宇宙科学研究所報告
第19号 1984年3月

深宇宙ミッションにおけるロケット最終段誘導制御方式および感度解析プログラム

西村敏充

(1984年2月6日受理)

Guidance of Last-stage Rocket and Sensitivity Analysis Program in the Deep Space Missions

By

Toshimitsu NISHIMURA

Abstract: The MS-T 5 and Planet-A are the first interplanetary missions for Japan, and will be launched in 1985 in order to encounter Halley's comet in March, 1986.

Since both sattelites are launched by direct ascent scheme, skipping a flight along a parking orbit, the guidance of the last-stage rocket becomes one of the most crucial strategies to be established for these missions.

In Part 1 of this report, an algorithm is derived that provides the optimal guidance for an impulsive correction to achieve a given exit velocity vector from the Earth and a software package called EHTOP implementing this algorithm is described.

In Part 2, a sensitivity analysis is performed for both rocket and interplanetary phases. Namely, the sensitivity of the exit velocity vector elements is obtained with respect to those of the impulsive control vector as well as to those of the initial eliptic orbit (free-flight orbit after the second-stage burn-out) in the first part.

Then the sensitivity of the encounter coordinates with Halley's comet is derived with respect to the elements of the exit velocity vector from the Earth.

Finally these two sensitivities are combined in order to observe the effects of such impulsive correction carried out by the last -stage motor on the encounter coomdinates.

These sensitivity analyses are incorporated in another software package called SAP.

第１部　地球脱出軌道制御

Ｉ．はしがき

従来の宇宙研の打上げた衛星は，すべて地球周回軌道であり，ロケット最終段の制御は基本的には投入楕円軌道の近地点高度および遠地点高度を目標値に合わせること，もし最終段のエネルギーが過剰であれば，軌道傾斜角を少しかえてそのエネルギーを吸収するものであった。しかし今回のプラネット-A 計画では，はじめて地球重力圏を脱出させ，太陽周回軌道にのせ，MS-T 5 では１年半後プラネット-A では８ケ月後にハーレイ彗星と遭遇させるものである。さらに通常の深宇宙衛星では，一度衛星を地球周回の円軌道（パーキング軌道）にのせ，よいタイミングを見計って深宇宙軌道に脱出させるが，今回は Direct Ascent 方式といって最終段噴射によって直接地球外に脱出させるので，地球の自転を考慮して，適切な噴射タイミングを選ぶことが，最重要課題となる。

ここで最終段軌道制御の目標としては，ハーレイ遭遇時の最接近距離を最小化する，あるいは定められた時刻に所定の位置に到達するといったことが考えられるが，このためには最終段噴射後の地球重力圏，太陽重力圏の影響について，軌道の数値積分を行い，ニュートン，ラフソン法の適用等によって最適制御ベクトルを計算することが，心要となる。これは，２段目噴射終了後，数十秒という実時間で，計算をすること，また使用計算機（ACOS-700）の能力からいっても実時間計算は困難である。

そこで，地球重力圏と太陽重力圏を分離して，最終段制御の目標としては，地球脱出速度ベクトルを規定して地球重力のみを考慮して，これを達成するように制御ベクトルを計算することとした。その後太陽重力圏の軌道としてはこの脱出ベクトルと地球の速度ベクトルの合成ベクトルを，初速度ベクトルとして，太陽重力に関する二体問題として，軌道を求めれば，近似的には実際の軌道を達成できるといういわゆる patched conic 法の思想である。

なお，初期軌道として考えられる２段目燃焼後の楕円軌道は，局地赤道座標系（１段目点火時-X 時-のグリニッチ方向を X 軸とする地心赤道座標系（Geocentric Equatorial, Local）で通常考えられるが，本プログラムは太陽周回軌道との整合性をとる上で，これを直ちに春分点方向を X 軸とする地心黄道面座標系（Geocentric Eclipic, TOD-True of Date）に変換し，目標脱出ベクトルおよびそれに達するための内部計算もすべて，後者の座標系で行うこととする。

また時系はすべて UTC（世界協定時）とする。さらに本報告の解析では最終段制御は１回のインパルス制御を仮定しているが，実際にはプラネット-A 計画では 3,4 段の連続噴射が行われる。したがってこのプログラムで定められる制御ベクトル，およびインパルス点火時刻を実際の 3,4 段の制御ベクトルおよび点火時刻に変換するプログラムは，別途用意される。

II． 初期軌道および制御目標

1． 初期軌道

2段目燃焼終了後の自由飛行中の楕円軌道 $\bar{\eta}_L$ は先に述べたように局所地心赤道座標系で與えられる。

$$\bar{\eta}_L=[a_L, e_L, i_L, \Omega_L, \omega_L]^T \quad (1)$$

単位は

$$[km, \quad , rad, rad, rad]^T$$

である。実際のプログラムの入出力では角度はすべて度に変換されている。

2． 目標脱出速度ベクトル

制御の目標となる地球脱出ベクトル $\bar{v}_\infty$ は地心黄道座標系-TODで與えられる，次の速度ベクトルである。

$$\bar{v}_\infty=[v_\infty, \alpha, \beta,]^T \quad (2)$$

$$[\mathrm{km}/sec, rad, rad]^T$$

v_∞ は制御後の双曲線軌道において $t\to\infty$ とした時の速度であり，α, β は漸近線の上記座標系上の方位角および仰角である。

3． 制御ベクトル $\bar{v}_c$ は次の量で規定される

$$\bar{v}_c=[v_c, \gamma_c, \delta_c, \theta_o]^T \quad (3)$$

ここで v_c は，3,4段の推力による速度増分をインパルス近似した量であり，これらは固体燃料のため7.5 km/sec程度に固定され入力値ではあるが，実際に制御できる量ではない。θ_o はインパルス点火時の衛星の初期軌道面上の真近点離角（true-anomaly）である。γ_c, δ_c は制御ベクトル方向を示すが，γ_c は地心より制御点を結ぶ直線の延長線 $\bar{r}$ ベクトルより測った制御ベクトルの角度であり，

$$flight\ path\ angle=\frac{\pi}{2}-\gamma_c$$

の関係がある。

また δ_c は $\bar{r}$ ベクトルと制御ベクトルによって規定される面が，初期軌道面となす角であり，$\bar{r}$ の上方から見て反時計方向を正方向としている。

4． 制御則

以上記した初期軌道 $\bar{\eta}_L$, 制御ベクトル $\bar{v}_c$ と目標脱出速度ベクトル $\bar{v}_\infty$ との間には，次のような非線形関係式が成立する。

$$\bar{v}_\infty=f(\bar{\eta}_L, \bar{v}_c) \quad (4)$$

この関数形 f については，以下で詳記するが，この関係式に基本的にはニュートン・ラフソン法を適用して $\bar{v}_\infty$ および $\bar{\eta}_L$ が変えられた時に $\bar{v}_c$（この内 $|\bar{v}_c|=v_c$ は固定されているので，$\gamma_c, \delta_c, \theta_o$）を求めることが目的であり，このためEHTOP（*Elliptic-Hyperbolic Transter Orbit Program*）が開発された。

5． 座標変換

i） 局所赤道系より，TOD赤道系への変換

この変換は同じ赤道系であるから，Z 軸方向の回転のみであり，次式で行われる。

$$\Omega_{LG}=\Omega_L+\Omega_G \tag{5}$$

Ω_G は一段目発射時の TOD 春分点方向より測ったグリニッチ方向の角度であり，又 Ω_L は第一段打上げ時（X 時）に固定された座標系（慣性座標系）においてグリニッチ方向から計った昇交点径度である。

他の 4 要素は変らない。

ii）TOD 赤道系より TOD 黄道系への変換

この変換は春方点方向を軸として赤道系から黄道系への $\varepsilon_E=23.442^\circ$ の回転である。新な軌道を $\bar{\eta}_o$ とすれば，

$$\bar{\eta}_o=[a_o,\ e_o,\ i_o,\ \Omega_o,\ \omega_o]^T \tag{6}$$

と記される．ここで

$$a_o=a_L \tag{7}$$

$$e_o=e_L \tag{8}$$

$$\cos i_o=\cos\varepsilon_E\cos i_L+\sin\varepsilon_E\sin i_L\cos\Omega_{LG}$$

$$0\leqq i_o\leqq\pi \tag{9}$$

$$\tan\Omega_o=\frac{\sin i_L\sin\Omega_{LG}}{-\sin\varepsilon_E\cos i_L+\cos\varepsilon_E\sin i_L\cos\Omega_{LG}} \tag{10}$$

$$\tan x=\frac{\sin\varepsilon_E\sin\Omega_{LG}}{\cos\varepsilon_E\sin i_L-\sin\varepsilon_E\cos i_L\cos\Omega_{LG}} \tag{11}$$

$$\omega_o=\omega_L-x \tag{12}$$

で與えられる。

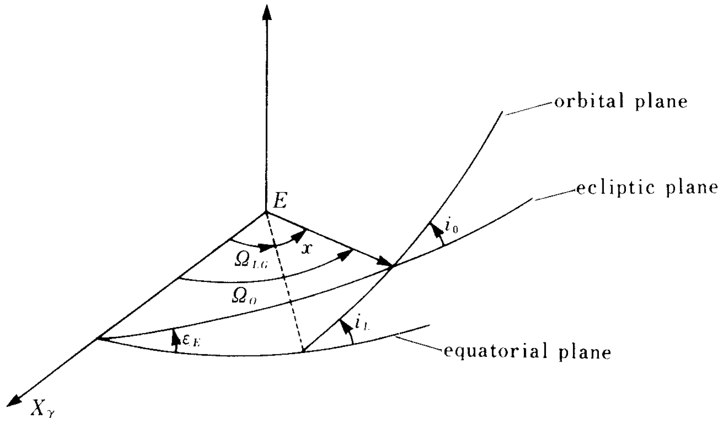

図 1 赤道系より黄道系への変換（$\bar{\eta}_L\to\bar{\eta}_o$）

III．軌 道 制 御

1．楕円軌道 $\bar{\eta}_o$ においてさらに真近点離角 θ_o が與えられれば，その点における速度ベクトル $\bar{v}_o$

$$\bar{v}_o=[v_o,\ \gamma_o,\ \delta_o]^T \tag{13}$$

は次式で定まる。ただし δ_o は先に述べたように基準面を初期（楕円）軌道面にとっているので $\delta_o=0$ である。

$$r=\frac{p_o}{1+e_o\cos\theta_o}\quad : p_o=a_o(1-e_o^2) \tag{14}$$

$$v_o=\left[\mu\left(\frac{2}{r}-\frac{1}{a_o}\right)\right]^{1/2} \tag{15}$$

μ: 地球の重力係数　(km³/sec²)

$$\cos\gamma_o=\frac{e_o}{v_o}\left(\frac{\mu}{p_o}\right)^{1/2}\sin\theta_o \qquad 0\leqq\gamma_o\leqq\pi \tag{16}$$

2.　制御後の速度ベクトル

初期軌道上の θ_o において速度制御 $\bar{v}_c$ を行った結果得られる速度ベクトル $\bar{v}_1$

$$\bar{v}_1=[v_1,\gamma_1,\delta_1,]^T$$

は次式で求められる。

$$v_1=[v_0^2+v_c^2+2v_0v_c\cos\varkappa]^{1/2} \tag{17}$$

$$\cos\varkappa=\cos\gamma_0\cos\gamma_c+\sin\gamma_o\sin\gamma_c\cos\delta_c \tag{18}$$

$$\cos\gamma_1=(v_c\cos\gamma_c+v_o\cos\gamma_o)/v_1 \qquad 0\leqq\gamma_1\leqq\pi \tag{19}$$

$$\tan\delta_1=\frac{v_c\sin\gamma_c\sin\delta_c}{v_o\sin\gamma_o+v_c\sin\gamma_c\cos\delta_c} \qquad -\pi\leqq\delta_1\leqq\pi \tag{20}$$

ここで γ_1 は $\bar{r}$ 方向から測った $\bar{v}_1$ の角度であり

δ_1 は $[\bar{r},\bar{v}_1]$のなす軌道面の初期軌道面 $[\bar{r},\bar{v}_0]$ から測った回転角で定義は γ_c,δ_c の場合と同様である。

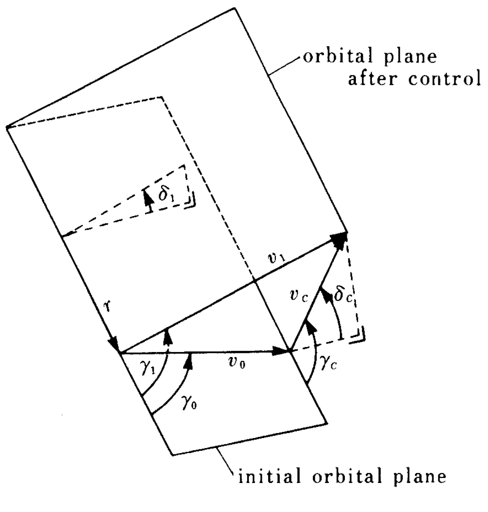

図 2　初期速度ベクトル $\bar{v}_0$, 制御ベクトル $\bar{v}_c$
および制御後速度ベクトル $\bar{v}_1$

3．双曲線軌道の計算

上記の軌道制御の結果得られる双曲線軌道 $\bar{\eta}_1$

$$\bar{\eta}_1=[a_1,\ e_1,\ i_1,\ \Omega,\ \omega_1]^T \tag{21}$$

の5要素は，前節の $\bar{\eta}_0,\ r,\ \bar{v}_c$ および $\bar{v}_1$ を用いて次の各式で計算される。

$$a_1=\frac{\mu r}{2\mu-rv_1^2} \qquad a_1<0 \tag{22}$$

$$e_1=\left[1-\frac{(rv_1\sin\gamma_1)^2}{\mu a_1}\right]^{1/2} \qquad e_1>1 \tag{23}$$

$$\cos i_1=\cos i_0\cos\delta_1-\sin i_0\sin\delta_1\cos\hat{\theta}_0 \tag{24}$$

$$:\ \hat{\theta}_0=\theta_0+\omega_0$$

$$0\leqq i_1\leqq\pi$$

$$\tan\hat{\Omega}_1=\frac{\sin\delta_1\sin\hat{\theta}_0}{\sin i_0\cos\delta_1+\cos i_0\sin\delta_1\cos\hat{\theta}_0} \tag{25}$$

$$\Omega_1=\Omega_0+\hat{\Omega}_1 \tag{26}$$

$$\tan\hat{\theta}_1=\frac{\sin i_0\sin\hat{\theta}_0}{\cos i_0\sin\delta_1+\sin i_0\cos\delta_1\cos\hat{\theta}_0} \tag{27}$$

$$\tan\theta_1=\frac{\sin 2\gamma_1}{-[\cos 2\gamma_1+r/(2a_1-r)]} \tag{28}$$

$$\omega_1=\hat{\theta}_1-\theta_1 \tag{29}$$

以上の軌道要素はすべて黄道系―TODで記述されている。

4．脱出ベクトルの計算

前節の $\bar{\eta}_1$ 要素より地球脱出ベクトル $\bar{v}_{\infty 1}$

$$\bar{v}_{\infty 1}=[v_{\infty 1},\ \alpha_1,\ \beta_1]^T$$

が求められるがここで昇交点から双曲線軌道面内の漸近線までの角度 q_1 を導入する。

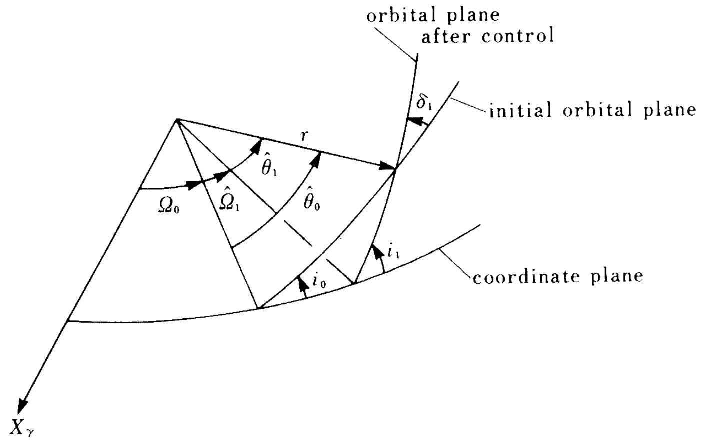

図3　初期軌道要素 $\bar{\eta}_0$ および制御後軌道要素 $\bar{\eta}_1$

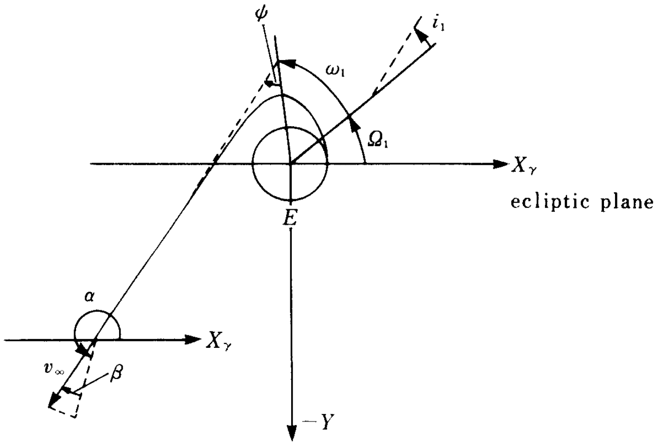

図4　双曲線軌道 $\bar{\eta}_1$ および脱出速度ベクトル $\bar{v}_\infty$

$$q_1 = \pi - \psi_1 + \omega_1$$

ここで ψ_1 は，中心軸から漸近線までの角度で次式で変えられる。

$$\tan \psi_1 = (e_1^2 - 1)^{1/2} \qquad 0 < \psi_1 < \pi/2 \tag{30}$$

これらより

$$v_{\infty 1} = (-\mu/a_1)^{1/2} \tag{31}$$

$$\tan \alpha_1 = \frac{\cos q_1 \sin \Omega_1 + \sin q_1 \cos \Omega_1 \cos i_1}{\cos q_1 \cos \Omega_1 - \sin q_1 \sin \Omega_1 \cos i_1} \tag{32}$$

$$\sin \beta_1 = \sin q_1 \sin i_1 \qquad -\pi/2 \leq \beta_1 \leq \pi/2 \tag{33}$$

