

MUSES-A “飛天” の軌道と 軌道決定プログラム ISSOP

西村敏充・市川 勉・牛越淳雄・小坂 裕

Tracking of MUSES-A ‘HITEN’ and description of software package ISSOP for orbit determination

By

T. NISHIMURA, T. ICHIKAWA, A. USHIKOSHI, H. KOSAKA

Abstract: The first Japanese Lunar swing-by spacecraft called ‘HITEN’ was launched from Uchinoura launching site, located at about 1,500km south-west of Tokyo, respectively on January 25, 1990. The four-stage solid propellant boosters called M3SII-V for this purpose. The spacecraft successfully performed first lunar swing-by in March 18, 1990.

Tracking and orbit determination of the spacecraft have been smoothly carried out throughout this period using Usuda 64 ϕ antenna. The major hardware modification for Usuda 64m ϕ antenna is the introduction of X band ranging and range-rate system (down link). As for the range-rate data, higher precision can be expected, at least theoretically, because of higher frequency than S band signals.

In preparing for this mission, the software package ISSOP developed for ‘SAKIGAKE’ and ‘SUISEI’ mission in 1985 had been modified. The improvements were added to the rejection scheme of poor data, computation of the light-time equation and troposphere and ionosphere correction.

In this report the structure and the improvements of ISSOP is first described. Then the result of orbit determination of ‘HITEN’ is discussed.

In the future, this software package will be modified and used ‘GEOTAIL’ mission in 1992.

第0章 はじめに

今年1月、文部省宇宙科学研究所の月スウィングバイ衛星『飛天』が打ち上げられた。『飛天』は主に将来の月、惑星探査ミッションに不可欠な技術であるスウィングバイを習得することを目的としている。スウィングバイとは、天体の重力場を利用した軌道変更技術のことであり、米国の惑星探査機ボイジャーが行った外惑星探査（木星、土星、天王星、海王星）はその最たる例である。『飛天』は月の周期に同期した軌道（ダブル・ルナースウィングバイ軌道）にのせられ、月接近の際に月の重力を利用した衛星の加速、減速の軌道変更を繰り返し行う。『飛天』が予定通りに月をスウィングバイするためには、月との接近距離、方向を非常に正確に制御する必要があるため軌道決定の精度はかなりの重要性を帯びてくる。本稿では『飛天』ミッションの概要およびハレー彗星探査ミッション（さきがけ、すいせい）用に開発された深宇宙探査機用軌道決定ソフトウェアを母体として、『飛天』のミッションの特性、要求を考慮して機能強化された軌道決定ソフトウェア（ISSOP）の開発目的、使用されている主要理論、システム概要、さらにISSOPを用いた『飛天』の軌道決定の結果と評価について述べる。

第1章 MUSES-A ミッションの概要

1.1 MUSES-A ミッションの目的・特色

MUSES-A ミッションの主要目的は、惑星探査を行う際不可欠な技術となるスウィングバイ技術を月を利用して習得することであった。図1.1に示すように、月の周期に同期した軌道にS/Cを投入し、月の近傍を通る際に月の重力を利用したスウィングバイを行って、S/Cを所定の（望みの）軌道に持っていく。この目的を達するためには、まず、第1に、S/Cの現在の時刻（あるいは任意の時刻）における位置・速度が精度良く決定されねばならない。第2に、望みの月スウィングバイ軌道にS/Cを投入するための軌道制御技術が確立されねばならない。すなわち、MUSES-A ミッションは、軌道決定／制御の高精度化を目指している。また、軌道決定精度を向上させるために、ONS（Optical Navigation Sensor）を新たに搭載し、その離角情報を軌道決定に導入するものである。

MUSES-Aの地上局とのテレメトリ交信には、従来のS-バンド系に加えてX-バンド系（ダウンリンクのみ）が採用された。これによって、データ伝送量はかなり増大した。また、これと、フォールトトレラント・オンボード・コンピュータを用いてパケット・テレメトリ、リード・ソロモン等高効率データ伝送の実験が行われた。

また、MUSES-Aはルナー・オービタを搭載していて、3月18日の第1回目のスウィングバイの際、切り離して月周回軌道に投入した。本ミッションは、このルナー・オービタの月周回軌道投入技術の部分の開発も目的としていた（ルナー・オービタにはミッション機器は搭載されていない）が、投入後、通信が途絶したため、この技術の確立は将来ミッションに託されることとなった。

1.2

MUSES-A（『飛天』）は、軌道上の速度を増加させる場合でも減少させる場合でも月重力

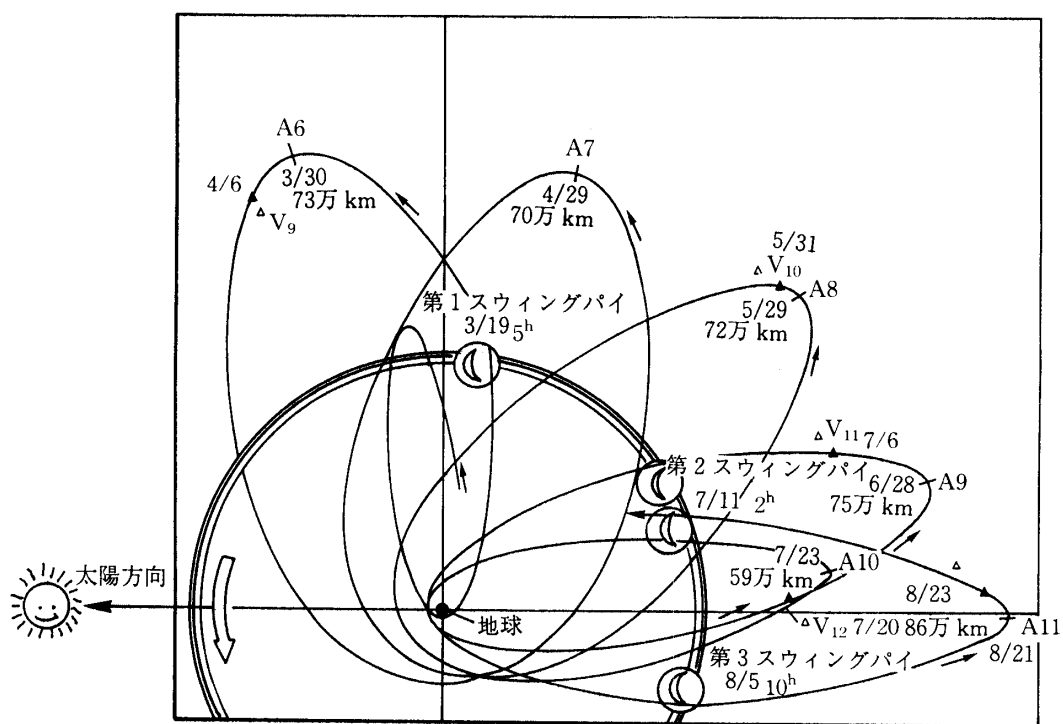
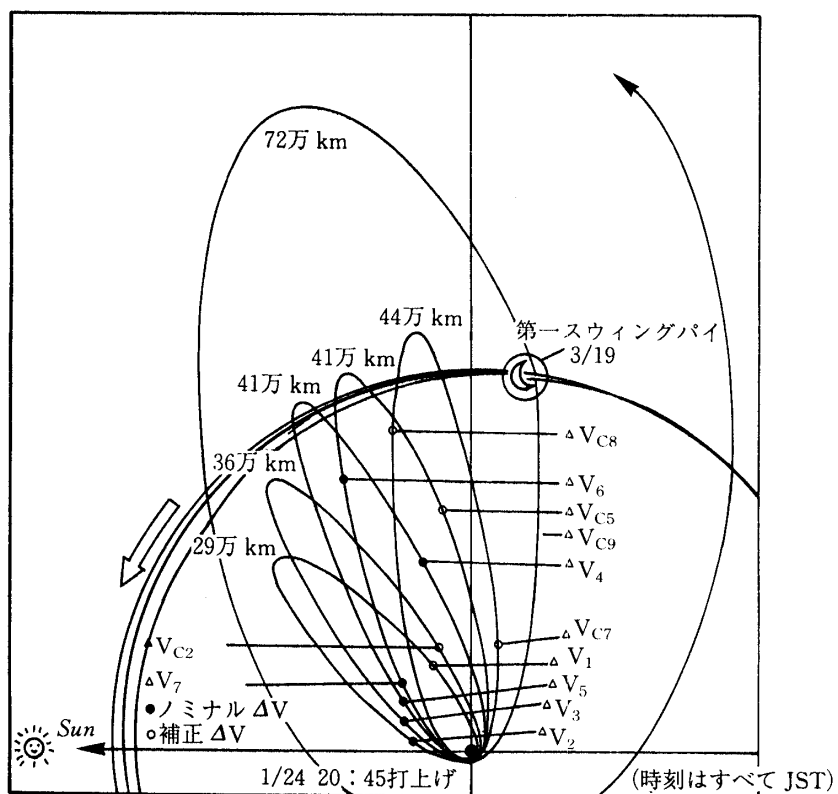


図1.1 MUSES-A(ひてん)の軌道

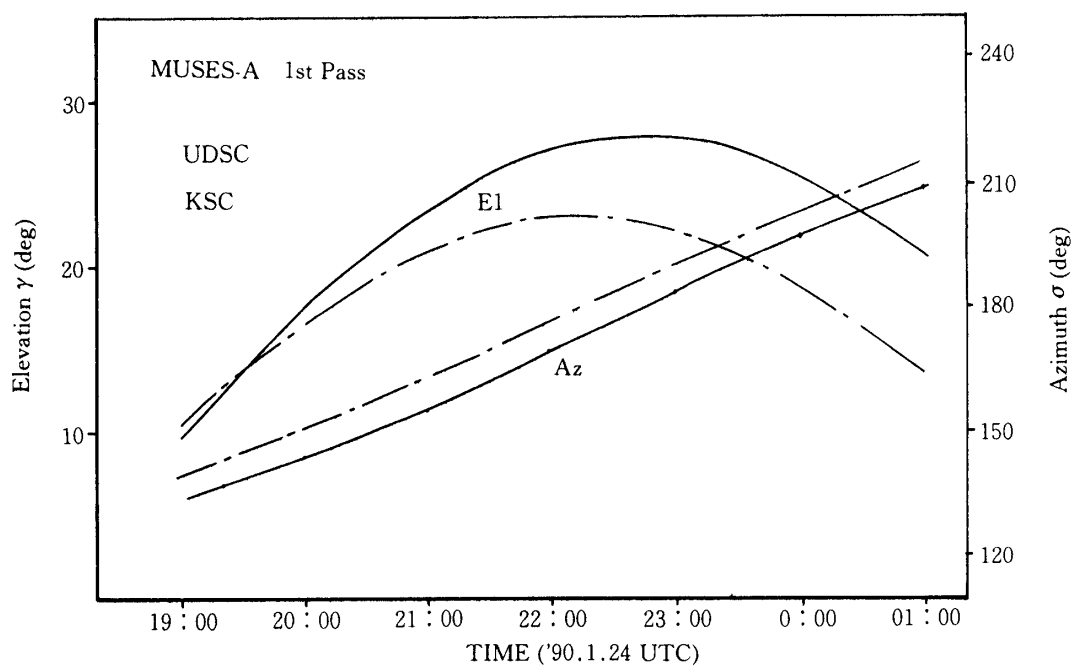


図1.2 MUSES-A(1パス)の角度情報

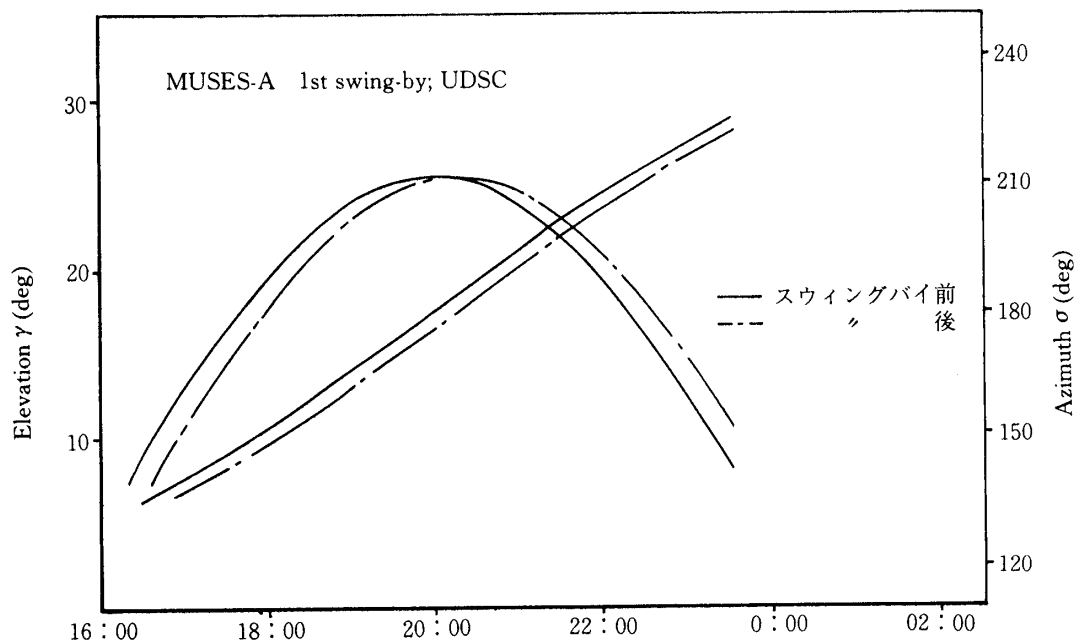


図1.3 MUSES-A(スウィングバイ時)の角度情報

を利用するダブルルナースウィングバイ方式と呼ばれる方式を採用している。図 1.1 は打ち上げから第 1 スウィングバイまでと、第 1 スウィングバイから第 3 スウィングバイまでの軌道である。当初の予定では周期約 14 日の小楕円軌道に直接投入されそれを 3 回繰返し、その途中、遠地点近傍でマヌーバを吹かして軌道を整え 4 回目の軌道の途中で第 1 回目のスウィングバイを行う予定であったが、第 3 段切離しの推力が足らず、遠地点でも月までの距離に到らなかったため、当初 2 回巡るところを 3 回巡ってその間に軌道制御を行って軌道を徐々に膨らませ、4 回目の小楕円軌道の近地点で当初予定された軌道を戻すことになった。（第 3 小楕円軌道）

第 1 回目のスウィングバイではルナー・オービタ（はごろも）を月からの距離約 16470km の地点で切離して月周回軌道に投入させた。ルナー・オービタはその後通信が途絶したため、どのような軌道を描いたか不明であるが、我が国で初めて天体への衛星投入をおこなった点で意義深いものとなった。

第 1 回目のスウィングバイを行った衛星は周期約 30 日（遠地点距離約 72 万 km，近地点距離約 11 万 km）の大楕円軌道に移行した。その後衛星は順調に飛行を続け、7/10 には、第 2 回のスウィングバイ（減速スウィングバイ）を行った。その後 8/4，9/7 に第 3 回目、4 回目のスウィングバイを行い、さらに、10/2 の第 5 回目では、遠地点距離約 135 万 km の 3 ヶ月ループ軌道に衛星を投入することに成功した。

第 2 章 ISSOP (MUSES-A バージョン) の改修点

ISSOP/MUSES バージョンへの改修に伴って必要と考えられる要求条件について述べる。

2.1 旧バージョン (MUSES-A バージョン) の特長・問題点

2.1.1 MUSES-A バージョンの特長

ISSOP/PLANET-A バージョンは、ハレー彗星探査機『さきがけ』『すいせい』をはじめとする深宇宙探査機用に開発された軌道決定ソフトウェアである。したがって、このバージョンは深宇宙軌道決定特有の問題に注意を払って設計されている。以下に PLANET-A バージョンの特長を列挙する。

- ① 最小二乗法による推定
- ② 平方根フィルタを採用して観測性の悪いデータに対処している。
- ③ 一般相対論効果を考慮して Light Time Equation を解いている。
- ④ レンジデータの計算式に一般相対論による時計の刻みの変動の効果を考慮している。
- ⑤ 精度の良いアンテナ角度予報値作成。
- ⑥ 推定パラメタは最大 100 個まで同時推定可能。
- ⑦ 10 局までのデータを 1 回の軌道決定で同時使用可能。
- ⑧ 対流圏・電離層効果の補正は（前年度）実測データの月別・時間別平均テーブルを用いて行っている。

更に、深宇宙探査機の軌道の性質として、

- ① 地球・月重力の非球対称成分の効果はほとんど無視できる。
- ② 軌道の感度はさほど高くはない（ほとんどが太陽巡航フェーズ）

が考えられる。

2.1.2 PLANET-A バージョンの問題点

PLANET-A バージョンで問題点と思われる点と原因・理由を列挙する（MUSES ミッションからの要求は除く）。

- ① ISSOP-1 でのデータの棄却がうまく機能していない。
 - ・予想外に多い不良データ，一見してわかりにくい不良データ
 - ・ISSOP-2 を実行してはじめて不良データがわかる
- ② ISSOP-2 の処理時間が長い。
 - ・データ毎に毎回 Light Time Equation を解いている。
 - ・DPL (Integrated Doppler) の計算が複雑 (jerk まで計算している)
 - ・対流圏・電離層効果の補正の計算に時間がかかる
- ③ ISSOP-3 の処理時間が長い。
 - ・ファイル I/O が原因？
 - ・出力情報過多・過精度
- ④ 精度
 - ・極運動を考慮していない。
 - ・精度に対する評価はまた定まっていない（運用には支障ない）
- ⑤ 入力データ項目数が多すぎる。

2.2 MUSES-A ミッションからの要求項目

2.2.1 MUSES-A ミッションの特徴（軌道系からの見地）

軌道決定系から見た MUSES-A ミッションの特徴は，次のように要約される。
まず，軌道に関しては，

- ① 月重力を利用した軌道制御（月スウィングバイ制御）を行っている。
- ② 加速度変化率が大きく，軌道感度が高い。
- ③ 探査機は地球-月重力系内にあり，地球・月・太陽の重力効果が支配的である。
また，地球（月）の非球対称重力成分による効果も無視できない影響を及ぼす。

これらは軌道決定精度に対する要求を著しく高いものにする。一方，探査機は比較的地球に近いところを飛翔するために探査機からの信号の受信レベルは高く，したがってアンテナ予報値の精度に対する要求は弛められる。次に，取得されるデータに関しては，

- ④ X-バンド測距データ（X-バンド・レンジ／レンジレート／ドップラー）

⑤ ONS（オプティカル・ナビゲーション・センサー）データ

と、新データが従来の S-バンド測距データ（S-バンド・レンジ／レンジレート／ドップラー）に付け加えられる。S-バンドデータと X-バンドデータは同時取得可能であり、データ量の増加が見込まれるため、高速なデータ処理が要求される。X-バンドデータの場合、電離層（および惑星間プラズマ）が測距データに与える影響は S-バンドデータの場合に比べて小さいので、観測データの補正（補正量は現在のところモデルを用いている）は精度向上が望めるが、S-バンドデータと X-バンドデータの同時取得により 2 波補正も可能な状況となる。

2.2.2 MUSES-A ミッションからの要求項目

以上のミッション特性より、軌道決定ソフトウェアに対する要求項目は次のようになる。

- ① 高速かつ高精度な軌道決定が行えること。目標精度は、
 - ・位置誤差 ～ 数 km
 - ・速度誤差 ～ 数 10 cm/sである。
- ② X-バンド測距データ、ONS データを取り扱うことが出来ること。

2.3 ISSOP（MUSES-A バージョン）の目的

ISSOP（MUSES-A バージョン）は、次の事項を目的として改修・機能強化を行った。

- (1) 観測データ（測距データ）および ONS データを用いて MUSES-A およびルナー・オービタの軌道を高精度に決定し、それに基づいてアンテナ角度予報データを作成する。
- (2) 軌道決定値を用いて、他システムの入力データを作成する。

2.4 ISSOP（MUSES-A バージョン）の改修点

上に述べた各要求項目に対して、次のような改修・機能強化を行った。

- ① X-バンド測距データ、ONS データを取り扱うことが出来るようにする。
- ② 加速度モデルに月の非球対称重力成分を考慮する。
- ③ 地球自転軸のふらつきの効果（極運動効果）を考慮した観測データの計算を行う。
- ④ 不良データの棄却方法の改善を行う。
- ⑤ Light Time Equation の計算を簡潔・高速化する。
- ⑥ 電離層・対流圏効果の補正の計算を簡潔・高速化する。

第 3 章 ISSOP で使用する理論

本章では、ISSOP で使用されている理論、およびアルゴリズムの主なものについて概略

を述べる。ただし、元のプログラム（ISSOP/PLANET-A バージョン）から変更の無いものについてはここでは割愛する。それらについては宇宙科学研究所報告 第42号『“さきがけ” “すいせい” の軌道決定と軌道決定プログラム ISSOP』（1986年12月）を参照されたい。

3.1 主な追加・変更箇所

元のプログラムから追加・変更された箇所を表3.1に示す。

表3.1 元のプログラム(ISSOP/PLANET-A バージョン)からの追加・変更箇所一覧

追加・変更箇所	追加・変更された内容
座標系・座標型	<ul style="list-style-type: none"> ・白道座標系の定義，他の座標系との相互関連 ・到着漸近座標の定義，他の座標型との相互関連 ・極運動効果の説明，地球固定座標系の定義および他の座標系との相互関連
運動方式	・加速度項としての月重力非球対称成分の効果に関する記述を追加
変分方程式	・加速度項としての月重力非球対称成分の効果に関する記述を追加
Light Time Equation	・解法アルゴリズムの変更
観測モデル	・ONS データに対する観測式，観測行列の追加
観測量の補正と棄却	・表面 refractivity と Total Electron Contents のデータの与え方と任意の時刻での値の導出法

3.2 座標系・座標型

本プログラムで使用する座標系および座標型について，表3.2と表3.3に示す。

表3.2 本プログラムで使用する座標系

座標系名称	原点	基準点	基準方向
地球赤道座標系	任意	地球赤道面	地球春分点方向
黄道座標系	任意	黄道面	地球春分点方向
白道座標系	任意	白道面	黄道面と白道面との交点方向
地球固定座標系	地球質量中心	地球赤道面	本初子午線と赤道との交点方向
地表面座標系	各観測局	地表面	北方向

表3.3 本プログラムで使用する座標系

座標塾名称	独立変数
カルテジアン	位置 r (X, Y, Z), 速度 v (V_X, V_Y, V_Z)
ケプラーIAN	$a, e, i, \Omega, \omega, M$
到着漸近座標	B, θ , 到着漸近線方向(α, δ), V_{inf} , ($t_{CA} - t$)

本プログラムの内部計算では，座標系としては1950.0年平均地球赤道座標系（EME50），座標型としてはカルテジアンを用いている。

以下に、白道座標系，到着漸近座標および極運動効果，地球固定座標系と擬地球固定座標系との関係について詳述する。

3.2.1 白道座標系

(1) 白道座標系の定義

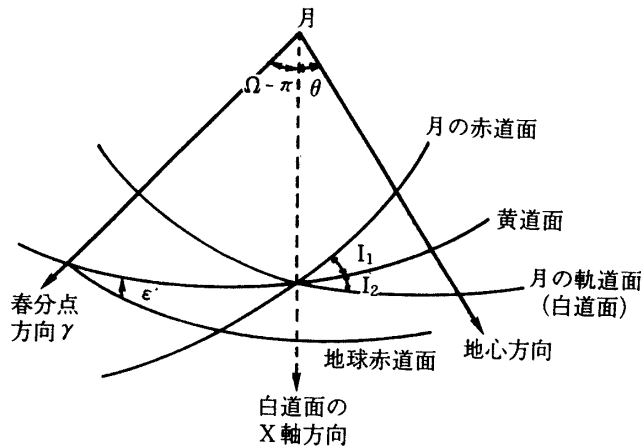


図 3.1 白道面座標系

ϵ ; 直の黄道傾角

$\Omega - \pi$; true of date の春分点から黄道面上に沿って測った月軌道の降交点黄経

I_1 ; 月の赤道面の黄道面に対する傾斜角

I_2 ; 白道面の黄道面に対する傾斜角

本プログラムで使用する白道座標系は地球と月の秤動を無視した，平均白道面を基準面とした座標系（mean of date 白道座標系）である。

(2) 地球赤道座標系と白道座標系との関係

true of date 月中心地球赤道座標系から白道座標系への変換を行なう。オイラー角 ϵ , $\Omega - \pi$, I_2 を以下の様に定め座標軸の回転を行なう。

ϵ ; 直の黄道傾角

$\Omega - \pi$; true of date の春分点から黄道面上に沿って測った月軌道の降交点黄経

I_2 ; 白道面の黄道面に対する傾斜角

月中心地球赤道座標系から白道面座標系への変換行列を \mathbf{M} とし， R_X , R_Y をそれぞれ X 軸，Z 軸中心の回転を表わすとする

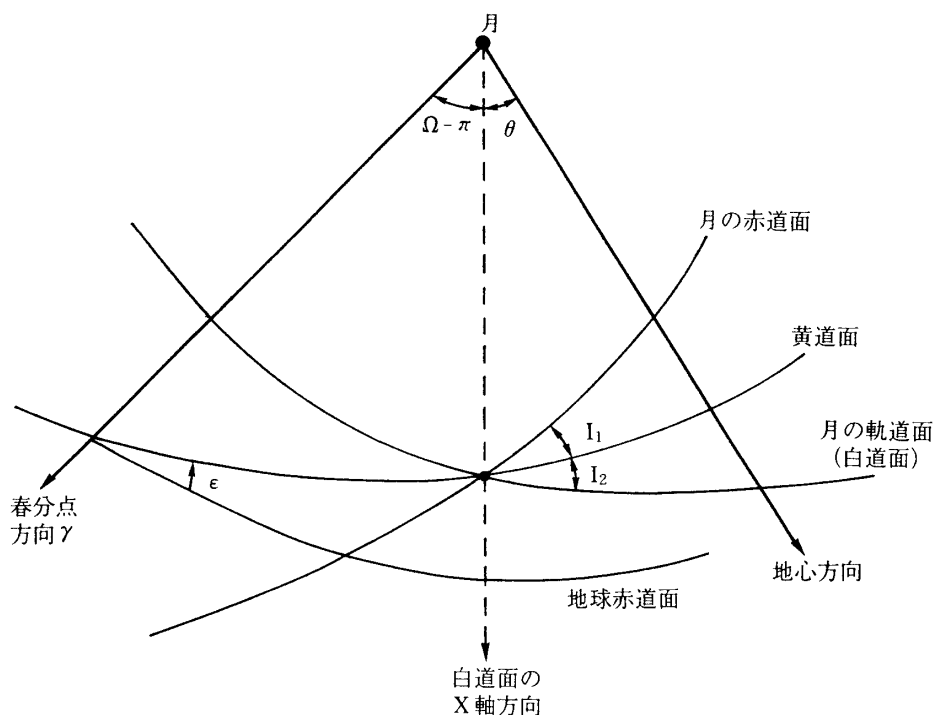


図3.2 地球赤道面座標系から白道面座標系への変換

$$\mathbf{M} = \mathbf{R}_X(I_2) \mathbf{R}_Z(\Omega - \pi) \mathbf{R}_X(\epsilon) \quad (3.1)$$

と表わすことができる.

$$\epsilon = (23^\circ 27' 08''.26) + (-46''.845)T + (-0''.0059)T^2 + (0''.00181)T^3 \quad (3.2)$$

$$\Omega = \Omega_M + \sigma_M + \delta\psi \quad (3.3)$$

Ω_M ; 月の平均昇交点黄経

$$\Omega_M = 12^\circ.1127902 - 0^\circ.0529539222de + 0^\circ.20795(10^{-2})Te + 0^\circ.2081(10^{-2})Te^2 + 0^\circ.2(10^{-5})Te^3 \quad (3.4)$$

$$\left[\begin{array}{l} Te = (T_o - 2433282.423357) / 36525 \quad (1950.0ET \text{ を起点とし} \\ \text{た Julian Centuries, }) \\ de = Te \times 36525 \end{array} \right.$$

σ_M ; 月の昇交点黄経の秤動量

$$\sigma_M = [-0^\circ.0302777 \sin(g) + 0^\circ.0102777 \sin(g + 2\omega_M) - 0^\circ.305555(10^{-2}) \sin(2g + 2\omega_M)] / \sin I_M$$

$$\left[\begin{array}{l} g = 215^\circ.54013 + 13^\circ.064992 de \\ \omega_M = 196^\circ.745632 + 0^\circ.1643586 de \end{array} \right.$$

$\delta\psi$; 地球の黄経方向章動量

これは JPL エフェメリスより求める.

$$I_2 = I_M + \rho_M \quad (3.5)$$

I_M ; 2000年1月1.5日 = J.D. 2451545.0の黄道面に対する平均傾斜角

$$I_M = 5^\circ 8' 47''.41$$

P_M ; 黄道面に対する白道面の傾斜角の秤動量

- ・黄道面に対する true of date の白道面の傾きが分かれば true of date 白道面座標系に変換できる.

3.2.2 到着漸近座標系

(1) 到着漸近座標系の定義

s/c の状態は、次の 6 つのパラメタ

b ; インパクト・パラメタ (到着双曲線の漸近線に中心天体から降ろした垂線の長さ)

θ ; 基準面とインパクト面の交線方向 \hat{T} から測った上記垂線の角度

\hat{S} ; 到着漸近線方向をあらわす単位ベクトルで (α, δ) であらわされる.

α ; right ascension

δ ; declination

i ; s/c の軌道面と基準面とのなす角

V_∞ ; 無線速での s/c の速度

$(t_{CA} - t)$; t_{CA} は中心天体最接近距離

で表現される. この表現は s/c の軌道が双曲線の時のみ意味をもつ.

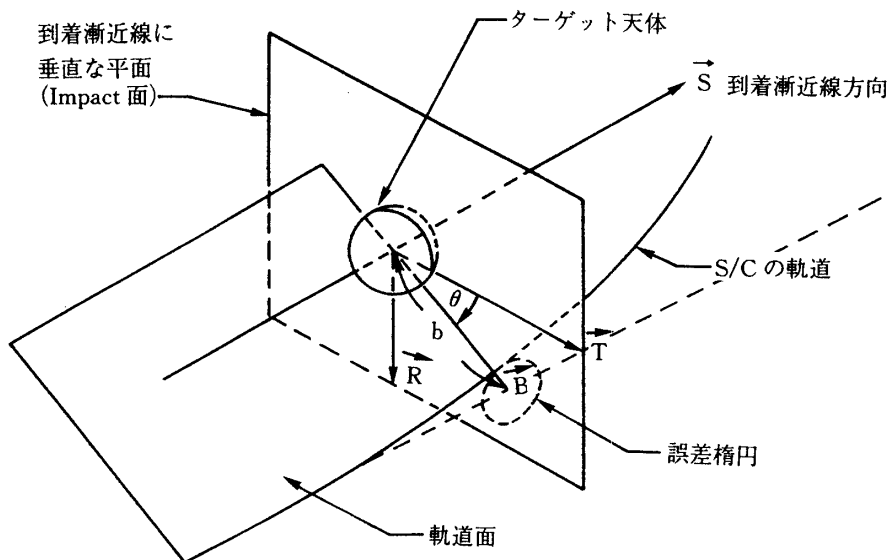


図 3.3 到着漸近座標

(a) ケプリアンから到着漸近座標への変換

$$(a, e, i, \Omega, \omega, M) \rightarrow (b, \theta, \theta_s, \phi_s, V_\infty, t_{CA} - t)$$

- ① 基準面から軌道面への変換(オイラー角 Ω, i, ω の回転)を行なう.

基準面の単位方向ベクトルを $(\hat{I}, \hat{J}, \hat{K})$, 軌道面の単位方向ベクトルを $(\hat{P}, \hat{Q}, \hat{W})$ とするとオイラー角 Ω, i, ω の回転を行ない基準面を軌道面に変換する.

$$\begin{pmatrix} \hat{P} \\ \hat{Q} \\ \hat{W} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \omega & \sin \omega & 0 \\ \sin \omega & \cos \omega & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos i & \sin i \\ 0 & -\sin i & \cos i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \Omega & \sin \Omega & 0 \\ -\sin \Omega & \cos \Omega & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{I} \\ \hat{J} \\ \hat{K} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \cos \omega \cdot \cos \Omega - \sin \omega \cdot \cos i \sin \Omega & \cos \omega \sin \Omega + \sin \omega \cos i \cos \Omega & \sin \omega \sin i \\ \sin \omega \cdot \cos \Omega - \cos \omega \cdot \cos i \sin \Omega & -\sin \omega \sin \Omega + \cos \omega \cos i \cos \Omega & \cos \omega \sin i \\ \sin i \cdot \sin \Omega & -\sin i \cos \Omega & \cos i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{I} \\ \hat{J} \\ \hat{K} \end{pmatrix} \quad (3.6)$$

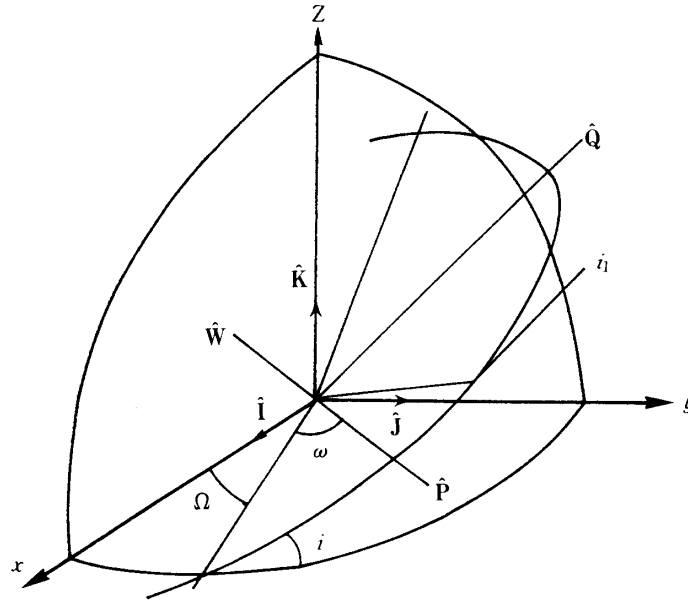


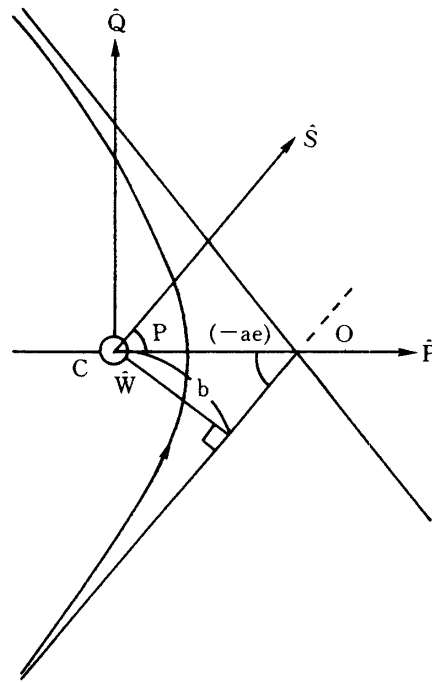
図3.4 基準面から軌道面への変換

従って \hat{P}, \hat{Q} の各成分は以下の様になる.

$$\left. \begin{aligned} P_x &= \cos \omega \cos \Omega - \sin \omega \cos i \sin \Omega \\ P_y &= \cos \omega \sin \Omega + \sin \omega \cos i \cos \Omega \\ P_z &= \sin \omega \sin i \end{aligned} \right\} \quad (3.7)$$

$$\left. \begin{aligned} Q_x &= -\sin \omega \cos \Omega - \cos \omega \cos i \sin \Omega \\ Q_y &= -\sin \omega \sin \Omega + \cos \omega \cos i \cos \Omega \\ Q_z &= \cos \omega \sin i \end{aligned} \right\} \quad (3.8)$$

- ② 到着漸近線の方角ベクトル \hat{S} と \hat{P}, \hat{Q} で表わす.

