

惑星探査ミッションにおける
重力波検出の可能性

河島 信樹・中井 豊*

(1982年3月12日受理)

Possibilities of Gravity Wave Detection in
Planetary Mission Satellites

By

Nobuki KAWASHIMA and Yutaka NAKAI

Abstract: In 1979 & 1980, the experiment to detect VLF band gravitational wave detection ($\geq 2 \times 10^{-4}$ Hz) with Voyager-I was performed by Hellings et al. No gravity wave bursts were seen with an amplitude higher than 3×10^{-14} at 500 sec sample times, and no gravity wave background was detected with an amplitude of the power spectrum density higher than $S_n = 10^{-27} f^{-1}$ [Hz⁻¹]. These values are only by one or two order of magnitude larger than the predicted value coming from possible galactic nuclei collapse & cosmic evolution. If we can realize 1) the use of X-band link with both up/down link 2) the use of highly stable hydrogen maser clock ($\sim 10^{-15}$ at 100 sec sample times) 3) the distance of about 4. A. U between spacecraft and the earth, the more advanced results will be expected. Further more, in addition to these, if the following items can be accomplished, 4) getting rid of the noise due to troposphere's scintillation, 5) the development of higher frequency band system, 6) the development of the Drag Free satellite system to monitor the spacecraft buffering with the accuracy of 10^{-5} cm/sec, 7) the achievement of monitoring system for the antenna's motion of the ground station with the same accuracy, and 8) the longer distance than 4. A. U, we may be able to detect and confirm the gravity wave background & gravity wave bursts.

概要

1979, 1980年 Hellings et al. により, 米国の惑星探査船 Voyager を使って, その周波数窓が 2×10^{-4} Hz 以上の重力波検出実験が行なわれた。結果は, 500 sec のサンプルタイムに於いて 3×10^{-14} のレベルでバーストを検出できなかった事, 及び重力波のバックグラウンドがパワースペクトルで $S_h = 10^{-27} f^{-1}$ [Hz⁻¹] のレベルで検出できなかった事が報告された。しかし, これらは, 銀河中心核の collapse を仮定した時のバーストや宇宙の進化論からくる重力波のバックグラウンドの予想に対して後 1~2 ケタと迫っている。もし我々が

- 1) 衛星との電波リンクを up/down とも X-band にする
 - 2) 高安定の水素メーザーの使用 (100 sec のサンプルタイムの時安定度 $\sim 10^{-15}$)
 - 3) 衛星, 地球間の距離を約 4. A. U 取る
- 以上を達成できれば, Voyager の実験と同等以上の結果を期待できる。更に上の項目に加え,
- 4) 大気のゆらぎから来るノイズを除去する事
 - 5) X-band 以上のより高い周波数を持ったリンクの使用
 - 6) 10^{-5} cm/s の精度で衛星のゆらぎをモニターするため Drag Free 衛星の使用
 - 7) 10^{-5} cm/s の精度で地上のアンテナの動きをモニターする機能の検討
 - 8) 衛星, 地球間の距離を 4. A. U 以上取る事
- 以上の改善をほどこせば, 重力波のバーストや, 重力波のバックグラウンドを検出できよう。

1. 序 論

1.1 実験目的

重力波は Einstein がその存在を予言しているが, その検出は Weber の報告以来, 世界各地で精力的に行なわれているにもかかわらず, 重力の Coupling Constant が極端に小さい事から, 未だ確認がなされていない。現在までの検出方法は地上における共鳴型の実験であったが, F. B. Estabrook & H. D. Wahlquist [1] 及び R. W. Hellings [2] によって飛翔体を用いた, 重力波の検出が提案され, 1979~80年 Voyager I を使った実験が R. W. Hellings, P. S. Callahan, J. D. Anderson によって行なわれた[3][4]。彼らは, この実験によって, 重力波バーストの検出及び重力波バックグラウンドの検出を目的にしていたが, 結果は, 3×10^{-14} (無次元) のレベルでバーストを発見できなかった事, 又バックグラウンドのエネルギー密度の上限が 10^{-3} Hz の付近で 5×10^{-3} erg/cm³, Hz である事が報告された。ここで注目すべきは, Carr, Zimmerman 等によるバックグラウンドのエネルギー密度の

予言が $10^{-4} \sim 10^{-6} \text{ erg/cm}^3 \cdot \text{Hz}$ (10^{-3} Hz 付近) である事で、特に宇宙の進化論からくる値 $10^{-4} \text{ erg/cm}^3 \cdot \text{Hz}$ にはあと2ケタと迫っている点である。

米国における今後のこの種の実験は、1984年打上げ予定の木星探査船ガリレオでも行なわれる計画であり、Mariner, Viking によって行なわれた太陽重力場による電磁波の伝播時間遅れの検証実験も含め、多くの惑星探査船が一般相対論の検証に使われ、又使われる予定である。一方、我が国でも1985~1986年ハレー彗星探査を目的としたMS-T5, PLANET-Aの計画が進み、惑星探査船を用いたこの種の実験を行いうる可能性が出て来た。

この提案は、これらの衛星の追跡電波を利用して、その電波の周波数が、太陽系にふりそぐ重力波によって、シフトする現象を測定する事で重力波の検出を行なおうとするものである。

一般に重力波の存在する時空は、計量テンソルを用いると

$$g_{\alpha\beta} = \begin{bmatrix} 1, & 0, & 0, & 0 \\ 0, & -1+h_t, & h_x, & 0 \\ 0, & h_x, & -1-h_t, & 0 \\ 0, & 0, & 0, & -1 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (1)$$

で表わされ、(h_t, h_x の成分が重力波を表わす。)この時空を伝播する電磁波の出発点及び到着点における周波数のズレは、重力波テンソルを

$$h_{\alpha\beta} = \begin{bmatrix} 0, & 0, & 0, & 0 \\ 0, & h_t, & h_x, & 0 \\ 0, & h_x, & -h_t, & 0 \\ 0, & 0, & 0, & 0 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (2)$$

電磁波の伝播ベクトルを

$$S_\alpha = \left(\nu, \frac{\nu}{c} \sin \theta \cos \phi, \frac{\nu}{c} \sin \theta \sin \phi, \frac{\nu}{c} \cos \theta \right)$$

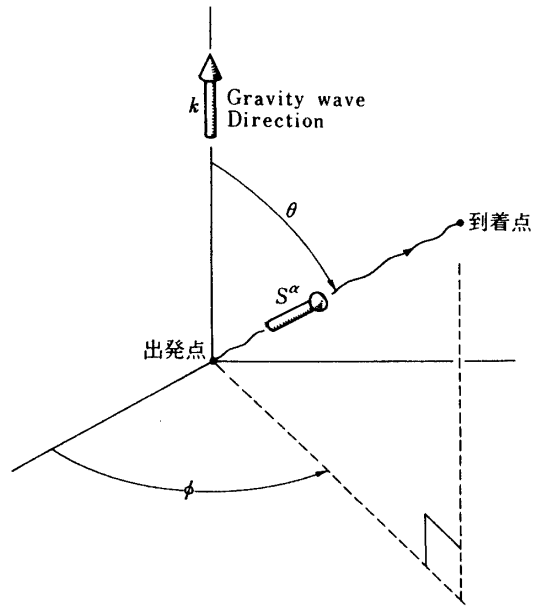
及び、重力波の伝播方向、電磁波の出発点、到着点のコンフィギュレーションを図1のようにとれば

$$\Delta\nu = \nu_t - \nu_r = -\frac{1}{2} \times \frac{S^\alpha S^\beta (h_{\alpha\beta}^t - h_{\alpha\beta}^r)}{\nu_r (1 - \cos \theta)} \dots\dots\dots (3)$$

ここで、
 ν_r ; 到着点における電磁波の周波数
 ν_t ; 出発点における電磁波の周波数
 $h_{\alpha\beta}^r$; 到着点における重力波テンソル
 $h_{\alpha\beta}^t$; 出発点における重力波テンソル

と表わされる。

実験は、地上局から電磁波を出し、衛星でこの電波を受け増幅し再び地上局に受けて電波を打ち出し、地上の reference clock と受信波の周波数差を検出するもので、実際に観測された周波数シフト $\Delta\nu(t)$ によってバーストを又、周波数シフト $\Delta\nu(t)$ のスペクトル分析及び自己相関によってバックグラウンドの上限を決めるか、又もし可能ならバックグラウ

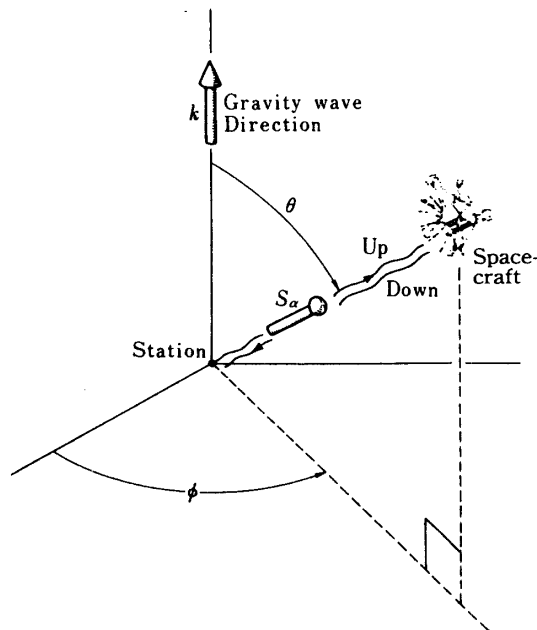


第1図 (ref 3)

ンド自体の存在を見つけようとするものである。実際のコンフィギュレーションを図2に、このコンフィギュレーションでの reference clock と受信波の周波数シフト $\Delta\nu$ を次式に示す。

$$y = \frac{\Delta\nu}{\nu} = -(1 - \cos \theta)h(t) - 2 \cos \theta h(t - l - l \cos \theta) + (1 + \cos \theta)h(t - 2l)$$

..... (4)



第2図 (ref 3)

ここで、 $h(t) \equiv \frac{1}{2} [\cos 2\phi h_t - \sin 2\phi h_x]$

Hellings et al は、この種の実験で重力波のバーストを見つける事については、現在の技術水準では困難であるとしているが（この問題については、Thorne & Braginsky が QSO のバーストによる重力波の検出の可能性を検討している。）重力波バックグラウンドの検出については重力波のバックグラウンドのパワースペクトルが、低い周波数領域で他のノイズ源のスペクトルより大きくなるため、フーリエ分析及び自己相関をとる事によってかなり有望であると述べている。以下の議論では、重力波のバックグラウンドの検出に重きが置かれるが、バースト検出の可能性の検討も必要であろう。

Voyager の結果及び、以下の議論でわかるように実験の成否を決定するものは、パワースペクトルの分析によるアプローチでは、太陽系内プラズマ及び大気のゆらぎ（但し、大気のゆらぎについては Confirm されていない。）であって、そのレベルは観測された周波数シフトのパワースペクトル上に現われるレベルで、 $S\Delta\nu/\nu \sim 10^{-24}$ ($f \sim 10^{-2} \sim 10^{-4}$ Hz, (無次元)²/Hz) である (Hellings, et al). 又プラズマによる影響が $\Delta\nu_{\text{plasma}} \propto \nu^{-4}$ であるためプラズマによるノイズを落とすために高い周波数を使う事が望まれるが、Voyager I では uplink が S-band, downlink が S 及び X-band で完全な X-band link を有していない。もし完全な X-band link を使えば S-band に比べプラズマの影響を 2 ケタ下げる事ができ、さらに大気のゆらぎと思われるノイズが Hellings et al のいうように water vapour radio meter によって 2 ケタ下げる事ができるなら現存予想されている上限を検出できるかもしれない (図 3)。自己相関の分析によるアプローチでは、X-band を使用した後最もクリティカルなノイズと思われるのは地上の時計の jitter であって高精度の時計 (10^3 sec 平均で安定度 $\sim 10^{-15} \sim 10^{-16}$ 程度) が必要であるが、以上ノイズを押える事とともに実験全体の信号レベルを上げる事が特に重要であって地球、衛星間距離を増す必要があろう。(詳しくは 2 章を参照の事)

1.2 提案の学問的位置付け

重力波を検出するための実験は、さまざまなものが、進行中又は計画中であるが、それらの狙う周波数帯を次に示す。(表 1)[5]

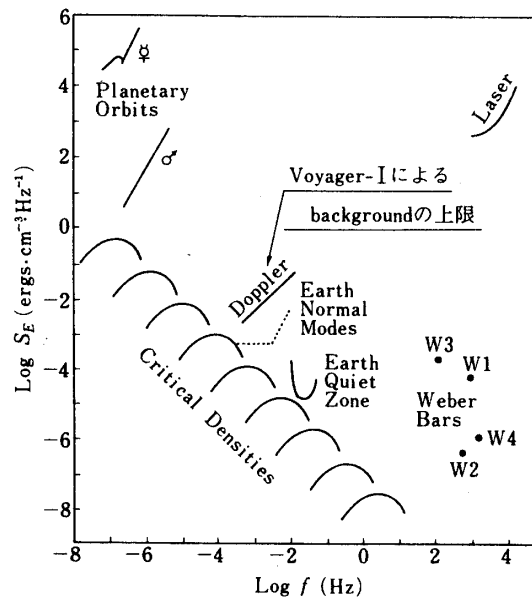
狙うべき周波数帯は、その実験システムの代表的長さが、測定する重力波の波長の 1/2 以上でなければならない事から決まってくる。

惑星探査船を使う実験は、地球-衛星間の距離が光の伝播時間で計って、 $10^3 \sim 10^4$ sec であるので検出すべき重力波の周波数は、 $f \lesssim (10^{-3} \text{ Hz} \sim 10^{-4} \text{ Hz})$ といった窓を持つ事になる。つまり飛翔体によるこの種の実験は 10^{-4} Hz 付近までの重力波の検出手段として位置付けられ、対象となる物理現象としては active galactic nuclei 及びクエーサーからの、タイムスケール 1000 sec 以上で $\Delta\nu/\nu \sim 10^{-16}$ 程度のバースト [6], 及び図 3 に示す重力波の cosmic background が考えられている。

Voyager-I による結果は、重力波バーストについては検出まで後 2 ケタ, cosmic background については 10^{-3} Hz 付近で後 2 ケタと迫っている。今後 Hellings et al のグループは、完全な X-band link 及び water vapour radiometer による大気の影響の補正によっ

DESIGNATION	FREQUENCY (PERIOD)	TYPICAL SOURCES	USEFUL ANTENNAS
EXTREMELY LOW (ELF)	(10^7 TO 10^4 SEC)	COSMOLOGICAL? EXPLOSIONS IN QUASARS AND GALACTIC NUCLEI BINARIES	-
VERY LOW FREQ (VLF)	(10^4 TO 10 SEC)	SHORT PERIOD BINARIES HUGE BLACK HOLES ($\sim 10^5$ TO 10^8 M .)	FREE MASSES IN DEEP SPACE PLANETARY RESONANCES
LOW FREQ (LF)	0.1 TO 100 Hz	PULSARS	LUMPED RESONANT ANT. HETERODYNE ANT. FREE MASSES IN NEAR SPACE
MEDIUM FREQ (MF)	100 Hz TO 100KHz	BLACK HOLES ($1-10^3$ M .) COLLAPSE OF STARS WEBER BURSTS SUPERNOVAE	RESONANT ANT. (WEBER) LABORATORY ALMOST- FREE MASSES

表1 Astrophysical sources of gravitational radiation (ref 5)



第3図 Doppler tracking limit on the background gravity wave energy density compared with other existing limits. Details may be found in Zimmerman and Hellings. (ref 4)