5.　最適化手法

(4)式の関数関係は上記の(5～33)式によってすべて規定される。実際には赤道系である $\bar{\eta}_L$ の代りに黄道系である $\bar{\eta}_0$ を初期軌道要素として用いる。

この式で $\bar{v}_\infty = [v_\infty, \alpha, \beta]^T$ を与えて $\bar{v}_c$ を求める訳であるが，その内 $|\bar{v}_c| = v_c$ は固定されているので残りの $\gamma_c, \delta_c, \theta_0$ の3要素を制御量として求めることとなる。この手法としては，古典的にはニュートン・ラフソン法がある。これは次のような評価関数 J

$$J = (\bar{v}_\infty - f(\bar{v}_c))^T W (\bar{v}_\infty - f(\bar{v}_c)) \tag{34}$$

を定め，この J を最小化するような $\bar{v}_c^*$ を求める訳である。ここで W は所定の正定な重み行列 (3×3) である。

この J を $\bar{v}_c$ によって偏微分し，これを0と置いた方程式の根を求めるため，ニュートン・ラフソン法を適用すれば，次の漸化式を得る。

$$\bar{v}_c(k+1) = \bar{v}_c(k) + F^{-1}[\bar{v}_\infty - f(\bar{v}_c(k))] \tag{35}$$

$$F = \frac{\partial f}{\partial \bar{v}_c} \qquad (3\times 3)$$

この F は第II部 Rocket-phase において求められる感度行列 S_R の一部である。

これを $k=0, 1, 2,\cdots\cdots$ と繰り返し

$$|\bar{v}_\infty - \bar{v}_\infty(k)| \leqq \delta\bar{v}_\infty \tag{36}$$

となるまで続けるか，または収斂しない時は $k=N$ で打切る。

この手法は実際の運用プログラムに採用され十分な結果を得ているが，ここでは SSL のザブルーチンを利用し，以下の方法も試みた。

それは改訂準ニュートン法と呼ばれる次のような手法である。これは J が $\bar{v}_c$ の 2 次関数で近似される場合，極小点 $\bar{v}_c^*$ の近傍では

$$J \fallingdotseq J(\bar{v}_c^*) + \frac{1}{2}(\bar{v}_c - \bar{v}_c^*)^T B(\bar{v}_c - \bar{v}_c^*) \tag{37}$$

と近似される。B は基本的には J のヘシアン行列即ち，$\bar{v}_c$ に関する 2 次偏微分行列であり，

$$B = F^T W F \tag{38}$$

この時，$\bar{v}_c^*$ は次式で求められる。

$$\bar{v}_c^* = \bar{v}_c(k) + B^{-1} g_k \tag{39}$$

$$g_k = F^T W[\bar{v}_\infty - \bar{v}_\infty(k)] \tag{40}$$

(39)式のように，B の逆行列を求めることは，計算量が多く効率的でないため，その近似行列を B_k として次の反復公式によって，直接極小点 $\bar{v}_c^*$ を求める訳である。

$$B_k p_k = g_k \tag{41}$$

$$\bar{v}_c(k+1) = \bar{v}_c(k) + \sigma_k p_k \tag{42}$$

$$B_{k+1} = B_k + E_k \tag{43}$$

$$k = 0, 1, 2\cdots\cdots$$

ここで p_k は $\bar{v}_c(k)$ が，極小点に向う探索方向を示すベクトルであり，σ_k は $J(\bar{v}_c(k) + \sigma_k p_k)$ が，局所的最小となるように定める直線探索定数である。また E_k は B_k を改良するランク 2 の行列である。

この(41〜43)式の手法は FACOM-SSL においてサブルーチン化され，MINF 1 と呼ばれているので，詳しくは文献を参照されたい。

このサブルーチンの利用によって，(34)式の解はエネルギー不足以外の場合は，ほぼ，満足すべき収斂状態で得られた。この結果については後に記す。

6. 初期条件條件の撰定

先にも述べたように(4)式は強い非線形性を持っているので，(35, 39)式の繰り返し計算の初期條件 $\bar{v}_c(0)$ の撰択は，速やかな収斂を達成するためには重要な意味を持つ。そこで軌道面の回転 δ_c は十分小いものと考え，目標條件の v_∞ と α を満足する双曲線軌道(a_1, e_1)と初期軌道(a_o, e_o, ω_0)とから両者が，同一面内にあるとして，固定値 v_c の制御によって後者から前者に移るものと考える。そしてその時の制御点の真近点離角 θ_o あるいは r を代数的手法によって求める。

このような手法は，制御後の軌道が楕円軌道である場合には，3 次の代数方程式の解と

して求められることが知られて居り，すでに宇宙研の最終段制御プログラム C_1 に内蔵されている。制御後の軌道が双曲線軌道である時も，本質的に異ることはなく C_1 では，flight path angleの余弦の3次方程式の解を代数的に求めているが本報告では r の3次方程式の解として求める。方程式の詳細は付録に記す。

この場合は理論的には，3つの根を得る可能性があるが，その場合頂点 $(\theta_0=\pi)$ に最も近く $\theta_0<\pi$ であるような根を原則的に選ぶこととする。

r が定まれば，(A-1) 式によって θ_0 が，(A-24) 式によって γ_c が求められ $\delta_c=0$ として前節の繰返し計算の初期値として使用する。

また，3次方程式の解が存在しない場合には，頂点打ちつまり，$\theta_0=\pi$, $\gamma_c=\frac{\pi}{2}$, $\delta_c=0$ を初期条件として用いる。

また当面の目標双曲線軌道 (a_1, e_1) の内 a_1 は，

$$a_1=-\mu/v_\infty^2 \tag{44}$$

によって，求められるが，e_1 は先験的な撰択が必要である。しかし近似的には(32)式で $i_1=0$ と考えてまた

$$\Omega_1+\omega_1=\Omega_0+\omega_0 \tag{45}$$

と考えて，同式より

$$\psi_1=\pi+\omega_0+\Omega_0-\alpha \tag{46}$$

を得て，(30)式を適用して，e_1 を求めることができる。

尚，本節で述べたことは，改訂準ニュートン法の適用に際してなるべくよい初期値を得る方法を示したものであって本節で仮定した近似は最終的な解の厳密性に影響するものではないことを強調して置く。

Ⅳ. 解　析　結　果

プラネット-A衛星の打上げにEHTOPを適用した1例を以下に示す。

打上時刻　　1985年8月14日0時20分 (UTC)

初期軌道	a_L	e_L	i_L	Ω_L	W_L
(赤道系 TOD)	3767.81^{km}	0.75584	31,0804°	41.1892°	−81.362°
脱出軌道	a_1	e_1	i_1	Ω_1	ω_1
(黄道系 TOD)	-45196.63^{km}	1.4637	9.1045°	38.186°	70.1897°

制御量（基本軌道）

$v_c=7.5365^{km/sec}$,　$\gamma_c=90°$,　$\delta_c=0$,　$\theta_o=180°$

$\Omega_G=-30.265°$

目標脱出ベクトル

(黄道系 TOD)

$v_\infty=2.96973^{km/sec}$,　$\alpha=-101.255°$,　$\beta=-5.949°$

ここで双曲線脱出軌道は，初期楕円軌道において制御量（基本軌道）の示すように，頂

	Δ値	θ_o	ΔT sec	γ_c	$\Delta\gamma_c$	δ_c	Δv_∞	Δ_a	$\Delta\beta$
Ω_{GO}	15°	176.1°	−116.85	88.81°	−10.62°	−8.59°	$0^{km/s}$	0°	0°
	7.5	178.0	−60.14	89.46	−5.5	−4.25	0	0	0
	−7.5	181.36	40.91	91.92	2.29	4.27	0	0	0
	−15	182.90	87.06	93.36	5.53	8.67	0	0	0
i_o	1.0°	179.98	−0.605	89.94	0.01	2.80	0.011	0.005	0.03
	0.5	179.995	−0.154	89.98	0	1.43	0.003	0	0.004
	−0.5	179.995	−0.154	89.98	0	−1.43	0.003	0	−0.004
	−1.0	179.98	−0.605	89.94	0	−2.80	0.012	−0.003	−0.03
ω_o	1.0°	179.58	−12.65	90.20	−1.5	0	0	0	0
	0.5	179.79	−6.33	90.10	−0.65	0	0	0	0
	−0.5	180.04	1.197	90.30	−0.16	0	0	0	0
	−1.0	180.09	2.70	90.59	−0.32	0	0	0	0
a_o	100^{km}	176.41	−107.64	98.69	−19.6	0	0	0	0
	50	177.45	−76.61	96.16	−13.99	0	0	0	0
	30	178.02	−59.53	94.77	−8.88	0	0	0	0
	−30	179.73	−8.13	89.79	−0.62	0	0.105	0.015	−0.002
	−50	179.54	−13.85	89.65	−1.05	0	0.177	0.045	−0.005
	−100	179.04	−28.9	89.24	−2.01	0	0.366	0.221	−0.025
e_o	0.02	178.92	−32.5	89.08	−2.91	0	0.485	0.336	−0.041
	0.01	179.49	−15.36	89.58	−1.26	0	0.235	0.071	−0.009
	−0.01	176.94	−91.85	97.06	−15.92	0	0	0	0
	− −0.02	175.58	−132.26	99.97	−21.99	0	0	0	0
h_a	100^{km}	176.54	−103.78	98.23	−18.55	0	0	0	0
	50	177.56	−73.3	95.82	−13.24	0	0	0	0
	−50	179.62	−11.44	89.70	−0.89	0.97	0.157	0.034	−0.004
	−100	179.20	−24.08	89.36	−1.89	0	0.322	0.153	−0.019
v_a	$0.2^{km/s}$	174.13	−174.83	103.17	−28.41	0	0	0	0
	0.1	175.99	−120.12	99.25	−20.6	0	0	0	0
	−0.1	179.08	−27.69	89.24	−2.3	0	0.398	0.226	−0.027
	−0.2	177.99	−60.44	88.25	−5.35	0.002	0.822	0.151	−0.141
e_o	0.0265	178.50	−48.73	88.69	−4.05	0.001	0.657	0.664	−0.081
C_3 一定	0.0131	179.31	−21.46	89.43	−1.71	0	0.311	0.129	−0.015
	−0.0134	176.43	−103.03	79.88	−18.28	0	0	0	0
	−0.0165	170.0	−114.13	78.91	−21.07	0	0	0	0

点で接線方向に制御した結果得られた，軌道でありこれに基いて，目標脱出ベクトルを計算している。

表1にこの初期軌道において，各要素を変化させた場合の収歛結果を示す。

この場合，制御量 v_c は固定されているので変らないが，γ_c, δ_c,θ_o は異ってくる。それに伴って脱出軌道も脱出ベクトルも変るけれども，脱出ベクトルを上記目標値に合わせるよ

うに制御しているのでエネルギー不足の場合以外は，その変化量は少い。同表で第2欄の△値は上記初期軌道からのそれぞれの要素について単独に変化させた場合の変化量を示している。また

$$\triangle v_\infty = v_\infty - v_{\infty 1}$$
$$\triangle \alpha = \alpha - \alpha_1$$
$$\triangle \beta = \beta - \beta_1$$

で左側の第1項は目標値で第2項は，達成値である。したがってこれが，殆ど0であれば解は収斂し目標脱出ベクトルは達成されたと見なすことができる。

また $\bar{\eta}_L$ の5要素の中で (a_L, e_L) の代りに頂点高度 h_a および頂点速度 v_a を変化させた場合も示してある。ちなみに上記初期軌道に対応するこれらの値は，

$$h_a = 6615.675^{km} \qquad v_a = 3.8355^{km/\mathrm{sec}}$$

である。また

$$\triangle \gamma_c = \gamma_c - \gamma_o$$

であるが，これは $\delta_c = 0$ つまり軌道面内制御の時にのみ有効で $\delta_c \neq 0$ であれば近似値として参考のため示している。最後に $\triangle T$ は $\theta_o = 180^\circ$ を中心として各 θ_o に対応する制御時刻のずれを示している。

さらに，この場合の重み行列 W は，

$$\sigma_{v\infty} = 0.01^{km/s},\ \sigma_\alpha = 0.01^\circ,\ \sigma_\beta = 0.01^\circ$$

として

$$W = \mathrm{diag}(1/\sigma_{v\infty}^2, 1/\sigma_\alpha^2, 1/\sigma_\beta^2)$$

なる対角行列を用いている。

同表にみるように，軌道要素の △ 値をかなり大きく変化させているが，大方の場合収斂して実用的に十分な結果が得られている。

ただし，基準値に n を付することとして

$a_L < a_{Ln},\ e_L > e_{Ln},\ h_a < h_{an},\ v_a < v_{an}$ の場合には十分な収斂結果が得られていない。

これらはすべて初期軌道のエネルギー不足の場合であって　$\triangle v_\infty = v_\infty - v_{\infty 1} > 0$ となって脱出速度は，目標値に達していない。

また Ω_G の欄で，$\triangle \Omega_G$ が $+15^\circ$ の時にロケット発射時刻が予定より約1時間遅れた場合で地球の自転によってこの角度差を生じた場合であり，また -15° は逆に約1時間早まった場合である。これはかなり極端な場合であるが，表にみるように目標脱出ベクトルはインパルス点火時刻（θ_o によって示される）および，γ_c の調整によって，達成されている。ただし発射時刻が早くなった場合，つまり $\triangle \Omega_G < 0$ の時は θ_o は 180° を超え，頂点を過ぎてからインパルス点火を行うことを示し，注目に値する。

また ω_o についても同様の傾向がみられる。（これは地球の自転によるものではなく，初期軌道によるものであるが。）

V. おわりに

以上，地球脱出用ロケット最終段制御プログラム EHTOP の概要を記した。
このプログラムはもちろん実時間計算用であり，現在の CPU タイムは M-380 使用で約 0.02秒であって，実用のプログラムでは，不要な部分は取除く予定であるので，KSC の誘導制御用計算機 ACOS-700 上でも十分に実時間計算を実行できると思われる。
ただし実利用のためには，保安上の制約等を考慮した幾つかの制限条件が加えられることとなる。

はじめに述べたように，実時間計算の制約から Rocket-phase と Interplanetary-phase とを切り離し，制御目標を地球脱出ベクトル 3 要素に抽象化したが，このことがミッション達成に十分であるかどうかは今後，数値積分法によって多体問題を解く軌道生成プログラム TRIP 等との比較において十分に検討されなければならない。

さらに本報告の手法を採用する場合，（それ以外の場合でも）目標脱出ベクトルは，地球の公転のため毎日更新される必要があり，また同じ日の中でもロケット発射時刻によって変更される（ただし後者については launch window を 30 分程度に制限すれば固定して差し支えないであろう）。
もちろんこれらの目標ベクトルは TRIP 等によって予め計算して表にして置く必要がある。

第2部　感度解析プログラム

I. はしがき

第1部で述べたようにDirect Ascent方式による感星間飛行において，最終段ロケット制御は地球重力圏と太陽重力圏とを分離して両者の連けいは地球脱出ベクトル $\bar{v}_\infty$ によって行う。

前者をRocket-phase後者をInterplanetary-phaseと名付ければ，Rocket-phaseでは所定の $\bar{v}_\infty$ を達成するようにロケット最終段の制御を行い，また打上げ数日後に行う予定の軌道制御では特定時刻（ハーレー彗星遭遇時）に黄道系の所定の位置に達するように実行することが眼目となるであろう。

そのような仮定の下で，ミッション設計における関心事は，Rocket-phaseでは初期軌道あるいは，制御ベクトルの誤差が目標値すなわち脱出ベクトル $\bar{v}_\infty$ にどのように影響するであろうか，またInterplanetary-phaseでは $\bar{v}_\infty$ ベクトルと地球の速度ベクトルの合成ベクトルを初速度ベクトルとして，打上時の地球の位置から出発して太陽周りの楕円軌道に乗ると考えて $\bar{v}_\infty$ ベクトル，および地球の位置によって遭遇時の衛星の位置がどのように変るかを知ることが重要な概念となる。この場合衛星は地球と同じ太陽周りの初期楕円軌道を飛んでいる時に $\bar{v}_\infty$ なる速度制御を行った結果新しい楕円軌道に移ったものと近似的に考えることができる。したがってRocket-phaseの場合と比較して重力中心が地球から太陽に変り，制御後の軌道が双曲線から楕に変っただけで本質的な相異はない。

また軌道制御に関しても，太陽周りの初期楕円軌道からハーレイ遭遇用の別の楕円軌道に移る訳で，やはり同じ概念である。

そこで主として初期軌道および制御の各パラメターに対する目標値の変動感度を求めるプログラムを開発し，これをSAP（Sensitivity Analysis Program）と名付ける。

以下に第II～IV章で，Rocket-phaseの感度解析プログラムおよび計算結果を説明し，第V，VI章でInterplanetary-phaseについて同様の説明を行う。さらに第VII章で両方の感度を結合し，ロケット最終段制御および初期軌道（2段目burn-out後の軌道）のハーレイ遭遇時の衛星位置に対する感度を計算している。もちろんこの場合は両者の結合時点で，幾つかの仮定を設けているので，正確なものではないが一応の目安を得ることは可能であると思われる。

またこれらの感度行列を利用して，初期パラメータに所定の偏差を与えた場合に最終目標パラメータの偏差を計算している。

最後に第VIII章では，プラネット-A軌道を例としてRocket-phaseおよびInterplanetary-phaseについてそれぞれ感度行列を計算して解析を行いさらにこの両者を結合した結合感度行列を与える。

