

「さきがけ」で観測された磁場データの一次処理法：
惑星間空間磁場と磁気バイアス・
磁気オフセットの分離

中川 朋子¹・湯元 清文²・斎藤 尚生³
木村 秀人⁴・小林 博明⁵

(1997年2月5日受理)

Evaluation of Offset Components in SAKIGAKE
Magnetic Field Data

By

Tomoko NAKAGAWA¹, Kiyohumi YUMOTO², Takao SAITO³
Hideto KIMURA⁴ and Hiroaki KOBAYASHI⁵

Abstract: Artificial components that contaminate interplanetary magnetic field data are evaluated by using spin-modulation of magnetic field data obtained by Sakigake at 0.8 - 1.2 A.U. from the Sun. Interference from artificial magnetic field induced by currents flowing on the body of spacecraft is well reproduced by an equivalent magnetic dipole. X- and y-components of the dipole field are separable from those of sensor offsets, where x- and y-directions are perpendicular to the spin axis of the spacecraft. The magnitude of the dipole field component perpendicular to the spin axis is 2 - 4 nT at the sensor of the magnetometer located at 2m from the body of spacecraft, and is proportional to inverse square of the distance from the Sun. Direction of the equivalent dipole was approximately in the y-direction of the SE coordinate system, deviating by 75 degrees from the direction toward the Sun. Z-component of the interference field is not separable from the sensor offset, but sum of the interference and the sensor-offset is calculated by using Davis-Smith method and subtracted from output of the magnetometer, leaving no problem in producing interplanetary magnetic field data. The practical 'offset' components vary from -15 to 0 nT for x- and z-sensor, and -8 to 0 nT for y-sensor depending on the solar distance that gives a measure of the temperature of the magnetometer.

¹ 東北工業大学 通信工学科

² 九州大学 理学部

³ 東北大学 理学部 OB

⁴ 東北工業大学 通信工学科 現：富士電機テクノエンジニアリング

⁵ 東北工業大学 通信工学科 現：内藤電誠工業

概 要

惑星間空間探査機「さきがけ」によって観測された磁場データの一次処理方法について述べる。探査機本体による干渉磁場（磁気バイアス）を、機体中心に置いた磁気双極子の作る磁場で近似し、磁力計出力のスピンの変調を利用することによって、磁気バイアスのスピンの変動成分をセンサーオフセットと磁気バイアスの固定成分から分離して求めることができる。磁気バイアスのスピン面内の成分の大きさは機体から約 2m 離れた磁気センサー位置で 2 - 4nT であり、太陽からの距離の 2 乗に反比例していた。これは干渉磁場の大きさが太陽光強度に比例していることを表し、磁気バイアスが太陽電池パネルに流れる電流に起因することを示している。磁気バイアスの等価磁気双極子の方向は、スピン面内では太陽方向に対しほぼ 75 度方向きであった。磁気バイアスの z 成分は、センサーオフセットから完全に分離することはできないが、両者合わせたものを実用上の「オフセット」として観測値からまとめて差し引くので、一次処理の上では支障はない。実用上のオフセットの値は x, z センサーは -15 - 0 nT, y センサーは -8 - 0 nT の範囲にあった。実際に求められたオフセットを見ると、オフセット x, y 成分への磁気バイアス z 成分の混入は無視できるほど小さいことがわかる。

重要語：「さきがけ」、惑星間空間磁場、磁気バイアス、磁気オフセット、等価磁気双極子

1. はじめに

「さきがけ」は、1985 年 1 月 8 日の打ち上げ以来実に 12 年に及ぶ観測を行ってきた惑星間空間探査機であり、太陽からさまざまな距離（0.8-1.0 天文単位）で観測を行った探査機としては、1996 年現在、日本で唯一のものとすることができる。「さきがけ」の軌道（図 1 a）における惑星間空間磁場はおよそ 5nT という微弱なものであるため、これを得られたデータから精度良く取り出すためには、探査機本体からの干渉磁場（磁気バイアス）、磁気センサーの零点オフセット、センサーの取付精度や探査機の姿勢精度を正確に知る必要がある。本報告では、「さきがけ」の飛行中に得られた磁場データから惑星間空間磁場と磁気バイアスやセンサーオフセットを分離する一次処理法について述べるとともに、打ち上げ以来の経過時間や太陽からの距離が変化するにつれて磁気バイアスやセンサーオフセットがどのように変化したかを報告する。

2. 「さきがけ」及び搭載された惑星間空間磁場観測装置の概要

「さきがけ」[1] は図 1 b に示されるような直径 1.4m、高さ 0.7m の円柱状の探査機であり、中心軸の回りに通常 10 秒弱のスピンの周期で自転することで姿勢を保っている。「さきがけ」の軌道はほぼ黄道面内にあると言って良く、1985 年 4 月 12 日のスピン軸黄道面垂直調整完了以来、スピン軸は通常黄道面にほぼ垂直になるように保たれている。電源は探査機側面に張られた太陽電池パネルによっており、スピンの位相もまた側面に設けられた sun angle sensor によって検知されている。

磁力計は、図 2 に示すように約 2m のブームの先端に取りつけられた。探査機本体からブーム先端までの距離は 1.992m である。ブームは、探査機の自転方向に sun angle sensor より 131.93 度先行するように取り付けられている（図 3）。センサは z 軸が探査機の中心軸と一致するよう、y 軸がスピン回転方向となるよう、さらに x, y, z の 3 軸が直交するように取り付けられているが、現実には 3 軸の直交性には 1.9 度以内の取付誤差があることがわかっている [2]。

