

マヌーバ運動中の目標の追跡

朱 近康*・西村 敏充・野村 民也

(1984年10月24日受理)

Tracking Filter for Maneuvering Target

By

Jinkang ZHU Toshimitsu NISHIMURA Tamiya NOMURA

Abstract: A novel approach to track a maneuvering target is developed in this paper. This approach does not rely on a statistical description of the maneuvering target as a random process in advance. Instead, when the difference between the measurements and the estimates of target states exceeds a threshold level, the estimates and the covariances of the target states are corrected by the increments of the target states and the covariances. The maneuvering target states, modeled as a set of position, velocity and acceleration, are estimated recursively by the normal model. The performance of this approach is shown to be superior to the recent algorithms presented by Chan and Shallow et al. that handle the maneuver by estimating it as an unknown input.

1. はじめに

カルマン・フィルタは、1960年カルマンによって実現されてから、多くの分野に利用されている[1]。最近は、マヌーバ運動**している目標(Maneuvering Target)を追跡するフィルタの設計が注目を集めていて、いろいろな追跡フィルタが提案された[2]。Singerは、マヌーバする運動がランダム雑音から加速度を変化させているものと仮定して、Singerフィルタを開発したが、必ずしも精度は高くない[3]。Mooseはマヌーバする運動をMarkov雑音から加速度を変化させたものと仮定して、カルマン・フィルタを開発した

* 中国科学技術大学

** 本文のマヌーバ運動とは、目標飛行機が退避行動をとっているような場合を指す。

[4]. しかし、上記のいろいろな方法はマヌーバ運動を特定のモデルで近似しているので、実際の運動に対しては良い結果が得られていない。

1979年、Chanは目標の加速度を状態としてではなく、外部変化量と仮定して、マヌーバ目標についてのカルマン・フィルタを開発したが[5]、マヌーバ運動を起す外部量を十分に推定できなかつたので、推定誤差を小さくすることが難しかつた。1982年、Shallowは変化する目標モデルを考えて、マヌーバする目標を追跡するカルマン・フィルタを提案した[6]。それは、最初、位置と速度だけを目標の状態量として追跡するが、マヌーバ運動が検知されると、加速度を状態量としてモデルにとりこんで続いて追跡する。しかし、追跡の精度が十分でないだけでなく、マヌーバ運動が少し複雑になると、正しく追跡することが困難になるという問題が残されている。

本論文では、マヌーバする目標を追跡できる新しい方法が提案される。この方法では、目標の状態モデルは位置、速度、および加速度による極めて簡単な線形モデルであり、状態推定値と目標値を比べて、誤差が大きい場合には、その誤差を增量として状態推定値と推定誤差分散を各々の增量で補正して追跡を行う。目標値は前もって分らないので、そのかわりに観測値の期待値を利用する。この方法は推定誤差補正法と呼ばれる。ChanとShallowのマヌーバ問題と複雑な運動目標（例えば、R, θで表される衛星運動）を例として、シミュレーションを行つた結果、今までの方法とくらべ、複雑なマヌーバ運動をする目標にも良い追跡ができることが示された。

2. カルマン・フィルタ

運動目標を追跡するため、カルマン・フィルタが広く使われている。目標状態 \mathbf{x} を確率変数とみなし、 x_1, x_2, \dots, x_i からなるものとする。その平均値と分散を次のように表わす。

$$\begin{aligned} E[\mathbf{x}] &= \bar{\mathbf{x}} \\ E[(\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}}) \cdot (\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}})^T] &= X \end{aligned} \quad (1)$$

目標状態に対する全状態量が観測できないだけでなく、観測された状態の精度も高くないので、 y_1, y_2, \dots, y_j からなる観測値 \mathbf{y} と状態 \mathbf{x} は次のような関係となる。

$$\mathbf{y} = C \cdot \mathbf{x} + \mathbf{w} \quad (2)$$

\mathbf{w} は観測過程に出現した雑音で、その平均値と分散を次のように仮定するものである。

$$\begin{aligned} E[\mathbf{w}] &= \bar{\mathbf{w}} \\ E[(\mathbf{w} - \bar{\mathbf{w}}) \cdot (\mathbf{w} - \bar{\mathbf{w}})^T] &= W \end{aligned} \quad (3)$$

ところで、観測値 \mathbf{y} を得るとき、目標状態 \mathbf{x} の推定値 $\hat{\mathbf{x}}$ は \mathbf{y} の一次式で表されると考えて、次のような式になる。

$$\hat{\mathbf{x}} = F \cdot \mathbf{y} + D \quad (4)$$

状態 \mathbf{x} とその推定値 $\hat{\mathbf{x}}$ の差を \mathbf{e} として、推定誤差の平均値と分散を次のように求めることができる。

$$E[\mathbf{e}] = E[(\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x})] = \bar{\mathbf{e}} = (F \cdot C - I) \cdot \bar{\mathbf{x}} + F \cdot \bar{\mathbf{w}} + D \quad (5)$$

$$E[(\mathbf{e} - \bar{\mathbf{e}}) \cdot (\mathbf{e} - \bar{\mathbf{e}})^T] = (F \cdot C - I) \cdot X \cdot (F \cdot C - I)^T + F \cdot W \cdot F^T \quad (6)$$

明らかに、式(4)の D としては誤差の平均値が 0 になるように選び、 F としては誤差の分散を最小にするように選ぶことがよい。したがって、

$$D = \bar{\mathbf{x}} - F \cdot (C \cdot \bar{\mathbf{x}} + \bar{\mathbf{w}}) \quad (7)$$

$$F = P \cdot C^T \cdot W^{-1} \quad (8)$$

が得られる。ここで、

$$P = (X^{-1} + C^T \cdot W^{-1} \cdot C)^{-1} \quad (9)$$

が目標状態推定誤差の分散である。したがって、目標状態の推定値は式(4), (7)と(8)より次式で与えられる。

$$\hat{\mathbf{x}} = \bar{\mathbf{x}} + P \cdot C^T \cdot W^{-1} \cdot [\mathbf{y} - (C \cdot \bar{\mathbf{x}} + \bar{\mathbf{w}})] \quad (10)$$

目標状態 \mathbf{x} は差分方程式

$$\mathbf{x}_{k+1} = A_k \cdot \mathbf{x}_k + B_k \cdot \mathbf{u}_k \quad (11)$$

で(あるいは、近似的に)与えられるものと考える。ここに、 \mathbf{u}_k は平均値 $\bar{\mathbf{u}}_k$ 、分散 U_k の状態雑音である。もし、時点 $k=0$ における \mathbf{x} の平均値 $\bar{\mathbf{x}}_0$ と分散 X_0 が既知であれば、 $k=1$ の時点では、状態の平均値と分散は

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{x}}_1 &= A_0 \cdot \bar{\mathbf{x}}_0 + B_0 \cdot \bar{\mathbf{u}}_0 \\ X_1 &= A_0 \cdot X_0 \cdot A_0^T + B_0 \cdot U_0 \cdot B_0^T \end{aligned} \quad (12)$$

となって、状態誤差分散と推定値は次のようになる。

$$\begin{aligned} P_1 &= (X_1^{-1} + C_1^T \cdot W_1^{-1} \cdot C_1)^{-1} \\ \hat{\mathbf{x}}_1 &= \bar{\mathbf{x}}_1 + P_1 \cdot C_1^T \cdot W_1^{-1} \cdot [\mathbf{y}_1 - (C_1 \cdot \bar{\mathbf{x}}_1 + \bar{\mathbf{w}}_1)] \end{aligned} \quad (13)$$

実際に、 \mathbf{x} の初期平均値 $\bar{\mathbf{x}}_0$ と分散 X_0 はあらかじめ正しく知ることができないので、次の推定は常に P_1 を X_1 として、 $\hat{\mathbf{x}}_1$ を $\bar{\mathbf{x}}_1$ として行う。すなわち、

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{x}}_2 &= A_1 \cdot \hat{\mathbf{x}}_1 + B_1 \cdot \bar{\mathbf{u}}_1 \\ X_2 &= A_1 \cdot P_1 \cdot A_1^T + B_1 \cdot U_1 \cdot B_1^T \end{aligned} \quad (14)$$