て実験の performance を2ケタ上げ、この周波数帯での検出領域に足を踏み込もうとしている。

2. Voyage-I による検出実験

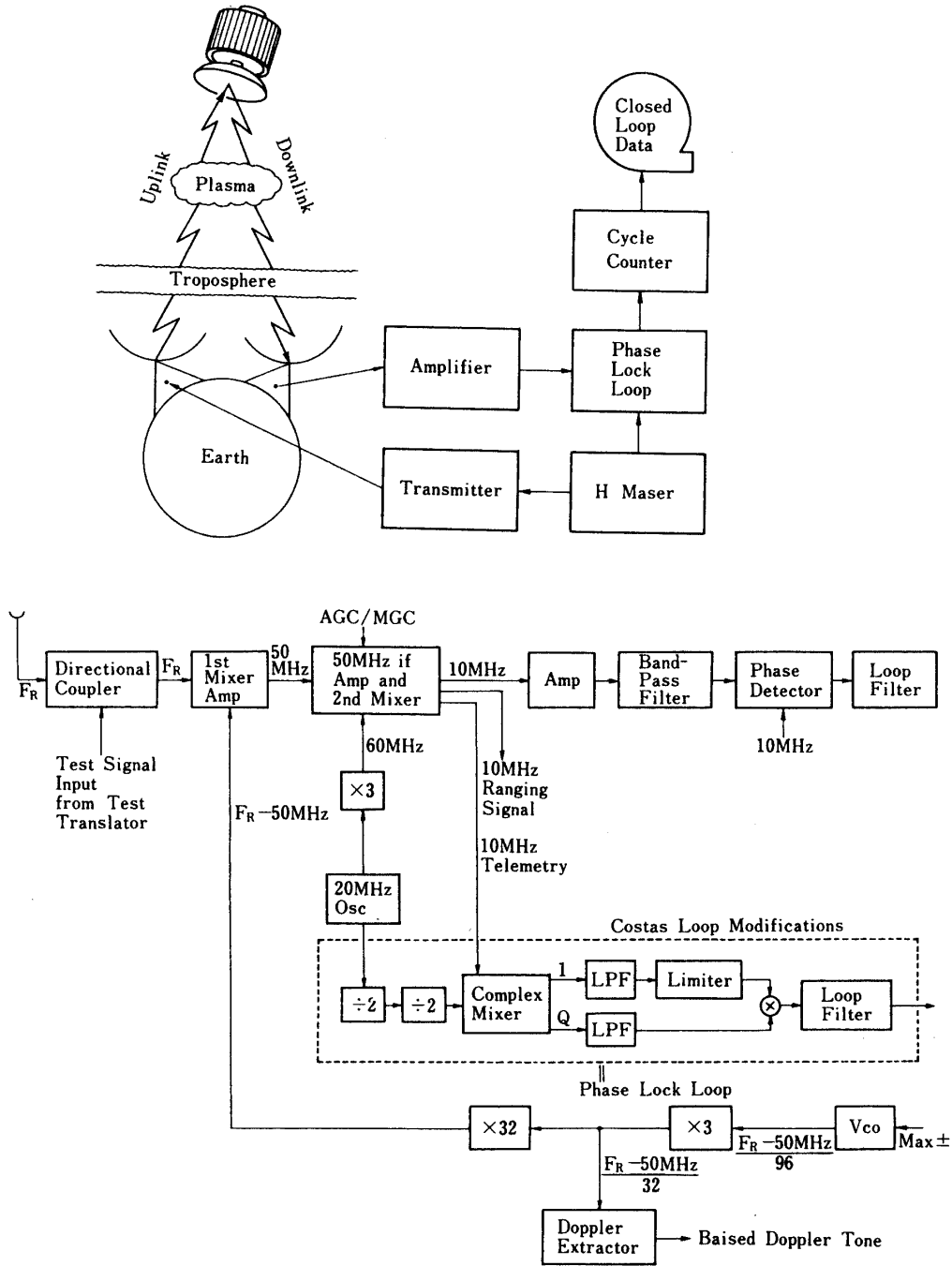
2.1 実験の概要

Voyager-I の S-band uplink は、Deep Space Station (マドリッド, ゴールドストーン) にある 64 m アンテナから発射され、Voyager-I のトランスポンダによって地球に戻されたコヒーレントな S-band 及び X-band downlink は、上記両ステーションと X-band downlink のみ Owens Valley Radio Observatory の 40 m アンテナによって受信された。発射された電磁波は地上局の高安定水素メーザーによって制御される。受信波は Low Noise Amp によって増幅され上記水素メーザーと差をとり、cycle counter により位相を出し、位相検出に要した cycle counter のドライブ時間、つまりサンプルタイムで割る事によって、そのサンプルタイムにおける平均周波数を周波数シフトとして出力している。データは 1979 年の 2 月 25 日～28 日及び、1980 年の 3 月 6 日～12 日に、サンプルタイム 10 sec 及び 60 sec で取得された。図 4 に NASA の地上局のドップラーシフト計測システムのダイアグラムを、表 2 にその代表的仕様を、図 5 に衛星のトランスポンダのダイアグラムを、表 3 にその代表的仕様を示す。地上局のアンテナ直後にあるものは、BLOCK III と呼ばれるメーザー増幅型 Low Noise Amp であってその出力が PLL によって LOCK され、PLL の出力と地上の reference oscillator との差を cycle counter で計る事によって周波数シフトを計測している。

Band (GHz)	Antenna Gain (dBi)	Antenna Beamwidth (deg)	(3) Transmitter Power (dBW)	e.i.r.p. (dBW)	(2) Receiving System Noise Temperature (K)	(2) Receiving System Noise Spectral Density (dB(W/Hz))
2.1 GHz Earth-to-Space	61	0.146	50 56	111 117	—	—
2.3 GHz Space-to-Earth	62	0.131	—	—	16	-217
8.4 GHz Space-to-Earth	72	0.041	—	—	23	-215

Clear weather, 30° elevation angle, receive only mode.
+56 dBW transmitter power use during spacecraft emergencies only.

表 2 地上局諸元 (ref 12)

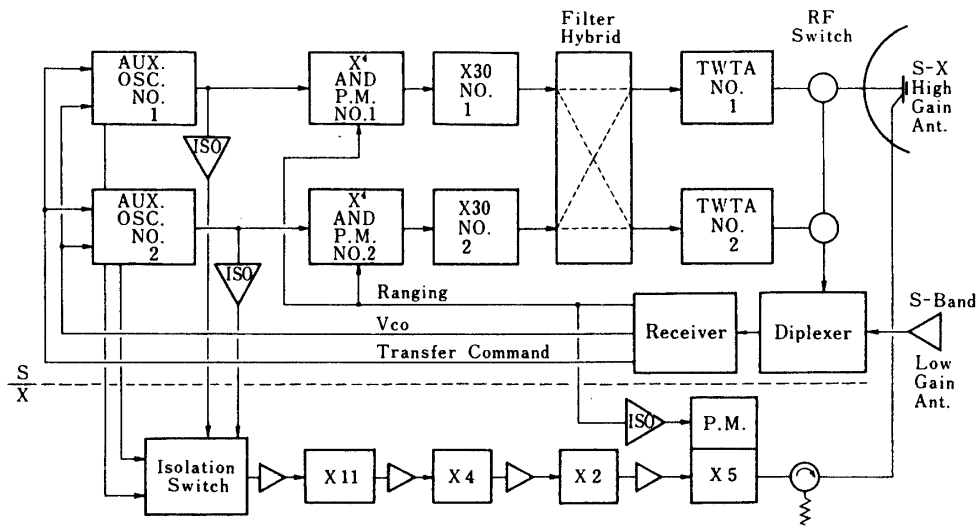


第4図 地上局 ブロックダイアグラム (上図, ref 3, 下図, ref 13)

Spece to Earth Band	Antenna Size	Antenna Gain	Antenna Beamwidth	Transmitter Power	e.i.r.p.
Spece to Earth Band (GHz)	Antenna Size (m)	Antenna Gain (dBi)	Antenna Beamwidth (degrees)	Transmitter Power (dBW)	e.i.r.p. (dBW)
2.3	3.7	37	2.3	13.6	51
8.4	3.7	48	0.64	13.2	61

Earth to Space Band (GHz)	Antenna Size (m)	Antenna Gain (dBi)	Beamwidth (degrees)	Reciver Noise Temperature (K)	Reciever Noise Spectral Density (dB(W/Hz))
2.1	3.7	36	2.6	1540	-197

表3 衛星トランスポンダー諸元 (ref 12)



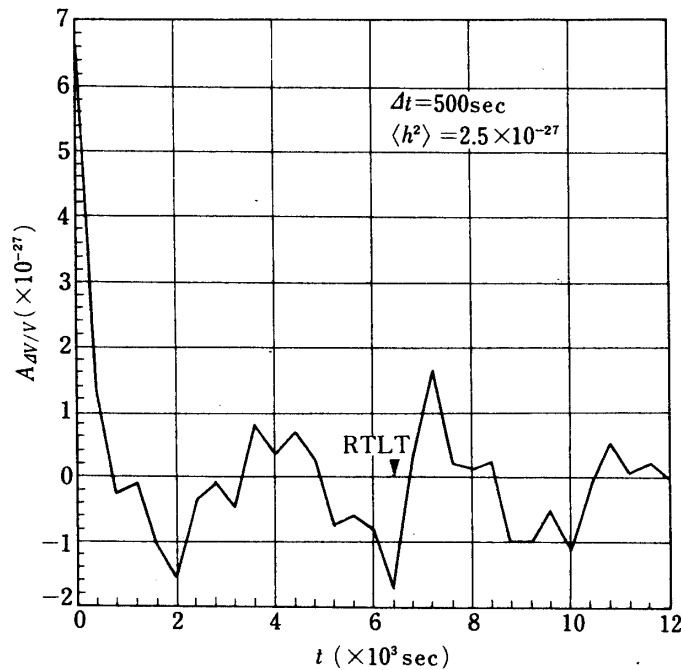
第5図 Viking Spacecraft のトランスポンダ系ダイアグラム (ref 14)

2.2 解析方法

重力波バーストの検出については、 $\Delta\nu(t)/\nu$ の生データを使いある時刻の値から、電波の行き帰りの時間 (Round Trip Light Time, 以下 R. T. L. T と示す.) 前の値を引くことによって S/N を上げる方法が取られている。重力波のバックグラウンドについては、 $\Delta\nu(t)/\nu$ をパワースペクトラムの形に直して、さまざまなノイズ源

- 1) プラズマのゆらぎ
- 2) 大気のゆらぎ
- 3) Reference Oscillator (以下 clock と呼ぶ) の jitter
- 4) システムノイズ (主に KT ノイズ, cycle counter の jitter 等)
- 5) 衛星自体のゆらぎ
- 6) 地上局アンテナのゆらぎ

の理論的なパワースペクトラムをデータに fit させ、バックグラウンドを見つけようとするものである。又パワースペクトルの解析の他に $\Delta\nu(t)/\nu$ の自己相関関数を作り、自己相関関数の横軸 $t=R. T. L. T$ の所に、 $t=0$ の所の値の $1/6$ の高さの負のスパイクが表われる事を利用して検出を試みている。(図 6, p. 23 図 12)



第6図 $\Delta\nu(t)/\nu$ の自己相関

(この図はシュミレーションから得られたもので Round Trip Light Time 6400 sec の所に $t=0$ sec の peak の $1/6$ の大きさを持つ負のスパイクが現われている。(ref 4))

2.3 結 果

図7に $\Delta\nu/\nu$ の生データを、図8にパワースペクトラムを、又図9に自己相関の1例を示す。

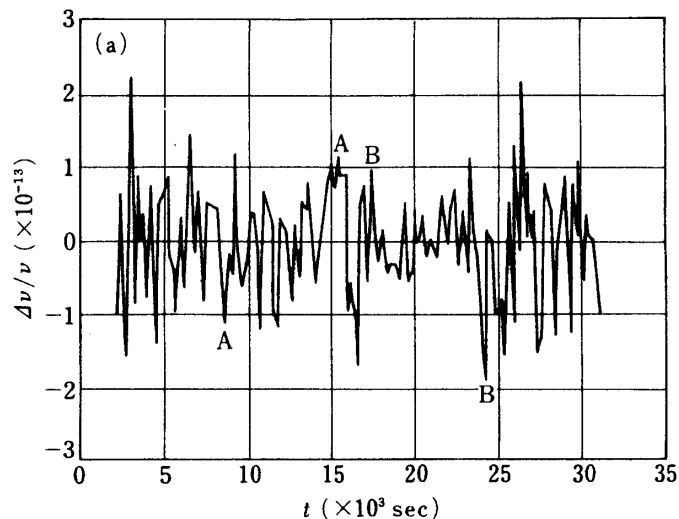
図8-a, bは、Owens-Valley局で受けた X-band のデータ ($\Delta\nu/\nu_x$) のスペクトル、図8-c, dは、Goldstone局で受けた S-band のデータ ($\Delta\nu/\nu_s$) から Goldstone局の X-band データを差し引いたものから作ったスペクトルである。

図8-a, cに見られる右下りの線は ($10^{-3} \sim 10^{-4}$ Hz) プラズマによるもので地球-太陽-衛星が一直線になった時(1980年3月12日)のデータ図8-b, dでは下がっている。周波数シフト $\Delta\nu/\nu$ は、

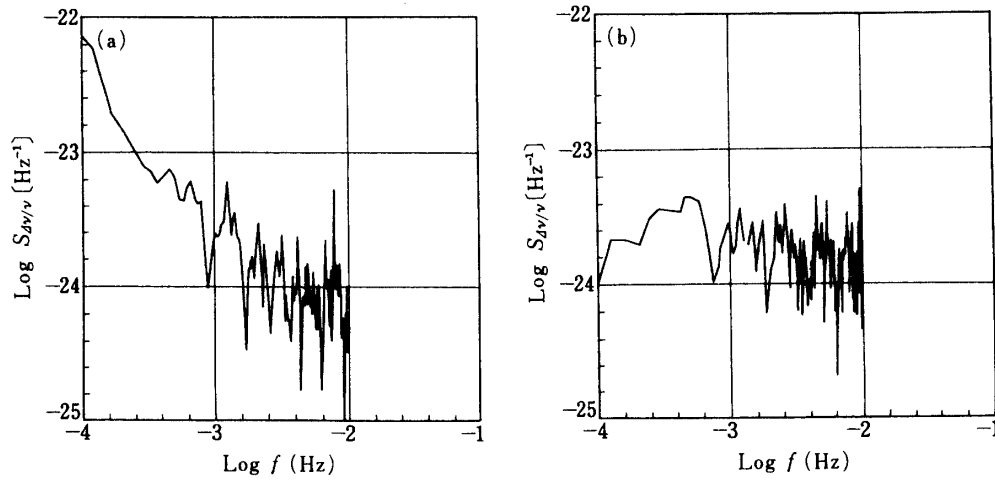
$$\Delta\nu/\nu = (\text{重力波によるもの}) + (\text{プラズマ}) + (\text{大気}) + (\text{衛星}) \\ + (\text{システムノイズ}) + (\text{地上アンテナ}) + (\text{時計})$$

であるが、S-band, X-band に対して第一項, 第三項, 第四項, 第六項, 第七項が周波数によらず両周波数に対して同じである事及び、Voyager では帰りのみ S/X-band であった事を考えると、図8-c, dは帰りのプラズマの影響とシステムの影響(両者とも S-X)を表わしていると考えられ、Hellings et al は、図8-c, dにおける $10^{-3} \sim 10^{-2}$ Hz 付近の右上りの線を Goldstone 局のシステムノイズであるとし、図8-bがこのような特徴を持っていない理由として Owens Valley 局の受信器が Goldstone 局よりすぐれているためと述べている。

上の議論によると図8-b, dの $10^{-4} \sim 10^{-3}$ Hz 付近の 'white' な部分は ($S_p \sim 10^{-24}$) プラズマによるものと思われるが、Hellings et al は大気のゆらぎ又は他の何らかのノイズも又この程度のレベルに達している可能性もあるとし、water vapour radio meter の使用によってこの 'white' なノイズが大気によるものなのかどうか、そして大気によるものならば radio-

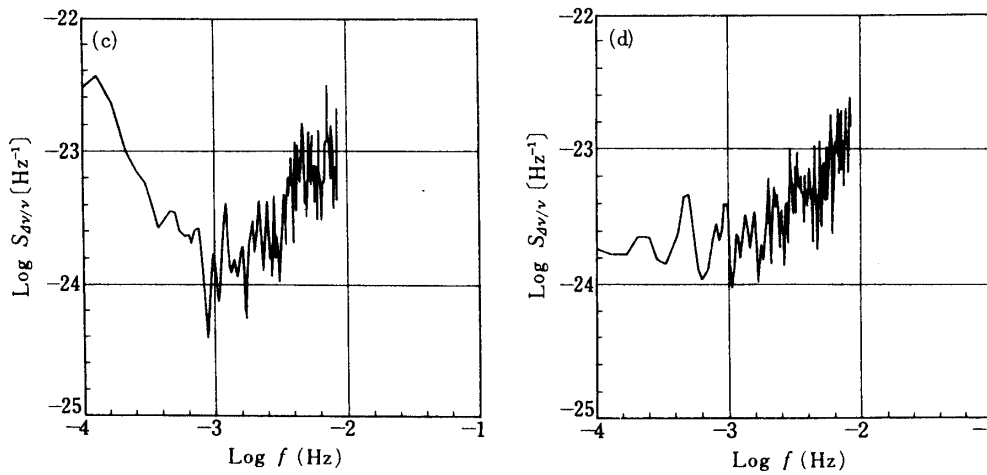


第7図 周波数シフト $\Delta\nu(t)/\nu$ (サンプルタイム, 200 sec) (ref 4)



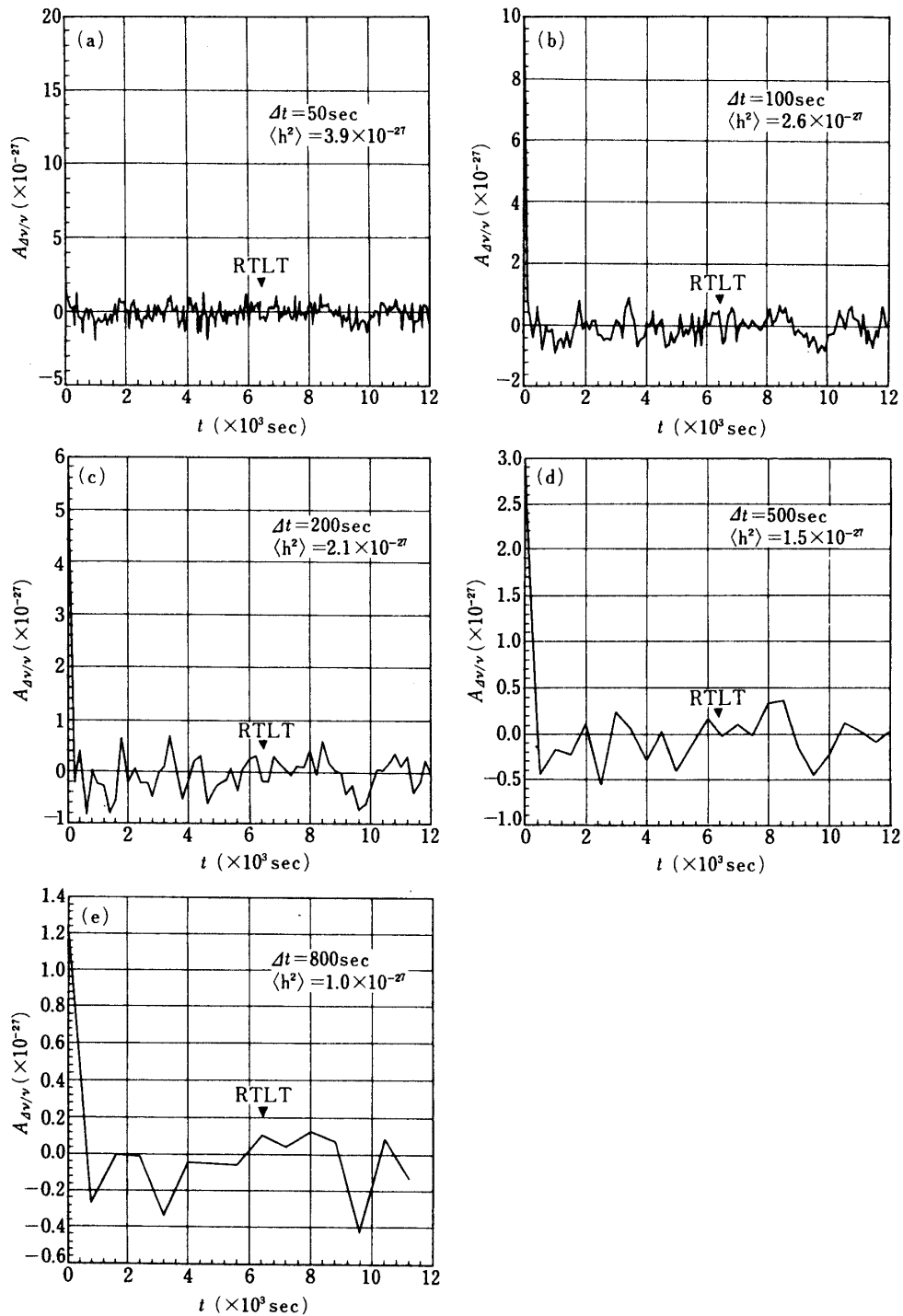
Power spectra of X-band Doppler data received at Owens Valley a) March 8, 1980 and b) March 12, 1980.