なおSAPでは次のoptionのいづれかを撰ぶことができる。

i）　Option 1：　Rocket-phaseのみの感度計算

ii）　Option 2：　Interplanetamy-phase のみの感度計算

iii）　Option 3：　上の両者を続けて計算しさらに結合感度行列を求める。

II．Rocket-phase における前提条件

第1部で述べたように初期楕円軌道 $\bar{\eta}_L$ において，最終段制御 $\bar{v}_c$ を実行して双曲線軌道 $\bar{\eta}_1$ を得てこれより地球脱出速度ベクトル $\bar{v}_\infty$ を得るものとする。本章ではこれらの記号の内容が多少異るので以下に再記する。

i）　初期軌道 $\bar{\eta}_L$（赤道系-TOD）

$$\bar{\eta}_L=[a_L, e_L, i_L, \Omega_L, \omega_L]^T$$

単位：$[km,\quad , rad, rad, rad]$

また a_L, e_L の代りに楕円の遠地点高度 h_a およびその点の速度 v_a も用いている。

$$\bar{\eta}_L'=[h_a, v_a, \theta, \lambda, \varphi]^T$$

単位：[km, km/sec, rad, rad, rad]

ここで，

h_a：初期軌道の遠地点高度（地心より測る）

v_a：遠地点における速度

θ：遠地点における子午線の北方向より測った速度ベクトルの角度（子午線面と軌道面のなす角度）

λ：遠地点の径度

φ：遠地点の緯度

ただし Ω_L の定義と同様に径度 λ は1段目発射時刻 X 時で固定された度標系における直下点径度であって，真の直下点径度を求めるためには X 時から頂点に達するまでの時間に相当する地球の自転分を差引かなければならない。

ii）　速度制御ベクトル $\bar{v}_c$

ここでは $\bar{v}_c$ は第1部で用いた $v_c, \gamma_c, \delta_c, \theta_0$ の4要素の外に地球の自転の影響を知るために第1段ロケット点火時刻 t_x をつけ加える。

すなわち

$$\bar{v}_c=[v_c, \gamma_c, s_c, \theta_o, t_x]^T$$

単位：[km/sec, rad, rad, ra$d$, min]

ここで

t_x：打上げ日の UTC-O^h より測った1段目打上時刻（X時）までの時間（単位：分）

iii）　制御後の速度ベクトル

$$\bar{v}_1=[v_1, \gamma_1, \delta_1]^T$$

単位：[km/sec, rad, rad]

iv）　双曲線軌道（楕円軌道）

$$\bar{\eta}_1=[a_1, e_1, i_1, \Omega_1, \omega_1]^T$$

単位：[km,　, rad, rad, rad]

v）　脱出速度ベクトル

$\bar{v}_\infty=[v_\infty, \alpha, \beta]^T$

単位：[km/ sec, rad, rad]

以上各ベクトルの定義および関係式について述べたが上記 t_x の導入によって(5)式の Ω_{LG} は次のように変更される。

$$\Omega_{LG}=\Omega_L+\Omega_G$$
$$=\Omega_L+\Omega_{GO}+w_E t_x \tag{47}$$

ここで

Ω_{GO}：打上日のUTC-O^{h}における春分点-TOD方向より測ったグリニッチ方向の角度

w_E：地球の自転角速度（rad/min）

すなわち $w_E t_x$ がUTC-O^{h}から X 時までの地球の回転角度を与えている。

α_E：打上日UTC-O^{h}における黄道系-TOD春分点方向より測った地球の位置

ε_E：黄道面と赤道面のなす角度（rad）(23.442°)

(48)

vi) 赤道系より黄道系への変換

黄道系軌道要素は

$\bar{\eta}_O=[a_O, e_O, i_O, \Omega_O, \omega_O]^T$

であり $\bar{\eta}_L$ から $\bar{\eta}_O$ への変換が(6～11)式によって先づ行われる。$\bar{\eta}_1$ 以降はすべて黄道系で表示される。

また角度に関しては入出力ではすべて度で表示される。

III. 軌道間の関係式

初期軌道 $\bar{\eta}_L$ が与えられ(赤道系-TOD)これが黄道系-TODの $\bar{\eta}_O$ に変換されさらに制御 $\bar{v}_C$ によって双曲線軌道 $\bar{\eta}_1$（黄道系-TOD）に移行する関係式は第1部の式がそのまま採用されるので再記しないが，以下に簡単に説明する．

まず初期軌道 $\bar{\eta}_L$ から $\bar{\eta}_O$ への座標変換は(6～11)式によって行われる。ただし新に t_x, Ω_{GO} を用いて Ω_{LG} は(47)式で計算する。

次に制御前の速度ベクトル $\bar{v}_O$ は(14，15)式で計算される。さらにここで制御 $\bar{v}_C$ を加えた結果，制御後の速度ベクトル $\bar{v}_1$ は（17～20）式で求められる。その結果達成された双曲線軌道要素 $\bar{\eta}_1$ は(22～29)式で計算される。

最後に地球脱出速度ベクトル $\bar{v}_\infty$ は，(31～33)で与えられる。なお初期軌道が $\bar{\eta}_L$ ではなく，$\bar{\eta}_L'$ で与えられた時には次式で計算して $\bar{\eta}_L$ に変換するものとする。

$$a_L=\frac{\mu h_a}{2\mu-h_a v_a^2} \tag{49}$$

$$e_L=\left[1-\frac{h_a^2 v_a^2}{\mu a_L}\right]^{1/2} \tag{50}$$

$$\cos i_L=\sin\theta\cos\varphi \qquad 0\leqq i_L\leqq\pi \tag{51}$$

$$\tan(\lambda-\Omega_L)=\sin\varphi\tan\theta \tag{52}$$

$$\tan\omega_L=\tan\varphi/\cos\theta \tag{53}$$

なお一般にインパルス点火地点が遠地点でない時は，θ, λ, φ はその地点での軌道面角（子午面からの角度）径度，緯度でありまた(53)式の ω_L は $(\omega_L+\theta_L)$ で置きかえられる。θ_L は初期軌道上の true anomaly で $\theta_L=\theta_o$ である。

次に以上の式の逆変換式も参考のため与える。

$$\sin\varphi=\sin i_L\sin(\omega_L+\theta_L) \tag{54}$$

$$\tan(\lambda-\Omega_L)=\cos i_L\tan(\omega_L+\theta_L) \tag{55}$$

$$\tan\theta=\frac{\cot i_L}{\cos(\omega_L+\theta_L)} \tag{56}$$

より θ, φ, λ を求めることができる。頂点であれば上式で，$\theta_L=\pi$ とすればよい。ただし上式の λ は X 時に固定された座標系上の径度であって真の直下点径度ではない。なお局所水平座標系すなわちインパルス点火地点の南方向を x 方向，東を y 方向，天頂方向を z 方向とした時のたとえば $\bar{v}_c=[v_c, \gamma_c, \delta_c]^T$ の直交座標成分をそれぞれ，v_{cx}, v_{cy}, v_{cz} とすればこれらは(56)式の θ を用いて次のように求められる．

$$v_{cx}=-v_c\sin\gamma_c\cos(\theta-\delta_c) \tag{57}$$

$$v_{cy}=v_c\sin\gamma_c\sin(\theta-\delta_c) \tag{58}$$

$$v_{cz}=v_c\cos\gamma_c \tag{59}$$

また $\bar{v}_o, \bar{v}_1$ の直交座標成分は上式において $\bar{v}_o$ では，$v_c\to v_o, \gamma_c\to\gamma_o, \delta_c\to 0$, $\bar{v}_1$ では $v_c\to v_1$, $\gamma_c\to\gamma_1$ $\delta_c\to\delta_1$ と置きかえれば求められる。

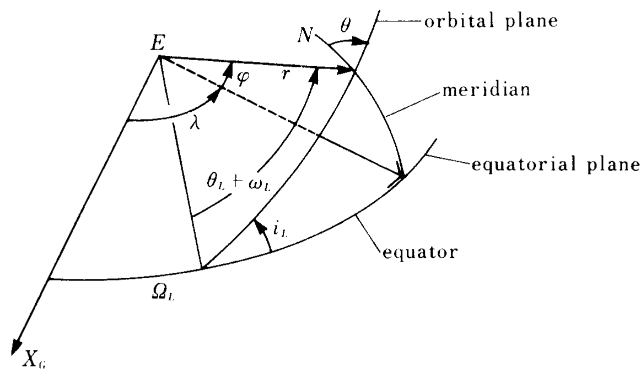

図5　初期軌道 $\bar{\eta}_L$ と直下点径度，緯度

IV. Rocket-phase の感度行列および偏差

Rocket-phase における感度行列としては，大別して２種類の感度行列を考える。第１は脱出速度ベクトル $\bar{v}_\infty$ の制御ベクトル $\bar{v}_c$ に対する感度でありこれを S_R と記す。第２は同じ $\bar{v}_\infty$ の初期軌道要素 $\bar{\eta}_L$（または $\bar{\eta}_L'$）に対する感度でありこれを S_{Rh}（または S_{Rh}'）と記す。

前者は1つの初期軌道が与えられた時，制御ベクトルの3要素$(v_c, \gamma_c, \delta_c)$およびインパルス点火時刻$\theta_o$（true anomaly）および暦日上の発射時刻を表わすt_xの各量の変動に対する目標ベクトル$\bar{v}_\infty(v_\infty, \alpha, \beta)$の変動を示す感度行列であり，後者は制御$\bar{v}_c$を楕円軌道の頂点（遠地点）に固定し面内局所水平$(\gamma_c=\pi/2, \delta_c=0)$とした時に初期軌道$\bar{\eta}_L$（または$\bar{\eta}_L'$）の変動に対する目標ベクトル$\bar{v}_\infty$の変動を示す感度行列である。

したがって，両者の前提条件は異っている点は留意されるべきである。もちろん両者を総合した感度行列も考えられるが，行列の次元が大きくなりまた数式が，複雑になり過ぎるので上記のように分離して考えることとした。

1．制御$\bar{v}_c$に対する脱出速度ベクトル$\bar{v}_\infty$の感度行列S_Rは定義により次式で与えられる。

$$S_R=\frac{\partial \bar{v}_\infty}{\partial \bar{v}_c}=\frac{\partial(v_\infty, \alpha, \beta)}{\partial(v_c, \gamma_c, \delta_c, \theta_o, t_x)} \tag{60}$$

ここで計算の便宜上S_Rを次の3行列の積に分解する。

$$S_R=C\cdot B\cdot A \qquad (3\times5) \tag{61}$$

$$C=\frac{\partial(v_\infty, \alpha, \beta)}{\partial(a_1, e_1, i_1, \Omega_1, \omega_1)} \qquad (3\times5) \tag{62}$$

$$B=\frac{\partial(a_1, e_1, i_1, \Omega_1, \omega_1)}{\partial(v_1, \gamma_1, \delta_1, \theta_0, t_x)} \qquad (5\times5) \tag{63}$$

$$A=\frac{\partial(v_1, \gamma_1, \delta_1, \theta_0, t_x)}{\partial(v_c, \gamma_c, \delta_c, \theta_0, t_x)} \qquad (5\times5) \tag{64}$$

以下にこれらの行列の内容を詳記する

i）A行列

$$A=\begin{bmatrix} \frac{\partial v_1}{\partial v_c} & \frac{\partial v_1}{\partial \gamma_c} & \frac{\partial v_1}{\partial \delta_c} & \frac{\partial v_1}{\partial \theta_0} & 0 \\ \frac{\partial \gamma_1}{\partial v_c} & \frac{\partial \gamma_1}{\partial \gamma_c} & \frac{\partial \gamma_1}{\partial \delta_c} & \frac{\partial \gamma_1}{\partial \theta_0} & 0 \\ \frac{\partial \delta_1}{\partial v_c} & \frac{\partial \delta_1}{\partial \gamma_c} & \frac{\partial \delta_1}{\partial \delta_c} & \frac{\partial \delta_1}{\partial \theta_0} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{65}$$

これらの偏微分は(17〜20)式より求めることができる。

$$\frac{\partial v_1}{\partial v_c}=\frac{1}{v_1}(v_c+v_o\cos\chi) \tag{65-1}$$

$$\frac{\partial \gamma_1}{\partial v_c}=-\frac{1}{v_1\sin\gamma_1}\left(\cos\gamma_c-\cos\gamma_1\frac{\partial v_1}{\partial v_c}\right) \tag{65-2}$$

$$\frac{\partial \delta_1}{\partial v_c}=\frac{1}{v_1\sin\gamma_1\cos\delta_1}\left(\sin\gamma_c\sin\delta_c-\sin\gamma_1\sin\delta_1\frac{\partial v_1}{\partial v_c}\right.$$
$$\left.-v_1\cos\gamma_1\sin\delta_1\frac{\partial \gamma_1}{\partial v_c}\right) \tag{65-3}$$

$$\frac{\partial\theta_0}{\partial v_c}=0$$

$$\frac{\partial v_1}{\partial\gamma_c}=\frac{v_o v_c}{v_1}(-\cos\gamma_o\sin\gamma_c+\sin\gamma_o\cos\gamma_c\cos\delta_c) \tag{65-4}$$

$$\frac{\partial\gamma_1}{\partial\gamma_c}=\frac{1}{v_1\sin\gamma_1}\left(v_c\sin\gamma_c+\cos\gamma_1\frac{\partial v_1}{\partial\gamma_c}\right) \tag{65-5}$$

$$\frac{\partial\delta_1}{\partial\gamma_c}=\frac{1}{v_1\sin\gamma_1\cos\delta_1}\left(v_c\cos\gamma_c\sin\delta_c-\sin\gamma_1\sin\delta_1\frac{\partial v_1}{\partial\gamma_c}\right.$$
$$\left.-v_1\cos\gamma_1\sin\delta_1\frac{\partial\gamma_1}{\partial\gamma_c}\right) \tag{65-6}$$

$$\frac{\partial\theta_0}{\partial\gamma_c}=0$$

$$\frac{\partial v_1}{\partial\delta_c}=-\frac{v_o v_c}{v_1}\sin\gamma_o\sin\gamma_c\sin\delta_c \tag{65-7}$$

$$\frac{\partial\gamma_1}{\partial\delta_c}=\frac{\cot\gamma_1}{v_1}\frac{\partial v_1}{\partial\delta_c} \tag{65-8}$$

$$\frac{\partial\delta_1}{\partial\delta_c}=\frac{1}{v_1\sin\gamma_1\cos\delta_1}\left(v_c\sin\gamma_c\cos\delta_c-\sin\gamma_1\sin\delta_1\frac{\partial v_1}{\partial\delta_c}\right.$$
$$\left.-v_1\cos\gamma_1\sin\delta_1\frac{\partial\gamma_1}{\partial\delta_c}\right) \tag{65-9}$$

$$\frac{\partial\theta_0}{\partial\delta_c}=0$$

$$\frac{\partial v_1}{\partial\theta_0}=\frac{1}{v_1}\left[\frac{\partial v_0}{\partial\theta_0}v_o+v_c\left(\frac{\partial(v_0\cos\gamma_o)}{\partial\theta_0}\cos\gamma_c+\frac{\partial(v_o\sin\gamma_o)}{\partial\theta_o}\sin\gamma_c\cos\delta_c\right)\right]$$

$$\frac{\partial v_0}{\partial\theta_0}=-\frac{\mu}{v_0}\frac{e_o\sin\theta_o}{a_o(1-e_0^2)}$$

$$\frac{\partial(v_0\cos\gamma_o)}{\partial\theta_0}=\left[\frac{\mu}{a_o(1-e_0^2)}\right]^{1/2}e_o\cos\theta_o$$

$$\frac{\partial(v_0\sin\gamma_o)}{\partial\theta_0}=-\left[\frac{\mu}{a_o(1-e_o^2)}\right]^{1/2}e_o\sin\theta_o \tag{65-10}$$

$$\frac{\partial\gamma_1}{\partial\theta_0}=\frac{-1}{v_1\sin\gamma_1}\left(\frac{\partial(v_o\cos\gamma_o)}{\partial\theta_0}-\frac{\partial v_1}{\partial\theta_o}\cos\gamma_1\right) \tag{65-11}$$

$$\frac{\partial\delta_1}{\partial\theta_0}=-\frac{1}{v_1\sin\gamma_1\cos\delta_1}\left(\sin\gamma_1\sin\delta_1\frac{\partial v_1}{\partial\theta_0}+v_1\cos\gamma_1\sin\delta_1\frac{\partial\gamma_1}{\partial\theta_0}\right) \tag{65-12}$$

$$\frac{\partial\theta_0}{\partial\theta_0}=1$$

ii） B 行列

$$B=\begin{bmatrix} \dfrac{\partial a_1}{\partial v_1} & 0 & 0 & \dfrac{\partial a_1}{\partial \theta_0} & 0 \\ \dfrac{\partial e_1}{\partial v_1} & \dfrac{\partial e_1}{a\gamma_1} & 0 & \dfrac{\partial e_1}{\partial \theta_0} & 0 \\ 0 & 0 & \dfrac{\partial i_1}{\partial \delta_1} & \dfrac{\partial i_1}{\partial \theta_0} & \dfrac{\partial i_1}{\partial t_x} \\ 0 & 0 & \dfrac{\partial \Omega_1}{\partial \delta_1} & \dfrac{\partial \Omega_1}{\partial \theta_0} & \dfrac{\partial \Omega_1}{\partial t_x} \\ \dfrac{\partial \omega_1}{\partial v_1} & \dfrac{\partial \omega_1}{\partial \gamma_1} & \dfrac{\partial \omega_1}{\partial \delta_1} & \dfrac{\partial \omega_1}{\partial \theta_0} & \dfrac{\partial \omega_1}{\partial t_x} \end{bmatrix} \tag{66}$$

$$\frac{\partial a_1}{\partial v_1}=\frac{2v_1a_1^2}{\mu} \tag{66-1}$$

$$\frac{\partial e_1}{\partial v_1}=-\frac{v_1r^2\sin^2\gamma_1}{2e_1\mu a_1}\left(2-\frac{v_1}{a_1}\frac{\partial a_1}{\partial v_1}\right) \tag{66-2}$$

$$\frac{\partial i_1}{\partial v_1}=0 \quad \frac{\partial \Omega_1}{\partial v_1}=0$$

$$\frac{\partial \omega_1}{\partial v_1}=-\frac{2\sin^2\theta_1}{\sin 2\gamma_1}\frac{r}{(2a_1-r)^2}\frac{\partial a_1}{\partial v_1} \tag{66-3}$$

$$\frac{\partial a_1}{\partial \gamma_1}=0$$

$$\frac{\partial e_1}{\partial \gamma_1}=-\frac{v_1^2r^2}{2a_1e_1\mu}\sin 2\gamma_1 \tag{66-4}$$