となる。 $k=2,3,\dots$ における推定誤差分散と推定値も同様の繰り返しであって、一般的には

次式のようになる。

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \tilde{\mathbf{x}}_k + P_k \cdot C_k^T \cdot W_k^{-1} \cdot [\mathbf{y}_k - (C_k \cdot \tilde{\mathbf{x}}_k + \mathbf{w}_k)] \quad (15)$$

ここに次のような関係がある。

$$\tilde{\mathbf{x}}_k = A_{k-1} \cdot \hat{\mathbf{x}}_{k-1} + B_{k-1} \cdot \bar{\mathbf{u}}_{k-1} \quad (16)$$

$$X_k = A_{k-1} \cdot P_{k-1} \cdot A_{k-1}^T + B_{k-1} \cdot U_{k-1} \cdot B_{k-1}^T \quad (17)$$

$$P_k = (X_k^{-1} + C_k^T \cdot W_k^{-1} \cdot C_k)^{-1} \quad (18)$$

したがって、この場合のカルマン・フィルタは図1のように構成されることがわかる。明らかに、推定値と推定誤差分散は目標状態初期値と状態方程式のみに関係がある。上記の逐次式を使う場合には、状態値と分散は状態方程式に含まれないような変化がないこと、すなわち、目標が定常運動することが仮定されている。もし、運動している時、状態の平均値と分散が、ある原因で変化し、マヌーバ運動になった場合、上記の式をそのまま使つ

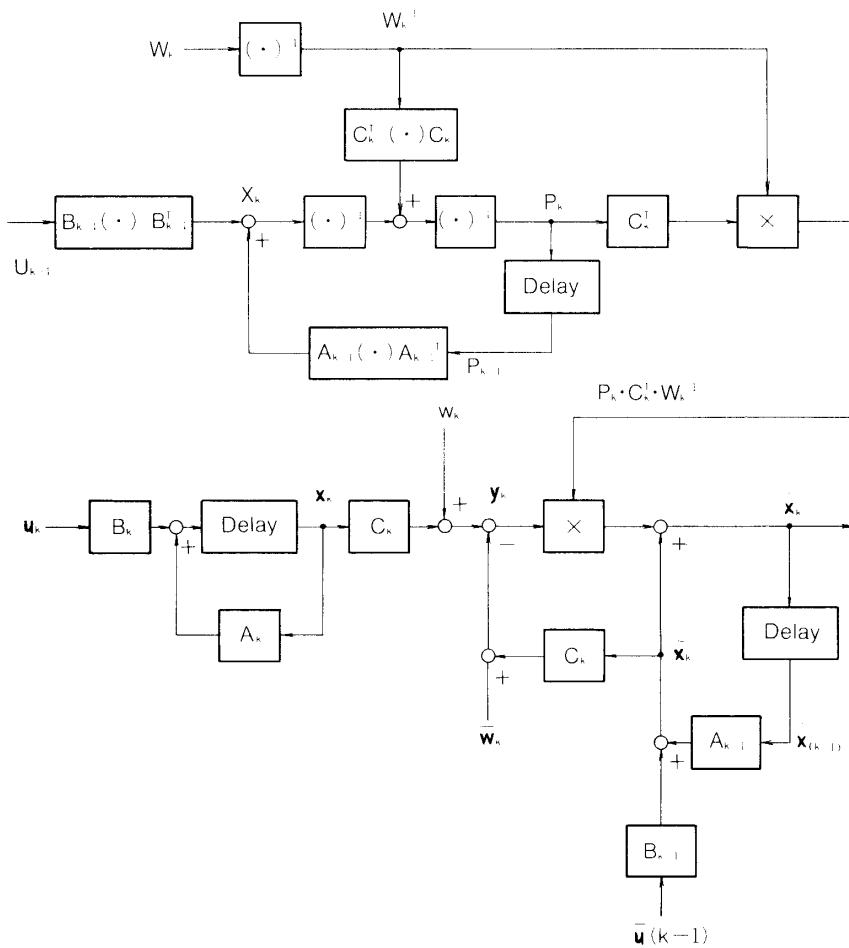


図1 通常のカルマン・フィルタ

て追跡することはできない。こうした複雑な運動目標を追跡できるために、目標状態方程式を非線形にすることがよくあるが、目標によって運動方程式が違うので、一般的にうまく追跡できるようにすることは難しい。ここでは、線形目標の状態方程式をそのまま使用して、目標の状態値と分散が途中で変化しても追跡できる方法を考える。

3. マヌーバ運動目標

平面または空間を運動している目標を考える。その状態は位置、速度、および加速度などからきまり、常に加速度を基本的な運動量とするような式(11)の方程式で表す。その状態行列 A_k は目標の状態、状態と状態間の関係を表わす線形か非線形の行列である。本文では、状態が式(11)のように変る目標の運動を定常運動と呼ぶ。ここで、式(11)に表わされない状態変化(例えば、加速度が途中で未知な力で突然に変化すること)が存在する目標、つまり状態平均値と分散の変化が存在する目標はマヌーバ運動、或いは非定常運動目標と呼ばれる。その場合には、(15)～(18)式による推定では、推定誤差と誤差分散がふえて、追跡できないに違いない。

1979年に Chan が始め、1982年に Chalow が続いて研究したマヌーバ運動目標追跡の例は次のようなものである。目標は X, Y 平面内を運動し、初期値は $x_0 = 2000 \text{ m}, y_0 = 10000 \text{ m}, \dot{x}_0 = 0 \text{ m/s}, \dot{y}_0 = -15 \text{ m/s}$ であり、400 s になると、加速度が 0 から $\ddot{x} = \ddot{y} = 0.75 \text{ m/s}^2$ に変り、600 s になってから、0 に戻る。目標の速度、加速度は図 2-1 のように示されており、前述の推定方法では図 2-2 のようになり、うまく追跡できないことが分る。ほかの例もたくさんあるが、円形軌道で地球を等速周回する衛星を、地上局から極座標 R, θ で追跡する場合を考える。いま、地球半径 : 6378 km 目標の地上高さ : 500 km 周期 : 95 分とすると、目標の運動は図 3-1、図 3-2 のようになる。これに対して通常のカルマン・フィルタで

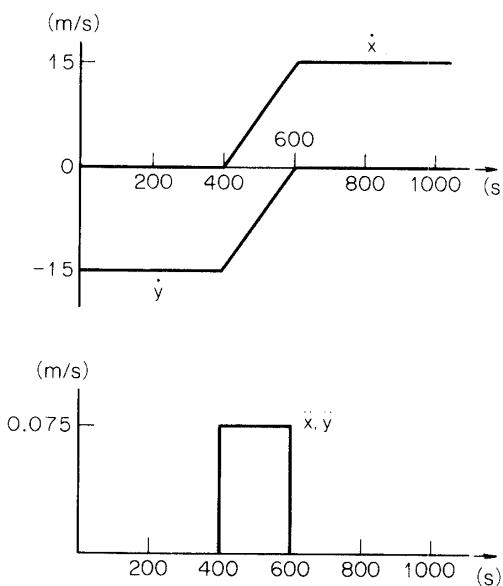


図 2-1 目標の速度と加速度

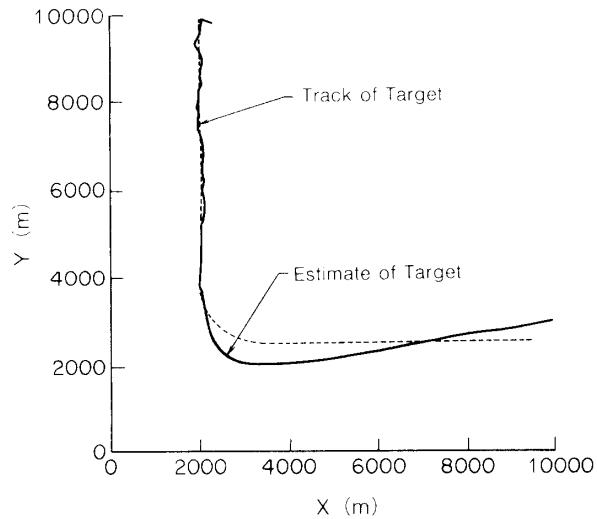


図2-2 通常のカルマン・フィルタによる追跡

追跡を行うとすると、図3-3に示すように良い結果が得られない。

目標は式(11)の状態方程式で表され、 $k=m-1$ までの状態が特に変わらないと仮定して、式(15)～(18)を使って、推定、計算される。そして、 $k=m$ の時点に式(11)で与えられない状態平均値が変化するとすれば、状態平均値の增量を $\Delta\bar{x}$ として、 $k=m$ における状態平均値 \bar{x}_m と式(15)～(18)によってそのまま推定された平均値 \bar{x}_{m0} との間には次の関係がある。