第8図-a 第8図-b



Power spectra of (S-band minus X-band) differenced Doppler data received at Goldstone c) March 8, 1980 and d) March 12, 1980. (ref 4)

第8図-c 第8図-d



第9図 Autocovariance functions for Owens Valley X-band data, March 12, 1980 at various sample times, Δt . The rms gravity wave background amplitude squared, $\langle h^2 \rangle$, is obtained by multiplying the standard deviation of $\Delta y(t)$ by 6. (ref 4)

meter の使用によりどれだけ下げられるかを実験する予定である。図9は取得されたデータの自己相関であって $t=R. T. L. T$ の所に負のスパイクは見られない。このため彼らは $t=R. T. L. T$ におけるこの相関の偏差 σ_A を取り ($\tau \sim 50 \text{ sec}$ で $\sim 6 \times 10^{-28}$) 重力波のバックグラウンドによる負のスパイク $A_{\Delta\nu/\nu}(R. T. L. T)$ が σ_A 以下である事と

$$A_{\Delta\nu/\nu}(0) = -6A_{\Delta\nu/\nu}(R. T. L. T) \\ = \frac{1}{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{\tau}}^{\frac{\pi}{\tau}} S_{\Delta\nu/\nu}(\omega) d\omega \sim \frac{1}{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{\tau}}^{\frac{\pi}{\tau}} S_h(\omega) d\omega \quad \dots\dots\dots (5)$$

(τ は地上での平均時間、時間 τ で平均したデータを処理するので $f > \frac{1}{2\tau}$ 以上のスペクトルを Low pass filter として押える事になる.)
(S_h は(4)式 $h(t)$ のパワースペクトル)

を使って $S_h(\omega)$ の上限を出している。

例えば図9で $\tau = 50 \text{ sec}$ のとき

$$A_{\Delta\nu/\nu}(0)_{\tau=50 \text{ sec}} = \langle h^2 \rangle = 3.9 \times 10^{-27} \sim 6 \times (6 \times 10^{-28})$$

$\tau = 100 \text{ sec}$ のとき

$$A_{\Delta\nu/\nu}(0)_{\tau=100 \text{ sec}} = \langle h^2 \rangle = 2.6 \times 10^{-27} \sim 6 \times (4 \times 10^{-28})$$

であるから、

$$A_{\Delta\nu/\nu}(0)_{\tau=50} - A_{\Delta\nu/\nu}(0)_{\tau=100} \sim \frac{1}{2\pi} \int_{\frac{\pi}{100}}^{\frac{\pi}{50}} S_h(\omega) d\omega \\ \sim \frac{1}{2\pi} \left(\frac{\pi}{50} - \frac{\pi}{100} \right) S_h\left(\frac{\pi}{50}\right) \\ = 1.3 \times 10^{-27} \quad \dots\dots\dots (6)$$

として

$$S_h\left(\omega = \frac{\pi}{50} \sim \frac{\pi}{100} \text{ 又は, } f = 10^{-2} \text{ Hz} \sim 5 \times 10^{-3} \text{ Hz}\right) \sim 2.6 \times 10^{-25}$$

と評価できる。このようにして彼らは、 S_h の上限を

$$S_h \lesssim 10^{-27} f^{-1}$$

と報告している。最後に図9に $t = 50 \text{ sec} \sim 800 \text{ sec}$ までのデータがのっているが、その $t = R. T. L. T$ における偏差の6倍である $\langle h^2 \rangle$ はサンプルタイムに対して $\propto \tau^{-\frac{1}{2}}$ の依存性を示しているが、これは、図8-bに見られるパワースペクトルの'white'な部分の性質を反映していると考えられる。(3-2-4参照、ホワイトなノイズの自己相関は $t=0$ 以外はすべて0であって偏差 σ_A は $\propto \tau^{-\frac{1}{2}}$ を示す.)

3. 検出可能性の検討

本実験は衛星との電波リンクの周波数シフトを計測し、そのフーリエ分析又は自己相関を取る事によって重力波のバックグラウンドを検出しようとするものであるが、重力波以外の誤差源として、前述のように

- 1) プラズマのゆらぎ

- 2) 大気のゆらぎ
- 3) clock の jitter
- 4) システムノイズ (受信機の KT ノイズ, cycle counter の jitter)
- 5) 衛星自体のゆらぎ
- 6) 地上局アンテナのゆらぎ

が考えられる。本実験で我々が、新たに加えられる手段は

- 1) R. T. L. T の増加
- 2) 完全な X-band link の使用
- 3) 高精度の時計
- 4) water vapour radiometer の使用

であり又自己相関において、最大 S/N を出すために選ぶべきパラメーターとしては、5) サンプルタイム、がある。以下にフーリエ解析による検出可能性と、自己相関による検出可能性を考察する。

3.1 フーリエ解析による検出可能性

観測された周波数シフトをフーリエ解析する場合は、使うべき全データ (データ長 T_{total}) をいくつかに分け ($T_{total} = N \times T_R$), 各々のデータ (データ長 T_R) に対してパワースペクトルを取り N 個のパワースペクトルを平均する事になるが、本実験のシステムが $f \geq \frac{1}{2l}$ 以上の周波数帯に対して意味を持つ事、及びフーリエ解析をした後の周波数分解能が $\Delta f \sim \frac{1}{T_R}$ である事を考えればデータ長は、

$$\frac{1}{T_R} \lesssim \frac{1}{2l}$$

より、 $T_R \geq 2l$ が必要である。

又、データ取得時及びデータ処理前段階として時間 τ で平均するという事は、 $f \lesssim \frac{1}{2\tau}$ のデータを通す Low pass filter として作用するのであって上と考え合わせれば、処理後のパワースペクトラムは、

$$\frac{1}{T_R} \sim \frac{1}{2l} \lesssim f \lesssim \frac{1}{2\tau}$$

の周波数帯を持つ事になる。

3.1.1 パワースペクトルにおける重力波バックグラウンドの評価

重力波バックグラウンドのエネルギー密度のパワースペクトラム、 S_E ($\text{erg cm}^{-3} \text{Hz}^{-1}$) と振幅のパワースペクトラム S_h (Hz^{-1}) の関係は、

$$S_E(f) = \frac{\pi C^2}{4G} f^2 S_h(f) \quad [\text{erg} \cdot \text{cm}^{-3} \cdot \text{Hz}^{-1}] \quad \dots \dots \dots (7)$$

と表わされ、 $S_E(f)$ は図 3 によれば

$$S_E(f) \sim 10^{-9} \sim 10^{-7} f^{-1} \quad [\text{ehg} \cdot \text{cm}^{-3} \cdot \text{Hz}^{-1}]$$

であるから、重力波の振幅のパワースペクトルの予想値は、

$$S_h(f) \sim 10^{-35} \sim 10^{-35} f^{-3} \quad [\text{無次元}]$$

と予想される。周波数シフトのパワースペクトルは、

$$S_y = \frac{2(1 - \cos \omega\tau)}{\omega^2 \tau^2} \times \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{3} \cos 2\omega l - \frac{3}{\omega^2 l^2} \right. \\ \left. - \frac{\cos 2\omega l}{\omega^2 l^2} + \frac{2 \sin 2\omega l}{\omega^3 l^3} \right) \times S_h \dots\dots\dots (8)$$

と表わされるが、(Hellings et al) 第一項は、地上での時間平均 (τ sec) の影響を示し、第二項は電波を地球、衛星、地球と通して周波数シフトを計測するというこの実験のコンフィギュレーション自体の周波数特性を示している。第一項は $\omega \gg \frac{\pi}{\tau}$ で $\propto \omega^{-2}$ であって、 $\omega \sim \frac{\pi}{\tau}$ を境にした Low pass filter であり、第二項は $\omega \ll \frac{\pi}{l}$ で $\propto \omega^2$ であって $\frac{\pi}{l}$ を境にした high pass filter になっている。

ここで、 $\frac{1}{2l} \lesssim f \lesssim \frac{1}{2\tau}$ において第一項、第二項とも大体 ~ 1 であるから、オーダーの評価に際しては、

$$S_y \sim S_h$$

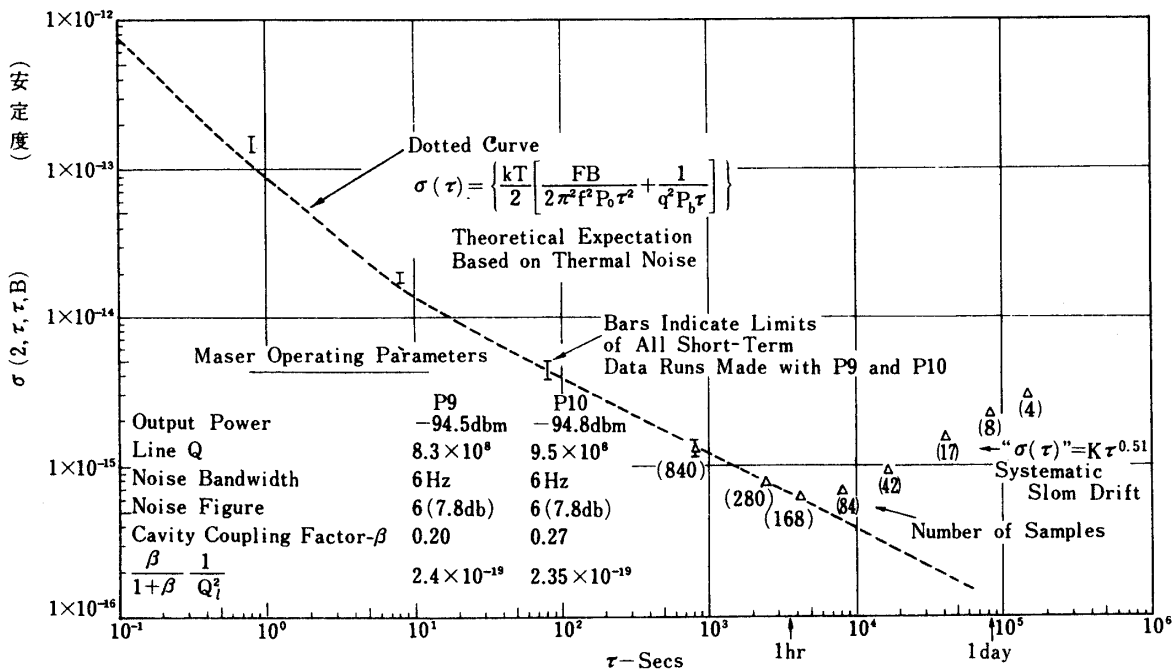
とする事ができる。(p. 31, 図 11)

3.1.2 パワースペクトルにおける clock の評価

clock の jitter のパワースペクトラム、 S_q は一般に

$$S_q = q_0 + q_2 \omega^2 \quad (q_0, q_2 \text{ は const})$$

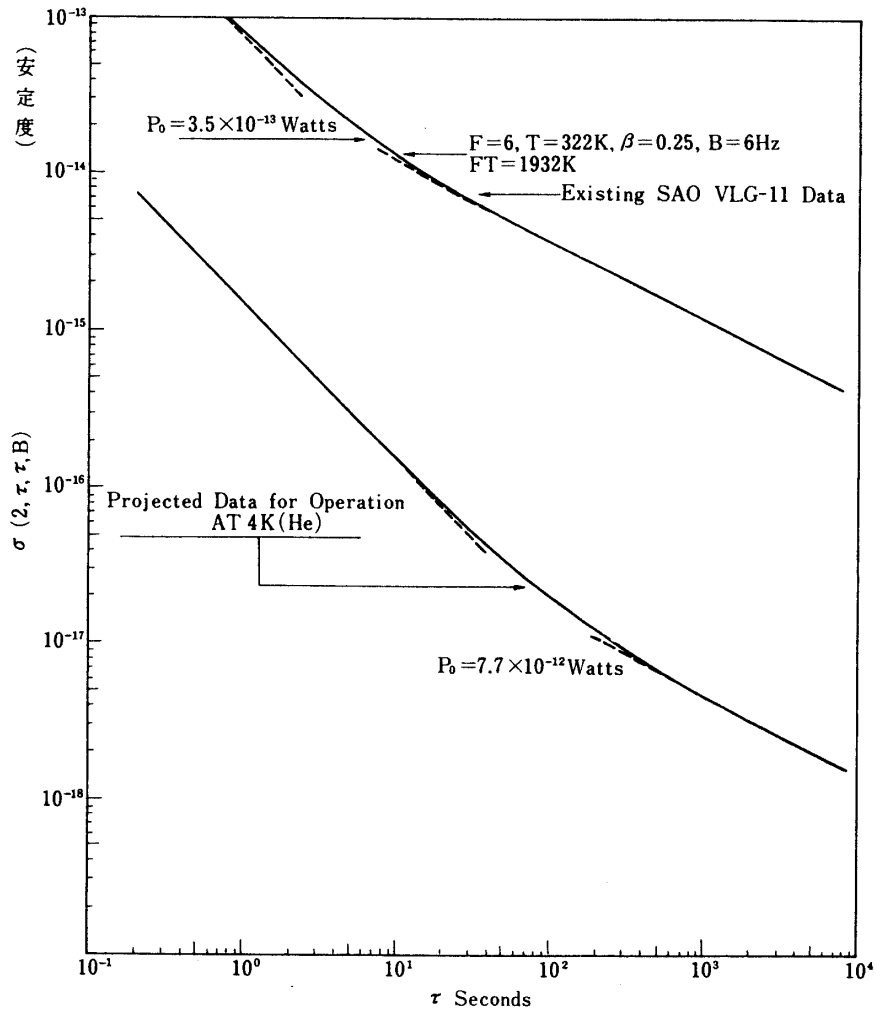
と表わされ、 q_0 は、'white frequency noise'を、 q_2 は'white phase noise'を表わしている。



水素メーザー VLG-11 の安定度

(横軸はサンプルタイム, 点線は理論によってデータを fit させたものである. 10^4 sec 以上では, 安定度が悪くなっている.) (ref 7)

第 10 図-1



VLG-11 stability data. $\sigma(2, \tau, \tau, B)$ vs τ for masers P9 and P10, October 9-17, 1977.
 Predicted improvements in hydrogen-maser stability due to low oemperature operation. (ref 7)
 第10図-2

このとき、 S_y に対しては

$$S_y = \frac{2(1 - \cos \omega \tau)}{\omega^2 \tau^2} \times 2(1 - \cos 2\omega l) \times S_q \dots\dots\dots (9)$$

なる関係で周波数のシフトにのってくるが、第一項、第二項とも 3.1.1 で述べたような Low pass, high pass filter を表わしているから、 $\frac{1}{2l} \lesssim f \lesssim \frac{1}{2\tau}$ では、

$$S_y \sim S_q$$

とする事ができる。

ここでは、考察の対象として Vessot によって開発された水素メーザー VLG-11[7] を使うと仮定する。VLG-11 の performance を図 10 に示す。又これから S_q を求めると、

$$S_q \sim 3 \times 10^{-27} + 3 \times 10^{-26} \omega^2 \dots\dots\dots (10)$$

となる。(図 11, p. 22)

図 10 を見ると平均時間 2000 tec 以上で安定度が飽和しているが、これは flicker frequency noise と呼ばれ、レーザーの空洞発振器の容器が時間的に変化するためであると考えられており、パワースペクトル上では $f \leq 10^{-4}$ Hz の帯域に現われている。なお、Vessot et al は、水素レーザーを液体ヘリウムで冷やすことによって 10^2 sec の平均標準偏差で実に 10^{-17} の安定度を得る事を計画している[8]。