図 3.5 \hat{P} と \hat{S} のなす角

(i) 到着漸近線方向 \hat{S} と \hat{P} のなす角を ρ とするとき, $\cos \rho$, $\sin \rho$ を求める.

・角運動量ベクトルを \vec{h} とおく

$$\vec{h} = \mathbf{r} \times \mathbf{V}, \quad h = |\mathbf{h}|$$

・semilatus rectum を p , s/c が軌道面上で \hat{P} となす角(真近点離角)を ν とすると

$$r = \frac{p}{1 + e \cos \nu}$$

r は $\nu = 0$, $\nu = \pi$ の場合にそれぞれ最小値 r_{\min} と最大値 r_{\max} をとり, r_{\min} と r_{\max} の和は軌道長半径 a の 2 倍となるから

$$r_{\min} + r_{\max} = 2a$$

$$\begin{aligned} &= \frac{p}{1 + e \cos 0} + \frac{p}{1 + e \cos \pi} \\ &= \frac{2p}{1 - e^2} \end{aligned}$$

$$\therefore p = a(1 - e^2) \quad (3.9)$$

・無限遠点での速さを V_{∞} とする. 一般に

$$p = \frac{h^2}{\mu} \quad (3.10)$$

また, Vis-Viva 積分

$$v^2 = \frac{2\mu}{r} - \frac{\mu}{a}$$

において, $r \rightarrow \infty$ とすると $v \rightarrow V_{\infty}$ となるので

$$V_{\infty}^2 = -\frac{\mu}{a} \quad (3.11)$$

また，角運動量保存則よりインパクトパラメタの大きさを b とすると

$$V_{\infty} \cdot b = h$$

これと (3.5) より

$$V_{\infty}^2 \cdot b^2 = h^2 = \mu p \quad (3.12)$$

(3.11), (3.12) より

$$\begin{aligned} -\frac{\mu}{a} b^2 &= \mu p \\ b &= \sqrt{-ap} \end{aligned} \quad (3.13)$$

(3.9), (3.13) より

$$b = -a\sqrt{e^2 - 1} \quad (3.14)$$

図 3.5 および (3.14) より

$$\left. \begin{aligned} \sin \rho &= \frac{b}{-ae} = \frac{\sqrt{-a-(1-e^2)}}{ae} = \frac{\sqrt{e^2-1}}{e} \\ \cos \rho &= \sqrt{1 - \sin^2 \rho} = \frac{1}{e} \end{aligned} \right\} \quad (3.15)$$

(ii) \hat{S} を $\cos \rho$, $\sin \rho$ を用いて表わす

$$\begin{aligned} \hat{S} &= \cos \rho \cdot \hat{P} + \sin \rho \cdot \hat{Q} \\ &= \frac{1}{e} \hat{P} + \frac{\sqrt{e^2-1}}{e} \hat{Q} \end{aligned} \quad (3.16)$$

\hat{S} の経度 Q_s , 緯度 ϕ_s は \hat{S} の各要素を用いて

$$\left. \begin{aligned} \theta_s &= \tan^{-1} \left(\frac{S_y}{S_x} \right) \\ \phi_s &= \sin^{-1} S_z \end{aligned} \right\} \quad (3.17)$$

と表わされる.

ケプラリアン要素で表わすと

$$\begin{aligned} \hat{S} &= \frac{1}{e} \begin{pmatrix} \cos \omega \cos \Omega - \sin \omega \cos i \sin \Omega \\ \cos \omega \sin \Omega + \sin \omega \cos i \cos \Omega \\ \sin \omega \sin i \end{pmatrix} \\ &\quad + \frac{\sqrt{e^2-1}}{e} \begin{pmatrix} -\sin \omega \cos \Omega - \cos \omega \cos i \sin \Omega \\ -\sin \omega \sin \Omega + \cos \omega \cos i \cos \Omega \\ \cos \omega \sin i \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (3.19)$$

$$\theta_s = \tan^{-1} \left\{ \frac{\frac{1}{e} (\cos \omega \sin \Omega + \sin \omega \cos i \cos \Omega) + \frac{\sqrt{e^2-1}}{e} (-\sin \omega \sin \Omega + \cos \omega \cos i \cos \Omega)}{\frac{1}{e} (\cos \omega \cos \Omega - \sin \omega \cos i \sin \Omega) + \frac{\sqrt{e^2-1}}{e} (-\sin \omega \cos \Omega + \cos \omega \sin i)} \right\} \quad (3.19)$$

- ③ 基準面とインパクト面の交わる方向の単位ベクトル \hat{T} とインパクト面内で \hat{T} に垂直な方向の単位ベクトル \hat{R} を求め、そこから $B \cdot \hat{T}$, $B \cdot \hat{R}$ を求める。

基準面に垂直な単位ベクトルを \hat{Z} とすると

$$\hat{Z} = (0, 0, 1)$$

$$\therefore \hat{T} = \frac{\mathbf{S} \times \hat{Z}}{|\mathbf{S} \times \hat{Z}|} = \frac{1}{(S_x^2 + S_y^2)^{\frac{1}{2}}} \cdot (S_y, -S_x, 0) \quad (3.20)$$

$$\hat{R} = \hat{S} \times \hat{T}$$

$$= \frac{1}{(S_x^2 + S_y^2)^{\frac{1}{2}} (S_x^2 + S_y^2 + S_z^2)^{\frac{1}{2}}} (S_z S_x, S_z S_y, -(S_x^2 + S_y^2)) \quad (3.21)$$

一方図より

$$\begin{aligned} \hat{B} &= \sin \rho \cdot \hat{P} - \cos \rho \cdot \hat{Q} \\ &= \frac{\sqrt{e^2-1}}{e} \hat{P} - \frac{1}{e} \hat{Q} \end{aligned} \quad (3.22)$$

(3.14), (3.20), (3.22) より

$$\begin{aligned} B \cdot \hat{T} &= b \hat{B} \cdot \hat{T} \\ &= (-a) \sqrt{e^2-1} \left(\frac{\sqrt{e^2-1}}{e} \hat{P} - \frac{1}{e} \hat{Q} \right) \cdot \hat{T} \end{aligned} \quad (3.23)$$

$$\begin{aligned} B \cdot \hat{R} &= b \hat{B} \cdot \hat{R} \\ &= (-a) \sqrt{e^2-1} \left(\frac{\sqrt{e^2-1}}{e} \hat{P} - \frac{1}{e} \hat{Q} \right) \cdot \hat{R} \end{aligned} \quad (3.24)$$

\hat{T} と B のなす角が θ だから

$$\begin{aligned} \tan \theta &= \frac{B \cdot \hat{R}}{B \cdot \hat{T}} \\ &= \frac{(-a) \sqrt{e^2-1} \left(\frac{\sqrt{e^2-1}}{e} \hat{P} - \frac{1}{e} \hat{Q} \right) \cdot \hat{R}}{(-a) \sqrt{e^2-1} \left(\frac{\sqrt{e^2-1}}{e} \hat{P} - \frac{1}{e} \hat{Q} \right) \cdot \hat{T}} \end{aligned}$$

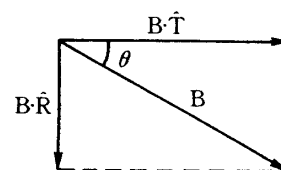


図 3.6 $B \cdot \hat{T}$ と $B \cdot \hat{R}$ の関係

$$\theta = \tan^{-1} \left\{ \frac{\left(\frac{\sqrt{e^2-1}}{e} \hat{P} - \frac{1}{e} \hat{Q} \right) \cdot \hat{R}}{\left(\frac{\sqrt{e^2-1}}{e} \hat{P} - \frac{1}{e} \hat{Q} \right) \cdot \hat{T}} \right\} \quad (3.25)$$

- ④ V_∞ を求める

Vis-Viva 積分

$$v^2 = \frac{2\mu}{r} - \frac{\mu}{a}$$

において、 $r \rightarrow \infty$ とすると、 $v \rightarrow V_\infty$ なので

$$V_\infty^2 = -\frac{\mu}{a}$$

$$V_{\infty} = \sqrt{-\frac{\mu}{a}} \quad (a < 0) \quad (3.26)$$

⑤ $(t_{CA}-t)$ を求める.

最接近通過時刻 t_{CA} , s/c の飛んでいる現時刻 t とし, 近点通過後の経過時間 Δt , 平均近点離角 M 中心天体の動定数 μ とすると

$$\Delta t = t - t_{CA}$$

$$M = n \cdot \Delta t = \sqrt{\frac{\mu}{|a|^3}} \cdot \Delta t$$

より

$$t_{CA} - t = -\Delta t$$

$$= -M \sqrt{\frac{|a|^3}{\mu}} \quad (3.27)$$

(b) 到着漸近座標からケプリアンへの変換

$$(b, \theta, \theta_s, \phi_s, V_{\infty}, t_{CA} - \tau) \rightarrow (a, e, i, \Omega, \omega, M)$$

① $\hat{S}, \hat{T}, \hat{R}$ を求める.

$$\theta_s = \tan^{-1} \left(\frac{S_y}{S_x} \right)$$

$$\phi_s = \sin^{-1} S_z$$

より

$$\frac{S_y}{S_x} = \tan \theta_s \quad (3.28)$$

$$S_z = \sin \phi_s \quad (3.29)$$

また

$$S_x^2 + S_y^2 + S_z^2 = 1 \quad (3.30)$$

(3.28), (3.29), (3.30) より

$$\left. \begin{aligned} S_x &= \cos \phi_s \cos \theta_s \\ S_y &= \cos \phi_s \sin \theta_s \\ S_z &= \sin \phi_s \end{aligned} \right\} \quad (3.31)$$

したがって \hat{S} は θ_s, ϕ_s で表わされるので以下の式では \hat{S} を用いる.

・インパクト面の定義より $\hat{Z} = (0, 0, 1)$ とすると

$$\left. \begin{aligned} \hat{T} &= \frac{\hat{S} \times \hat{Z}}{|\hat{S} \times \hat{Z}|} \end{aligned} \right\} \quad (3.32)$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{\sqrt{S_x^2 + S_y^2}} (S_y, -S_x, 0) \\
\hat{\mathbf{R}} &= \hat{\mathbf{S}} \times \hat{\mathbf{T}} \\
&= \frac{1}{\sqrt{S_x^2 + S_y^2} \sqrt{S_x^2 + S_y^2 + S_z^2}} (S_z S_x, S_z S_y, -(S_x^2 + S_y^2)) \quad \left. \vphantom{\frac{1}{\sqrt{S_x^2 + S_y^2} \sqrt{S_x^2 + S_y^2 + S_z^2}}} \right\} \quad (3.33)
\end{aligned}$$

② a, e を求める.

$$V_\infty^2 = -\frac{\mu}{a}$$

より

$$a = -\frac{\mu}{V_\infty^2} \quad (3.34)$$

(3.14) より

$$b = -a\sqrt{e^2 - 1} \quad (3.35)$$

(3.34), (3.35) より

$$\begin{aligned}
e &= \sqrt{1 + \left(-\frac{b}{a}\right)^2} \\
&= \sqrt{1 + \left(-\frac{bV_\infty^2}{\mu}\right)^2} \quad (3.36)
\end{aligned}$$

③ i, Ω を求める

$$\begin{aligned}
\hat{\mathbf{B}} &= \frac{1}{b} \{ (\mathbf{B} \cdot \hat{\mathbf{T}}) \hat{\mathbf{T}} + (\mathbf{B} \cdot \hat{\mathbf{R}}) \hat{\mathbf{R}} \} \\
&= \frac{1}{b} \{ (b \cos \theta) \hat{\mathbf{T}} + (b \sin \theta) \hat{\mathbf{R}} \} \\
\hat{\mathbf{W}} &= \hat{\mathbf{B}} \times \hat{\mathbf{S}}
\end{aligned}$$

とおくと

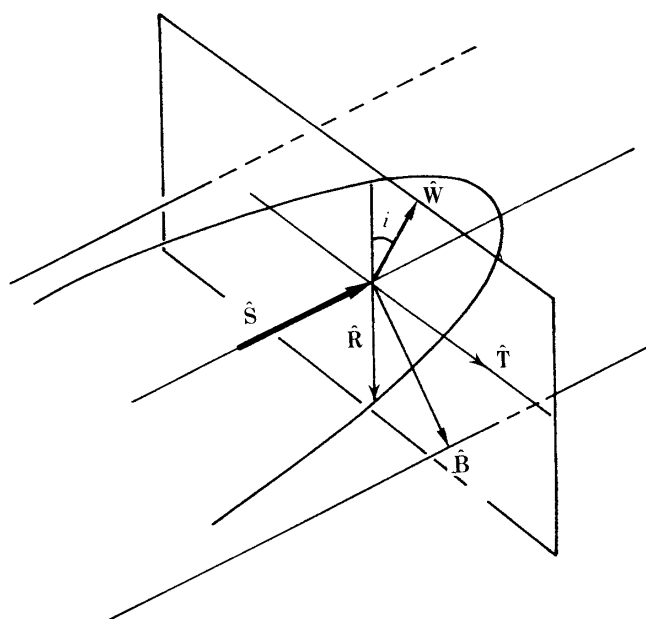
$$i = \cos^{-1}(W_z) \quad (0^\circ \leq i \leq 180^\circ) \quad (3.37)$$

$i \neq 0^\circ$ すなわち $W_z \neq 1$ のとき,

$$\begin{aligned}
N_y &= -\frac{W_x}{\sqrt{W_x^2 + W_y^2}} \\
N_x &= -\frac{W_y}{\sqrt{W_x^2 + W_y^2}}
\end{aligned}$$

とおくと

$$\Omega = \tan^{-1} \left(\frac{N_y}{N_x} \right) \quad (0^\circ \leq \Omega \leq 360^\circ) \quad (3.38)$$

図3.7 \hat{B} , \hat{S} , \hat{B} , \hat{W} の関係

- ・ $i = 0^\circ$ すなわち $W_z = 1$ のとき

\hat{S} , \hat{B} , \hat{P} , \hat{Q} は基準面上にあり

$$\bar{\omega} = \omega + \Omega$$

とおくと, ω , Ω は一意的に決まらないため,

$$\Omega = \bar{\omega}, \omega = 0 \text{ とする.} \quad (3.39)$$

- ④ ω を求める

図3.5より

$$\hat{P} = \hat{S} \cos \rho + \hat{B} \sin \rho$$

$$\hat{Q} = \hat{S} \sin \rho - \hat{B} \cos \rho$$

ここで, $\cos \rho$, $\sin \rho$ は(3.15)により表わされる.

- ・ $i \neq 0^\circ$ のとき

$P_z \neq 0$, $Q_z \neq 0$ より

$$\omega = \tan^{-1} \left(\frac{P_z}{Q_z} \right) \quad (0^\circ \leq \omega \leq 360^\circ) \quad (3.40)$$

- ・ $i = 0^\circ$ のとき

$P_x = \cos \bar{\omega}$, $P_y = \sin \bar{\omega}$ より

$$\left. \begin{aligned} \bar{\omega} &= \tan^{-1} \left(\frac{P_z}{Q_z} \right) \quad (0^\circ \leq \bar{\omega} \leq 360^\circ) \\ \bar{\omega} &= \Omega + \omega \end{aligned} \right\} \quad (3.41)$$

という条件があるので, $\Omega = \omega$, $\omega = 0^\circ$ とする.

⑤ M を求める.

$$n = \sqrt{\frac{\mu}{(-a)^3}}$$

$$M = n(t - t_{CA})$$

より

$$M = -\sqrt{\frac{\mu}{(-a)^3}} (t_{CA} - t) \quad (3.42)$$

(3) カルテシアンと到着漸近座標の関係

(a) カルテシアンから到着漸近座標への変換

$$(x, y, z, v_x, v_y, v_z) \rightarrow (b, \theta, \theta_s, \phi_s, V_\infty, t_{CA} - t)$$

① 基準面から軌道面への変換を行なう.

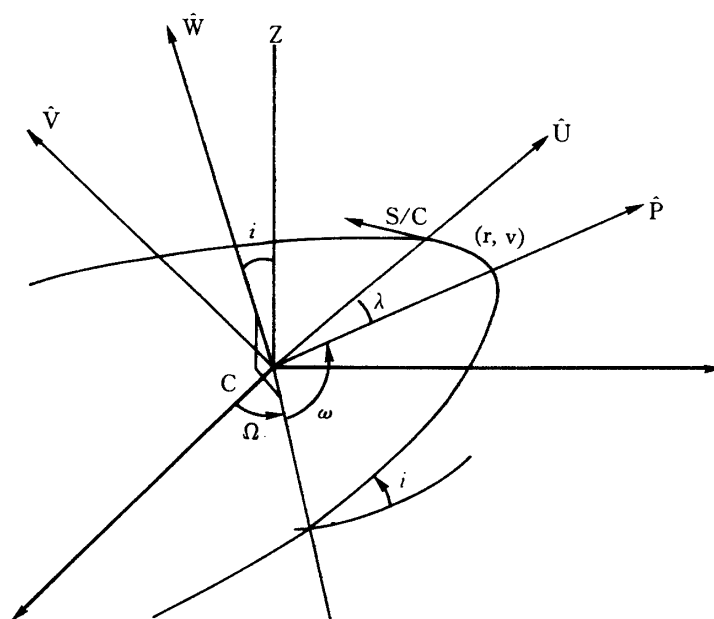


図 3.8 基準面から軌道面への変換

- ・ 位置ベクトル \mathbf{r} , $r = |\mathbf{r}|$
- 速度ベクトル \mathbf{v} , $v = |\mathbf{v}|$
- 角運動量ベクトル $\vec{\mathbf{h}}$,
- $|\vec{\mathbf{h}}| = h$
- とすると
- $\vec{\mathbf{h}} = \mathbf{r} \times \mathbf{v}$

以下の式では、 a, e は \mathbf{r}, \mathbf{v} の関数として表わされるので、以下の式では a, e を式中で用いる。

- ・図 2.2-36 のように、S/C が位置 \mathbf{r} を速度 \mathbf{v} で飛行している場合を考える。軌道面の単位方向ベクトルを $(\hat{\mathbf{P}}, \hat{\mathbf{Q}}, \hat{\mathbf{W}})$ とし、 \mathbf{r} の方向ベクトルと $\hat{\mathbf{P}}$ のなす角を ν とすると、 $\hat{\mathbf{U}}, \hat{\mathbf{V}}$ を角度 $-\nu$ 回転したものが $\hat{\mathbf{P}}, \hat{\mathbf{Q}}$ となるので

$$\begin{pmatrix} \hat{\mathbf{P}} \\ \hat{\mathbf{Q}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(-\nu) & \sin(-\nu) \\ -\sin(-\nu) & \cos(-\nu) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{U}} \\ \hat{\mathbf{V}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{U}}\cos\nu - \hat{\mathbf{V}}\sin\nu \\ \hat{\mathbf{U}}\sin\nu + \hat{\mathbf{V}}\cos\nu \end{pmatrix} \quad (3.49)$$

ここで

$$\mathbf{r} = \frac{p}{1 + e \cos \nu}, \quad p = \frac{h^2}{\mu}, \quad \sin \nu = -(\cos \nu)', \quad h = \dot{\nu} \nu^2$$

より

$$\left. \begin{aligned} \cos \nu &= \frac{p-r}{er} \\ \sin \nu &= \frac{(\hat{\mathbf{U}} \cdot \mathbf{V})h}{e\mu} \end{aligned} \right\} \quad (3.50)$$

以上より $\hat{\mathbf{P}}, \hat{\mathbf{Q}}$ が \mathbf{r}, \mathbf{V} により表わされた。したがって $\hat{\mathbf{P}}, \hat{\mathbf{Q}}$ から $\hat{\mathbf{S}}, \mathbf{B} \cdot \hat{\mathbf{T}}, \mathbf{B} \cdot \hat{\mathbf{R}}$ が表わされれば、 (\mathbf{r}, \mathbf{v}) で $\hat{\mathbf{S}}, \mathbf{B} \cdot \hat{\mathbf{T}}, \mathbf{B} \cdot \hat{\mathbf{R}}$ が表わされたことになる。

- ② $\hat{\mathbf{S}}, |\mathbf{B}| = B, \theta$ を $\hat{\mathbf{P}}, \hat{\mathbf{Q}}$ で表わす。
ケプラーリアン → 到着漸近座標の場合と同様

- ③ V_∞ を求める
ケプラーリアン → 到着漸近座標の場合と同様

$$V_\infty = \sqrt{-\frac{\mu}{a}} \quad (3.51)$$

ただし $a < 0$, a は \mathbf{r}, \mathbf{v} の関数として表わされる。

- ④ $(t_{CA} - t)$ を求める
ケプラーリアン → 到着漸近座標の場合と同様

$$\begin{aligned} t_{CA} - t &= -\Delta t \\ &= -\frac{M}{n} \\ &= -M \sqrt{\frac{(-a)^3}{\mu}} \end{aligned} \quad (3.52)$$

- (b) 到着漸近座標からカルテジアンへの変換

$$(b, \theta, \phi_s, V_\infty, t_{CA} - t) \rightarrow (x, y, z, V_x, V_y, V_z)$$

(2).(b)の方法で到着漸近座標からケプラーリアンへの変換を求め、更にケプラーリアンをカルテジアンに変換する。

3.2.3 地球固定座標系

(1) 地球固定座標系と擬地球固定座標系

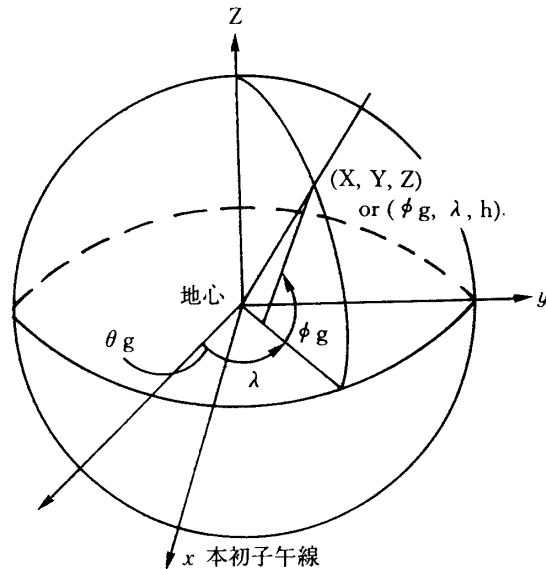


図3.10 地球固定座標系

地球固定座標系には擬地球固定座標系と、いわゆる、地球固定座標系がある。後者は極運動の効果を考慮に入れている。基準面(x-y平面)と基準方向(x軸とz軸)のとり方を以下に示す。

名 称	基 準 面	Z 軸方向	x 軸方向
擬地球固定座標系	現時刻における真の赤道面	現時刻における真の地球自転軸	本初子午線と赤道面の交点
地球固定座標系	1903.0年における平均の赤道面	1903.0年における平均の地球自転軸	同 上

地球固定座標系は、主として局位置を表示するのに用いられる。

表示方法としては

- ① カルテジアンによる表示；(X,Y,Z)
- ② 測地座標系による表示；(ϕ_g, λ, h)

が一般的である。

(2) 擬地球固定座標系と地球固定座標系の関係

(a) 極運動

地球を概ね回転楕円体と見做すと、慣性主軸の方向は、楕円体の回転軸方向と赤道方向

(2 本)となる。回転軸方向の主慣性モーメントの大きさは赤道方向のそれとわずかながら異なるため、地球には自由章動が生ずる。すなわち、地球自転軸のまわりを橢円体の回転軸がある周期をもって回る。地上にいる者にとっては、これは逆に、地球自転軸が回転軸のまわりを回るように見える。したがって、ある時刻における自転軸で定義された極は任意の時刻における自転軸で定義された極と一致しない。これは極運動と呼ばれる。

時刻 t における自転軸と地表面との交点を時刻 t における真の極とする。地表面での真の極の軌跡はほぼ規則的な成分と、不規則な成分を持っていて予測できない成分から成る。この不規則成分は地球が完全な剛体でないこと等のために生ずる。なお、真の極は、慣用国際極原点と呼ばれる地点から、半径約 10km の領域内を運動していることが知られている。

慣用国際極原点を基準極 P_A とする。一般には P_A は 1903.0 年の平均極がとられる。更に、1903.0 年平均赤道面と本初子午線の交点方向及び 1903.0 年平均地球自転軸をそれぞれ x 軸、 z 軸として、地球固定座標系が構成される。

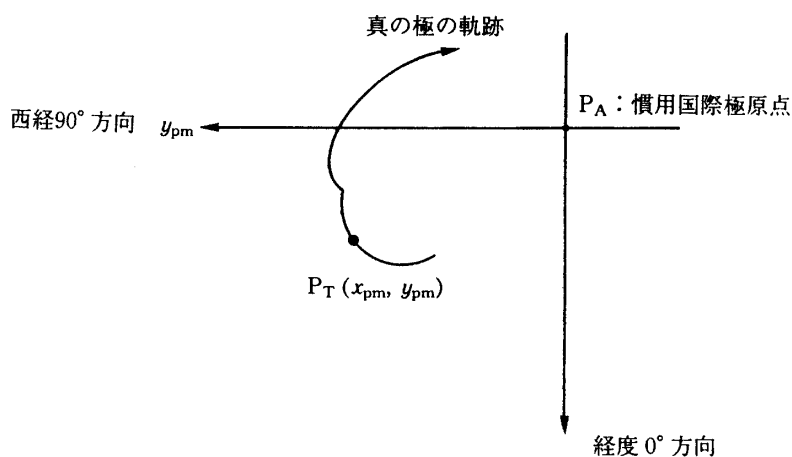


図 3.11 極運動

北極において、 R_A を原点とした左手系の平面直交座標を考える。すなわち、 x_{pm} 軸方向を本初子午線に沿って取り、 y_{pm} 軸を西経 90° の子午線に沿って取る。時刻 t における真の極 P_T の座標を (x_{pm}, y_{pm}) とすると、この値を用いて擬地球固定座標系と地球固定座標系の変換行列が計算できる。 x_{pm} , y_{pm} の値は、国際報時局 (BIH) から角度秒単位で発表されている。

(b) 地球固定座標系から擬地球固定座標系への変換

地球固定座標系 (X, Y, Z) と擬地球固定座標系 (X', Y', Z') を考える。 (X, Y, Z) 系では Z 軸が基準軸 P_A を通り、 $X-Z$ 平面が Greenwich を通る。

真の極 P_T に対する地球固定座標系、すなわち擬地球固定座標系 (X'', Y'', Z'') への変換は、次のようにして行われる。

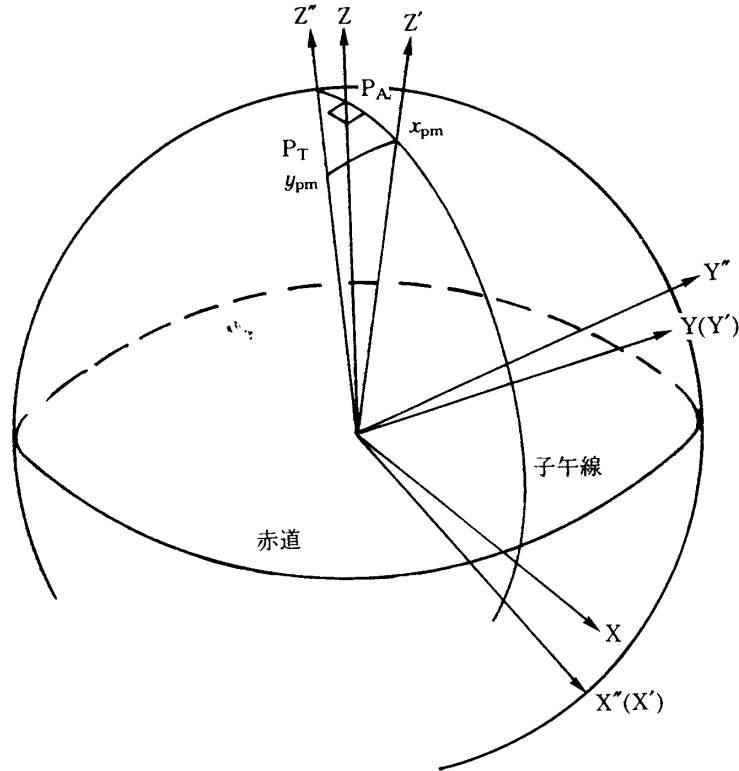


図3.12 地球固定座標系と擬地球固定座標系

1. Y 軸のまわりに x_{pm} (deg, rad) 回転 ; X', Y', Z' 座標系
2. X' 軸のまわりに y_{pm} (deg, rad) 回転 ; X'', Y'', Z'' 座標系

それぞれの座標系での位置ベクトル $\mathbf{r}, \mathbf{r}', \mathbf{r}''$ とすると, 座標系変換行列は, 次のようになる ;

$$\begin{aligned}
 \mathbf{r}' &= \begin{pmatrix} \cos x_{pm} & 0 & -\sin x_{pm} \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin x_{pm} & 0 & \cos x_{pm} \end{pmatrix} \mathbf{r} \\
 \mathbf{r}'' &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos x_{pm} & \sin y_{pm} \\ 0 & -\sin x_{pm} & \cos x_{pm} \end{pmatrix} \mathbf{r}' \\
 \mathbf{r}'' &= \begin{pmatrix} \cos x_{pm} & 0 & -\sin x_{pm} \\ \sin x_{pm} \sin y_{pm} & \cos y_{pm} & \cos x_{pm} \sin y_{pm} \\ \sin x_{pm} \cos y_{pm} & -\sin y_{pm} & \cos x_{pm} \cos y_{pm} \end{pmatrix} \mathbf{r} \\
 &= \mathbf{B}(t) \mathbf{r}
 \end{aligned} \tag{3.53}$$

- λ ; 基準極 P_A に準拠した球座標で測った経度(東経)
 ϕ ; 基準極 P_A に準拠した球座標で測った緯度(北緯)
 λ_T ; 真の極 P_T に準拠した球座標で測った経度(東経)
 ϕ_T ; 真の極 P_T に準拠した球座標で測った緯度(北緯)

と定義する. 極運動の大きさを示すパラメタ x_{pm} , y_{pm} (rad) と経度, 緯度の関係式は以下のよう求められる. 図 4.9 のように単位球面上で 2 つの三角形 $\triangle P_AQS$, $\triangle P_TQS$ を考えると,

$$\begin{aligned}
 P_AQ \text{ の角距離} & ; x_{pm} \\
 P_AS \text{ の角距離} & ; \frac{\pi}{2} - \phi \\
 QP_AS \text{ の角距離} & ; \lambda \\
 P_TQ \text{ の角距離} & ; y_{pm} \\
 P_TS \text{ の角距離} & ; \frac{\pi}{2} - \phi_T \\
 QP_TS \text{ の角距離} & ; \frac{\pi}{2} - \lambda_T
 \end{aligned}$$

球面三角法の公式を使用して,

$$\begin{aligned}
 \cos(\text{QS の角距離}) &= \cos \Theta \\
 &= \cos x_{pm} \cos \left(\frac{\pi}{2} - \phi \right) + \sin x_{pm} \sin \left(\frac{\pi}{2} - \phi \right) \cos \lambda \\
 &= \cos y_{pm} \cos \left(\frac{\pi}{2} - \phi_T \right) + \sin y_{pm} \sin \left(\frac{\pi}{2} - \phi_T \right) \cos \lambda_T \quad \left(\because \angle QP_TS = \frac{\pi}{2} - \angle XP_TS \right) \\
 \therefore \cos x_{pm} \sin \phi + \sin x_{pm} \cos \phi \cos \lambda & \\
 &= \cos y_{pm} \sin \phi_T + \sin y_{pm} \cos \phi_T \sin \lambda_T \quad (3.56)
 \end{aligned}$$

$\phi_T = \phi + \Delta \phi$, $\lambda_T = \lambda + \Delta \lambda$ ($|\Delta \phi| \ll 1$, $|\Delta \lambda| \ll 1$) を代入して, 2 次以上の微小量を見捨てる. また $|x_{pm}| \ll 1$, $|y_{pm}| \ll 1$ を考慮すると,

$$\begin{aligned}
 &\sin \phi_T + x_{pm} \cos \phi_T \cos \lambda_T \\
 &= \sin(\phi + \Delta \phi) + y_{pm} \cos(\phi + \Delta \phi) \sin(\lambda + \Delta \lambda) \\
 \therefore \Delta \phi &= \phi_T - \phi = x_{pm} \cos \lambda - y_{pm} \sin \lambda \quad (3.57)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \cos(\text{XS の角距離}) &= \cos \Lambda \\
 &= \cos \frac{\pi}{2} \cos \left(\frac{\pi}{2} - \phi \right) + \sin \frac{\pi}{2} \sin \left(\frac{\pi}{2} - \phi \right) \cos \lambda \\
 &= \cos \left(\frac{\pi}{2} - x_{pm} \right) \cos \left(\frac{\pi}{2} - \phi_T \right) + \sin \left(\frac{\pi}{2} - x_{pm} \right) \sin \left(\frac{\pi}{2} - \phi_T \right) \cos \lambda_T
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\therefore \cos \phi \cos \lambda &= \sin x_{pm} \sin \phi_T + \cos x_{pm} \cos \phi_T \cos \lambda_T \\
&= x_{pm} \sin(\phi + \Delta \phi) + \cos(\phi + \Delta \phi) \cos(\lambda + \Delta \lambda) \\
&= x_{pm} (\sin \phi \cos \Delta \phi + \cos \phi \sin \Delta \phi) \\
&\quad + \{ \cos \phi \cos \Delta \phi - \sin \phi \sin \Delta \phi \} \{ \cos \lambda \cos \Delta \lambda - \sin \lambda \sin \Delta \lambda \} \\
&= x_{pm} (\cos \phi + \Delta \phi \cos \phi) \\
&\quad + \{ \cos \phi \cos \lambda - \Delta \phi \sin \phi \cos \lambda - \Delta \lambda \cos \phi \sin \lambda \}
\end{aligned} \tag{3.58}$$

を代入して

$$\Delta \lambda = \lambda_T - \lambda = \tan \phi (x_{pm} \sin \lambda + y_{pm} \cos \lambda) \tag{3.59}$$

球座標での経度，緯度のずれ $\Delta \lambda$ ， $\Delta \phi$ は，1 次の近似では，測地座標系での経度及び測地緯度のずれと等しい。

(3.57)(3.59)を時間微分して

$$\left. \begin{aligned}
\Delta \dot{\phi} &= \dot{\phi}_T = \dot{x}_{pm} \cos \lambda - \dot{y}_{pm} \sin \lambda \\
\Delta \dot{\lambda} &= \dot{\lambda} = \tan \phi (\dot{x}_{pm} \sin \lambda + \dot{y}_{pm} \cos \lambda)
\end{aligned} \right\} \tag{3.60}$$

(3) 地球赤道座標系と地球固定座標系との関係

(a) true of date 地球赤道座標系と擬地球固定座標系との関係

true of date 地球赤道座標系 (x_T, y_T, z_T) と擬地球固定座標系 (X', Y', Z') との間の変換は， Z_T 軸 (Z 軸) のまわりの回転であり，その回転角は真のグリニッジ恒星時 e_g である。