$$\bar{x}_m = \bar{x}_{m0} + \Delta\bar{x} \quad (19)$$

もし、 $\Delta\bar{x}$ 値を考えなければ、状態推定誤差がふえるだけでなく、誤差分散も上述の式(15)～(18)によってそのまま推定された誤差分散 P_{m0} より大きいに違いない。分散増量を ΔP とすると、推定誤差分散は次のようになる。

$$P_m = P_{m0} + \Delta P \quad (20)$$

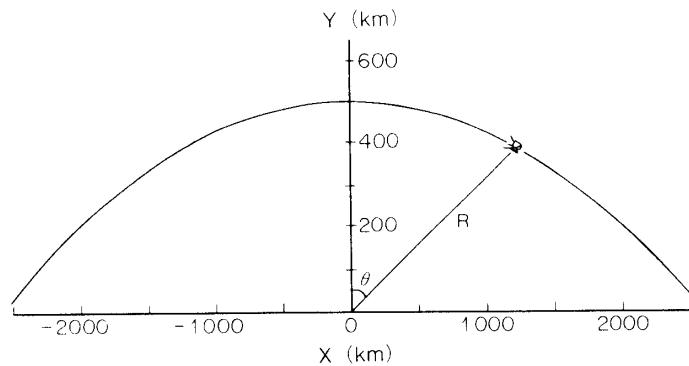


図3-1 簡単化した衛星の運動

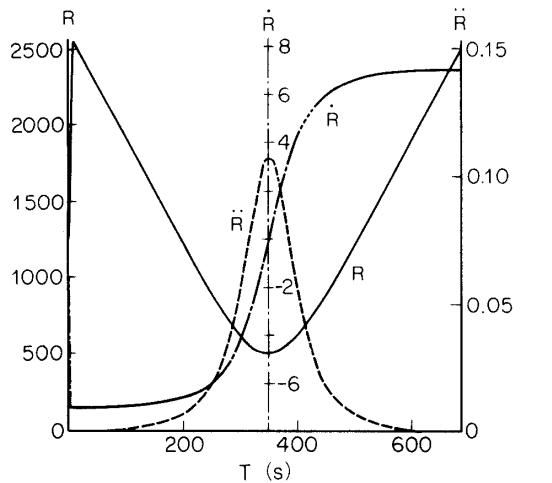
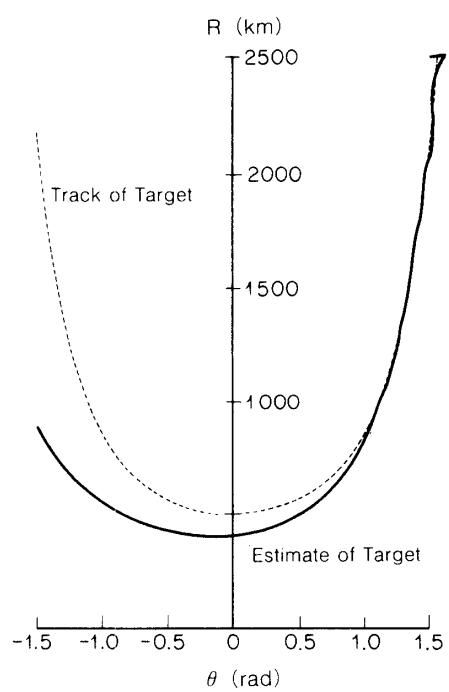
図3-2 衛星の R, θ 

図3-3 通常のカルマン・フィルタによる追跡

この場合には明らかに、 $\Delta\bar{x}$ の発生する時刻と大きさがわからないので、普通のようにそのまま推定したのでは推定誤差がふえて、推定精度と収束性は悪くなる。

本文に提案される推定誤差補正法は、推定中、状態変化時刻をさがして、推定の状態平均値增量と誤差分散增量を検知してから、カルマン・フィルタ推定中の状態平均値と推定誤差分散を增量で補正して、正しく追跡することを狙いとする。その方法を用いて、上記の例を使ってシミュレーションする。ここで、状態増量及び状態の変化とは状態方程式(11)の中に含まれない、初期値に与えられない、予測しにくい状態の変化部分を指す。

4. 状態変化の時間

観測方程式が式(2)のようなものである。 x が i 次元、 y が j 次元ののであるので、状態が次のように書きかえられる。

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{x}_2 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} \cdots \cdots \cdots j \text{ 行} \\ \cdots \cdots \cdots i-j \text{ 行} \end{array} \quad (21)$$

観測行列も次のようにかきかえる。

$$C = [C_1, \quad O] \quad (22)$$

$$\begin{array}{c} \vdots \\ j \text{ 列} \end{array} \quad \begin{array}{c} \vdots \\ i-j \text{ 列} \end{array}$$

ここでは、 C_1 は j 列、 O は $i-j$ 列がある。したがって、式(2)の観測方程式が次のようにかきかえられる。

$$\mathbf{y} = C_1 \cdot \mathbf{x}_1 + \mathbf{w} \quad (23)$$

そして、 \mathbf{x}_1 が

$$\mathbf{x}_1 = C_1^{-1} \cdot (\mathbf{y} - \mathbf{w}) \quad (24)$$

で得られる。平均値は

$$\overline{\mathbf{x}_1} = C_1^{-1} \cdot (\bar{\mathbf{y}} - \bar{\mathbf{w}}) \quad (25)$$

となる。ここに、 $\bar{\mathbf{w}}$ は既知であり、 $\bar{\mathbf{y}}$ は j 次元の観測値の平均値である。式(25)より得た平均値を状態の真値と考えて、その真値と推定された平均値 $\hat{\bar{\mathbf{x}}}$ を比べて、その差が小さい場合は、状態平均値の変化がないとみなして、そのまま推定していく。もし、大きければ、未知の状態変化があったかもしれないと考える。検知レベルを Q とすると、次のような式が書ける。

$$|C_1^{-1} \cdot (\bar{\mathbf{y}} - \bar{\mathbf{w}}) - \hat{\bar{\mathbf{x}}}| \gtrsim Q \quad (26)$$

$k=m$ におけるその差が Q より大きければ、 $k=m$ が状態変化の時間と定められる。平均値を求める統計数を N として、図4のようにして検知する。 Q は許される最大推定誤差に選ぶのが普通である。

5. 状態平均値の增量

上記のように、 $k=m-1$ の状態と $k=m$ の状態とを比べて、状態平均値の変化增量 $\Delta \overline{\mathbf{x}_1}$ は次のようになる。

$$\Delta \overline{\mathbf{x}_1}_m = C_1^{-1} \cdot (\bar{\mathbf{y}}_m - \bar{\mathbf{w}}_m) - \hat{\bar{\mathbf{x}}}_1 \quad (27)$$

\mathbf{x}_2 を決めるため、状態行列 A を次のようにかきかえる。

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ \vdots & \vdots \\ A_{21} & A_{22} \\ \vdots & \vdots \\ j \text{ 行} & i-j \text{ 行} \end{bmatrix} \quad (28)$$

状態方程式は、簡単のために状態雑音を考えないと、次のようになる。

$$\begin{aligned} x_{1k} &= A11_{k-1} \cdot x_{1k-1} + A21_{k-1} \cdot x_{2k-1} \\ x_{2k} &= A21_{k-1} \cdot x_{1k-1} + A22_{k-1} \cdot x_{2k-1} \end{aligned} \quad (29)$$