3.1.3 パワースペクトルにおけるプラズマ及び大気の評価

Hellings et al はこの両者が Kolmogorov spectrum ($\propto \omega^{-\frac{2}{3}}$) に従っているとしているが、実際のスペクトルがどのようになっているかは分からない。しかし、Voyager のデータで最も静かなデータ(地球-太陽-衛星が一直線、図 8-b)によると、両者の周波数シフトへの影響は、 $S_{\nu, \text{plasma}}$ 又大気 $\leq 10^{-24}$ であると言えるわけで、仮に完全な X-band のリンクを使えば、 $S_{\nu, \text{plasma}} \propto \nu^{-4}$ から、S-band 使用に比べ S_{ν} に対するプラズマの影響は 2 ケタ下げる事ができ、Voyager のデータに見られるノイズ源が主にプラズマであれば、X-band 使用によって全体の改善が見られるはずである。しかしこのスペクトルの原因が、他のもの(大気による可能性が強いが、必ずしも明確ではない。)であれば X-band 使用によっても改善はできない事になる。これが大気によるものであれば、water vapour radiometer の使用によって、そのパワースペクトルを 2 ケタ下げる見込みが十分であると Hellings et al は報告しているが、後で述べるようにデータ処理を自己相関で行えばたとえ X-band の使用によって 2 ケタ下げられなくても、X-band 使用による使用可能なデータ量(Voyager では、静かな日のデータ 1 日分しか使えなかったとしている)が増加するため標準偏差の減少を通して、検出の可能性はある。

3.1.4 パワースペクトルにおけるシステムノイズ(KT ノイズ, cycle counter の jitter 等)の評価

Hellings et al はこの種のノイズが周波数シフトのパワースペクトラムに

$$S_{\nu} = r\omega^2$$

の形でのってくるとし、図 8-c, d に見られる $f \geq 10^{-2}$ Hz 以上のスペクトルの原因であると述べている。又 Owens Valley 局の data は 10^{-2} Hz までほぼ flat であるが、この原因が Owen Valley の受信器が Goldstone 局より優れているため、スペクトルの立上りが $f \geq 10^{-2}$ Hz で起こっているとしている。

データを見ると $S_{\nu} \propto \omega^2$ ではなく $S_{\nu} \propto \omega$ に見えるが、ここではとにかくシステムノイズによるパワースペクトルが、 10^{-2} Hz 付近で $S_{\nu} \sim 10^{-24}$ を通り右上り ($\propto \omega$) であると仮定するが、これは他の検討に比べ幾分危険ではあっても、楽感的な評価を避けるためである。ところでこの種のノイズは、あらかじめ地上の試験で Confirm しておく事が可能であるから対処しやすいと思われる。

3.1.5 パワースペクトルにおける衛星自体のゆらぎの評価

衛星には、重力以外のさまざまな力が働きこの力が衛星の予想不可能な動きを引き起こし、Doppler 効果としてノイズになる事が考えられる。Voyager はこの点については、全く無防備であって仮に今後 R. T. L. T がのびて、スペクトルを検出しても、重力波による

ものであるという確証はない。この点については後章で検討するが、外力の簡単なモデルに対するスペクトルの結果を図11に示す。

3.1.6 パワースペクトルにおける地上局アンテナのゆらぎの評価

地上側の局についても風の力、温度変化、及び物体の移動等により振動を起し、この振動が Doppler 効果として周波数シフトにのってくる可能性がある。しかし、我々の問題にしている周波数の窓が $10^{-5} \text{ sec} \sim 10^{-3} \text{ sec}$ であるので、 $f \leq \frac{1}{2\tau}$ の周波数帯での振動が小さければよいわけで早い振動は実験に影響を及ぼさないとと思われるが、詳しい検討が必要であろう。(温度変化による影響は、5章を参照)

3.1.7 検出可能性について

実験の hard ware の仮定としては、VLG-11 級の時計、Owens Valley 級の局、X-band の up 及び down link の使用を考えている。

3.1.2~3.1.5 の検討結果を表わした図11を見れば 'white' な部分が大気によるものでなく water vapour radiometer によっても下げる事ができなければ、予想される上限を 10 dB のマージンで見るとして R. T. L. T $\sim 10^4 \text{ sec}$ ($l \sim 5000 \text{ sec}$, 土星軌道) が必要である。又 water vapour radiometer によってノイズを2ケタ下げられるならば、最もクリティカルなノイズはシステムノイズによるもので R. T. L. T $\sim 1000 \text{ sec}$ から予想される上限のスペクトルが現われる事になる。仮に火星軌道まで飛行したとすると (R. T. L. T $\sim 2000 \text{ sec}$) 予想される上限がシステムノイズに対して $\sim 10 \text{ dB}$ のマージンを持って検出できるかもしれない。

3.2 自己相関による検出可能性

3.2.1 自己相関におけるする重力波バックグラウンドの評価

まず図11に示すバックグラウンドが周波数シフトの自己相関にどのように現われるかを考える。(Voyager の実験では、バックグラウンドのスペクトルがフラットであるとして、以下の計算を行いデータとの比較によりその上限を決めている。)

周波数シフトのパワースペクトラムは、(3.1.1 参照)

$$S_y = \frac{2(1 - \cos \omega\tau)}{\omega^2 \tau^2} \times \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{3} \cos 2\omega l - \frac{3}{\omega^2 l^2} - \frac{\cos 2\omega l}{\omega^2 l^2} + \frac{2 \sin 2\omega l}{\omega^3 l^3} \right) \times S_h \quad (8)$$

τ ; サンプルタイム

l ; $1/2 \times \text{R. T. L. T}$ (衛星-地球間の距離)

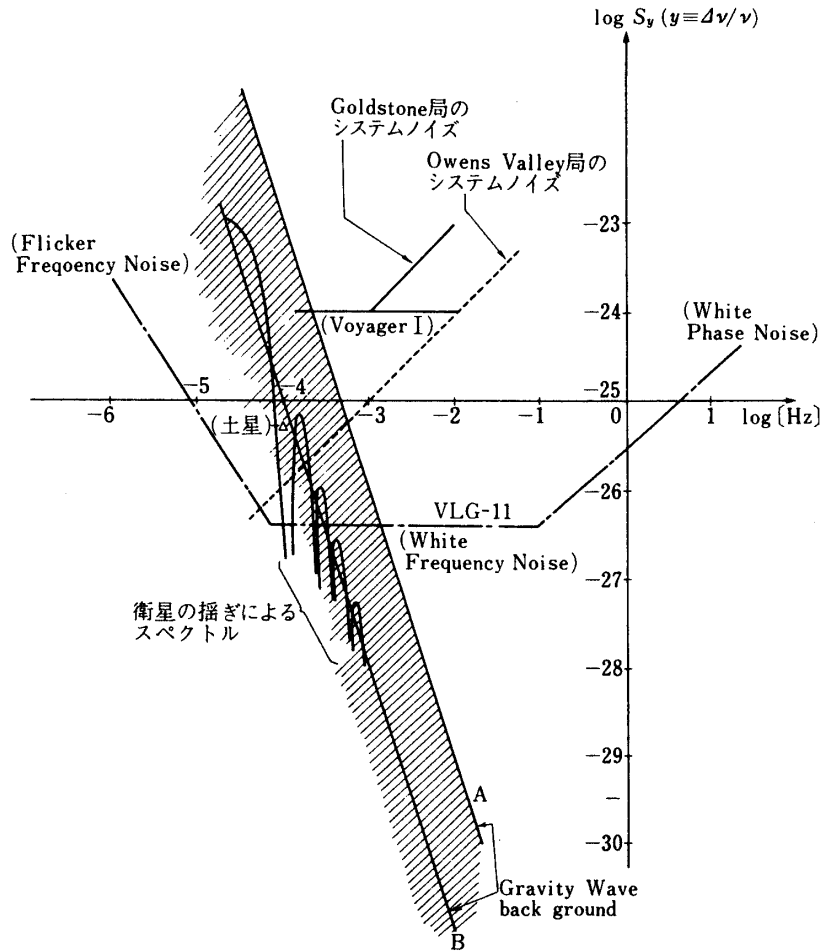
S_h ; 重力波バックグラウンドのパワースペクトラム

と表わされる。(Hellings et al)

自己相関は、Wiener Kinchin 定理より、

$$A(t) = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty S_y(\omega) \cos \omega t \, d\omega \quad \dots \dots \dots (11)$$

と表わされるが、実際には、3.1で述べたように f の上限が $\frac{1}{2\tau}$ なので上式の積分範囲の上限は $\infty \rightarrow \frac{\pi}{\tau}$ に置きかえる事ができる。又下限については相関の処理が全データ(データ長、 T_{total})を使うため $0 \rightarrow \frac{2\pi}{T_{\text{total}}} \ll \frac{\pi}{l}$ と置き換える事ができる。



第11図 $\Delta\nu(t)/\nu$ のパワースペクトル上における動波がバックグラウンドと他の関係

$$\begin{aligned}
 A(t) &\sim \frac{1}{2\pi} \int_{\frac{2\pi}{T_{\text{total}}}}^{\frac{\pi}{T_{\text{total}}}} S_y(\omega) \cos \omega t d\omega \\
 &= \frac{1}{2\pi} \int_{\frac{2\pi}{T_{\text{total}}}}^{\frac{\pi}{T_{\text{total}}}} + \frac{1}{2\pi} \int_{\frac{\pi}{T_{\text{total}}}}^{\frac{\pi}{T_{\text{total}}}} \dots \dots \dots (12)
 \end{aligned}$$

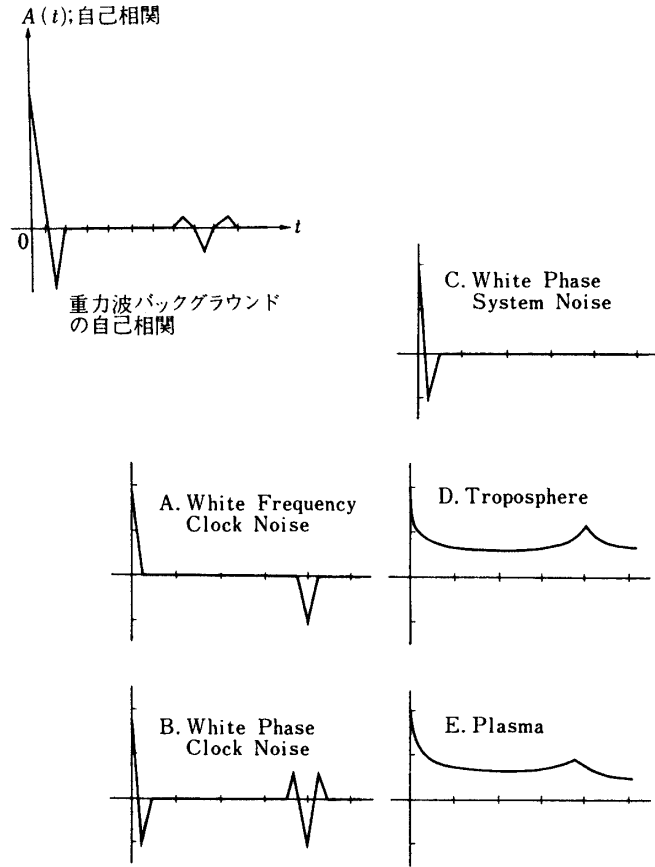
しかし(8)式の第2項の high pass filter は $\omega < \frac{\pi}{l}$ で $\propto \omega^2$ であるから、 $S_h \sim 10^{-37 \sim -35} f^{-3} \propto \omega^{-3}$ で上式第一項は

$$\propto \int_{\frac{2\pi}{T_{\text{total}}}}^{\frac{\pi}{l}} \omega^{-3} \times \omega^2 d\omega = \ln \omega \int_{\frac{2\pi}{T_{\text{total}}}}^{\frac{\pi}{l}}$$

となり、第二項に比べ無視する事ができる。

重力波のバックグラウンドによる自己相関と他のノイズ源による自己相関の概略を図12に示す。ここでは横軸、縦軸の単位ははっきりしていないが、各々のノイズの自己相関に表われる個性が示されている。

図12によれば重力波による自己相関は、 $t=2l=R. T. L. T$ の所と $t=\tau$ の所で負のスパ



第12図 重力波及び他ノイズ源の自己相関に現れる個性 (ref 3)

イクを持つが、最もクリティカルと考えられるシステムノイズによる相関も又 $t=\tau$ の所で負のスパイクを持つため $t=2l$ における負のスパイクを見るべきであろう。重力波バックグラウンドによる負のスパイクの大きさは (12) 式から、

$$A_y(2l) \sim -\frac{1}{6} \times \frac{1}{\pi^2} \times 10^{-37 \sim -35} \times \frac{l^4}{\tau^2} \sim -\frac{1}{6} A_y(0) \dots \dots \dots (13)$$

であって、 $t=0$ の値の $1/6$ の負のスパイクが現われるのが重力波バックグラウンドの特色である。

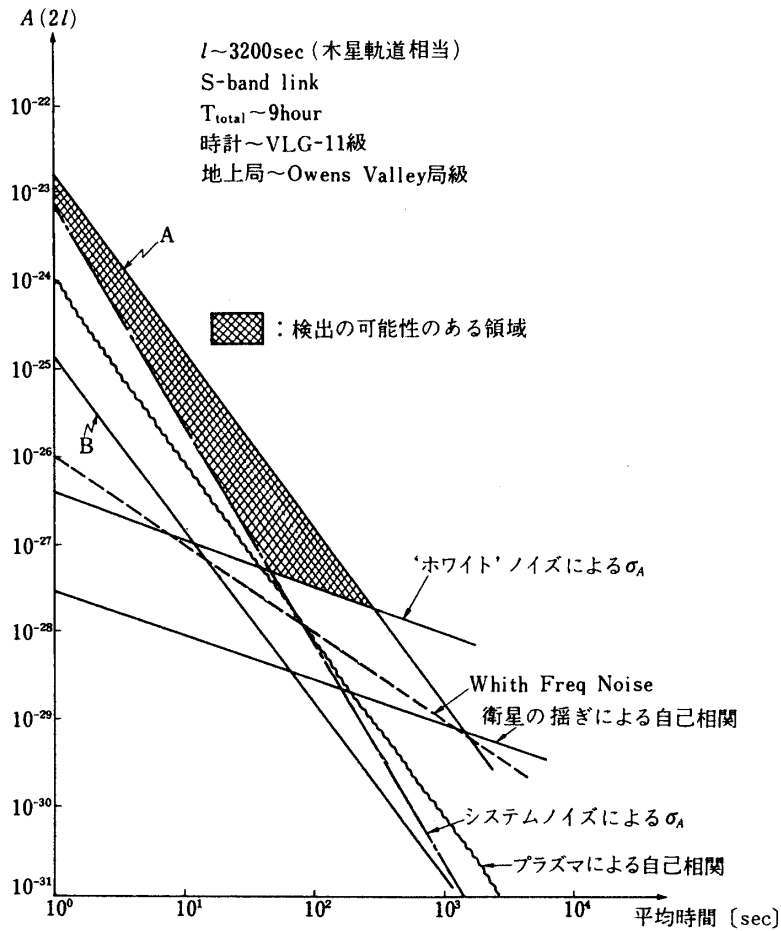
3.2.2 自己相関における clock の評価

clock を VLG-11 級として、そのパワースペクトルは、3.1.2 から

$$S_q = 3 \times 10^{-27} + 3 \times 10^{-26} \omega^2$$

であるから、3.2.1 と同様に clock の jitter に起因する周波数シフトの自己相関は、

$$A(t) \sim \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi/\tau}^{\pi/\tau} S_y(\omega) \cos \omega t \, d\omega$$



第13図 S-band 使用時の、重力波バックグラウンド及び他ノイズの $t=R.T.L.T$ (6400 sec) における自己相関とサンプルタイムの関係
 (A ; 宇宙の密度 10^{-28} g/cm^3 , B ; 宇宙の密度 10^{-30} g/cm^3 に対応)
 平均時間 [sec]

$$S_y(\omega) = \frac{2(1 - \cos \omega\tau)}{\omega^2 \tau^2} \times 2(1 - \cos 2\omega l) \times S_q(\omega)$$

によって計算すれば

$$A_{\text{white freq}}(2l) \sim 9 \times 10^{-27} \tau^{-1} \dots\dots\dots (13)$$

$$A_{\text{white phase}}(2l) \sim 12 \times 10^{-26} \tau^{-3} \dots\dots\dots (14)$$

