

レーダによる試験衛星「たんせい4号」の
追跡及び軌道推定

野村 民也・林 友直・市川 満
関口 豊・高田 一美*・渋谷 彰*

(1981年12月22日受理)

Tracking and Orbit Estimation of Technological Test
Satellit "TANSEI-4" Using C-band Radar

By

Tamiya NOMURA, Tomonao HAYASHI,
Mitsuru ICHIKAWA, Yutaka SEKIGUCHI,
Kazumi TAKADA and Akira SHIBUYA

Abstract: The Technological test satellite "TANSEI - 4" was successfully injected into the earth orbit on Feb. 17, 1980, using M-3 S-1 launch vehicle. The C-band (5.6 GHz) radar transponder onboard the satellite carried out the following experiments:

- (1) Performance test of C-band tracking radar. Orbit estimation was tried on the basis of the tracking data from only a single station. The serial estimation orbit data was utilized for a laser ranging experiment made at the Dodaira Observatory, Univ. of Tokyo.
- (2) Investigation of the influence of the atmospheric refraction on the estimation of satellite orbit.
- (3) Experiment of multitracking system with the C-band radars at Tanegasima and Ogasawara of NASDA (National Space Development Agency of Japan).

As for the case of the experiment (1), tracking data from two

* 日本電気株式会社 誘導光電事業部

revolutions give a precise estimation using comparatively small size of computer programming in a short execute time.

1. はじめに

たんせい4号は昭和55年2月17日、日本標準時9時40分にM-3S-1号機により打上げられ、衛星軌道に投入された。

たんせい4号は試験衛星で、その試験項目の一つとして5.6 GHz帯レーダトランスポンダを搭載し、次の実験を行なった。

- ①精測レーダの特性試験を行ない、1局のトラッキングデータによる軌道推定の試験を行なう。
- ②衛星の軌道より大気の影響などによる影響を調べる。
- ③NASDA(宇宙開発事業団)のレーダとのマルチトラッキングシステムの試験を行なう。
- ④レーダ追跡結果より軌道推定を行ない、その軌道予報値により、レーザ実験のガイドを行なう。

以上の実験を行なうため、軌道推定用プログラムを開発し、種々のケースについて検討を行なった。

その結果1局のレーダの追跡データから軌道推定を行なう場合は、2周回の追跡データを使うことにより、比較的小さな推定プログラムで、短時間内に精度の良い予報値を出すことができたので以下報告する。

2. データの取得

(1) 追跡に使用したレーダの性能

今回使用した追尾レーダは、現在使用中の中で最高性能のものであり、衛星追尾は初めてであるが、大変興味のある取得データが得られた。

たんせい4号の軌道は520~600 kmの略円軌道であるため、レーダから見た可視範囲内の衛星との直距離は600~2500 kmで、この距離はロケット追跡でも充分性能を満足しているので、衛

表1 トランスポンダ性能表

受信周波数	5586±3 MHz
送信周波数	5636±3 MHz
送信出力	400 W 以上 (尖頭値)
送信パルス幅	0.5±0.1 μs
受信帯域幅	11±3 MHz
受信感度	-70 dBm 以下 (99%同期)
固定遅延時間	2.50±0.1 μs
遅延時間変動	50 ns 以下 (0~-65 dBm)
ダブルパルス間隔	3.0±0.15 μs
電源電圧	27 V ± 3 V
重量	1.4 kg

表2 精測レーダ性能表

アンテナ	アンテナ径 開口角 駆動 走査 一次放射器 偏波 利得	4 mφ カセグレンパラボロイド 150度 旋回俯仰型、電動駆動 4 ホンモノパルス方式 矩形導波管型 4 ホーン 右旋円偏波及び 45°直線 42.5 dB
送信機	方式 周波数 送信電力 パルス幅 測距パルス 指令コード 繰返し周波数	ハードチューブマグネトロンパルス変調 2次レーダ：5586 MHz 1次レーダ：5636 MHz 尖頭値 1 MW 及び 32.0 KW 2次レーダ：0.25 μs×6 1次レーダ：1 μs 2次レーダ：3 μs 又は 5 μs 間隔のダブルパルス 1次レーダ：シングルパルス スタートパルス付 3 アウトオブ 6 コード 250 Hz 又は 267 $\frac{6}{7}$ Hz
受信機	方式 周波数 中間周波 総合NF	AGC 付スーパーヘテロダイン 5636 MHz 30 MHz 5 dB 以下
測定精度 追尾限界	測角エンコーダ 測距精度 角度精度 測距最大速度 測角最大速度 最小受信感度	測角 19 ビット、オプティカルエンコーダ 10 m 以下、測距 23 ビット、電子式測距 (1 LSB=1.0 m) 0.006 (0.1 ミル) 以下 15 km/S 以上 16°/S 以上 -105 dBm 以下

星の追跡には何ら支障はない。

表1にレーダトランスポンダ、表2に精測レーダ(PREC RADAR)の性能を示す。NASDAのレーダについては省略するが、ほぼ同等またはこれ以上の性能と思われる。

衛星を上記性能のレーダを使って、電波的に追跡し、時刻に対する直距離と方位角、高度角データを取得する。

PRECのデータサンプリングレートは100 ms毎に1度、即ち1秒間に10回のデータを取り、NASDAのレーダは50 ms毎で、1秒間に20個のデータを取得する。

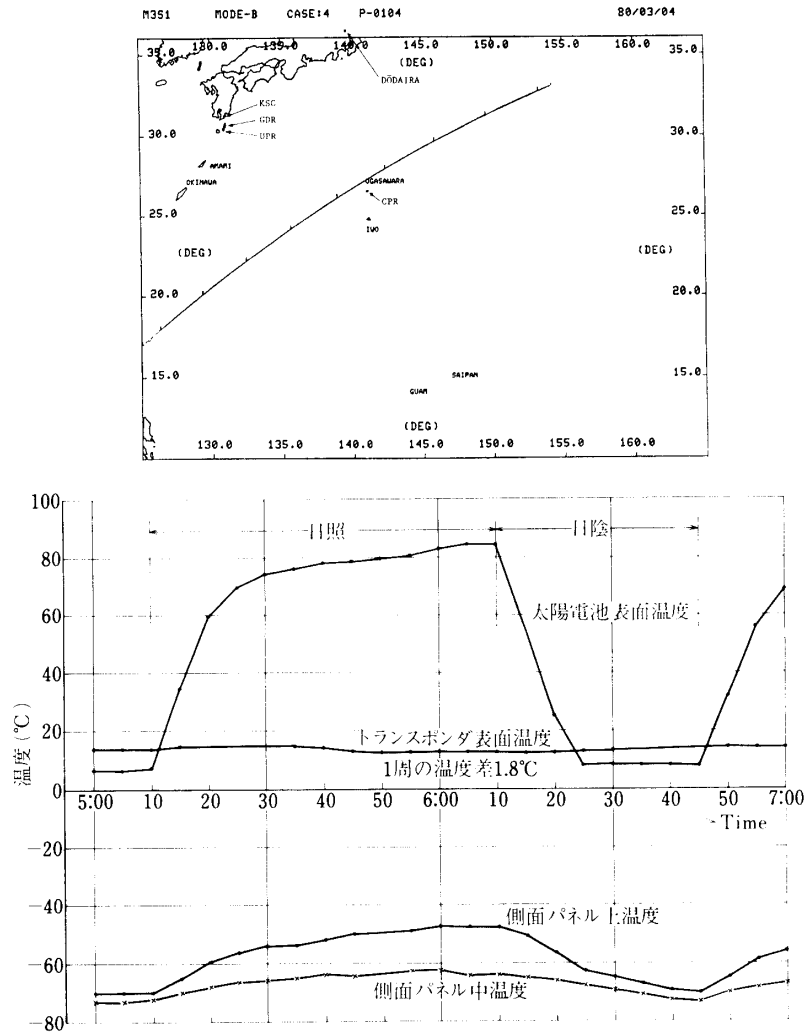


図 1 Rev 604 の衛星及びトランスポンダ温度

(2) 追跡データ

衛星誕生の翌日の2月18日に3周追跡し、トランスポンダ及び衛星のアンテナ切換器等の機能試験をした。その結果、衛星に搭載した全ての機器は正常に作動していることが確認された。

3月3日・4日にNASDAとの共同追跡実験を行なうため、事前の機能試験のため、233周から249周のうちの5周を追跡し、地上系及び衛星系共全ての機能は正常であることを確認した。

写真1は3月4日のたんせい4号追跡中に、ロケット飛しょう表示用画面にリアルタイムで表示させたものの1例である。又写真内に今回衛星追跡に参加したレーダ及び東京天文台堂平観測所の位置関係も記入した。

衛星及びトランスポンダの環境条件は衛星が地球を1周する間に日照・日陰により、大変な温度変化に曝される。その様子の一例を図1にプロットした。この図から分かる様に、日照・日陰におけるトランスポンダの外面の温度変化は 2°C 以内であった。又トランスポンダに供給されている電源電圧の値及び変動も正常値内であることが計測されているので、この実験に於けるトランスポンダ側の問題は無いものと思われる。

表 3-1 追跡周回数

3/19	469 A	470 D	471 C	473 F			
3/20	485 F	486 F					
3/21	499 D	500 B	501 A	502 A			
3/22	514 D	515 A	516 C	517 A			
3/24	544 D/C	545 A	546 C	547 A			
3/25	558 D	559 D/B	560 B	561 A			
3/26	573 B	574 D	575 C	576 B			
3/27	590 C	591 C					
3/28	603 C	604 C	605 C	606 C			
12/2	4361	4362	4363	4364	1/24	5163	5164
12/3	4376	4377	4378	4379	1/26	5192	5193
12/4	4391	4392			1/27	5207	5208
12/5	4406	4407			1/28	5222	5224
12/6	4421	4422			1/29	5237	5239
12/7	4436	4437			1/30	5252	5253
12/8	4451	4452					

表 3-2 追跡モードとレーダ位置

モード	追跡局 (レーダ名)		
A	PREC, GDR, UPR		
B	PREC, UPR, CPR		
C	PREC, GDR, CPR		
D	GDR, UPR, CPR		
E	PREC, UPR or CPR		
F	PREC		
レーダ名		位 置	
PREC	内之浦精測レーダ	31.23627 131.06962	271.5 m
GDR	NASDA 野木レーダ	30.6025 131.0434	216.5 m
UPR	NASDA 宇宙が丘レーダ	30.39977 130.90567	201.86 m
CPR	NASDA 父島レーダ	27.07875 142.21523	299.06 m