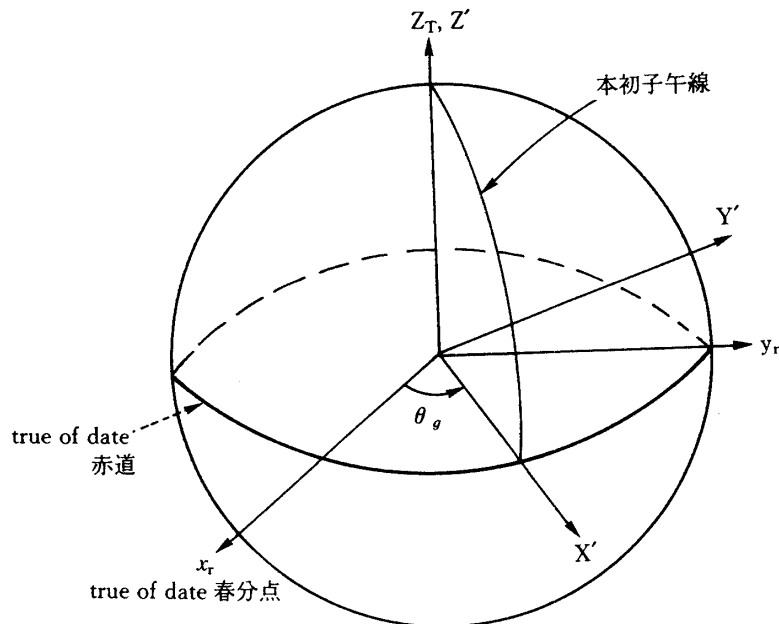


図 3.14 Greenwich 恒星時

その回転行列は

$$B_1(e_g) = \begin{bmatrix} \cos \theta_g & \sin \theta_g & 0 \\ -\sin \theta_g & \cos \theta_g & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.61)$$

となる．ここで真の Greenwich 恒星時 θ_g は次式で計算される．

$$\begin{aligned} \theta_g = & 100^\circ.0755425 + 360^\circ.9856473460(T - 33282) \\ & + 0^\circ.29015 \times 10^{-12}(T - 33282)^2 \\ & + \delta\psi \cos \epsilon_T \end{aligned} \quad (3.62)$$

where T ; MJD(UT1)
 $\delta\psi$; 黄経の章動
 ϵ_T ; 真の黄道傾角

3.3 運動方程式

S/C の受ける加速度として，以下の9つのモデルを考慮する．

表3.4 考慮加速度項

NO	記号	説明
1	$\ddot{\mathbf{r}}_p$	惑星・月・太陽を質点としたニュートン力による加速度
2	$\ddot{\mathbf{r}}_{EOBL}$	地球重力の非球対称成分による加速度
3	$\ddot{\mathbf{r}}_{MOBL}$	月重力の非球対称成分による加速度
4	$\ddot{\mathbf{r}}_{SRP}$	太陽輻射圧による加速度
5	$\ddot{\mathbf{r}}_{SF}$	ガス・リーク等微小力による加速度
6	$\ddot{\mathbf{r}}_{GR}$	一般相対論効果による加速度
7	$\ddot{\mathbf{r}}_{ADG}$	地球大気抵抗による加速度
8	$\ddot{\mathbf{r}}_{IMNV}$	瞬時マヌーバによる加速度
9	$\ddot{\mathbf{r}}_{FMB}$	連続的なモータ噴射による加速度

上記の記号を用いて加速度を表すと，運動方程式は次式で与えられる．

$$\ddot{\mathbf{r}} = \ddot{\mathbf{r}}_p + \ddot{\mathbf{r}}_{EOBL} + \ddot{\mathbf{r}}_{MOBL} + \ddot{\mathbf{r}}_{SRP} + \ddot{\mathbf{r}}_{SF} + \ddot{\mathbf{r}}_{GR} + \ddot{\mathbf{r}}_{ADG} + \ddot{\mathbf{r}}_{IMNV} + \ddot{\mathbf{r}}_{FMB} \quad (3.63)$$

上式は，時間を独立変数とする2階の常微分方程式であり，初期値問題として数値的に解かれる．具体的な解法については宇宙科学研究所報告第42号[I]を参照されたい．

以下に，月重力の非球対称成分による加速度項のモデルについて説明する．

3.3.1 月重力の非球対称成分による加速度

基準座標系で記述された S/C の位置 \mathbf{r} (中心天体を座標の原点) を，天体に固定された座標系 (天体の赤道を基準面，天体の本初子午線を基準方向) で記述される S/C の位置 \mathbf{r}_b に変

換する．この変換行列を T と記すと，

$$\mathbf{r}_b = T \cdot \mathbf{r} \quad (3.64)$$

\mathbf{r}_b で計算された加速度 $\ddot{\mathbf{r}}_b$ は，基準系の加速度 \mathbf{r} に逆変換する．

$$\ddot{\mathbf{r}} = T^{-1} \cdot \ddot{\mathbf{r}}_b \quad (3.65)$$

以下の説明では，すべて天体固定座標系で考える．

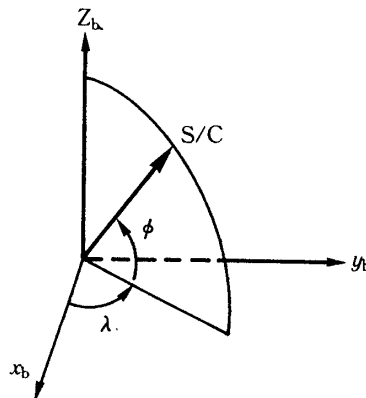


図 3.15 天体固定座標系

重力天体のつくる重力場は，次のポアソンの方程式を満たすスカラー・ポテンシャル Ψ から導かれる．

$$\nabla^2 \Psi(r, \phi, \lambda) = -\rho(r, \phi, \lambda) \quad (3.66)$$

r, ϕ, λ は図 3-1 に示値．

ρ は， (r, ϕ, λ) の点での質量分布密度

S/C が天体の外側に位置していれば， $\rho(r, \phi, \lambda) = 0$ であるから，(3.66) は，次のラプラスの方程式となる．

$$\nabla^2 \Psi(r, \phi, \lambda) = 0 \quad (3.67)$$

(3.67) の解は，変数分離法によって解くと，次式となる．

$$\Psi(r, \phi, \lambda) = \sum_{n=0}^{\infty} r^{-(n+1)} \sum_{m=0}^n Y_n^m(\phi, \lambda) \quad (3.68)$$

ここで， $Y_n^m(\phi, \lambda)$ は n 次の球面調和関数である．

$$Y_n^m(\phi, \lambda) = [A_{nm} \cos(m\lambda) + B_{nm} \sin(m\lambda)] P_n^m(\sin \phi) \quad (3.69)$$

$P_n^m(\sin \phi)$ は，ルジャンドル陪関数である．(P_n^m と略記する)

r を天体の赤道半径で規格化し， $n = 0$ のとき質点による中心力となる条件から，(3.68) は次式となる．

$$\Psi(r, \phi, \lambda) = \frac{\mu}{r} \left[1 + \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{a_p}{r} \right)^n P_n^m (C_{nm} \cos m\lambda + S_{nm} \sin m\lambda) \right] \quad (3.70)$$

ここで, $\mu = GM_c$ (M_c は中心天体の質量) である.

座標中心を天体重心とすると, $n = 1$ の項はゼロになる. $m = 0$ の項は Zonal 項と呼ばれ, 次のように定義する.

$$J_n = -C_{n,0} \quad (3.71)$$

(3.70) は,

$$\begin{aligned} \Psi(r, \phi, \lambda) = & \frac{\mu}{r} - \frac{\mu}{r} \sum_{n=2}^{\infty} J_n \left(\frac{a_p}{r} \right)^n P_n \\ & + \frac{\mu}{r} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{a_p}{r} \right)^n P_n^m (C_{nm} \cos m\lambda + S_{nm} \sin m\lambda) \end{aligned} \quad (3.72)$$

上式の第2項, 第3項を, $U(J)$, $U(C, S)$ と記し, $U(J, C, S)$ を次のように定義する.

$$U(J) = -\frac{\mu}{r} \sum_{n=2}^{\infty} J_n \left(\frac{a_p}{r} \right)^n P_n \quad (3.73)$$

$$U(C, S) = \frac{\mu}{r} \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=1}^n \left(\frac{a_p}{r} \right)^n P_n^m (C_{nm} \cos m\lambda + S_{nm} \sin m\lambda) \quad (3.74)$$

$$U(J, C, S) = U(J) + U(C, S) \quad (3.75)$$

(3.73) を \mathbf{r}_b で偏微分すれば, 非球対称成分による加速度が求まる.

$$\ddot{\mathbf{r}}_b = \left(\frac{\partial U}{\partial \mathbf{r}_b} \right)^T = \frac{\partial U}{\partial r} \left(\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \mathbf{r}_b} \right)^T + \frac{\partial U}{\partial \lambda} \left(\frac{\partial \lambda}{\partial \mathbf{r}_b} \right)^T + \frac{\partial U}{\partial \phi} \left(\frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{r}_b} \right)^T \quad (3.76)$$

ここで, $\ddot{\mathbf{r}}_b = (\ddot{x}_b, \ddot{y}_b, \ddot{z}_b)$ と記し,

また,

$$\left(\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \mathbf{r}_b} \right)^T = \frac{\mathbf{r}_b}{r} \quad (3.77)$$

$$\left(\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \mathbf{r}_b} \right)^T = \frac{1}{(x_b^2 + y_b^2)} \left[x_b \left(\frac{\partial y_b}{\partial \mathbf{r}_b} \right)^T - y_b \left(\frac{\partial x_b}{\partial \mathbf{r}_b} \right)^T \right] \quad (3.78)$$

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{r}_b} \right)^T = \frac{1}{(x_b^2 + y_b^2)^{1/2}} \left[-\frac{z_b \mathbf{r}_b}{r^2} + \left(\frac{\partial z_b}{\partial \mathbf{r}_b} \right)^T \right] \quad (3.79)$$

$$\left(\frac{\partial x_b}{\partial \mathbf{r}_b} \right)^T = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \left(\frac{\partial y_b}{\partial \mathbf{r}_b} \right)^T = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \left(\frac{\partial z_b}{\partial \mathbf{r}_b} \right)^T = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.80)$$

を代入すると, 次式を得る.

$$\ddot{x}_b = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial r} - \frac{z_b}{r^2 \sqrt{x_b^2 + y_b^2}} \frac{\partial U}{\partial \phi} \right) x_b - \left(\frac{1}{x_b^2 + y_b^2} \frac{\partial U}{\partial \lambda} \right) y_b \quad (3.81)$$

$$\ddot{y}_b = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial r} - \frac{z_b}{r^2 \sqrt{x_b^2 + y_b^2}} \frac{\partial U}{\partial \phi} \right) y_b - \left(\frac{1}{x_b^2 + y_b^2} \frac{\partial U}{\partial \lambda} \right) x_b \quad (3.82)$$

$$\ddot{z}_b = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial r} \right) z_b + \frac{\sqrt{x_b^2 + y_b^2}}{r^2} \cdot \frac{\partial U}{\partial \phi} \quad (3.83)$$

$\ddot{\mathbf{r}}_b = (\ddot{x}_b, \ddot{y}_b, \ddot{z}_b)^T$ は上式から計算される.

次に, (3.23) の $\frac{\partial U}{\partial r}, \frac{\partial U}{\partial \lambda}, \frac{\partial U}{\partial \phi}$ の計算式, 及び P_n^m の計算法を示す.

$U = U(J) + U(C, S)$ である. $U(J)$ については,

$$\frac{\partial U(J)}{\partial r} = \frac{\mu}{r^2} \sum_{n=2}^{\infty} J_n \left(\frac{a_p}{r} \right)^n \cdot (n+1) P_n \quad (3.84)$$

$$\frac{\partial U(J)}{\partial \lambda} = 0 \quad (3.85)$$

$$\frac{\partial U(J)}{\partial \phi} = -\frac{\mu}{r} \sum_{n=2}^{\infty} J_n \left(\frac{a_p}{r} \right)^n \cdot \cos \phi \cdot P_n' \quad (3.86)$$

ここで, $P_n' = dP_n(\sin \phi)/d(\sin \phi)$. $U(C, S)$ については,

$$\frac{\partial U(C, S)}{\partial r} = -\frac{\mu}{r^2} \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=1}^n \left(\frac{a_p}{r} \right)^n (n+1) P_n^m \{ C_{nm} \cos m \lambda + S_{nm} \sin m \lambda \} \quad (3.87)$$

$$\frac{\partial U(C, S)}{\partial \lambda} = -\frac{\mu}{r} \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=1}^n \left(\frac{a_p}{r} \right)^n \cdot P_n^m \cdot m \{ C_{nm} \sin m \lambda + S_{nm} \cos m \lambda \} \quad (3.88)$$

$$\frac{\partial U(C, S)}{\partial \phi} = -\frac{\mu}{r} \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=1}^n \left(\frac{a_p}{r} \right)^n \cdot \cos \phi \cdot P_n^{m'} \{ C_{nm} \cos m \lambda + S_{nm} \sin m \lambda \} \quad (3.89)$$

したがって,

$$\frac{\partial U}{\partial r} = \frac{\partial U(J)}{\partial r} + \frac{\partial U(C, S)}{\partial r} \quad (3.90)$$

$$\frac{\partial U}{\partial \lambda} = \frac{\partial U(J)}{\partial \lambda} + \frac{\partial U(C, S)}{\partial \lambda} \quad (3.91)$$

$$\frac{\partial U}{\partial \phi} = \frac{\partial U(J)}{\partial \phi} + \frac{\partial U(C, S)}{\partial \phi} \quad (3.92)$$

$P_n, P_n', P_n^{m'}$ の計算式は, 次のとおり (' は $\sin \phi$ での微分を示す).

$$P_0 = 1, \quad P_1 = \sin \phi \quad (3.93)$$

$$P_n = \frac{2n-1}{n} \cdot \sin \phi \cdot P_{n-1} - \left(\frac{n-1}{n} \right) \cdot P_{n-2} \quad (3.94)$$

$$P_1' = 1 \quad (3.95)$$

$$P_n' = \sin \phi \cdot P_{n-1}' \quad (3.96)$$

P_n^m については, まず, P_n^m を計算してから P_n^m を求める.

$$\sec \phi P_1^1 = 1 \quad (3.97)$$

$$\sec \phi P_m^m = (2m-1) \cos \phi \cdot (\sec \phi \cdot P_{m-1}^{m-1}) \quad (3.98)$$

$$\sec \phi P_n^m = \left(\frac{2n-1}{n-m} \right) \sin \phi \{ \sec \phi P_{n-1}^m \} - \left(\frac{n+m-1}{n-m} \right) \{ \sec \phi P_{n-2}^m \} \quad (3.99)$$

ここで、 $b > a$ のとき、 $P_a^b = 0$ とする.

$$\cos \phi \cdot P_n^{m'} = -n \sin \phi \{ \sec \phi \cdot P_n^m \} + (n+m) \{ \sec \phi \cdot P_{n-1}^m \} \quad (3.100)$$

3.4 変分方程式

この節では、変分方程式のフォーミュレーションについて説明する.

S/C の加速度 r を推定パラメタ q で偏微分することにより、変分方程式が与えられる. この方程式を数値積分することにより、解 $\delta r / \delta q$, $\delta r / \delta q$ が求まる. これらの解は、各観測量(レンジ, ドップラー, 角度, ONS データ)の推定パラメタ q による偏数分を計算する時に必要となる.

S/C の加速度モデル, 数値積分法および各観測量の推定パラメタ q による偏微分については宇宙科学研究所報告第42号の第3.2節, 3.3節, 3.5節および本論文第3.6.2節を参照されたい. ここでは変分方程式の導出と数値積分, 月動の非球対称成分に対するA行列の計算式を示す.

3.4.1 変分方程式の導出と数値積分

本節の内容については宇宙科学研究所報告第42号の第3.3.1節を参照されたい.

3.4.2 月動の非球対称重力成分に対するA行列の計算

A行列は計算式を、加速度項毎に示す. 考慮される加速度項のうち、S/C の位置 r の関数であるものは、

- ① \ddot{r}_p ; 天体を質点としたニュートン力の加速度項
- ② $\ddot{r}_{E \cdot OBL}$; 地球の非対称成分の加速度項
- ③ $\ddot{r}_{M \cdot OBL}$; 月の非対称成分の加速度項
- ④ \ddot{r}_{SRP} ; 太陽輻射圧による加速度
- ⑤ \ddot{r}_{GR} ; 一般相対論による加速度
- ⑥ \ddot{r}_{ADG} ; 大気抵抗による加速度

A行列は、次の各項の和として計算される.

$$A = \frac{\partial \ddot{r}_p}{\partial r} + \frac{\partial \ddot{r}_{EOBL}}{\partial r} + \frac{\partial \ddot{r}_{MOBL}}{\partial r} + \frac{\partial \ddot{r}_{SRP}}{\partial r} + \frac{\partial \ddot{r}_{GR}}{\partial r} + \frac{\partial \ddot{r}_{APG}}{\partial r} \quad (3.101)$$

以下に $\frac{\partial \ddot{r}_{MOBL}}{\partial r}$ の計算についてのみ示す.

天体の非球対称成分 (Oblateness) による直接の加速度は

$$\ddot{\mathbf{r}}_{\text{OBL}} = \mathbf{T}^T \ddot{\mathbf{r}}_b = \mathbf{G}^T \mathbf{H}^T \ddot{\mathbf{r}}_b \quad (3.102)$$

月 OBL の加速度の場合,

\mathbf{G}^T = true of date 月赤道座標系 \rightarrow EME50 への変換行列

\mathbf{H}^T = 月固定座標系 \rightarrow true of date 月赤道座標系への変換行列

\mathbf{T}^T = 月固定座標系 \rightarrow EME50 への変換行列, $\mathbf{T} = \mathbf{H}\mathbf{G}$

$\ddot{\mathbf{r}}_b$ = 月固定座標系での S/C の加速度

であるから, \mathbf{r} による偏微分は,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ddot{\mathbf{r}}_{\text{OBL}}}{\partial \mathbf{r}} &= (\mathbf{H}\mathbf{G})^T \frac{\partial \ddot{\mathbf{r}}_b}{\partial \mathbf{r}_b} \cdot \frac{\partial \mathbf{r}_b}{\partial \mathbf{r}} \\ &= (\mathbf{H}\mathbf{G})^T \frac{\partial \ddot{\mathbf{r}}_b}{\partial \mathbf{r}_b} (\mathbf{H}\mathbf{G}) \end{aligned} \quad (3.103)$$

(ii) 次に, $\partial \ddot{\mathbf{r}}_b / \partial \mathbf{r}_b$ の計算式を示す. 2.3 の (3.23) を \mathbf{r}_b で偏微分すると,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ddot{\mathbf{r}}_b}{\partial \mathbf{r}_b} &= \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}_b} \left(\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial \mathbf{r}_b} \right)^T \\ &= -\frac{\partial}{\partial \mathbf{r}_b} \left\{ \left(\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \mathbf{r}_b} \right)^T \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial \mathbf{r}} + \left(\frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{r}_b} \right)^T \frac{\partial \lambda}{\partial \phi} + \left(\frac{\partial \lambda}{\partial \mathbf{r}_b} \right)^T \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial \lambda} \right\} \\ &= \left(\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \mathbf{r}_b} \right)^T \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}_b} \left(\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial \mathbf{r}} \right) + \left(\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \mathbf{r}_b} \right)^T \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}_b} \left(\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial \phi} \right) + \left(\frac{\partial \lambda}{\partial \mathbf{r}_b} \right)^T \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}_b} \left(\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial \lambda} \right) \\ &\quad + \frac{\partial^2 \mathbf{r}}{\partial \mathbf{r}_b^2} \left(\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial \mathbf{r}} \right) + \frac{\partial^2 \phi}{\partial \mathbf{r}_b^2} \left(\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial \phi} \right) - \frac{\partial^2 \lambda}{\partial \mathbf{r}_b^2} \left(\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial \lambda} \right) \end{aligned} \quad (3.104)$$

ここで, \mathbf{r}_b は列ベクトルであり, スカラー x の \mathbf{r}_b での偏微分 $\frac{\partial x}{\partial \mathbf{r}_b}$ は, 行ベクトルである.

また $\frac{\partial^2 \mathbf{r}}{\partial \mathbf{r}_b^2} = \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}_b} \left(\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \mathbf{r}_b} \right)^T$ である. $\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial \mathbf{r}}, \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial \phi}, \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial \lambda}$ は, 次式で与えられる.

$$\frac{\partial \mathbf{U}(\mathbf{J})}{\partial \mathbf{r}} = \frac{\mu}{r^2} \sum_{n=2}^{\infty} J_n \left(\frac{a_p}{r} \right)^n \cdot (n+1) P_n \quad (3.105)$$

$$\frac{\partial \mathbf{U}(\mathbf{T})}{\partial \lambda} = 0 \quad (3.106)$$

$$\frac{\partial \mathbf{U}(\mathbf{T})}{\partial \phi} = -\frac{\mu}{r} \sum_{n=2}^{\infty} J_n \left(\frac{a_p}{r} \right)^n \cdot \cos \phi \cdot P_n' \quad (3.107)$$

ここで, $P_n' = dP_n(\sin \phi) / d(\sin \phi)$. $\mathbf{U}(\mathbf{C}, \mathbf{S})$ については,

$$\frac{\partial \mathbf{U}(\mathbf{C}, \mathbf{S})}{\partial \mathbf{r}} = -\frac{\mu}{r^2} \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=1}^n \left(\frac{a_p}{r} \right)^n (n+1) P_n^m \{ C_{nm} \cos m \lambda + S_{nm} \sin m \lambda \} \quad (3.107)$$

$$\frac{\partial U(C, S)}{\partial \lambda} = \frac{\mu}{r} \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=1}^n \left(\frac{a_p}{r} \right)^n \cdot P_n^m \cdot m \{ -C_{nm} \sin m \lambda + S_{nm} \cos m \lambda \} \quad (3.108)$$

$$\frac{\partial U(C, S)}{\partial \phi} = \frac{\mu}{r} \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=1}^n \left(\frac{a_p}{r} \right)^n \cdot \cos \phi \cdot P_n^{m'} \{ C_{nm} \cos m \lambda + S_{nm} \sin m \lambda \} \quad (3.109)$$

$\frac{\partial}{\partial r_b}$ の項は,

$$\frac{\partial}{\partial r_b} \left(\frac{\partial U}{\partial r} \right) = \frac{\partial^2 U}{\partial r^2} \frac{\partial r}{\partial r_b} + \frac{\partial^2 U}{\partial r \partial \phi} \frac{\partial \phi}{\partial r_b} + \frac{\partial^2 U}{\partial r \partial \lambda} \frac{\partial \lambda}{\partial r_b} \quad (3.110)$$

$$\frac{\partial}{\partial r_b} \left(\frac{\partial U}{\partial \phi} \right) = \frac{\partial^2 U}{\partial \phi \partial r} \frac{\partial r}{\partial r_b} + \frac{\partial^2 U}{\partial \phi^2} \frac{\partial \lambda}{\partial r_b} + \frac{\partial^2 U}{\partial \phi \partial \lambda} \frac{\partial \lambda}{\partial r_b} \quad (3.111)$$

$$\frac{\partial}{\partial r_b} \left(\frac{\partial U}{\partial \lambda} \right) = \frac{\partial^2 U}{\partial \lambda \partial r} \frac{\partial r}{\partial r_b} + \frac{\partial^2 U}{\partial \lambda \partial \phi} \frac{\partial \phi}{\partial r_b} + \frac{\partial^2 U}{\partial \lambda^2} \frac{\partial \lambda}{\partial r_b} \quad (3.112)$$

右辺の各偏微分は、以下のようになる。(C_n⁰ = -J_nである), ' は sin φ の微分.

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 U}{\partial r^2} &= \frac{\partial^2 U(J)}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 U(C, S)}{\partial r^2} \\ &= -\frac{\mu}{r^3} \sum_{n=2}^{n_1} J_n \left(\frac{a_p}{r} \right)^n (n+2)(n+1) P_n \\ &\quad + \frac{\mu}{r^3} \sum_{n=2}^{n_2} \sum_{m=1}^n \left(\frac{a_p}{r} \right)^n (n+2)(n+1) \{ C_{nm} \cos m \lambda + S_{nm} \sin m \lambda \} \cdot P_n^m \end{aligned} \quad (3.113)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 U}{\partial r \partial \phi} &= \frac{\partial^2 U}{\partial \phi \partial r} = \frac{\partial^2 U(J)}{\partial r \partial \phi} + \frac{\partial^2 U(C, S)}{\partial r \partial \phi} \\ &= \frac{\mu}{r^2} \sum_{n=2}^{n_1} J_n \left(\frac{a_p}{r} \right)^n (n+1) \cos \phi P_n' \\ &= -\frac{\mu}{r^2} \sum_{n=2}^{n_2} \sum_{m=1}^n \left(\frac{a_p}{r} \right)^n (n+1) \{ C_{nm} \cos m \lambda + S_{nm} \sin m \lambda \} \cdot \cos \phi P_n^{m'} \end{aligned} \quad (3.114)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 U}{\partial r \partial \lambda} &= \frac{\partial^2 U}{\partial \lambda \partial r} = \frac{\partial^2 U(J)}{\partial r \partial \lambda} + \frac{\partial^2 U(C, S)}{\partial r \partial \lambda} \quad \left(\frac{\partial^2 U(J)}{\partial r \partial \lambda} = 0 \right) \\ &= -\frac{\mu}{r^2} \sum_{n=2}^{n_2} \sum_{m=1}^n \left(\frac{a_p}{r} \right)^n (n+1) m \{ C_{nm} \sin m \lambda + S_{nm} \cos m \lambda \} \cdot P_n^m \end{aligned} \quad (3.115)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 U}{\partial \phi^2} &= \frac{\partial^2 U(J)}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 U(C, S)}{\partial \phi^2} \\ &= -\frac{\mu}{r} \sum_{n=2}^n J_n \left(\frac{a_p}{r} \right)^n \{ -\sin \phi P_n' + \cos^2 \phi P_n'' \} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{\mu}{r} \sum_{n=2}^{n_2} \sum_{m=1}^n \left(\frac{a_p}{r} \right)^n \cdot \{ C_{nm} \cos m \lambda + S_{nm} \sin m \lambda \} \cdot \{ -\sin \phi P_n^{m'} \\
& + \cos^2 \phi P_n^{M''} \}
\end{aligned} \quad (3.116)$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 U}{\partial \phi \partial \lambda} &= \frac{\partial^2 U}{\partial \lambda \partial \phi} = \frac{\partial^2 U(J)}{\partial \phi \partial \lambda} + \frac{\partial^2 U(C, S)}{\partial \phi \partial \lambda} \quad \left(\frac{\partial^2 U(J)}{\partial \phi \partial \lambda} = 0 \right) \\
&= \frac{\mu}{r} \sum_{n=2}^{n_2} \sum_{m=1}^n \left(\frac{a_p}{r} \right)^n \cdot m \{ -C_{nm} \sin m \lambda + S_{nm} \cos m \lambda \} \cdot \cos \phi P_n^{m'}
\end{aligned} \quad (3.117)$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 U}{\partial \lambda^2} &= \frac{\partial^2 U(J)}{\partial \lambda^2} + \frac{\partial^2 U(C, S)}{\partial \lambda^2} \quad \left(\frac{\partial^2 U(J)}{\partial \lambda^2} = 0 \right) \\
&= \frac{\mu}{r} \sum_{n=2}^{n_2} \sum_{m=1}^n \left(\frac{a_p}{r} \right)^n \cdot m^2 \cdot \{ -C_{nm} \cos m \lambda - S_{nm} \sin m \lambda \} \cdot P_n^m
\end{aligned} \quad (3.118)$$

また, $\partial r / \partial \mathbf{r}_b$, $\partial \lambda / \partial \mathbf{r}_b$, $\partial \phi / \partial \mathbf{r}_b$ については,

$$\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \mathbf{r}_b} = \frac{\mathbf{r}_b^T}{r} \quad (3.119)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{r}_b} = \frac{1}{\sqrt{x_b^2 + y_b^2}} \left\{ -\frac{z_b}{r_b} \cdot \mathbf{r}_b^T + \frac{\partial z_b}{\partial \mathbf{r}_b} \right\} \quad (3.120)$$

$$\frac{\partial \lambda}{\partial \mathbf{r}_b} = \frac{1}{(x_b^2 + y_b^2)} \left\{ x_0 \cdot \frac{\partial y_b}{\partial \mathbf{r}_b} - y_0 \cdot \frac{\partial x_b}{\partial \mathbf{r}_b} \right\} = \frac{1}{x_b^2 + y_b^2} (-y_b, x_b, 0) \quad (3.121)$$

次に, \mathbf{r}_b による 2 階偏微分の項を示す. $\left(\frac{\partial^2 \mathbf{r}}{\partial \mathbf{r}_b^2} = \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}_b} \left(\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \mathbf{r}_b} \right) \right)$ などを使用)

$$\frac{\partial^2 \mathbf{r}}{\partial \mathbf{r}_b^2} = \frac{1}{r} \left[I_{3 \times 3} - \frac{\mathbf{r}_b \mathbf{r}_b^T}{r^2} \right] \quad (3.122)$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 \phi}{\partial \mathbf{r}_b^2} &= -\frac{1}{(x_b^2 + y_b^2)^{3/2}} \left[\left(\frac{\partial z_b}{\partial \mathbf{r}_b} \right)^T - \frac{z_b \mathbf{r}_b}{r^2} \right] \left[x_b \frac{\partial x_b}{\partial \mathbf{r}_b} + y_b \frac{\partial y_b}{\partial \mathbf{r}_b} \right] \\
&\quad - \frac{1}{r^2 \sqrt{x_b^2 + y_b^2}} \left[\mathbf{r}_b \left(\frac{\partial z_b}{\partial \mathbf{r}_b} \right) + z_b \cdot I_{3 \times 3} - \frac{2z}{r^2} \mathbf{r} \mathbf{r}_b^T \right]
\end{aligned} \quad (3.123)$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 \lambda}{\partial \mathbf{r}_b^2} &= -\frac{2}{(x_b^2 + y_b^2)^2} \begin{pmatrix} -y_b \\ x_b \\ 0 \end{pmatrix} (x_b, y_b, 0) + \frac{1}{x_b^2 + y_b^2} \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
&= \frac{1}{x_b^2 + y_b^2} \begin{pmatrix} 2xy & y^2 - x^2 & 0 \\ y^2 - x^2 & -2xy & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}
\end{aligned} \quad (3.124)$$

(iii) Legendre の多項式, P_n , P_n^m

Zonal, Tesseral, Sectorial の各項で計算する P_n , P_n^m を下表に示す.

	求めるべき多項式	プログラムで手順上 計算するもの	備 考
J_n	P_n $\cos \phi P_n'$ $-\sin \phi P_n' + \cos^2 \phi P_n''$	P_n P_n' P_n''	$n = (1, 2, \dots, n_1)$ P_n' に $\cos \phi$ をかけ $\cos \phi P_n'$ P_n' に $\sin \phi$ をかけ $\sin \phi P_n'$ P_n'' に $\cos^2 \phi$ をかけ $\cos^2 \phi P_n''$
C_{nm} S_{nm}	P_n^m $\cos \phi P_n^{m'}$ $-\sin \phi P_n^{m'} + \cos^2 \phi P_n^{m''}$	$\sec^2 \phi P_n^m$ $P_n^{m'}$ $\cos^2 \phi P_n^{m''}$	$(\sec^2 \phi P_n^m)$ に $\cos^2 \phi$ をかけ P_n^m $P_n^{m'}$ に $\cos \phi$ をかけ $\cos \phi P_n^{m'}$ $P_n^{m'}$ に $\sin \phi$ をかけ $\sin \phi P_n^{m'}$ $P_n^{m''}$ に $\sin^2 \phi$ をかけ $\cos^2 \phi P_n^{m''}$ ($n = 1, 2, \dots, n_2, m = 1, 2, \dots, m_2$)

(a) P_n, P_n', P_n'' の計算式 ($n = 1, 2, \dots, n_1$)

① P_n の計算

$$\begin{cases} P_0 = 1, P_1 = \sin \phi \\ P_n = \frac{2n-1}{n} \sin \phi P_{n-1} - \frac{n-1}{n} P_{n-2} \end{cases} \quad (3.125)$$

② P_n' の計算

$$\begin{cases} P_1' = 1 \\ P_n' = \sin \phi P_{n-1}' + n P_{n-1} \end{cases} \quad (3.126)$$

$\cos \phi P_n'$: P_n' に $\cos \phi$ をかける

$\sin \phi P_n'$: P_n' に $\sin \phi$ をかける

③ P_n'' の計算

$$\begin{cases} P_1'' = 0 \\ P_n'' = \sin \phi P_{n-1}'' \div (n+1) P_{n-1}' \end{cases} \quad (3.127)$$

$\cos \phi P_n''$: P_n'' をかける

(b) $P_n^m, P_n^{m'}, P_n^{m''}$ の計算式 ($n = 1, 2, \dots, n_2; m = 1, 2, \dots, m_2$)

$m = 1$ の場合と $m = 2, 3, \dots, m_2$ の場合に分ける.

($\therefore \phi = 90^\circ$ のとき $-\sin \phi P_n^{m'} + \cos^2 \phi P_n^{m''}$ が不定となるのを避けるため)

(i) $m = 2, 3, \dots, m_2$ のとき

① P_n^n の計算 : ($n = 2, 3, \dots, n_2$)

$$\begin{cases} \sec^2 \phi P_2^2 = 3 \\ \sec^2 \phi P_n^n = (2n-1) \cos \phi (\sec^2 \phi P_{n-1}^{n-1}) \end{cases} \quad (3.128)$$

② P_n^m の計算 : ($n = 2, 3, \dots, n_2; m = 2, 3, \dots, m_2$)

$$\sec^2 \phi P_n^m = \left(\frac{2n-1}{n-m} \right) \sin \phi \cdot (\sec^2 \phi P_{n-1}^m) - \left(\frac{n+m-1}{n-m} \right) \cdot (\sec^2 \phi P_{n-2}^m) \quad (3.129)$$

ここで, $m(m=2,3,\dots,m^2)$ に対し, n は $m+1\sim n_2$ まで変える.

一節に, $P_a^b = 0$ if $b > a$.

P_n^m : $(\sec^2 \phi P_n^m)$ に $\cos^2 \phi$ をかける

③ $P_n^{m'}$ の計算

$$P_n^{m'} = -n \sin \phi (\sec^2 \phi P_n^m) + (n+m) (\sec^2 \phi P_{n-1}^m) \quad (3.130)$$

$\cos \phi P_n^{m'}$: $P_n^{m'}$ に $\cos \phi$ をかける

$\sin \phi P_n^{m'}$: $P_n^{m'}$ に $\sin \phi$ をかける

④ $P_n^{m''}$ の計算

$$\cos^2 \phi P_n^{m''} = -(n-2) \sin \phi P_n^{m'} + (n+m) P_{n-1}^{m'} - n P_n^m \quad (3.131)$$

(ii) $m=1$ のとき

① P_n^1 の計算

$$\begin{cases} \sec \phi P_1^1 = 1 \\ \sec \phi P_n^1 = \left(\frac{2n-1}{n-1} \right) \sin \phi (\sec \phi P_{n-1}^m) - \left(\frac{n}{n-1} \right) (\sec \phi P_{n-2}^1) \end{cases} \quad (3.132)$$

P_m^1 : $\sec \phi P_n^1$ に $\cos \phi$ をかける.

② $P_n^{1'}$ の計算

$$\cos \phi P_n^{1'} = -n \sin \phi (\sec \phi P_n^1) + (n+1) (\sec \phi P_{n-1}^1) \quad (3.133)$$

③ $P_n^{1''}$ の計算

$$(\cos^2 \phi P_n^{1''} - \sin \phi P_n^{1'}) = -P_n^1 - 3 \sin \phi (\sec \phi P_n^3) + P_n^3 \quad (3.134)$$

この式は $\phi = 90^\circ$ であっても有効.

以下に計算のフローシートを示す.

3.5 Light Time Equation

レンジ・ドップラー, 角度等の各観測量を計算するためには, 地上の送信局から S/C へ, S/C から地上の受信局に光(電磁波)が伝播する時間を計算する必要がある. また, 月視半径, 月, 惑星角, 月・星角等の ONS データを求める際にも, 月, 惑星から発せられた光が S/C に達するまでの伝播時間を計算する必要がある. 2 点の位置座標と, 光が 2 点のうち 1 点から他の 1 点に伝播するのに要する時間 (ET) を結びつける方程式は light time equation と呼ばれる.