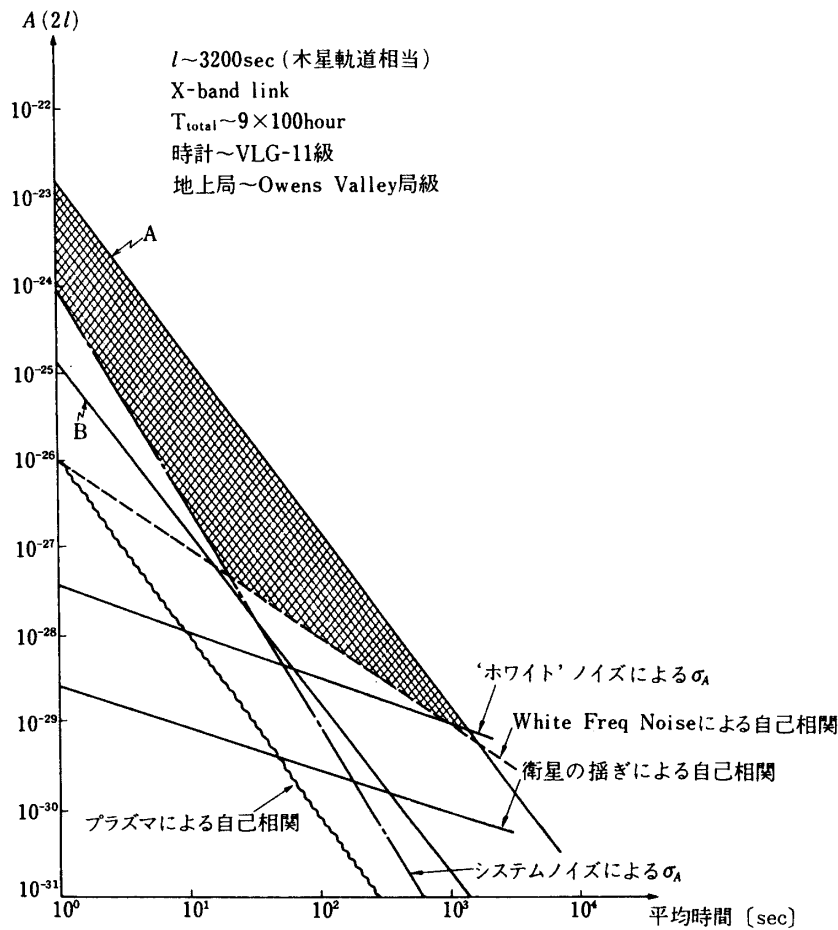
と表わされる。(図13~図16, 但し, white phase によるものは小さいので図示していない)

3.2.3 自己相関におけるプラズマの評価

Hellings et al は、プラズマのスペクトルを Kolmagorov 型として周波数シフトの自己相関が

$$A_{\text{plasma}}(2l) \propto \tau^{-2} l^{\frac{5}{3}} \dots\dots\dots (15)$$

としている。

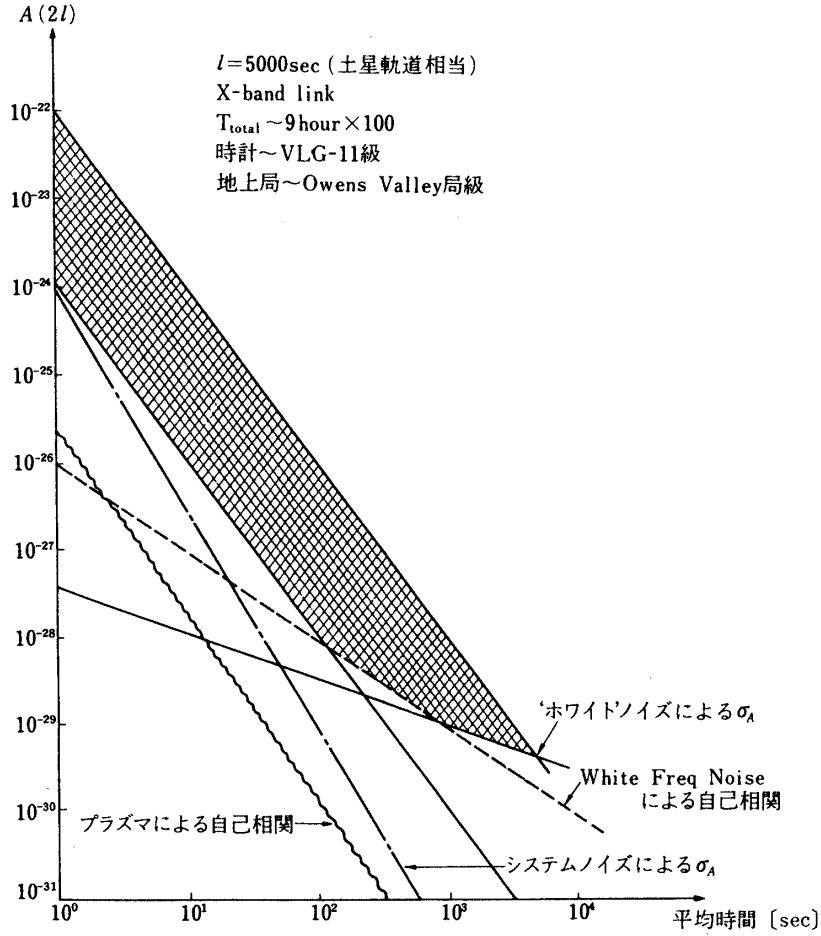


第14図 X-band使用時の重力波バックグラウンド及び他ノイズの $t=R.T.L.T$ (6400sec) における自己相関とサンプルタイムの関係 (A, Bは第13図と同じ)
平均時間 [sec]

Voyagerの自己相関のデータを見ればプラズマの自己相関値 $A_{\text{plasma}}(2l)$ の上限が $A_{\text{plasma}}(2l) \leq 5 \times 10^{-28}$ ($\tau \sim 50$ sec, $l \sim 3200$ sec) であるので (図9), 前式の τ, l 依存性 (特に τ) を使えばプラズマの影響を評価できる (図13~図16). 又 X-band を使用すれば2ケタ程度プラズマによるノイズを下げる事ができる.

3.2.4 自己相関における大気の評価

3.1で述べたように Voyager のスペクトルのデータに表われている 'white' なノイズが大気によるものであるかどうかはわからないが, 我々にとって最悪の場合つまり water vapour radiometer によってもこのノイズを下げられなかった場合を考える. このときデータには, スペクトルで 10^{-24} 程度のホワイトなノイズがのっているが (3.1.3及び, 図8-b参照), これに対する自己相関は,



第15図 X-band使用時の重力波バックグラウンド及び他ノイズの $t=R.T.L.T$ (10000 sec) における自己相関とサンプルタイムの関係

$$A(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi/\tau}^{\pi/\tau} 10^{-24} \cos \omega t \, d\omega$$

$$= \begin{cases} \frac{1}{2\pi} \times \frac{\pi}{\tau} \times 10^{-24} & (t=0) \\ 0 & (\text{other}) \end{cases} \dots\dots\dots (16)$$

であって $A(2l) \sim 0$ であるから、重力波のスパイクを見れるかどうかは、このノイズの標準偏差 σ_A を考慮しなければならない。

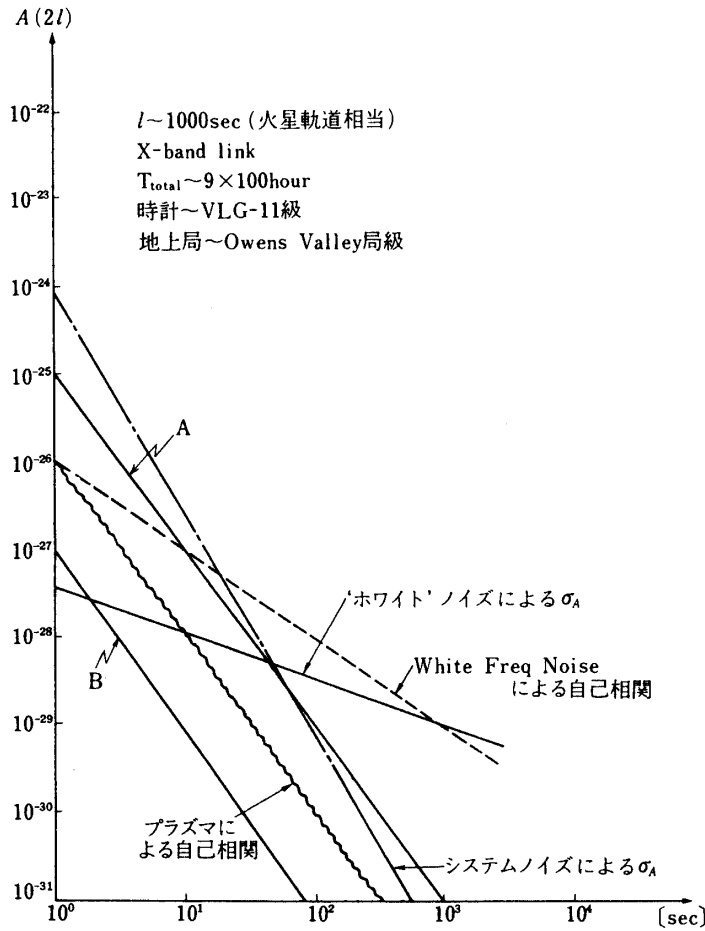
偏差は、

$$\sigma_A(t) = \langle y^2 \rangle \sqrt{T_{\text{total}}/\tau - t/\tau}$$

$$\sim A(0) \tau^{1/2} T_{\text{total}}^{-1/2} \quad (T_{\text{total}} \gg t) \dots\dots\dots (17)$$

であって $A(0) \propto \tau^{-1}$ であるから、

$$\sigma_A \propto \tau^{-1/2} T_{\text{total}}^{-1/2} \dots\dots\dots (18)$$



第16図 X-band使用時の、重力波バックグラウンド及び他ノイズの $t=R.T.L.T$ (2000 sec)における自己相関とサンプルタイムの関係 (A, Bは第13図と同じ)
平均時間 [sec]

となる。実際のデータ (図9) から $\sigma_A \leq 5 \times 10^{-28}$ ($\tau \sim 50$ sec, $T_{total} \sim 9$ hour) であって、X-band使用によってノイズの少ない良質なdataが100日分が増える ($T_{total} = 9$ hour \times 100, Voyagerは1日分9時間のdata量であった。) 事から、

$$\sigma_A = 5 \times 10^{-28} \times (\tau/50)^{-\frac{1}{2}} \times (900 \text{ hour}/9 \text{ hour})^{-\frac{1}{2}} \dots \dots \dots (19)$$

となる。(図13~図16, 図13は、 $T_{total} \sim 9$ hourであって、上式(19)による偏差より1ケタ悪い誤差としてデータにのってくることを示している。)

3.2.5 自己相関におけるシステムノイズの評価

システムノイズは周波数シフトのパワースペクトル S_y に $S_y = r\omega^2$ (前節3.1.4では $\propto \omega$ としたが、 $S_y = r\omega^2$ の方が相関に対しては、余裕を持った評価になるため採用した。) として のってくる。その周波数シフトの自己相関は、

$$A_{システム}(t) \sim \frac{1}{2\pi} \int_{\frac{-\pi}{T_{total}}}^{\frac{\pi}{T_{total}}} \frac{2(1-\cos \omega\tau)}{\omega^2 \tau^2} r\omega^2 \cos \omega t \, d\omega \dots \dots \dots (20)$$

であって $A_{システム}(2l) \sim 0$ であるから、前項と同様に標準偏差を考え

$$\begin{aligned} \sigma_{システム} &\sim \langle y^2 \rangle \tau^{\frac{1}{2}} T_{total}^{-\frac{1}{2}} \\ &\sim \frac{1}{2\pi} \int_{\tau}^{\frac{\pi}{\tau}} r \omega^2 d\omega \times \tau^{\frac{1}{2}} T_{total}^{-\frac{1}{2}} \\ &\propto \tau^{-\frac{5}{2}} T_{total}^{-\frac{1}{2}} \dots\dots\dots (21) \end{aligned}$$

となる。以下同様に $\sigma_{システム} \lesssim 5 \times 10^{-28}$ ($\tau = 50$ sec, S-band 使用 $T_{total} \sim 9$ hour) から、名 τ , T_{total} に対して評価が可能である。(図 13~図 16)

3.2.6 自己相関における衛星自体のゆらぎの評価

詳しくは、後に検討する。結果は図 13, 14 のみに示す。

3.2.7 自己相関における地上局アンテナのゆらぎの評価

詳しくは 5 章を参照。

3.2.8 検出可能性について

すべての図は、横軸にサンプルタイム、縦軸に $t = R. T. L. T(2l)$ における相関の絶対値をとってある。斜線の部分は重力波が他ノイズに埋れず見えてくる領域を示している。

最初の図は Voyager のコンフィギュレーション ($l \sim 3200$ sec, $T_{total} \sim 9$ hour, Owens Valley 級の地球局, S-band up & down link) で、地上の時計として VLG-11 級の時計を使ったと仮定した場合の結果である。この図によれば、重力波のバックグラウンドが、 $\tau = 50$ sec で $S/N \sim 10$ dB で見られるはずであるが、彼等のデータ量の少なさが大きな原因と思われる。

図 14 は、 $l = 3200$ sec (木星軌道) 完全な X-band link の使用, water vapour radiometer によってもホワイトノイズを下げられない場合の結果である。X-band の使用によりプラズマ自己相関値は 2 ケタ下がっている。ホワイトな部分の自己相関が小さくなっているのは、S-band のみ使用の時の使えるデータが、X-band の使用によって同様の質のデータが 100 日分に増える事によってホワイトなノイズによる自己相関の偏差が $\sigma_A \propto T_{total}^{-\frac{1}{2}}$ によって 1 ケタ下がる事から来ている。同様な事がシステムノイズについても言える。この時 $\tau \sim 20$ sec で予想される上限が $S/N \sim 20$ dB で見える事になる。

図 15 は、 $l = 5000$ sec (土星軌道) 完全な X-band link の使用, water vapour radiometer によってホワイトノイズを下げられない場合を示している。 l を大きくしたため二つの予想ともほぼ $\tau \leq 100$ sec で完全に現われてくる。図 14, 15 を見れば分かるように、X-band link を使用した場合最もクリティカルなノイズは水素メーザの white freq noise である。

図 16 は、 $l \sim 1000$ sec (火星軌道) X-band link の使用の時の結果を示しているが $l \sim 1000$ sec では完全にノイズが支配的である。

図 14 によると、X-band link を使う場合予想される上限を見るのに大体 $l \sim 2000$ sec (R. T. L. T ~ 4000 sec) は必要になると思われる。我々はむやみに l を大きくできないから、更に実験の質を上げるには図 14 から分かるように、時計の white freq noise によるスペクトルを下げれば良いわけで、Vessot の計画しているように水素メーザを液体ヘリウムで冷やして performance を 1~2 ケタ良くし、そしてさらに、ホワイトノイズが大気によるも

ので water vapour radiometer で2ケタこのノイズを下げる事ができるならば、かなり改善する事が可能である。

さらに図13~図16を見れば自己相関による方法は l の大きい時に特に有効であって $l \sim 1000$ sec といった小さい時は、X-band を使ってもほとんどすべてのノイズを下げなければならず、パワースペクトルに頼らなければならない。但し、パワースペクトルの処理でも、white なノイズが water vapour radiometer によって下がらなければ、全く見えないことになるので、いずれにせよ l を大きく取るかノイズを除去する必要があるのは当然である。

3.3 衛星自体のゆらぎについての検討

Voyager-I では、衛星自身の運動からくるいわゆる真の Doppler 効果を軌道計算をする事で校正しているが、実際に衛星に働くさまざまな力の影響については全く考慮されていない。以下の議論では、衛星に働く力が実際どのようなものか分からないため、二つのモデルについて考察する。大体の目安として、1 AU 付近で重量 100 kg、断面積 1 m^2 の衛星の受ける加速度(力)は、 $7 \times 10^{-9} \text{ g} \sim 10^{-8} \text{ g}$ であって radiation pressure によるものである。

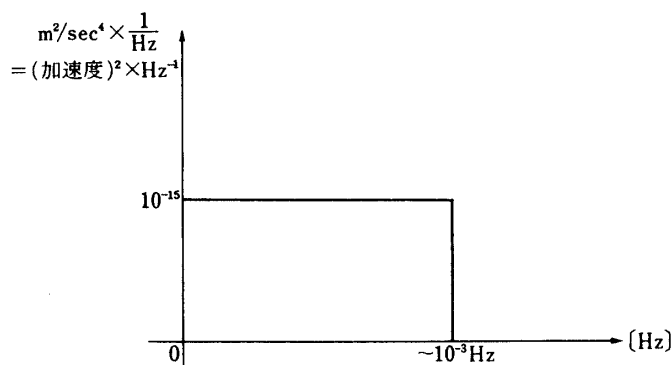
3.3.1 衛星にランダムな力が働く場合

衛星に図17のような、 $f \lesssim 10^{-3} \text{ Hz}$ で Flat なパワースペクトルを持つランダムな力が加わるとする。その平均加速度は

$$\langle g^2 \rangle^{1/2} \sim 10^{-8} \text{ g} \times 10^{-2}$$

で、1 AU 付近で衛星が受ける力の 1/100 程度のランダムな変動である。次に衛星が速度 v で動いていたとすると、down link の周波数は Doppler shift を受けて、

$$\nu_{\text{down}} \sim \left(1 + \frac{v}{c}\right) \left(1 + \frac{v}{c}\right) \nu_{\text{up}} \dots\dots\dots (22)$$



$$S_g \sim 10^{-15} \text{ [m}^2/\text{sec}^4 \cdot \text{Hz}]$$

$$\langle g^2 \rangle = \int^{10^{-3}} S_g df \sim 10^{-18} \text{ [m}^2/\text{sec}^4]$$

$$\sim (10^{-8} \text{ g} \times \frac{1}{100})^2$$

第17図 衛星にランダムな力が働くモデルのパワースペクトル

となり、周波数シフトは、

$$y(t) = \frac{\Delta\nu}{\nu} \sim \frac{2v}{c} \dots\dots\dots (23)$$

となる。

$S_v(\omega)$ を速度のパワースペクトル、 $S_g(\omega)$ を衛星に働く加速度のパワースペクトルとすれば、両者の関係は、

$$S_v(\omega) = S_g(\omega) \times \omega^{-2} \dots\dots\dots (24)$$

であり、式(23)、(24)により

$$S_y(\omega) = \frac{4}{c^2} S_g(\omega) \times \omega^{-2} \dots\dots\dots (25)$$

を得る。実際に得られる解析後のパワースペクトルは、サンプルの影響が入り

$$S_y(\omega) = \frac{2(1 - \cos \omega\tau)}{\omega^2 \tau^2} \times \frac{4}{c^2} S_g(\omega) \omega^{-2} \dots\dots\dots (26)$$