以上の事前試験により、全ての装置に異常が無いことが確認されたので、NASDA との共同観測が3月19日から28日まで行なわれた。

その追跡データの日時・周回数及び追跡モード等を表3-1に示す。

衛星に搭載したトランスポンダは3局まで(地上レーダの同時送信が3局)同時追跡が出来るので、4局の内3局の組み合わせにより、表3-2の追跡モードを定め実施した。

尚55年12月及び56年1月の追跡はKSC・PRECのみで行ない、東京天文台堂平観測所におけるレーザビーム発射実験の軌道ガイドのため行なわれた。

衛星のレーダによる追跡時間は各周回数のパスにより異なるが、可視内に入ってから、コマンドによりトランスポンダの電源ON、約1分間のヒートアップ及び可視内(高度角5度)での電源OFF等を除いた、追跡可能実時間は通常5~6分間であるが、通過パスによっては、捕捉レーダの鉄塔及びAZ(方位角)軸リミット回避のための反転時間等が入るため2~3分間の時もある。

(3) マルチトラッキング追跡上の問題点

① このレーダはロケット追尾用として製作・設置されたため、ロケット追尾に都合の良い海側を視野(ロケットの発射は海に向けて発射される)としているため、反対の山側には捕捉レーダの鉄塔、方位角のリミット等があり、それをさけるため追跡パスによっては、一時送信OFFにするため、追跡不能時間帯がある。

② 衛星側のアンテナが頭部(アンテナB)と尾部(アンテナA)にあり、アンテナBは他のVHF、UHF等のアンテナの影響により、レベル変動が多く、追跡データの品質が悪い。3月の午後の追跡では、衛星は太陽指向して周回しているため、衛星の捕捉時にはアンテナBを使用してコンタクトを取る関係上レベル変動が多く、又頂点通過時には両者のアンテナの間に入るため受信レベルが低減する。頂点通過後はアンテナAに切換えて追跡するため、レベル変動が少なく良質

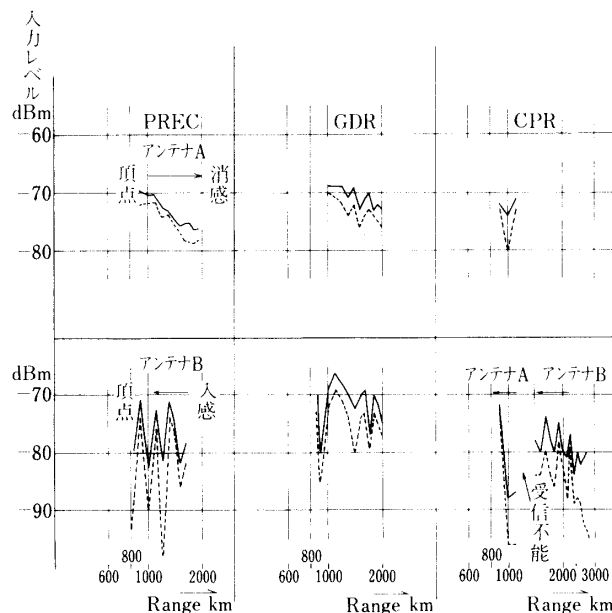


図2 周回数516における各レーダの受信レベル

の追跡データが取得できた。図2は周回数516におけるPREC, GDR, CPRの受信レベルの1例である。図2の下段が受信開始から頂点(衛星が遠距離から近づいて来るため時間に対して、右から左にプロットしてある。)まで、上段の図が頂点通過から受信終了までを直距離に対する受信レベルとして描いたものである。尚図中の実線は受信レベルの最大値であり、点線が最小レベルを示している。

③ マルチトラッキングの場合、初期捕捉時に他局とのビデオ交錯があった場合に、自局のビデオ信号の確認機能が無い場合、他局のビデオ信号を追尾する可能性があるので特に注意が必要である。

④ 衛星の軌道予報値が不明の時、レーダは600kmの繰返しとなっているため、一見ビデオ信号を捕捉し、正常追尾をしても、600kmの整数倍のゾーンミスが発生する可能性がある。今回の追跡中にも2・3この現象があった。

⑤ 衛星側アンテナの切換が追跡局間の位置によっては、レベル低下による追跡不能になることがある。即ち、今回の追跡ではKSCのPRECをキー局として、PRECの受信レベルの状況により、衛星のアンテナ切換を行なったため、自局にはレベル変動が無く受信良好でも、他局特にCPR(父島レーダ)については、衛星のアンテナとの位置関係によって受信不能になる場合がある。図2のCPR下段の図参照。

3. データ前処理

(1) 前処理

衛星の軌道推定に入る前に、次に示す補正・変換等の前処理が必要である。

① 時刻の補正

観測局時刻系から、世界標準時であるグリニッジにおける世界時(UT)に変換(日本標準時から9時間引いたもの)する。

観測時刻に致着時刻の補正を行なう。実際には時刻の補正を行なうと、時刻の端数が出て取扱いが煩雑になるので、観測時刻における直距離の補正として考える。

補正距離 ΔR 、直距離 R 、レンジレート RR 、光速を C とすると次式で表わされる。

$$\Delta R = \frac{R \times RR}{C}$$

参考例として図3-1に周回数4377における、直距離とレンジレートに対する距離の補正值を図示してある。この図から RR が6.3 km/secのとき、直距離1800 kmでは約36 mの補正が必要であることがわかる。

② 座標系の統一

この計算では平均春分点に準拠した地心赤道座標系(慣性座標系)を使う。

③ 各種補正

大気・電離層の屈折補正を行なう。図3-2に周回数4379におけるEL(高度角)の屈折補正をした場合と、補正を行わない場合の(O-C)の値をプロットした。この図から当面の精度内では、この屈折補正式は適切であることがわかる。

レーダ及びトランスポンダ固有のオフセットの補正を行なう。

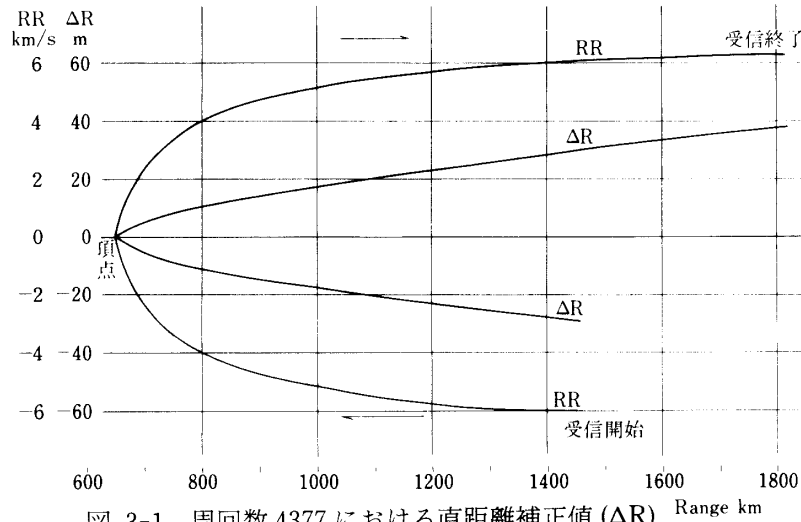


図 3-1 周回数 4377 における直距離補正值 (ΔR)

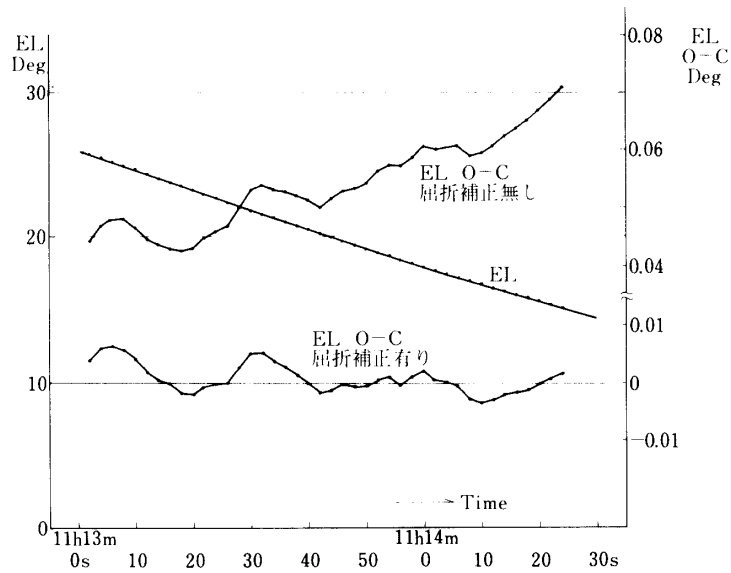


図 3-2 周回数 4379 における屈折補正

④ 観測誤差の除去

衛星と地上レーダとの回線状態の良否により、多分に追跡誤差が入って来るので、その誤差を除去しなければならない。回線状態を示すものとして、AGC レベル (受信機入力レベル) がデータとして附加されているので、レーダの追尾データの精度保証の目安として使用する。ここでは SN 20 dB 以上を確保できれば、レーダの性能が保証されるので、AGC レベルで -80 dBm 以上のデータのみを使っている。

⑤ スムージング・データ圧縮

多項式フィッティングにより観測値を時間の関数としてスムージングし、代表値を求めて、同時にデータ圧縮を行なう。即ち 5 秒間のデータを使用し、最小自乗法によるカーブフィッティングを行ない、 3σ 以上の誤差のあるデータを除き、再度同様の操作を繰返して、1 秒毎のデータを選出する。次に 1 秒間スライドして上記の方法を繰返して、スムージングを行なう。

⑥ 観測値 (O) のファイリング

以上の前処理により、観測値 (O) を決定し、日付・追跡局名・周回数・受信モード等必要なデータを附加して、観測データファイルを作成する。

(2) 各種定数

各種定数の選定は、初期軌道決定の計算、摂動計算、軌道予報値の算出等直接推定精度と関連があるので重要である。

衛星の軌道推定に必要な定数には次の様なものがある。

- ① 地球の赤道半径，偏平率，地球の質量
- ② 万有引力の定数及び光速
- ③ 地球の重力場を表わす調和係数
- ④ 地球をとりまく大気の密度分布表，衛星の抵抗係数
- ⑤ 観測局の座標
- ⑥ 大気，電離層の屈折
- ⑦ 観測バイアス
- ⑧ 太陽の輻射圧
- ⑨ 衛星のスラスタ係数

今回の実験では⑧⑨は無視している。

(3) 地球モデル

スミソニアン天文台決定の標準地球モデル C-7 系 (1976 年決定，地球赤道半径 6378.142 KM，偏平率 1/298.255) を使う。

この結果によると，人工衛星の観測から判明した日本の位置は各地点とも北西方面に約 500 m 平行移動している。衛星の追跡，軌道決定のみを考えれば，観測点の位置をベッセル系から，日本の位置のずれを修正した国際的な C-7 系に変換・統一した方が，他のデータとの比較の上から便利であるので，ここでは C-7 系に変換して使うことにした。

(4) 軌道要素の表現

衛星の運動を 2 体問題として考えると，ある時刻における位置と速度が与えられると，それ以後の運動は一義的に決まる。

レーダの場合は取得データ数が多いので，数十点のデータをスムーズして，位置と速度を求め初期軌道要素とする。

軌道要素の表現には，目的に応じて次の表現形式が一般的に採用されている。

- ① $t; X, Y, Z, \dot{X}, \dot{Y}, \dot{Z}$ 慣性座標表示
- ② $T_0; a, e, i, \Omega, \omega, MA$ ケプラーの軌道 6 要素
- ③ $T; a_1, a_2, a_3, \beta_1, \beta_2, \beta_3$ ハミルトンの軌道要素