時刻 t_i (ET) に点 i から発せられ, 時刻 t_j (ET) に点 j に伝播する光の light time equation は, Brans-Dicke の理論では,

$$t_j - t_i = \frac{r_{ij}}{c} + \frac{(1+\gamma)U_s}{c^3} \ln \left[\frac{r_i + r_j + r_{ij}}{r_i + r_j - r_{ij}} \right] \quad (3.135)$$

ここに, $r_i = |\mathbf{r}_i^s(t_i)|$, $r_j = |\mathbf{r}_j^s(t_j)|$

$r_{ij} = |\mathbf{r}_j^s(t_j) - \mathbf{r}_i^s(t_i)|$

これらは太陽中心 1950.0 年平均地球座標系で記述されている.

γ = Brans-Dicke の自由パラメタ

$\mu_s = Gm_s$ = 太陽の重力定数

となる．右辺第 2 項は相対論的付加項である．

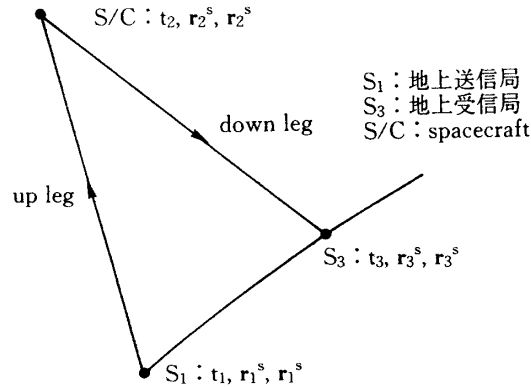


図 3.16 Light Time equation

(1) 地上局で取得される各観測量で使用する light time を解く手順 light time problem の解は，送信局から受信局までの光(電磁波)の各径路(up leg および down leg)に対する light time equation を解いて得られる．手順としては次のようになる．

- ① 受信時刻 t_3 (ET) を既知として，downleg に対して light time equation を逐次代入法 (Newton-Raphson 法) で解いて，S/C での再送信時刻 t_2 (ET) を導入する．すなわち，
 (i) 前のデータの t_2 (ET) からの増分 dt_2 を

$$dt_2 = dt_3 \left(1 - \frac{\dot{\mathbf{r}}_{23}}{c} \right) \quad (3.136)$$

dt_3 = 前のデータの t_3 (ET) から今回のデータの t_3 (ET) までの増分 ($= t_3^{(N)} - t_3^{(O)}$)

$\dot{\mathbf{r}}_{23} = \dot{\mathbf{r}}_{23} \cdot \dot{\mathbf{r}}_{23}$; 前のデータのレンジレート

$$\dot{\mathbf{r}}_{23} = \frac{\mathbf{r}_{23}}{r_{23}}, \quad \mathbf{r}_{23} \equiv \mathbf{r}_3(t_3^{(O)}) - \mathbf{r}_2(t_3^{(O)})$$

として，今回のデータの t_2 の予測値 $t_2^{(N)} = t_2^{(O)} + dt_2$ での S/C の位置 $\mathbf{r}_2^{(N)}$ を次式より求める．

$$\mathbf{r}_2^{(N)} = \mathbf{r}_2^{(O)} + \dot{\mathbf{r}}_2^{(O)} dt_2 \quad (3.137)$$

$\mathbf{r}_2^{(O)}$ = 前のデータでの S/C の位置

$\dot{\mathbf{r}}_2^{(O)}$ = 前のデータでの S/C の速度

- (ii) down leg の LTS の初期値 $t_2^{(O)}$ は，

$$\left. \begin{aligned} \Delta t &= t_3 - t_2 = |\mathbf{r}_3^{(N)} - \mathbf{r}_2^{(N)}| / c \\ t_2^{(O)} &= t_3 - \Delta t \end{aligned} \right\} \quad (3.138)$$

与えられる．最初のデータの時には $\mathbf{r}_2^{(N)} = \mathbf{r}_2(t_3)$ として (3.138) より， $t_2^{(O)}$ を計算する．

- (iii) (ii) で求めた t_2 の初期値より

$$t_2^{(k+1)} = t_2^{(k)} + \delta t_2^{(k)}$$

$$\delta t_2^{(k)} = \frac{t_3 - t_2^{(k)} - \frac{r_{23}^{(k)}}{c} - \frac{(1+\gamma)\mu_2}{c^3} \ln \left[\frac{r_2^{(k)} + r_3 + r_{23}^{(k)}}{r_2^{(k)} + r_3 - r_{23}^{(k)}} \right]}{1 - \frac{r_{23}^{(k)}}{r_{23}^{(k)}} \cdot \dot{\mathbf{r}}_2^s(t_2^{(k)})}} \quad \left. \vphantom{\frac{t_3 - t_2^{(k)} - \frac{r_{23}^{(k)}}{c} - \frac{(1+\gamma)\mu_2}{c^3} \ln \left[\frac{r_2^{(k)} + r_3 + r_{23}^{(k)}}{r_2^{(k)} + r_3 - r_{23}^{(k)}} \right]}{1 - \frac{r_{23}^{(k)}}{r_{23}^{(k)}} \cdot \dot{\mathbf{r}}_2^s(t_2^{(k)})}}} \right\} (3.139)$$

ここに, $\mathbf{r}_{23}^{(k)} = \mathbf{r}_3^s(t_3) - \mathbf{r}_2^s(t_2^{(k)})$
 $\mathbf{r}_2^{(k)} = |\mathbf{r}_2^s(t_2^{(k)})|$, $r_{23}^{(k)} = |\mathbf{r}_{23}^{(k)}|$

を $|\delta t_2^{(k)}| < \epsilon_1$ (ϵ_1 は収束判定レベル) になるまでイタレーションを繰り返して, t_2 を求める.

(iv) 最後の $\delta t_2^{(k)}$ は, それまで求めた S/C の位置, 速度, 加速度 $\mathbf{r}_2(t_2^{(k)})$, $\dot{\mathbf{r}}_2(t_2^{(k)})$, $\ddot{\mathbf{r}}_2(t_2^{(k)})$, を用いて $t_2^{(k)} \rightarrow t_2^{(k)} + \delta t_2^{(k)}$ にマップされる.

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_2(t_2 + \delta t_2) &= \mathbf{r}_2(t_2) + \dot{\mathbf{r}}_2(t_2) \delta t_2 + \frac{1}{2} \ddot{\mathbf{r}}_2(t_2) (\delta t_2)^2 \\ \dot{\mathbf{r}}_2(t_2 + \delta t_2) &= \dot{\mathbf{r}}_2(t_2) + \ddot{\mathbf{r}}_2(t_2) \delta t_2 \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} \mathbf{r}_2(t_2 + \delta t_2) &= \mathbf{r}_2(t_2) + \dot{\mathbf{r}}_2(t_2) \delta t_2 + \frac{1}{2} \ddot{\mathbf{r}}_2(t_2) (\delta t_2)^2 \\ \dot{\mathbf{r}}_2(t_2 + \delta t_2) &= \dot{\mathbf{r}}_2(t_2) + \ddot{\mathbf{r}}_2(t_2) \delta t_2 \end{aligned}} \right\} (3.140)$$

(v) 最終的な t_2 は(iv)で計算した \mathbf{r}_2 を用いて,

$$\begin{aligned} \Delta t_{23} &= t_3 - t_2 = \frac{r_{23}}{c} + \frac{(1+\gamma)\mu_s}{c^3} \ln \left[\frac{r_2 + r_3 + r_{23}}{r_2 + r_3 - r_{23}} \right] \\ t_2 &= t_3 - \Delta t_{23} \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} \Delta t_{23} &= t_3 - t_2 = \frac{r_{23}}{c} + \frac{(1+\gamma)\mu_s}{c^3} \ln \left[\frac{r_2 + r_3 + r_{23}}{r_2 + r_3 - r_{23}} \right] \\ t_2 &= t_3 - \Delta t_{23} \end{aligned}} \right\} (3.141)$$

で計算される.

② ①で計算して求めた t_2 を用いて, up leg に対しても同様に light time equation を逐次代入法で解いて送信時刻 t_1 (ET) を求める. すなわち,

(i) ①(v)で求めた Δt_{23} を用いて, up leg の LTS の初期値 $t_1^{(0)}$,

$$\begin{aligned} \Delta &= t_2 - t_1^{(0)} = \Delta t_{23} \left(1 - \frac{2\dot{\mathbf{r}}_E}{c} \right) \\ &= (t_3 - t_2) \left(1 - \frac{2\dot{\mathbf{r}}_E}{c} \right) \\ \dot{\mathbf{r}}_E &\equiv \hat{\mathbf{r}}_2^3 \cdot \dot{\mathbf{r}}_E(t_3) \\ \hat{\mathbf{r}}_2^3 &= \frac{\mathbf{r}_{23}}{r_{23}}, \quad \mathbf{r}_{23} = \mathbf{r}_3(t_2) - \mathbf{r}_2(t_2) \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} \Delta &= t_2 - t_1^{(0)} = \Delta t_{23} \left(1 - \frac{2\dot{\mathbf{r}}_E}{c} \right) \\ &= (t_3 - t_2) \left(1 - \frac{2\dot{\mathbf{r}}_E}{c} \right) \\ \dot{\mathbf{r}}_E &\equiv \hat{\mathbf{r}}_2^3 \cdot \dot{\mathbf{r}}_E(t_3) \\ \hat{\mathbf{r}}_2^3 &= \frac{\mathbf{r}_{23}}{r_{23}}, \quad \mathbf{r}_{23} = \mathbf{r}_3(t_2) - \mathbf{r}_2(t_2) \end{aligned}} \right\} (3.142)$$

を求める.

(ii) ①(iii)と同様, 逐次代入法で LTS を解き ((3.140)で $3 \rightarrow 2$, $2 \rightarrow 1$ とする), t_1 を求める. イタレーションの途上で必要となる局の位置 $\mathbf{r}_1^{(k)}$ および速度 $\dot{\mathbf{r}}_1^{(k)}$ は, 簡略表現であらわされる時系変換より求められた TAI*, UT1* を用いて計算される.

(iii) 最後の $\delta t_1^{(k)}$ は, それまで求めた追跡局の位置, 速度, 加速度 $\mathbf{r}_1(t_1^{(k)})$, $\dot{\mathbf{r}}_1(t_1^{(k)})$, $\ddot{\mathbf{r}}_1(t_1^{(k)})$ を用いて $t_1^{(k)} \rightarrow t_1^{(k)} + \delta t_1^{(k)}$ にマッピングされる. マッピングの式は (b, b) と同様な方法で計算される ((3.140)で $3 \rightarrow 2$, $2 \rightarrow 1$ とする).

このようにして求められた t_3, t_2, t_1 の各時刻における局, S/C の位置, 速度を用いて軌道決定プログラムの観測式, 観測行列の計算に用いられる.

(2) ONS データで使用する light time を解く手順

ONS データは, 月, 惑星, 太陽中心あるいは月の縁から発せられた光(電磁波)を S/C で観測して得られる. したがって, S/C での受信時刻 t_2 から light time equation を解いて天体中心 (あるいは月の縁) から光が発せられた時刻 t_1 を求める手続きが必要となる. 手順としては(1)で述べた方法と同様である. すなわち, S/C での受信時刻 t_2 (ET) から light time equation を逐次代入法で解いて t_1 (ET) を求める.

3.6 観測モデルと観測行列

以下に, 本プログラムで取扱う観測モデルと観測行列について述べる. 観測モデルおよび観測行列は, 観測量 Z をあらわす式,

$$Z_o = Z(\mathbf{q}; t) + n \quad (3.143)$$

Z_o : 観測量の測定値

\mathbf{q} : 推定値

n : 観測ノイズ

を線型化した式,

$$\Delta Z = \frac{\partial Z}{\partial \mathbf{q}} \cdot \Delta \mathbf{q} + n \quad (3.144)$$

$$\Delta Z = Z_o - Z_c$$

$Z_c = Z(\mathbf{q}, t)$; 観測量の計算式

$$\Delta \mathbf{q} = \mathbf{q} - \mathbf{q}_o$$

\mathbf{q}_o : ノミナル軌道での推定パラメタ値

を用いて推定を行う際に必要となる. 観測モデルは観測量の計算値 Z_c を S/C, 観測局および月・惑星の位置・速度等を用いて表現する際用いられる. また, 観測行列 $\partial Z / \partial \mathbf{q}$ は観測量の推定パラメタ \mathbf{q} に対する偏微分をあらわす.

3.6.1 観測方程式

S/C の軌道を決定するためには, S/C の位置・速度に関する情報が必要である. それらの情報を得るために, MUSES-A ミッションでは次の2つの手段で観測を行う.

- ① 地上の観測局から追跡を実施しよつとする S/C の位置および運動状態を電波的手段で観測する.
- ② S/C 上から光学的手段で月視半径, 月と各惑星・星とのなす角度, 太陽視半径, 太陽と各惑星・星とのなす角度等を観測する.

本プログラムで取り扱う観測量について表3.5に示す.

表 3.5 各観測量

観測量	本プログラムで取扱う観測量	記号	説 明
レンジ	レンジ	ρ	観測局と S/C 間の距離
ドップラー	1-way ドップラー	F1	S/C から送信された信号のドップラー・シフト量
	2-way ドップラー	F2	観測局から送信され、S/C で受信・再送信された信号のドップラー・シフト量
角度	方位角 (Az)	σ	観測局で受信された信号の到達方向
	仰角 (El)	γ	
ONS データ	月・星角	θ_M	S/C 上から観た月と星とのなす角
	月・惑星角	λ_M	S/C 上から観た月と惑星とのなす角
	月視半径	ψ_M	S/C 上から観た月の視半径
	太陽・星角	θ_S	S/C 上から観た太陽と星とのなす角
	太陽・惑星角	λ_S	S/C 上から観た太陽と惑星とのなす角
	太陽視半径	ψ_S	S/C 上から観た太陽の視半径

これらの観測量のうち、レンジ、ドップラー、角度については、既に宇宙科学研究所報告第42号 [1] に記載されているため、ここでは割愛する。本論文では、ONS (オプティカル・ナビゲーション・センサー) データの観測式について述べる。

本プログラムで使用する ONS (Optical Navijation Sensor) データは次の 6 種類である。

- ① 月中心と星のなす角 $\theta_M (0 \leq \theta_M \leq \pi)$
- ② 月中心と惑星・太陽とのなす角 $\lambda_M (0 \leq \lambda_M \leq \pi)$
- ③ 月の視半径 $\psi_M (0 \leq \psi_M \leq \pi)$
- ④ 太陽中心と星とのなす角 $\theta_S (0 \leq \theta_S \leq \pi)$
- ⑤ 太陽中心と惑星・月とのなす角 $\lambda_S (0 \leq \lambda_S \leq \pi)$
- ⑥ 太陽の視半径 $\psi_S (0 \leq \psi_S \leq \pi/2)$

(1) 月中心と特定の星とのなす角 θ_M

時刻 t (MJES) で状態 $\mathbf{X}(t)$ を持つ S/C から、星および月中心に向かう単位視線ベクトルを各々 \mathbf{L}_{ST} , \mathbf{L}_M とする (図 3.17)。星の位置は赤経 α 、赤緯 δ (あるいはそれに代わる 2 個の独立変数) で与えられる。視差を無視すると座標中心から見た、星に向かう単位視線ベクトル \mathbf{L}_{ST}^0 は、

$$\mathbf{L}_{ST}^0 = \begin{bmatrix} \cos \delta \cos \alpha \\ \cos \delta \sin \alpha \\ \sin \delta \end{bmatrix} \quad (3.145)$$

である。座標中心を S/C に変換した際、単位視線ベクトルに光行差補正、

$$\Delta \mathbf{L}_{ST} = \frac{1}{C} [\dot{\mathbf{r}} - (\dot{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{L}_{ST}^0) \mathbf{L}_{ST}^0] \quad (3.146)$$

を施す必要がある。そうすると、S/C から見た星に向かう単位視線ベクトル \mathbf{L}_{ST} は、

$$\mathbf{L}_{ST} = \mathbf{L}_{ST}^0 + \Delta \mathbf{L}_{ST} \quad (3.147)$$

となる。

一方、月中心に向かう単位視線ベクトルについては、月中心から時刻 t_M (MJES) に発せられた光が時刻 t (MJES) に S/C に到着する時、座標中心から見た S/C から月中心に向か

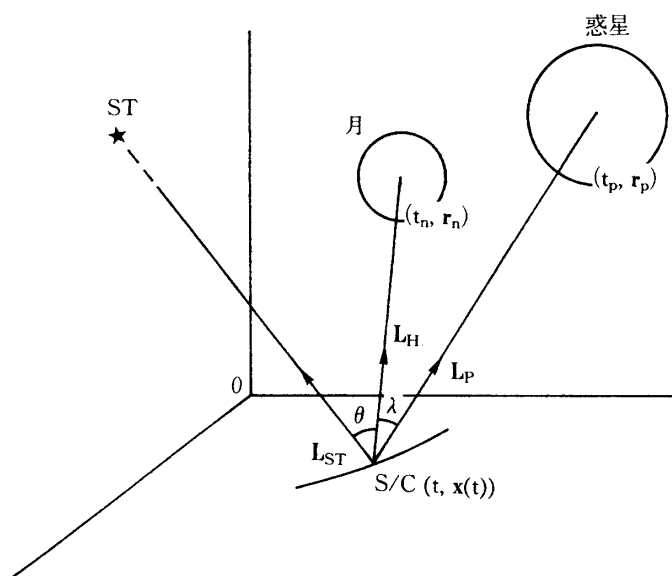


図 3.17 月・星角 θ_M , 月・惑星角 λ_M

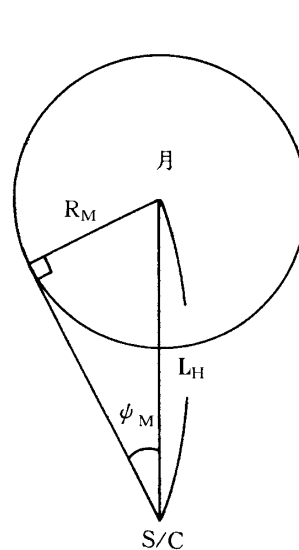


図 3.18 月の視半径 ψ_M

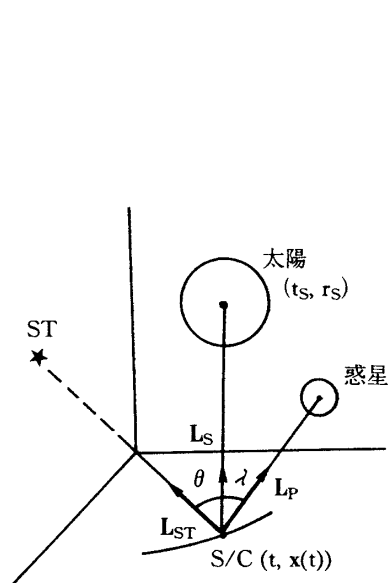


図 3.19 太陽・星角 θ_S , 月・惑星角 λ_S

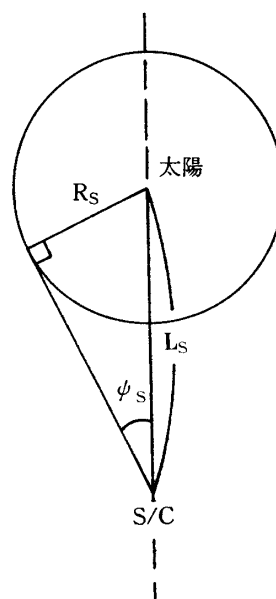


図 3.20 太陽の視半径 ψ_S

う単位視線ベクトル \mathbf{L}_{ST}^0 は,

$$\mathbf{L}_M^0 = \frac{\tilde{\mathbf{r}}_M}{\tilde{r}_M} \quad (3.148)$$

$$\tilde{\mathbf{r}}_M = \mathbf{r}_M - \mathbf{r}, \quad \tilde{r}_M = |\tilde{\mathbf{r}}_M| \quad (3.149)$$

となる. \mathbf{r}_M は時刻 t_M での月中心の位置ベクトルである. (t_M, \mathbf{r}_M) と (t, \mathbf{r}) は light time equation,

$$t - t_M = \frac{\tilde{r}_M}{C} + (\text{相対論項}) \quad (3.150)$$

で結びついている. このベクトルも, 星に向かう単位視線ベクトルと同様, 光行差補正を施して,

$$\mathbf{L}_M = \mathbf{L}_M^0 + \Delta \mathbf{L}_M \quad (3.151)$$

$$\Delta \mathbf{L}_M = \frac{1}{c} [\dot{\mathbf{r}} - (\dot{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{L}_M^0) \mathbf{L}_M^0] \quad (3.152)$$

となる. したがって, 月中心と星とのなす角 θ_M は,

$$\cos \theta_M = \mathbf{L}_{ST} \cdot \mathbf{L}_M \quad (3.153)$$

あるいは,

$$\theta_M = \cos^{-1}(\mathbf{L}_{ST} \cdot \mathbf{L}_M) \quad (3.154)$$

となる.

(2) 月中心と惑星・太陽中心とのなす角 λ_M

(1)と同様にして, 座標中心から見た, S/C から惑星(太陽)中心に向かう単位視線ベクトル \mathbf{L}_p^0 は,

$$\mathbf{L}_p^0 = \frac{\tilde{\mathbf{r}}_p}{\tilde{r}_p} \quad (3.155)$$

$$\tilde{\mathbf{r}}_p = \mathbf{r}_p - \mathbf{r}, \quad \tilde{r}_p = |\tilde{\mathbf{r}}_p| \quad (3.156)$$

となる. \mathbf{r}_p は時刻 t_p (MJES) での惑星(太陽)中心の位置ベクトルである. (t_p, \mathbf{r}_p) と (t, \mathbf{r}) は light time equation,

$$t - t_p = \frac{\tilde{r}_p}{C} + (\text{相対論項}) \quad (3.157)$$

で結びついている. S/C から見た惑星(太陽)中心に向かう単位視線ベクトル \mathbf{L}_p は光行差補正を考慮して,

$$\mathbf{L}_p = \mathbf{L}_p^0 + \Delta \mathbf{L}_p \quad (3.158)$$

$$\Delta \mathbf{L}_p = \frac{1}{c} [\dot{\mathbf{r}} - (\dot{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{L}_p^0) \mathbf{L}_p^0] \quad (3.159)$$

となる. したがって, 月中心と惑星(太陽)とのなす角 λ_M は,

$$\cos \lambda_M = \mathbf{L}_p \cdot \mathbf{L}_M \quad (3.160)$$

あるいは,

$$\lambda_M = \cos^{-1}(\mathbf{L}_p \cdot \mathbf{L}_M) \quad (3.161)$$

となる.

(3) 月の視野角 ψ_M

図 3.18 からわかるように,

$$\sin \psi_M = \frac{R_M}{\tilde{r}_M} \quad (3.162)$$

R_M ; 月の半径

あるいは,

$$\psi_M = \sin^{-1} \left(\frac{R_M}{\tilde{r}_M} \right) \quad (0 \leq \psi_M < \frac{\pi}{2}) \quad (3.163)$$

(4) 太陽中心と星とのなす角 θ_s

(1)の月中心と星とのなす角 θ_M と同様の手続きを踏む. すなわち, S/C から太陽中心に向かう単位視線ベクトルについては, 太陽中心から時刻 t (MJES) に発せられた光が時刻 t (MJES) に S/C に到着する時, 座標中心から見た, S/C から太陽中心に向かう単位視線ベクトル \mathbf{L}_s^0 は,

$$\mathbf{L}_s^0 = \frac{\tilde{\mathbf{r}}_s}{\tilde{r}_s} \quad (3.164)$$

$$\tilde{\mathbf{r}}_s = \mathbf{r}_s - \mathbf{r}, \quad \tilde{r}_s = |\tilde{\mathbf{r}}_s| \quad (3.165)$$

となる. \mathbf{r}_s は時刻 t_s での太陽の位置ベクトルである. (t_s, \mathbf{r}_s) と (t, \mathbf{r}) は, light time equation

$$t - t_s = \frac{\tilde{r}_s}{C} + (\text{相対論項}) \quad (3.166)$$

で結びついている. なお, 本プログラムでは, 多くの場合, 座標中心を太陽にとっているので, $\mathbf{r}_s \equiv 0$ であり, したがって,

$$\mathbf{L}_s^0 = -\frac{\mathbf{r}}{r}, \quad r = |\mathbf{r}| \quad (3.167)$$

light time equation は解く必要がない.

このベクトルも, 星に向かう単位視線ベクトルと同様, 光行差補正を施して,

$$\mathbf{L}_s^0 = \mathbf{L}_s + \Delta \mathbf{L}_s \quad (3.168)$$

$$\Delta \mathbf{L}_s = \frac{1}{C} [\dot{\mathbf{r}} - (\dot{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{L}_s^0) \mathbf{L}_s^0] \quad (3.169)$$

となる. したがって, 太陽中心と星とのなす角 θ_s は,

$$\cos \theta_s = \mathbf{L}_{ST} \cdot \mathbf{L}_s \quad (3.170)$$

$$\theta_s^{-1} = \cos(\mathbf{L}_{ST} \cdot \mathbf{L}_s) \quad (3.171)$$

(5) 太陽中心と惑星・月とのなす角 λ_s

(2)と同様にして,

$$\mathbf{L}_s = \mathbf{L}_s^0 + \Delta \mathbf{L}_s \quad (3.172)$$

$$\mathbf{L}_s^0 = -\frac{\mathbf{r}}{r}, \quad r = |\mathbf{r}| \quad (3.173)$$

$$\Delta \mathbf{L}_s = \frac{1}{C} [\dot{\mathbf{r}} - (\dot{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{L}_s^0) \mathbf{L}_s^0] \quad (3.174)$$

$$\mathbf{L}_p = \mathbf{L}_p^0 + \Delta \mathbf{L}_p \quad (3.175)$$

$$\mathbf{L}_p = \frac{\tilde{\mathbf{r}}_p}{r_p}, \quad \tilde{\mathbf{r}}_p = \mathbf{r}_p - \mathbf{r} \quad (3.176)$$

$$\Delta \mathbf{L}_p = \frac{1}{C} [\dot{\mathbf{r}} - (\dot{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{L}_p^0) \mathbf{L}_p^0] \quad (3.177)$$

$$t - t_p = \frac{\tilde{r}_p}{C} + (\text{相対論項}) \quad (3.178)$$

を用いて,

$$\cos \lambda_s = \mathbf{L}_p \cdot \mathbf{L}_s \quad (3.179)$$

あるいは,

$$\lambda_s = \cos^{-1}(\mathbf{L}_p \cdot \mathbf{L}_s) \quad (3.180)$$

(b) 太陽の視半径 ψ_s

図 3.20 および(3)と同様の議論から,

$$\sin \psi_s = \frac{R_s}{r} \quad (3.181)$$

R_s ; 太陽の半径

あるいは,

$$\psi_s = \sin^{-1} \left(\frac{R_s}{r} \right) \quad (0 \leq \psi_s \leq \frac{\pi}{2}) \quad (3.182)$$

3.6.2 観測行列 (Regression Partial Derivatives)

観測行列 $\partial Z / \partial q$ は, 観測式,

$$Z_o = Z(q; t) + n \quad (3.183)$$

Z_o ; 観測量の観測値

q ; 推定パラメタ

n ; 観測ノイズ

を線形化した式,

$$\Delta Z = \partial Z / \partial q \cdot \Delta q + n \quad (3.184)$$

$\Delta Z = Z_o - Z_c$

$Z_c = Z(q_0; t)$; 観測量の計算値

$\Delta q = q - q_0$

q_0 ; ノミナル軌道での推定パラメタの値

表3.6 推定量

推定パラメタ	記号	観測行列 $\partial Z / \partial q$ の有無											備考
		ρ	F1	F2	σ	γ	θ_M	λ_M	ψ_M	θ_S	λ_S	ψ_S	
エポック t_0 での軌道6要素	$X(t_0)$	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	
局位置	局	○	○	○	○	○							
微小加速度パラメタ	$a(t)$	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	
瞬時マヌーバ・パラメタ	Δv	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	
太陽輻射圧の反射係数	Γ	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	
大気抵抗係数	$C_D * S$	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	
Brans-Dicke の自由パラメタ	γ	○	○	○	○	○							
レンジ・バイアス	R_C	○											
1-way ドップラー・オフセット	Δf_{TO}		○										
1-way ドップラー周波数変化率	f_{T1}		○										
レンジレート・バイアス	F_C		○										
局タイム・バイアス	a_{ST}	○	○	○	○	○							
S/C タイム・バイアス	$a_{S/C}$						○	○	○	○	○	○	
月・星角バイアス	θ_{MC}						○						
月・惑星角バイアス	λ_{MC}							○					
月視半径バイアス	ψ_{MC}								○				
太陽・星角バイアス	θ_{SC}									○			
太陽・惑星角バイアス	λ_{SC}										○		
太陽視半径バイアス	ψ_{SC}											○	

を用いて推定を行う際必要である。本プログラムで取り扱う観測量 Z は表3.5に示されている。

また、本プログラムで取り扱う推定パラメタと観測行列の有無を表3.6に示す。

これらのパラメタのうち各観測量の式に explicit にも implicit にも依存していないものについては、以下の詳細には述べない。また、Brans-Dicke の自由パラメタ γ については、実際には天体フェメリス・S/C エフェメリス等がこのパラメタに密接に依存しているが、偏微分は Light Time Equation の相対論的付加項に関するものしか考慮しない近似式となっている。

これらの組合せのうち、レンジ ρ 、ドップラー (F1, F2)、角度 (σ , γ) に関するものについては、既に宇宙科学研究所第42号 [I] に記載されているため、ここでは割愛する。本論文では ONS データ (θ_M , λ_M , θ_S , λ_S , ψ_S) に関する観測行列について述べる。

(1) 月中心と特定の星とのなす角 θ_M に対する偏微分

(i) 月中心と特定の星とのなす角 θ_M の各力学系パラメタ q に関する偏微分 $\partial \theta_M / \partial q$

$$\frac{\partial \theta_M}{\partial q} = \frac{\partial \theta_M}{\partial X} \cdot \frac{\partial X}{\partial q} \quad (3.185)$$

$$\frac{\partial \theta_M}{\partial \mathbf{X}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \theta_M}{\partial \mathbf{r}} \\ \dots \\ \frac{\partial \theta_M}{\partial \dot{\mathbf{r}}} \end{bmatrix} \quad (3.186)$$

$$\frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \mathbf{q}} = \begin{bmatrix} \mathbf{U}(t, t_0) = \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \mathbf{X}_0}; \quad \mathbf{q} = \mathbf{X}_0 \\ \mathbf{V}(t, t_0) ; \text{その他の力学パラメタ} \end{bmatrix} \quad (3.187)$$

であらわされる．遷移行列 \mathbf{U} , \mathbf{V} は変分方程式を解いて求められる．したがって，以下に $\partial \theta_M / \partial \mathbf{q}$, $\partial \theta_M / \partial \dot{\mathbf{q}}$ に関する導出を行う．

(a) θ_M の位置 $\mathbf{r}(t)$ に関する偏微分 $\partial \theta_M / \partial \mathbf{r}$

(3.153) を \mathbf{r} で偏微分して，

$$\begin{aligned} -\sin \theta_M \cdot \frac{\partial \theta_M}{\partial \mathbf{r}} &= \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} (\mathbf{L}_{ST} \cdot \mathbf{L}_M) = \mathbf{L}_{ST} \cdot \frac{\partial \theta_M}{\partial \mathbf{r}} \\ &= \mathbf{L}_{ST} \cdot \left[\frac{\partial \mathbf{L}_M^0}{\partial \mathbf{r}} + \frac{\partial \Delta \mathbf{L}_M^0}{\partial \mathbf{r}} \right] \\ &\cong \mathbf{L}_{ST} \cdot \frac{\partial \mathbf{L}_M^0}{\partial \mathbf{r}} \end{aligned} \quad (3.188)$$

(3.148) を \mathbf{r} で偏微分して，

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{L}_M^0}{\partial \mathbf{r}} &= \frac{1}{\tilde{\mathbf{r}}_M} \left[\frac{\partial \tilde{\mathbf{r}}_M}{\partial \mathbf{r}} - \hat{\mathbf{r}} \cdot \frac{\partial \tilde{\mathbf{r}}_M}{\partial \mathbf{r}} \right] \\ \text{ここに } \hat{\mathbf{r}} &= \frac{\mathbf{r}_M}{r_M} \end{aligned} \quad (3.189)$$

一方，(3.149) の第 2 式を \mathbf{r} で偏微分して，

$$\frac{\partial \tilde{\mathbf{r}}_M}{\partial \mathbf{r}} = \hat{\mathbf{r}} \cdot \frac{\partial \tilde{\mathbf{r}}_M}{\partial \mathbf{r}} \quad (3.190)$$

(3.190) を (3.189) に代入して，

$$\frac{\partial \mathbf{L}_M^0}{\partial \mathbf{r}} = \frac{1}{\tilde{\mathbf{r}}_M} \left[\overline{\mathbf{I}} - \hat{\mathbf{r}}_M \hat{\mathbf{r}}_M^T \right] \cdot \frac{\partial \tilde{\mathbf{r}}_M}{\partial \mathbf{r}} \quad (3.189)'$$

(3.149) の第 1 式を \mathbf{r} で偏微分して，

$$\frac{\partial \tilde{\mathbf{r}}_M}{\partial \mathbf{r}} = \frac{\partial \mathbf{r}_M}{\partial \mathbf{r}} - \overline{\mathbf{I}} = \dot{\mathbf{r}} \cdot \frac{\partial t_M}{\partial \mathbf{r}} - \overline{\mathbf{I}} \quad (3.191)$$

$\partial t_M / \partial \mathbf{r}$ は light time equation (3.150) を \mathbf{r} で偏微分して，

$$\begin{aligned} -\frac{\partial t_M}{\partial \mathbf{r}} &= \frac{1}{c} \frac{\partial \tilde{\mathbf{r}}_M}{\partial \mathbf{r}} = \frac{\hat{\mathbf{r}}_M}{c} \cdot \frac{\partial \tilde{\mathbf{r}}_M}{\partial \mathbf{r}} = \frac{\hat{\mathbf{r}}_M}{c} \left[\dot{\mathbf{r}}_M \frac{\partial t_M}{\partial \mathbf{r}} - \overline{\mathbf{I}} \right] \\ \therefore \frac{\partial t_M}{\partial \mathbf{r}} &= \frac{\hat{\mathbf{r}}_M^T / c}{1 + \beta_M \cdot \hat{\mathbf{r}}_M} \end{aligned} \quad (3.192)$$

$$\text{ここに } \vec{\beta}_M = \frac{\dot{\mathbf{r}}_M}{c}$$

したがって, $\partial \theta_M / \partial \mathbf{r}$ は (3.188) (3.189) (3.191) (3.192) より

$$\frac{\partial \theta_M}{\partial \mathbf{r}} = \frac{1}{\hat{\mathbf{r}}_M \sin \theta_M} \mathbf{L}_{ST} \left[\vec{\mathbf{I}} - \hat{\mathbf{r}}_M \hat{\mathbf{r}}_M^T \right] \left[\vec{\mathbf{I}} - \frac{\vec{\beta}_M \hat{\mathbf{r}}_M^T}{1 + \vec{\beta}_M \hat{\mathbf{r}}_M} \right] \quad (3.193)$$

(b) θ_M の速度 $\dot{\mathbf{r}}(t)$ に関する偏微分 $\partial \theta_M / \partial \dot{\mathbf{r}}$

(3.153) を \mathbf{r} で偏微分して,

$$-\sin \theta_M \cdot \frac{\partial \theta_M}{\partial \dot{\mathbf{r}}} = \frac{\partial \Delta \mathbf{L}_{ST}}{\partial \dot{\mathbf{r}}} \cdot \mathbf{L}_M + \mathbf{L}_{ST} \cdot \frac{\partial \Delta \mathbf{L}_M}{\partial \dot{\mathbf{r}}} \quad (3.194)$$

(3.146) (3.152) を \mathbf{r} で偏微分して,

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \Delta \mathbf{L}_{ST}}{\partial \dot{\mathbf{r}}} &= \frac{1}{c} \left[\vec{\mathbf{I}} - \mathbf{L}_{ST}^0 \mathbf{L}_{ST}^0 \right] \\ \frac{\partial \Delta \mathbf{L}_M}{\partial \dot{\mathbf{r}}} &= \frac{1}{c} \left[\vec{\mathbf{I}} - \mathbf{L}_M^0 \mathbf{L}_M^0 \right] \end{aligned} \right\} \quad (3.195)$$

(3.195) を (3.194) に代入して,

$$\frac{\partial \theta_M}{\partial \dot{\mathbf{r}}} [(\mathbf{L}_M \cdot \mathbf{L}_{ST}) \mathbf{L}_{ST}^0 \mathbf{L}_{ST}^{0T} + (\mathbf{L}_{ST} \cdot \mathbf{L}_M^{0T} + (\mathbf{L}_{ST} \cdot \mathbf{L}_M^0) \mathbf{L}_M^{0T} - (\mathbf{L}_M + \mathbf{L}_{ST})^T] \quad (3.196)$$

(ii) 観測パラメタに関する偏微分

(a) θ_M の S/C タイム・バイアス $a_{S/C}$ に関する偏微分 $\partial \theta_M / \partial a_{S/C}$

θ_M を S/C タイム・バイアス $a_{S/C}$ で偏微分して,

$$\frac{\partial \theta_M}{\partial a_{S/C}} = \frac{\partial \theta_M}{\partial \mathbf{X}} \cdot \dot{\mathbf{X}} \cdot \frac{\partial t}{\partial a_{S/C}} = \frac{\partial \theta_M}{\partial \mathbf{X}} \cdot \dot{\mathbf{X}} \quad (3.197)$$

$$\frac{\partial \theta_M}{\partial \mathbf{x}} = \left[\begin{array}{c} \frac{\partial \theta_M}{\partial \mathbf{r}} \\ \frac{\partial \theta_M}{\partial \dot{\mathbf{r}}} \end{array} \right] \quad (3.198)$$

$$\dot{\mathbf{x}} = \left[\begin{array}{c} \dot{\mathbf{r}} \\ \dot{\mathbf{r}} \end{array} \right] \quad (3.199)$$

(3.198) は (3.193) (3.196) から構成される.