となるが、 $\omega \leq \frac{\pi}{\tau}$ では、大体 (25) 式で近似でき、 $f \sim 10^{-4}$ Hz 付近では、 $S_y \sim 10^{-25}$ を得る。(図は、次項のモデルによるものと同じか、小さいため省略した。)

次に自己相関は、

$$A(t) = \frac{1}{\tau^2} \int_0^\infty \frac{2(1 - \cos \omega\tau)}{\omega^2} \times \frac{4}{c^2} S_g \times \omega^{-2} \cos \omega t \, d\omega \dots\dots\dots (27)$$

であって、 $t=2l$ の所は $A(2l) \sim 0$ である。

よって考慮すべきは、 $\sigma_A(2l)$ であって、3.2.4、3.2.5 と同じように

$$\begin{aligned} \sigma_A &\sim \langle y^2 \rangle \tau^{\frac{1}{2}} T_{\text{total}}^{-\frac{1}{2}} \quad (T_{\text{total}}; \text{record length}) \\ &\sim \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty S_y d\omega \tau^{\frac{1}{2}} T_{\text{total}}^{-\frac{1}{2}} \\ &\sim \frac{1}{2\pi} \int_{\frac{2\pi}{T_{\text{total}}}}^{\frac{\pi}{\tau}} \frac{4}{c^2} S_g \times \omega^{-2} \, d\omega \\ &\sim 2 \times 10^{-33} \tau^{\frac{1}{2}} T_{\text{total}}^{\frac{1}{2}} \dots\dots\dots (28) \end{aligned}$$

となり、S-band 使用、 $T_{\text{total}} \sim 9$ hour、 $\tau \sim 100$ sec として $\sigma_A \sim 4 \times 10^{-30}$ を得る。

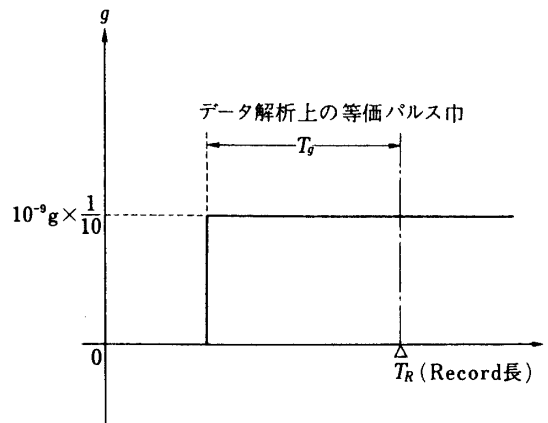
3.3.2 衛星に一定の力が働く場合

図 18, 19 に、衛星に働く加速度 (力) と及びそのパワースペクトルを示す。実際の地上でのフーリエ解析では、本実験に意味のある周波数帯の下限が $f \sim \frac{1}{2l} \sim 10^{-4}$ Hz である事から、一つのパワースペクトラムを取るのに必要なデータ長は、 10^4 sec 以上であって力の加わるタイムスケールがデータ長より長ければ、解析上はデータ長程度の力が加わった事と等価であるから、このモデルでは 10^4 sec のタイムスケールで力 (加速度) $10^{-8} \text{ g} \times 10^{-2}$ の力が衛星に加わっているものとしている。図 19 のように $f \ll 10^{-1} \text{ 4 Hz}$ では、力のパワースペクトルは

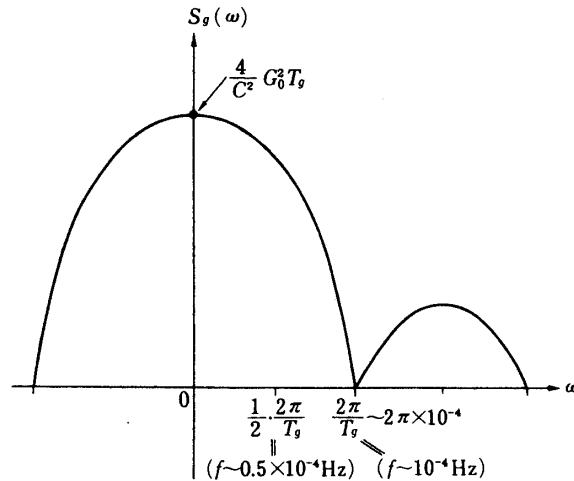
$$S_g \sim G_0^2 T_g \quad (T_g; \text{力のタイムスケール}) \dots\dots\dots (29)$$

であって 3.3.1 と同様にこれから周波数シフトのパワースペクトルを求めると

$$S_y \sim \frac{4}{c^2} G_0^2 T_g \omega^{-2} \dots\dots\dots (30)$$



第18図 衛星に一定の力が働くモデル



第19図 衛星に一定の力が働くモデルのパワースペクトル

ここで、 $\omega = 2\pi f \sim 2\pi \times 0.5 \times 10^{-4}$ [Hz], $T_g \sim 10^4$ sec を代入すると、

$$S_g \sim 4 \times 10^{-24} \quad (f \sim 0.5 \times 10^{-4} \text{ Hz})$$

を得る。(図11)

次に自己相関は、

$$A(t) = \frac{1}{\tau^2} \int \frac{2(1 - \cos \omega \tau)}{\omega^2} \frac{4}{C^2} G_0^2 T_g \omega^{-2} \cos \omega t d\omega \dots\dots\dots (31)$$

であって、 $A(2l) \sim 0$ である。

よって考慮すべきは、 $\sigma_A(2l)$ であって、

$$\sigma_A \sim \frac{1}{2\pi} \int_{\frac{\pi}{T_{\text{total}}}}^{\frac{\pi}{10^3}} \frac{4}{C^2} G_0^2 T_g \omega^{-2} d\omega \times \tau^{\frac{1}{2}} T_{\text{total}}^{-\frac{1}{2}}$$

$$\sim 2 \times 10^{-36} T_g \times T_{\text{total}}^{\frac{1}{2}} \tau^{\frac{1}{2}} \dots\dots\dots (32)$$

$$\sim 4 \times 10^{-29} (\text{図 13}) (\tau \sim 100 \text{ sec}, \text{S-band 使用}, T_{\text{total}} \sim 9 \text{ hour}, T_g \sim 10^4 \text{ sec})$$

3.3.3 衛星自体のゆらぎについての検討

以上2つのパワースペクトル及び自己相関への影響を考察したが、大体 $10^{-8} g \times 1/100$ (1 AU の radiation pressure の $1/100$) の力は重力波によるシグナルに対して $10^{-1} \sim 10^{-2}$ 程度のノイズになると思われる。これらの力のもとで衛星は $10^3 \sim 10^4 \text{ sec}$ (我々の狙っている $10^{-3} \sim 10^{-4} \text{ Hz}$ の窓に対応)、

$$x \sim GT^2 \dots\dots\dots (33)$$

$$\sim 10^{-8} \times g \times 10^{-2} \times 10^{6 \sim 8} \sim 10^{-3 \sim -1} m$$

動くのであって、とても地上局の Ranging 精度では追いきれない。(現在の Range 精度は 300 m 程度で、up-down 供 S-X band の link を持ったシステムでも 3 m 程度になると思われる。)

現実には衛星のチャージアップと局所電場との相互作用や、高エネルギー粒子の衝突、衛星からのガスもれ等のさまざまな力が考えられ、衛星の動きをモニターする何らかの工夫がなければ、実験結果を confirm する事はできない。又 Range の Performance は、Range の精度を 3 m とし $T \sim 10^3 \sim 10^4 \text{ sec}$ とすれば、

$$\langle G \rangle T^2 \sim 3$$

$$\text{より, } \langle G \rangle \leq 3 \times 10^{-7 \sim -9} g$$

程度の力が働いても我々は地上からの Ranging でこれを認識できないことになり、我々が衛星に働く力の性質をよく理解していない事、システムノイズやクロックのノイズはあらかじめ地上で check できる事、プラズマの影響はそれがよく分っていないが X-band の使用で確実に減る事を考えると、大気によるものと思われるホワイトな部分の除去と合わせて、実験上重大なポイントであると考えられる。

4. Drag free 衛星の検討

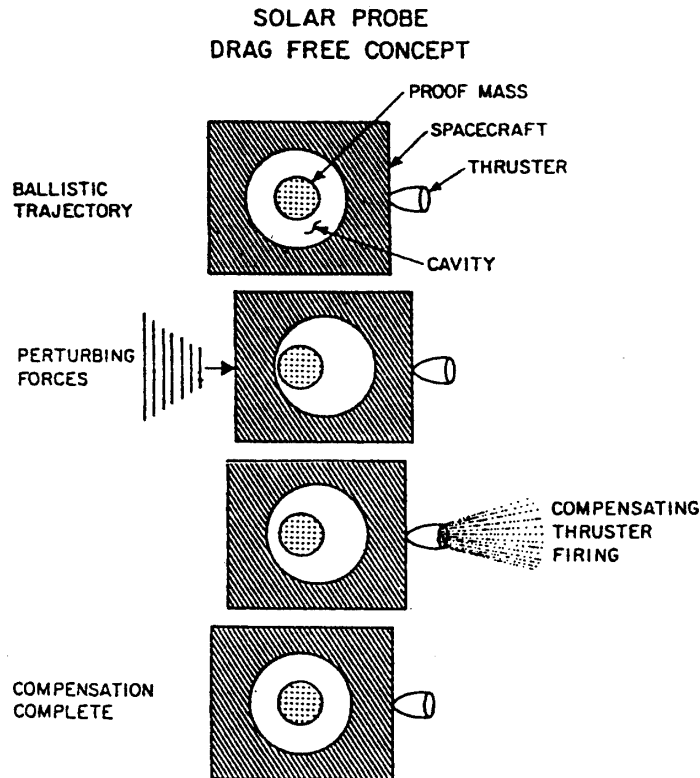
4.1 Drag free 衛星

3.3.3 で述べたように衛星の細かな動きをモニターする事が重要であるが、それを行う1つのシステムとして Drag free 衛星がある。(図 20)

図から分かるように衛星中央に cavity という空洞球と proof mass と呼ばれる球が置かれ、センサーによって cavity に対する proof mass の相対的位置を検出する事ができる。衛星に重力以外の力が加わり、cavity に対する proof mass の位置があるスレッシュホールドまでに到達すると proof mass を元の位置に戻す方向にスラスタが ON される事によって、衛星自体が proof mass のとる軌道、つまり重力だけに依存する軌道を取る事になる。

一方 proof mass の位置のデータをテレメータで地上に送れば、衛星の細かな動きを地球でモニターする事ができる。

ここで問題になるのは、proof mass がその周りを包む衛星から力を受ける場合で、この時テレメータデータからは、あたかも衛星が外力を受けたように誤認する恐れがある事で



重力以外の力のかからない中心の球の動きとスラスタ ON の時刻そしてスラストの方向等を地上でモニターする。

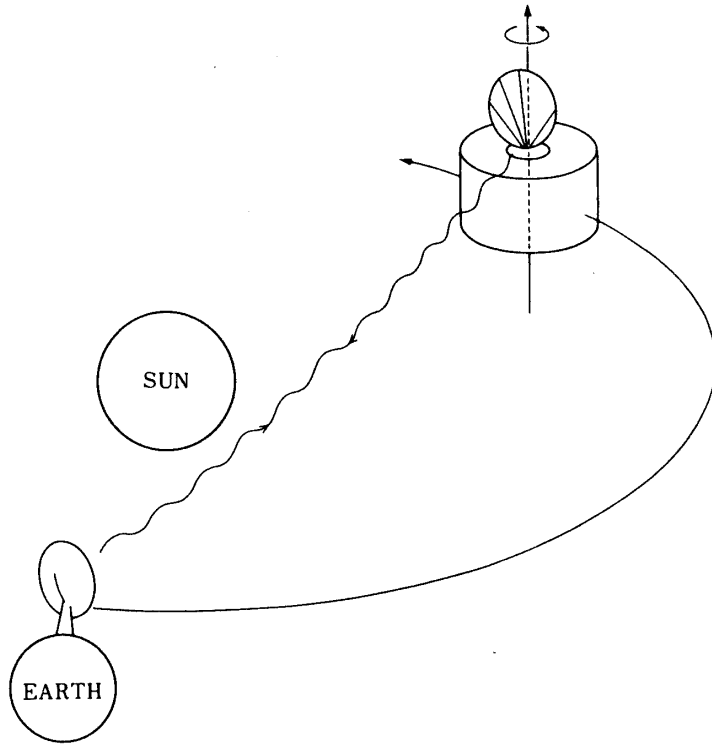
第 20 図 Drag Free 衛星の概念 (ref 15)

ある。このやっかいな力の原因として、衛星自体の質量の分布からくる proof mass に働く重力、衛星の磁気モーメントと proof mass の相互作用、proof mass に働く電氣的な力等が考えられる。1972 年に打ち上げられた TRIAD-I[9] は最初の Drag free 衛星であって proof mass を金とプラチナの合金で作る事や、テレメータや電源系を極力 proof mass から離す構造にする設計がなされ $10^{-11} g$ のレベルで Drag free な状態を実現させた。なお、このシステムは太陽の重力場による電波の遅れの検証にも適している[10]。

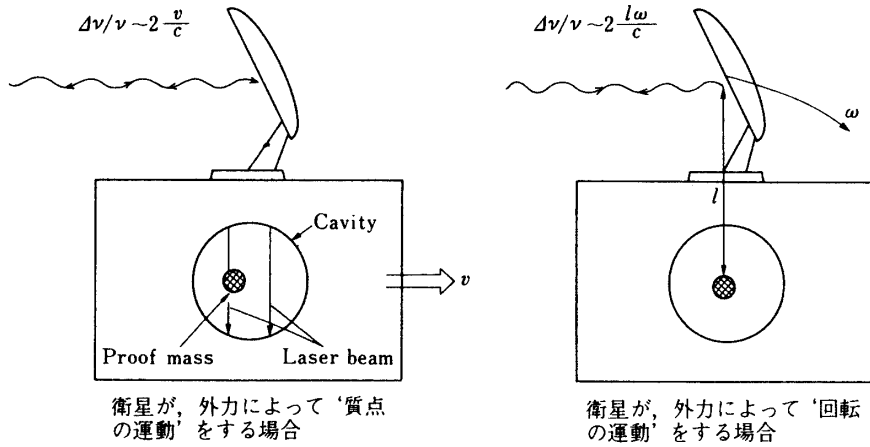
4.2 Drag free 衛星についての検討

4.2.1 Configuration

4.1 で述べたように proof mass には、その衛星の軌道を決定する天体の重力以外の力は働いてはならないが、実際にはさまざまな unknown な力が働くと考えられる。しかし、衛星のspin軸が軌道面に垂直になるようなspin型の衛星を考えれば、その回転面内方向の力は平均され proof mass にはこの方向の力が働かない事になる。確かに、この方法でも垂直方向の力は残るが、我々に問題になるのは視線方向の衛星の動きであって問題はない。つまりspin型の衛星を使えば、衛星内各機器の配置等厳しい質量管理は不必要である(図 21)。ところが上記のように衛星中央に proof mass も置けば衛星の質点の運動はモニター



第21図



第22図

できるが、実際には外乱トルクが働き衛星はスピン軸に対してニューテーションを起こすため、地球に向けられたアンテナは衛星のスピン軸の回りに複雑な回転運動を起こし、Doppler効果として data にのってくる可能性がある (図 22)。

Voyager はスピン型の衛星ではないが、そのデータを見れば外乱トルクによる衛星の回転運動から来るノイズはデータ処理後のパワースペクトルで $S_y \leq 10^{-24}$ ($10^{-2} \sim 10^{-4}$ Hz) と 10^{-24} 以下である事は事実であるが、実際のレベルはわからないため、やはりこの点も confirm できるような実験でなければ意味がなくなるであろう。

4.2.2 位置検出データ時間精度について

実際の較正に際しては、テレメータデータから取得した衛星の動きから衛星速度そしてそれが引き起こす Doppler 効果を導き、地上局で測定した周波数シフトから差し引いてやることになる。この時地上局のデータは時間 τ で平均化されているから、proof mass の位置検出センサーからのテレメトリデータは時間分解能 τ sec 程度を持てば良い事になる。サンプルタイム τ はデータ処理の段階でいろいろ取ってみるべきものであるが、図 13～図 16 から $\tau \geq 1$ sec であれば良いので、テレメトリデータのレスポンスは ~ 1 Hz 以上が必要であろう。又、スラスタ ON, OFF のディスクリートなデータも必要となる。

4.2.3 位置検出精度について

上記のように衛星の動きをモニターする事によって得られる周波数シフトを $y_{DF} (= \frac{2v}{c})$ とすれば、較正後の処理すべきデータ \bar{y} は

$$\bar{y} = y - y_{DF}$$

であるが、 \bar{y} は proofmass の位置検出精度からくる誤差が較正後にも残るため

$$\bar{y}(t) = \bar{y}_0(t) + \Delta y(t) \dots \dots \dots (34)$$

(\bar{y}_0 は、衛星の動きを除いた重力波やプラズマ等の情報を含んでいる.)

($\Delta y(t)$ は、衛星の位置、姿勢検出誤差によるものである.)