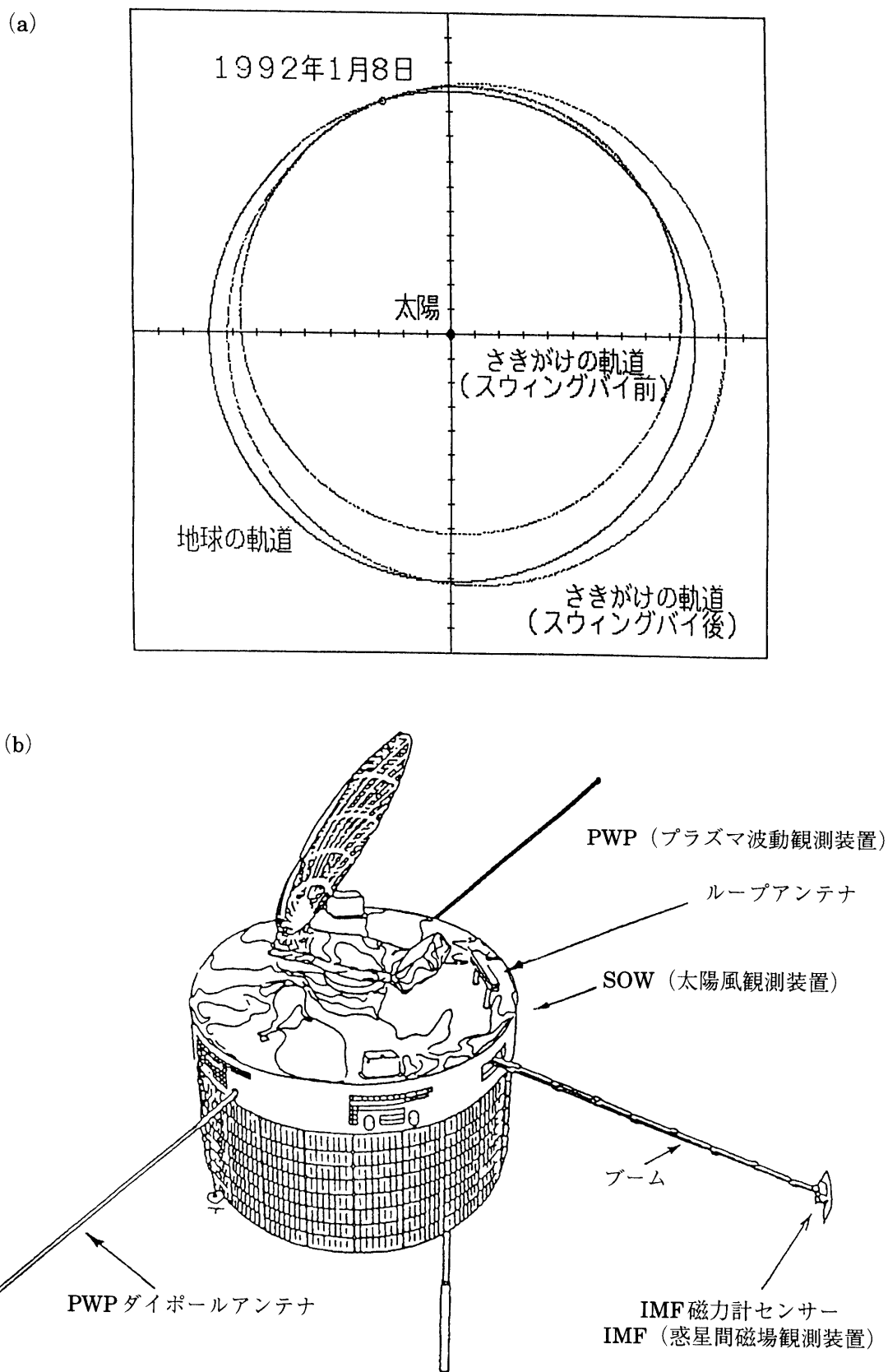


図1 「さきがけ」の(a)軌道, および(b)外観図。

「さきがけ」の磁力計のブームは GEOTAIL の磁力計 [3] のマストと違ってかなり短いので探査機からの干渉磁場が無視できない。しかし、干渉磁場の信号強度が十分に大きいことから逆に、適当なモデルを仮定すれば、干渉磁場の x, y 成分とセンサーオフセットとを分離することができるのである。

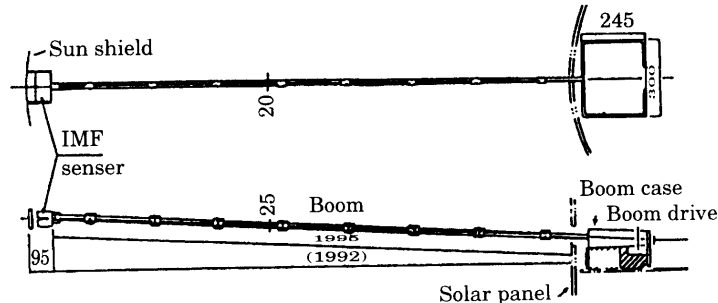


図2 磁力計センサー伸展のための2m ブーム概観図 [2]。

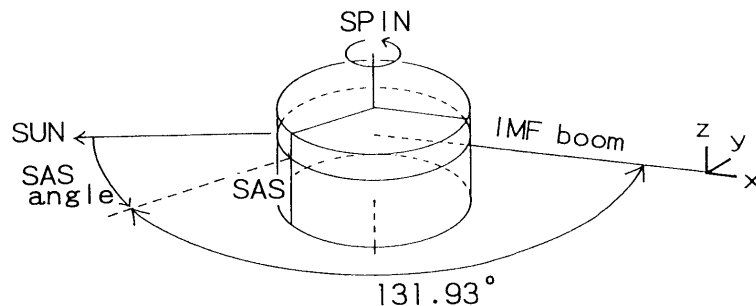


図3 磁気センサーの取り付け位置と方向。センサーのブームは sun angle sensor (SAS と略記) より自転方向に131.93度先行するように取り付けられている。センサー3軸は、 x が外向き、 y が探査機のスピンの方向、 z がスピン軸の方向となるように取り付けられている [2]。