したがって、 x_{2k} が次のように得られる。

$$A12_{k-1} \cdot A22_{k-1}^{-1} \cdot x2_k = x1_k - [A11_{k-1} - \\ - A12_{k-1} \cdot A22_{k-1}^{-1} \cdot A21_{k-1}] \cdot x1_{k-1} \quad (30)$$

$k = m - 1$ まで状態の変化增量がなくて、 $k = m$ に增量があれば、 x_2 の增量は上記の式(30)から次のように得られる。

$$A12_{m-1} \cdot A22_{m-1}^{-1} \cdot \mathcal{A} \overline{x^2}_m = \mathcal{A} \overline{x^1}_m \quad (31)$$

もし、 $j \geq (i-j)$ になれば、式(31)より $\Delta \overline{x_2}_m$ が完全に定められる。しかし、 $j < (i-j)$ になれば、まず最後の $(i-2j)$ 個の状態量が変わらないと仮定して、 $\Delta \overline{x_2}_m$ の前の j 個の状態量が決まる。その後、判っている $2j$ 個の状態量を $\Delta \overline{x_1}_m$ として計算を続ける。最後に、 $\Delta \overline{x_2}_m$ が全部定められる。したがって、

$$\Delta \bar{x}_m = \begin{bmatrix} \Delta \bar{x}_1^1 \\ \Delta \bar{x}_2^1 \end{bmatrix} \quad (32)$$

になる。ところが、 $k=m$ における状態の平均値は式(15)～(18)よりそのまま推定された状態値 \hat{x}_m と $\Delta\bar{x}_m$ の和である。

$$\bar{x}_m = \hat{x}_m + \Delta \bar{x}_m \quad (33)$$

そうすると、次の状態推定は次式のようになる。

$$\begin{aligned} \tilde{\boldsymbol{x}}_{m+1} = & A_m \cdot (\hat{\boldsymbol{x}}_m + \Delta \bar{\boldsymbol{x}}_m) + B_m \cdot \bar{\boldsymbol{u}}_m \\ \hat{\boldsymbol{x}}_{m+1} = & \tilde{\boldsymbol{x}}_{m+1} + P_{m+1} \cdot C_{m+1}^T \cdot W_{m+1}^{-1} \cdot [\boldsymbol{y}_{m+1} - \\ & - (C_{m+1} \cdot \tilde{\boldsymbol{x}}_{m+1} + \bar{\boldsymbol{w}}_{m+1})] \end{aligned} \quad (34)$$

6. 推定誤差分散の增量

$k=m-1$ まで状態変化がないが、その時点と $k=m$ の間に状態の平均値は $\Delta\bar{x}_m$ の変化

がある。 $k=m-1$ における推定誤差分散が P_{m-1} であり、それから、 $k=m$ における状態の分散 X_m と推定誤差分散は(17)と(18)式より

$$X_m = A_{m-1} \cdot P_{m-1} \cdot A_{m-1}^T + B_{m-1} \cdot U_{m-1} \cdot B_{m-1}^T \quad (35)$$

$$P_m = (X_m^{-1} + C_m^T \cdot W_m^{-1} \cdot C_m)^{-1} \quad (36)$$

となる。しかし、実際には、観測された \mathbf{y}_m の間に状態平均値の変化が含まれるので、追跡の誤差分散は(35), (36)式の代りに、

$$\begin{aligned} P_m &= E[(\mathbf{e} - \bar{\mathbf{e}}) \cdot (\mathbf{e} - \bar{\mathbf{e}})^T] \\ &= (F \cdot C - I) \cdot (X_m + \Delta \bar{\mathbf{x}}_m \cdot \Delta \bar{\mathbf{x}}_m^T) \cdot (F \cdot C - I)^T + \\ &\quad + F \cdot W_m \cdot F^T \end{aligned} \quad (37)$$

としなければならない。 P_m を最小化すると、

$$P_m = [(X_m + \Delta \bar{\mathbf{x}}_m \cdot \Delta \bar{\mathbf{x}}_m^T)^{-1} + C_m^T \cdot W_m^{-1} \cdot C_m]^{-1} \quad (38)$$

となる。(35), (36)式に比べて、状態平均値が変化すると、状態分散も変化して、元の X_m から $(X_m + \Delta \bar{\mathbf{x}}_m \cdot \Delta \bar{\mathbf{x}}_m^T)$ になり、分散の増量が $\Delta \bar{\mathbf{x}}_m \cdot \Delta \bar{\mathbf{x}}_m^T$ であることがわかる。カルマン・フィルタは逐次的に計算しているものであるから、 $k=m$ の推定をした後で、状態変化が検知される。したがって、分散の増量は推定誤差分散の増量 ΔP として、次の推定に加える。すなわち、分散の推定は次のようになる。

$$\begin{aligned} X_{m+1} &= A_m \cdot (P_m + \Delta P_m) \cdot A_m^T + B_m \cdot U_m \cdot B_m^T \\ P_{m+1} &= (X_{m+1}^{-1} + C_{m+1}^T \cdot W_{m+1}^{-1} \cdot C_{m+1})^{-1} \end{aligned} \quad (39)$$

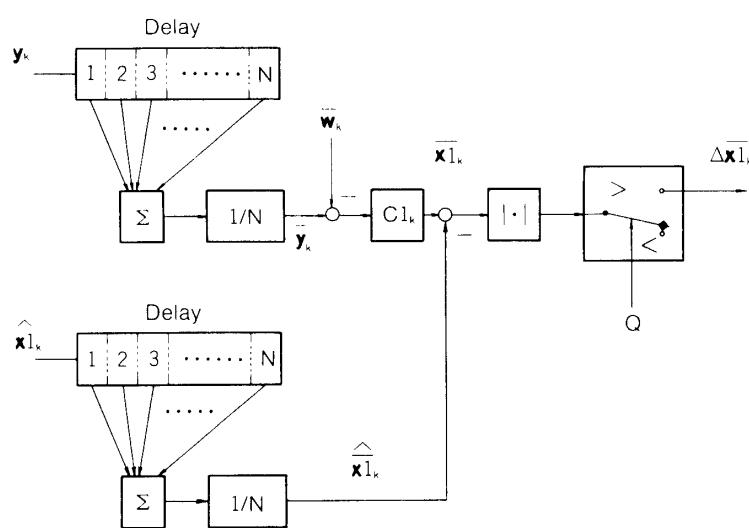


図4 状態変化の検知器

$$\Delta P_m = \Delta \bar{x}_m \cdot \Delta \bar{x}_m^T \quad (40)$$

$k=m$ において状態平均値の変化が検知されれば、次の $k=m+1$ における各量の推定は状態平均値の增量と分散増量で補正して、次のようになる。

$$\begin{aligned} \hat{x}_{m+1} = & \tilde{x}_{m+1} + P_{m+1} \cdot C_{m+1}^T \cdot W_{m+1}^{-1} \cdot [y_{m+1} - \\ & - (C_{m+1} \cdot \tilde{x}_{m+1} + w_{m+1})] \end{aligned} \quad (41)$$

ここに、

$$\tilde{x}_{m+1} = A_m (\hat{x}_m + \Delta \bar{x}_m) + B_m \cdot \bar{u}_m \quad (42)$$

$$X_{m+1} = A_m \cdot (P_m + \Delta P_m) \cdot A_m^T + B_m \cdot U_m \cdot B_m^T \quad (43)$$

$$P_{m+1} = (X_{m+1}^{-1} + C_{m+1}^T \cdot W_{m+1}^{-1} \cdot C_{m+1})^{-1} \quad (44)$$

$$\Delta P_m = \Delta \bar{x}_m \cdot \Delta \bar{x}_m^T$$

である。したがって、マヌーバ運動目標の追跡についての推定誤差補正カルマン・フィルタは図5のように構成される。

実際には、二つの時点の推定値を求める間にも幾つか観測値が得られることがある。その場合には、その数を m として、図4で y 平均値を求める部分の N を $N \cdot m$ に代ればよい。ところで、推定誤差補正フィルタに Q, N と m の三つパラメータが利用されるが、それらの最適化についての検討は後に行う。