(b) θ_M の角度オフセット θ_{MC} に関する偏微分 $\partial \theta_M / \partial \theta_{MC}$

$$\frac{\partial \theta_M}{\partial \theta_{MC}} = 1 \quad (3.200)$$

(2) 月中心と惑星(・太陽)中心とのなす角 λ_M に対する偏微分

(i) 各力学系パラメタ \mathbf{q} に関する偏微分 $\partial \lambda_M / \partial \mathbf{q}$

月中心と惑星(・太陽)中心とのなす角 λ_M の各力学パラメタ \mathbf{q} に関する偏微分 $\partial \lambda_M / \partial \mathbf{q}$

は,

$$\frac{\partial \lambda_M}{\partial \mathbf{q}} = \frac{\partial \lambda_M}{\partial \mathbf{X}} \cdot \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \mathbf{q}} \quad (3.201)$$

$$\frac{\partial \lambda_M}{\partial \mathbf{X}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \lambda_M}{\partial \mathbf{r}} \\ \dots \\ \frac{\partial \lambda_M}{\partial \dot{\mathbf{r}}} \end{bmatrix} \quad (3.202)$$

$$\frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \mathbf{q}} = \begin{cases} \mathbf{U}(t, t_0) = \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \mathbf{X}_0} ; \mathbf{q} = \mathbf{X}_0 \\ \mathbf{V}(t, t_0) ; \mathbf{q} = \text{その他の力学パラメタ} \end{cases} \quad (3.203)$$

であらわされる。遷移行列 \mathbf{U}, \mathbf{V} は変分方程式を解いて求められる。したがって、以下に $\partial \lambda_M / \partial \mathbf{r}, \partial \lambda_M / \partial \dot{\mathbf{r}}$ に関する導出を行う。

(a) λ_M の位置 $\mathbf{r}(t)$ に関する偏微分 $\partial \lambda_M / \partial \mathbf{r}$

(3.160) を \mathbf{r} で偏微分して,

$$\begin{aligned} -\sin \lambda_U \cdot \frac{\partial \lambda_M}{\partial \mathbf{r}} &= \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} (\mathbf{L}_p \cdot \mathbf{L}_M) = \mathbf{L}_M \cdot \frac{\partial \mathbf{L}_p}{\partial \mathbf{r}} + \mathbf{L}_p \cdot \frac{\partial \mathbf{L}_M}{\partial \mathbf{r}} \\ &\cong \mathbf{L}_M \cdot \frac{\partial \mathbf{L}_p^0}{\partial \mathbf{r}} + \mathbf{L}_p \cdot \frac{\partial \mathbf{L}_M^0}{\partial \mathbf{r}} \end{aligned} \quad (3.204)$$

偏微分 $\partial \mathbf{L}_p^0 / \partial \mathbf{r}, \partial \mathbf{L}_M^0 / \partial \mathbf{r}$ は 1. と同様の議論により,

$$\frac{\partial \mathbf{L}_p^0}{\partial \mathbf{r}} = -\frac{1}{\hat{\mathbf{r}}_p} \left[\vec{\mathbf{I}} - \hat{\mathbf{r}}_p \hat{\mathbf{r}}_p^T \right] \left[\vec{\mathbf{I}} - \frac{\vec{\beta} \cdot \hat{\mathbf{r}}_p^T}{(1 + \vec{\beta} \cdot \hat{\mathbf{p}}_p)} \right] \quad (3.205)$$

$$\frac{\partial \mathbf{L}_M^0}{\partial \mathbf{r}} = -\frac{1}{\hat{\mathbf{r}}_M} \left[\vec{\mathbf{I}} - \hat{\mathbf{r}}_M \hat{\mathbf{r}}_M^T \right] \left[\vec{\mathbf{I}} - \frac{\vec{\beta} \cdot \hat{\mathbf{M}}_M^T}{(1 + \vec{\beta} \cdot \hat{\mathbf{M}}_M)} \right] \quad (3.206)$$

$$\text{ここに } \hat{\mathbf{r}}_p = \frac{\hat{\mathbf{r}}_p}{\hat{r}_p}, \hat{\mathbf{r}}_M = \frac{\hat{\mathbf{r}}_M}{\hat{r}_M} \quad (3.207)$$

(3.205) (3.206) を (3.204) に代入して,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \lambda_M}{\partial \mathbf{r}} &= \frac{1}{\sin \lambda_M} \left[\frac{1}{\hat{r}_p} \mathbf{L}_M^T \left[\vec{\mathbf{I}} - \hat{\mathbf{r}}_p \hat{\mathbf{r}}_p^T \right] \left[\vec{\mathbf{I}} - \frac{\vec{\beta}_p \hat{\mathbf{r}}_p^T}{1 + \vec{\beta}_p \cdot \hat{\mathbf{r}}_p} \right] \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{\hat{r}_M} \mathbf{L}_p^T \left[\vec{\mathbf{I}} - \hat{\mathbf{r}}_p \hat{\mathbf{r}}_p^T \right] \left[\vec{\mathbf{I}} - \frac{\vec{\beta}_p \hat{\mathbf{r}}_p^T}{1 + \vec{\beta}_p \cdot \hat{\mathbf{r}}_p} \right] \right] \end{aligned} \quad (3.208)$$

(b) λ_M の速度 $\dot{\mathbf{r}}(t)$ に関する偏微分 $\partial \lambda_M / \partial \dot{\mathbf{r}}$

(3.160) を $\dot{\mathbf{r}}$ で偏微分して,

$$-\sin \lambda_M \cdot \frac{\partial \lambda_M}{\partial \dot{\mathbf{r}}} = \frac{\partial \Delta \mathbf{L}_p}{\partial \dot{\mathbf{r}}} \cdot \mathbf{L}_M + \mathbf{L}_p \cdot \frac{\partial \Delta \mathbf{L}_M}{\partial \dot{\mathbf{r}}} \quad (3.209)$$

(3.152)(3.159)を $\dot{\mathbf{r}}$ で偏微分して,

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \Delta \mathbf{L}_p}{\partial \dot{\mathbf{r}}} &= \frac{1}{c} [\vec{\mathbf{I}} - \mathbf{L}_p^0 \mathbf{L}_p^{0T}] \\ \frac{\partial \Delta \mathbf{L}_M}{\partial \dot{\mathbf{r}}} &= \frac{1}{c} [\vec{\mathbf{I}} - \mathbf{L}_M^0 \mathbf{L}_M^{0T}] \end{aligned} \right\} \quad (3.210)$$

(3.210)を(3.209)に代入して,

$$\frac{\partial \lambda_M}{\partial \dot{\mathbf{r}}} = \frac{1}{c \sin \lambda_M} [\mathbf{L}_M \cdot \mathbf{L}_p^0] \mathbf{L}_p^{0T} + (\mathbf{L}_p^0 \cdot \mathbf{L}_M^{0T}) \mathbf{L}_M^{0T} - (\mathbf{L}_M + \mathbf{L}_p)^T \quad (3.211)$$

(ii) 観測系パラメタに関する偏微分

(a) λ_M をS/Cタイム・バイアス $a_{S/C}$ に関する偏微分 $\partial \lambda_M / \partial a_{S/C}$

λ_M をS/Cタイム・バイアス $a_{S/C}$ で偏微分して

$$\frac{\partial \lambda_M}{\partial a_{S/C}} = \frac{\partial \lambda_M}{\partial \mathbf{X}} \cdot \dot{\mathbf{X}} \cdot \frac{\partial t}{\partial a_{S/C}} = \frac{\partial \lambda_M}{\partial \mathbf{X}} \cdot \dot{\mathbf{X}} \quad (3.212)$$

$$\frac{\partial \lambda}{\partial \mathbf{X}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \lambda_M}{\partial \mathbf{r}} \\ \dots \\ \frac{\partial \lambda_M}{\partial \dot{\mathbf{r}}} \end{bmatrix} \quad \dot{\mathbf{X}} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{r}} \\ \ddot{\mathbf{r}} \end{bmatrix} \quad (3.213)$$

(3.213)は(3.208)(3.211)から構成される.

(b) λ_M の角度オフセット λ_{MC} に関する偏微分 $\partial \lambda_M / \lambda_{MC}$

$$\frac{\partial \lambda_M}{\lambda_{MC}} = 1 \quad (3.214)$$

(3) 月の視野角 ψ_M に対する偏微分

(i) 各力学パラメタ \mathbf{q} に関する偏微分 $\partial \psi_M / \partial \mathbf{q}$

月の視野角 ψ_M の各力学パラメタ \mathbf{q} に関する偏微分 $\partial \psi_M / \partial \mathbf{q}$ は,

$$\frac{\partial \psi_M}{\partial \mathbf{q}} = \frac{\partial \psi_M}{\partial \mathbf{X}} \cdot \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \mathbf{q}} \quad (3.215)$$

$$\frac{\partial \psi_M}{\partial \mathbf{X}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \psi_M}{\partial \mathbf{r}} \\ \dots \\ \frac{\partial \psi_M}{\partial \dot{\mathbf{r}}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \psi_M}{\partial \mathbf{r}} \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.216)$$

$$\frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \mathbf{q}} = \begin{bmatrix} \mathbf{U}(t, t_0) = \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \mathbf{X}_0}; \mathbf{q} = \mathbf{X}_0 \\ \mathbf{V}(t, t_0); \mathbf{q} = \text{その他の力学系パラメタ} \end{bmatrix} \quad (3.187)$$

であらわされる. 遷移行列 \mathbf{U} , \mathbf{V} は変数方程式を解いて求められる.

$\partial \psi_M / \partial \mathbf{r}$ は(3.162)を \mathbf{r} で偏微分して,

$$\cos \psi_M \cdot \frac{\partial \psi_M}{\partial \mathbf{r}} = R_M \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \left[\frac{1}{\bar{r}_M} \right] = -\frac{R_M}{\bar{r}_M^2} \cdot \frac{\partial \bar{r}_M}{\partial \mathbf{r}}$$

(3.190) (3.191) (3.192) を代入して

$$\frac{\partial \psi_M}{\partial \mathbf{r}} = \frac{R_M}{\bar{r}_M^2 \cos \psi_M} \hat{\mathbf{r}}_M \cdot \left[\mathbf{I} - \frac{\vec{\beta}_M \hat{\mathbf{r}}_M^T}{1 + \vec{\beta}_M \cdot \hat{\mathbf{r}}_M} \right] \frac{R_M \hat{\mathbf{r}}_M^T}{\bar{r}_M^2 \cos \psi_M (1 + \vec{\beta}_M \cdot \hat{\mathbf{r}}_M)} \quad (3.217)$$

(ii) 観測系パラメタに関する偏微分

(a) ψ_M の S/C タイムバイアス $a_{S/C}$ に関する偏微分

ψ_M を S/C タイムバイアス $a_{S/C}$ に関する偏微分して,

$$\frac{\partial \psi_M}{\partial a_{S/C}} = \frac{\partial \psi_M}{\partial \mathbf{X}} \cdot \dot{\mathbf{X}} \cdot \frac{\partial t}{\partial \mathbf{X}} = \frac{\partial \psi_M}{\partial \mathbf{X}} \cdot \dot{\mathbf{X}}$$

(3.199) (3.217) を代入して,

$$\frac{\partial \psi_M}{\partial a_{S/C}} = \dot{\mathbf{r}} \cdot \frac{\partial \psi_M}{\partial \mathbf{r}} \quad (3.218)$$

$\partial \psi_M / \partial \mathbf{r}$ は (3.217) で表現される.

(b) ψ_M の角度オフセット ψ_{CM} に関する偏微分 $\partial \psi_M / \partial \psi_{CM}$

$$\frac{\partial \psi_M}{\partial \psi_{CM}} = 1 \quad (3.219)$$

(4) 太陽中心と特定の星とのなす角 θ_S に対する偏微分

(i) 太陽中心と特定の星とのなす角 θ_S の各力学系パラメタ \mathbf{q} に関する偏微分 $\partial \theta_S / \partial \mathbf{q}$

$$\frac{\partial \theta_S}{\partial \mathbf{q}} = \frac{\partial \theta_S}{\partial \mathbf{X}} \cdot \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \mathbf{q}} \quad (3.220)$$

$$\frac{\partial \theta_S}{\partial \mathbf{X}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \theta_S}{\partial \mathbf{r}} \\ \frac{\partial \theta_S}{\partial \dot{\mathbf{r}}} \end{bmatrix} \quad (3.221)$$

$$\frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \mathbf{q}} = \begin{bmatrix} \mathbf{U}(t, t_0) = \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \mathbf{X}_0} ; \mathbf{q} = \mathbf{X}_0 \\ \mathbf{V}(t, t_0) ; \text{その他の力学系パラメタ} \end{bmatrix} \quad (3.187)$$

以下に $\partial \theta_S / \partial \mathbf{r}$, $\partial \theta_S / \partial \dot{\mathbf{r}}$ に関する導出を行う.

(a) θ_S の位置 $\mathbf{r}(t)$ に関する偏微分 $\partial \theta_S / \partial \mathbf{r}$

(3.170) を \mathbf{r} で偏微分して,

$$-\sin \theta_S \cdot \frac{\partial \theta_S}{\partial \mathbf{r}} = \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} (\mathbf{L}_{ST} \cdot \mathbf{L}_S) = \mathbf{L}_{ST} \cdot \frac{\partial \mathbf{L}_S}{\partial \mathbf{r}}$$

$$\begin{aligned}
&= \mathbf{L}_{ST} \left[\frac{\partial \mathbf{L}_S^0}{\partial \mathbf{r}} + \frac{\partial \Delta \mathbf{L}_S^0}{\partial \mathbf{r}} \right] \\
&\cong \mathbf{L}_{ST} \cdot \frac{\partial \mathbf{L}_S^0}{\partial \mathbf{r}}
\end{aligned} \tag{3.222}$$

(3.167)' を \mathbf{r} で偏微分して

$$\frac{\partial \mathbf{L}_S^0}{\partial \mathbf{r}} = \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \left(-\frac{\mathbf{r}}{r} \right) = -\frac{\vec{\mathbf{I}} - \hat{\mathbf{r}}\hat{\mathbf{r}}^T}{r} \tag{3.223}$$

したがって $\partial \theta_S / \partial \mathbf{r}$ は (3.223) を (3.222) に代入して,

$$\frac{\partial \theta_S}{\partial \mathbf{r}} = \frac{1}{r \sin \theta_S} \mathbf{L}_{ST} \cdot [\vec{\mathbf{I}} - \hat{\mathbf{r}}\hat{\mathbf{r}}^T] \tag{3.224}$$

$$\hat{\mathbf{r}} = \frac{\mathbf{r}}{r}, \quad r = |\mathbf{r}|$$

(b) θ_S の速度 $\dot{\mathbf{r}}(t)$ に関する偏微分 $\partial \theta_S / \partial \dot{\mathbf{r}}$

(3.170) を $\dot{\mathbf{r}}$ で偏微分して

$$-\sin \theta_S \cdot \frac{\partial \theta_S}{\partial \dot{\mathbf{r}}} = \frac{\partial}{\partial \dot{\mathbf{r}}} (\mathbf{L}_{ST} \cdot \mathbf{L}_S) = \mathbf{L}_S \cdot \frac{\partial \Delta \mathbf{L}_{ST}}{\partial \dot{\mathbf{r}}} + \mathbf{L}_{ST} \cdot \frac{\partial \Delta \mathbf{L}_S}{\partial \dot{\mathbf{r}}} \tag{3.225}$$

(3.146) (3.169) を $\dot{\mathbf{r}}$ で微分して,

$$\left. \begin{aligned}
\frac{\partial \Delta \mathbf{L}_{ST}}{\partial \dot{\mathbf{r}}} &= \frac{1}{c} [\vec{\mathbf{I}} - \mathbf{L}_{ST}^0 \mathbf{L}_{ST}^{0T}] \\
\frac{\partial \Delta \mathbf{L}_S}{\partial \dot{\mathbf{r}}} &= \frac{1}{c} [\vec{\mathbf{I}} - \mathbf{L}_{ST}^0 \mathbf{L}_S^{0T}]
\end{aligned} \right\} \tag{3.226}$$

(3.226) を (3.225) に代入して,

$$\frac{\partial \theta_S}{\partial \dot{\mathbf{r}}} = \frac{1}{c \sin \theta_S} [(\mathbf{L}_S \cdot \mathbf{L}_{ST}^0) \mathbf{L}_{ST}^{0T} + (\mathbf{L}_{ST} \cdot \mathbf{L}_S^0) \mathbf{L}_S^{0T} - (\mathbf{L}_{ST} + \mathbf{L}_S)^T] \tag{3.227}$$

(ii) 観測系パラメタに関する偏微分

(a) θ_S の S/C タイムバイアス $a_{S/C}$ に関する偏微分 $\partial \theta_S / \partial a_{S/C}$

θ_S の S/C タイムバイアス $a_{S/C}$ で偏微分して,

$$\frac{\partial \theta_S}{\partial a_{S/C}} = \frac{\partial \theta_S}{\partial \mathbf{X}} \cdot \dot{\mathbf{X}} \cdot \frac{\partial t}{\partial a_{S/C}} = \frac{\partial \theta_S}{\partial \mathbf{X}} \cdot \dot{\mathbf{X}} \tag{3.228}$$

$$\frac{\partial \theta_S}{\partial \mathbf{X}} = \left[\begin{array}{c} \frac{\partial \theta_S}{\partial \mathbf{r}} \\ \dots \\ \frac{\partial \theta_S}{\partial \dot{\mathbf{r}}} \end{array} \right] \tag{3.229}$$

$$\dot{\mathbf{X}} = \left[\begin{array}{c} \dot{\mathbf{r}} \\ \dot{\mathbf{r}} \end{array} \right] \tag{3.230}$$

(3.229) は (3.224) (3.227) から構成される.

- (b)
- θ_s
- の角度オフセット
- θ_{sc}
- に関する偏微分
- $\partial \theta_s / \partial \theta_{sc}$

$$\frac{\partial \theta_s}{\partial \theta_{sc}} = 1 \quad (3.231)$$

- (5) 太陽中心と惑星・月中心とのなす角
- λ_s
- に対する偏微分

- (i) 各力学系パラメタ
- \mathbf{q}
- に関する偏微分
- $\partial \lambda_s / \partial \mathbf{q}$

太陽中心と惑星・月中心とのなす角 λ_s の各力学系パラメタ \mathbf{q} に関する偏微分 $\partial \lambda_s / \partial \mathbf{q}$ は,

$$\frac{\partial \lambda_s}{\partial \mathbf{q}} = \frac{\partial \lambda_s}{\partial \mathbf{X}} \cdot \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \mathbf{q}} \quad (3.232)$$

$$\frac{\partial \lambda_s}{\partial \mathbf{X}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \lambda_s}{\partial \mathbf{r}} \\ \dots \\ \frac{\partial \lambda_s}{\partial \dot{\mathbf{r}}} \end{bmatrix} \quad (3.233)$$

$$\frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \mathbf{q}} = \begin{bmatrix} \mathbf{U}(t, t_0) = \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \mathbf{X}_0} ; \mathbf{q} = \mathbf{X}_0 \\ \mathbf{V}(t, t_0) ; \mathbf{q} = \text{その他の力学系パラメタ} \end{bmatrix} \quad (3.187)$$

であらわされる。遷移行列 \mathbf{U}, \mathbf{V} は変分方程式を解いて求められる。したがって、以下に $\partial \lambda_s / \partial \mathbf{r}, \partial \lambda_s / \partial \dot{\mathbf{r}}$ に関する導出を行う。

- (a)
- λ_s
- の位置
- $\mathbf{r}(t)$
- に関する偏微分
- $\partial \lambda_s / \partial \mathbf{r}$

(3.179) を \mathbf{r} で偏微分して,

$$\begin{aligned} -\sin \lambda_s \cdot \frac{\partial \lambda_s}{\partial \mathbf{r}} &= \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} (\mathbf{L}_s \cdot \mathbf{L}_p) = \mathbf{L}_s \cdot \frac{\partial \mathbf{L}_p}{\partial \mathbf{r}} + \mathbf{L}_p \cdot \frac{\partial \mathbf{L}_s}{\partial \mathbf{r}} \\ &\cong \mathbf{L}_s \cdot \frac{\partial \mathbf{L}_p^0}{\partial \mathbf{r}} + \mathbf{L}_p \cdot \frac{\partial \mathbf{L}_p^0}{\partial \mathbf{r}} \end{aligned} \quad (3.234)$$

偏微分 $\partial \mathbf{L}_p^0 / \partial \mathbf{r}, \partial \mathbf{L}_s^0 / \partial \mathbf{r}$ は (3.205) (3.223) より

$$\frac{\partial \mathbf{L}_p^0}{\partial \mathbf{r}} = -\frac{1}{\hat{\mathbf{r}}_p} [\vec{\mathbf{I}} - \hat{\mathbf{r}}_p \hat{\mathbf{r}}_p^T] [\vec{\mathbf{I}} - \frac{\vec{\beta}_p \hat{\mathbf{r}}_p^T}{(1 + \vec{\beta}_p \cdot \hat{\mathbf{r}}_p)}] \quad (3.205)$$

$$\frac{\partial \mathbf{L}_s^0}{\partial \mathbf{r}} = -\frac{1}{r} [\vec{\mathbf{I}} - \hat{\mathbf{r}} \hat{\mathbf{r}}^T] \quad (3.223)$$

(3.234) に代入して,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \lambda_s}{\partial \mathbf{r}} &= \frac{1}{\sin \lambda_s} \left[\frac{1}{\hat{\mathbf{r}}_p} \mathbf{L}_s [\vec{\mathbf{I}} - \hat{\mathbf{r}}_p \hat{\mathbf{r}}_p^T] [\vec{\mathbf{I}} - \frac{\vec{\beta}_p \hat{\mathbf{r}}_p^T}{(1 + \vec{\beta}_p \cdot \hat{\mathbf{r}}_p)}] \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{r} \mathbf{L}_p [\vec{\mathbf{I}} - \hat{\mathbf{r}} \hat{\mathbf{r}}^T] \right] \end{aligned} \quad (3.235)$$

- (b)
- λ_s
- の速度
- $\dot{\mathbf{r}}(t)$
- に関する偏微分
- $\partial \lambda_s / \partial \dot{\mathbf{r}}$

(7.1.61) を $\dot{\mathbf{r}}$ で偏微分して,

$$\begin{aligned}
-\sin \lambda_S \frac{\partial \lambda_S}{\partial \dot{\mathbf{r}}} &= \frac{\partial}{\partial \dot{\mathbf{r}}} (\mathbf{L}_S \cdot \mathbf{L}_p) \\
&= \mathbf{L}_S \cdot \frac{\partial \Delta \mathbf{L}_p}{\partial \dot{\mathbf{r}}} + \mathbf{L}_p \cdot \frac{\partial \Delta \mathbf{L}_S}{\partial \dot{\mathbf{r}}}
\end{aligned} \quad (3.236)$$

偏微分 $\partial \Delta \mathbf{L}_p / \partial \dot{\mathbf{r}}$, $\partial \Delta \mathbf{L}_S / \partial \dot{\mathbf{r}}$ は (3.210) (3.226) より

$$\frac{\partial \Delta \mathbf{L}_p}{\partial \dot{\mathbf{r}}} = \frac{1}{c} [\ddot{\mathbf{I}} - \mathbf{L}_p^0 \mathbf{L}_p^{0T}] \quad (3.210)$$

$$\frac{\partial \Delta \mathbf{L}_S}{\partial \dot{\mathbf{r}}} = \frac{1}{c} [\ddot{\mathbf{I}} - \mathbf{L}_S^0 \mathbf{L}_S^{0T}] \quad (3.226)$$

これを (7.2.113) に代入して,

$$\frac{\partial \lambda_S}{\partial \dot{\mathbf{r}}} = \frac{1}{c \sin \lambda_S} [(\mathbf{L}_S \cdot \mathbf{L}_p^0) \mathbf{L}_p^{0T} + (\mathbf{L}_p \cdot \mathbf{L}_S^0) \mathbf{L}_S^{0T} - (\mathbf{L}_S \cdot \mathbf{L}_p)^T] \quad (3.237)$$

(ii) 観測系パラメタに関する偏微分

(a) λ_S の S/C タイムバイアス $a_{S/C}$ に関する偏微分 $\partial \lambda_S / \partial a_{S/C}$

λ_S を S/C タイムバイアス $a_{S/C}$ で偏微分して,

$$\frac{\partial \lambda_S}{\partial a_{S/C}} = \frac{\partial \lambda_S}{\partial \mathbf{X}} \cdot \dot{\mathbf{X}} \cdot \frac{at}{\partial a_{S/C}} = \frac{\partial \lambda_S}{\partial \mathbf{X}} \cdot \dot{\mathbf{X}} \quad (3.238)$$

$$\frac{\partial \lambda_S}{\partial \mathbf{X}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \lambda_S}{\partial \mathbf{r}} \\ \dots \\ \frac{\partial \lambda_S}{\partial \dot{\mathbf{r}}} \end{bmatrix}, \quad \dot{\mathbf{X}} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{r}} \\ \dot{\mathbf{r}} \end{bmatrix} \quad (3.239)$$

(3.239) は (3.235) (3.237) から構成される.

(b) λ_S の角度オフセット λ_{SC} に関する偏微分 $\partial \lambda_S / \partial \lambda_{SC}$

$$\frac{\partial \lambda_S}{\partial \lambda_{SC}} = 1 \quad (3.240)$$

(b) 太陽の視野角 ψ_S に対する偏微分

(i) 各力学系パラメタ \mathbf{q} に関する偏微分 $\partial \psi_S / \partial \mathbf{q}$

太陽の視野角 ψ_S の各力学系パラメタ \mathbf{q} に関する偏微分 $\partial \psi_S / \partial \mathbf{q}$ は

$$\frac{\partial \psi_S}{\partial \mathbf{q}} = \frac{\partial \psi_S}{\partial \mathbf{X}} \cdot \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \mathbf{q}} \quad (3.241)$$

$$\frac{\partial \psi_S}{\partial \mathbf{X}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \psi_S}{\partial \mathbf{r}} \\ \dots \\ \frac{\partial \psi_S}{\partial \dot{\mathbf{r}}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \psi_S}{\partial \mathbf{r}} \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.242)$$

$$\frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \mathbf{q}} = \begin{cases} \mathbf{U}(t, t_0) = \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \mathbf{X}_0}; \mathbf{q} = \mathbf{X}_0 \\ \mathbf{V}(t, t_0); \mathbf{q} = \text{その他の力学系パラメタ} \end{cases} \quad (3.187)$$

であらわされる．遷移行列 U , V は変分方程式を解いて求められる．

$\partial \psi_s / \partial \mathbf{r}$ は (3.181) を \mathbf{r} で偏微分して,

$$\begin{aligned} \cos \psi_s \frac{\partial \psi_s}{\partial \mathbf{r}} &= R_s \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \left(\frac{1}{r} \right) = -\frac{R_s}{r^2} \hat{\mathbf{r}}^T \\ \therefore \frac{\partial \psi_s}{\partial \mathbf{r}} &= -\frac{R_s \hat{\mathbf{r}}^T}{r^2 \cos \psi_s} \end{aligned} \quad (3.243)$$

(ii) 観測系パラメタに関する偏微分

(a) ψ_s の S/C タイムバイアス $a_{s/c}$ に関する偏微分

ψ_s を S/C タイムバイアス $a_{s/c}$ で偏微分して

$$\frac{\partial \lambda_s}{\partial a_{s/c}} = \frac{\partial \psi_s}{\partial \mathbf{X}} \cdot \dot{\mathbf{X}} \cdot \frac{\partial t}{\partial a_{s/c}} = \frac{\partial \psi_s}{\partial \mathbf{X}} \cdot \dot{\mathbf{X}}$$

(3.243) を代入して

$$\frac{\partial \psi_s}{\partial a_{s/c}} = \dot{\mathbf{r}} \frac{\partial \psi_s}{\partial \mathbf{r}} = -\frac{R_s \hat{\mathbf{r}}^T \cdot \dot{\mathbf{r}}}{r^2 \cos \psi_s} \quad (3.244)$$

(b) ψ_s の角度オフセット ψ_{sc} に関する偏微分 $\partial \psi_s / \partial \psi_{sc}$

$$\frac{\partial \psi_s}{\partial \psi_{sc}} = 1 \quad (3.245)$$

3.7 観測量の補正

観測データを実際に取得する際には、多くの誤差が混入する．それゆえ、観測量をより真値に近づけるためには、それらに対する補正を行わなければならない．補正にはモデル化(定式化)できるものと再現性がない等の理由でモデル化(定式化)できないものがあり、本プログラムでは後者をバイアス・パラメタとして一括して推定できるようにしている．本プログラムで取り扱う補正量を、表 3.7 に示す．

表 3.7 各観測量の補正

観 測 量	補 正 項 目	定式化の有無
レンジ	大気屈折効果	モデル化
	電離層効果	モデル化
	アンテナ・オフセット	モデル化(os 数値代入)
	トラボン・局内遅延	数値代入
	レンジ・バイアス	バイアス・パラメタ
1-way ドップラー	大気屈折効果	モデル化
	電離層効果	モデル化
	アンテナ・オフセット	モデル化(os 数値代入)
	トラボン・局内遅延	数値代入
	周波数オフセット・変化率	推定パラメタ
	大気屈折効果	モデル化

2-way ドップラー	電離層効果	モデル化
	アンテナ・オフセット	モデル化(os 数値代入)
	トラボン・局内遅延	数値代入
	レンジレート・バイアス	バイアス・パラメタ
角度(Az, El)	大気屈折効果	モデル化
月・星角	月・星角バイアス	バイアス・パラメタ
月・惑星角	月・惑星角バイアス	バイアス・パラメタ
月視半径	月視半径バイアス	バイアス・パラメタ
太陽・星角	太陽・星角バイアス	バイアス・パラメタ
太陽・惑星角	太陽・惑星角バイアス	バイアス・パラメタ
太陽視半径	太陽視半径バイアス	バイアス・パラメタ

レンジ, ドップラー (1-way, 2-way), 角度データに対する補正の式および補正方法は従来のプログラムから変更していない. したがってそれらについては宇宙科学研究所報告第42号 [I] を参照されたい. 今回の改修に伴って変更されたものは表面 refractivity N_s , Electron Contents E_c のデータの与え方と, 任意の時刻でのそれらの値の導出法である.

3.7.1 表面 refractivity N_s , electron contents E_c のデータの与え方と導出法

本プログラムでは, 表面 refractivity N_s , electron contents E_c は月別・時間別平均値をテーブル (12×24次元) として持ち, それを補間して用いている. 補間法としては, 2 変数, 等間隔 (間隔 $h_x = 1$ 月, $h_y = 1$ 時間) の場合の n 次 ($n \leq 3$) までの Newton の補間,

$$\begin{aligned}
X(p, q) = & X(t_u^0, t_M^0) + p \{ X(t_u^1, t_M^0) - (t_u^0, t_M^0) \} \\
& + q \{ X(t_u^0, t_M^1) - (t_u^0, t_M^0) \} \\
& + \frac{1}{2!} [p(p-1) \{ X(t_u^2, t_M^0) - 2X(t_u^1, t_M^0) + X(t_u^0, t_M^0) \} \\
& + q(q-1) \{ X(t_u^0, t_M^2) - 2X(t_u^0, t_M^1) + X(t_u^0, t_M^0) \} \\
& + 2pq \{ X(t_u^1, t_M^1) - 2X(t_u^0, t_M^0) + X(t_u^0, t_M^1) - (t_u^1, t_M^0) \} \\
& + \frac{1}{3!} [p(p-1)(p-2) \{ X(t_u^3, t_M^0) - 3X(t_u^2, t_M^0) + 3X(t_u^1, t_M^0) - X(t_u^0, t_M^0) \} \\
& + q(q-1)(q-2) \{ X(t_u^0, t_M^3) - 3X(t_u^0, t_M^2) + 3X(t_u^0, t_M^1) - X(t_u^0, t_M^0) \} \\
& + 3p(p-1)q \{ X(t_u^2, t_M^1) - 2X(t_u^1, t_M^1) + X(t_u^0, t_M^1) \\
& \quad - \{ X(t_u^2, t_M^0) - 2X(t_u^1, t_M^0) + X(t_u^0, t_M^0) \}] \\
& + 3pq(q-1) \{ X(t_u^1, t_M^2) - 2X(t_u^1, t_M^1) + X(t_u^1, t_M^0) \\
& \quad - \{ X(t_u^0, t_M^2) - 2X(t_u^0, t_M^1) + X(t_u^0, t_M^0) \}]
\end{aligned}
\tag{3.246}$$

$$X(p, q) = \begin{cases} N_s(p, q) ; \text{表面 refractivity } N_s \\ E_c(p, q) ; \text{electron contents } E_c \end{cases}$$

$$p = \frac{t_u - t_u^0}{h_x} = t_u - t_u^0, \quad q = \frac{t_M - t_M^0}{h_x} = t_M - t_M^0$$

$$t_u^0 = [t_u], \quad t_M^0 = [t_M] \quad ([] \text{ は Gauss 記号})$$

$$t_u^1 = t_u^0 + h_x = t_u^0 + 1, \quad t_M^1 = t_M^0 + h_y = t_M^0 + 1$$

$$t_u^2 = t_u^0 + 2h_x = t_u^0 + 2, \quad t_M^2 = t_M^0 + 2h_y = t_M^0 + 2$$

$$t_u^3 = t_u^0 + 3h_x = t_u^0 + 3, \quad t_M^3 = t_M^0 + 3h_y = t_M^0 + 3$$

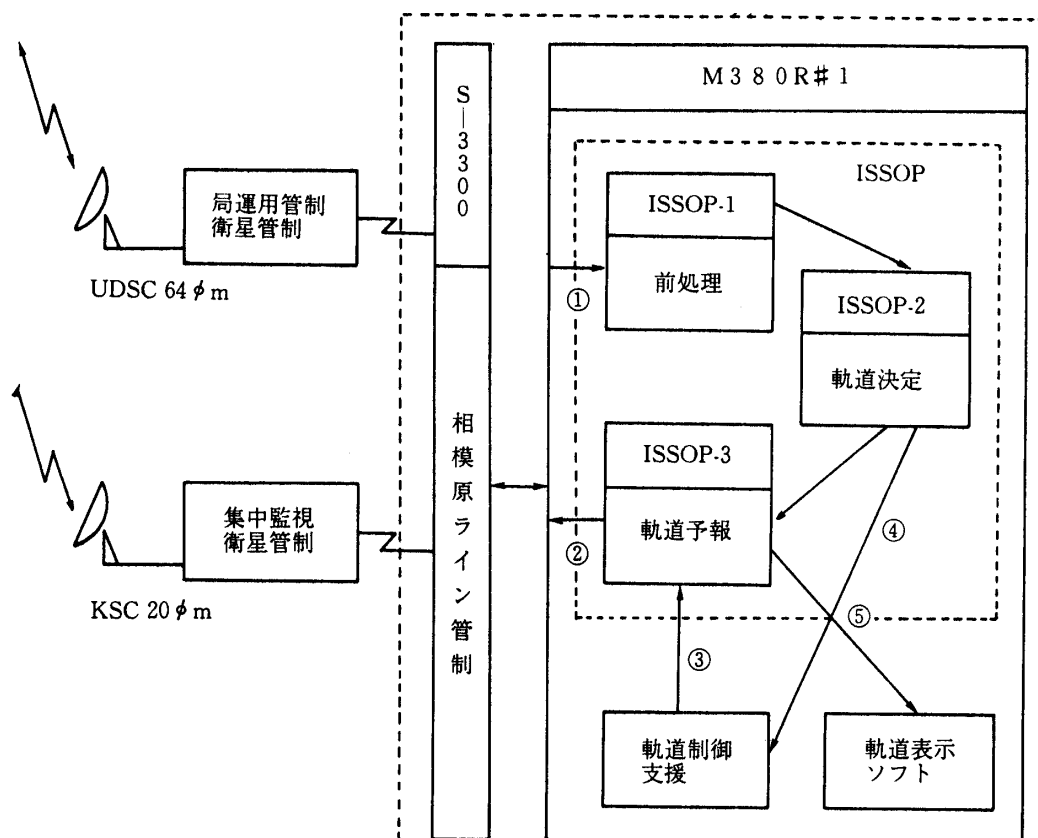
を用いる。

第 4 章 ISSOP(MUSES-A バージョン)のシステム構成と機能概要

4.1 ISSOP の位置づけ

4.1.1 ISSOP の位置づけ

図 4.1 に ISSOP システムの位置づけを示す。ISSOP システムは、相模原キャンパス・衛星データ処理センター内に設置された FACOM M-380R # 1 号機上で稼動される。各観測



①RARR Az, El, ONS データ, ②長期可視, アンテナ予報値, ③軌道制御量, ④軌道決定値, ⑤軌道情報

図 4.1 ISSOP の位置づけ

局(UDSC, KSC)で取得された観測データ(レンジ, ドップラー, 角度, ONS データ)は, 回線経由でネットワーク管制システム等を経て ISSOP システムに入力される. ISSOP システムは, このデータを用いて軌道決定処理を行いアンテナ角度予報データを計算する. 予報データは再びネットワーク管制システム等を経由して各観測局に伝送され, 衛星の運用に供される. また, ISSOP システムの出力である軌道決定値は, 姿勢決定/制御システム, P1 データ処理システム等他システムへの入力データとなる.