軌道推定の演算には①の方法を用いる。この表現法は演算には便利であるが，直感的でないので，軌道比較・評価には②の表現が便利であるので要素変換を行なって評価する。

実際の軌道推定において，摂動力がある場合には，運動の軌跡は二次曲線から多少異なったものとなり，軌道要素は時間と共に変化する。

時間の関数である軌道要素に，ある時刻 t のときに， $X, Y, Z, \dot{X}, \dot{Y}, \dot{Z}$ の値と同じ値を持

つ楕円を画かせると、二つの楕円と軌道とは接する。この接する楕円を接触楕円といい、この要素を接触軌道要素(Osculating Orbital Elements)という。

時間の関数として与えられている軌道要素の中の周期項を平均して、定数項と永年項(時間に比例する項)のみを考えたものを平均軌道要素(Mean Orbital Elements)という。

(5) 軌道要素の変換(接触軌道要素から平均軌道要素への変換)

一次の短周期摂動、長周期摂動及び一次のセキュラー摂動を考慮して、接触軌道要素から、平均軌道要素の値を求める。

その変換は、初期値として、接触軌道要素の値を代入して、短・長周期の摂動量を計算し、接触軌道要素から減算して、1回目の平均要素を求め、その値を代入して、短・長周期の摂動量を求め、以後くり返して、要素が一定値に収束した時の値を平均軌道要素とする。

要素変換の関係式は次式で表わされる。

$$a_M = a_o - da_s$$

$$e_M = e_o - de_s - (de_l - d\bar{e}_s)$$

$$\omega_M = \omega_o - d\omega_s - (d\omega_l - d\bar{\omega}_s)$$

$$i_M = i_o - di_s - (di_l - d\bar{i}_s)$$

$$\Omega_M = \Omega_o - d\Omega_s - (d\Omega_l - d\bar{\Omega}_s)$$

$$MA_M = MA_o - dMA_s - \bar{n}t$$

$$\bar{n} = n_1 + \frac{3J_2}{2P^2} n_1 \left(1 - \frac{3}{2} \sin^2 i_M\right) \sqrt{1 - e_M^2}$$

$$P = a_M(1 - e_M^2)$$

$$n_1 = \sqrt{k^2 m / a_M^3}$$

ここで da_s , de_s , $d\omega_s$, di_s , $d\Omega_s$, dMA_s はそれぞれ長半径, 離心率, 近地点引数, 軌道面傾斜角, 昇交点経度, 平均近点離角の一次の短周期摂動項であり, 同様に「 l 」の付いたものは長周期摂動項である。又平均軌道要素に「 M 」, 接触軌道要素に「 O 」を付けて表現してある。又各々の変換数式については参考数式 2 を参照されたい。

4. 摂動について

人工衛星の運動を2体問題として考えた場合に、実際の軌道との間に誤差がでてくる。その原因は人工衛星には質点と考えた地球以外に、多くの微小な力(摂動力)が作用しているため、次の様なものが考えられる。

- ① 地球の重力ポテンシャルが球対称でない
- ② 地球の大気による抵抗力
- ③ 太陽, 月などの引力

- ④ 太陽の輻射圧
- ⑤ 衛星に搭載したスラスターによる力
- ⑥ 姿勢制御によって衛星に及ぼす力
- ⑦ 地球の磁場
- ⑧ 地球によって反射された太陽の輻射圧

この中で一般に摂動力として重要と考えられるものは、上位①から④までである。

次に各項の摂動について考えて見ると

①は普通の低高度の衛星の運動に最も影響する。地球の重力ポテンシャルによる摂動関数を P_E とすれば次式で表わされる。

$$P_E = \frac{\mu}{r} \sum_{m=0}^{\infty} \left(\frac{a}{r} \right)^L P_L^m(\sin \beta) J_{Lm} \cos m(\lambda - \lambda_{L,m})$$

ここで a : 地球の平均赤道半径

r : 地心半径

β : 衛星の地心緯度

λ : 衛星の地理的経度

P_L^m : Legendre の陪関数

$J_{L,m}, \lambda_{L,m}$: 定数

なお $J_{L,0}$ は J_L を表わすとする。そして $m=0$ の部分を Zonal harmonics と称し、その他の部分を non-zonal harmonics という。

主要項の永年摂動

Zonal な項の係数は 10^{-6} を単位としているが、全ての係数の中で J_2 だけが 10^{-3} のオーダーで圧倒的に大きい。この Zonal の項の Legendre 関数をケプラーの軌道要素で変形し、平均近点離角を引数とするフーリエ級数に展開すると Secular term と周期項に分けられる。前者は一次の永年項 (Secular term) で単調増加又は単調減少を示し、後者は三角関数的な周期のある短周期摂動項・長周期摂動項に分けられる。

その結果、軌道要素のうち Ω と ω に永年的な変動が生じ、その大きさは次式で与えられる。

$$\frac{d\Omega}{dt} = -\frac{3}{2} J_2 n \frac{r^2 \cos i}{a^2 (1-e^2)^2} \quad \frac{d\omega}{dt} = \frac{3}{2} J_2 n \frac{\left(2 - \frac{5}{2} \sin^2 i\right)}{(1-e^2)^2}$$

この式から昇交点経度 Ω の動きは、 i が 90° より小さい場合には、地球の自転と逆方向に移動し、極軌道だと動きが止まる。近地点引数 ω の動きは公転の平均角速度 n の J_2 倍で、軌道面傾斜角 i は、 $i < 63.4^\circ$ のときは軌道面内で進み、 $i > 63.4^\circ$ のときは逆方向に移動する。

②大気の抵抗力による摂動加速度を P_A とすれば、次式で表わされる。

$$P_A = -\frac{1}{2} C_D \frac{A}{m} \rho v_r v_r$$

ρ : 衛星の位置の大気密度

v : 大気に相対的な速度

m, A, C_D : 衛星の質量, 断面積, 抵抗係数

大気密度は高度に対して指数関数的に減少するので, 低高度衛星には大きな影響がある.

③太陽輻射圧による摂動関数を P_R とすると

$$P_R = CFx_s$$

C : 衛星が輻射圧の作用下にあるとき 1 で, 作用下に無い時 0 となる.

F : Force constant

x_s : 地心と太陽の中心との座標軸における座標とする.

この摂動力は宇宙研の衛星では, 軽量でかつ表面積が小さいので, 特に長期間の予報を行なう場合を除き極めて小さい.

④月あるいは太陽の引力による摂動関数を R_D とすれば

$$R_D = \frac{Gm_D}{r_D} \sum_{l=2}^{\infty} \left(\frac{r}{r_D} \right)^l P_l(\cos \theta_E)$$

m_D : 月又は太陽の質量

r_D : 月又は太陽の質量中心の地心距離

θ_E : 地心と衛星を結ぶ直線が地心と太陽又は月の質量中心を結ぶ直線に対してなす角

P_l : Legendre の関数

である.

参考のため, この数値の計算例として 1000 km の円軌道の衛星について, 簡単のため, 地球, 衛星, 月, 太陽が一直線上にある場合を考えると, これが最悪のケースとなり, 月・太陽の引力による摂動力は $\dot{Q} = -2 \times 10^{-5}$ deg/day 程度である.

地球周回の衛星の運動において軌道長半径の小さい衛星では, この影響を無視できる.

以上の摂動力の中で⑤から⑧については宇宙研で打上げた衛星については, その影響が微少なため, 特に長期間の予報をしない限り無視できる.

5. 軌道解析

(1) 運動方程式の解法

以上の摂動の各条件を入れて運動方程式を解くわけであるが, 運動方程式を解析的に解くことは困難であるが, 衛星の位置・速度が初期条件として与えられると, その近傍において成立する摂動力の大きさを計算することが可能である. したがって, この微分方程式を数値的に積分することが可能となり, 初期条件として与えられた位置・速度を 1 ステップ先に進め, その摂動力を求め, 以下同様の操作を繰返して, 必要とする時刻までの位置・速度を逐次数値積分 (特別摂動) することにより計算できるので, 高精度の結果を得ることができる.

特別摂動法には Cowell の方法, Enke の方法および要素変化の方法が最も有力なものと考えられる.

ここでは Cowell の方法を使って行なう. それは直交座標系における運動方程式を直接数値積分して, 衛星の運動を求める方法である. その概要は次の通りである. 簡単のために x 成分のみ考え

る。運動方程式は摂動加速度の x 成分を P_x とすれば

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\mu \frac{x}{r^3} + P_x$$

で与えられる。この x を数値積分すると同時に、各成分について積分すれば衛星の運動が求まる。尚 P の展開式は参考数式 1 の項を参照願います。

(2) 軌道改良法

(a) (O-C) 値の誤差改善

全てが理想的な場合には、実際の観測値 (O) と計算値 (C) とは等しく ($O-C$) は常にゼロになる筈である。しかし次の様な理由により ($O-C$) の値はゼロにはならない。

- ① 観測値に誤差がある。
- ② 摂動計算の数式モデルの不備
- ③ 軌道要素の展開次数の省略誤差
- ④ 各種定数の誤差

この中で①は観測方法・装置により決まるもので一般的にはガウス分布に従うものとする。

②, ③は必要に応じて、高次の理論の導入により、高い精度が得られる。

④は現在までに知られている最新の数値の採用により、真値に近づけることができる。

(b) 微分修正法による軌道改良

($O-C$) がゼロにならない原因として③, ④の数値を改良して得られる全ての観測に対して ($O-C$) の値をなるべく小さくしようとする操作である。

その結果として③軌道要素に対する修正値と、④各種定数に対する修正値である。

一般に軌道改良には微分修正法が用いられる。計算値 (C) は軌道要素、各種定数の関数として与えられるから、 M 個の定数を K_j , $j=1, 2, \dots, M$ とし、時刻 t_i とするとき

$$(C)_i = C(K_j, t_i)$$

($O-C$) _{i} がゼロにならないのは K_j が真値とわずかに異っているためで、その修正値を ΔK_j とすると

$$(O-C)_i = \sum_{j=1}^M \frac{\partial C_i}{\partial K_j} \Delta K_j$$

全ての観測 $i=1, 2, \dots, N$ に対して

$$\sum_{i=1}^N (O-C)_i^2 = \min$$

という条件を満足する様に ΔK_j を求めるのが微分修正法による軌道改良である。

一般にレーダデータによる軌道推定ではデータ量が多いので、最小自乗法の原理を用いて \min が最も小さな値をとる様な ΔK_j の値を算出して、繰り返し計算を行ない、最も確からしい軌道要素を算出する。

(c) 軌道推定におけるデータの選定

たんせい4号の場合、観測時間が約5分とすると、衛星の周期は95分であるから、周期に対する観測時間の比率は約5%である。1周の5%のデータによる軌道推定の場合、取得データの品質によっては、観測時間内は良いが、それ以外の軌道上の位置では、誤差の多い推定を行なう場合が