と表わせる。較正後の \bar{y} から得られるパワースペクトル $S_{\bar{y}}$ は、

$$S_{\bar{y}} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{T_R} \times \bar{y}(\omega)^2 \dots \dots \dots (35)$$

T_R ; 1つのパワースペクトルを得るのに必要なレコード長, $T_{\text{total}} = N \cdot T_R$

$\bar{y}(\omega)$; $\bar{y}(t)$ のフーリエ成分 $\frac{1}{2T_R} \leq f \leq \frac{1}{2\tau}$

であるから、検出誤差の較正後のデータに及ぼす影響は、

$$\delta S_{\bar{y}} = \frac{2}{T_R} \bar{y}(\omega) \Delta y(\omega) \sim \frac{2}{T_R} \bar{y}_0(\omega) \times \Delta y(\omega) \dots \dots \dots (36)$$

と表わせる。 $\bar{y}_0(\omega)$ は、

$$S_{\bar{y}_0}(\omega) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{T_R} \bar{y}_0(\omega)^2 \dots \dots \dots (37)$$

であって図 8-b から

$$S_{\bar{y}_0}(\omega) \leq 10^{-24} = \text{const}$$

とし、 $T_R \sim 10^4$ sec とすれば

$$\bar{y}_0(\omega) \leq 10^{-10}$$

X-band の使用によってプラズマが2ケタ, water vapour radio meter の使用によってホワイトな部分が2ケタ下がったとすると, 図11から1ケタの余裕を見て, このノイズを $\delta S\bar{y} \leq 10^{-27}$ に押える事を目標とすれば, (36)式より

$$\Delta y(\omega) \sim 10^{-13} \sim \frac{2}{c} \Delta v(\omega) \quad (y \equiv \Delta v/v \sim 2v/c \text{ より})$$

となる。ここで

$$\langle \Delta y(t) \rangle^2 = \frac{4}{c^2} \langle \Delta v(t) \rangle^2 \sim \frac{4}{c^2} \langle \frac{\Delta x}{\tau} \rangle^2 \dots\dots\dots (38)$$

と, 又

$$\begin{aligned} \langle \Delta y(t) \rangle^2 &= \frac{1}{2\pi T_R} \int_0^{\frac{\pi}{\tau}} y^2(\omega) d\omega \\ &\sim \frac{1}{2\pi T_R} \Delta^2 y(\omega) \quad (\text{位置検出誤差がランダムだと仮定}) \dots\dots\dots (39) \end{aligned}$$

より

$$\frac{4}{c^2 \tau^2} \langle \Delta x \rangle^2 \sim \frac{1}{2\pi T_R} \Delta y^2(\omega) \dots\dots\dots (40)$$

となるが, これに $\Delta y(\omega) \sim 10^{-13} = \text{const}$, $T_R \sim 10^4 \text{ sec}$, $\tau \sim 1 \text{ sec}$ を代入すれば,

$$\Delta x \sim 10^{-5} \text{ cm}$$

程度の検出精度が必要である。

又 proof mass の直径を 2 cm 程度とすれば, 球の精度は $10^{-5} \sim 10^{-6}$ 程度は必要であろう。

しかし, 式(40)を見れば分かるように τ をより大きくそして T_R もより小さくとれば検出精度をより落とす事は可能である。

次に, 自己相関については,

$$A(t) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} S\bar{y}(\omega) \cos \omega t d\omega$$

であるから誤差 $\Delta A(t)$ は,

$$\begin{aligned} \Delta A(t) &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} \delta S\bar{y}(\omega) \cos \omega t d\omega \\ &\sim \frac{1}{2\pi} \int_{\frac{\pi}{T_{\text{total}}}}^{\frac{\pi}{\tau}} \delta S\bar{y}(\omega) \cos \omega t d\omega \\ &\sim \frac{1}{2\pi} \delta S\bar{y} \int_{\frac{\pi}{T_{\text{total}}}}^{\frac{\pi}{\tau}} \cos \omega t d\omega \\ &\sim \begin{cases} \frac{1}{2\pi} \delta S\bar{y} \frac{\pi}{\tau} & t=0 \\ 0 & \text{other} \end{cases} \quad (\delta S\bar{y}(\omega) \text{ はホワイトと仮定}) \dots\dots\dots (41) \end{aligned}$$

であって, $\Delta A(2l) \sim 0$ である。それ故考慮すべきは $\sigma_{\Delta A}$ であって

$$\sigma_{\Delta A} \sim \langle (\Delta y)^2 \rangle \tau^{\frac{1}{2}} T_{\text{total}}^{-\frac{1}{2}}$$

$$\begin{aligned} &\sim \frac{1}{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{\tau}}^{\frac{\pi}{\tau}} \delta S \bar{y}(\omega) d\omega \times \tau^{\frac{1}{2}} T_{\text{total}}^{-\frac{1}{2}} \\ &\sim \frac{1}{2} \times \frac{1}{\tau} \times \delta S \bar{y} \times \tau^{\frac{1}{2}} T_{\text{total}}^{-\frac{1}{2}} \dots\dots\dots (42) \end{aligned}$$

となる。ここで $\tau \sim 1 \text{ sec}$, $T_{\text{total}} \sim 9 \text{ hour (S-band)}$ とすれば,

$$\sigma_{AA} \sim 2.5 \times 10^{-30}$$

又 $\tau \sim 1 \text{ sec}$, $T_{\text{total}} \sim 900 \text{ hour (X-band)}$ とすれば,

$$\sigma_{AA} \sim 2.5 \times 10^{-31}$$

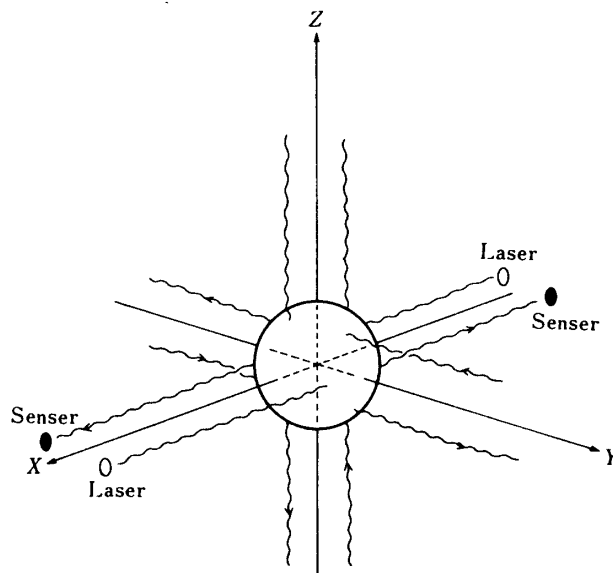
となり、この種のノイズを十分押さえる事ができる。

なお、ここでは衛星のゆらぎに対するモニターの精度を考えたが、この精度は、衛星の姿勢及び衛星の軌道運動、地球の自転、公転及びアンテナのゆらぎすべてに要求される。

4.2.4 センサーについての検討

前項で述べたように proof mass を 10^{-5} cm の精度で測る必要があるがこれを達成するための1つの方法として、Laser を使う方法が考えられる(図23)。図では、X, Y, Z 軸各軸に対して2つの反対方向のビームを通して、各対は Laser 発振器と受け側の光センサーから構成されている。例えば、proof mass が cavity の中心に位置する場合 proof mass がビームの半分をさえぎるようにしておけば、proof mass の動きに対応して光センサーの受光量が変わり、位置を検出する事ができる。このシステムの位置検出精度は次式で表わされ[14],

$$\sigma_x \sim \frac{Nd}{W} \dots\dots\dots (43)$$



第23図 proofmass の位置の検出

但し, N ; ノイズのパワー, W ; Laserのパワー, d ; ビームの面積
 $W \sim 10^{-9} W$, $N \sim 10^{-14} W$, $d \sim 1 \text{ cm}$ として,

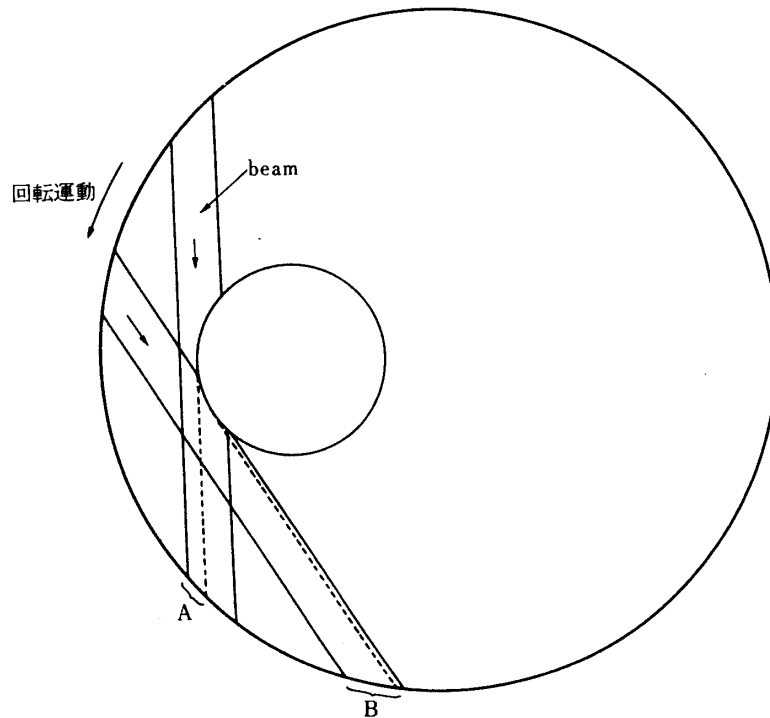
$$\sigma_x \sim 10^{-5} \text{ cm}$$

を達成する事ができる。実際は, proof mass と衛星の間に力が働けばテレメーターにのつてくるデータは, 本当に衛星が外力を受けて動いているのか, proof mass が衛星から力を受けているだけなのかわからないため proof mass には極力衛星から力を受けないよう注意を払わなければならない。

4.2.5 姿勢決定精度について

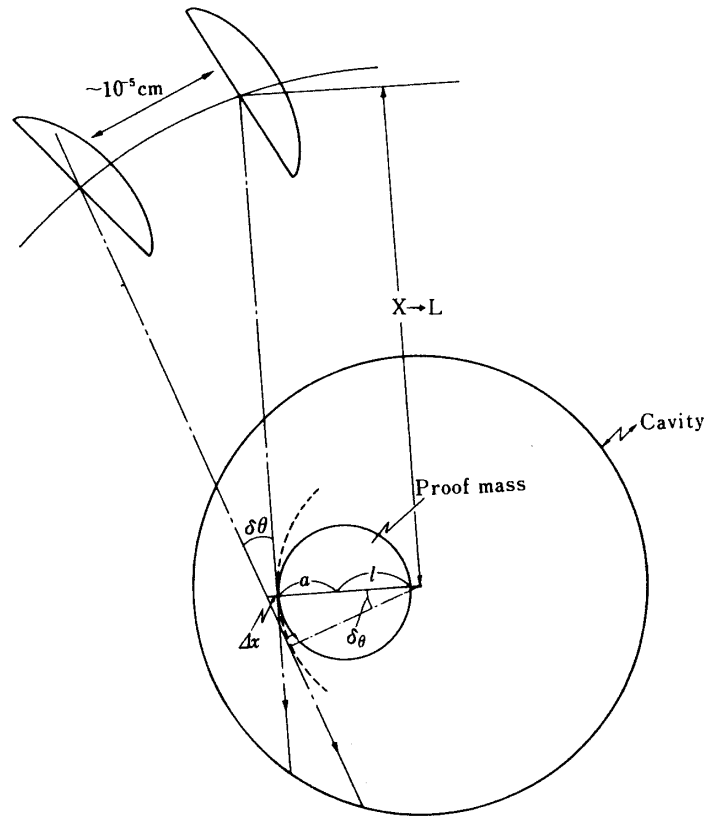
4.2.1で述べたように我々は衛星の姿勢モニターもしなければならないが, 前項での検討を考えると我々はアンテナの運動を1 sec 毎に 10^{-5} cm の精度でモニターする必要がある。proof mass が cavity の中心になれば図24から分かるように衛星の回転によってビームが proof mass にさえぎられる量が変わり回転の運動もモニターする事ができるが, この時アンテナの動きを 10^{-5} cm の精度でモニターするには, 図25から proof mass を以下の精度で計る必要がある。

仮りに proof mass—アンテナ間の距離を $L \sim 1 \text{ m}$ とすれば,



AとBではセンサーへの受光量が違う

第24図 1つの proof mass による“回転運動”のモニター



第25図 1つの proofmass による“回転運動”のモニターと要求される精度について

$$\delta\theta \sim \frac{10^{-5}}{L} \sim 10^{-7} \text{ (rad)}$$

であり、測定精度 Δx は

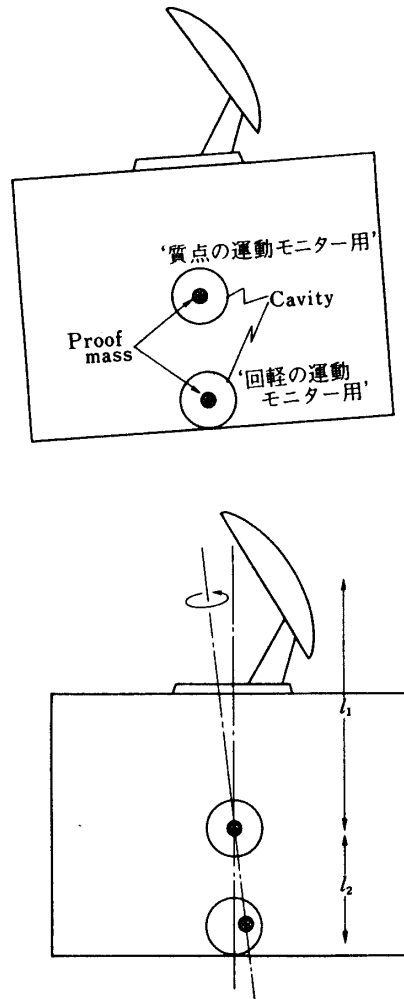
$$\Delta x \sim \frac{(l+a)}{\cos \delta\theta} - (l+a) \sim \frac{1}{2}(l+a)\delta\theta^2 \dots\dots\dots (44)$$

であって、 $l+a \sim 1 \text{ cm}$ とすれば

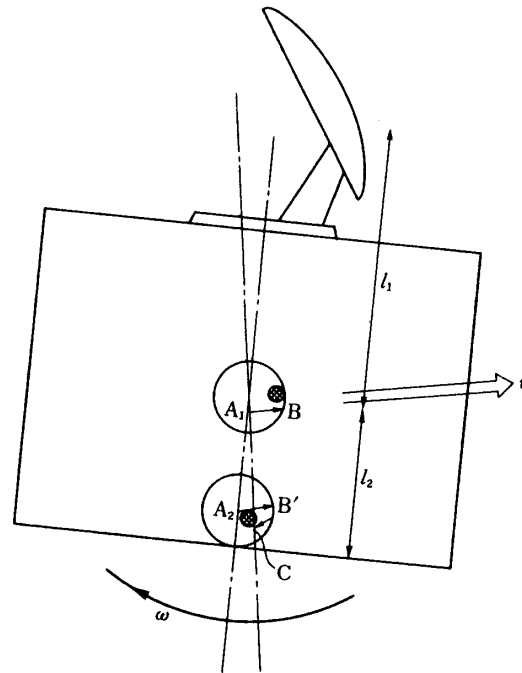
$$\Delta x \sim \frac{1}{2} \times 1 \times 10^{-14} \sim \frac{1}{2} \times 10^{-14} \text{ cm}$$

という精度が必要となり非現実的である。

これを逃げる1つの方法として、質点の運動のモニター用の proof mass の他に、回転の運動のモニター用の proof mass を用意する方法がある(図26)。質点の運動のモニター用の proof mass と cavity は衛星の重心におかれるため、2つ以上の proof mass の運動をみれば衛星の質点としての運動と、剛体としての運動をモニターする事ができる(図27)。両 proof mass とも 10^{-5} cm の精度で測定できるから、図27よりアンテナの姿勢の決定精度も $\sim \frac{l_1}{l_2} \times 10^{-5} \text{ cm} \sim 3 \times 10^{-5} \text{ cm}$ となり、実験の要求に耐えうる。



第26図 2つの proof mass による“質点の運動”及び“回転の運動”のモニター



$t=0$ で点 A_1 と A_2 に $t=\tau$ で点 B と点 C に proof massがいるとする

$$\text{衛星の質点としての速度は } v = \frac{A_1B}{\tau}$$

$$\text{角速度は, } \omega \sim \frac{A_2B' - A_2C}{l_2\tau} \sim \frac{AB - AC}{l_2\tau}$$

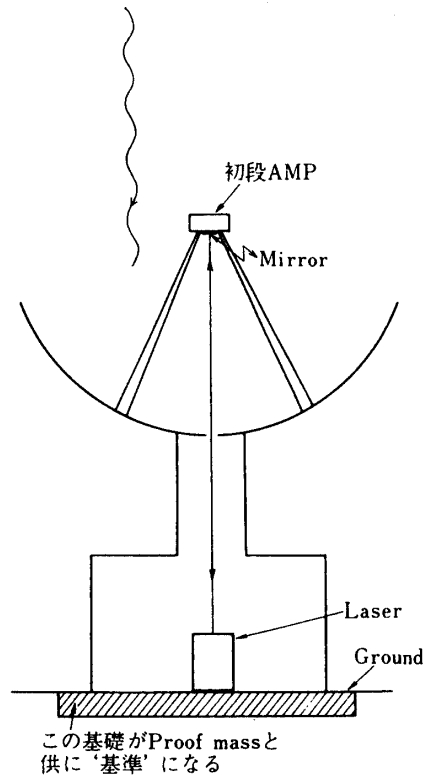
第27図

5. 地上局のアンテナのゆらぎについて

周波数のシフトのデータには風や温度変化による伸び縮みやアンテナ付近の重量物移動が原因で地上局アンテナのゆらぎによる Doppler 効果がノイズとしてのってくる恐れがある。Voyager の実験では、さまざまな制限により観測時間は1日、9 hour に限られたとしているが、さまざまな制限には上記の原因も含まれ得る限り安定な時間帯を狙って、データ取得を行なったと思われる。これらのノイズに対する対策はできる限り強固な基礎の上にアンテナを作る事、そして必要なら、アンテナ初段 AMP と基礎上に置かれた基準点間の距離をレーザー等でモニタする事も必要かもしれない (図28)。