4.1.2 他システム間インタフェース

図4.2に他システムとのインタフェースを示す. 各観測局から伝送された観測データ(オンライン・データ)は, OEDF 作成プログラムで編集されて編集前ファイル(OEDF)に格納される. ISSOP システムでは, この編集前ファイルを介して軌道生データを入力する. ISSOP システムの出力のうち, 軌道決定の結果得られた軌道6要素は運用ソフトウェア MOONS および ONS 画像処理ソフトウェアの入力となる. また事後共分散ファイル(CVF2)を介して軌道制御計算ソフトウェア HOMAN に入力される. 軌道6要素を用いて計算されたS/C エフェメリスは, 1つはS/C エフェメリスファイル STEF によってPI データ処理ソフトウェア PIQLS, 姿勢決定ソフトウェア ADS の入力となり, もう1つは SCEF を通じて軌道表示ソフトウェア ORDIS の入力となる. ORDIS はまた, ISSOP システムの出力である前処理済データ, 長期予報ファイル(LPRF), アンテナ予報ファイル(APRF)を介して入力・表示する.

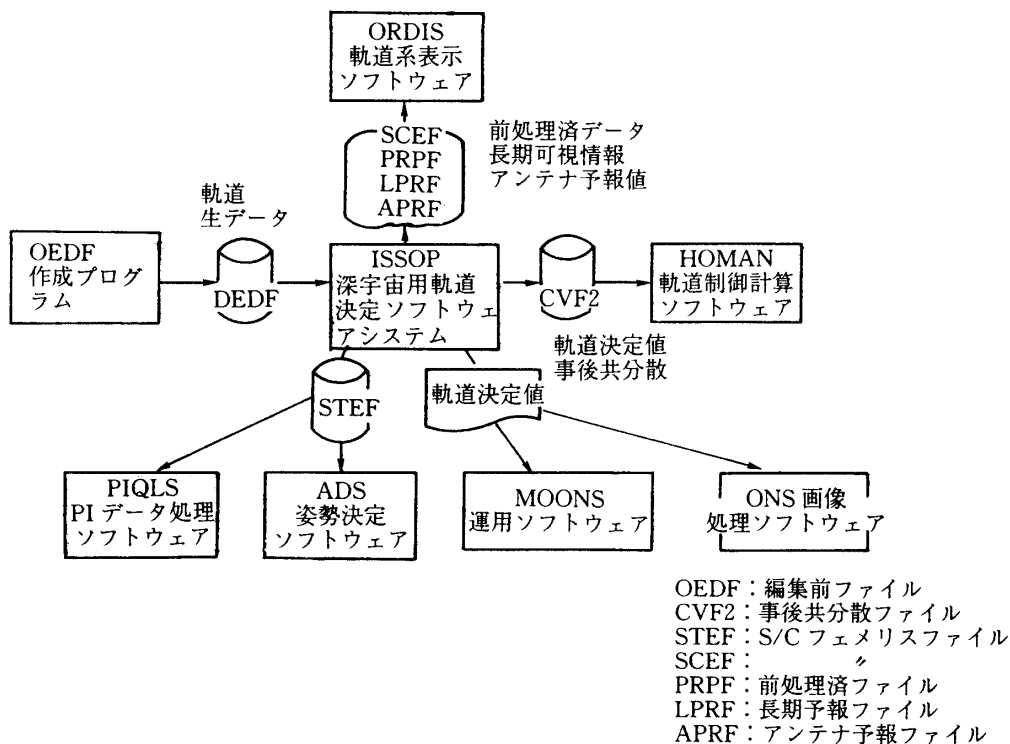


図4.2 他システムとのインターフェース

4.2 ISSOP システムのプログラム構成

4.2.1 プログラム構成と主要機能

図 4.3 に ISSOP システムのプログラム構成を示す。ISSOP システムは、観測データの
前処理を行う軌道前処理プログラム ISSOP-1，データを時刻順に並びかえるソート・プロ
グラム ISSOP-S，軌道決定を行う軌道決定プログラム ISSOP-2，予報データを作成する軌
道予報プログラム ISSOP-3，各種ユーティリティ群から成るユーティリティ・プログラム
ISSOP-4 から構成される。表 4.1 に各プログラムの主要機能を示す。

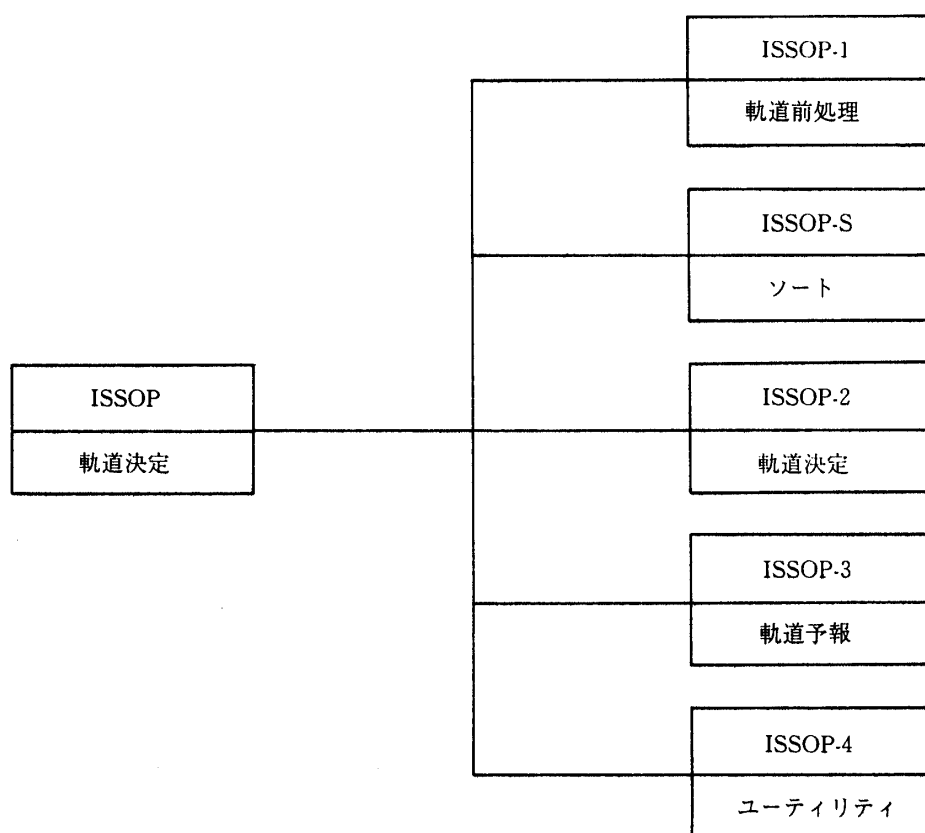


図 4.3 ISSOP システムのプログラム構成

表 4.1 ISSOP システムのプログラム構成

プログラム名	機 能 概 要
軌道前処理	<ul style="list-style-type: none"> ・観測データのフォーマットの変換を行い、軌道決定用に変換する。 ・データの平滑を行い、不良データの棄却を行う。 ・データの圧縮を行い、データを適当な量にする。 ・データの品質管理を行うために、データをグラフ表示する。 (O 値, (O-C) 値)
ソート	<ul style="list-style-type: none"> ・前処理済データを時刻順に編成する。
	<ul style="list-style-type: none"> ・任意のエポックにおける軌道 6 要素を用いて、軌道決定したいエポックまで軌道生成する (シフト・エポック)

軌道決定	<ul style="list-style-type: none"> ・時刻順に編成された観測データ(測距データ)を入力し、エポックにおける軌道6要素の推定パラメタの値をフィルタを用いて推定する。 ・共分散伝播を行う。 ・感度・摂動行列等の推定誤差解析情報を計算する。
軌道予報	<ul style="list-style-type: none"> ・S/Cの軌道を生成する。 ・長期間にわたるS/Cの可視時間帯を計算する。 ・アンテナ角度の予報データを計算する。 ・S/C、惑星のエフェメリスを計算する。
ユーティリティ	<ul style="list-style-type: none"> ・擬似データを作成する。 ・各種ファイルの創成・初期化・ダンプを行う。 ・エフェメリス・ファイル、時系変換ファイルの作成・更新を行う。 ・JPL軌道データとのフォーマット変換を行う。

4.2.2 プログラム間インタフェースと処理の流れ

図4.4に、ISSOPシステムのプログラム間インタフェースと処理の流れを示す。

各観測局で取得され編集前ファイルに蓄積された観測データは、前処理プログラムISSOP-1で編集・平滑・圧縮され、軌道決定を行うに都合の良いフォーマットに変換された後、前処理済ファイルに出力・蓄積される。このデータは時刻順には並んでいないので、ソート・プログラムISSOP-Sで1バッチ処理の軌道決定に必要なデータのみ取り出され時刻順に並びかえられて時刻順編成ファイルに出力される。軌道決定プログラムISSOP-2では、このデータを用いて軌道決定を行い、得られた結果はエレメント・ファイル、推定結果ファイル、事後共分散ファイルに出力される。エレメント・ファイルに出力・蓄積された軌道6要素は、次のバッチ処理の入力および軌道予報プログラムISSOP-3の入力となる。ISSOP-2で得られた事後共分散は事後共分散ファイルに出力されるが、この値は次のバッチ処理の入力共分散として使用したり、軌道制御計画支援システムの入力となる。ISSOP-3では、エレメント・ファイルを介して軌道6要素を入力し(マニュアル入力も可)、軌道生成

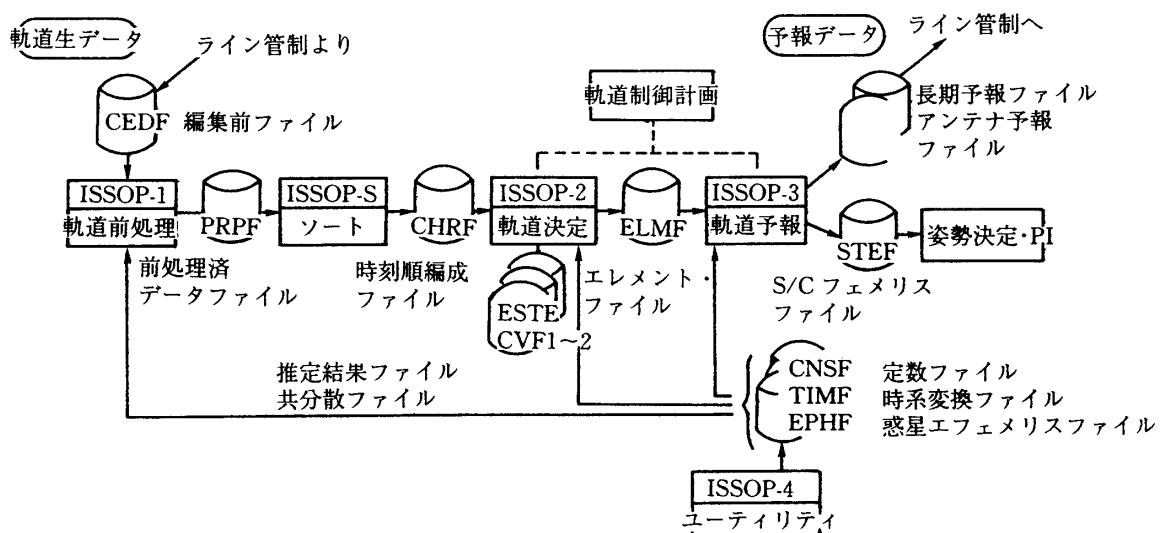


図4.4 ISSOPシステムのプログラム間インターフェース

を行って S/C エフェメリス・ファイルに出力する。ISSOP-3 では他に、長期可視情報やアンテナ角度予報データを作成して長期予報ファイル、アンテナ予報ファイルに出力する。長期可視慣報やアンテナ角度予報データは各観測局に伝送された局運用や衛星運用に供される。

4.3 前処理プログラム(ISSOP-1)の概要

4.3.1 目的

本プログラムの目的は、軌道観測データを入力・編集し、データの品質管理を行って、軌道決定に適切なデータを作成することである。

4.3.2 機能概要

本プログラムは、以下の機能を持つ。

- ① データユニット編集機能
- ② データ平滑・圧縮機能
- ③ 表示・更新機能

なお、データユニットとは、本プログラムによって取り扱う事の出来るデータの処理単位で、局・データタイプ・データレベル・パス番号によって同一と識別されたデータ群を指す。

(i) データユニット編集機能

編集生ファイルより軌道生データを入力し、工学値変換・データ補正・仰角棄却 etc. を行なって軌道決定プログラム用に編集する。編集の終わったデータは編集生データと呼ばれ、編集ファイルに格納される。編集生データの種類はレンジ(R-S, R-X), 1-way ドップラー(DPL-S, DPL-X), レンジレート(RR-S, RR-X), 角度(Az, E1) および ONS(ONS-MSnn, ONS-MPnn, ONS-MD, ONS-SSnn, ONS-SPnn, ONS-SD)である。

(ii) データ平滑・圧縮機能

編集ファイルより編集生データを入力し、カーブフィッティングを行って近似多項式を求め、これを基準にデータの標準偏差を計算する。また、この標準偏差を用いて不良データの棄却を行う。

(b) データ圧縮処理

平滑処理を経たデータの圧縮を行う。この処理をデータの圧縮処理と言う。データ圧縮の方法には、サンプリング法と代表点法がある。

以上の処理によって作成されたデータの名称を表 3.2 に示す。なお、これらのデータを総称して前処理済観測データと呼び前処理済ファイルに出力される。

(iii) 表示・更新機能

編集生データあるいは前処理済観測データを入力し、以下の処理を行う。

- ① データのディレクトリ表示
- ② 各データユニットのデータのグラフ表示
- ③ データユニットの編集
- ④ データの選択

表 4.2 前処理観測データの分類

			平滑処理の有無	
			有 り	無 し
圧縮 処理の 有無	有 り	サン	平圧サンプリング・データ (SMPL)	_____
		代表	平圧代表点データ (RPRS)	_____
	無 し		_____	不平圧データ (FEWD)

(a) データのディレクトリ表示

各観測データのディレクトリ部(データユニット情報)を表示する。

(b) 各データユニットのデータのグラフ表示

各データユニットのデータをグラフ表示する。グラフの内容は、データの値そのもの(O)と(O-C)値(観測値Oと入力軌道から計算される計算値Cとの差)の2種類がある。

(c) データユニットの編集

データユニットの削除・分割(データの使用時間を縮小する)および複数個のデータユニットの統合を行う。また、パス番号等の変更などディレクトリ部の変更や σ 値の変更(前処理済観測データのみ)を行う。

(d) データの選択

各データユニットに対して必要な時間帯のみ選択する(領域選択)。また、あるデータのみ棄却する(ポイント棄却)事もできる。

(e) データの印刷

データのディレクトリ部あるいはデータの内容を印刷する。

4.3.3 軌道前処理プログラムの処理フロー

図4.5に軌道前処理プログラムのメインフローを示す。軌道前処理プログラムは編集処理モード、平滑圧縮処理モードおよび、表示・更新モードのいずれかを選択・実行できる。図4.6～4.8にそれぞれ編集処理モード、平滑圧縮処理モードおよび、表示・更新モードの処理フローを示す。図中のS/Cエフェメリスファイル(SCEF)は軌道生成のバックポイントを格納したデータセット、編集前ファイル(OEDF)は各観測局から伝送された観測データを格納したデータセット、編集ファイル(EDTF)は編集生データを格納したデータセット、前処理済ファイル(PRPF)は前処理観測データを格納したデータセットである。

4.4 ソート・プログラム(ISSOP-S)の概要

4.4.1 目的

本プログラムの目的は、前処理済観測データを入力して、軌道決定プログラムで使用するデータを選択し、それらを時刻順に再編成することである。

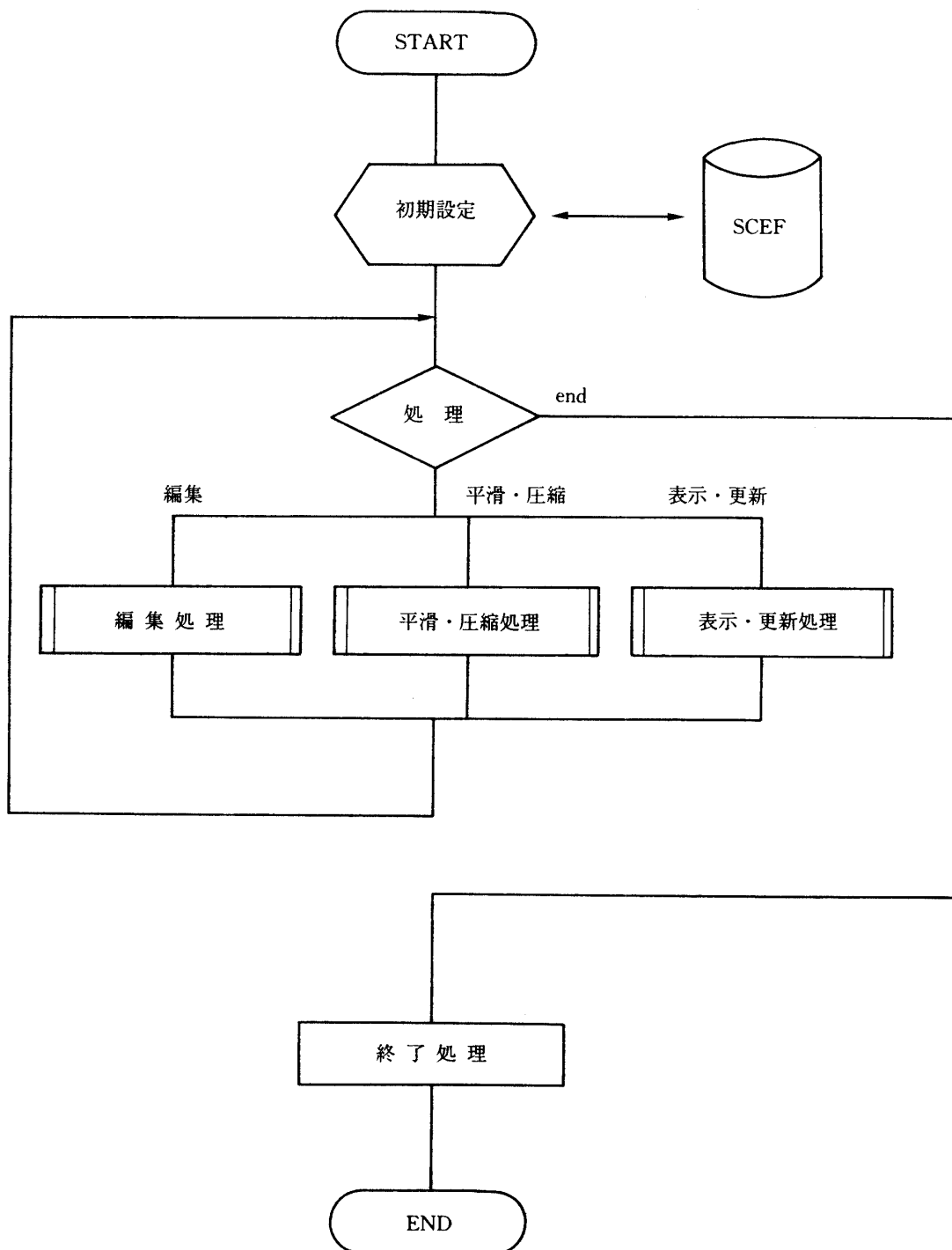


図 4.5 軌道前処理プログラムのメインフロー

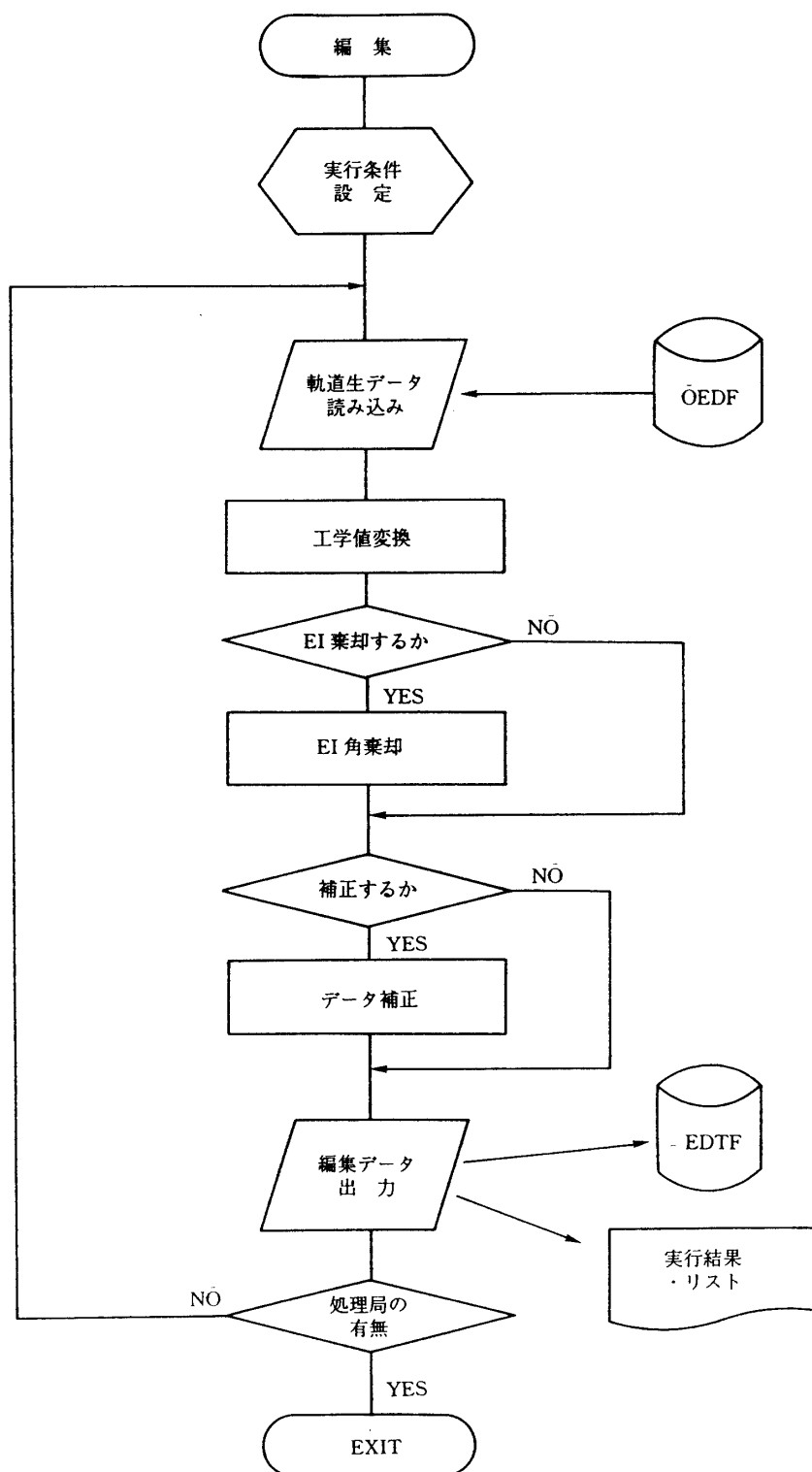


図4.6 編集処理モードの処理フロー

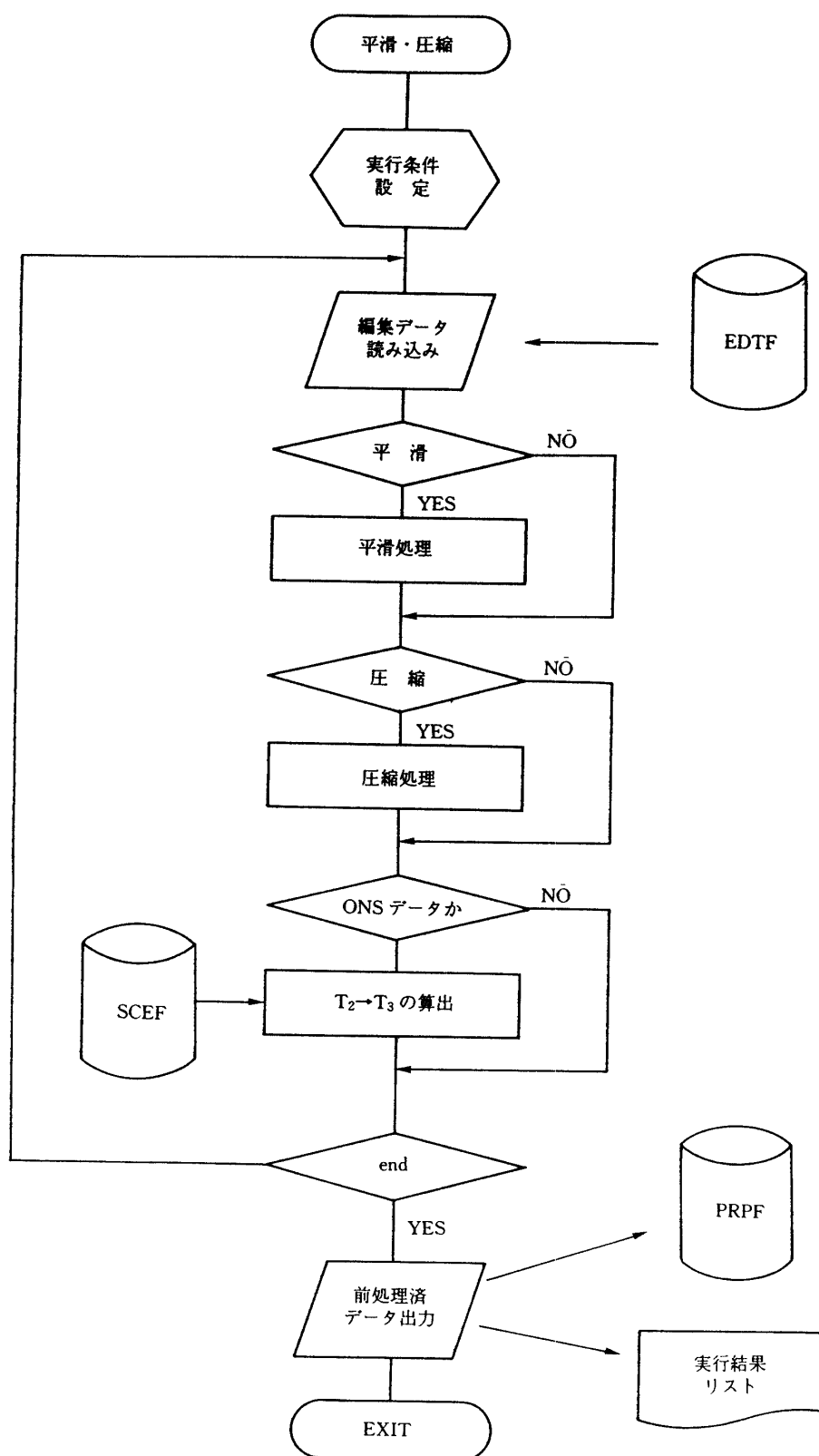


図 4.7 平滑・圧縮処理モードの処理フロー

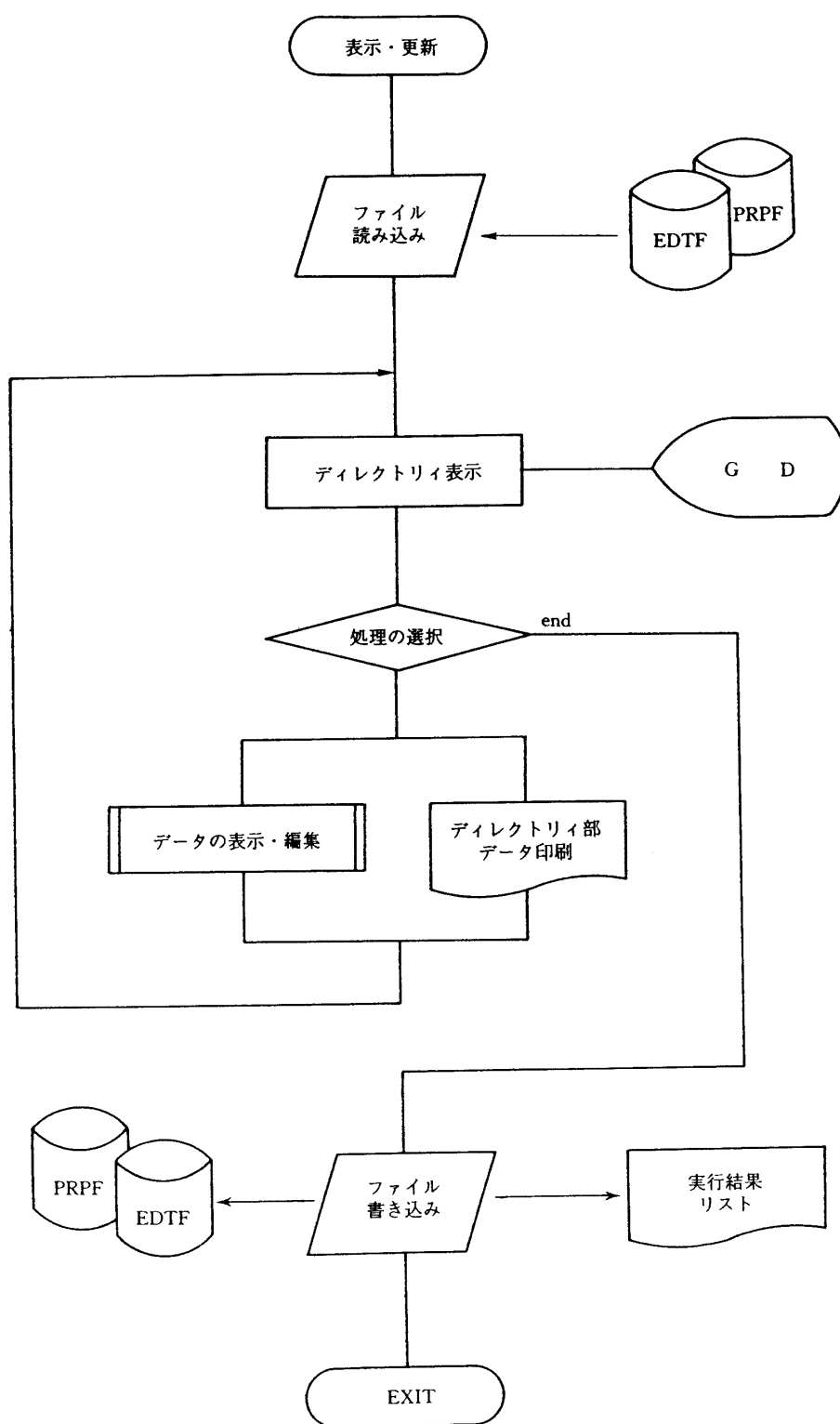


図4.8 表示・更新処理モードの処理フロー

4.4.2 機能概要

推定に用いる観測データを前処理済観測データファイルより入力して、軌道推定の際使用される可能性のあるデータを軌道決定条件(S/C 名, 観測局名, 観測データの種類, 観測時間区間)に基き選択する。次に, それらを時刻順に再編成して, 時刻順編成ファイルに出力する。