$$\frac{\partial i}{\partial \gamma_1}=0 \quad \frac{\partial \Omega_1}{\partial \gamma_1}=0$$

$$\frac{\partial \omega_1}{\partial \gamma_1}=2\left(\frac{\sin\theta_1}{\sin 2\gamma_1}\right)^2\left(1+\frac{r}{2a_1-r}\cos 2\gamma_1\right) \tag{66-5}$$

$$\frac{\partial a_1}{\partial \delta_1}=0 \quad \frac{\partial e_1}{\partial \delta_1}=0$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial i_1}{\partial \delta_1}&=\frac{1}{\sin i_1}(\sin\delta_1\cos i_0+\cos\delta_1\sin i_0\cos\hat{\theta}_0)\\ &=\cos\hat{\theta}_1\end{aligned} \tag{66-6}$$

$$\frac{\partial \Omega_1}{\partial \delta_1}=\frac{\sin i_0}{\sin\hat{\theta}_0}\left(\frac{\sin\hat{\Omega}_1}{\sin\delta_1}\right)^2=\frac{\sin\hat{\theta}_1}{\sin i_1} \tag{66-7}$$

$$\frac{\partial \omega_1}{\partial \delta_1}=-\frac{\sin i_0\sin\hat{\theta}_0}{\sin^2 i_1}\cos i_1=-\frac{\sin\hat{\theta}_1}{\sin i_1}\cos i_1 \tag{66-8}$$

$$\frac{\partial a_1}{\partial \theta_0}=\frac{2a_1^2}{\mu}\left(\frac{\mu}{r^2}\frac{\partial r}{\partial \theta_0}\right)=\frac{2a_1^2}{r^2}\frac{\partial r}{\partial \theta_0} \tag{66-9}$$

$$\frac{\partial r}{\partial \theta_0}=\frac{r^2}{a_0(1-e_0^2)}e_0\sin\theta_0$$

$$\frac{\partial e_1}{\partial \theta_0}=-\frac{1-e_1^2}{e_1}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial r}{\partial \theta_0}-\frac{1}{2a_1}\frac{\partial a_1}{\partial \theta_0}\right) \tag{66-10}$$

$$\frac{\partial i_1}{\partial\theta_0}=-\frac{1}{\sin i_1}\sin i_0\sin\hat{\theta}_0\sin\delta_1=-\sin\hat{\theta}_1\sin\delta_1 \tag{66-11}$$

$$\frac{\partial\Omega_1}{\partial\theta_0}=\frac{\sin\delta_1}{\sin^2 i_1}\left(\cos i_o\sin\delta_1+\sin i_o\cos\delta_1\cos\hat{\theta}_0\right)=\frac{\sin\delta_1\cos\hat{\theta}_1}{\sin i_1} \tag{66-12}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial\omega_1}{\partial\theta_0}&=\frac{1}{\sin i_1}\left(\frac{\sin\hat{\theta}_1}{\sin\hat{\theta}_0}\right)(\sin i_0\cos\delta_1+\cos i_0\sin\delta_1\cos\hat{\theta}_0)\\&\quad+2\frac{\sin^2\theta_1}{\sin 2\gamma_1}\frac{1}{(2a_1-r)^2}\left(r\frac{\partial a_1}{\partial\theta_0}-a_1\frac{\partial r}{\partial\theta_0}\right)\\&=\frac{\sin\hat{\theta}_1}{\sin\hat{\theta}_0}\cos\hat{\Omega}_1+\frac{2\sin^2\theta_1}{\sin 2\gamma_1}\frac{1}{(2a_1-r)^2}\left(r\frac{\partial a_1}{\partial\theta_0}-\frac{a_1\partial r}{\partial\theta_0}\right)\end{aligned} \tag{66-13}$$

さらに B 行列の第5列目は次のように計算される。

$$B_3=B_2B_1=\begin{bmatrix}\dfrac{\partial i_1}{\partial t_x}\\[2mm]\dfrac{\partial\Omega_1}{\partial t_x}\\[2mm]\dfrac{\partial\omega_1}{\partial t_x}\end{bmatrix}\qquad(3\times1) \tag{66-14}$$

$$B_2=\begin{bmatrix}\dfrac{\partial i_1}{\partial i_0}&\dfrac{\partial i_1}{\partial\Omega_0}&\dfrac{\partial i_1}{\partial\omega_0}\\[2mm]\dfrac{\partial\Omega_1}{\partial i_0}&\dfrac{\partial\Omega_1}{\partial\Omega_0}&\dfrac{\partial\Omega_1}{\partial\omega_0}\\[2mm]\dfrac{\partial\omega_1}{\partial i_0}&\dfrac{\partial\omega_1}{\partial\Omega_0}&\dfrac{\partial\omega_1}{\partial\omega_0}\end{bmatrix}\qquad(3\times3) \tag{66-15}$$

$$B_1=\begin{bmatrix}\dfrac{\partial i_0}{\partial t_x}\\[2mm]\dfrac{\partial\Omega_0}{\partial t_x}\\[2mm]\dfrac{\partial\omega_0}{\partial t_x}\end{bmatrix}\qquad(3\times1) \tag{66-16}$$

B_1 行列

$$\frac{\partial i_0}{\partial t_x}=\frac{w_E}{\sin i_0}\sin\varepsilon_E\sin i_L\sin\Omega_{LG}=w_E\sin i_L\sin x \tag{66-17}$$

$$\frac{\partial\Omega_o}{\partial t_x}=w_E\frac{\sin i_L}{\sin i_o}\cos x \tag{66-18}$$

$$\frac{\partial\omega_0}{\partial t_x}=-w_E\frac{\sin\varepsilon_E}{\sin i_o}\cos\Omega_o \tag{66-19}$$

B_2 行列

$$\frac{\partial i_1}{\partial i_0}=\cos\hat{\Omega}_1 \tag{66-20}$$

$$\frac{\partial i_1}{\partial \Omega_0}=0$$

$$\frac{\partial i_1}{\partial \omega_0}=-\sin\delta_1\sin\hat{\theta}_1 \tag{66-21}$$

$$\frac{\partial \Omega_1}{\partial i_0}=-\sin\hat{\Omega}_1\cot i_1 \tag{66-22}$$

$$\frac{\partial \Omega_1}{\partial \Omega_0}=1$$

$$\frac{\partial \Omega_1}{\partial \omega_0}=\frac{\sin\delta_1}{\sin i_1}\cos\hat{\theta}_1 \tag{66-23}$$

$$\frac{\partial \omega_1}{\partial i_0}=\frac{\sin\hat{\Omega}_1}{\sin i_1} \tag{66-24}$$

$$\frac{\partial \omega_1}{\partial \Omega_0}=0$$

$$\frac{\partial \omega_1}{\partial \omega_0}=\frac{\sin i_0}{\sin i_1}\cos\hat{\Omega}_1 \tag{66-25}$$

iii)　C 行列

$$C=\begin{bmatrix} \frac{\partial v_\infty}{\partial a_1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial \alpha}{\partial e_1} & \frac{\partial \alpha}{\partial i_1} & \frac{\partial \alpha}{\partial \Omega_1} & \frac{\partial \alpha}{\partial \omega_1} \\ 0 & \frac{\partial \beta}{\partial e_1} & \frac{\partial \beta}{\partial i_1} & 0 & \frac{\partial \beta}{\partial \omega_1} \end{bmatrix}$$

(3×5)　(67)

$$\frac{\partial v_\infty}{\partial a_1}=\frac{1}{2v_\infty}\frac{\mu}{a_1^2} \tag{67-1}$$

$$\frac{\partial v_\infty}{\partial e_1}=0,\quad \frac{\partial v_\infty}{\partial i_1}=0,\quad \frac{\partial v_\infty}{\partial \Omega_1}=0,\quad \frac{\partial v_\infty}{\partial \omega_1}=0$$

$$\frac{\partial \beta}{\partial a_1}=0$$

$$\frac{\partial \beta}{\partial e_1}=\frac{1}{\cos\beta}\cos(\psi-\omega_1)\frac{\partial \psi}{\partial e_1}\sin i_1 \tag{67-2}$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial e_1}=\frac{1}{e_1(e_1^2-1)^{1/2}}$$

$$\frac{\partial \beta}{\partial i_1}=\frac{1}{\cos\beta}\sin(\psi-\omega_1)\cos i_1 \tag{67-3}$$

$$\frac{\partial \beta}{\partial \Omega_1}=0$$

$$\frac{\partial \beta}{\partial \omega_1}=-\frac{1}{\cos\beta}\cos(\psi-\omega_1)\sin i_1 \tag{67-4}$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial a_1}=0$$

$$\frac{\partial\alpha}{\partial e_1}=-\frac{1}{\sin\alpha\cos\beta}\Big[(\sin(\psi-\omega_1)\cos\Omega_1-\cos(\psi-\omega_1)\sin\Omega_1\cos i_1)\frac{\partial\psi}{\partial e_1}$$
$$+\cos\alpha\sin\beta\frac{\partial\beta}{\partial e_1}\Big] \tag{67-5}$$

$$\frac{\partial\alpha}{\partial i_1}=-\frac{1}{\sin\alpha\cos\beta}\left(\sin(\psi-\omega_1)\sin\Omega_1\sin i_1+\cos\alpha\sin\beta\frac{\partial\beta}{\partial i_1}\right) \tag{67-6}$$

$$\frac{\partial\alpha}{\partial\Omega_1}=-\frac{1}{\sin\alpha\cos\beta}(\cos(\psi-\omega_1)\sin\Omega_1-\sin(\psi-\Omega_1)\cos\Omega_1\cos i_1) \tag{67-7}$$

$$\frac{\partial\alpha}{\partial\omega_1}=\frac{1}{\sin\alpha\cos\beta}(\sin(\psi-\omega_1)\cos\Omega_1-\cos(\psi-\omega_1)\sin\Omega_1\cos i_1$$
$$-\cos\alpha\sin\beta\frac{\alpha\beta}{\partial\omega_1}) \tag{67-8}$$

2. 偏差および誤差共分散

以上感度行列 S_R を計算したが，これを用いて制御ベクトルの初期偏差 $\triangle\bar{v}_c$ および初期誤差共分散が与えられた時に最終的には脱出速度ベクトルの偏差および誤差共分散を単純なマトリクス演算で求めることができる。これは感度行列だけでもよいけれども実際に入力値がずれた時の出力値のずれを直感的にみるために有用である。

i） 入力偏差

$$\triangle\bar{v}_c=[\triangle v_c,\ \triangle\gamma_c,\ \triangle\delta_c,\ \triangle\theta_0,\ \triangle t_x]^T$$

および誤差共分散 Pv_c

$$Pv_c=\mathrm{diag}[(\triangle v_c)^2,(\triangle\gamma_c)^2,(\triangle\delta_c)^2,(\triangle\theta_0)^2,(\triangle t_x)^2] \tag{5×5}$$

を入力値して与える。一般には Pv_c は，対角行列である必要はないが，簡単のため入力偏差の2乗を対角要素とする対角行列としている。

ii） 制御後速度ベクトル偏差 $\triangle\bar{v}_1$

$$\triangle\bar{v}_1=[\triangle v_1,\ \triangle\gamma_1,\ \triangle\delta_1,\ \triangle\theta_0,\ \triangle t_x]^T$$
$$\triangle\bar{v}_1=A\triangle\bar{v}_c \tag{68}$$
$$Pv_1=APv_cA^T \tag{69}$$

iii） 双曲線軌道偏差 $\triangle\bar{\eta}_1$

$$\triangle\bar{\eta}_1=[\triangle a_1,\ \triangle e_1,\ \triangle i_1,\ \triangle\Omega_1,\ \triangle\omega_1]^T$$
$$\triangle\bar{\eta}_1=B\triangle\bar{v}_1 \tag{70}$$
$$P\eta_1=BPv_1B^T \tag{71}$$

iv） 脱出速度ベクトル偏差 $\triangle\bar{v}_\infty$

$$\triangle\bar{v}_\infty=[\triangle v_\infty,\ \triangle\alpha,\ \triangle\beta]^T$$
$$\triangle\bar{v}_\infty=C\triangle\bar{\eta}_1 \tag{72}$$
$$Pv_\infty=CP\eta_1C^T \tag{73}$$

これらはすべて出力表示される

v）　感度行列

個々の感度行列およびそれらの組合せが表示される。

$A, B(B_2, B_1), C$

BA, CB

$S_R=CBA$

3．　初期軌道 $\bar{\eta}_1(\bar{\eta}_L')$ に対する感度行列 $S_{Rh}(S'_{Rh})$

この場合は目標ベクトル $\bar{v}_\infty$ の初期軌道に対する感度行列であるが，先にも述べたようにこの時制御はいわゆる頂点打ちに固定している。$\bar{\eta}_L$ と $\bar{\eta}_L'$ との関係は(49～53)式で規定されている。また制御後の速度ベクトルおよび双曲線軌道は第1部の式をそのまま用いても差支えないが，上記の前提の下に以下のように簡単化する。

双曲線軌道ベクトルとして(6)式の a_0, e_0 の代りに頂点高度 h_p および速度 v_p を用いる

$$\bar{\eta}_0=[h_p, v_p, i_0, \Omega_0, \omega_0]^T$$

ここで

$$h_p=a_L(1+e_L)=h_a \tag{74}$$

$$v_p=\left[\frac{\mu(1-e_L)}{h_p}\right]^{1/2}+v_c=v_a+v_c \tag{75}$$

$(i_0, \Omega_0, \omega_0)$ の関係式(9～11)は変らない。制御ベクトルに関しては v_c, $\gamma_c=\pi/2$, $\delta_c=0$, $\theta_0=\pi$ に固定する。したがって制御後の速度ベクトルも $v_1=v_p$ は上式で与えられ

$$\gamma_1=\pi/2,\ \delta_1=0$$

となる。さらに双曲線軌道要素は

$$a_1=\frac{\mu h_p}{2\mu-h_p v_p^2} \tag{76}$$

$$e_1=-1+\frac{h_p v_p^2}{\mu} \tag{77}$$

$$i_1=i_0 \tag{78}$$

$$\Omega_1=\Omega_0 \tag{79}$$

$$\omega_1=\omega_0+\pi \tag{80}$$

$$\theta_1=0 \tag{81}$$

となる。最後に脱出速度ベクトル $\bar{v}_\infty$ の関係式(31～33)は変らない。

ここで感度行列 S_{Rh} は次式で定義される。

$$S_{Rh}=\frac{\partial(v_\infty, \alpha, \beta)}{\partial(a_L, e_L, i_L, \Omega_L, \omega_L)} \quad (3\times 5) \tag{82}$$

これを分解すれば

$$S_{Rh}=CB_hA_h \tag{83}$$

$$C=\frac{\partial(v_\infty, \alpha, \beta)}{\partial(a_1, e_1, i_1, \Omega_1, \omega_1)} \quad (3\times 5) \tag{84}$$

$$B_h=\frac{\partial(a_1, e_1, i_1, \Omega_1, \omega_1)}{\partial(h_p, v_p, i_0, \Omega_0, \omega_0)} \quad (5\times 5) \tag{85}$$

$$A_h=\frac{\partial(h_p, v_p, i_0, \Omega_0, \omega_0)}{\partial(a_L, e_L, i_L, \Omega_L, \omega_L)} \qquad (5\times5) \quad (86)$$

である。

次に $\bar{\eta}_L'$ に対する感度行列 S'_{Rh} は S_{Rh} に $\bar{\eta}_L$ と $\bar{\eta}_L'$ との感度を掛けるだけでよい。すなわち

$$S'_{Rh}=\frac{\partial(v_\infty, \alpha, \beta)}{\partial(h_a, v_a, \theta, \lambda, \psi)}$$

$$=S_{Rh}Z \qquad (3\times5) \quad (87)$$

$$Z=\frac{\partial(a_L, e_L, i_L, \Omega_L, \omega_L)}{\partial(h_a, v_a, \theta, \lambda, \psi)} \qquad (5\times5) \quad (88)$$