ある。

そこでレーダの追跡による軌道推定では、光学の場合と異なって、取得データ数が多いことと、太陽との位置関係で、朝・夕の時間とか、気象条件による影響が無いので、衛星が可視範囲内なら、いつでも観測できる強みがある。たんせい4号の場合1日約15周地球を廻るうちで、内之浦から可視範囲内に入る周回数は5~6周である。

その5~6周のうち、レーダで連続して2周のデータを追跡取得し、そのデータをもとに、第1周で作った軌道を初期値として、第1、第2周のデータを結合して軌道推定し、第3,4,5周の予報値を出して観測に使う。

この方法による軌道推定では、全周期に対する観測時間が3~5%でも、1周のみのデータによる推定の場合と異なり、2周によるタイムスパンが入るため、同時に周期の計測をしたことになり、推定精度は飛躍的に向上する。以上の理由から、精度の良い軌道を推定するためには、最低2周の追跡データが必要である。

高精度の衛星の位置を必要とし、尚かつ、次周の予報を必要とする実験には、可視内周回数5周のうち、第1・第2周をレーダで追跡し、第3・4・5周を観測実験に使うと言うパターンが良い。又事後解析で、観測実験で行なった周回数の、より高精度の位置を確定するためには、レーダと同時観測が望ましいが、電力及びオペレーションモードの関係で無理な場合には、4周又は5周のどちらか1周をレーダ追跡し、そのデータが加わると推定精度は一層確度の高いものとなる。

(3) プログラムと演算時間および計算精度

(a) プログラムと演算時間

プログラムはFORTRANで作成されており、カード枚数にして1400枚で、2倍精度の実行形式にした時のメモリーサイズは64KBである。

演算時間はFACOM M-200を使って計算した時のCPUタイムで、7~122秒である。M-200は公称10 MIPSの演算能力があると言われている計算機である。CPUタイムに差が出て来るのは、使用するデータ数、積分時間々隔、データ品質、初期値等により収束回数が異なるために発生する。収束回数の最大は20回に制限してあるため、規定の収束値に達しなくても20回で終了する。その場合収束値を見て満足できるものであるかどうかを判定し、不具合なデータがあれば、そのデータを削除して、再度実行させる。

(b) 積分時間間隔と計算時間及び精度

積分時間間隔は通常60秒を使用するが、表4に示すごとく、時間間隔が1秒と10秒では殆んど差が無く、又10秒と60秒でも短期間では差が出ないが、長期間の予報には誤差が入って来る。

時間間隔を小さく取ると積分時間が増大するので、必要とする精度と積分時間を考慮して選定すると良い。

(4) 推定軌道の評価

(a) 推定軌道の比較と評価

推定軌道に対する(O-C)の値と自乗平均誤差(RMS)により収束状況が判定される。しかしこのRMSの中には、衛星と地上レーダとの回線状態によるレーダの追跡誤差も入っているため、AGCレベル及びレーダ追跡メモを見ながら判定する必要がある。

次に軌道要素の比較のため、ケプラーの軌道要素に変換する。他要素との比較を規格化するた

表4 積分時間間隔と予報計算誤差

参照時間	積分きざみ巾	1.0 秒	10.0 秒	60.0 秒
	結果			
1980年 12月3日 6時8分	R (km)	1054.5856	1054.5856	1054.5856
	Az (deg)	167.1121	167.1121	167.1122
	El (deg)	29.1234	29.1234	29.1234
1980年 12月4日 12時42分	R	633.7610	633.7611	633.7797
	Az	216.1634	216.1634	216.2083
	El	57.4765	57.4765	57.4734
1980年 12月5日 10時53分	R	977.2505	977.2502	977.0936
	Az	71.0784	71.0784	71.0686
	El	31.0347	31.0347	31.0416

上表を作成するために用いた初期値

$$\left\{ \begin{array}{l} T = 29138820.0 \text{ (sec)} \leftarrow 1980 \text{ 年 } 1 \text{ 月 } 1 \text{ 日からのトータル秒} \\ X = 2599.10365 \text{ (km)} \\ Y = -5914.20582 \text{ (km)} \\ Z = 2563.30317 \text{ (km)} \\ \dot{x} = 5.19925 \text{ (km/sec)} \\ \dot{y} = 3.94221 \text{ (km/sec)} \\ \dot{z} = 3.81187 \text{ (km/sec)} \end{array} \right.$$

め、EPOCH TIME を UT 0 時に時刻を移動し、尚かつ接触軌道要素から平均軌道要素に変換して、各要素間を比較する。たとえばその比較の対称は NASDA から発表された軌道要素を比較時刻に変換（ここでは観測日の翌日の UT 0 時）して比べ、その差を取り、日付を横軸にして各パラメータデータをプロットして、その連続性を見る。

表 5-1・2・3 に軌道収束のための使用周回数、データ数、各データの $(O-C)$ の RMS 等の軌道収束状況が示してある。

図 4-1 は 3 月実験期間における各レーダの全追跡データにおける SR, EL, AZ の RMS が描かれており、又図 4-2, 3 には 12 月及び 1 月実験における PREC の RMS が画かれている。この図は軌道収束パラメータとして X, \dot{X} のみを変化して収束させ、観測位置はパラメータとして変動させなかった場合の値である。

表 6-1・2・3 は ISAS で推定した軌道要素の推定値であり、表 6-4 には NASDA から発表された要素の一覧を示した。

軌道要素の比較評価のため軌道長半径 A の値を各々 3 月, 12 月, 1 月について図 5-1・2・3 にプロットしてある。又その結果から \dot{A} の値が算出され、その各々の値は次の様である。3 月は $\dot{A} = -0.078, -0.094$, 12 月は $\dot{A} = -0.093$, 1 月は $\dot{A} = -0.085$ KM/DAY の値が計測された。この値は NASDA のデータでも、ほぼ同様である。又 3 月 22, 23 日頃に A の値に断層があり、この原因は

表 5-1 3月実験軌道収束状況

月/日	周回数	データ数 (個)	時間間隔 (秒)	収束回数 (回)	RMS		翌日 24 時間後 の予報誤差 (秒)
					S : km rms	A, E : Deg rms	
3/19	469) 2周 471)	161	1	20	S=0.0410 A=0.0191 E=0.0343	84.5	3/20 485, -0.9 (473, -0.04)
3/20	485) 2周 486)	174	1	5	S=0.0029 A=0.0108 E=0.0190	14.2	3/21 500, -1.3
3/21	500) 2周 502)	200	1	20	S=0.0123 A=0.0111 E=0.0115	91.6	3/22 515, -0.9
3/22	515) 2周 516)	180	1	20	S=0.0235 A=0.0066 E=0.0074	57.0	3/24 545, -4.0 (517, -0.03)
3/24	545) 2周 547)	161	1	13	S=0.0053 A=0.0028 E=0.0046	33.4	3/25 559, -0.6
3/25	559) 2周 560)	347	1	6	S=0.0638 A=0.0061 E=0.0071	20.4	3/26 575, -1.3 (561, -0.03)
3/26	575) 2周 576)	765	1	20	S=0.0146 A=0.0095 E=0.0139	122.4	3/27 590, -1.4
3/27	590) 2周 591)	508	1	20	S=0.0095 A=0.0109 E=0.0162	98.5	3/28 604, -0.9
3/28	604) 2周 605)	248	1	20	S=0.0309 A=0.0057 E=0.0059	64.0	(606, -0.06)

() 内は翌周予報値

表 5-2 12月実験軌道収束状況

月/日	周回数	データ数 (個)	時間間隔 (秒)	収束回数 (回)	RMS S : km rms A, E : Deg rms	CPUT (秒)	翌日の24時間後 の予報誤差 (秒)
12/2	4362 4363) 2周	277	1	5	S=0.0075 A=0.0050 E=0.0047	14.6	12/3 4376, -1.8 (4364, -0.06)
12/3	4376 4377) 2周	129	1	4	S=0.0054 A=0.0024 E=0.0079	9.2	12/4 4391, -1.5
12/3	4376 4377 4378) 3周	203	1	16	S=0.0055 A=0.0107 E=0.0088	66.7	12/4 4391, -1.7
12/3	4376 4377 4378 4379) 4周	338	1	3	S=0.0046 A=0.0095 E=0.0075	15.8	12/4 4391, -1.7
12/4	4391 4392) 2周	203	1	5	S=0.0046 A=0.0048 E=0.0092	15.3	12/5 4406, -1.5
12/5	4406 4407) 2周	538	1	3	S=0.0081 A=0.0052 E=0.0137	12.0	12/6 4421, -1.6
12/6	4421 4422) 2周	112	1	3	S=0.0058 A=0.0038 E=0.0071	6.9	12/7 4436, -1.8
12/7	4436 4437) 2周	173	1	3	S=0.0005 A=0.0024 E=0.0038	7.7	12/8 4451, -1.7
12/8	4451 4452) 2周	511	1	7	S=0.0069 A=0.0117 E=0.0117	34.0	

明らかでは無いが、太陽活動の変化か、又は3月22日から衛星搭載のアーケジットの試験を行なったためと考えられる。ただ後者の場合には、アーケジットのスラストが微少であり、そのベクトルはスピン軸周りであるので積極的には考えられない。

要素の比較の中で、軌道が円に近くなると、 e が0に近くなり、 MA と ω の係数は殆んど等しく、 MA と ω とを分離して決めにくい。そこで軌道の比較評価をする場合には摂動の影響も含まれた、

表 5-3 1月実験軌道収束状況

月/日	周回数	データ数 (個)	時間間隔 (秒)	収束回数 (回)	RMS S: km rms A, E : Deg rms	CPUT (秒)	翌日 24 時間後 の予報誤差 (秒)
1/24	5163 5164) 2 周	407	1	17	S = 0.0041 A = 0.0085 E = 0.0092	68.3	1/26 5193, -4.2
1/26	5192 5193) 2 周	262	1	20	S = 0.0186 A = 0.0272 E = 0.0145	69.0	1/27 5207, -1.2
1/27	5207 5208) 2 周	570	1	11	S = 0.0058 A = 0.0116 E = 0.0147	52.2	1/28 5222, -0.9
1/28	5222 5224) 2 周	390	1	8	S = 0.0077 A = 0.0119 E = 0.0121	44.0	1/29 5239, -1.8
1/29	5239 5241) 2 周	369	1	18	S = 0.0064 A = 0.0153 E = 0.0087	64.0	1/30 5252, -1.5
1/30	5252 5253) 2 周	304	1	8	S = 0.0024 A = 0.0084 E = 0.0086	35.5	

昇交点から測った人工衛星までの角距離（緯度引数 argument of latitude) $L = MA + \omega$ として考えた方が現実的である。

図 6-1, 2 に NASDA の要素を比較時刻 (UT 0 時) に変換したものと ISAS で推定した L の値の差をプロットしたものである。

3 月は途中で衛星軌道に変化が現われたため、3 月 19 日の軌道要素との比較では、その誤差が拡大されている。3 月 24 日に発表された修正された要素と比較すると、その差は小さく良く合っている。