3. 「さきがけ」の磁場データ波形

まず、探査機自身が発生する「探査機からの干渉磁場」が無視でき、磁気センサー3軸の取付誤差も無視できるほど小さい、という理想的な場合を考えてみよう。惑星間空間磁場が時間的に一定で、空間的にも探査機程度のスケールでは一様であるとすると、計測される磁場の x 成分と y 成分は探査機の自転（スピン）に伴う正弦波振動をするはずである。その振幅は両者同じで、 y 成分の位相が x 成分の位相より90度進んでいなければならない。

現実の磁場出力波形はこのような理想的な状況にないことを示している。図4 a に、「さきがけ」によって実際に観測された磁場3成分をスピン角 ϕ_{spin} に対してプロットした例を示す。これを見てわかるとおり、 x 成分と y 成分の振幅が異なっており、位相差も90度とはなっていない。すなわち、探査機からの干渉磁場が、惑星間空間磁場に対して無視できないことがわかる。

x 成分と y 成分の振幅と位相がまちまちになる理由は以下の通りである。探査機からの干渉磁場が等価的な磁気双極子によって近似できると仮定した場合、この双極子の作る磁場は探査機程度のスケールでは空

間的に一様ではない。磁気双極子が機体の中心にあり、向きや大きさが時間的に変化しないとしても、探査機の自転に伴って磁気センサーがこの回りの空間を動くために空間変化を拾い、そのため探査機からの干渉磁場もまたスピン角につれて変化して見える。この双極子磁場は磁気センサーのx軸方向とy軸方向とは振幅の異なる波として観測されるので(図4b)、惑星間空間磁場と合わせた結果、磁気センサーの座標系では、x成分とy成分とで振幅と位相がまちまちな波形として検出されるのである。

さらに、図4aの磁場のz成分にもスピンに同期した振動がみられる。これはセンサーのz軸が探査機のスピン軸とは完全に一致していないこと、あるいは等価的な磁気双極子が探査機中心にないことを示していると考えられる。

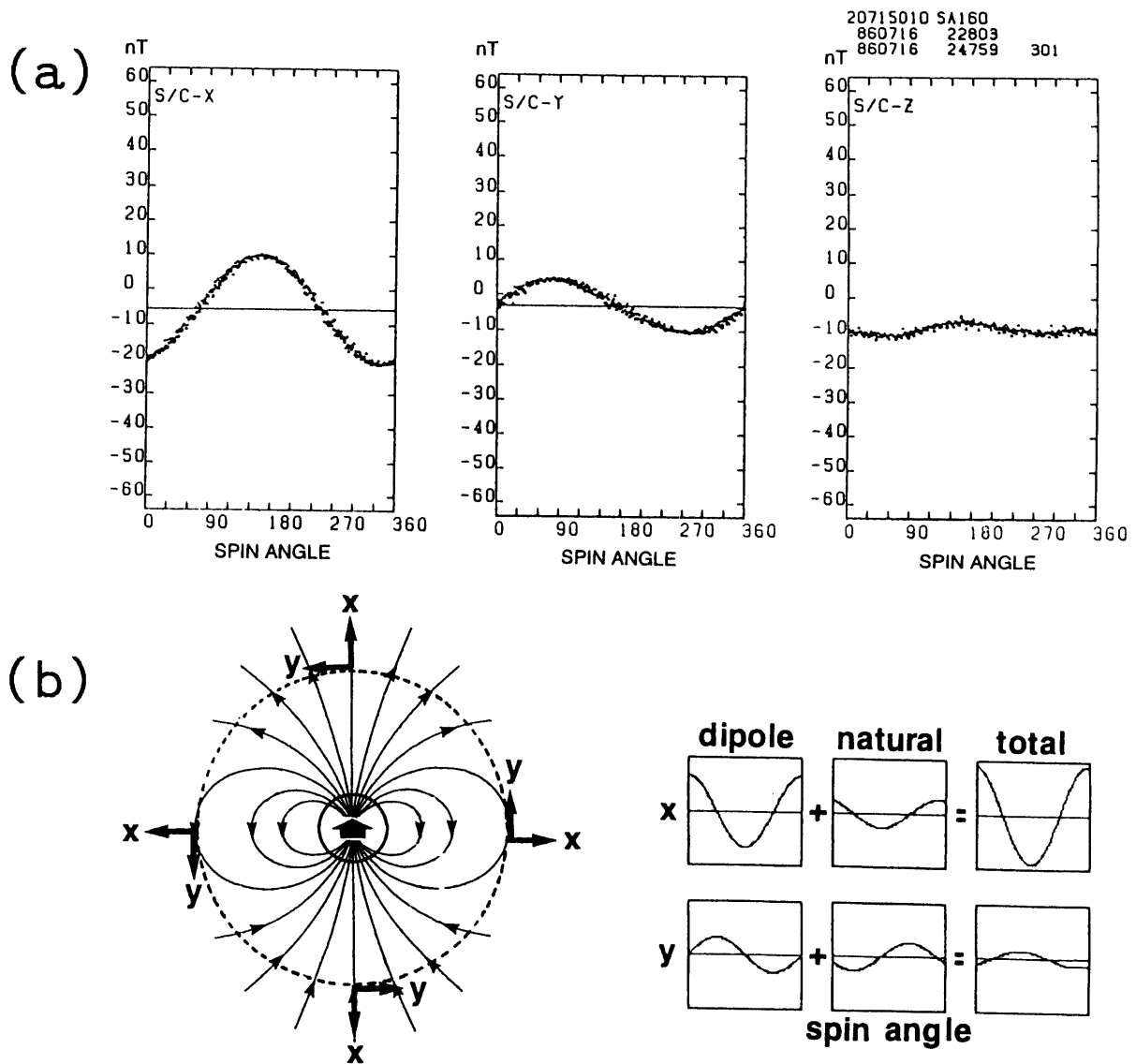


図4 (a)「さきがけ」観測磁場の生データ波形 x, y, z 成分。12 bit の数値を物理量に直ただけで、一次処理はまだされていない。横軸はスピン角。20分間のデータが重ねて描いてある。(b) 双極子磁場中を動く磁気センサー。磁気双極子がスピン軸に直角となるような場合には、センサー x 軸方向の出力波形の振幅は y 軸方向の 2 倍となる。