以下に各行列を詳記する。

i ） A_h 行列

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial h_p}{\partial a_L} & \frac{\partial h_p}{\partial e_L} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial v_p}{\partial a_L} & \frac{\partial v_p}{\partial e_L} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial i_0}{\partial i_L} & \frac{\partial i_0}{\partial \Omega_L} & \frac{\partial i_0}{\partial \omega_L} \\ 0 & 0 & \frac{\partial \Omega_0}{\partial i_L} & \frac{\partial \Omega_0}{\partial \Omega_L} & \frac{\partial \Omega_0}{\partial \omega_L} \\ 0 & 0 & \frac{\partial \omega_0}{\partial i_L} & \frac{\partial \omega_0}{\partial \Omega_L} & \frac{\partial \omega_0}{\partial \omega_L} \end{bmatrix} \qquad (89)$$

$$\frac{\partial h_p}{\partial a_L}=1+e_L \qquad (89\text{-}1)$$

$$\frac{\partial h_p}{\partial e_L}=a_L \qquad (89\text{-}2)$$

$$\frac{\partial v_p}{\partial a_L}=-\frac{\mu}{2v_p}\frac{1-e_L}{h_p^2}\frac{2h_p}{\partial a_L} \qquad (89\text{-}3)$$

$$\frac{\partial v_p}{\partial e_L}=-\frac{\mu}{2v_p h_p}\left(1+\frac{1-e_L}{h_p}\frac{\partial h_p}{\partial e_L}\right) \qquad (89\text{-}4)$$

$$\frac{\partial i_0}{\partial i_L}=\frac{-1}{\sin i_0}(-\cos\varepsilon_E\sin i_L+\sin\varepsilon_E\cos i_L\cos\Omega_{LG})=\cos x \qquad (89\text{-}5)$$

$$\frac{\partial i_0}{\partial \Omega_L}=\sin i_L\sin x \qquad (89\text{-}6)$$

$$\frac{\partial i_0}{\partial \omega_L}=0$$

$$\frac{\partial \Omega_0}{\partial i_L}=-\frac{\sin x}{\sin i_0} \qquad (89\text{-}7)$$

$$\frac{\partial \Omega_0}{\partial \Omega_L}=\frac{\sin i_L}{\sin i_0}\cos x \qquad (89\text{-}8)$$

$$\frac{\partial \Omega_0}{\partial \omega_L}=0$$

$$\frac{\partial \omega_0}{\partial i_L}=\sin x \cot i_0 \tag{89-9}$$

$$\frac{\partial \omega_0}{\partial \Omega_L}=-\frac{\sin \varepsilon_E}{\sin i_0}\cos \Omega_0 \tag{89-10}$$

$$\frac{\partial \omega_0}{\partial \omega_L}=1 \tag{89-11}$$

ii）　B_h 行列

$$B_h=\begin{bmatrix} \frac{\partial a_1}{\partial h_p} & \frac{\partial a_1}{\partial v_p} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial e_1}{\partial h_p} & \frac{\partial e_1}{\partial v_p} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{90}$$

$$\frac{\partial a_1}{\partial h_p}=\frac{2\mu^2}{(2\mu-h_p v_p^2)^2} \tag{90-1}$$

$$\frac{\partial e_1}{\partial h_p}=\frac{v_p^2}{\mu} \tag{90-2}$$

$$\frac{\partial a_1}{\partial v_p}=\frac{2h_p^2 v_p \mu}{(2\mu-h_p v_p^2)^2} \tag{90-3}$$

$$\frac{\partial e_1}{\partial v_p}=\frac{2h_p v_p}{\mu} \tag{90-4}$$

$$\frac{\partial i_1}{\partial i_0}=1 \tag{90-5}$$

$$\frac{\partial \Omega_1}{\partial \Omega_0}=1 \tag{90-6}$$

$$\frac{\partial \omega_1}{\partial \omega_0}=1 \tag{90-7}$$

iii）　C 行列

C 行列は1節の C と全く同じである

iv）　Z 行列

$$Z=\begin{bmatrix} \frac{\partial a_L}{\partial h_a} & \frac{\partial a_L}{\partial v_a} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial e_L}{\partial h_a} & \frac{\partial e_L}{\partial v_a} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial i_L}{\partial \theta} & 0 & \frac{\partial i_L}{\partial \varphi} \\ 0 & 0 & \frac{\partial \Omega_L}{\partial \theta} & \frac{\partial \Omega_L}{\partial \lambda} & \frac{\partial \Omega_L}{\partial \varphi} \\ 0 & 0 & \frac{\partial \omega_L}{\partial \theta} & 0 & \frac{\partial \omega_L}{\partial \varphi} \end{bmatrix} \tag{91}$$

$$\frac{\partial a_L}{\partial h_a}=2\left(\frac{a_L}{h_a}\right)^2 \tag{91-1}$$

$$\frac{\partial a_L}{\partial v_a}=\frac{2v_a a_L^2}{\mu} \tag{91-2}$$

$$\frac{\partial e_L}{\partial h_a}=-\frac{v_a^2 h_a}{\mu a_L e_L}+\frac{v_a^2 h_a^2}{2\mu a_L^2 e_L}\frac{\partial a_L}{\partial h_a} \tag{91-3}$$

$$\frac{\partial e_L}{\partial v_a}=-\frac{v_a h_a^2}{\mu a_L e_L}+\frac{v_a^2 h_a^2}{2\mu a_L^2 e_L}\frac{\partial a_L}{\partial v_a} \tag{91-4}$$

$$\frac{\partial i_L}{\partial \theta}=-\frac{\cos\theta}{\sin i_L}\cos\varphi \tag{91-5}$$

$$\frac{\partial i_L}{\partial \varphi}=+\frac{\sin\theta\sin\varphi}{\sin i_L} \tag{91-6}$$

$$\frac{\partial \Omega_L}{\partial \theta}=-\left(\frac{\cos(\lambda-\Omega_L)}{\cos\theta}\right)^2\sin\varphi \tag{91-7}$$

$$\frac{\partial \Omega_L}{\partial \lambda}=1 \tag{91-8}$$

$$\frac{\partial \Omega_L}{\partial \varphi}=-\cos^2(\lambda-\Omega_L)\cos\varphi\tan\theta \tag{91-9}$$

$$\frac{\partial \omega_L}{\partial \theta}=\left(\frac{\cos\omega_L}{\cos\theta}\right)^2\sin\theta\tan\varphi \tag{91-10}$$

$$\frac{\partial \omega_L}{\partial \varphi}=\left(\frac{\cos\omega_L}{\cos\varphi}\right)^2\frac{1}{\cos\theta} \tag{91-11}$$

4. 偏差および誤差共分散

これは2節における記述と全く同様であるので以下数式のみを記す

i) 入力偏差

$$\triangle\bar{\eta}_L'=[\triangle h_a,\ \triangle v_a,\ \triangle\theta,\ \triangle\lambda,\ \triangle\varphi]^T$$

$$P\eta_L'=\mathrm{diag}[(\triangle h_a)^2,(\triangle v_a)^2,(\triangle\theta)^2,(\triangle\lambda)^2,(\triangle\varphi)^2]$$

ii) 初期軌道偏差（赤道系-TOD）

$$\triangle\bar{\eta}_L=[\triangle a_L,\ \triangle e_L,\ \triangle i_L,\ \triangle\Omega_L,\ \triangle\omega_L]^T$$

$$=Z\triangle\bar{\eta}_L' \tag{92}$$

$$P_{\eta L}=ZP\eta_L'Z^T \tag{93}$$

iii) 制御後軌道偏差（黄道系-TOD）

$$\triangle\bar{\eta}_h=[\triangle h_p,\ \triangle v_p,\triangle i_o,\ \triangle\Omega_0,\ \triangle\omega_0]^T$$

$$=A_h\triangle\bar{\eta}_L \tag{94}$$

$$P_{\eta h}=A_hP_{\eta L}A_h{}^T \tag{95}$$

iv) 双曲線軌道偏差（黄道系-TOD）

$$\triangle\bar{\eta}_1=[\triangle a_1,\ \triangle e_1,\ \triangle i_1,\ \triangle\Omega_1,\ \triangle\omega_1]^T$$

$$=B_h\triangle\eta_h \tag{96}$$

$$P_{\eta 1}=B_hP_{\eta h}B_h{}^T \tag{97}$$

v) 脱出速度ベクトル偏差

$$\triangle\bar{v}_\infty=[\triangle v_\infty,\ \triangle\alpha,\ \triangle\beta]^T$$
$$=C\triangle\bar{\eta}_1 \tag{98}$$
$$P_{v\infty}=CP_{\eta 1}C^T \tag{99}$$

vi）感度行列

$Z,\ A_h,\ B_h,\ C$

$A_hZ,\ B_hA_h,\ CB_h$

$B_hA_hZ,$

$S_{Rh}=CB_hA_h$

$S'_{Rh}=CB_hA_hZ=S_{Rh}Z$

V．Interplanetary-phaseにおける前提条件

i）前提条件

先にも述べたようにSAPではRocket-phaseとInterplanetary-phaseを完全に切り離して考え，後者ではRocket-phaseの出力として与えられる脱出速度ベクトル$\bar{v}_\infty$と地球の太陽廻りの速度ベクトル$\bar{v}_0$との合成速度ベクトルを初速度ベクトルとして，太陽の重力による楕円軌道に入るものとする。したがって$\bar{v}_\infty$ベクトルに適当な座標変換を行って$\bar{v}_c$ベクトルを求め，これを制御ベクトルとすれば第2部I～IV章の解析結果はほとんどそのまま使用できる。座標系はすべて黄道系-TODである。

その場合地球-太陽重力圏移行時の中間的な重力の推移な無視され，また実際には地球の太陽に対するSOI（Sphere of Influence）の境界は地球から約100万キロ程度であるが，これも制御時の地球の位置に固定される。これらの近似による誤差を相殺するためv_∞の値をやや大きくするとか制御時刻を少し遅らせるなどの対策を講ずることとする。

また月および他の惑星の影響は無視する。したがってこのプログラムで得られる太陽廻りの軌道は実際とは異ってくるが，本プログラムの主目的は制御感度を得ることであるから上記の近似の影響は2次的なものであると考えられる。

またInterplanetary-phaseの最終出力は与えられた時刻における黄道面上の衛星の位置$\bar{\eta}_2=(x_2,\ y_2,\ z_2)^T$およびflight time T_fである。実際には制御時刻からT_f後の位置が$\bar{\eta}_2$であるので$\bar{\eta}_2$に対する制御感度を求めるにはT_fは確定しなければならず，またT_fに対する感度を求めるには$\bar{\eta}_2$を固定しなければならないので矛盾するが，後者では後に説明するようにT_fを$\bar{\eta}_2$の近傍のある領域に達するまでの時間と考え，両方の感度を同じ行列の中に併列して扱うことにするが，前提条件の異る点は注意を要する。

ii）初期軌道　$\bar{\eta}_0$

この場合の初期軌道は衛星が地球と共に太陽の周りを飛んでいると考えるので地球の軌道そのものである。

また座標系は黄道系であるから赤道系の$\bar{\eta}_L$はなく直接$\bar{\eta}_0$が入力として与えられる。

$$\bar{\eta}_0=[a_0,\ e_0,\ i_0,\ \Omega_0,\ \omega_0]^T$$

ここで

$$\mu=\mu_s=132,7132,7000\,(\mathrm{km^3/sec^2})$$

$a_0=1{,}4959{,}7870(\mathrm{km})$

$e_0=0.01672$

$i_0=0.00429(\mathrm{deg})$

$\Omega_0=174.33673(\mathrm{deg})$

$\omega_0=-72.15477(\mathrm{deg})$

また $\theta_0=\theta_E$ は簡単のため円軌道を想定して次式で計算する。

$$\theta_E=-(\Omega_0+\omega_0)+\alpha_E' \tag{100}$$

ここで

α_E'：黄道系-TODの制御時刻における春分点方向より測った地球の位置（角度）

さらに

$\alpha_E'=\alpha_E+\triangle\alpha_E$

α_E：打上日 $UTC\text{-}O^h$ の地球の位置（角度）

$\triangle\alpha_E$：X時から実際の制御時刻までの時間およびそれから衛星がSOIに達するまでの時間に対応する調整パラメーター（角度）

iii） 入力速度ベクトル $\bar{v}_{in}$

$\bar{v}_\infty$ に上記の θ_E を加える。

$$\bar{v}_{in}=[\bar{v}_\infty^T,\ \theta_E]^T=[v_\infty,\ \alpha,\ \beta,\ \theta_E]^T$$

iv） 速度制御ベクトル $\bar{v}_c$

$$\bar{v}_c=[v_c,\ \gamma_c,\ \delta_c,\ \theta_E]^T$$

この場合入力値はRocket-phaseによって計算される $\bar{v}_\infty=[v_\infty,\alpha,\beta]^T$ であって，α,β は，黄道面座標系の方位角および仰角であり，γ_c, δ_c は初期軌道面（この場合は脱出双曲線軌道面）を規準とした角度であるから次の座標変換が必要となる。

$$v_c=v_\infty \tag{101}$$

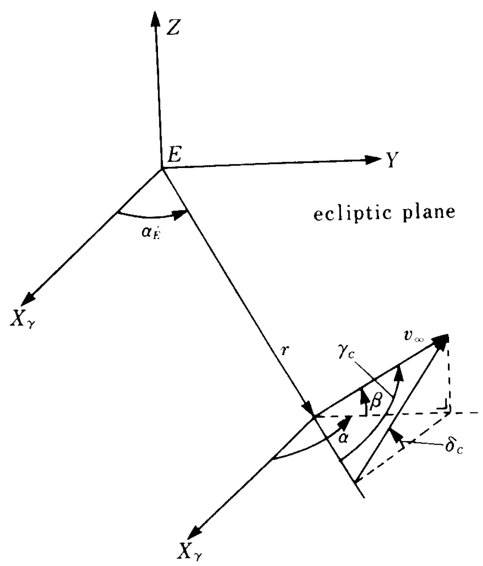

図6 脱出速度ベクトル $\bar{v}_\infty$ の黄道系表示

$$\cos\gamma_c=\cos(\alpha-\alpha_E')\cos\beta \qquad 0\leqq\gamma_c\leqq\pi \tag{102}$$

$$\tan\delta_c=\frac{\tan\beta}{\sin(\alpha-\alpha_E')} \tag{103}$$

$$\theta_E=\theta_E \tag{104}$$

v）制御後速度ベクトル $\bar{v}_1$ および軌道要素 $\bar{\eta}_1$

$$\bar{v}_1=[v_1,\gamma_1,\delta_1,\theta_E]^T$$

$$\bar{\eta}_1=[a_1,e_1,i_1,\Omega_1,\omega_1,\theta_1]^T$$

Rocket-phase と同様に定義され

$\bar{v}_1$ は(17〜20)式，$\bar{\eta}_1$ は(22〜29)式で計算される。

vi） Encounter parameter

Interplanetary-phase で最も注目されるのは Halley 彗星と遭遇時における衛星の位置である。

この場合秋分点（地球が黄道系-TOD の X 軸を通過する時刻）より測った2時刻を規定する。

T_1：秋分点（X 軸通過時刻）より測ったロケット第1段打上時刻（days)

T_2：秋分点より測った衛星のハーレイ彗星遭遇時刻（days)

Interplanetary-phase における制御時刻は前記 T_1 より，地球-太陽間の SOI に達するまでの遅れを考慮してその間の地球の公転角度 $\triangle\alpha_E$（前出）に対する時間だけ遅らせこれを T_1' とする.

$$T_1'=T_1+\triangle\alpha_E/w_s \tag{105}$$

w_s：地球の公転角速度（rad/day)

したがって flight time T_f は次式で与えられる.

$$T_f=T_2-T_1' \tag{106}$$

T_1, T_2 は入力値としては便宜上 days で与えるが内部計算では秒で扱うので以下そのように諒解するものとする。

また t_1, t_2 をそれぞれ楕円軌道 $\bar{\eta}_1$ の perigee 通過時より測った制御時刻および encounter 時刻（それぞれ T_1', T_2 に対応する）とすればこれらは次式で与えられる.

$$\tan\frac{E_1}{2}=\left(\frac{1-e_1}{1+e_1}\right)^{1/2}\tan\frac{\theta_1}{2} \tag{107}$$

$$t_1=\left(\frac{a_1^3}{\mu}\right)^{1/2}(E_1-e_1\sin E_1) \tag{108}$$

$$t_2=t_1+T_f$$

この t_2 を用いて encounter 時の衛星の離心近点角 E_2 を次の Kepler の方程式を解いて求める.

$$E_2-e_1\sin E_2=\left(\frac{\mu}{a_1^3}\right)^{1/2}t_2 \tag{109}$$

ここで $\bar{\eta}_2$ の極座標表示を $\bar{r}_2$ とすれば

$$\bar{r}_2=[r_2,i_1,\Omega_1,\hat{\theta}_2]^T$$

i_1, Ω_1 は $\bar{\eta}_1$ よりまた r_2, $\hat{\theta}_2$ は次式で計算される。

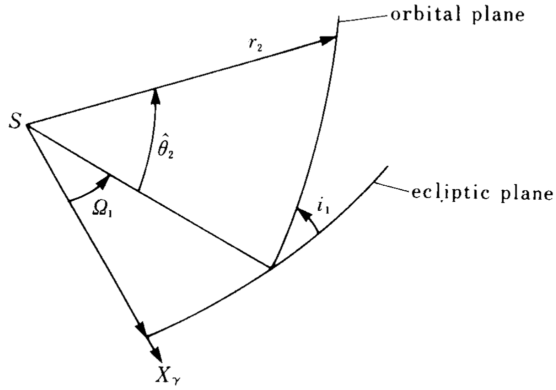

図 7 Encounter 点の極座標表示

$$r_2 = a_1(1 - e_1\cos E_2) \tag{110}$$

$$\tan\frac{\theta_2}{2} = \left(\frac{1+e_1}{1-e_1}\right)^{1/2}\tan\frac{E_2}{2} \tag{111}$$

$$\hat{\theta}_2 = \theta_2 + \omega_1 \tag{112}$$

したがって θ_2 は真近点離角であり $\hat{\theta}_2$ は perigee から $\bar{r}_2$ ベクトルまでの角度である。この $\bar{r}_2$ ベクトルの要素を用いて直交座標 $\bar{\eta}_2 = [x_2, y_2, z_2]^T$ (黄道系-TOD) は次式で計算される。

$$x_2 = r_2(\cos\hat{\theta}_2\cos\Omega_1 - \sin\hat{\theta}_2\sin\Omega_1\cos i_1) \tag{113}$$

$$y_2 = r_2(\cos\hat{\theta}_2\sin\Omega_1 + \sin\hat{\theta}_2\cos\Omega_1\cos i_1) \tag{114}$$

$$z_2 = r_2\sin\hat{\theta}_2\sin i_1 \tag{115}$$

VI. Interplanetary phase の感度行列および偏差

1) 感度行列 S_I および S_{Ir}

これは脱出速度ベクトル $\bar{v}_{in}(\bar{v}_\infty, \theta_E)$ に対する encounter 座標 $\bar{\eta}_2$ または $\bar{r}_2$ の感度行列でそれぞれ S_I および S_{Ir} と記す. したがって

$$S_I = \frac{\partial\bar{\eta}_2}{\partial\bar{v}_{in}} = \frac{\partial(x_2, y_2, z_2, T_f)}{\partial(v_\infty, \alpha, \beta, \theta_E)} \tag{116}$$

また

$$S_{Ir} = \frac{\partial\bar{r}_2}{\partial\bar{v}_{in}} = \frac{\partial(r_2, i_1, \Omega_1, \hat{\theta}_2)}{\partial(v_\infty, \alpha, \beta, \theta_E)} \qquad (4\times4) \tag{117}$$

である. 計算の便宜上 S_I は次のように行列の積に分解する.

$$S_I = GFED \tag{118}$$

この時(117)式の S_{Ir} は次式で与えられる.

$$S_{Ir} = G_1FED \qquad (4\times4) \tag{119}$$

以下各感度行列の詳細を列記する

$$G = \frac{\partial(x_2, y_2, z_2, T_f)}{\partial(a_1, e_1, i_1, \Omega_1, \omega_1, \theta_1)} \qquad (4\times6) \tag{120}$$

$$F=\frac{\partial(a_1, e_1, i_1, \Omega_1, \omega_1, \theta_1)}{\partial(v_1, \gamma_1, \delta_1, \theta_E)} \quad (6\times 4) \quad (121)$$

$$E=\frac{\partial(v_1, \gamma_1, \delta_1, \theta_E)}{\partial(v_c, \gamma_c, \delta_c, \theta_E)} \quad (4\times 4) \quad (122)$$

$$D=\frac{\partial(v_c, \gamma_c, \delta_c, \theta_E)}{\partial(v_\infty, \alpha, \beta, \theta_E)} \quad (4\times 4) \quad (123)$$

である.