3 月と 12 月は NASDA に軌道推定依頼を出したので、その差は小さくなっているが、1 月の実験の時は、定時観測により算出された要素との比較のためその誤差は大きくなっている。

この様に比較することにより、推定した軌道パラメータが適切な値であるかどうかの判定の目安になると共に、予報値の推定にも大変役立っている。

(b) 軌道予報と誤差

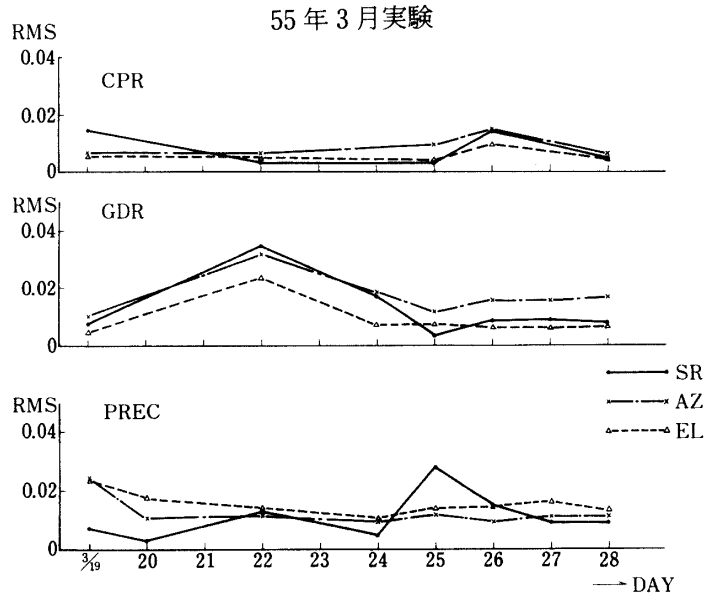


図 4-1 軌道収束誤差 (O-C) RMS (3月実験)

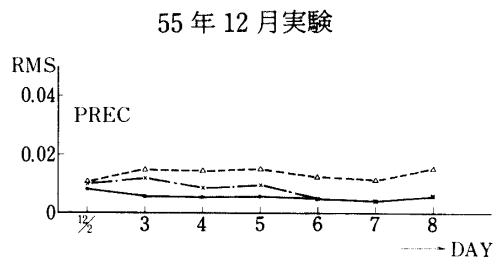


図 4-2 軌道収束誤差 (O-C) RMS (12月実験)

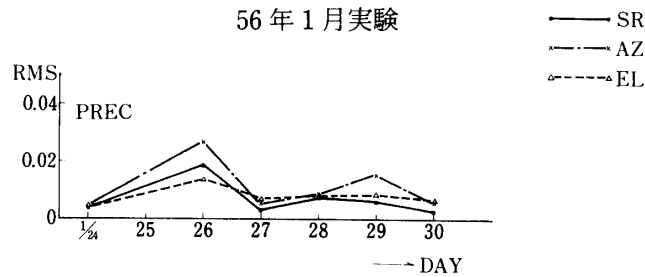


図 4-3 軌道収束誤差 (O-C) RMS (1月実験)

表6-1 3月実験軌道要素推定値 (MEAN) ISAS

使用データ 月/日	3/19	3/20	3/21	3/22	3/24	3/25	3/26	3/27	3/28
EPOCH 月/日 UT 0時	3/20 0h	3/21 0h	3/22 0h	3/23 0h	3/25 0h	3/26 0h	3/27 0h	3/28 0h	3/29 0h
A	6939.6243	6939.6001	6939.5183	6939.4351	6939.1693	6939.0612	6938.9314	6938.8131	6938.7525
E	0.006495	0.006614	0.006508	0.006777	0.006508	0.006649	0.006572	0.006516	0.006514
I	38.6807	38.6873	38.6859	38.6930	38.6911	38.6876	38.6873	38.6816	38.6900
Ω	330.9345	325.1264	319.3287	313.5032	301.9044	296.0949	290.2977	284.4920	278.6763
ω	42.4438	50.2804	58.2401	63.9269	80.4094	85.2754	93.1053	100.2370	106.2534
MA	56.4829	65.7833	75.0993	86.7397	105.3085	118.0461	128.0052	138.8153	150.8251
L	98.9267	116.0638	133.3395	150.6666	185.7179	203.3215	221.1104	239.0523	257.0785
HA	606.5551	607.3549	606.5400	608.3209	606.1876	607.0589	606.3947	605.8831	605.8101
HP	516.4095	515.5614	516.2125	514.2653	515.8669	514.7796	515.1842	515.4590	515.4109
T	95.8878	95.8873	95.8834	95.8839	95.8784	95.8761	95.8735	95.8710	95.8697

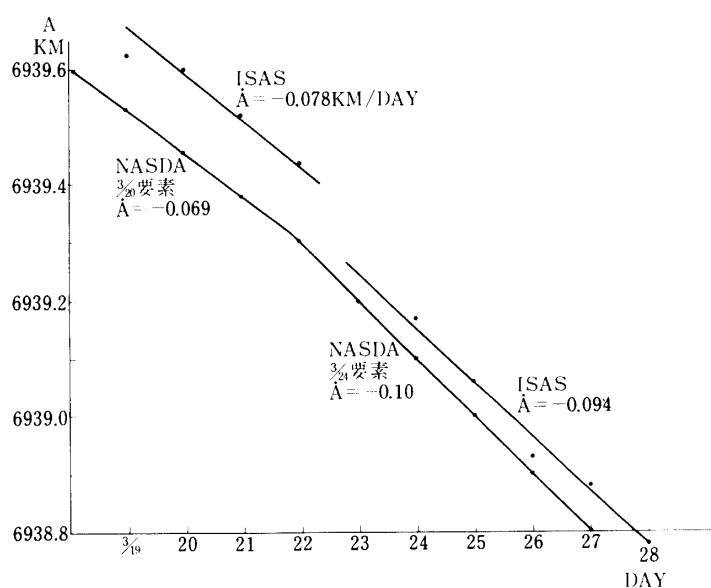


図5-1 3月実験Aの変化

表 6-2 12月実験軌道要素推定値(MEAN) ISAS

使用データ 月/日	12/2	12/3	12/3	12/3	12/4	12/5	12/6	12/7	12/8
EPOCH 月/日 UT 0時	12/3 0h	12/4 0h	12/4 0h	12/4 0h	12/5 0h	12/6 0h	12/7 0h	12/8 0h	12/9 0h
A	6919.1197	6918.8939	6918.9053	6918.9057	6918.8629	6918.8102	6918.6851	6918.4620	6918.5446
E	0.005111	0.005002	0.005047	0.005032	0.005042	0.004919	0.004879	0.004903	0.004927
I	38.6863	38.6844	38.6871	38.6871	38.6841	38.6864	38.6850	38.6853	38.6841
Ω	265.4819	259.6209	259.6212	259.6225	253.7461	247.8930	242.0180	236.1476	230.2780
ω	208.6923	217.8253	216.9502	217.1592	226.2112	234.6393	241.9764	250.0623	259.3132
MA	240.7028	272.9374	273.8121	273.5991	306.0739	339.2583	13.6767	47.6133	80.1907
L	89.3951	130.7627	130.7623	130.7583	172.2851	213.8977	255.6531	297.6756	339.5039
HA	576.3438	575.3589	575.6837	575.5812	575.6047	574.7050	574.3013	574.2378	574.4869
HP	505.6117	506.1450	505.8428	505.9462	505.8372	506.6314	506.7849	506.4023	506.3183
T	95.4631	95.4585	95.4587	95.4587	95.4578	95.4567	95.4542	95.4495	95.4512

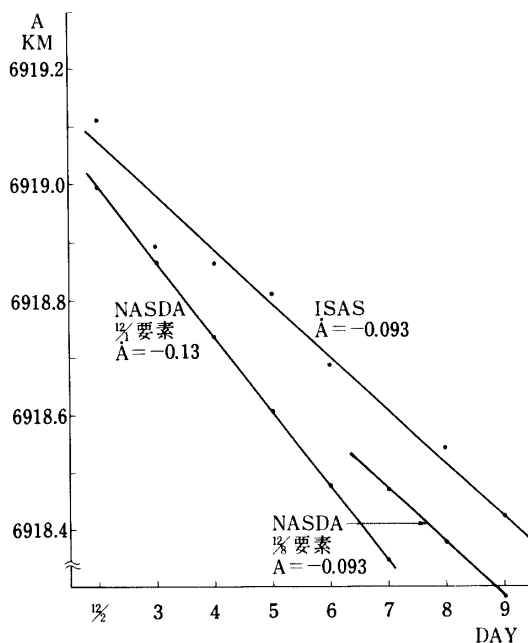


図 5-2 12月実験Aの変化

表 6-3 1月実験軌道要素推定値 (MEAN) ISAS

使用データ 月/日	1/24	1/26	1/27	1/28	1/29	1/30
EPOCH 月/日 UT 0時	1/25 0 h	1/27 0 h	1/28 0 h	1/29 0 h	1/30 0 h	1/31 0 h
<i>A</i>	6914.4936	6914.3719	6914.1569	6914.1636	6914.0786	6914.0355
<i>E</i>	0.004801	0.004911	0.004859	0.004847	0.004878	0.004998
<i>I</i>	38.6863	38.6713	38.6844	38.6862	38.6833	38.6853
Ω	314.2398	302.4357	296.5995	290.7232	284.8511	278.9619
ω	259.2754	277.2326	285.6580	293.8580	302.0923	309.6753
<i>MA</i>	13.2763	88.9989	127.5738	166.4269	205.3763	245.1106
<i>L</i>	272.5517	6.2315	53.2319	100.2849	147.4685	194.7858
<i>HA</i>	569.5462	570.1848	569.6106	569.5355	569.6367	570.4530
<i>HP</i>	503.1569	502.2750	502.4193	502.5077	502.1885	501.3340
<i>T</i>	95.3674	95.3989	95.3605	95.3606	95.3589	95.3579