4.4.3 ソートプログラムの処理フロー

図 4.9 にソートプログラムの処理フローを示す。

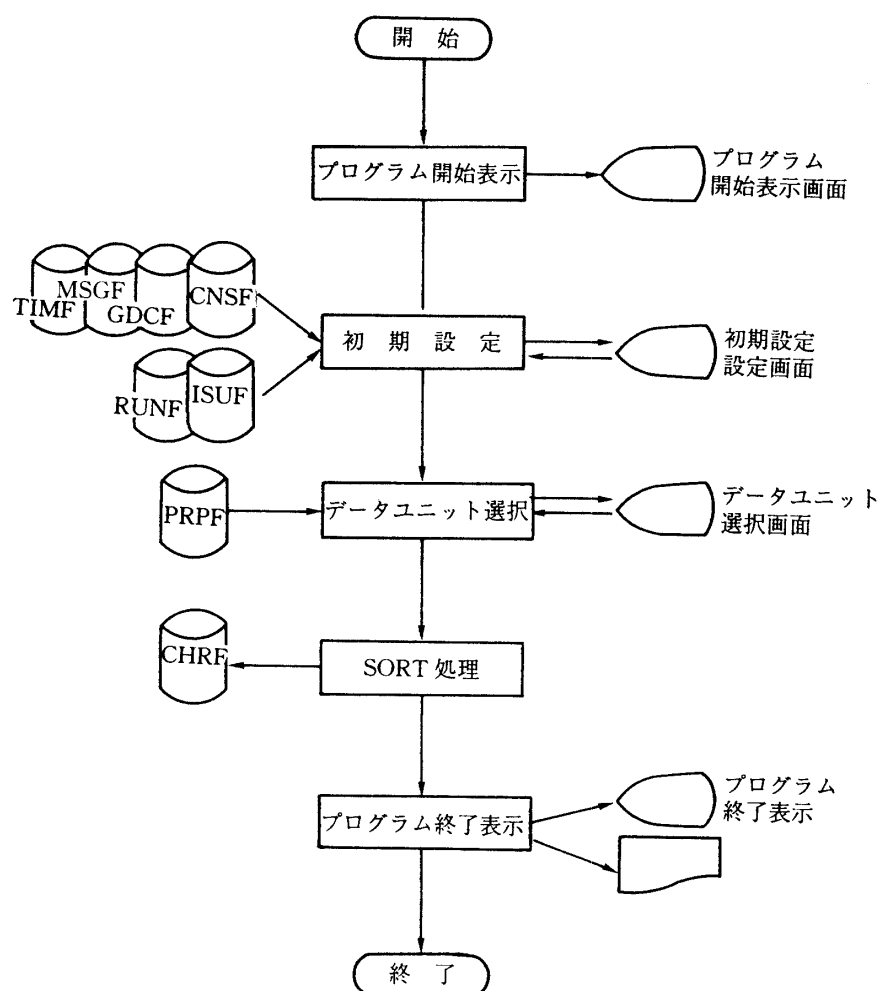


図 4.9 ISSOP-S 処理フロー

4.5 軌道決定プログラム (ISSOP-2) の概要

4.5.1 目的

本プログラムの目的は, 時刻順に編成された前処理済観測データを入力して, MUSES-A 本体およびルナー・オービタの軌道 6 要素等の各種パラメタの推定を行うことである。

4.5.2 機能概要

本プログラムは、以下の2つのモジュールから構成される。

- ① シフト・エポックモジュール
- ② 推定モジュール

(i) シフト・エポックモジュール

軌道推定に先立って、ある時刻で入力された軌道6要素の値をもとに軌道生成を行って指定された時刻での値を計算する。計算値はエレメント・ファイルに格納され、推定モジュールの入力軌道6要素として使用することが出来る。

(ii) 推定モジュール

時刻順編成された観測データを時刻順編成ファイルより入力して、指定されたエポックでの軌道6要素(位置、速度)とその他の推定パラメタ値を統計的方法により推定する。それらの推定値と誤差共分散行列は軌道6要素ファイル、推定結果ファイルおよび事後共分散ファイルに格納する。さらに、感度・摂動等の計算の他、エポックと異なる任意の時刻に推定結果を伝播して種々の予測値を計算し、得られた結果をリスト出力する機能を持つ。以下に、これらの詳細機能について述べる。

(1) 推定

(a) フィルタの手法と推定パラメタ

① フィルタの種類と方式

軌道推定は本質的に非線形推定問題となる。そこで、本プログラムでは線形近似を行って、S/Cの真の軌道の基準軌道からの偏差に対し、次の2種類つの線形フィルタ

- ・ベイズアン・フィルタ
- ・平方根フィルタ

のいずれかを適用して、軌道推定を行う。両フィルタの違いは、解を求めるアルゴリズムとその数値的精度である。

推定方法としては、両フィルタ共に、基本的には最小二乗法にもとずき、カルマンフィルタの様なプロセス・ノイズを含まない。また、線形近似からのずれに関しては、イタレーションで補う。

上記フィルタの観測データ処理方式については、基本的には「バッチ(一括)処理」である。

② 推定パラメタと考慮パラメタ

①で述べた両フィルタは、推定パラメタと考慮パラメタの2つのタイプの確率変数を取り扱う。

これらのパラメタの種類については、表4.3で示す。

ただし、これらのパラメタの設定については、以下の条件が満足されねばならない。

- ・エポックにおけるS/Cの軌道6要素は、必ず推定パラメタとする。
- ・その他のパラメタについては、それぞれ、推定パラメタ／考慮パラメタ／定数のいずれかとして選択可能である。ここで、

表 4.3 ISSOP-2 で取り扱うパラメタの種類

種別	パラメタ名	個数
力学系	エポックにおける S/C の軌道 6 要素 $X(t_0)$	6
	太陽輻射圧係数 Γ	1
	大気抵抗係数 $C_0 \times S$	1
	微小加速度パラメタ a	3
	瞬時マヌーバ・パラメタ ΔV	3
D & O	一般相対論係数 (Brans-Dicke パラメタ) γ	1
観測系	観測局位置 (ϕ, λ, h)	3i
	タイム・バイアス a	i
	S/C タイム・バイアス $a_{S/C}$	1
	レンジ・バイアス (S-バンド)	i/ip
	レンジ・バイアス (X-バンド)	i/ip
観測系	レンジシート・バイアス (S-バンド)	i/ip
	レンジシート・バイアス (X-バンド)	i/ip
	1-way ドップラーの発信周波数オフセット Δf_0 (S-バンド)	i/ip
	1-way ドップラーの発信周波数の変化率 f_1 (S-バンド)	i/ip
	1-way ドップラーの発信周波数オフセット Δf_0 (X-バンド)	i/ip
	1-way ドップラーの発信周波数の変化率 f_1 (X-バンド)	i/ip
	ONS 月—惑星 mm 角度バイアス	m/mp
	ONS 月—星 nn 角度バイアス	n/np
	ONS 月視半径角度バイアス	1/p
	ONS 太陽—惑星 mm 角度バイアス	m/mp
	ONS 太陽—星 nn 角度バイアス	n/np
	ONS 太陽視半径角度バイアス	1/p

i ; 観測局数(アンテナ数)

p ; 使用観測データの観測時間帯に含まれるパス数

m ; 使用観測データに含まれる惑星数

n ; 使用観測データに含まれる星数

推定パラメタ：観測データを用いてフィルタによりパラメタが推定されるもの

考慮パラメタ：推定されていないが共分散解析や感度解析では使用

定数：確率定数として扱われないパラメタ

を意味する。

- ・タイム・バイアスは局毎に相異なるパラメタを設定できる。
- ・レンジ・バイアス(S-バンド, X-バンド), レンジレート・バイアス, 1-way ドップラーの発信周波数オフセット(S-バンド, X-バンド)については, それぞれ局毎あるいは(局・パス)毎に相異なるパラメタを設定できる。

- ・ ONS-月・惑星 mm 角度バイアス (mm は惑星 ID) および ONS-太陽・惑星 mm 角度バイアスについては, 惑星毎あるいは(惑星・バス)毎に相異なるパラメタを設定できる.
- ・ ONS-月・星 nn 角度バイアス (nn は星 ID) および ONS-太陽・星 nn 角度バイアスについては, 星毎あるいは(星・バス)毎に相異なるパラメタを設定できる.
- ・ 瞬時マヌーバ・パラメタを推定パラメタや考慮パラメタに指定できるマヌーバ回数は, 最大1回とする.
- ・ 全パラメタ数の上限は, 100個である.

(b) 観測データの種類と補正

① 推定に使用できる観測データの種類とその補正項目を表4.4に示す.

② 観測局数

推定に使用する観測データを提供する観測局数は最大10局とする.

③ 観測データ取り扱い時間帯とマヌーバ時間帯との関係

推定の対象となる観測データの時間帯にマヌーバ時間帯を含まないものとする.

表4.4 観測データの種類と補正項目

データの種類	補 正 項 目	定式化の有無
レンジ	大気屈折効果	モデル化
	電離層効果	モデル化
	アンテナ・オフセット	モデル化
	局・アンテナ内遅延	数値代入
	トラボン内遅延	数値代入
1-wayドップラー	大気屈折効果	モデル化
	電離層効果	モデル化
	アンテナ・オフセット	モデル化
	局・アンテナ内遅延	数値代入
レンジ・レート	大気屈折効果	モデル化
	電離層効果	モデル化
	アンテナ・オフセット	モデル化
	局・アンテナ内遅延	数値代入
	トラボン・局内遅延	数値代入
角度	大気屈折効果	モデル化
ONS	な し	_____

(c) 運動モデル

軌道推定で必要となる基準軌道(ノミナル軌道)は, S/C の運動方程式を数値積分して求める. 以下に, その機能を示す.

① 加速度項選択の機能

S/C の基準軌道を生成する期間と精度に応じて，表 4.5 に示す加速度項を選択できる．

表 4.5 加速度項

NO.	加 速 度 項
1	質点としての天体の Newton 力(太陽，9 惑星，月)
2	地球，月の非球対称成分の Newton 力(Oblateness)
3	太陽輻射圧
4	大気抵抗
5	一般相対論力
6	瞬時マヌーバ
7	ガス・リーク等の微小力

② 数値積分の機能

表 4.6 に示す数値積分を使用して基準軌道を生成する．積分のきざみ幅を局所誤差制御法により自動的に変化させ，軌道生成する時期に応じた適切な精度で効率良く計算する．

表 4.6 数値積分の諸元

	諸 元
積分公式	Adams-Cowell の11次の予測子—修正子法
ステップ幅	局所誤差制御法
出発値計算	二体近似値を修正子法で修正
不連続処理	加速度の不連続点と SOI 切り換え時に不連続処理を行う
補 間	積分公式による補間

(2) 予測(伝播)

(a) マッピング機能

① 推定値の予測

あるエポックで推定された軌道決定値を用いて，任意の時刻における S/C の軌道予測値を求める．これは(1)(c)の運動方程式と同じ数値積分法で計算する．

② 誤差共分散と感度の予測

あるエポックで推定された軌道決定値の平均的誤差が任意の他の時刻でどれくらいの誤差として伝播するかを，予測誤差共分散を計算して示す．また，予測誤差の考慮パラメタの単位変動量に対する変動量として予測感度も計算できる．

これらの計算に必要となる遷移行列は変分方程式を数値積分して求める．その際選択でき

る加速度項は表4.5と同じであり、数値積分法はSSLⅡのAdams法(サブルーチンODAM)を用いる。

4.5.3 軌道決定プログラムの処理フロー

図4.10に軌道決定プログラムのメインフローを示す。軌道決定プログラムはシフトエポック・モードとパラメタ推定モードを選択・実行できる。図4.11, 4.12にそれぞれシフトエポック・モードとパラメタ推定モードの処理フローを示す。共分散伝播はパラメタ推定が終了した後、実行を選択できる。

4.6 軌道予測プログラム ISSOP-3 の概要

4.6.1 目的

プログラムの目的は、軌道決定システムにおいて探査機の軌道予報に必要な処理、すなわち、探査機の軌道の計算、各観測局からの探査機の可視情報およびアンテナ予報データの作成、を行うことである。

4.6.2 機能概要

本プログラムは、以下の4つのモジュールから構成される。

- ① 軌道生成モジュール
- ② 可視情報生成モジュール
- ③ アンテナ予報データ作成モジュール

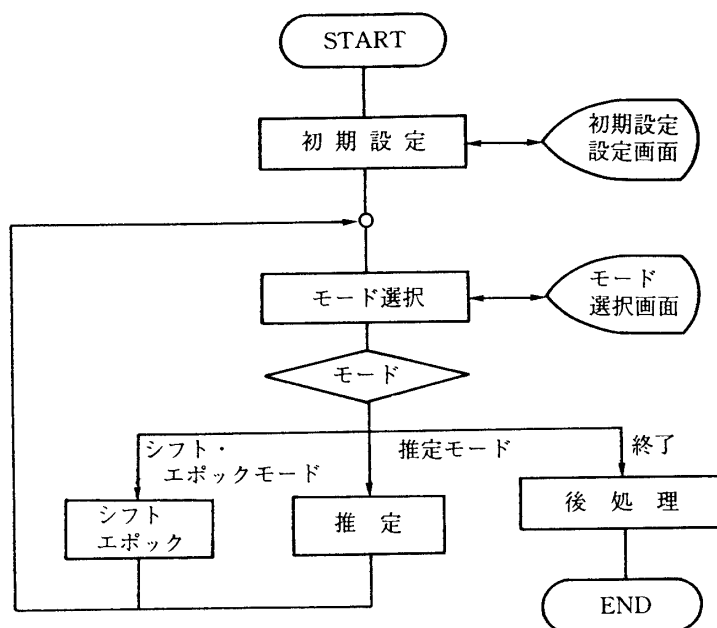


図4.10 ISSOP-2 メインフロー

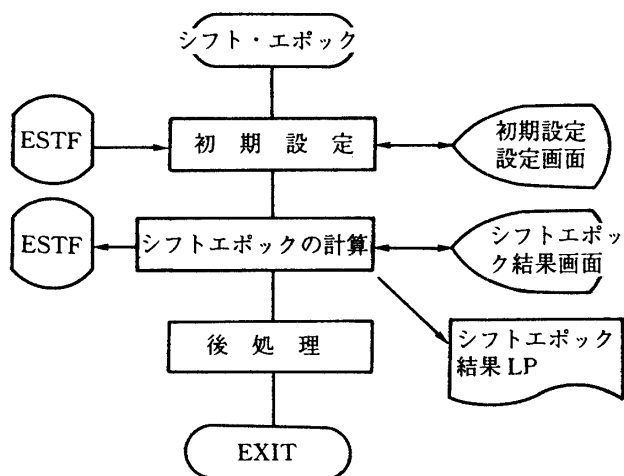


図4.11 ISSOP-2 シフトエポックモードの処理フロー

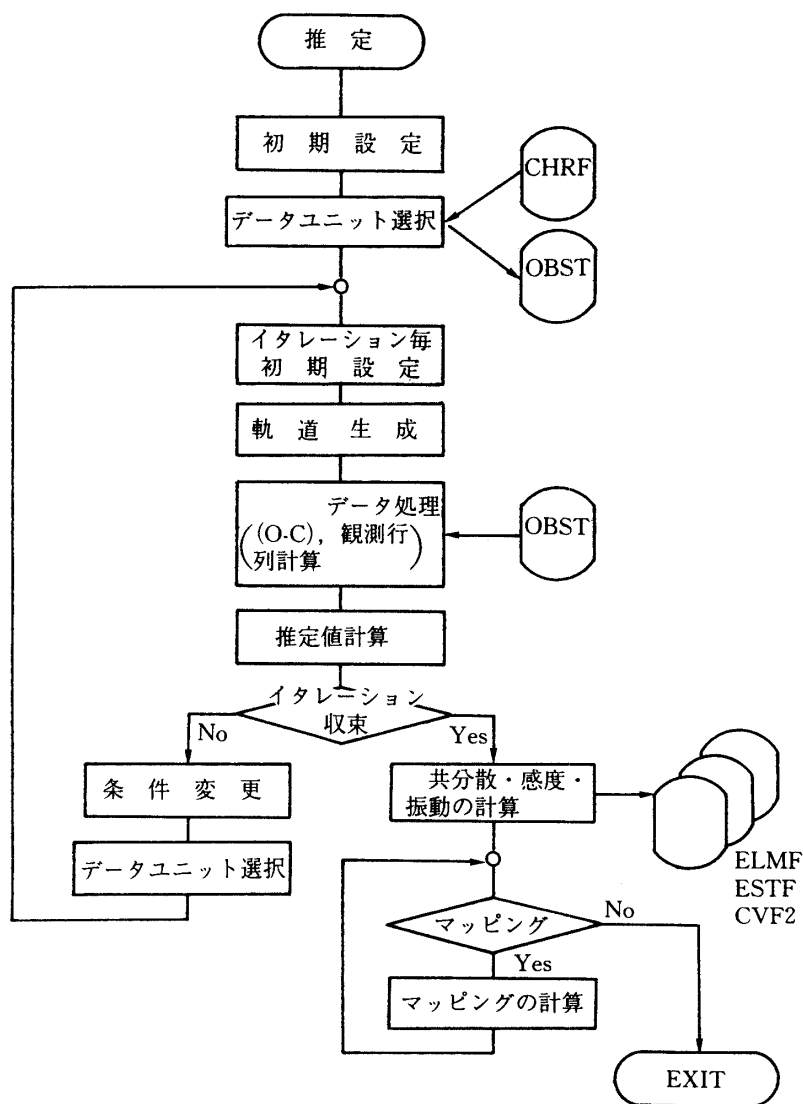


図4.12 ISSOP-2 パラメタ推定モードの処理フロー

④ 天体(S/C)エフェメリス作成モジュール

(i) 軌道生成モジュールの機能

ある時刻で入力された軌道6要素の値をもとに数値積分による軌道生成を行って、指定された時刻での値を計算する。計算値はLPリストとして出力されると共に積分のバックポイントから成るS/Cエフェメリスファイルに格納され、可視情報作成モジュール、アンテナ予報データ作成モジュール、天体(S/C)エフェメリス作成モジュールで利用される。軌道生成で使用される加速度項、数値積分の方法は軌道決定プログラムISSOP-2と同様である。

(ii) 可視情報生成モジュールの機能

S/Cエフェメリスファイルをもとに、指定された観測局からの探査機の見え始め(AOS)、見え終り(LOS)および最大仰角(max EI)での各時刻、角度情報(方位角、仰角)、アップリンク/ダウンリンク(正確には、往復信号の $\frac{1}{2}$)のレンジ・レンジレートを計算し、LPリスト、可視情報ファイルに出力する。単一局の処理を複数回行うことにより、複数局の可視情報を計算・格納できる。

(iii) アンテナ予報データ作成モジュール

S/Cエフェメリスファイル・可視情報ファイルをもとに、指定された期間内の可視時間において指定された観測局からの探査機の角度情報(方位角、仰角)、アップリンク/ダウンリンク(正確には、往復信号の $\frac{1}{2}$)のレンジ・レンジレートを計算し、LPリスト、アンテナ予報ファイルに出力する。計算時間間隔は1分または10秒である。単一局の処理を数回行うことにより、複数局の可視情報を計算・格納できる。

(iv) 天体(S/C)エフェメリス作成モジュール

S/Cエフェメリスファイルをもとに、指定された天体(9惑星、月、太陽)中心での探査機の軌道6要素(カルテジアン)を指定時間間隔で作成し、LPリスト、S/Cエフェメリスファイルに出力する。作成データの座標系はEME50および指定座標系(TOD-EQ, TOD-EC, 平均白道座標系)で表示・格納される。

4.6.3 軌道予報プログラムの処理フロー

図4.13に軌道予報プログラムのメインフローを示す。軌道予報プログラムはそれぞれの機能に応じて軌道生成モード、可視情報作成モード、アンテナ予報データ作成モード、S/Cエフェメリスファイル作成モードの4つのモードから成り、それらを選択・実行できる。四4.14～図4.17に各モードの処理フローを示す。なお、可視情報作成モードの実行に先立ってSCEFが作成されていなければならない。同様にアンテナ予報データ作成モードの実行にはSCEFとLPRFが、そしてS/Cエフェメリス作成モードの実行にはSCEFが必要である。

4.7 ユーティリティ・プログラム群(ISSOP-4)の概要

本プログラム群は、ISSOP-1～ISSOP-3の各プログラムを円滑に機能させるためのユーティリティ・ツールである。ユーティリティの種類には次のものがある。

- ① 擬似データ作成プログラム(PSEUD 2)
- ② 各種ファイルの創成・初期化プログラム群

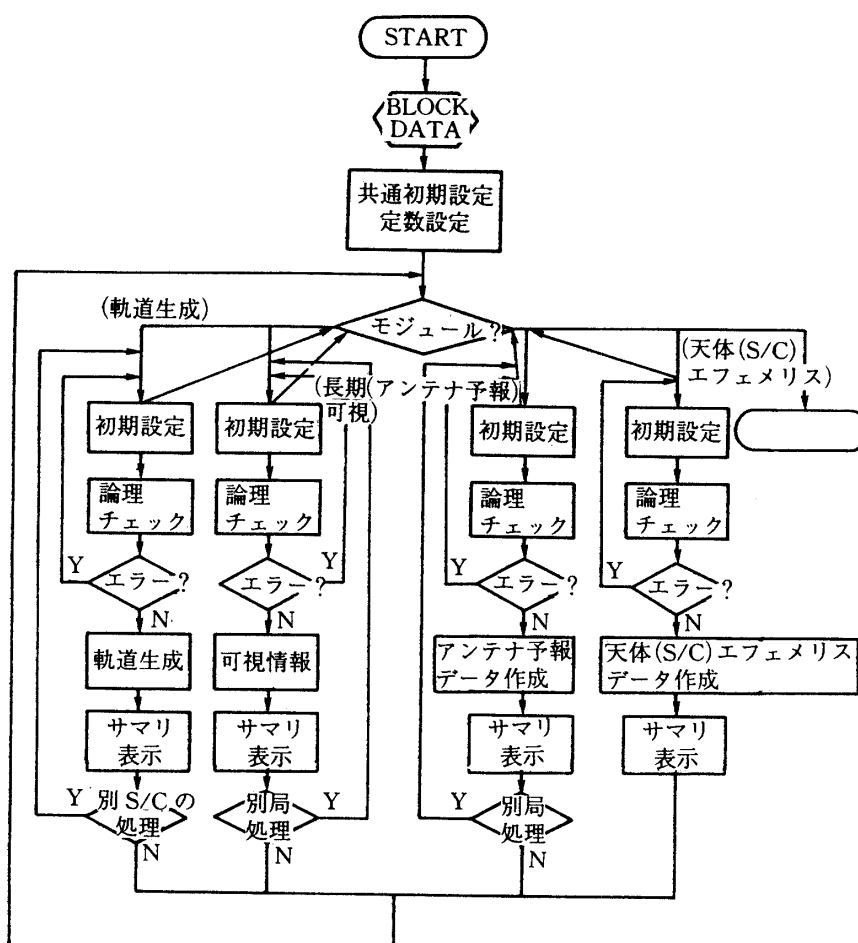


図 4.13 ISSOP-3 メインフロー

- ③ 各種ファイルのダンプ・プログラム群
- ④ その他のユーティリティ

4.7.1 擬似データ作成プログラム(PSEUD 2)の概要

(1) 目的

本プログラムの目的は、ISSOP-1～ISSOP-2 の各プログラムの動作チェックおよび探査機の事前・事後解析を行うための擬似データを作成することである。

(2) 機能概要

S/C エフェメリスファイルをもとに、必定観測局の観測データ (R-S, R-X, RR-S, RR-X, DPL-S, DPL-X, Az, El, ONS データ) を計算し、これに観測ノイズ、バイアス、不良データを付加して擬似観測データを作成するものである。作成可能なデータのレベルは、データ前処理前の軌道生データ・レベル(編集生ファイル出力)とデータ前処理済の前処理観測データ・レベル(編集ファイル出力)がある。

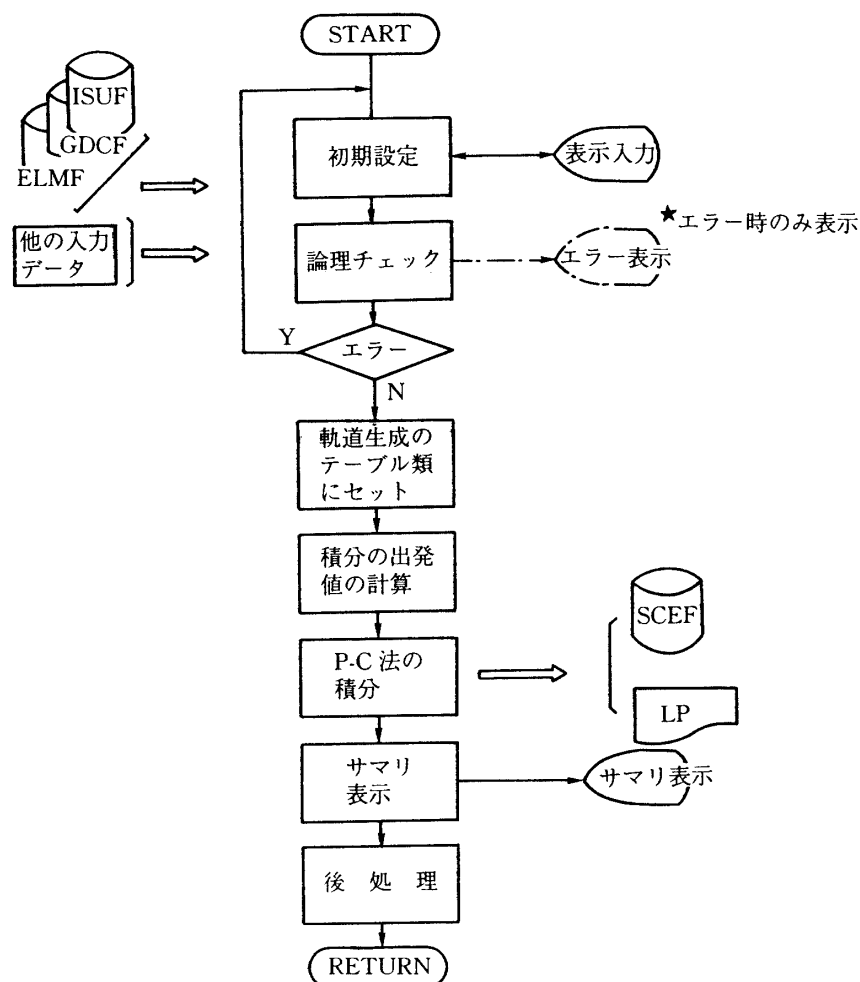


図4.14 ISSOP-3軌道生成モードの処理フロー

4.7.2 各種ファイルの創成・初期化・ダンププログラム群

(1) 目的

ISSOP システムで用いられる各種ファイルの創成・初期化・ダンプを行う。対象となるファイルを表4.7, 4.8に示す。

(2) 機能概要

各ファイルの各々につき1つの創成・初期化・ダンププログラムが対応する。各プログラムはJCLまたはコマンド・プロシジャにより起動する。

4.7.3 その他のユーティリティ

その他のユーティリティとして次のものがある。

- ① 時系変換ファイル(TIMF)更新プログラム
- ② JPL 軌道データ(ODF データ) ↔ ISAS軌道データ変換プログラム
- ③ (O-C)値・軌道決定履歴表示プログラム

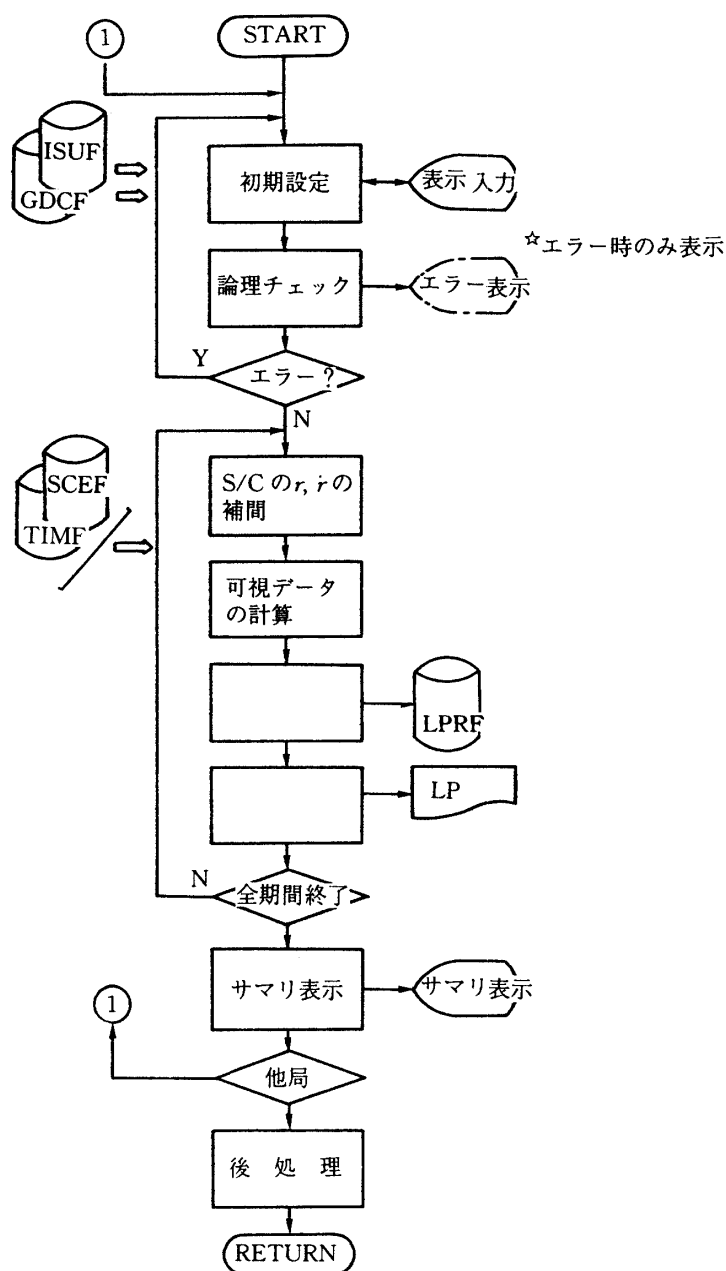


図 4.15 ISSOP-3 可視情報作成モードの処理フロー

④ 惑星エフェメリス・ファイル作成プログラム

(a) 時系変換ファイル (TIMF) 更新プログラム

(TAI-UTC), (UT1-TAI), 極運動パラメタ等の時系変換パラメタは, 毎月 (国際時報局; BIH) から発行されている. これらのパラメタは ISSOP システムにおいては極めて重要な役割を果たすので, 時系変換ファイル (TIMF) を更新して, 最新データを蓄積する.

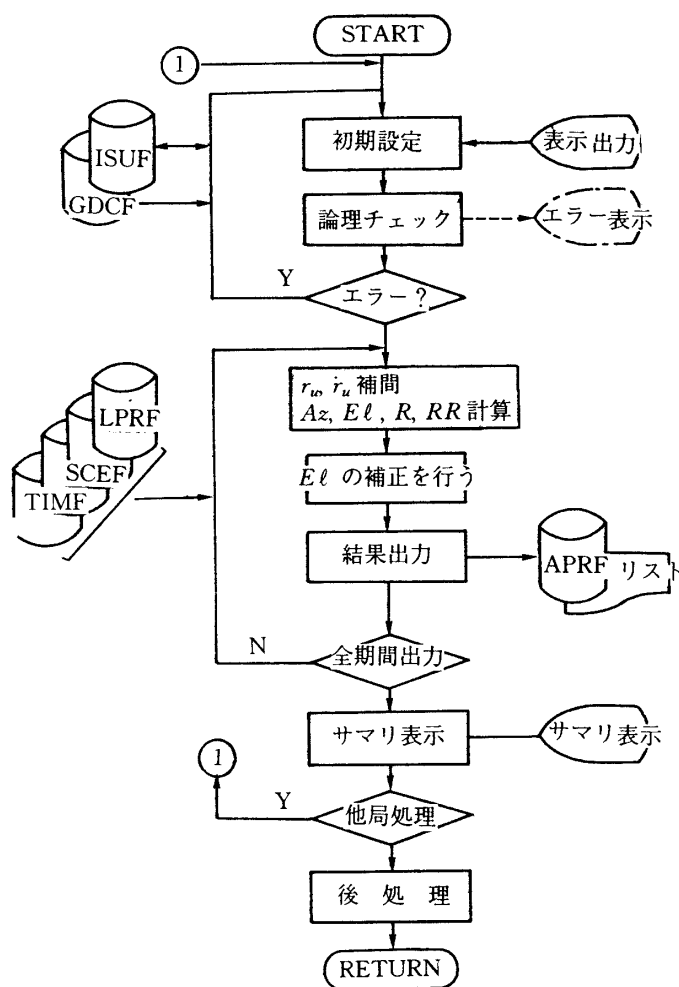


図4.16 ISSOP-3 アンテナ予報データ作成モードの処理フロー

(b) JPL 軌道データ (ODF データ) ↔ ISAS 軌道データ変換プログラム

JPL の DSN (Deep Space Network) 取得測距データのフォーマットを ISSOP で使用するフォーマットに変換する、あるいは逆に、ISSOP 用フォーマットを JPL 使用フォーマット (ODF データ・フォーマット) に変換するプログラムである。MUSES-A ミッションでは、軌道制御時に何度か JPL の追跡支援があり、それらのデータを用いて軌道決定精度を向上させたり、JPL 軌道決定ソフト (ODP) との性能比較を行う。

(c) (O-C) 値・軌道決定履歴表示プログラム

軌道決定プログラム (ISSOP-2) の出力である (O-C) 値をグラフィック表示させる。また軌道決定履歴テーブル・データより、任意の期間内の軌道決定結果 (位置・速度推定の初期値からのずれ、事後共分散) をグラフィック表示させる。

(d) 惑星エフェメリス・ファイル作成プログラム

惑星エフェメリス・ファイルは現在、JPL から入手しているが、ISSOP システムで使用で

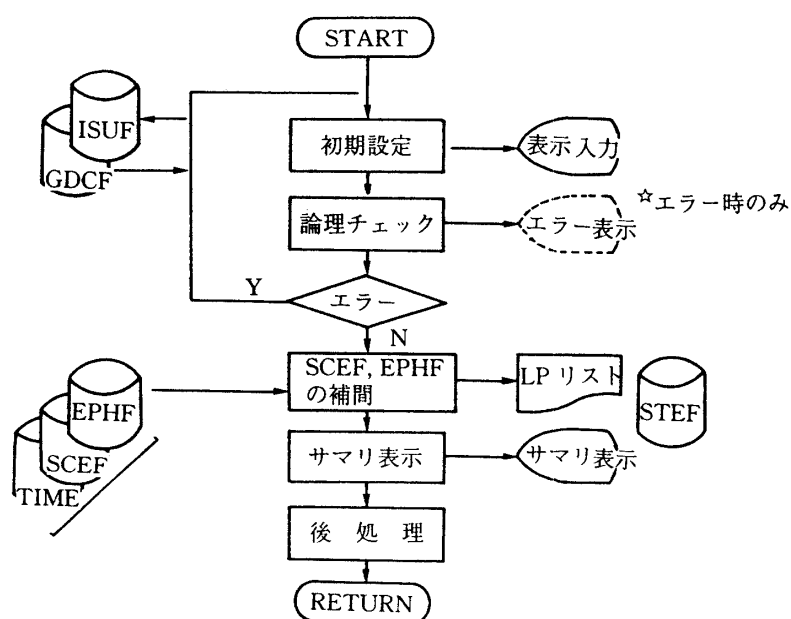


図 4.17 ISSOP-3 S/C エフェメリス作成モードの処理フロー

表 4.7 創成・初期化の対象となるファイルおよびプログラム

略称	ファイル名	創成・初期化 プログラム名	使用プログラム名
OEDF	編集前ファイル	INOEDF	ISSOP-1
EDTF	編集ファイル	INOEDF	ISSOP-1
PRPF	前処理済ファイル	INPRPF	ISSOP-1, ISSOP-S
CHRF	時刻順編成ファイル	INCHRF	ISSOP-S, ISSOP-2
ELMF	エレメント・ファイル	INELMF	ISSOP-2, ISSOP-3
ESTF	推定結果ファイル	INESTF	ISSOP-2
CVF2	事後共分散ファイル	INCVF2	ISSOP-2
SCEF	S/C エフェメリス・ファイル	INSCEF	ISSOP-2, ISSOP-3
OBSF	観測データ・ワークファイル	INOBSF	ISSOP-2
APRF	アンテナ予報ファイル	INAPRF	ISSOP-3
LPRF	長期予報ファイル	INLPRF	ISSOP-3
STEF	S/C・惑星エフェメリス・ファイル	INSTEF	ISSOP-3
ONSF	定数ファイル	INCNSF	共通
MSGF	メッセージ・ファイル	INMSGF	共通
RUNF	ランナンバ・ファイル	INRUNF	共通
TIMF	時系変換ファイル	INTIMF	共通

表4.8 ダンプの対象となるファイルおよびプログラム名

略称	ファイル名	創成・初期化 プログラム名	使用プログラム名
OEDF	編集前ファイル	DPOEDF	ISSOP-1
EDTF	編集ファイル	DPODEF	ISSOP-1
PRPF	前処理済ファイル	DPPRPF	ISSOP-1, ISSOP-S
CHRF	時刻順編成ファイル	DPCHRF	ISSOP-S, ISSOP-2
ELMF	エレメント・ファイル	DPELMF	ISSOP-2, ISSOP-3
ESTF	推定結果ファイル	DPESTF	ISSOP-2
CVF2	事後共分散ファイル	DPCVF2	ISSOP-2
SCEF	S/C エフェメリス・ファイル	DPSCEF	ISSOP-2, ISSOP-3
OBSF	観測データ・ワークファイル	DPOBSF	ISSOP-2
APRF	アンテナ予報ファイル	DPAPRF	ISSOP-3
LPRF	長期予報ファイル	DPLPRF	ISSOP-3
STEF	S/C・惑星エフェメリス・ファイル	DPSTEF	ISSOP-3
CNSF	定数ファイル	DPCNSF	共通
EPHF	惑星エフェメリス・ファイル	DPEPHF2 DPEPH18A	共通
MSGF	メッセージ・ファイル	DPMSGF	共通
RUNF	ランナンバ・ファイル	DPRUNF	共通
TIMF	時系変換ファイル	DPTIMF	共通

きるようにデータのフォーマット変換を行って惑星エフェメリス・ファイル (EPHF) を作成する。

第5章 MUSES-A の軌道決定評価

5.1 MUSES-A の運用状況

MUSES-A は1990年1月24日20時46分(JST)内之浦局(KSC)から打ち上げられ、小楯円軌道を5周して1990年3月18日5時4分(JST)に第1回目のスウィングバイを行い、ルナー・オービタを月周回軌道に投入した。

MUSES-A は第1回目のスウィングバイを行うまでに計12回の軌道制御を行った。軌道決定の頻度及び、データの取得については、

① 打ち上げフェーズ～数週間

軌道決定の頻度は打ち上げ(γ)から10日ぐらいまではほぼ1回/1日、それ以降は2～3回/週であり、軌道決定を行うためのバッチ処理期間でのデータパスはトータル3パス以上を用いることを基本とした。またこの間ジェット推進研究所(JPL)に軌道決定サポートを数回依頼し、その結果をISSOPの入力値とした軌道決定も行った(APPENDIX A)。

② ΔV を含む定常軌道フェーズ

軌道決定の頻度はほぼ1回/週であったが、 ΔV 前後或いは近地点付近では頻度を上げた。また、 ΔV 及びその補正の ΔV の期間が接近した運用の場合で、十分なパス数の取得が出来ないときは、ACM(加速度計積分データ)及び計画値をアプリアリ値にして暫定的な処理を行い、事後解析で十分な評価を行った。

①, ②ともデータに付加された σ 値は,

レンジ ; $\sigma_R = 100\text{m}$ (2-way)レンジレート ; $\sigma_{RR}=100\text{m (2-way)}$

とした。データタイプは、

 $\gamma \sim \gamma + 3$ 日 ; 内之浦局取得の R-X, RR-S, RR-X

; 臼田局取得の R-X, RR-S, RR-X

$\gamma + 3$ 日～ ; 臼田局取得の R-X, RR-S, RR-X

である.