しかし我々にとっては幸いな事には、風、外力に対するアンテナの機械的振動はそのタイムスケールが我々の狙っている周波数の窓 (10^{-4} Hz \sim 10^{-3} Hz, 10^3 sec \sim 10^4 sec) に対して十分小さいと考えられる事である。

ここでは、温度による伸び縮みがデータにどのように影響を及ぼすかを検討する。しかし風、外力によるものも十分クリティカルになると思われるので地上局への要求という事を踏まえ今後十分な検討が必要であろう。金属の伸び Δl は



第28図 地上局アンテナのゆらぎのモニター

$$\Delta l = \alpha l_0 \Delta T \sim 1.2 \times 10^{-5} l_0 \Delta T$$

(ここで、 Δl : 伸び, ΔT : 温度変化, $\alpha = 1.2 \times 10^{-5}$ は、鉄の膨張率, l_0 : 系の長さ)

であるから、これによるアンテナの速度は

$$v(t) = 1.2 \times 10^{-5} l_0 \Delta T(t) / \Delta t$$

と表わされる。1日の温度差を 30°C とすれば $\langle \Delta T / \Delta t \rangle_{1 \text{ day}} \sim 2 \times 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C} / \text{sec}$ であるから、 $\langle \Delta T / \Delta t \rangle_{\tau = 50 \text{ sec}} \sim 2 \times 10^{-2} \text{ }^\circ\text{C} / \text{sec}$ と仮定し、地上局の系の代表的長さ $l_0 \sim 60 \text{ m}$ とすれば、 $\tau = 50 \text{ sec}$ の平均で

$$\langle v(t) \rangle_{\tau = 50 \text{ sec}} \sim 1.4 \times 10^{-7} \text{ m} / \text{sec}$$

となり

$$\langle v(t)^2 \rangle_{\tau} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi/\tau}^{\pi/\tau} S_v d\omega$$

$$S_v = \frac{4}{C_2} S_v$$

$S_v(\omega)$ を大体ホワイトと仮定すれば

$$S_v \sim 10^{-26} \quad (\tau = 50 \text{ sec})$$

を得る。上では温度変化によるノイズをホワイトとしたが、温度変化の最も大きな成分は、1日の周期をもつはずであるからスペクトルにおける 10^{-5} Hz 付近は 10^{-26} より大きな山

を持つ事になろう。(但し、この検討では1日の変化を $\langle \Delta T / \Delta t \rangle_{1 \text{ day}} \sim 2 \times 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C} / \text{sec}$ と一応考慮されているが、スペクトルの細かな検討は行われていない。)

つまり60m程度のアンテナ及びその支持部の大部分を鉄と仮定すれば、我々の許しうるノイズの大きさとほぼ同程度と考えられる。しかし衛星と同様実験にとって厳しい状態であるから、アンテナの動きをモニターしてデータからアンテナの動きによると思われるノイズを差し引く事は重要であろう。

6. 衛星の軌道運動、地球の公転及び自転運動について

4章、5章までは、衛星のゆらぎ、姿勢のゆらぎ及び地上局のアンテナのゆらぎについて検討したが、Doppler効果としてdataにのってくる原因として衛星の軌道運動及び地球の公転及び自転運動が上げられる。4.2.3で述べたように、Doppler効果としてののってくるものはすべて、 10^{-5} cm の精度で($\tau \sim 1 \text{ sec}$)把握されていなければならないため、衛星の軌道運動やアンテナの個定されている地球の運動にもこれらの精度が要求される。

実際には、地球からのRanging(S及びX-band使用で精度3mが得られる)を粗いモニターとして、又衛星内のproof massのモニター及び地上局のゆらぎのモニターを正確なモニターとすれば衛星のゆらぎから、軌道運動、地球の運動、アンテナのゆらぎを含めたすべての相対運動を把握する事ができる。

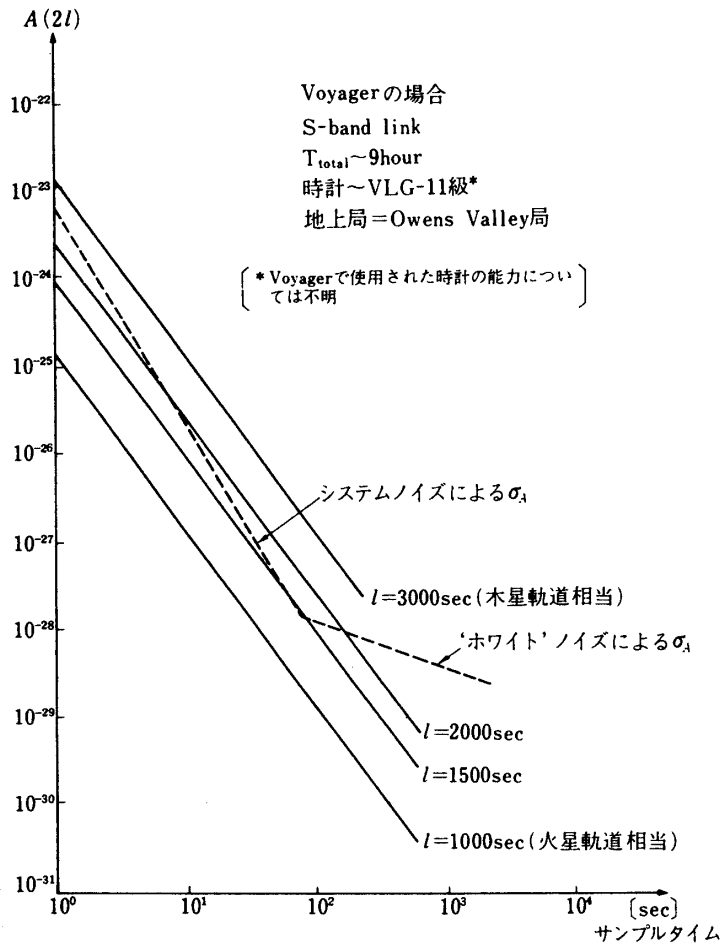
もちろん、 $t=0$ における衛星の軌道運動に対する初期条件、アンテナの地球上の位置、地球の公転及び自転運動における初期条件や十分な精度を持たない定数等 unknownな要因が存在するが、data処理がフーリエ解析である事を考えると、ある基準時刻における位置からの相対運動が精度良く求まる必要があるのであって上記の unknownな要因はバイアスとして効いてくるだけでdata処理上は問題ないと思われる。しかし、unknownな要因を更に検討し、衛星、地上アンテナ間の相対運動の十分な把握が保証できるかは今後の課題である。(但し衛星のゆらぎから地球の運動までを含めたこの相対運動は、proofmassの高精度位置検出とVessotの提案するfour way Doppler linkによって較正できるかもしれないが、現存検討中である。)

7. 結 論

Voyagerは今後、天王星、海王星と、更に地球から離れていくが、重力波による自己相関が $A(2l) \propto l^4$ であるため、 l が大きくなる程現在のVoyagerのシステムでも検出の可能性は高い(図29)。

Voyagerはすでに $l \geq 3200 \text{ sec}$ の距離に達し、図29から分かるように予想される上限については、十分可視領域に入っているはずであるが完全なリンクとしてS-bandしか持っていない事、つまり使用できるデータが1日分しかない事から、その成否を判定するに至っていないと思われる。又工学上の問題点として、距離が離れる程衛星のトランスポンダの周波数安定度が悪くなるのは確実で、 l が伸びてもそれにつれて、システムノイズが増す事も充分考えられ今後Voyagerが更に地球から離れてもその成功は予断を許さない。

もし我々が、



第29図 予想される上限からくる自己相関 $A(2l)$ と地球-衛星間距離 l との関係 (他ノイズからくる自己相関は点線で示されている。)

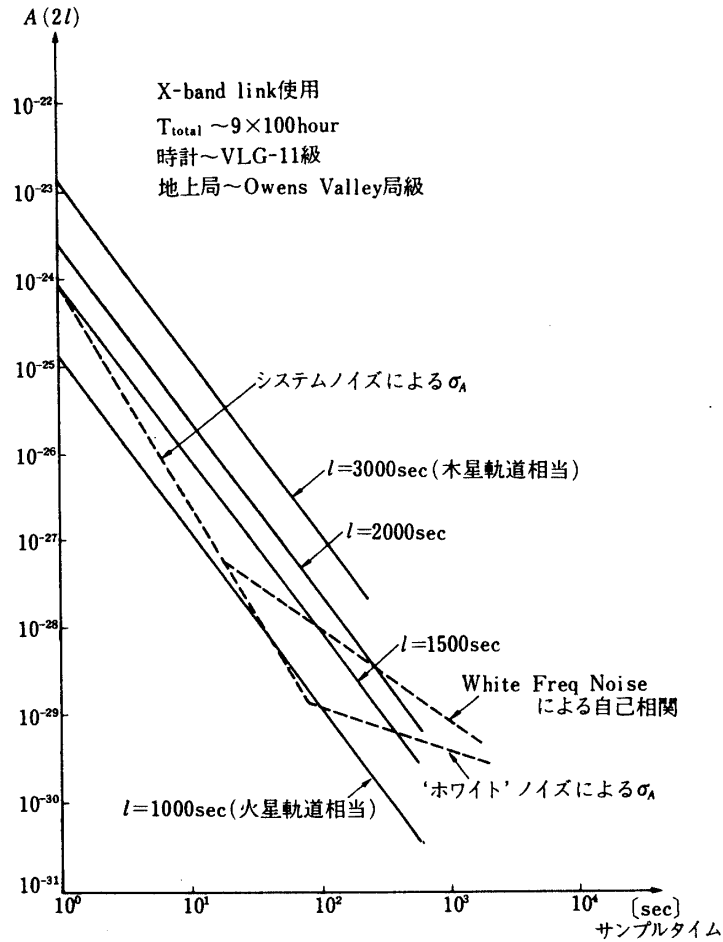
- 1) X-band の完全なリンク
- 2) VLG-11 より 1 ケタ良い水素メーザー

を使用すれば、図 30 から、自己相関の方法により、 $l \sim 1000$ sec (水星軌道) で理論の上限をとらえる事ができるかもしれない。 $(f \sim 5 \times 10^{-4}$ Hz の重力波バックグラウンドに対応する。) 同じように図 29, 図 30 から Voyager で $l = 3200$ sec における成果と同程度のものが、X-band link 使用では $l = 2000$ sec の時期に期待できるわけで、Vehicle に対する要求を弱める事ができる。周波数帯は現在の Voyager が $f \lesssim 3 \times 10^{-4}$ Hz ($l \sim 1500$ sec に対応) から見ているのに対し $f \lesssim 5 \times 10^{-4}$ Hz ($l \sim 1000$ sec に対応) から見る事になり、周波数帯も若干広がっている事になる。

更に Voyager 以上の成果を狙うには、

- 1) l を大きくする

又は



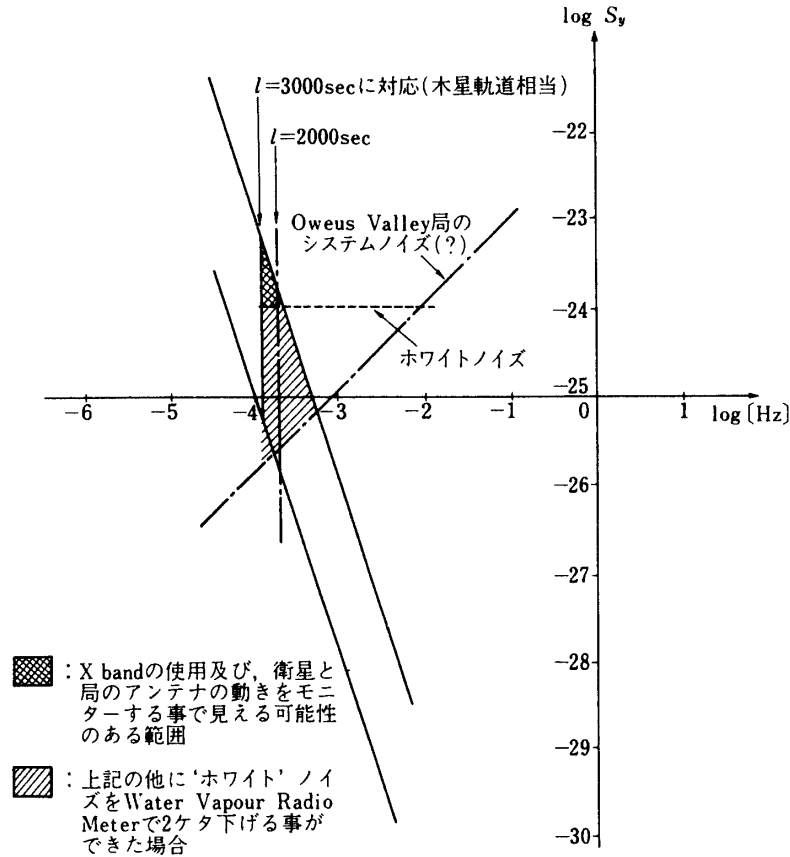
第30図 予想される上限からくる自己相関 $A(2l)$ と地球-衛星間距離 l との関係(他ノイズからくる自己相関は点線で示されている。図29に比べ主なノイズ源が“ホワイト”ノイズから white freq noise に変わっている。)

2) X-band link より高い周波数の link を使用する。

事が考えられるが、1), 2) の場合とも、システムノイズを下げる事や、より高性能の水素メーザーの開発、white なノイズの除去を行う事で更に良い成果を生む事は明らかである。

一方、重力波のスペクトルの形を直接検出するのは更に魅力的であるが図31から分かるように現在のままではホワイトなノイズを除去しなければほとんど検出不可能で、 $l \sim 2000$ sec で、予想される上限がやっとひっかかる程度である。しかし、X-band link 又は更に周波数の高いリンクを使えば data 量が増える事になり、Voyager より良質の data が得られる事になる。又パワースペクトルによるアプローチで Voyager より更によい成果を上げるには、

- 1) ホワイトなノイズの除去
又は、



第31図 衛星，地球間距離の増大とパワースペクトル上の可視可能領域との関係

2) $l \geq 2000 \text{ sec}$

が必要と思われる。

上記の検討において，現状の成果を上回るためには，当然 l を大きくする事が望まれるが，日本のロケットの能力を考えれば，

- 1) $l \sim 2000 \text{ sec}$
- 2) X-band link 又は更に周波数の高い link の使用
- 3) VLG-11 より高性能な水素メーザー
- 4) システムノイズの除去
- 5) ホワイトノイズの除去

以上の項目を，そして実験を confirm するための以下の項目と共に，

- 6) Drag free 衛星
- 7) 本実験に耐え得る地上局の整備

以上の項目を検討する必要がある。(6), 7)については，6章の終りに述べた 'Four way Doppler link' が使える可能性があるが検討中である。)

更に，具体的に各ノイズがデータにどのように現れるかを把握するために PLANETA

及び64 mの深宇宙局を用い、打上げ前に

- 1) PLANET-Aのトランスポンダのデータ取得
- 2) 地上局、受信及び送信系のデータ取得
- 3) 地上のreference clockのデータ取得

を行うと共に、フライト中のPLANET-Aの周波数シフトのdata取得を行い、具体的に実験の可能性をつかんでおくのは、最も確実にインパクトの小さな方法であると思われる。

reference

- [1] F. B. Estabrook and H. D. Wahlquist, Gen. Relat, Gravit. 6, 439 (1975).
- [2] R. W. Hellings, Phys. Rev. D17, 3158 (1978).
- [3] R. W. Hellings, JPL Research July 1980, Spacecraft-Doppler Gravity wave Detection. I. Theory.
- [4] R. W. Hellings, P. S. Callahan, J. D. Anderson, JPL Research July 1980 Spacecraft-Doppler Gravity wave Detection. II. Results.
- [5] NASA, Astrophysics Project Concept Summary, Gravity Wave Interferometer, March 1978.
- [6] K. S. Thorne and V. B. Braginsky, Astrophys. J. Lett. 204, L1 (1976).
- [7] R. F. Vessot, M. W. Levine and E. M. Mattison, Center For Astrophysics Preprint series No. 895.
- [8] M. W. Levine, R. F. Vessot and E. M. Mattison, Center For Astrophysics Preprint series No. 999.
- [9] J. Spacecraft, Vol. 11, No. 9, September 1974. Satellite Freed of all but Gravitational Forces; TRIADI.
- [10] 河島信樹, 惑星探査ミッションにおける一般相対論検証実験の提案, 昭和54年9月.
- [11] B. Lange, AIAA Journal Vol. 2, No. 9 Sept 1964 pp. 1950~1606 'The Drag free Satellite'.
- [12] CCIR Study Groups periods 1974-78, unitedstates of america Draft new report, telecommunication requirements for manned and unmanned deep space research, 29 April 1977.
- [13] DSN Progress Report 42-51, Design of a Costas Loop to operate with Block III Receiver and its predicted performance, N79-25103, March & April 1979.
- [14] W. H. MICHAEL, JR et al, ICARUS 16 57-73 1972, Radio Science experiments; The Viking Mars Orbiter and Lander.
- [15] R. F. C. Vessot, Center For Astrophysics Preprint series No. 1030.