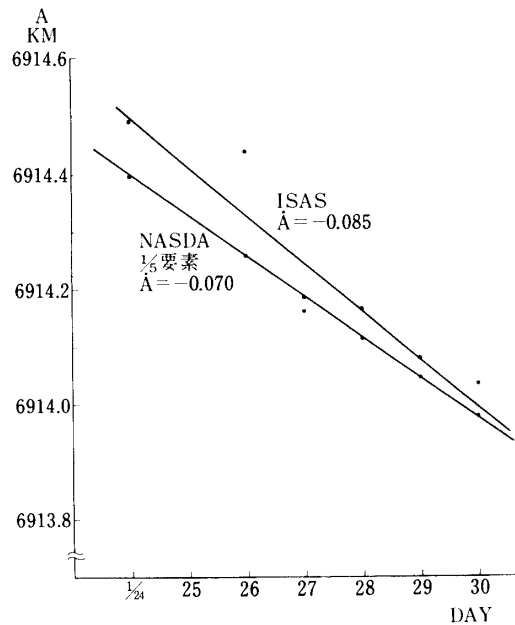


図 5-3 1月実験Aの変化

表 6-4 3月, 12月, 1月実験軌道要素推定値 (MEAN) NASDA

使用データ	ドップラー 周波数	ドップラー 周波数	ドップラー 周波数	ドップラー 周波数	ドップラー 周波数	ドップラー 周波数	ドップラー 周波数
EPOCH 月/日 UT 0時	'80 3/20 0h	'80 3/24 0h	'80 3/27 0h	'80 12/1 0h	'80 12/8 0h	'81 1/5 0h	'81 2/9 0h
<i>A</i>	6939.536	6939.202	6939.005	6919.257	6918.470	6915.797	6913.118
<i>E</i>	0.006123	0.005969	0.005981	0.00539	0.005398	0.005315	0.005264
<i>I</i>	38.683	38.686	38.684	38.690	38.685	38.692	38.680
<i>Q</i>	331.025	307.702	290.412	277.187	236.130	71.750	226.024
<i>ω</i>	40.511	70.581	93.322	198.771	251.706	106.651	14.582
<i>MA</i>	58.424	97.616	127.425	168.412	45.908	327.809	250.612
<i>L</i>	98.935	168.197	220.747	7.183	297.614	74.460	265.194
<i>HA</i>	604.586	602.479	603.124	578.410	577.674	574.414	571.363
<i>HP</i>	519.592	519.640	520.114	503.820	502.982	500.896	498.588
<i>T</i>	95.900	95.879	95.891	95.466	95.450	95.394	95.339
<i>Ȧ</i>	$\dot{A} = -0.069$	$\dot{A} = -0.100$	$\dot{A} = -0.076$	$\dot{A} = -0.130$	$\dot{A} = -0.093$	$\dot{A} = -0.097$	$\dot{A} = -0.069$

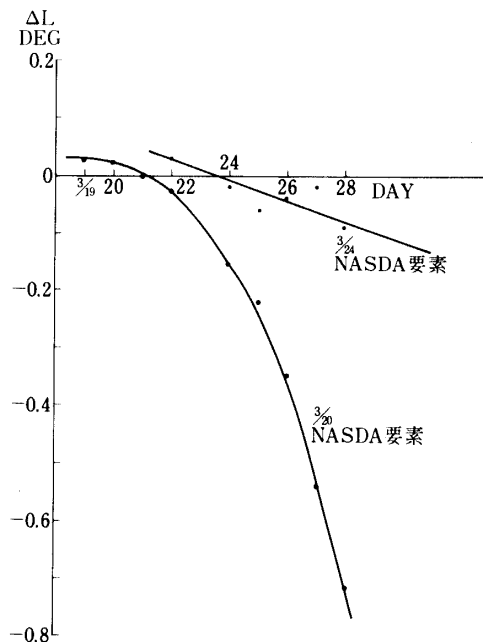


図 6-1 NASDA 緯度指数との差 (3月実験)

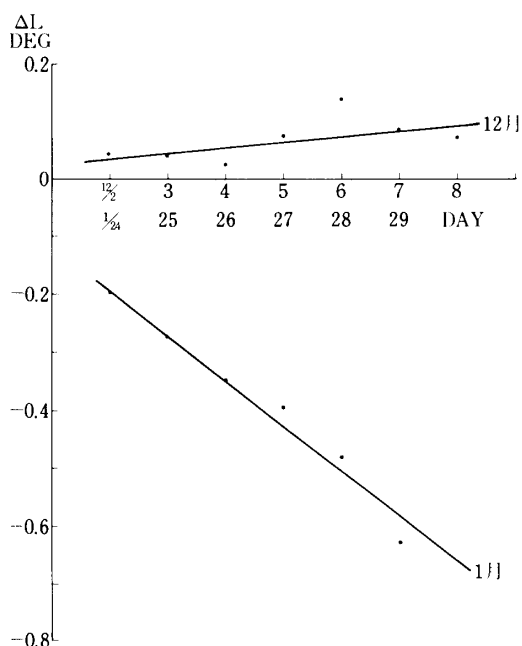


図 6-2 NASDA 緯度引数との差 (12月, 1月実験)

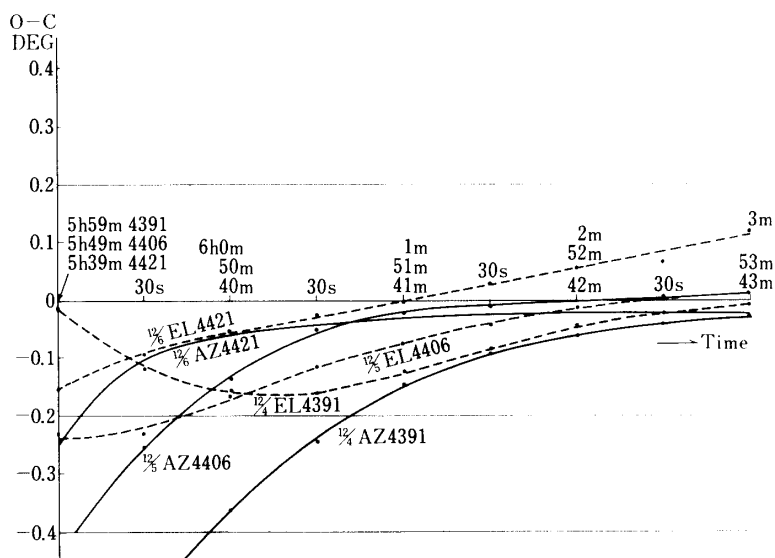


図 7-1 12月1日 NASDA 要素による予報誤差 (O-C)

軌道予報を行なう前に、まず使用したデータに対する(O-C)を取り、その自乗平均誤差を見て推定軌道の良否を判定する。しかしこの(O-C)の誤差の中には、前にも述べた様に衛星と地上レーダとの回線状態によるレーダの追跡誤差も入っているので注意が必要である。

表5-1,2,3に使用周回数、データ数、自乗平均誤差等の収束状況及び翌日(約24時間後)の予報時刻誤差が示されている。表から翌日予報で0.6 secから1.8 secの時刻誤差内に入っている。又当日の翌周回目の推定誤差は時刻にして、0.03 secから0.06 secであり、距離にすると200 mか

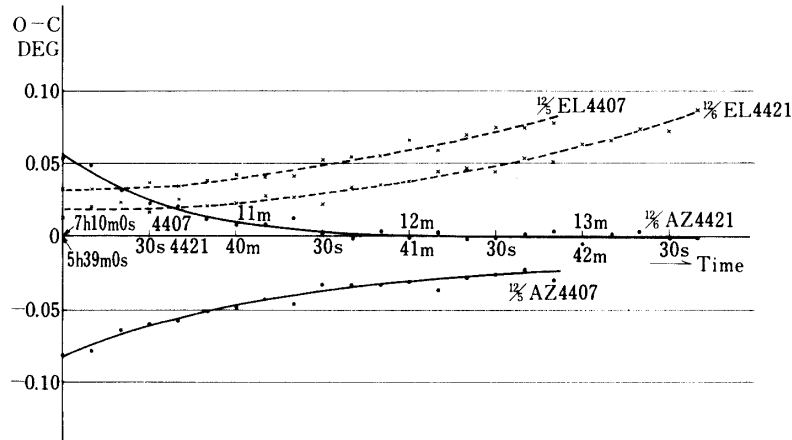


図 7-2 12月4日 ISAS 要素による予報誤差 (O-C)

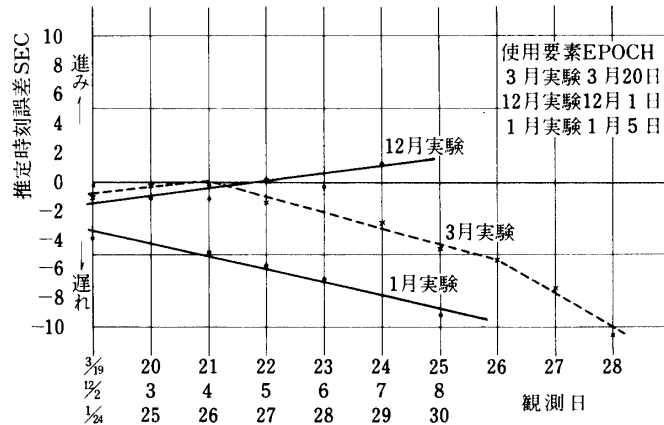


図 7-3 NASDA 要素の推定時刻誤差

ら 300 m 以内に入っているため、当面の実用上からは十分な推定値と言える。

12月3日の2周、3周、4週のデータの組合わせを使って収束させた各ケースにおける翌日推定予報の場合、いずれの場合の推定値にも大きな差は無いことがわかり、特に翌週目の予報の場合には2周データによる軌道推定で充分である。

図 7-1 に NASDA で決定した 12月1日の要素から 12月5日と6日の予報値との角度に対する (O-C) をプロットしたものである。

図 7-2 は ISAS の 12月4日における周回数 4391 と 4392 の 2周データから推定した予報値と 12月5日と6日の実測値との (O-C) である。

図 7-3 に NASDA で決定した要素から予報した値との (O-C) を取り、時刻 OFF SET をかけて、(O-C) の値が最小になる時刻差をプロットしたものである。

レーダの2週の追跡データによる軌道推定値から、2日先の予報値が、実測値に対しておおよそ100分の5度以内に入っている。

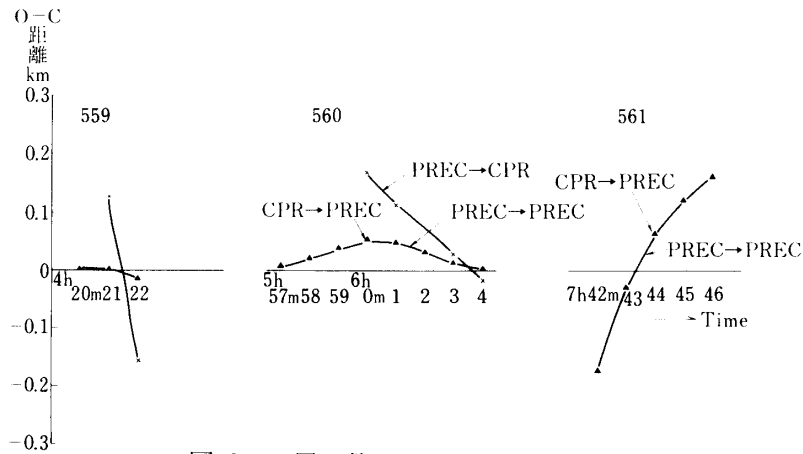


図 8-1 周回数 559~561 距離 (O-C)