4. 惑星間空間磁場と磁気バイアスのモデル化

生の観測値から惑星間空間磁場、磁気バイアス、センサーオフセットを求めるためには、惑星間空間磁場や探査機に生じた干渉磁場が、どのような観測波形として出力されるかを知らなければならない。そのために、まず、惑星間空間磁場と磁気バイアスを、それぞれの特徴を良く表す関数の形でモデル化しておくことにする。

惑星間空間磁場 $\mathbf{B}_{natural}$ は、探査機と太陽を結ぶ直線に準拠した座標系で見れば一定であると近似しよう。現実の惑星間空間磁場はもちろん時間的に変化するものであるが、数十秒程度の短い時間についてなら $\mathbf{B}_{natural}$ 一定と近似してかまわない場合が多い。

探査機の太陽電池パネルに流れる電流によって探査機本体に生じると考えられる干渉磁場（磁気バイアス）は、

i) 特定のサブシステムに固定した磁気バイアス成分

ii) 特定のスピンの位相に固定した（太陽方向に対してほぼ決まった経路に電流が流れることによって生じる）磁気バイアス成分

に分けて考えることができる。

サブシステムと磁気センサーの位置関係は探査機が自転しても変化しないので、i) の「特定のサブシステムに固定した成分」は常に一定の磁場としてセンサーに感知され、センサーオフセットと分離することができる。

現実には、あるサブシステムに生じる磁気双極子もスピン位相によって強さや方向が変化すると考えられる。このような場合も、スピンによって変化しない DC 的な成分を「サブシステムに固定した成分」、変化分を「特定のスピンの位相に固定した成分」と考えることができる。

本論文では、ii) の「特定のスピンの位相に固定した成分」を磁気バイアスとして扱い、 \mathbf{r}_d という位置にあるひとつの等価磁気双極子 \mathbf{m} による磁場

$$\mathbf{B}_{bias}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi|\mathbf{r} - \mathbf{r}_d|^3} \left(3(\mathbf{m} \cdot \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}_d}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_d|}) \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}_d}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_d|} - \mathbf{m} \right) \quad (1)$$

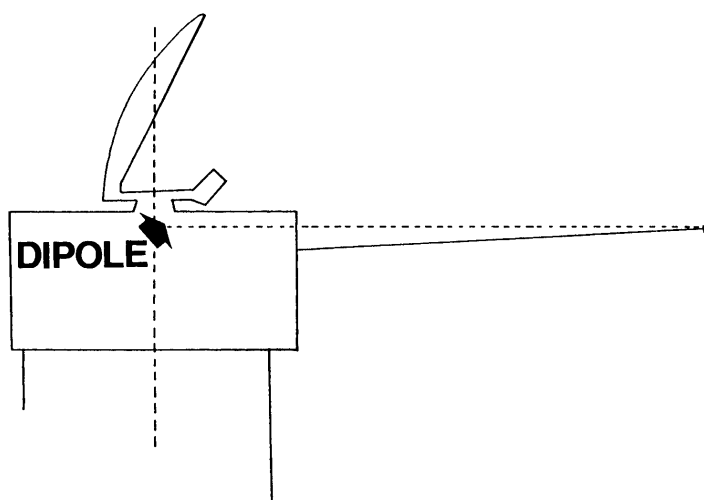


図5 探査機に生じる干渉磁場（磁気バイアス）を再現するための磁気双極子 \mathbf{m} が、磁気センサー位置から探査機のスピン軸へ下ろした垂線の足にあると仮定できる場合の模式図。

で近似することを試みた。ここで μ_0 は真空の透磁率、

$$\mathbf{r} = r_0 \mathbf{e}_r \quad (2)$$

は探査機中心から見た磁気センサーの位置で、 r_0 はブーム長1.992mに探査機半径0.7mを加えた長さ2.692mである。この磁気双極子 \mathbf{m} の時間変化は非常に遅く、1日以下の時間スケールでは一定として扱うことができる。この \mathbf{B}_{bias} と惑星間空間磁場 $\mathbf{B}_{natural}$ の和が磁気センサーによって観測されるのである。

なお、等価磁気双極子が図5のように探査機のほぼ中心（簡単のため磁気センサー位置からスピン軸へ下ろした垂線の足とする）にあると仮定できる場合には、

$$\mathbf{M} \equiv \frac{\mu_0}{4\pi r_0^3} \mathbf{m} \quad (3)$$

と定義することによって、式(1)は簡単に

$$\mathbf{B}_{bias}(\mathbf{r}) = 3(\mathbf{M} \cdot \mathbf{e}_r)\mathbf{e}_r - \mathbf{M} \quad (4)$$

と書くことができる。

5. 磁気センサー座標系で見た磁場波形

ここでは、等価磁気双極子が探査機中心にあると考えられる場合について、前節でモデル化した既知の惑星間空間磁場 $\mathbf{B}_{natural}$ 、磁気バイアス \mathbf{B}_{bias} が、自転する探査機上の磁気センサー座標系ではどのような波形として検出されるかを説明する。これによって、得られた波形から逆に惑星間空間磁場と双極子磁場を求める式が得られるからである。