7. シミュレーション及び結果

前述の二つの運動目標の追跡問題をシミュレーションによって解析した。

(1). 図2-1に示した運動目標をそのまま用いると、目標状態、状態行列を

$$x = [x, y, \dot{x}, \dot{y}, \ddot{x}, \ddot{y}]^T \quad (45)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & t & 0 & \Delta t \cdot \Delta t / 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & t & 0 & \Delta t \cdot \Delta t / 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & t & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & t \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (46)$$

と設定し、目標の雑音を 0 と仮定して、上記の推定誤差補正法でシミュレーションを行う。観測量が位置 (x, y) だけであり、観測雑音はガウス雑音とし、平均値は 0、分散を

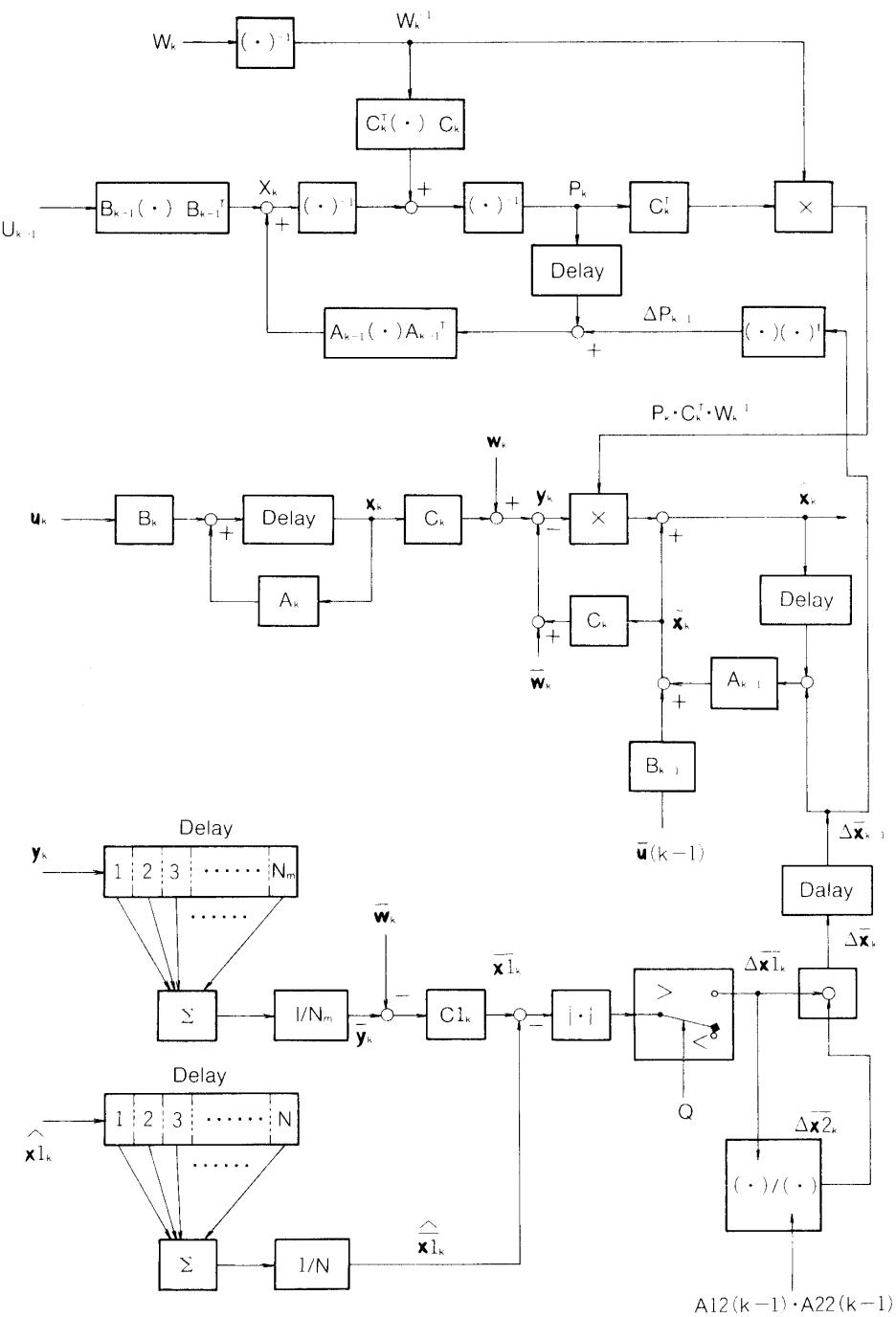


図5 推定誤差補正カルマン・フィルタ

$$R = \begin{bmatrix} 10000 & 0 \\ 0 & 10000 \end{bmatrix} \quad (47)$$

とする。推定誤差分散 P の初期値を

$$P_x = P_y = \begin{bmatrix} 90000 & 0 & 0 \\ 0 & 9000 & 0 \\ 0 & 0 & 900 \end{bmatrix} \quad (48)$$

とする。サンプル時間は 1 s で、総観測時間が 1000 s である。状態変化時間を観測値と推定の平均値より定めるために、平均値を求める時間が必要である。ここでは、観測と推定の平均値を求める処理時間を 20×1 s、つまり、20 s ずつ平均値をとるものとする。統計計算を行ってから、状態変化の検知レベル $Q(40 m)$ と比較し、目標状態変化があるかどうかを調べる。その後、状態増量と分散増量を計算し、カルマン・フィルタの各量を補正して目標を正しく追跡する。図 7 は $X \cdot Y$ 平面で目標の軌道と推定された曲線、図 8 は x, y の誤差とその分散、図 9 は x, y の速度誤差とその分散、図 10 は x, y の加速度誤差とその分散を描いたものである。以上により明らかなように、位置推定値の分散は観測値のそれよりも小さく、大部分は $40 m^2$ 以下になる。速度推定値の分散は $5(m/s)^2$ より小さくて、大部分は $2.5(m/s)^2$ 以下になっており、図 6 の結果より遙かに良いことが分かる。

(2). 図 3-1 に示した円軌道衛星の極座標追跡運動のモデルの場合には、目標の状態は

$$\mathbf{x} = [R, \theta, \dot{R}, \dot{\theta}]^T \quad (49)$$

であり、状態行列は (46) 式と同様である。状態雑音を 0、観測値は R, θ だけで、それらの観測雑音の分散を

$$\begin{aligned} R_r &= 1(\text{km}^2) \\ R_\theta &= 0.0004(\text{rad}^2) \end{aligned} \quad (50)$$

とし、また推定誤差分散の初期値が

$$\begin{aligned} P_r &= \begin{bmatrix} 90000 & 0 & 0 \\ 0 & 9000 & 0 \\ 0 & 0 & 900 \end{bmatrix} \\ P_\theta &= \begin{bmatrix} 9 & 0 & 0 \\ 0 & 0.9 & 0 \\ 0 & 0 & 0.09 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (51)$$