さらに G 行列を次のように分割する.

$$G=\begin{bmatrix} G_2\cdot G_1 \\ G_3 \end{bmatrix}\begin{matrix}\}3 \\ \}1\end{matrix} \quad (124)$$

ここで

$$G_2=\frac{\partial(x_2, y_2, z_2)}{\partial(r_2, i_1, \Omega_1, \hat{\theta}_2)} \quad (3\times 4) \quad (125)$$

$$G_1=\frac{\partial(r_2, i_1, \Omega_1, \hat{\theta}_2)}{\partial(a_1, e_1, i_1, \Omega_1, \omega_1, \theta_1)} \quad (4\times 6) \quad (126)$$

$$G_3=\frac{\partial T_f}{\partial(a_1, e_1, i_1, \Omega_1, \omega_1, \theta_1)} \quad (1\times 6) \quad (127)$$

ただし G 行列の中で (x_2, y_2, z_2) に対する偏微分 G_2G_1 は前記の式を直接 $\bar{r}_2$ ベクトルの要素によって偏微分したものであるが最後の T_f に対する偏微分 G_3 は i)にも述べたように G_2G_1 とは異る前提條件に従っている。

この場合 T_f を固定せず変数として扱っているがこれは目標点に到達するまでに要する時間とすればよいがそうすると関係式が繁雑になり過ぎるのでその近傍に到達するまでの時間という意味で次式で与えられる。

$$\cos\tilde{\theta}_2=\cos\hat{\theta}_2\cos\Omega_1-\sin\hat{\theta}_2\sin\Omega_1\cos i_1 \quad (128)$$

$\tilde{\theta}_2$ を中心角とする X 軸周りの円錐を考え T_f をその円錐の表面に到達するまでの時間と考える。

以下の G_3 で求める偏微分ではこの $\tilde{\theta}_2$ を定数として計算している。この仮定は決して厳密なものではないが近似的には目標点近傍に達するまでの flight time に対する感度と見なすことができよう。

i)　D 行列

$$D=\begin{bmatrix} \frac{\partial v_c}{\partial v_\infty} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial\gamma_c}{\partial\alpha} & \frac{\partial\gamma_c}{\partial\beta} & \frac{\partial\gamma_c}{\partial\theta_E} \\ 0 & \frac{\partial\delta_c}{\partial\alpha} & \frac{\partial\delta_c}{\partial\beta} & \frac{\partial\delta_c}{\partial\theta_E} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (129)$$

$$\frac{\partial v_c}{\partial v_\infty}=1 \quad (129\text{-}1)$$

$$\frac{\partial\gamma_c}{\partial\alpha}=\frac{\cos\beta}{\sin\gamma_c}\sin(\alpha-\alpha_E') \tag{129-2}$$

$$\frac{\partial\delta_c}{\partial\alpha}=-\tan\delta_c\cot\gamma_c\frac{\partial\gamma_c}{\partial\alpha} \tag{129-3}$$

$$\frac{\partial\delta_c}{\partial\theta_E}=\sin\delta_c\cos\delta_c\cot(\alpha-\alpha_E') \tag{129-4}$$

$$\frac{\partial\gamma_c}{\partial\theta_E}=-\tan\gamma_c\cot\delta_c\frac{\partial\delta_c}{\partial\theta_E} \tag{129-5}$$

$$\frac{\partial\gamma_c}{\partial\beta}=\frac{\sin\beta}{\sin\gamma_c}\cos(\alpha-\alpha_E') \tag{129-6}$$

$$\frac{\partial\delta_c}{\partial\beta}=\frac{1}{\sin\gamma_c\sin\delta_c}\left(\cos\beta-\cos\gamma_c\sin\delta_c\frac{\partial\gamma_c}{\partial\beta}\right) \tag{129-7}$$

ii） E 行列

E 行列(4×4)は第IV節の A 行列で第5列を（t_x に関する偏微分）を除いたものに等しい。

iii） F 行列

F 行列(6×4)は第IV節の B 行列で第5列を（t_x に関する偏微分）を除きさらに第6列に θ_1 に対する偏微分を加えたものに等しい

iv） G 行列

G_1 行列

$$G_1=\begin{bmatrix} \frac{\partial r_2}{\partial a_1} & \frac{\partial r_2}{\partial e_1} & 0 & \frac{\partial r_2}{\partial\Omega_1} & 0 & \frac{\partial r_2}{\partial\theta_1} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{\partial\hat{\theta}_2}{\partial a_1} & \frac{\partial\hat{\theta}_2}{\partial e_1} & 0 & \frac{\partial\hat{\theta}_2}{\partial\Omega_1} & 1 & \frac{\partial\hat{\theta}_2}{\partial\theta_1} \end{bmatrix} \tag{130}$$

$$\frac{\partial E_2}{\partial a_1}=-\frac{1}{1-e_1\cos E_2}\frac{3}{2}\left(\frac{\mu}{a_1^5}\right)^{1/2}T_f \tag{130-1}$$

$$\frac{\partial E_2}{\partial e_1}=\frac{1}{(1-e_1\cos E_2)}\left[\sin E_2+\left(\frac{\mu}{a_1^3}\right)^{1/2}\frac{\partial t_1}{\partial e_1}\right] \tag{130-2}$$

$$\frac{\partial t_1}{\partial e_1}=-\left(\frac{a_1^3}{\mu}\right)^{1/2}\left[\sin E_1+\left(\frac{\sin\theta_1}{1+e_1\cos\theta_1}\right)^2\frac{1-e_1\cos E_1}{\sin E_1}\right] \tag{130-3}$$

$$\frac{\partial t_1}{\partial\theta_1}=-\frac{(1-e_1^2)\sin\theta_1}{(1+e_1\cos\theta_1)^2}\,\frac{1-e_1\cos E_1}{\sin E_1}\left(\frac{a_1^3}{\mu}\right)^{1/2} \tag{130-4}$$

$$\frac{\partial E_2}{\partial\theta_1}=\left(\frac{\mu}{a_1^3}\right)^{1/2}\frac{\partial t_1}{\partial\theta_1}\,\frac{1}{1-e_1\cos E_2} \tag{130-5}$$

以下の計算において本来は encounter 時刻を指示するパラメーター $T_f=T_2-T_1'$ を $\bar{\eta}_1$ に追加すべきであるが TOD-黄道面は初期軌道面とほぼ一致して居りまたこれが円軌道であると考えて $\Omega_1=\alpha_E'$，$T_1'=\alpha_E'/w_s$ なる関係から Ω_1 によって代表させ以下の Ω_1 に関

する偏微分を導入している。

$$\frac{\partial r_2}{\partial a_1}=1-e_1\cos E_2+a_1e_1\sin E_2\frac{\partial E_2}{\partial a_1} \tag{130-6}$$

$$\frac{\partial r_2}{\partial e_1}=-a_1\cos E_2+a_1e_1\sin E_2\frac{\partial E_2}{\partial e_1} \tag{130-7}$$

$$\frac{\partial r_2}{\partial \theta_1}=a_1e_1\sin E_2\frac{\partial E_2}{\partial \theta_1} \tag{130-8}$$

$$\frac{\partial \hat{\theta}_2}{\partial a_1}=-\frac{1-e_1^2}{r_2^2e_1\sin\theta_2}\left(r_2-a_1\frac{\partial r_2}{\partial a_1}\right) \tag{130-9}$$

$$\frac{\partial \hat{\theta}_2}{\partial e_1}=\frac{1}{r_2^2e_1^2\sin\theta_2}\left[r_2(-r_2+a_1(1+e_1^2))+a_1e_1(1-e_1^2)\frac{\partial r_2}{\partial e_1}\right] \tag{130-10}$$

$$\frac{\partial \hat{\theta}_2}{\partial \theta_1}=\frac{a_1(1-e_1^2)}{e_1r_2^2\sin\theta_2}\frac{\partial r_2}{\partial \theta_1} \tag{130-11}$$

$$t_2=T_2-T_1'+t_1$$

$$\frac{\partial T_1'}{\partial \Omega_1}=\frac{1}{w_s}\quad \frac{\partial t_2}{\partial \Omega_1}=-\frac{1}{w_s} \tag{130-12}$$

$$\frac{\partial E_2}{\partial \Omega_1}=\left(\frac{\mu}{a_1^3}\right)^{1/2}\frac{1}{1-e_1\cos E_2}\frac{\partial t_2}{\partial \Omega_1} \tag{130-13}$$

$$\frac{\partial r_2}{\partial \Omega_1}=a_1e_1\sin E_2\frac{\partial E_2}{\partial \Omega_1} \tag{130-14}$$

$$\frac{\partial \hat{\theta}_2}{\partial \Omega_1}=\frac{a_1(1-e_1^2)}{e_1\gamma_1^2\sin\theta_2}\frac{\partial r_2}{\partial \Omega_1} \tag{130-15}$$

G_2 行列

$$G_2=\begin{bmatrix} \frac{\partial x_2}{\partial r_2} & \frac{\partial x_2}{\partial i_1} & \frac{\partial x_2}{\partial \Omega_1} & \frac{\partial x_2}{\partial \hat{\theta}_2} \\ \frac{\partial y_2}{\partial r_2} & \frac{\partial y_2}{\partial i_1} & \frac{\partial y_2}{\partial \Omega_1} & \frac{\partial y_2}{\partial \hat{\theta}_2} \\ \frac{\partial z_2}{\partial r_2} & \frac{\partial z_2}{\partial i_1} & 0 & \frac{\partial z_2}{\partial \hat{\theta}_2} \end{bmatrix} \tag{131}$$

$$\frac{\partial x_2}{\partial r_2}=\cos\hat{\theta}_2\cos\Omega_1-\sin\hat{\theta}_2\sin\Omega_1\cos i_1 \tag{131-1}$$

$$\frac{\partial y_2}{\partial r_2}=\cos\hat{\theta}_2\sin\Omega_1+\sin\hat{\theta}_2\cos\Omega_1\cos i_1 \tag{131-2}$$

$$\frac{\partial z_2}{\partial r_2}=\sin\hat{\theta}_2\sin i_1 \tag{131-3}$$

$$\frac{\partial x_2}{\partial i_1}=r_2\sin\hat{\theta}_2\sin\Omega_1\sin i_1 \tag{131-4}$$

$$\frac{\partial y_2}{\partial i_1}=-r_2\sin\hat{\theta}_2\cos\Omega_1\sin i_1 \tag{131-5}$$

$$\frac{\partial z_2}{\partial i_1}=r_2\sin\hat{\theta}_2\cos i_1 \tag{131-6}$$

$$\frac{\partial x_2}{\partial \Omega_1} = -r_2(\cos\hat{\theta}_2 \sin\Omega_1 + \sin\hat{\theta}_2 \cos\Omega_1 \cos i_1) \tag{131-7}$$

$$\frac{\partial y_2}{\partial \Omega_1} = r_2(\cos\hat{\theta}_2 \cos\Omega_1 - \sin\hat{\theta}_2 \sin\Omega_1 \cos i_1) \tag{131-8}$$

$$\frac{\partial z_2}{\partial \Omega_1} = 0$$

$$\frac{\partial x_2}{\partial \hat{\theta}_2} = -r_2(\sin\hat{\theta}_2 \cos\Omega_1 + \cos\hat{\theta}_2 \sin\Omega_1 \cos i_1) \tag{131-9}$$

$$\frac{\partial y_2}{\partial \hat{\theta}_2} = r_2(-\sin\hat{\theta}_2 \sin\Omega_1 + \cos\hat{\theta}_2 \cos\Omega_1 \cos i_1) \tag{131-10}$$

$$\frac{\partial z_2}{\partial \hat{\theta}_2} = r_2 \cos\hat{\theta}_2 \sin i_1 \tag{131-11}$$

G_3 行列

$$G_3 = \left[\frac{\partial T_f}{\partial a_1} \; \frac{\partial T_f}{\partial e_1} \; \frac{\partial T_f}{\partial i_1} \; \frac{\partial T_f}{\partial \Omega_1} \; \frac{\partial T_f}{\partial \omega_1} \; \frac{\partial T_f}{\partial \theta_1} \right] \tag{132}$$

$$\frac{\partial T_f}{\partial a_1} = \frac{3}{2} \frac{T_f}{a_1} \tag{132-1}$$

$$\frac{\partial T_f}{\partial e_1} = \frac{\partial t_2}{\partial e_1} - \frac{\partial t_1}{\partial e_1} \tag{132-2}$$

$$\frac{e t_2}{\partial e_1} = -\left(\frac{a_1^3}{\mu}\right)^{1/2} \left[\sin E_2 + \left(\frac{\sin\theta_2}{1 + e_1 \cos\theta_2}\right)^2 \frac{1 - e_1 \cos E_2}{\sin E_2}\right] \tag{132-3}$$

$\dfrac{\partial t_1}{\partial e_1}$ 前出と同じ

$$\frac{\partial T_f}{\partial \theta_1} = -\frac{\partial t_1}{\partial \theta_1} \tag{132-4}$$

$\dfrac{\partial t_1}{\partial \theta_1}$ 前出と同じ

$$\frac{\partial T_f}{\partial \omega_1} = \frac{\partial t_2}{\partial \omega_1}$$

$$\frac{\partial t_2}{\partial \omega_1} = -\frac{(1 - e_1^2)\sin\theta_2}{(1 + e_1 \cos\theta_2)^2} \frac{1 - e_1 \cos E_2}{\sin E_2} \left(\frac{a_1^3}{\mu}\right)^{1/2} \tag{132-5}$$

$$\frac{\partial \theta_2}{\partial i_1} = \sin\hat{\theta}_2 \tag{132-6}$$

$$\frac{\partial E_2}{\partial i_1} = \frac{1 - e_1^2}{\sin E_2} \frac{\sin\theta_2}{(1 + e_1 \cos\theta_2)^2} \frac{\partial \theta_2}{\partial i_1} \tag{132-7}$$

$$\frac{\partial t_2}{\partial i_1} = \left(\frac{a_1^3}{\mu}\right)^{1/2} (1 - e_1 \cos E_2) \frac{\partial E_2}{\partial i_1} \tag{132-8}$$

$$\frac{\partial T_f}{\partial i_1} = \frac{\partial t_2}{\partial i_1} \qquad \because \frac{\partial t_1}{\partial i_1} = 0 \tag{132-9}$$

$$\frac{\partial \theta_2}{\partial \Omega_1} = -\frac{\sin\hat{\theta}_2}{\sin\Omega_1} \tag{132-10}$$

$$\frac{\partial E_2}{\partial \Omega_1}=\frac{1-e_1^2}{\sin E_2}\frac{\sin\theta_2}{(1+e_1\cos\theta_2)^2}\frac{\partial\theta_2}{\partial\Omega_1} \tag{132-11}$$

$$\frac{\partial t_2}{\partial \Omega_1}=\left(\frac{a_1^3}{\mu}\right)^{1/2}(1-e_1\cos E_2)\frac{\partial E_2}{\partial \Omega_1} \tag{132-12}$$

$$\frac{\partial T_f}{\partial \Omega_1}=\frac{\partial t_2}{\partial \Omega_1}\ (\text{前出}) \qquad \because \frac{\partial t_1}{\partial \Omega_1}=0 \tag{132-13}$$

2.　偏差および誤差共分散

2.および4.節と全く同様にして偏差および誤差共散分散を定義する.

i）　入力偏差 $\triangle \bar{v}_{in}$

Option 2：これはInterplanetary-phaseのみ独立に計算するので次の入力値が必要となる.

$$\triangle \bar{v}_{in}=[\triangle v_\infty,\ \triangle\alpha,\ \triangle\beta,\ \triangle\theta_E]^T$$

$$P_{vin}=\mathrm{diag}[(\triangle v_\infty)^2,(\triangle\alpha)^2,(\triangle\beta)^2,(\triangle\theta_E)^2] \qquad (4\times4)$$

Option 3：この時はRocket-phaseとInterplanetary-phaseとが結合され $\triangle\bar{v}_\infty=[\triangle v_\infty,\ \triangle\alpha,\ \triangle\beta]^T$ および(73)式の $P_{v\infty}$ が転送されてくるので新に $\triangle\theta_E$ を入力値として加える。

$$\triangle\bar{v}_{in}=[\triangle\bar{v}_\infty{}^T,\ \triangle\theta_E]^T$$

$$P_{vin}=\begin{bmatrix} P_{v\infty} & 0 \\ 0 & (\triangle\theta_E)^2 \end{bmatrix} \qquad (4\times4) \tag{133}$$

ii）　制御ベクトル偏差 $\triangle\bar{v}_c$

$$\triangle\bar{v}=[\triangle v_c,\ \triangle\gamma_c,\ \triangle\delta_c,\ \triangle\theta_E]^T$$
$$=D\triangle\bar{v}_{in}$$

$$P_{vc}=DP_{vin}D^T \tag{134}$$

iii）　制御後速度ベクトル偏差 $\triangle\bar{v}_1$

$$\bar{v}_1=[\triangle v_1,\ \triangle\gamma,\ \triangle\delta_1,\ \triangle\theta_E]^T$$

$$=E_\Delta\bar{v}_c \tag{135}$$

$$P_{v1}=EP_{vc}E^T \tag{136}$$

iv）　楕円軌道偏差 $\triangle\bar{\eta}_1$

$$\triangle\bar{\eta}_1=[\triangle a_1,\ \triangle e_1,\ \triangle i_1,\ \triangle\Omega_1,\ \triangle\omega_1,\ \triangle\theta_1]^T$$
$$=F\triangle\bar{v}_1 \tag{137}$$

$$P_{\eta1}=FP_{v1}F^T$$

v）　encounter極座標偏差 $\triangle\bar{r}_2$

$$\triangle\bar{r}_2=[\triangle r_2,\ \triangle i_1,\ \triangle\Omega_1,\ \triangle\hat{\theta}_2]^T$$
$$=G_1\triangle\bar{\eta}_1 \tag{138}$$

$$P_{r2}=G_1P_{\eta1}G_1^T \tag{139}$$

v）　encorinter直交座標偏差 $\triangle\bar{\eta}_2$

$$\bar{\eta}_2=[\triangle x_2,\ \triangle y_2,\ \triangle z_2,\ \triangle T_f]^T$$
$$=G\triangle\bar{\eta}_1 \tag{140}$$

$$P_{\eta2}=GP_{\eta1}G^T \tag{141}$$

vi）感度行列

$D_1, E, F, G(G_2, G_1, G_3)$

ED, FE, GF

FED, GFE

$$S_I = GFED \tag{142}$$

$$S_{Ir} = G_1 FED \tag{143}$$

Ⅶ．結合感度行列

これは Rocket-phase の感度行列と Interplanetary-phase の感度行列を結合したものである。

ただし前者の出力は $\triangle \bar{v}_\infty = [\triangle v_\infty, \alpha, \beta]^T$ の3個であり，後者の入力は $\triangle \bar{v}_{in} = [\triangle v_\infty, \triangle \alpha, \triangle \beta, \triangle \theta_E]^T$ の4個であるので行列演算に不整合を生ずるので後者の行列の第4列をすなわち θ_E に対応列を除いて計算を行う．そのような諒解の下に以下の記述では行列名をそのまま使用する．