磁気センサー3軸の方向ベクトルを $\mathbf{e}_{x-sensor}, \mathbf{e}_{y-sensor}, \mathbf{e}_{z-sensor}$ とし、センサー3軸の直交性は疑わないこととすると[2]この3つの単位ベクトルは正規直交基となり、これらを用いて探査機のスピン軸の方向 \mathbf{e}_z を

$$\mathbf{e}_z = s_x \mathbf{e}_{x-sensor} + s_y \mathbf{e}_{y-sensor} + s_z \mathbf{e}_{z-sensor} \quad (5)$$

のように書くことができる。理想的にはスピン軸とセンサーz軸が一致して $(s_x, s_y, s_z) = (0, 0, 1)$ となるのであるが、現実の s_x, s_y, s_z はこれらの値からわずかにずれている。磁気センサーの取り付け精度のためにスピン軸 \mathbf{e}_z と磁気センサーz軸 $\mathbf{e}_{z-sensor}$ が一致しない場合、 s_x, s_y, s_z は定数となる。また、探査機の自転軸が自身の中心軸からずれているためにスピン軸 \mathbf{e}_z と磁気センサーz軸 $\mathbf{e}_{z-sensor}$ が不一致になる場合は s_x, s_y, s_z が経年変化することも考えられるが、数時間程度の間は一定値を保つと考えて良いであろう。

惑星間空間磁場 $\mathbf{B}_{natural}$ は、探査機と太陽を結ぶ直線に準拠した惑星間空間座標で見たときに一定となる。この惑星間空間座標系として、探査機のスピン軸方向 \mathbf{e}_z をZ軸、探査機と太陽を結ぶ線分をスピン軸に垂直な平面に投影した方向 \mathbf{e}_x (太陽向きを正とする)をX軸、右手系となるように決めた $\mathbf{e}_y = \mathbf{e}_z \times \mathbf{e}_x$ をY軸とする直交系を使うこととする。この座標系は探査機が太陽の回りを公転するにつれて非常にゆっくり回転しているが、数時間程度の短い時間ではほぼ慣性座標と考えても差し支えない。この座標系は探査機の自転とは無関係であり、スピン軸方向がわかっているならば即座にSolar-Ecliptic座標に変換することができる。

磁気センサー座標系と、探査機と太陽を結ぶ直線に準拠した惑星間空間座標系との間の座標変換を容易にするため、スピン軸 \mathbf{e}_z をZ'軸とした、探査機固定スピン座標系(X', Y', Z')を考える。センサー3軸の直

交性を仮定した場合、Z'軸 $e'_z = e_z$ に垂直な面内でセンサー x 軸 $e_{x-sensor}$ に最も近い方向を X'軸方向 e'_x と選び、右手系となるように Y'軸方向を決めると、スピン軸座標系の3軸方向 e'_x, e'_y, e'_z とセンサー軸方向 $e_{x-sensor}, e_{y-sensor}, e_{z-sensor}$ との関係は

$$\begin{aligned} e_{x-sensor} &= \sqrt{s_y^2 + s_z^2} e'_x + s_x e'_z \\ e_{y-sensor} &= -\frac{s_x s_y}{\sqrt{s_y^2 + s_z^2}} e'_x + \frac{s_x}{\sqrt{s_y^2 + s_z^2}} e'_y + s_y e'_z \\ e_{z-sensor} &= -\frac{s_x s_z}{\sqrt{s_y^2 + s_z^2}} e'_x - \frac{s_y}{\sqrt{s_y^2 + s_z^2}} e'_y + s_z e'_z \end{aligned} \quad (6)$$

のように書ける。この導出は付録1に示した。センサー3軸の非直交性を考慮に入れた場合は、 e'_x, e'_y, e'_z 各項の係数にわずかな変更が加わるが、センサー直交精度が2度以内の「さきがけ」の場合、実用上問題になる量ではない。

x方向のセンサー取付が理想的に行われていれば、この e'_x と e'_y は、それぞれセンサー位置における円筒座標外向き方向ベクトル e_r 、スピン回転方向ベクトル e_ϕ と一致するはずである。 e_r, e_ϕ, e_z を基とする円筒座標を使うと磁気双極子による磁場が書き易くなるのであるが、現実の e'_x は、図6のように e_r から微小な角度 Δ ずれている可能性があるため、厳密には e'_x, e'_y と e_r, e_ϕ には