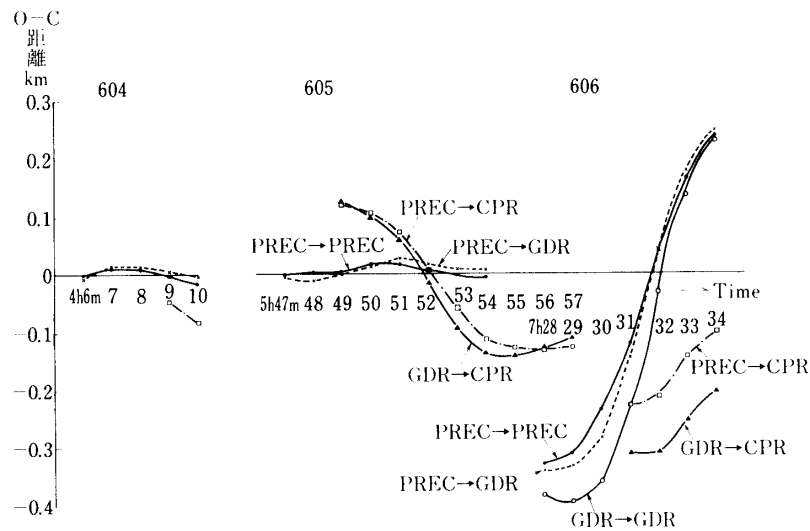


図 8-2 周回数 604~606 距離 (O-C)

5. マルチトラッキングによるデータの比較

図 8-1, 2 にマルチトラッキングによるデータの比較がプロットしてある。この記号の中で、PREC → CPR と言うのは、左側が軌道推定に使ったレーダデータ名で、右側がその推定軌道と比較したレーダデータ名である。即ち左側の PREC データで推定した軌道による計算値と右側 CPR レーダデータとの (O-C) の値をプロットしたものである。頁数の関係から 3 月 25 日の 559, 560, 561 周と 3 月 28 日の 604, 605, 606 周の代表例について、ここでは特に変化に敏感な直距離について描いてある。

この 2 例について、各々使用データは 3 周の内の前 2 周のデータにより軌道推定し、その翌周目を推定して (O-C) を取ってある。

レーダ 1 局だけのデータによる軌道推定では、翌週の軌道 (面) の推定には 1000 km で約 200 m 程の微妙な誤差が混入する。この誤差は時間誤差と見ても軌道面の誤差と見ても良いが、それを前者とすると 0.05 秒となり、後者と見ると軌道面誤差として 1000 分の 1.7 に相当する。これはレーダの角度誤差の限界値である。

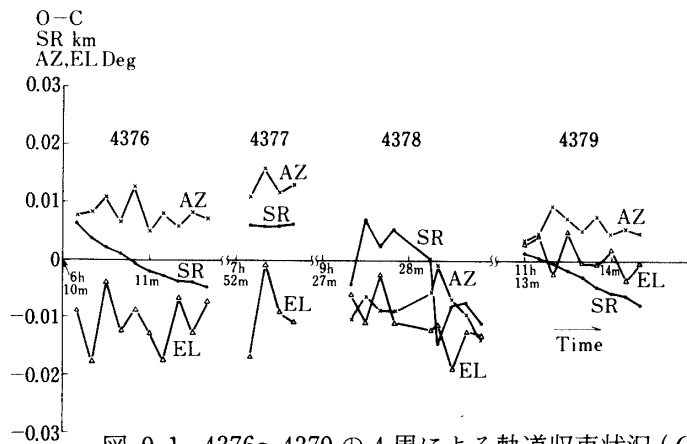


図 9-1 4376~4379 の4周による軌道収束状況 (O-C)

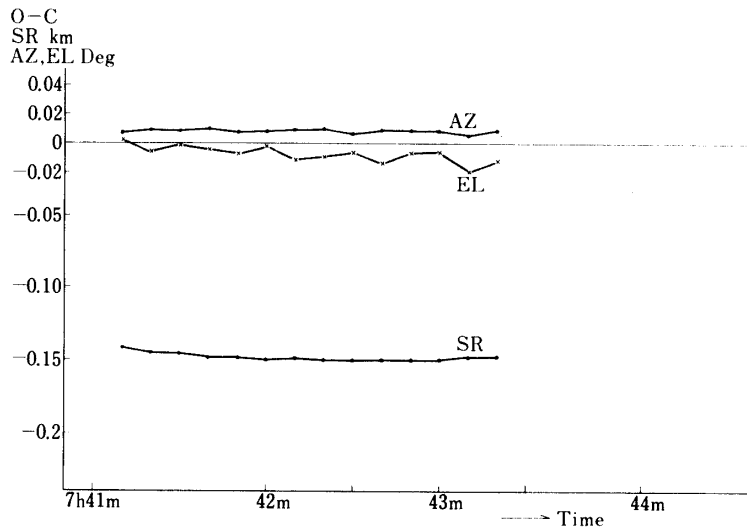


図 9-2 12月3日推定要素から12月4日(4392)推定の予報誤差 (O-C) (OFFSET 1.7 sec)

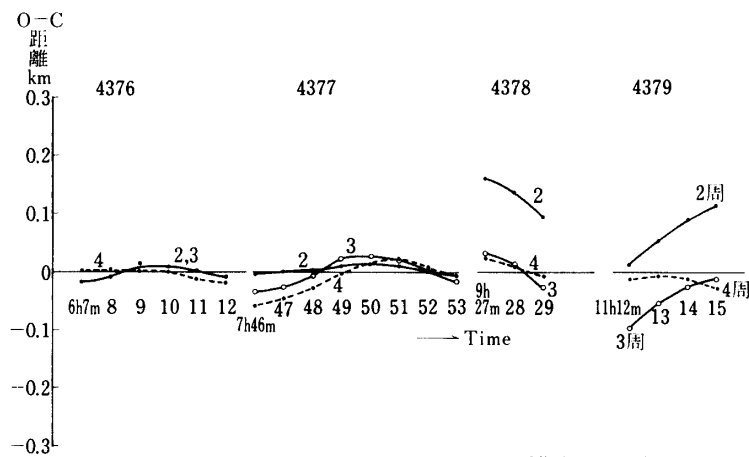


図 10 各ケースにおける直距離 (O-C)

図9-1に12月3日の4376から4379周までの4週の追跡データを使って収束させたものの(O-C)をプロットしたものである。

図9-2は12月3日の4週の軌道推定要素を使って、推定時刻に1.7秒のOFF SETをかけて、12月5日の4392周の(O-C)を描いたものである。

1.7秒の時刻補正をかけると角度で100分の1度、距離で150m程度の誤差の中に入るが、もっと適切な時刻補正をすると、さらに良いデータが得られる。

図10には4376から4379の4周の内3ケースの組み合わせ、即ち2周(4376+4377)、3周(4376+4377+4378)、4周(4376+4377+4378+4379)の各ケース毎に軌道推定を行ない、その各ケース毎の(O-C)を距離についてプロットした。その軌道の収束状況は表4-2に、推定軌道要素は表6-2に記してあるので参照されたい。

6. むすび

今回の実験によりレーダによる衛星追跡で、比較的小規模な設備で、且つ小さな推定プログラムにより、短時間内に衛星の軌道推定が可能になったことがわかった。

NASDAによる、たんせい4号の軌道決定誤差は衛星初期モードで週1回の推定が行なわれ、その誤差は数秒以内である。定常モードの場合は2週間に1度の割合で、その誤差は4~6秒であり、監視モードの場合は月1度の推定で、5~15秒の誤差と推定される。(図7-3参照)

宇宙研の1局のレーダにより、2週の追跡データから軌道決定した場合、追跡周回内では距離にして10数m、角度にして1000分の5~8度内であり、翌周推定で、100分の3秒、200m以内、翌日推定で平均1.5秒、距離にして2~7km、角度で100分の5度程度の範囲には充分入ることが確認された。

このことから指定された周回数の衛星位置推定には有効な手段である。

今回行なわれたNASDAレーダとのマルチトラッキングについて、レーダの位置及び角度オフセットについて、各周回数により、オフセット値がまちまちであるため、10数m及び1000分の数度以上の誤差は無いことは分かったが、詳細なデータの検討は、今回のプログラムでは機能不足で解析できなかった。

又東京天文台とのレーザ実験について、軌道予報値は充分望遠鏡の視野内に入り、レーザ実験用の軌道ガイドとしては満足できたが、レーザによる測距値との間にはバラツキがあり、その原因は現在検討中である。

今後の課題としては、長楕円軌道の衛星及び低近地点軌道の衛星の問題、又それぞれの長期間に渡ってフィットする軌道推定・予報の問題等現在検討中であり、今後も引続いて開発して行く予定である。

最後に本実験のプログラム改良にあたって、資料の提供などで、ご協力いただいた東京天文台の古在教授、富田講師、中村助手に深く感謝の意を表す。

又たんせい4号衛星の追跡に当って、NASDAの打上管制部、追跡管制部を始め、その他多数の追跡に参加された方々と宇宙研のたんせい4号追跡班の方々に深く感謝します。

参 考 文 献

- [1] SAO, Special Report, No. 295
 [2] SAO, Special Report, No. 264 C-7 System 1967
 [3] Methods of Orbit Determination, Pedro Ramon Escobal
 [4] 人工衛星の軌道
 宇宙開発事業団追跡管制部
 東京天文台 古在教授著
 [5] 大気密度テーブル表「CIRA 1972」
 [6] Solar Geophysical Data Prompt reports, February 1981 No. 438
 [7] 回帰軌道と準回帰軌道の軌道要素の決定法と実用衛星への応用 電波研季報 1974 高橋, 川上

参 考 数 式 1

人工衛星の運動方程式

(1) 地球のポテンシャル

地球のポテンシャル Φ は地心距離 r と緯度 δ を用いて以下のように表わせる。

$$\begin{aligned} \Phi = \frac{\mu}{r} & \left\{ 1 + \frac{J_2 R_0^2}{2r^2} (1 - 3 \sin^2 \delta) \right. \\ & + \frac{J_3 R_0^3}{2r^3} (3 - 5 \sin^2 \delta) \sin \delta \\ & - \frac{J_4 R_0^4}{8r^4} (3 - 30 \sin^2 \delta + 35 \sin^4 \delta) \\ & - \frac{J_5 R_0^5}{8r^5} (15 - 70 \sin^2 \delta + 63 \sin^4 \delta) \sin \delta \\ & \left. + \frac{J_6 R_0^6}{16r^6} (5 - 105 \sin^2 \delta + 315 \sin^4 \delta - 231 \sin^6 \delta) + \varepsilon \right\} \end{aligned}$$

(2) 人工衛星の運動方程式

軌道改良プログラムにおいて使用している衛星軌道を表わす運動方程式は地球の重力ポテンシャルの6次の項までを考慮した以下の数式を用いている。

$$F = m \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} \text{ より}$$

$$\frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = \frac{F}{m} = \Delta \Phi = \begin{bmatrix} \frac{\partial \Phi}{\partial x} \\ \frac{\partial \Phi}{\partial y} \\ \frac{\partial \Phi}{\partial z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{d^2 x}{dt^2} \\ \frac{d^2 y}{dt^2} \\ \frac{d^2 z}{dt^2} \end{bmatrix}$$