また両 phase の結合点では前述のような幾つかの仮定を導入しているので厳密な意味での全感度行列とはなり得ないが，少くも直感的な値は得られ，軌道設計の目安として用いることは可能であろう．

$$\begin{aligned} S &= \frac{\partial(x_2, y_2, z_2, T_f)}{\partial(v_c, \gamma_c, \delta_c, \theta_o, t_x)} \\ &= S_I S_R \\ &= GFEDCBA \end{aligned} \tag{144}$$

$$\begin{aligned} S_h &= \frac{\partial(x_2, y_2, z_2, T_f)}{\partial(a_L, e_L, i_L, \Omega_L, \omega_L)} \\ &= S_I S_{Rh} \\ &= GFEDCB_h A_h \end{aligned} \tag{145}$$

$$\begin{aligned} S_h' &= \frac{\partial(x_2, y_2, z_2, T_f)}{\partial(h_a, v_a, \theta, \lambda, \varphi)} \\ &= S_I S_{Rh}' \\ &= S_I S_{Rh} Z \\ &= GFEDCB_h A_h Z \end{aligned} \tag{146}$$

$$\begin{aligned} S_r &= \frac{\partial(r_2, i_1, \Omega_1, \hat{\theta}_2)}{\partial(v_c, \gamma_c, \delta_c, \theta_o, t_x)} \\ &= S_{IR} S_R \\ &= G_1 FEDCBA \end{aligned} \tag{147}$$

$$\begin{aligned} S_{rh} &= \frac{\partial(r_2, i_1, \Omega_1, \hat{\theta}_2)}{\partial(a_L, e_L, i_L, \Omega_L, \omega_L)} \\ &= S_{IR} S_{Rh} \\ &= G_1 FEDCB_h A_h \end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
S_{rh}' &= \frac{\partial(r_2, i_1, \Omega_1, \hat{\theta}_2)}{\partial(h_a, v_a, \theta, \lambda, \varphi)} \\
&= S_{Ir}S_{Rh}' \\
&= S_{Ir}S_{Rh}Z \\
&= G_1 FEDCB_h A_h Z
\end{aligned}
\tag{149}
$$

Ⅷ. 解析結果

1. Rocket-phase の感度，偏差

SAP による感度解析の結果を以下に記す.

初期軌道（楕円-赤道系）は第1部とほぼ同じ軌道を用いているが，制御量および制御時刻は後に述べるように多少変更している．これら初期軌道要素および制御量を記号の変更も加えて記す.

初期軌道 $\bar{\eta}_L$	a_L	e_L	i_L	Ω_L	ω_L
（赤道系-TOD）	3770.55^{km}	0.75752	31.0803°	41,208°	−81,197°

これに対応する $\bar{\eta}_L'$ は次のごとくである.

初期軌道 $\bar{\eta}_L'$	h_a	v_a	θ	λ	φ
（赤道系-TOD）	6615.68^{km}	$3.835^{km/sec}$	95.172°	141.248°	31.08°

制御 UTC-O^hにおける黄道面上の地球の位置は

$$\alpha_E = -38.84^\circ$$

また Ω_{GO} は

$$\Omega_{GO} = -37.638^\circ$$

また UTC-O^hより1段目発射X時までの時間 t_x は

$$t_x = -5.7\mathrm{min}$$

としている。したがって(47)式の Ω_G は

$$\Omega_G = -39.05^\circ$$

1段目発射時刻は1985年8月13日23時54.3分である．このように第1部と異る時刻を撰んだ理由は脱出速度ベクトルの方向特に α を調整して encounter 時によりハーレイ彗星の位置に近付けるためである．さらに初期軌道の黄道系表示は（Ω_{LG} を用いて）

初期軌道 $\bar{\eta}_O$	a_O	e_O	i_O	Ω_O	ω_O
（黄道系-TOD）	$3770,55^{km}$	0.75752	7.70°	8.308°	−8.759°

制御則はいわゆる頂点打ちでしたがって

制御量 $\bar{v}_C$	v_C	γ_C	δ_C	θ_O	t_x
	$7.59632^{km/sec}$	90°	0°	180°	-5.7^{min}

これによって達成される双曲線軌道は

双曲線軌道 $\bar{\eta}_1$	a_1	e_1	i_1	Ω_1	ω_1
(黄道系-TOD)	$-3{,}9817.43^{\mathrm{km}}$	1.1664	7.70	8.308°	92.41°

である．これらより（31～33）式によって計算される脱出速度ベクトルは

脱出速度ベクトル $\bar{v}_\infty$	v_∞	α	β
(黄道系-TOD)	$3.16398^{\mathrm{km/sec}}$	−110.48°	−6.758°

すなわち制御時刻が第1部の時より25分程早くなり v_c がふえているので α, β が異っている．

またこの時の頂点（双曲線の近地点）における速度ベクトルは，

制御後速度ベクトル $\bar{v}_1$	v_1	γ_1	δ_1
	$11.415^{\mathrm{km/sec}}$	90°	0°

である。

また制御量偏差は

$\triangle\bar{v}_c$	$\triangle v_c$	$\triangle\gamma_c$	$\triangle\delta_c$	$\triangle\theta_o$	$\triangle t_x$
	$100^{\mathrm{m/sec}}$	1°	1°	1°	1^{min}

初期軌道誤差は，

$\triangle\bar{\eta}_L'$	$\triangle a_L$	$\triangle e_L$	$\triangle i_L$	Ω_L	ω_L
	10^{km}	0.01	1°	1°	1°

である．なお先に述べたように以下の偏差の計算には $\triangle\bar{v}_c$ と $\triangle\bar{\eta}_L'$ は併用せずそれぞれ独立に用いて計算する．

以上のデータより計算される感度行列

$$S_R=\frac{\partial\bar{v}_\infty}{\partial\bar{v}_c}=CBA$$

は

表2　Rocket-phase の感度行列 S_R

```
<< CBA = D( VINF,ALP,BET ) / D( VC,GAMC,DELC,THETO,TX )     UNIT = (KM/SEC,DEG,DEG) / (KM/SEC,DEG,DEG,DEG,MIN) >>
```

	1	2	3	4	5
1	3.607929917234	-1.29023612355[illegible]D-16	0.0	-3.16054111[illegible]1470-16	0.0
2	-30.34952222403	1.2[illegible]72772035	0.1571908144337	2.874572111-32	0.2391615337929
3	2.003783209743	-7.7769462474250-02	0.3413436531251	-0.1899073875146	3.48984683331[illegible]D-02

この行列で注目すべき幾つかの点をあげれば

i）　$\partial v_\infty/\partial v_c=3.61$ で v_c が 100 m/sec ふえれば v_∞ は 361 m/sec ふえる
　また v_c の同じ偏差は α には −3°（反時計方向を十として）β には 0.2° の偏差を与える．

ii）　γ_c の 1° の減少（flight-path angle 1° の増加）は α を 1.21° 減少させるが v_∞, β にはほとんど影響しない．

iii）　δ_c の 1° の減少は（θ が南へ 1° ふえる）α で 0.15°，β で 0.34° の偏差を与えるが v_∞ には影響しない．

iv）　θ_o（true anomaly）の 1° の減少は（頂点より 1° 手前で制御する）α を 2.87° 減少

させ，β を 0.19°増加させるが v_∞ には影響しない

v）　t_x（制御時刻）を1分遅らせると α を 0.24° 増加させるが v_∞, β にはほとんど影響しない。

すなわち v）は頂点打ちのままで制御時刻が 10 分遅れると地球の回転の影響で（この間に地球は約 2.5° 回転する）脱出速度ベクトルの方向（方位角）が 2.4° 反時計方向に回転することを意味しその後の太陽周りの軌道に重大な影響を与える．すなわち Planet-A ミッションの場合には初期軌道面と黄道面とがほとんど一致しているので（角度 7.7°）地球の回転が（1時間に 15°）そのまま脱出方向の回転となってあらわれるので注意を要する．もちろん実際には第1部でみられるように目標脱出速度ベクトル $\bar{v}_\infty$ を固定して EHTOP によって制御を行うので $\gamma_c, \delta_c, \theta_o$ の調整で制御時刻のずれが小さい限り十分吸収されるので，このような事態にはならない．

さらに上記の S_R の計算で θ_o と t_x 独立に扱っているので t_x が動いても $\theta_o=180°$ に固定されている．またこれらはいづれも頂点打ちにおける感度で $\bar{v}_c$ をこれから変えれば当然感度行列も第2表の値から多少異ってくるので i）〜 v）の結果も多少の変更を免れない．それをみるためには SAP の入力条件を変えて流してみればよい訳である．

最後に前記 $\triangle \bar{v}_c$ に対応する脱出速度ベクトル偏差は

$\triangle \bar{v}_c$	$\triangle v_c$	$\triangle \alpha$	$\triangle \beta$
	$0.361^{\mathrm{km/sec}}$	3.597°	0.62°

である．

次に初期軌道要素 $\bar{\eta}_L$ または $\bar{\eta}_L'$ に対する $\bar{v}_\infty$ の感度行列

$$S_{Rh}=\frac{\partial \bar{v}_\infty}{\partial \bar{\eta}_L}=CB_hA_h$$

および

$$S_{Rh}'=\frac{\partial \bar{v}_\infty}{\partial \bar{\eta}_L'}=CB_hA_hZ=S_{Rh}Z$$

は次表のごとくである．

表3　S_{Rh}

<< SHEHA = D(VINF,ALP,BET) / D(AS,ES,IS,OOMGS,OMGS)　UNIT = (KM/SEC,DEG,DEG) / (KM, ,DEG,DEG,DEG) >>

	**** (1) ****	**** (2) ****	**** (3) ****	**** (4) ****	**** (5) ****
1	0.21478366316[illegible]-02	-21.31549314061	0.0	0.0	0.0
2	-2.05720561161[illegible]-02	170.415976[illegible]218	-0.1022012 1017D-02	0.9540244947289	0.9774479016267
3	2.0135152765[illegible]-04	-11.449482[illegible]911	-0.5[illegible]9	0.139[illegible]27243612	-6.453294[illegible]41220-02

表4　S_{Rh}

<< SHBHAZ = D(VINF,ALP,BET) / D(HA,VA,THET,LAM,PHI)　UNIT = (KM/SEC,DEG,DEG) / (KM,KM/SEC,DEG,DEG,DEG) >>

	**** (1) ****	**** (2) ****	**** (3) ****	**** (4) ****	**** (5) ****
1	2.658769657112D-03	[illegible]79[illegible]17244	0.0	0.0	0.0
2	-2.514123631241D-02	[illegible].44092[illegible]2403	-0.2269184[illegible]734	0.9540244947289	-0.1452137561604
3	1.725[illegible]7317750-03	2.[illegible]37[illegible]743	-0.5127143716342	0.1393127243612	-0.8453[illegible]32

また前記の初期軌道偏差 $\triangle\bar{\eta}_L$ に対する $\bar{\eta}_L'$ の偏差は

$\triangle\bar{\eta}_L$	$\triangle h_p$	$\triangle v_p$	$\triangle i_o$	$\triangle\Omega_o$	$\triangle\omega_o$
	55.28^{km}	$-0.095^{km/sec}$	1.05°	3.0°	-1.11°

でありさらに脱出速度ベクトルの偏差は

$\triangle\bar{v}_\infty$	$\triangle\bar{v}_\infty$	$\triangle\alpha$	$\triangle\beta$
	$-0.183^{km/sec}$	3.279°	-0.944°

である．ただし先にも述べたように制御ベクトルと初期軌道とは独立に扱い前者に対する感度あるいは偏差を計算する時には初期軌道要素は固定し後者に対する計算では制御ベクトルは頂点打ちに固定している．

2．Interplanetary-phase における感度，偏差

この場合，前記のように衛星は初期軌道として地球の公転軌道をとび1．で求められた $\bar{v}_\infty$ ベクトルを制御ベクトルとして制御した後太陽周りの楕円軌道に乗ってハーレイ彗星の方向に進むものと考える．

また

$$\triangle\alpha_E=-0.67^\circ$$

として制御を加えると考える．

したがって初期軌道 $\bar{\eta}_o$ はV(ii)に記したごとくであり $\triangle\bar{v}_\infty$ は1.で求めてある．

Halley 彗星との encounter 時刻は

1986年3月8日　UTC-0^h

としているので flight time は $T_f=206.0$ days である．

制御後の太陽周りの楕円軌導要素 $\bar{\eta}_1$ は

楕円軌道 $\bar{\eta}_1$	a_1	e_1	i_1	Ω_1	ω_1
(黄道系-TOD)	1.2593×10^{4km}	0.193	0.80°	140.66°	8.78°

である．encounter 時の衛星の位置 $\bar{\eta}_2$ は

$\bar{\eta}_2$	x_2	y_2	z_2	
(黄道系-TOD)	-5831	-1.0722	167	$\times10^4$km

で太陽からの距離 r_2 は

$$r_2=1.2206\times10^4\text{km}$$

この $\bar{\eta}_2$ の位置は TRIP によって同様の計算を行った場合と数十万キロ異って居り，$\triangle\alpha_E$ や v_∞ の与え方に今後の検討を行って調整する必要がある。また月や惑星（特に前者）の影響を無視していることからも由来すると思われるが，いずれにせよこの SAP の目的は正確な軌道を求めることではなく感度行列を求めることであるので，将来より近い軌道によって計算するとしてもあまり大きな変化はないと考えられる．

入力速度ベクトル偏差 $\triangle\bar{v}_{in}$ としては1．で得られたものに $\triangle\theta_E$ を加える．

$\triangle\bar{v}_{in}$	$\triangle v_\infty$	$\triangle\alpha$	$\triangle\beta$	$\triangle\theta_E$
	$0.361^{km/sec}$	3.597°	0.622°	1°

以下の条件の下で Interplanetary phase における感度行列を求める．

まず encounter 点座標 $\bar{r}_2$ の入力ベクトル $\bar{v}_{in}$ に対する感度は

$$S_{Ir}=\frac{\partial\bar{r}_2}{\partial\bar{v}_{in}}=G_1FED$$

次に同じく直交座標 $\bar{\eta}_2$ の $\bar{v}_{in}$ に対する感度は

$$S_I=\frac{\partial\bar{\eta}_2}{\partial\bar{v}_{in}}=GFED$$

表5　Interplanetary-phase の感度行列 S_{Ir}

<< G1FED = D(R2,I1,COMG1,CTHET2) / D(VINF,ALP,BET,THETE) UNIT = (KM,DEG,DEG,DEG) / (KM/SEC,DEG,DEG,DEG) >>

	**** (1) ****	**** (2) ****	**** (3) ****	**** (4) ****
1	1994315.781321	-364798.3441595	1945.676592009	-188539.9940528
2	0.2796816082870	-5.6185425761840-04	-0.1171379234966	5.5732301550520-04
3	-5.9799552978090-02	1.1371297539560-04	2.5046015 66210-02	0.9554285687538
4	24.87532671142	-0.7518674466227	0.1246379946511	-0.5872612596759

表6　S_I

<< GFED = D(X2,Y2,Z2,CIF) / D(VINF,ALP,BET,THETE) UNIT = (KM,KM,KM,DAY) / (KM/SEC,DEG,DEG,DEG) >>

	**** (1) ****	**** (2) ****	**** (3) ****	**** (4) ****
1	45493726.35875	-1232616.594820	277028.8310865	853825.6728115
2	-27007747.01494	1085698.961340	-156732.1598204	-249734.4723087
3	473971.8121563	-1977.297675430	-245785.5812900	1852.443271566
4	-18.56206008958	0.5529756680377	-0.1368579414433	-1.316146799345

以下これらの感度について注目すべき点を列挙する

i）　S_{Ir} において v_∞ の 100 m/sec の増加に対して r_2 は 19.9 万 km 程長くなる．i_1 に対しては 0.03° の増加で微少であるが θ_2 は約 2.48° 増加する．これは到着点が反時計方向にそれだけ回転することを意味している．Ω_1 には影響しない．

ii）　α が 1° ふえれば r_2 は 36.5 万 km 減少し $\hat{\theta}_2$ も 0.75° 減る．i_1, Ω_1 には全く影響しない．

iii）　β の 1° の増加は i_1 の 0.11° の減少，$\hat{\theta}_2$ の 0.12° の増加を招く．他にはほとんど影響しない

iv）　θ_E を 1° 増加させればすなわち制御時刻を約 1 日遅らせれば r_2 は 19 万 km 減少する。また Ω_1 は 1° ふえ逆に θ_2 は 0.59°減り i_1 が小さいことから(0.8°)θ_E の 1° の増加は到達点を 0.41° 反時計方向に回転させることとなる．この場合 v_∞, α, β は固定している．