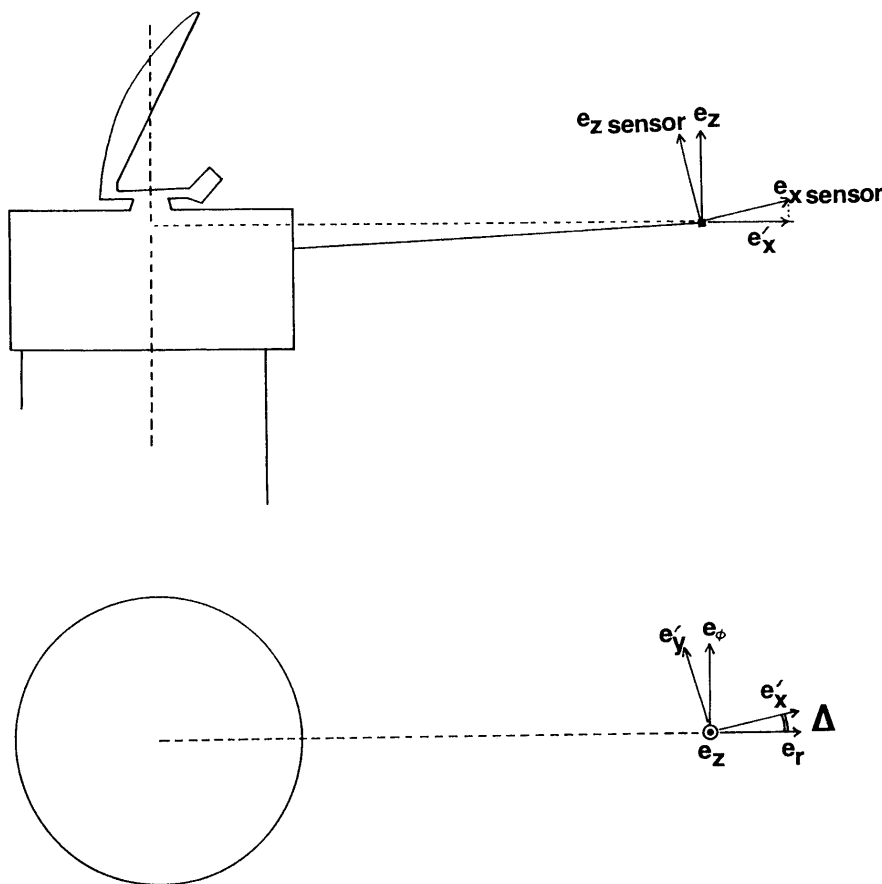


図6 探査機固定スピン軸座標の e'_x と探査機中心からまっすぐ外へ向かう方向ベクトル e_r とのずれ Δ 。(上)横からみた図、(下)探査機中心軸方向から見た図。センサー3軸の直交性を仮定したとしても、 $e_{x-sensor}$ は $e_{z-sensor}$ の回りに回転の自由度があるため、 s_x, s_y, s_z から Δ を求めることはできない。なお、この図はずれを誇張して描いたものであり、現実の Δ や e_z と $e_{z-sensor}$ のずれはこの図よりずっと小さい。

$$\begin{aligned} \mathbf{e}'_x &= \cos\Delta \mathbf{e}_r + \sin\Delta \mathbf{e}_\phi \\ \mathbf{e}'_y &= -\sin\Delta \mathbf{e}_r + \cos\Delta \mathbf{e}_\phi \end{aligned} \quad (7)$$

という関係がある。ここに現れるベクトル $\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\phi, \mathbf{e}_z$ はスピン位相角 ϕ_{spin} を用いれば、さらに惑星間空間座標を使って

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_r &= \cos\phi_{spin} \mathbf{e}_x + \sin\phi_{spin} \mathbf{e}_y \\ \mathbf{e}_\phi &= -\sin\phi_{spin} \mathbf{e}_x + \cos\phi_{spin} \mathbf{e}_y \end{aligned} \quad (8)$$

と書くことができる。スピン位相角 ϕ_{spin} は、図3よりわかるとおり、sas angle sensor の出力に 131.93 度を加えれば得られる。

磁気センサーの出力 $(\mathbf{B}_{obs})_{x-sensor}, (\mathbf{B}_{obs})_{y-sensor}, (\mathbf{B}_{obs})_{z-sensor}$ は、 $\mathbf{B}_{natural} + \mathbf{B}_{bias}$ と磁気センサー方向ベクトル $\mathbf{e}_{x-sensor}, \mathbf{e}_{y-sensor}, \mathbf{e}_{z-sensor}$ との内積に、各センサーのオフセット $(B_{offset})_{x-sensor}, (B_{offset})_{y-sensor}, (B_{offset})_{z-sensor}$ を加えたものであるから、等価磁気双極子が探査機中心にあると近似できる場合について、スピン位相角 ϕ_{spin} でまとめ直せば

$$\begin{aligned} (\mathbf{B}_{obs})_{x-sensor} &= \left[\sqrt{s_y^2 + s_z^2} \cos\Delta (2M_x + B_x) + \sqrt{s_y^2 + s_z^2} \sin\Delta (-M_y + B_y) \right] \cos\phi_{spin} \\ &+ \left[\sqrt{s_y^2 + s_z^2} \cos\Delta (2M_y + B_y) - \sqrt{s_y^2 + s_z^2} \sin\Delta (-M_x + B_x) \right] \sin\phi_{spin} \\ (\mathbf{B}_{obs})_{y-sensor} &= \left[\begin{aligned} & s_x(-M_z + B_z) + (B_{offset})_{x-sensor} \\ & \left(-\frac{s_x s_y}{\sqrt{s_y^2 + s_z^2}} \cos\Delta - \frac{s_x}{\sqrt{s_y^2 + s_z^2}} \sin\Delta \right) (2M_x + B_x) \\ & + \left(-\frac{s_x s_y}{\sqrt{s_y^2 + s_z^2}} \sin\Delta + \frac{s_x}{\sqrt{s_y^2 + s_z^2}} \cos\Delta \right) (-M_y + B_y) \end{aligned} \right] \cos\phi_{spin} \\ &+ \left[\begin{aligned} & \left(-\frac{s_x s_y}{\sqrt{s_y^2 + s_z^2}} \cos\Delta - \frac{s_x}{\sqrt{s_y^2 + s_z^2}} \sin\Delta \right) (2M_y + B_y) \\ & - \left(-\frac{s_x s_y}{\sqrt{s_y^2 + s_z^2}} \sin\Delta + \frac{s_x}{\sqrt{s_y^2 + s_z^2}} \cos\Delta \right) (-M_x + B_x) \end{aligned} \right] \sin\phi_{spin} \\ (\mathbf{B}_{obs})_{z-sensor} &= \left[\begin{aligned} & s_y(-M_z + B_z) + (B_{offset})_{y-sensor} \\ & \left(-\frac{s_x s_y}{\sqrt{s_y^2 + s_z^2}} \cos\Delta + \frac{s_y}{\sqrt{s_y^2 + s_z^2}} \sin\Delta \right) (2M_x + B_x) \\ & + \left(-\frac{s_x s_y}{\sqrt{s_y^2 + s_z^2}} \sin\Delta - \frac{s_y}{\sqrt{s_y^2 + s_z^2}} \cos\Delta \right) (-M_y + B_y) \end{aligned} \right] \cos\phi_{spin} \\ &+ \left[\begin{aligned} & \left(-\frac{s_x s_y}{\sqrt{s_y^2 + s_z^2}} \cos\Delta + \frac{s_y}{\sqrt{s_y^2 + s_z^2}} \sin\Delta \right) (2M_y + B_y) \\ & - \left(-\frac{s_x s_y}{\sqrt{s_y^2 + s_z^2}} \sin\Delta - \frac{s_y}{\sqrt{s_y^2 + s_z^2}} \cos\Delta \right) (-M_x + B_x) \end{aligned} \right] \sin\phi_{spin} \\ &+ s_z(-M_z + B_z) + (B_{offset})_{z-sensor} \end{aligned} \quad (9)$$