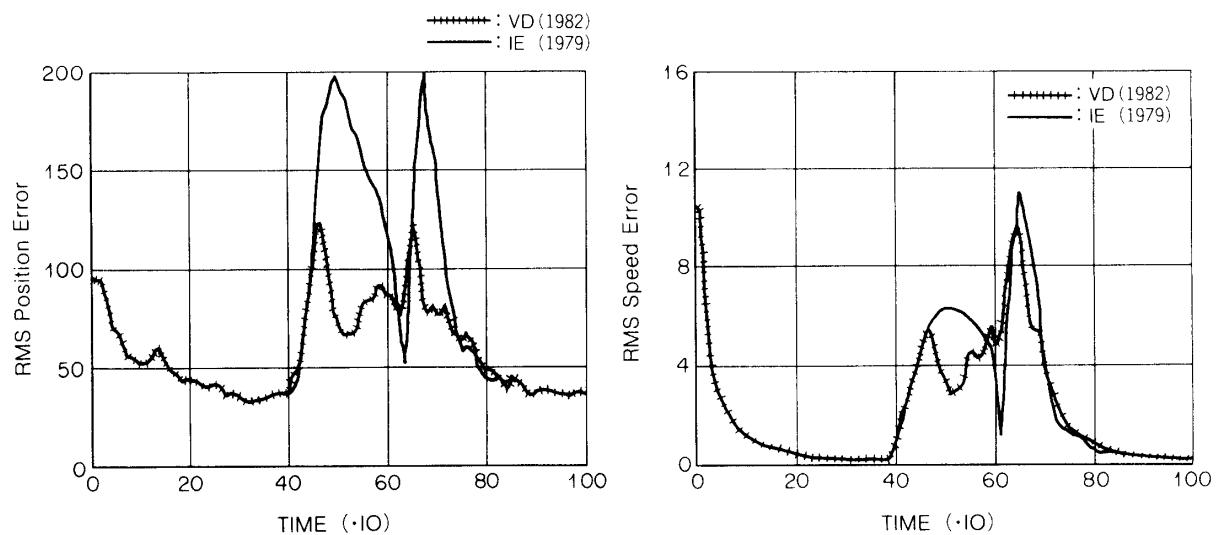


図6 1979年, 1982年に得られた結果

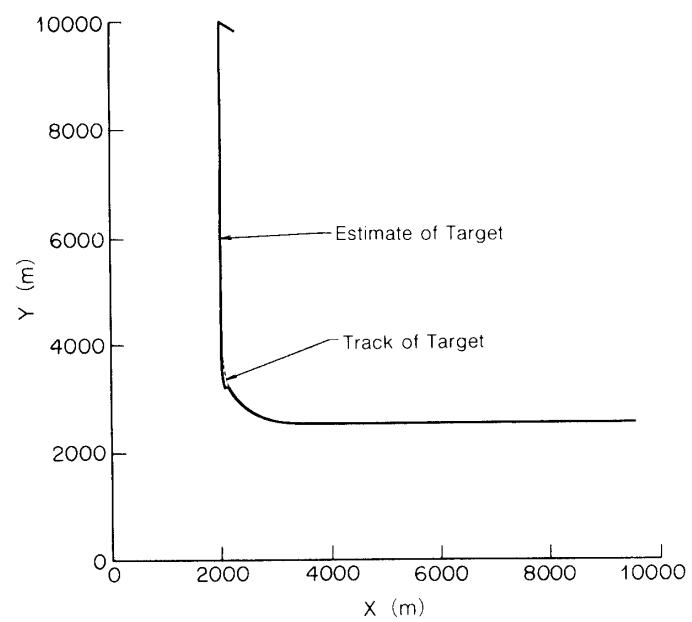
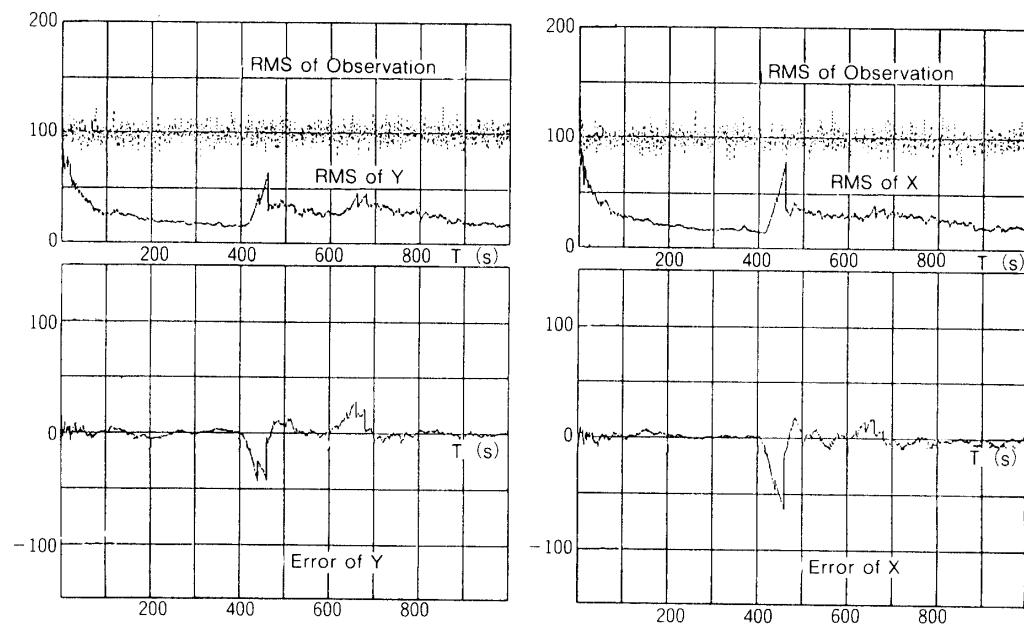
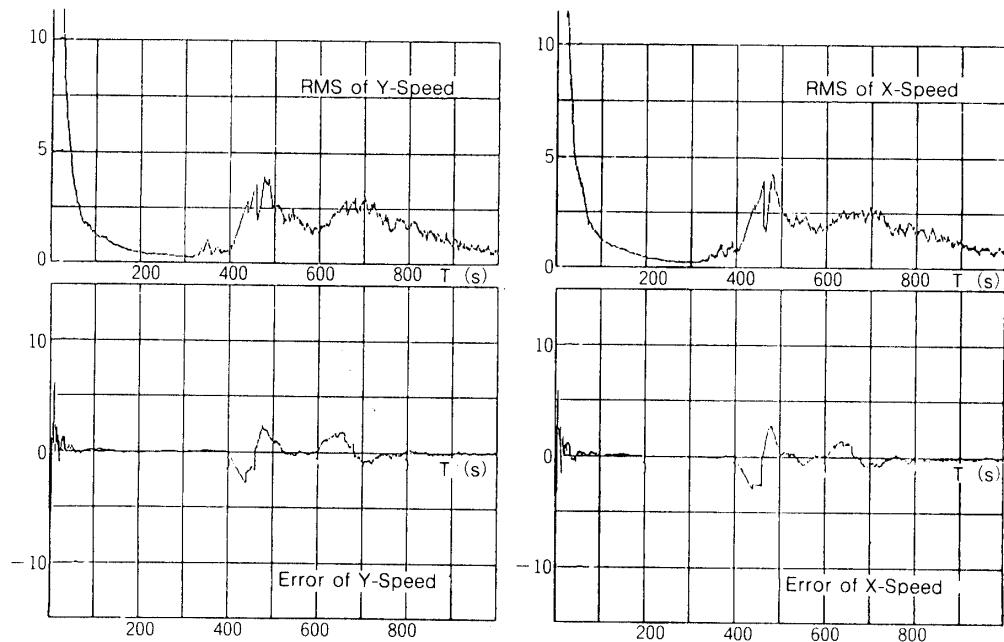