次に S_I については上記の結論を単に直交座標系に対応させるだけであるが，改めて記す．

v）　v_∞ の100 m/sec の増加は到点点 x_2で＋45.3 万 km y_2 で－27.0 万 km, z_2で＋4.7 万 km の変動をもたらす．

vi）　α の 1° の増加は x_2 で－123 万 km, y_2 で＋109 万 km, z_2 で－0.2 万 km の変動をもたらす

先にも述べたように最終段制御時刻の 4 分の遅れが何もしなければ，そのまま α の 1° の増加につながるのでこの影響は重大である．

vii）　β の 1° の増加は x_2 で＋27.7 万 km, y_2 で－15.63 km, z_2 で－24.6 万 km の変化を生ずるがこの影響は比較的小さい（β はそれ程変らない）

viii）　θ_E の 1° の増加は x_2 で 85.4 万 km y_2 で－25 万 km z_2 で＋0.18 万 km の変化を

もたらす．

これはやはり v_∞, α, β を固定した場合であって実際にはこれらを変化させて最終段制御を行う．

ix)　flight time T_f に対する感度は先記のように x_2, y_2, z_2 とは異る前提条件で求められて居り，ほぼその近傍に達するまでの時間と考えればよいが，v_∞ $100^{m/sec}$ α, β, θ_E 各 1° の増加に対しそれぞれ -1.86 日，0.56 日，-0.13 日，-1.32 日の変化をもたらす

なお前記の入力偏差に対応する $\bar{\gamma}_2$ および $\bar{\eta}_2$ の偏差は

極座標偏差 $\triangle\bar{r}_2$	$\triangle r_2$	$\triangle i_1$	$\triangle\Omega_1$	$\triangle\theta_2$
	-78.6×10^4km	0.027°	0.99°	5.75°
直交座標偏差 $\triangle\bar{\eta}_2$	$\triangle x_2$	$\triangle y_2$	$\triangle z_2$	
	1298	-617	1.3	$\times10^4$km

また

$$\triangle T_f = -6.1\text{ 日}$$

である．

3.　結合感度および偏差

結合感度はVIIで定義されている。すなわち Rocket-phase と Interplanetary-phase の感度を結合したものであるがただし後者の θ_E は前者には含まれないので除外してある．これも数が多いのでその内最終段制御 $\bar{v}_c$ に対する到達点座標 $\bar{r}_2$ および $\bar{\eta}_2$ の感度行列のみを記す

$$\begin{aligned} S_r &= \frac{\partial\bar{r}_2}{\partial\bar{v}_c} \\ &= \frac{\partial(r_2, i_1, \Omega_1, \hat{\theta}_2)}{\partial(v_c, \gamma_c, \delta_c, \theta_o, t_x)} \\ &= G_1FEDCBA \\ &= S_{Ir}S_R \end{aligned} \tag{150}$$

$$\begin{aligned} S &= \frac{\partial(x_2, y_2, z_2, T_f)}{\partial(v_c, \gamma_c, \delta_c, \theta_o, t_x)} \\ &= GFEDCBA \\ &= S_IR_R \end{aligned} \tag{151}$$

表7　結合感度行列 S_r

<< G1FEDCBA = D(R2,I1,OUMG1,DTHET2) / D(VC,GAMC,DELC,THETO,TX)　UNIT : (KM,DEG,DEG,DEG) / (KM/SEC,DEG,DEG,DEG,MIN) >>

	**** (1) ****	**** (2) ****	**** (3) ****	**** (4) ****	**** (5) ****
1	18270510.17313	-44[illegible]845.9796068	-[illegible]667[illegible].45159304	-1[illegible]49[illegible]	-67175.49378207
2	0.7904904267028	9.7[illegible]0964[illegible]076970-03	-4.0127[illegible]4167452[illegible]-02	2.07[illegible]067377 [illegible]0-02	-4.21[illegible]19826 6470-03
3	-0.1690169784006	-1.[illegible]63[illegible]62777190-03	[illegible].5773455[illegible]63520-03	-4.427[illegible]2861[illegible]600-13	9.0125327742610-04
4	112.8172301271	-0.9182518[illegible]9[illegible]1	-7.5[illegible]78543470570-02	-2.1[illegible]180[illegible]8275	-0.175468103[illegible]79[illegible]

表8　結合感度行列 S

<< GFEDCBA = D(X2,Y2,Z2,DTF) / D(VC,GAMC,DELC,THETO,TX)　UNIT : (KM,KM,KM,DAY) / (KM/SEC,DEG,DEG,DEG,MIN) >>

	**** (1) ****	**** (2) ****	**** (3) ****	**** (4) ****	**** (5) ****
1	20210267[illegible].121[illegible]	-1511174.364216	-[illegible]052.22470290	-3596169.444004	-2[illegible]5124.3251521
2	-130705[illegible]8.1918	13[illegible]41[illegible]4.419706	117082.7276450	2150[illegible]94.777[illegible]2	254187.79 1865
3	1276045.871225	17275.78 43952	-84324.75726428	41111.50[illegible]2578	-9[illegible]38.464896338
4	-84.3614[illegible]687780	0.6[illegible]224[illegible]67478[illegible]	4.18671103[illegible]8710-02	1.647337414242	0.1301054[illegible]4218

以下注目すべき点を記せば

i ）　最終段制御 v_c の 100 m/sec の増加は到達点で r_2 を 1827 万 km 増加させ，また $\hat{\theta}_2$ すなわち $\bar{r}_2$ 軸を 11.2° 反時計方向に回転させる

また i_1 を 0.08° 増加させる．

ii ）　γ_c の 1° の減少は（flight path angle の 1° の増加）r_2 を 44 万 km 増加させ，$\hat{\theta}_2$ を 0.92° 増加させるが他にはほとんど影響しない．

iii）　δ_c の 1° の減少は r_2 を 5.6 万 km 増加させるだけで他にはほとんど影響しない．

iv）　θ_o の 1° の減少は（頂点より 1° 手前で制御する）

r_2 を 105 万 km，$\hat{\theta}_2$ を 2.2° それぞれ増加させるが他には余り影響はない．

v ）　t_x を 1 分遅らせると r_2 は 8.7 万 km 減少し $\hat{\theta}_2$ は 0.17° 減少するが，他には影響は少いただしこの場合地球の回転のみを考慮し $\theta_0=180$ に固定している．

以上のように v_c を除いては r_2 および $\hat{\theta}_2$ にのみ影響し，i_1, Ω_1 にはほとんど影響しない（0.1° 以下）であることがわかる．

同様のことを encounter 時の直交座標 $\bar{\eta}_2$ に関して列挙すれば，

i ）　v_c の 100 m/sec の増加は x_2 で +2021 万 km，y_2 で −1307 万 km, z_2 で 12.7 万 km 変化させる．

ii ）　γ_c の 1° の減少は x_2 で −151 万 km，y_2 で 132 万 km，z_2 で 17 万 km 変化させる．

iii）　δ_c の 1° の減少は（θ で 1° 増加）x_2 で 9.9 万 km，y_2 で −117.万 km，z_2 で 8.4 万 km 変化させる．

iv）　θ_o の 1° の減少は x_2 で 360 万 km，y_2 で −315 万 km，z_2 で −4.1 万 km 変化させる．

v ）　t_x の 1 分の遅れは x_2 で −28.5 万 km, y_2 で 25.4 万 km, z_2 で −0.9 万 km 変化させる．

次に初期（楕円）軌道要素に対する結合感度行列 S_{rh} および S_{rh}' は

$$S_{rh}=\frac{\partial\bar{r}_2}{\partial\bar{\eta}_L} \tag{152}$$

また

$$S_{rh}'=\frac{\partial\bar{r}_2}{\partial\bar{\eta}_L'} \tag{153}$$

表9　S_{rh}

<< G1FEDCHBHAZ = D(R2,I1,OOMG1,OTHET2) / D(AQ,EQ,IQ,OOMGQ,OMGQ) UNIT = (KM,DEG,DEG,DEG) / (KM, ,DEG,DEG,DEG) >>

	**** (1) ****	**** (2) ****	**** (3) ****	**** (4) ****	**** (5) ****
1	15260.31917414	18870510.17318	85170.53862677	-347749.8746105	47678.89526808
2	6.140834116210D-04	0.7904904267028	6.030211471028D-02	-1.681475610867D-02	9.917057409522D-02
3	-1.312988990278D-04	-0.1690169784006	-1.269386451804D-02	3.595210231558D-03	-2.120393899820D-02
4	9.123125926788D-02	112.4172301271	0.1135756649081	-0.6999560189790	-3.730713186203D-03

表10　S_{rh}

<< GFEDCHBHAZ = D(X2,Y2,Z2,TF) / D(HA,VA,THET,LAM,PHI) UNIT = (KM,KM,KM,DAY) / (KM,KM/SEC,DEG,DEG,DEG) >>

	**** (1) ****	**** (2) ****	**** (3) ****	**** (4) ****	**** (5) ****
1	163210.7962126	202102673.1215	149850.7322379	-1137383.271587	-67696.97114293
2	-106130.5811509	-132706989.1918	-175946.0728181	1013975.009843	-14207.47459843
3	985.9110898634	1276045.871225	126719.0303110	-36055.14460555	208191.8465257
4	-6.822938344847D-02	-84.36143587780	-6.291580079801D-02	0.5190008191111	3.952241425988D-02

以上の感度行列および解析結果は本例で与えた特定の基本軌道に基いた結果であり，基本軌道が変れば当然感度行列も異ってくるので，その度にSAPを流して新しい結果を得るべきである．しかし基本軌道に大巾な変更がなければ感度行列もそれ程度変化しないと考えてよいので一種の目安として利用できる．

以上の結論は各種の前提条件の下で両phaseを結合させた結果であり，また先に述べたように到達点も正しい結果とは十分に一致していない軌道を用いているので，それぞれの前提条件を変更すれば変り得るものであり今後の改善も必要である．

その意味ではやや時機高早の結論であるが，少くも定性的には納得し得るもので現在進行中のロケット制御計画，軌道計画，軌道制御計画に対する一参考資料として本報告に加えることとする．なお本章の表内と記号は本報告に採用した表記とは必ずしも一致しない場合があるが，統一性のためプログラム開発後に変更したものであって，対応はとれているのでその点留意の上利用されたい．

おわりに

以上来るべきMS-T 5/Planet-Aミッションに備えて第1部では地球脱出用の最終段ロケット制御プログラム（EHTOP）を，次に第2部ではRocket-phaseとInterplanetary-phaseの感度解析プログラム（SAP）について概説した。

本報告の結果が宇宙研にとってばかりでなく，日本の宇宙開発にとっても最初の深宇宙計画に，いささかの貢献をすることができれば筆者の幸いとする所である．

尚上記EHTOPおよびSAPのプログラム開発はすべて数理技研和田敏昌氏によって行われたばかりでなく，本報告に含まれた数式のチェックおよび付録1の各式の導入等，同氏の協力に負う所は大きく改めて感謝の意を表する次第である．

参考文献

[1] 石谷，前田，玉木〝電波誘導方式Ｉ，II″，東大宇宙研報告vol.8，No 3-A，vol.9，No 4，1972，1973

[2] T. Nishimura, G. Matsuoka, 〝Optimal Apogee Transfer Strategy with Stochastic Evaluation, Proc. of 12 th ISTS, pp 373～381，Tokyo 1977

[3] 西村，松尾，加藤，三上〝惑星間軌道生成プログラム″宇宙研報告No 14，1983

[4] 数理技研〝EHTOP, SAPプログラム解説書″1983

付録 1. 面内制御量を求めるための3次方程式の導入

5節でのべたようにニュートン法の適用に際してその初期値を求めるために面内制御を仮定し楕円軌道から双曲線軌道に移行する時，制御量 v_c を固定すれば制御点，制御方向は r に関する3次方程式を解くことによって計算される．

その導入を以下に述べる．図において楕円軌道要素 (a_o, e_o) および双曲線軌道要素 $(a_1 e_1)$ が与えられたとすれば，

$$r=\frac{p_0}{1+e_o\cos\theta_o}=\frac{p_1}{1+e_1\cos\theta_1} \tag{A-1}$$

$$p_o=a_o(1-e_o^2),\ p_1=a_1(1-e_1^2)$$

$$\dot{r}=\left(\frac{\mu}{p_o}\right)^{1/2}e_o\cos\theta_o \tag{A-2}$$

$$r^2\dot{\theta}_0=(\mu p_o)^{1/2} \tag{A-3}$$

$$r^2\dot{\theta}_1=(\mu p_1)^{1/2} \tag{A-4}$$

$$v_0=\left[\mu\left(\frac{2}{r}-\frac{1}{a_0}\right)\right]^{1/2} \tag{A-5}$$

$$v_1=\left[\mu\left(\frac{2}{r}-\frac{1}{a_1}\right)\right]^{1/2} \tag{A-6}$$

楕円と双曲線の軸（近地点方向）の回転と ξ とすれば

$$\theta_1=\theta_0-\xi \tag{A-7}$$

$$\bar{v}_0=\begin{bmatrix}\dot{r}\cos\theta_0-r\dot{\theta}_0\sin\theta_0\\ \dot{r}\sin\theta_0+r\dot{\theta}_0\cos\theta_0\end{bmatrix} \tag{A-8}$$

$$\bar{v}_1=R\begin{bmatrix}\dot{r}\cos\theta_1-r\dot{\theta}_1\sin\theta_1\\ \dot{r}\sin\theta_1+r\dot{\theta}\cos\theta_1\end{bmatrix} \tag{A-9}$$

$$R=\begin{bmatrix}\cos\xi, & -\sin\xi\\ \sin\xi, & \cos\xi\end{bmatrix} \tag{A-10}$$

であるから以上の式を用いて

$$\bar{v}_0{}^T\bar{v}_1=\dot{r}^2+r^2\dot{\theta}_0\dot{\theta}_1 \tag{A-11}$$

$$=\frac{\mu}{r^2}(p_0p_1)^{1/2}\left[\frac{e_0e_1r^2}{p_0p_1}\sin\theta_0\cos(\theta_0-\xi)+1\right] \tag{A-12}$$

を得る他方（A-1）式より

$$e_0\sin\theta_0=\pm\left[p_0\left(\frac{2}{r}-\frac{1}{a_0}-\frac{p_0}{r^2}\right)\right]^{1/2} \tag{A-13}$$

$$e_1\sin(\theta_1-\xi)=\pm\left[p_1\left(\frac{2}{r}-\frac{1}{a_1}-\frac{p_1}{r^2}\right)\right]^{1/2} \tag{A-14}$$

これを用いて（A-12）式より θ_0, ξ を消去すれば，

$$\bar{v}_0^T\bar{v}_1=\frac{\mu}{r^2}\left[\pm\left(2r-\frac{r^2}{a_0}-p_0\right)^{1/2}\left(2r-\frac{r^2}{a_1}-p_1\right)^{1/2}+(p_0p_1)^{1/2}\right] \tag{A-15}$$

また余弦定理によって

$$v_c^2=v_0^2+v_1^2-2\bar{v}_0^T\bar{v}_1 \tag{A-16}$$

(A-15)(A-16)式をまとめて r について整理すると，次の3次式を得る．

$$A_3r^3+A_2r^2+A_1r+A_0=0 \tag{A-17}$$

ここで

$$A_3=v_c^4+2v_c^2\mu\left(\frac{1}{a_0}+\frac{1}{a_1}\right)+\mu^2\left(\frac{1}{a_0}-\frac{1}{a_1}\right)^2 \tag{A-18}$$

$$A_2=-8\mu v_c^2 \tag{A-19}$$

$$A_1=4\mu v_c^2(p_0p_1)^{1/2}+4\mu^2\left[\frac{1}{a_0}((p_0p_1)^{1/2}-p_1)+\frac{1}{a_1}((p_0p_1)^{1/2}-p_0)\right] \tag{A-20}$$

$$A_0=-8\mu^2(2(p_0p_1)^{1/2}-p_0-p_1) \tag{A-21}$$

ここでSSLサブルーチンを適用して r の解を代数的に正確に求めることができる．r の撰択については，先に述べたように原則として頂点に最も近く $\theta_0<\pi$ であるものを撰ぶ．この r を用いて(A-13)(A-14)式より θ_0, θ_1 が，また(A-5)(A-6)式より v_0, v_1 が求められる．さらに

$$\cos\gamma_0=\frac{e_0}{v_0}\left(\frac{\mu}{p_0}\right)^{1/2}\sin\theta_0 \qquad 0\leqq\gamma_0\leqq\pi \tag{A-22}$$

$$\cos\gamma_1=\frac{e_1}{v_1}\left(\frac{\mu}{p_1}\right)^{1/2}\sin\theta_1 \qquad 0\leqq\gamma_1\leqq\pi \tag{A-23}$$

によって γ_0, γ_1 が求められこれを用いて

$$\cos\gamma_c=\frac{1}{v_c}(v_1\cos\gamma_1-v_0\cos\gamma_0) \qquad 0\leqq\gamma_c\leqq\pi \tag{A-24}$$

で γ_c を得る．

これら $\gamma_c, \delta_c=0, \theta_0$ が反復計算の $\bar{v}_c$ の初期値として用いられる．また

$\omega_1=\omega_0+\theta_0-\theta_1=\omega_0+\xi$ である．

また(A-17)式の解が存在しない時は

$$\gamma_c=\frac{\pi}{2}, \delta_c=0, \theta=\pi$$

を用いる．

付録 2.　球面三角の公式

本報告の数式の導入にしばしば表われる球面三角の公式を以下に記す．

単位球面の三角形の角をそれぞれA，B，Cとし対辺(あるいはその辺の両端と球の中心を結ぶ2直線のなす角）をa，b，c，とする．この時

$$\frac{\sin a}{\sin A}=\frac{\sin b}{\sin B}=\frac{\sin c}{\sin C} \tag{A-25}$$

$$\cos a=\cos b\cos c+\sin b\sin c\cos A \tag{A-26}$$

$$\cos A=-\cos B\cos C+\sin B\sin C\cos a \tag{A-27}$$

$$\sin a\cos B=\cos b\sin c-\sin b\cos c\cos A \tag{A-28}$$

$$\cos a\sin B=\cos A\sin C+\sin A\cos C\cos b \tag{A-29}$$