ただし

$$M_i = \mathbf{M} \cdot \mathbf{e}_i, \quad B_i = \mathbf{B}_{natural} \cdot \mathbf{e}_i, \quad (i = x, y, z)$$

のように表すことができる。すなわち、 $\mathbf{B}_{natural}$ と \mathbf{M} が与えられたとき、スピン位相が ϕ_{spin} の瞬間には、上記のような信号が出力されるのである。式(9)の導出は付録2に示した。

6. 出力波形から惑星間空間磁場、磁気バイアス、オフセットを導出する

実際に得られた磁力計の出力波形を、式

$$\begin{aligned} (\mathbf{B}_{fit})_{x-sensor} &= v_{x1} \cos\phi_{spin} + v_{x2} \sin\phi_{spin} + v_{x3} \\ (\mathbf{B}_{fit})_{y-sensor} &= v_{y1} \cos\phi_{spin} + v_{y2} \sin\phi_{spin} + v_{y3} \\ (\mathbf{B}_{fit})_{z-sensor} &= v_{z1} \cos\phi_{spin} + v_{z2} \sin\phi_{spin} + v_{z3} \end{aligned} \quad (10)$$

で表せるようにそれぞれフィッティングを行い、係数 v_{ij} ($i = x, y, z; j = 1, 2, 3$) を求めると、式(9)と式(10)を比較することによって、x,y方向の磁気バイアスに関する連立方程式

$$\begin{aligned}
\sqrt{s_y^2 + s_z^2} \cos\Delta (2M_x + B_x) + \sqrt{s_y^2 + s_z^2} \sin\Delta (-M_y + B_y) &= v_{x1} \\
\sqrt{s_y^2 + s_z^2} \cos\Delta (2M_y + B_y) - \sqrt{s_y^2 + s_z^2} \sin\Delta (-M_x + B_x) &= v_{x2} \\
\left(-\frac{s_x s_y}{\sqrt{s_y^2 + s_z^2}} \cos\Delta - \frac{s_x s_z}{\sqrt{s_y^2 + s_z^2}} \sin\Delta\right) (2M_x + B_x) \\
+ \left(-\frac{s_x s_y}{\sqrt{s_y^2 + s_z^2}} \sin\Delta + \frac{s_x s_z}{\sqrt{s_y^2 + s_z^2}} \cos\Delta\right) (-M_y + B_y) &= v_{y1} \\
\left(-\frac{s_x s_y}{\sqrt{s_y^2 + s_z^2}} \cos\Delta - \frac{s_x s_z}{\sqrt{s_y^2 + s_z^2}} \sin\Delta\right) (2M_y + B_y) \\
- \left(-\frac{s_x s_y}{\sqrt{s_y^2 + s_z^2}} \sin\Delta + \frac{s_x s_z}{\sqrt{s_y^2 + s_z^2}} \cos\Delta\right) (-M_x + B_x) &= v_{y2} \\
\left(-\frac{s_x s_y}{\sqrt{s_y^2 + s_z^2}} \cos\Delta + \frac{s_x s_z}{\sqrt{s_y^2 + s_z^2}} \sin\Delta\right) (2M_x + B_x) \\
+ \left(-\frac{s_x s_y}{\sqrt{s_y^2 + s_z^2}} \sin\Delta - \frac{s_x s_z}{\sqrt{s_y^2 + s_z^2}} \cos\Delta\right) (-M_y + B_y) &= v_{z1} \\
\left(-\frac{s_x s_z}{\sqrt{s_y^2 + s_z^2}} \cos\Delta + \frac{s_x s_y}{\sqrt{s_y^2 + s_z^2}} \sin\Delta\right) (2M_y + B_y) \\
- \left(-\frac{s_x s_z}{\sqrt{s_y^2 + s_z^2}} \sin\Delta - \frac{s_x s_y}{\sqrt{s_y^2 + s_z^2}} \cos\Delta\right) (-M_x + B_x) &= v_{z2}
\end{aligned} \tag{11}$$

およびセンサーオフセットとz方向の磁気バイアスに関する式

$$\begin{aligned}
s_x(-M_z + B_z) + (B_{offset})_{x-sensor} &= v_{x3} \\
s_y(-M_z + B_z) + (B_{offset})_{y-sensor} &= v_{y3} \\
s_z(-M_z + B_z) + (B_{offset})_{z-sensor} &= v_{z3}
\end{aligned} \tag{12}$$