図7 目標の軌道と推定値

図8 x,y の誤差とその分散図9 x,y の速度誤差とその分散

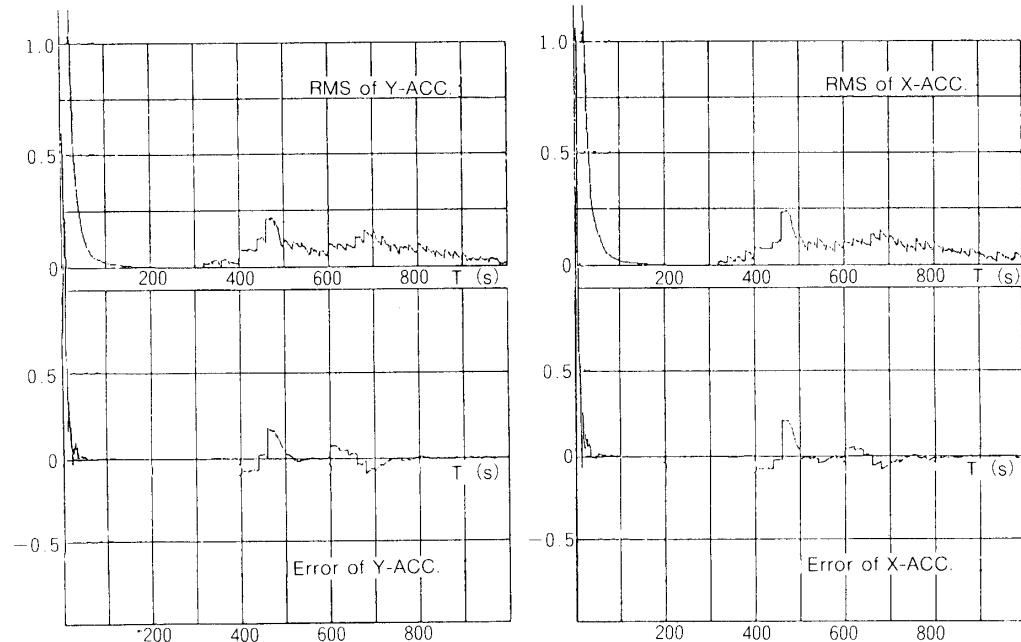
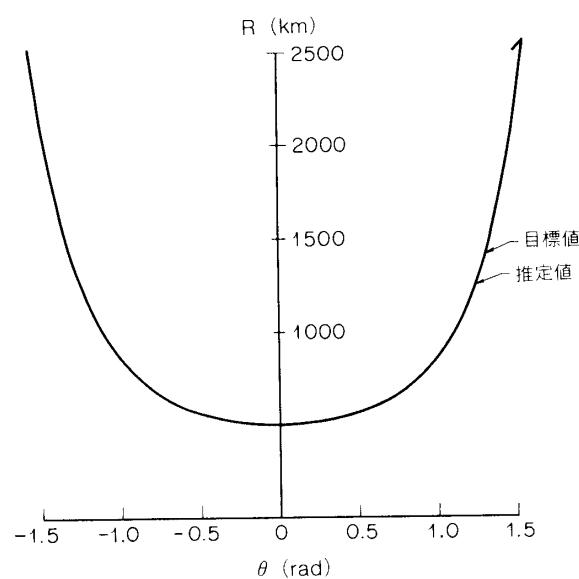
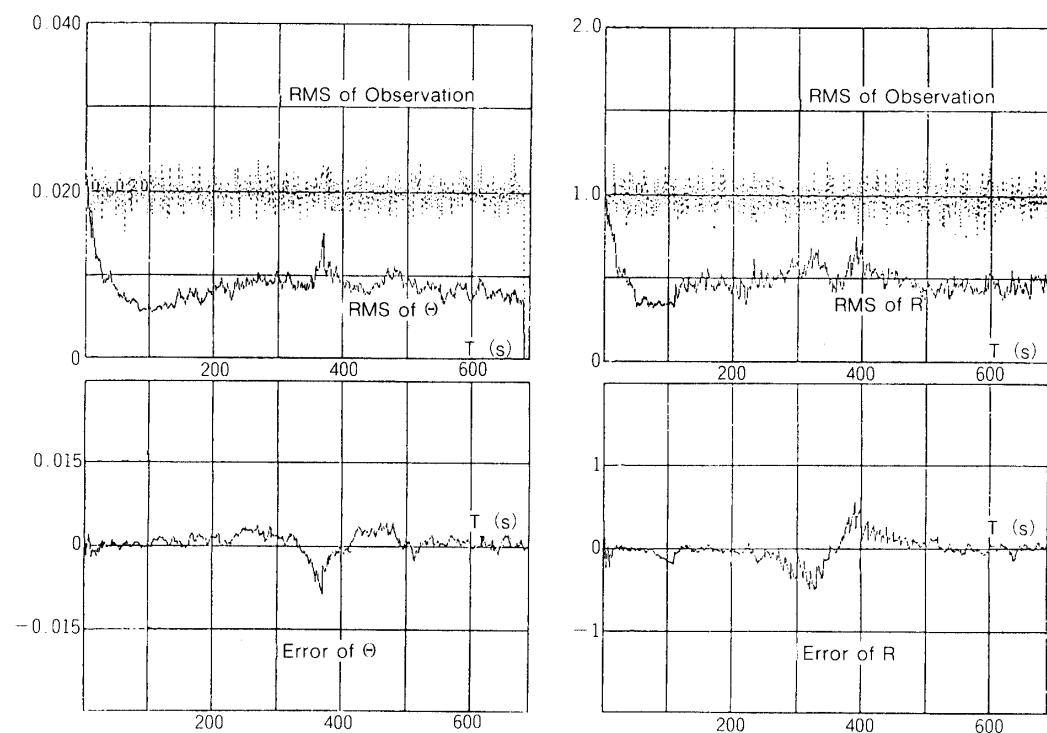
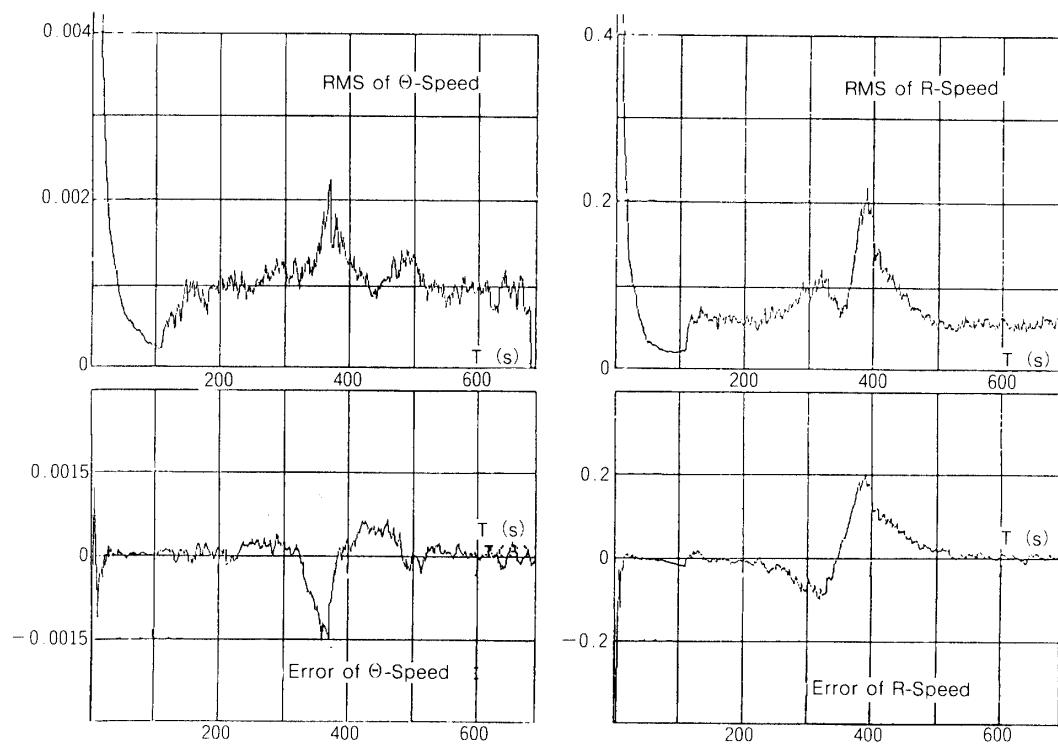
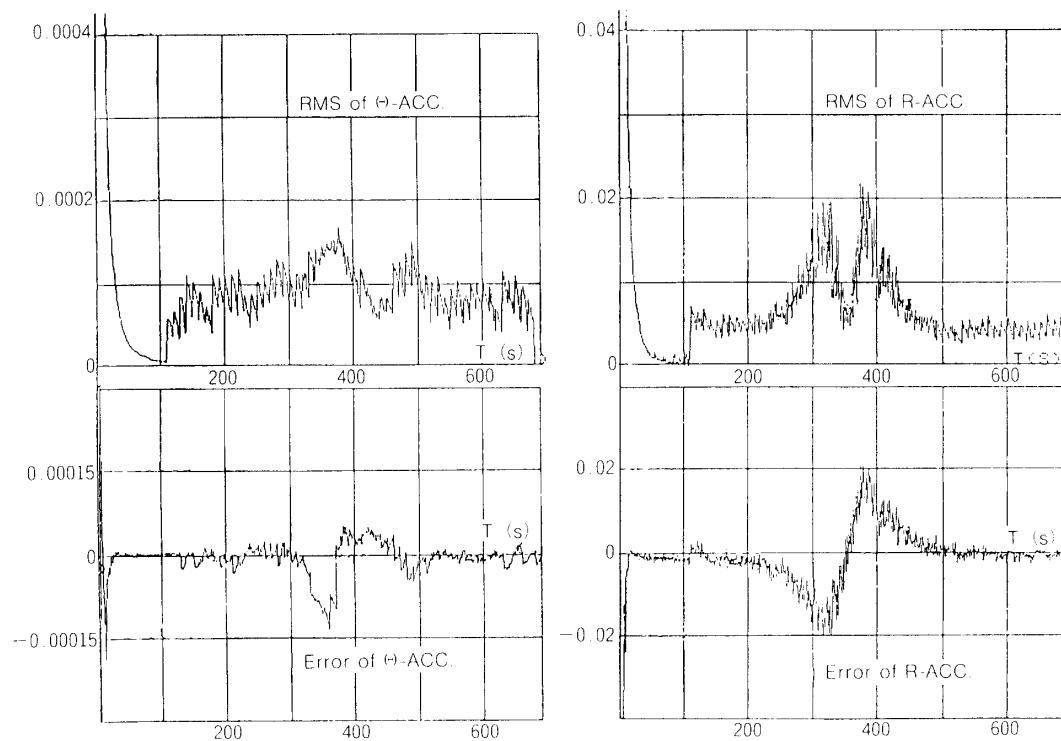
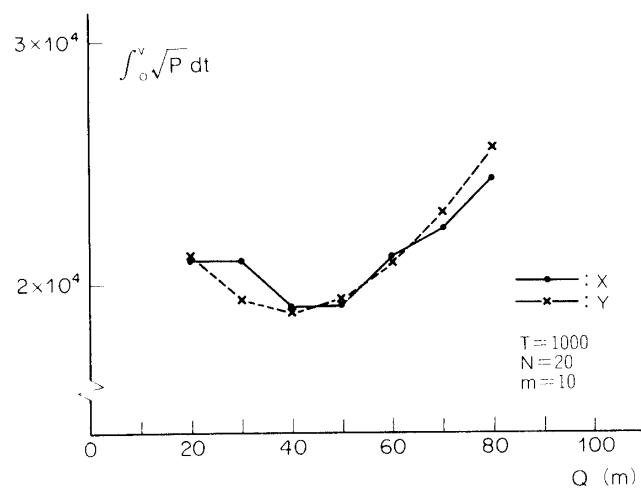
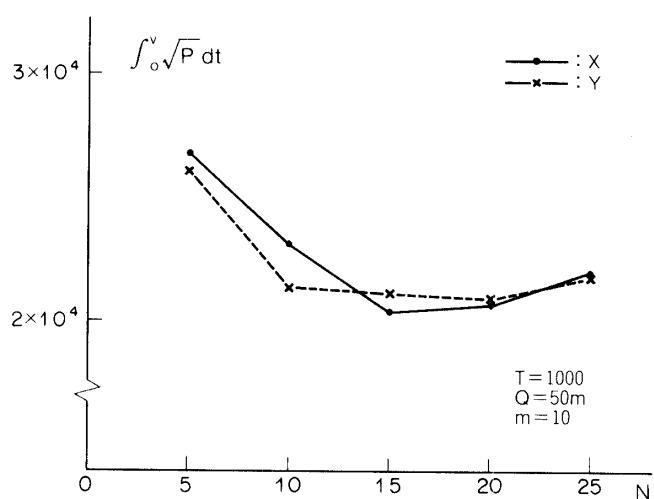
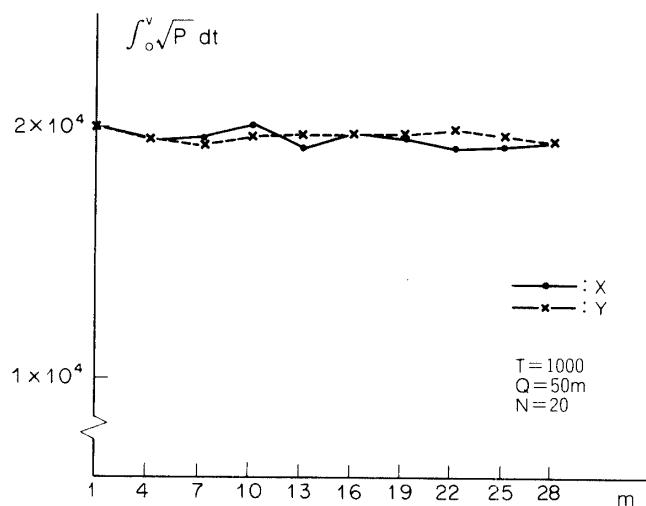
図10 x, y の加速度誤差とその分散