また、レンジレートのドップラーシフト量を計算する際のカウント時間は、

$$T_c = 60 \text{ sec}$$

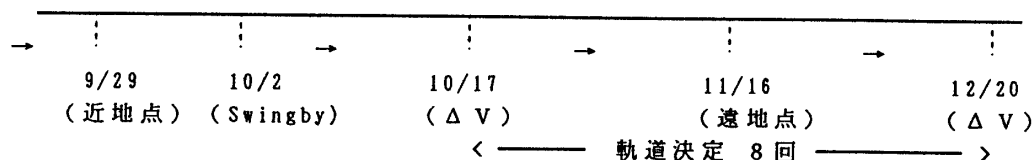
である.

推定フィルタは Bayesian, 及び Square-root フィルタである。入力軌道 6 要素は原則として前回の軌道決定値を今回の軌道決定値を行うエポックまでシフトエポックとして作成した。なお、運用での推定パラメタは軌道 6 要素のみである。また、一例として打ち上げ時から第 1 回目のスウィングバイまでの軌道決定の履歴を示す (APPENDIX B)。

5.2 軌道決定の推移

ある軌道で何回かの軌道決定が時系的に行なわれていく際に軌道決定と同じモデルを用いた軌道生成との推移がどの様に変化するかを示す。

MUSES-A において他地点を通過後月との Swingby をし 3 ヶ月ループの大楕円軌道に投入された軌道を用いる。ここでは、軌道制御を行なう期間が長く (Swingby から約 2 週間後に 1 回目の制御、2 回目の制御は 1 回目から約 2 ヶ月後である) その間に軌道決定が数回行われている。具体的には、



となる. 評価する軌道要素は,

エポック : 90.10.17 11:00:00 (UTC) (EME50)

$$X = 964012.724386 \text{ km}$$
$$Y = 343627.820459 \text{ km}$$

$$Z = 186801.235689 \text{ km}$$

$$V_X = 0.1556912 \text{ km/s}$$

$$V_Y = 0.3406075 \text{ km/s}$$

$$V_Z = 0.1443199 \text{ km/s}$$

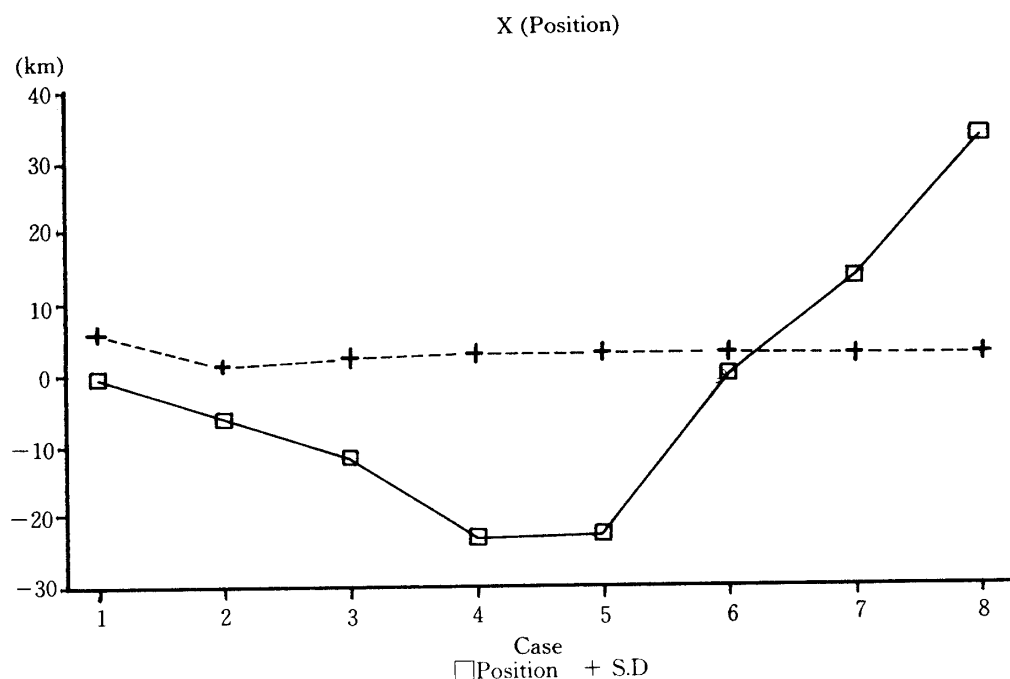
(計画値の制御量を含む)

用いた軌道決定は、使用データとして

- ケース 1 90.10.17,18(2-Path), R-S.X, RR-S.X
- ケース 2 90.10.18,23,24(3-path), R-S.X, RR-S.X
- ケース 3 90.10.30,31,11.1(3-path), R-S.X, RR-S.X
- ケース 4 90.11.13,14,15(3-path), R-S.X, RR-S.X
- ケース 5 90.11.14,15,27(3-path), R-S.X, RR-S.X
- ケース 6 90.12.5,6,7(3-path), R-S.X, RR-S.X
- ケース 7 90.12.7,12,13(3-path), R-S.X, RR-S.X
- ケース 8 90.12.13,14,17(3-path), R-S.X, RR-S.X

そこで、各ケースに対する軌道決定値を前述の90.10.17のエポックに逆伝搬を行い横軸をケース、縦軸を軌道決定値—軌道生成値にとった場合の図を5.1, 5.2, 5.3に示す。

これらの図から観測データ(R, RR)の性質上軌道決定のZ方向に対する一般的な感度が低い。そのため軌道決定値のアンビギュイティを持つ。ケース1の場合は2パスのデータを用いているため標準偏差からみて他のケースに比べ精度が多少低く、大楕円軌道における遠地点近傍の軌道決定(ケース5～7)では差が拡大しているがこれは視線方向のドップラーデータの感度がほぼ地球の自転だけに寄与し衛星の運動には寄与しにくいので生じている。



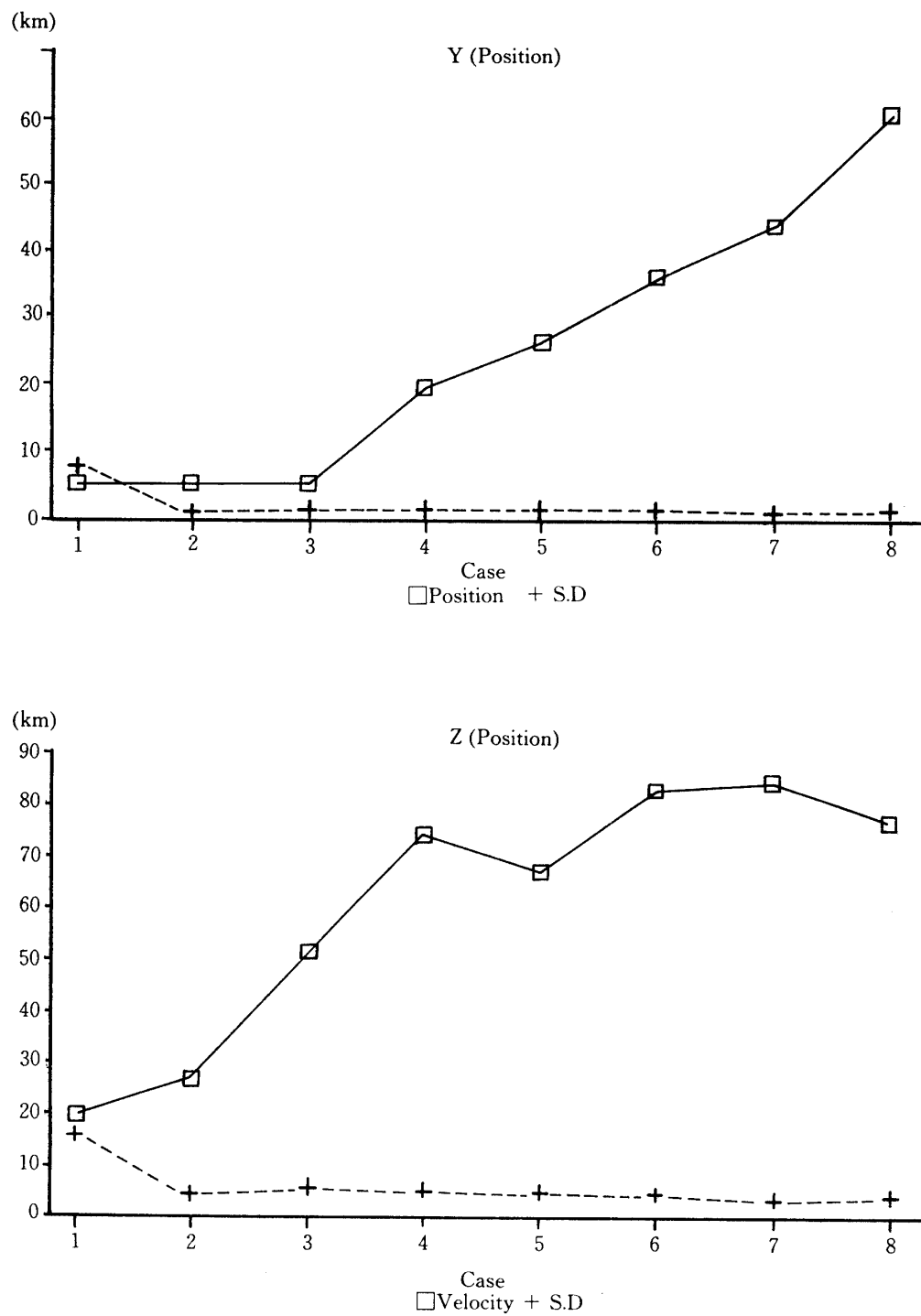
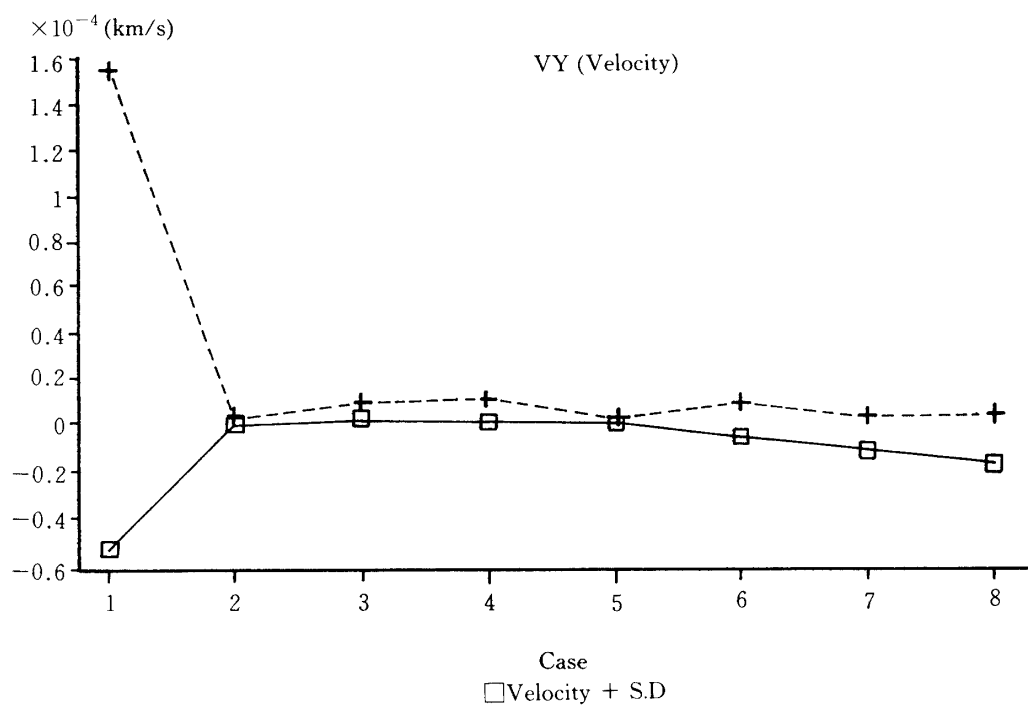
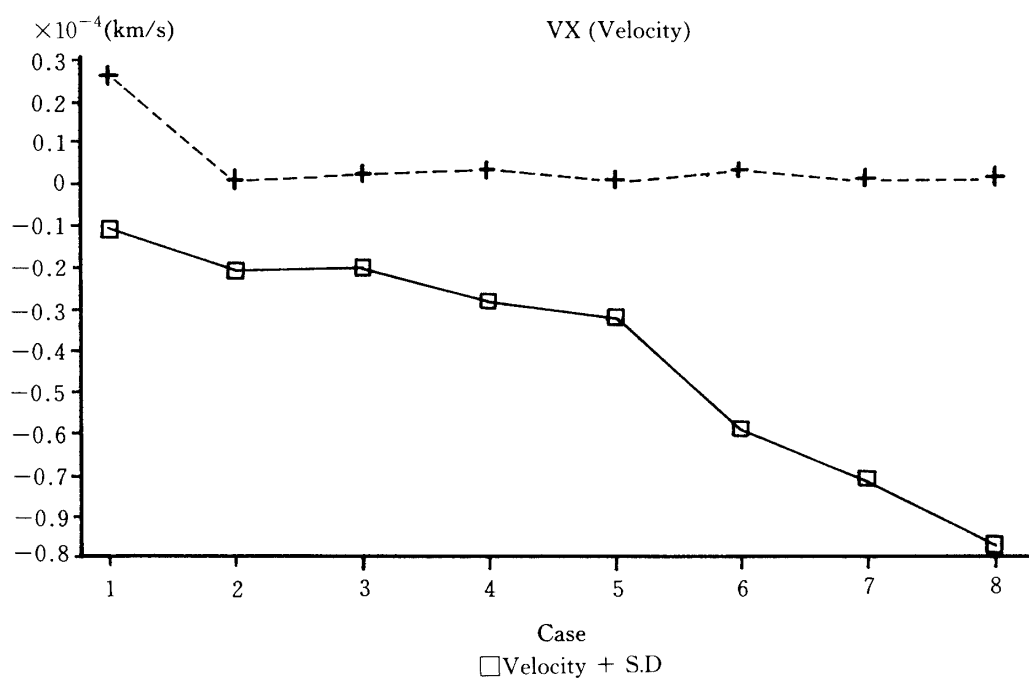


図 5 . 1



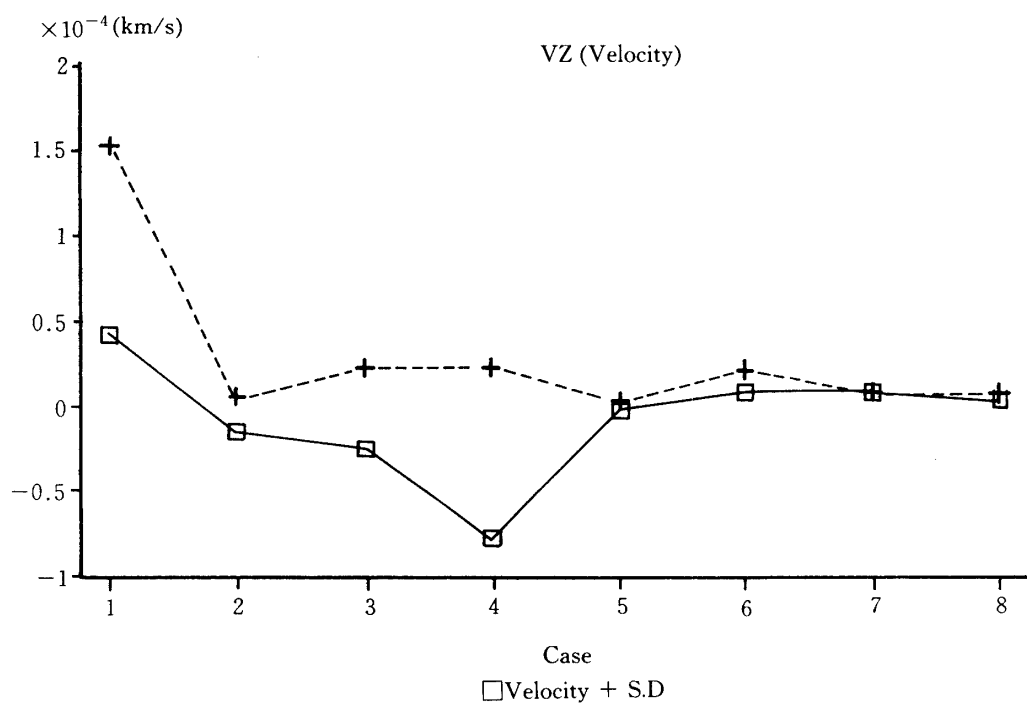
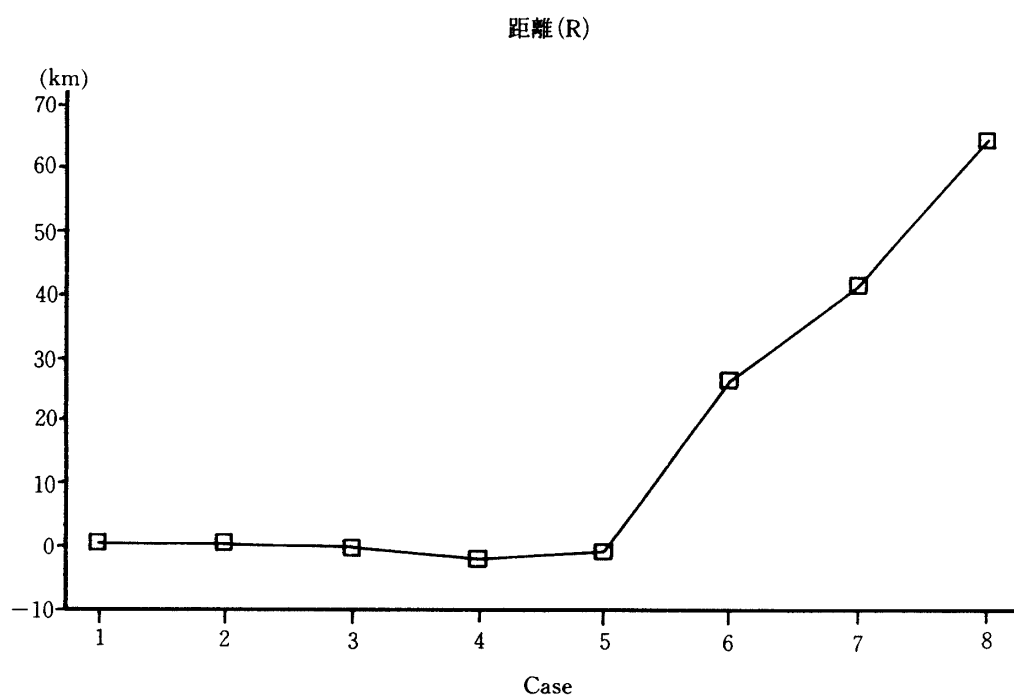


図 5.2



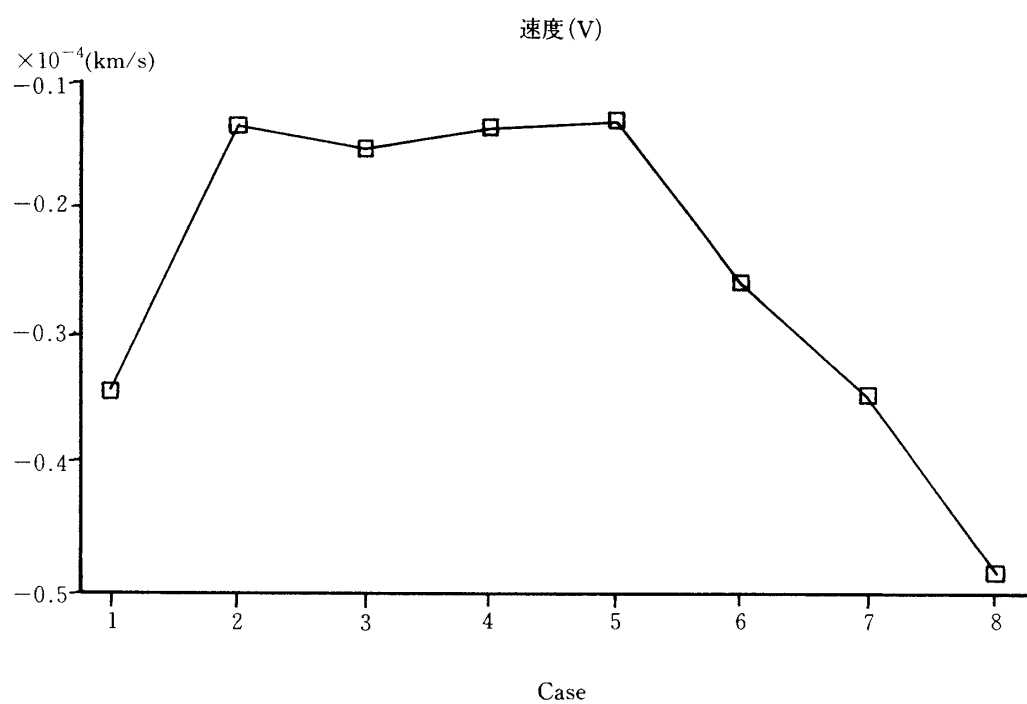


図 5.3

Appendix A

DATE : 1/27/'90

5'. Comparison ISAS OD solution (M01263F) with JPL 2, 3rd day solution.

EPOCH ; 90-01-24 22:00: 0.000 (UTC) ([POST TCM ΔV_1) GEOCENTRIC EME50DATA ; 2-3. pass: UDSC R-S, RR-S, RR-X ($T_C=60$ SEC)

DATA WEIGHT ; R-S 100 m (2-way), RR-S, RR-X 10 mm/s (2-way)

STATION LOCATION* ; used VLBI experiment solution

	JPL DAY 2 & 3 SOL.		ISAS OD SOL.	DIFF (ISAS-JPL)	ISAS S. D.
X	-54278.866	KM	-54279.140	-0.274	0.485
Y	-85211.668	KM	-85208.140	0.854	0.657
Z	-54326.862	KM	-54328.051	-1.189	1.028
VX	-0.3261216	KM/SEC	-0.38262060	-8.44478×10^{-6}	1.987×10^{-6}
VY	-1.74116474	KM/SEC	-1.74118086	-1.61206×10^{-5}	3.109×10^{-6}
VZ	-1.05221804	KM/SEC	-1.05218747	3.05725×10^{-5}	4.036×10^{-6}
A	149600.524	KM	149600.624	0.101	1.262×10^{-1}
E	0.9556123990	—	0.9556122857	-1.1278×10^{-7}	1.346×10^{-6}
I	30.633876520	DEG	30.632530877	-1.34586×10^{-3}	2.608×10^{-4}
AN	352.270342200	DEG	352.259873829	-1.04701×10^{-2}	4.365×10^{-3}
AP	90.255233150	DEG	90.234075949	8.84440×10^{-3}	3.764×10^{-3}
MA	22.777307060	DEG	22.777306186	1.09135×10^{-6}	8.801×10^{-5}

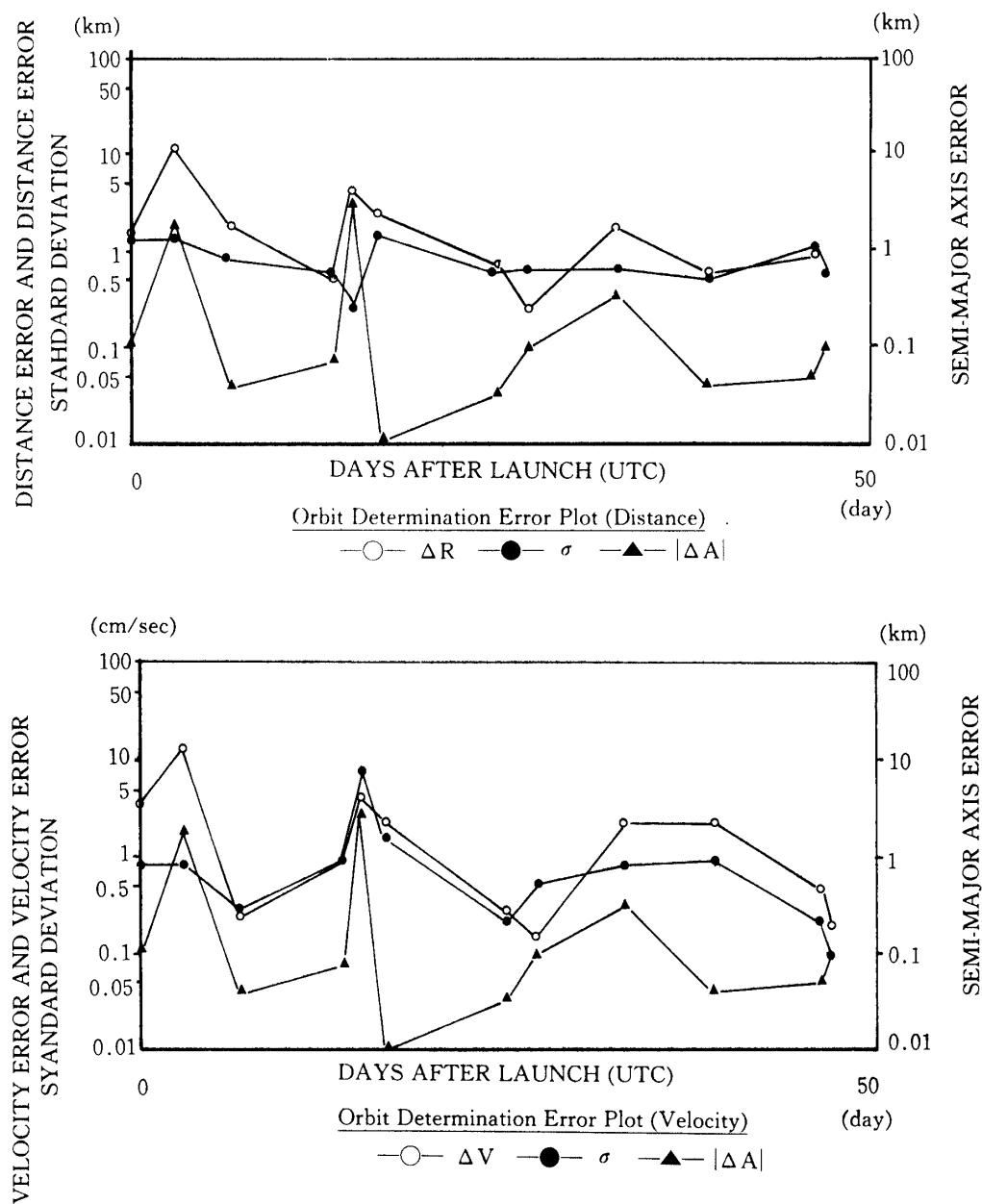
ST	TYP	DATA NO.	START TIME(UTC)	—	ENT TIME(UTC)	MEAN	RMS
UDSC	R-S	380	'90.1.25 20:47:15	—	1.27 1:59:18	-0.298 m	4.048 m
UDSC	RR-S	574	'90.1.25 20:44:40	—	1.27 2:13:30	0.045 mm/s	14.601 mm/s
UDSC	RR-X	571	'90.1.25 20:44:40	—	1.27 2:13:30	0.024 mm/s	14.569 mm/s

*STATION LOCATION of USUDA (C-7 GEODETIC) : $\phi_g = 36.132528318$ deg
 $\lambda = 138.36266094$ deg
 $h = 1528.3827819$ m

Appendix B

下図に打ち上げから3月上旬ぐらいまでの軌道決定履歴を示す。

図は軌道6要素の推定値と入力値の差 ΔR , ΔV (○)および位置, 速度の標準偏差 σ_R , σ_V



軌道決定履歴

(●)を示している。 ΔR , ΔV は定性的には、軌道6要素の予報値の誤差を表わすと言える。これらの値は遠地点であるか近地点であるかなど一般的には距離によって変化する。また(▲)は、軌道長半径の推定値と入力値との差を示している。

第 6 章 今後の課題

将来ミッションへの適用を前提とした今後の課題について、以下に列挙する。

(1) 地球周回衛星運用への対応

将来ミッションとして、大別して、①深宇宙探査機運用 (GEDTAIL, LUNAR-A, PLANET-B 等) への対応、②地球周回衛星運用 (SFU, MUSES-B 等) への対応、が考えられる。①の深宇宙探査機運用については、精度向上を目指して現存のソフトウェアに更に改良を加えていかねばならないことは言うまでもないが、②の地球周回衛星運用への対応については、その対象が本質的に深宇宙ミッションとは異なるため、かなり大幅な改修を行う必要がある。その改修点とは、

・考慮加速度の種類

地球近傍では地球非対称成分(共鳴項も含む)、潮汐効果による寄与が顕著となる。したがって、これらは高次の項まで考慮されねばならない。また、低高度衛星では大気抵抗力が極めて大きな影響を与えすが現 ISSOP では簡単なモデルしか採用していないため、最も大きな誤差要因となることが考えられる。大気密度モデルおよび大気抵抗モデル(有効断面積モデル)の精密化が必要となろう。一方、現 ISSOP で考慮されている一般相対論項による加速度は、地球周回衛星の運用(データ使用期間、予報値作成期間)を考えた時、さほど影響を及ぼさない。

・数値積分の高速化

地球近傍では加速度変化率が(惑星間巡行の場合に比べて)小さいため、積分精度を保つために積分ステップを小さくする必要があり(周期の $\sim 1/100$ 程度)、それが軌道生成時間を飛躍的に増大させる。したがって、数値積分の高速化のための何らかの工夫が必要となろう(積分ステップの固定、再出発計算の減少等)。

・観測値計算等の簡略化

地上局からの測距データ取得を前提とした場合、地球周回衛星までの距離は比較的短く、Light Time Equation を解かないでも良いか、解く場合でも一般相対論項を除いた式でイタレーションを行わないでも十分な精度が得られる。また、ドップラー観測量の計算は、計算回数が比較的少ない Differenced Range Doppler (DRD) による計算式を採用しても、有効桁数の観点からは余り問題ない。

(2) 計算精度の向上

将来ミッションに対する軌道生成・軌道決定要求は益々高まりつつあり、精度向上を目指した分析・改良が必要である。これは単に ISSOP のみならずアンテナ系、測距装置系、補正データ取得系を含む全測距システム系として考えねばならず、どこがボトルネックかを分析して系統的にシステムをレベルアップしていく長期的視点が肝要である。また、軌道決定に最適なデータ量・期間および運用上問題ない程度の軌道決定頻度に関する検討も

必要である。

(3) 軌道決定処理時間の短縮

軌道決定精度を損うことなく運用処理時間を短縮する方法として、①計算機処理性能の向上、②計算アルゴリズムの変更・改良、③操作の簡略化・自動化、④不要入出力処理の廃止、が考えられる。②については上記の DRD の採用等、④については、運用専用のソフトウェアとして、ほとんど変更しない入力条件の固定化・優先度の低い出力の廃止等で、処理時間を操作・計算の両面から短縮する必要がある。

(4) 操作性の向上

操作性の向上は、誤動作の防止のみならず運用処理時間の短縮にも影響を与へず、(3)で述べたように、運用にとって不要な入出力処理・操作は廃止して操作を簡略するのみならず、画面の見易さ・入力方法等にも工夫が必要となろう。また、なるべく操作を自動化する工夫は必要である。

(5) 他系とのインターフェース

将来ミッションを考えた場合、考慮すべき他系とのインターフェースとは、①JPL・JSC・NASDA 等の他機関とのインターフェース、②宇宙研内の他系(実験系、姿勢系、制御計画系)とのインターフェース、であり、それらは、(a)インターフェース項目、(b)インターフェース・フォーマット、(c)データの属性(単位系、表示桁数等)で規定される。将来ミッションにおいては、運用対象となる衛星・探査機も複数にわたり他系とのインターフェース頻度も増加するため、他系とのインターフェースは共通にしておく必要がある。また、JPL・JSC 等の機関は近い将来 J2000.0系に移行する計画であり、それらを考慮した改修をする必要がある。

(6) ワーク・ステーション上での運用

最近の計算機システムの傾向は分散化の方向にあり、ワーク・ステーション(WS)の性能も飛躍的に向上しているのとあいまってワーク・ステーション上での軌道決定も可能になりつつある。ワーク・ステーション上での運用は小回りが効く等いくつかのメリットも存在するが、追跡管制システム全体として考えるべき問題であるため、将来システムを鑑みて検討していかなければならない。

参 考 文 献

- [1] 西村 他, “さきがけ”, “すいせい” の軌道決定と軌道決定プログラム ISSOP, 宇宙科学研究所 報告第42号, 1986年11月
- [2] 西村, 市川 他, MUSES-A 中間報告書, 宇宙科学研究所 SES データセンター, 1988年 9 月
- [3] 西村, 市川 他, 工学試験衛星「飛天」の軌道決定軌道決定軌道決定 第34回宇宙科学技術連合 講演集, 1990年10月
- [4] 西村, 市川 他, 月スウィングバイ衛星「飛天」の軌道決定 第7回宇宙航空の誘導制御シンポジウム集, 1990年11月
- [5] 西村, 市川 他, 「ひてん」の追跡結果 宇宙航行の力学シンポジウム, 1990年12月