ただし、人工衛星の質量は地球のそれにくらべて無視できるものとしている。

$$\begin{aligned} \frac{d^2x}{dt^2} = & -\mu \frac{x}{r^3} \left\{ 1 + \frac{3}{2} \frac{J_2 R_0^2}{r^2} (1 - 5 \sin^2 \delta) \right. \\ & + \frac{5}{2} \frac{J_3 R_0^3}{r^3} (3 - 7 \sin^2 \delta) \sin \delta \\ & - \frac{5}{8} \frac{J_4 R_0^4}{r^4} (3 - 42 \sin^2 \delta + 63 \sin^4 \delta) \\ & - \frac{3}{8} \frac{J_5 R_0^5}{r^5} (35 - 210 \sin^2 \delta + 231 \sin^4 \delta) \sin \delta \\ & \left. + \frac{1}{16} \frac{J_6 R_0^6}{r^6} (35 - 945 \sin^2 \delta + 3465 \sin^4 \delta - 3003 \sin^6 \delta) \right\} \end{aligned}$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} = y \left(\frac{1}{x} \frac{d^2x}{dt^2} \right)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2z}{dt^2} = & -\mu \frac{z}{r^3} \left\{ 1 + \frac{3}{2} \frac{J_2 R_0^2}{r^2} (3 - 5 \sin^2 \delta) \right. \\ & + \frac{5}{2} \frac{J_3 R_0^3}{r^3} (6 - 7 \sin^2 \delta) \sin \delta \\ & - \frac{5}{8} \frac{J_4 R_0^4}{r^4} (15 - 70 \sin^2 \delta + 63 \sin^4 \delta) \\ & - \frac{3}{8} \frac{J_5 R_0^5}{r^5} (105 - 315 \sin^2 \delta + 231 \sin^4 \delta) \sin \delta \\ & \left. + \frac{1}{16} \frac{J_6 R_0^6}{r^6} (245 - 2205 \sin^2 \delta + 4851 \sin^4 \delta - 3003 \sin^6 \delta) \right\} \\ & + \frac{\mu}{r^2} \left\{ \frac{3}{2} \frac{J_3 R_0^3}{r^3} - \frac{15}{8} \frac{J_5 R_0^5}{r^5} \right\} \end{aligned}$$

参 考 数 式 2

(1) 地球の扁平による摂動関数

人工衛星の軌道は2次曲線では表わせず、ポテンシャルも

$$\Phi = \frac{\mu}{r} + R \quad \text{.....} \textcircled{1}$$

と表わされる。このときの R を摂動関数と呼ぶ。

この摂動関数はその現われ方により以下のように分類される。

(i) 一次の永年項(Secular term)

$$R_1 = \frac{\mu}{a^3} J_2 R_0^2 (1 - e^2)^{-\frac{3}{2}} \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{4} \sin^2 i \right) \text{.....} \textcircled{2}$$

(ii) 短周期摂動項

$$R_s = \frac{\mu}{a^3} J_2 R_0^2 \left[\left(\frac{1}{2} - \frac{3}{4} \sin^2 i \right) \left\{ \left(\frac{a}{r} \right)^3 - (1-e^2)^{-\frac{3}{2}} \right\} + \frac{3}{4} \left(\frac{a}{r} \right)^3 \sin^2 i \cdot \cos 2(f+\omega) \right] \dots\dots\dots ③$$

(iii) 長周期摂動項

$$R_l = -\frac{3\mu J_2^2 R_0^4}{64a^5} (1-e^2)^{-\frac{7}{2}} e^2 \sin^2 i (14-15 \sin^2 i) \cos 2\omega \dots\dots\dots ④$$

(2) 軌道要素の変化式

軌道要素の摂動力による変化を表わす式は以下に示すようになる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{da}{dt} &= \frac{2}{na} \frac{\partial R}{\partial M} \\ \frac{de}{dt} &= \frac{1-e^2}{na^2 e} \frac{\partial R}{\partial M} - \frac{\sqrt{1-e^2}}{na^2 e} \frac{\partial R}{\partial \omega} \\ \frac{di}{dt} &= \frac{\cot i}{na^2 \sqrt{1-e^2}} \frac{\partial R}{\partial \omega} - \frac{1}{na^2 \sqrt{1-e^2} \sin i} \frac{\partial R}{\partial \Omega} \\ \frac{d\omega}{dt} &= \frac{\sqrt{1-e^2}}{na^2 e} \frac{\partial R}{\partial e} - \frac{\cot i}{na^2 \sqrt{1-e^2}} \frac{\partial R}{\partial i} \\ \frac{d\Omega}{dt} &= \frac{1}{na^2 \sqrt{1-e^2} \sin i} \frac{\partial R}{\partial i} \\ \frac{dM}{dt} &= n - \frac{2}{na} \frac{\partial R}{\partial a} - \frac{1-e^2}{na^2 e} \frac{\partial R}{\partial e} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots ⑤$$

地球の扁平による軌道要素の短周期及び長周期摂動

軌道要素の短周期及び長周期摂動を導くには軌道要素の変化を表わす⑤式のRに③式のR_s及び④式のR_lをそれぞれ代入して求めることが出来、その結果は以下のようなになる。

(i) 短周期摂動

$$\begin{aligned} da_s &= \frac{2}{a} J_2 R_0^2 \left[\left(\frac{1}{2} - \frac{3}{4} \sin^2 i \right) \left\{ \left(\frac{a}{r} \right)^3 - (1-e^2)^{-\frac{3}{2}} \right\} + \frac{3}{4} \left(\frac{a}{r} \right)^3 \cdot \sin^2 i \cdot \cos 2(f+\omega) \right] \\ de_s &= \frac{1-e^2}{e} \frac{J_2 R_0^2}{a^2} \left[\frac{1}{2} \left(1 - \frac{3}{2} \sin^2 i \right) \left\{ \left(\frac{a}{r} \right)^3 - (1-e^2)^{-\frac{3}{2}} \right\} + \frac{3}{4} \left(\frac{a}{r} \right)^3 \sin^2 i \cdot \cos 2(f+\omega) \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{3}{4} \frac{\sin^2 i}{e} \frac{J_2 R_0^2}{aP} \left\{ \cos 2(f+\omega) + e \cos(f+2\omega) + \frac{1}{3} e \cos(3f+2\omega) \right\} \\
di_s = & \frac{3}{8} \frac{J_2 R_0^2}{P^2} \sin 2i \left\{ \cos 2(f+\omega) + e \cos(f+2\omega) + \frac{e}{3} \cos(3f+2\omega) \right\} \\
d\omega_s = & \frac{3}{2} \frac{J_2 R_0^2}{P^2} \left[\left(2 - \frac{5}{2} \sin^2 i \right) (f - M + e \sin f) \right. \\
& + \left(1 - \frac{3}{2} \sin^2 i \right) \left\{ \frac{1}{e} \left(1 - \frac{e^2}{4} \right) \sin f + \frac{1}{2} \sin 2f + \frac{e}{12} \sin 3f \right\} \\
& - \frac{1}{e} \left\{ \frac{1}{4} \sin^2 i + \left(\frac{1}{2} - \frac{15}{16} \sin^2 i \right) e^2 \right\} \sin(f+2\omega) + \frac{e}{16} \sin^2 i \cdot \sin(f-2\omega) \\
& - \frac{1}{2} \left(1 - \frac{5}{2} \sin^2 i \right) \sin 2(f+\omega) + \frac{1}{e} \left\{ \frac{7}{12} \sin^2 i - \frac{1}{6} \left(1 - \frac{19}{8} \sin^2 i \right) e^2 \right\} \\
& \quad \cdot \sin(3f+2\omega) + \frac{3}{8} \sin^2 i \sin(4f+2\omega) + \frac{e}{16} \sin^2 i \\
& \quad \cdot \sin(5f+2\omega) - \frac{3}{8} \sin^2 i \sin 2\omega \left. \right] \\
d\Omega_s = & -\frac{3}{2} \frac{J_2 R_0^2}{P^2} \cos i \left\{ f - M + e \sin f - \frac{1}{2} \sin 2(f+\omega) \right. \\
& \quad \left. - \frac{e}{2} \sin(f+2\omega) - \frac{e}{6} \sin(3f+2\omega) \right\} \\
dM_s = & \frac{3}{2} \frac{J_2 R_0^2}{eP^2} \sqrt{1-e^2} \left[-\left(1 - \frac{3}{2} \sin^2 i \right) \left\{ \left(1 - \frac{e^2}{4} \right) \sin f \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + \frac{e}{2} \sin 2f + \frac{e^2}{12} \sin 3f \right\} \right. \\
& \quad + \sin^2 i \left\{ \frac{1}{4} \left(1 + \frac{5}{4} e^2 \right) \sin(f+2\omega) - \frac{e^2}{16} \sin(f-2\omega) \right. \\
& \quad \left. - \frac{7}{12} \left(1 - \frac{e^2}{28} \right) \sin(3f+2\omega) \right. \\
& \quad \left. \left. - \frac{3}{8} e \sin(4f+2\omega) - \frac{e^2}{16} \sin(5f+2\omega) + \frac{3e}{8} \sin 2\omega \right\} \right]
\end{aligned}$$

(ii) 長周期摂動

$$\begin{aligned}
de_t = & \frac{J_2 R_0^2}{16aP} e \sin^2 i \frac{14-15 \sin^2 i}{4-5 \sin^2 i} \cos 2\omega \\
di_t = & -\frac{J_2 R_0^2}{32P^2} e^2 \sin 2i \frac{14-15 \sin^2 i}{4-5 \sin^2 i} \cos 2\omega
\end{aligned}$$

$$d\omega_l = -\frac{J_2 R_0^2}{32P^2} \left\{ 2 \sin^2 i \frac{14-15 \sin^2 i}{4-5 \sin^2 i} - e^2 \frac{28-158 \sin^2 i + 135 \sin^4 i}{4-5 \sin^2 i} \right. \\ \left. - 2e^2 \frac{\sin^2 i (13-15 \sin^2 i)(14-15 \sin^2 i)}{(4-5 \sin^2 i)^2} - 18 \sin^2 i \right\} \sin 2\omega$$

$$d\Omega_l = -\frac{J_2 R_0^2}{8P^2} e^2 \cos i \left\{ \frac{7-5 \sin^2 i}{4-5 \sin^2 i} + \frac{5}{2} \sin^2 i \frac{14-15 \sin^2 i}{(4-5 \sin^2 i)^2} \right\} \sin 2\omega$$

$$dM_l = \frac{J_2 R_0^2}{16aP} \sqrt{1-e^2} \sin^2 i \frac{14-15 \sin^2 i}{4-5 \sin^2 i} \sin 2\omega \\ - \frac{9}{16} \frac{J_2 R_0^2}{P^2} \sqrt{1-e^2} \sin^2 i \sin 2\omega$$