図11 衛星の軌道と推定値

図12 R, θ の誤差とその分散図13 R, θ 速度の誤差とその分散

図 14 R, θ 加速度の誤差とその分散図 15 Q の選定曲線

図 16 N の選定曲線図 17 m の選定曲線

であるとしてシミュレーションを行う。サンプル時間 Δt を 1 s, 総観測時間を 690 s, 観測と推定の平均値を求める統計数 N を 10, 状態変化の検知レベル Q を $Q_r = 0.5 \text{ km}$, $Q_\theta = 0.01 \text{ rad}$ とする。図 11 は目標の軌道と推定された軌道を示し, 図 12 は R , θ 誤差とそれらの分散, 図 13 は R, θ の速度誤差とそれらの分散, 図 14 は R, θ の加速度誤差とそれらの分散を描いたものである。推定値の分散は観測値の分散より半分以下に減る。

3. Q, N, m の選び方

目標がマヌーバ運動をしているかどうか判別して、精度の良い追跡を行うためには、しきい値 Q 、平均値を求める N, m のパラメータが前もって適当に決められていることが必要である。実際は問題によって異なるかもしれないが、追跡される目標の特性によってシミュレーションで最適パラメータを前以って定める。ここでは、標準偏差の積分を最小にするように Q, N, m パラメータを定める。上述の(1)を例として、シミュレーションした結果は図 15~17 のようになる。その結果を見ると、 Q は最適区間を持っているが、 N は大きいほうが良い、 m はあまり影響しないことがわかる。

9. むすび

本論文に提案された推定誤差補正法で理論解析とシミュレーション結果は上記のごとくであるが、シミュレーション結果はこれ迄に発表された方法で得られた結果より改善されている。

この方法は、状態の変化がある場合、カルマン・フィルタが自動的に推定誤差を検知し、補正して、正しく追跡できるようにするものであり、複雑に変化する運動目標に対しても良い追跡結果が期待できる。従来の推定方法と比べて観測と推定の平均値を求めるこ及びその二つの量を比較する計算が加わっているが、平均値を求める計算は逐次的に行う為、時間はあまりかかりないので、カルマン・フィルタの実時間性を損うことはない。

この方法では、目標の状態行列がどんな目標に対しても同一の簡単なものであり、パラメータ Q, N 、と m のみが異なるので、共通カルマン・フィルタを作れば、どの場合でも追跡可能である。その結果、カルマン・フィルタの広用面が拡張されている。

参考文献

- [1] 有本 卓：「カルマン・フィルタ」産業図書、1976.
- [2] 砂原 善文、西村 敏充、他：「確率システム理論 III 応用編」朝倉書店、1982.
- [3] R. A. Singer : 「Estimating Optimal Filter Performance for Manned Maneuvering Targets」 IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst., VOL : AES-6, No : 4, July, 1970.
- [4] R. L. Moose : 「An Adaptive State Estimation Solution to The Maneuvering Target Problem」 IEEE Trans. Autom. Cont., VOL : AC-20, No : 3, June, 1975.
- [5] Y. T. Chan : 「A Kalman Filter Based Tracking Scheme with Input Estimation」 IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst., VOL : AES-15, No : 2, March, 1979.
- [6] Y. B. Shallow : 「Variable Dimension Filter for Maneuvering Target Tracking」 IEEE Trans. Aerosp. Electron. syst., VOL : AES-18, No : 5, September, 1982.