が得られる。

式(11)より、センサー座標からみたスピン軸方向ベクトル s_x, s_y, s_z を、サインフィットの係数を使って

$$\begin{pmatrix} s_x \\ s_y \\ s_z \end{pmatrix} = \frac{\text{sign}(v_{x1}v_{y2} - v_{x2}v_{y1})}{\sqrt{(v_{y1}v_{z2} - v_{y2}v_{z1})^2 + (v_{z1}v_{x2} - v_{z2}v_{x1})^2 + (v_{x1}v_{y1} - v_{x2}v_{y1})^2}} \begin{pmatrix} v_{y1}v_{z2} - v_{y2}v_{z1} \\ v_{z1}v_{x2} - v_{z2}v_{x1} \\ v_{x1}v_{y2} - v_{x2}v_{y1} \end{pmatrix} \tag{13}$$

のように求めることができる。この導出は付録3に示す。ただし、以下のような場合に限っては式(13)によってスピン軸を求めることはできない：

i) xセンサーの出力とyセンサーの出力波形の位相が等しく（すなわち $v_{x1} : v_{x2} = v_{y1} : v_{y2}$ ） s_z が零になってしまう場合。

ii) x方向センサーの出力波形の振幅が零（ $v_{x1} = v_{x2} = 0$ ）となる場合。これは (B_x, B_y) が (M_x, M_y) のほぼ2倍のときに起こる。

iii) 出力波形の歪が大きく、正弦波でフィッティングすることが妥当でない場合。

式(13)によるスピン軸方向の計算には、センサー軸の非直交性による誤差は微小量（2度～ 3.5×10^{-2} ）の自乗の形でしか入らないので、それよりも出力波形の正弦波フィッティングによる誤差のほうが影響が大きい。

また、 M_x, M_y, B_x, B_y は

$$\begin{pmatrix} M_x \\ B_x \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\Delta & -\sin\Delta \\ \sin\Delta & \cos\Delta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{s_y^2 + s_z^2}} \cdot v_{x1} \\ \frac{s_x s_y}{s_z \sqrt{s_y^2 + s_z^2}} \cdot v_{x1} + \frac{\sqrt{s_y^2 + s_z^2}}{s_z} \cdot v_{y1} \end{pmatrix} \tag{14}$$

$$\begin{pmatrix} M_y \\ B_y \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\Delta & \sin\Delta \\ -\sin\Delta & \cos\Delta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{s_y^2 + s_z^2}} \cdot v_{x2} \\ -\frac{s_x s_y}{s_z \sqrt{s_y^2 + s_z^2}} \cdot v_{x2} - \frac{\sqrt{s_y^2 + s_z^2}}{s_z} \cdot v_{y2} \end{pmatrix} \tag{15}$$

のように解くことができる。式(14)(15)の導出も付録3に示した。 Δ の値としては、地上検定による値 $\Delta \sim 1.33^\circ$ （湯元他[2]の図6より）を用いることとした。

一方、センサーオフセットに関する式 (12) の未知数は M_z , B_z , $(B_{offset})_{x-sensor}$, $(B_{offset})_{y-sensor}$, $(B_{offset})_{z-sensor}$ の5個であるからこの式だけから惑星間空間磁場と磁気バイアス、磁気オフセットを求めることはできない。

x, y センサーのセンサーオフセット $(B_{offset})_{x-sensor}$, $(B_{offset})_{y-sensor}$ は、式 (12) の上では B_z , M_z と分離できないが、これらを合わせた v_{x3} , v_{y3} をそのまま差し引けば B_x , B_y の値を得る上で支障はない。実際、 s_x , s_y の絶対値が小さいので B_z の時間変化による影響も少ない。この v_{x3} , v_{y3} を「実用上のオフセット」とみなす。

z 成分については、「さきがけ」の一次処理では Davis-Smith 法 [4] によって磁気バイアスとセンサーオフセットの合成成分を求めている。Davis-Smith 法は、磁場方向の変化が磁場の強さ $B \equiv |\mathbf{B}|$ の変化より卓越するという惑星間空間磁場の統計的性質を利用したものであり、 B^2 になるべく一定になるようにオフセットを決める方法である。ただし、この方法も惑星間空間磁場以外の成分を決めるだけであるので、干渉磁場 z 成分 M_z とセンサー z 軸の磁気オフセット $(B_{offset})_{z-sensor}$ は分離できない。

7. 「さきがけ」磁場データの一次処理手順

前節の式 (13)(14)(15) を用いて惑星間空間磁場を求めるため、まず磁力計3軸の出力波形のサインフィットを行う。「さきがけ」の観測では、high bit rate(2048bps) のときは1秒あたり8個、low bit rate(64bps) のときは4秒あたり1個の磁場データ(3次元ベクトル)が得られる。サインフィットに用いるデータ数はその期間が探査機のスピン(10秒弱)の1周期分あるいはその整数倍となるよう、79個(high bit rate時、約10秒間)または10個(low bit rate時、40秒間)とした。データを1個ずつずらしながらフィットリングを行ってゆくの、係数 v_{ij} , ($i = x, y, z; j = 1, 2, 3$) の10秒値(または40秒値)が0.125秒ごと(または4秒ごと)に得られる。

x, y 成分の磁気バイアス、惑星間空間磁場、実用オフセット値はこれらの係数から即座に式 (14)(15) によって求められる。同時にスピン軸方向も式 (13) を使って得られる。

z 成分のデータ処理には Davis-Smith 法を用いるのであるが、上記のようにして得られた B_x , B_y と、式 (12) の両辺を s_z で割って得られる仮の z 成分 B_z''

$$B_z'' \equiv \frac{v_{z3}}{s_z} = B_z - M_z + \frac{1}{s_z} (B_{offset})_{z-sensor} \quad (16)$$

を入力として用い、20分間の惑星間空間磁場の大きさがなるべく一定になるよう $(-M_z + \frac{1}{s_z} (B_{offset})_{z-sensor})$ を求め、「 z 成分のオフセット20分値」とする。1日数時間の「さきがけ」の観測時間のうちには、データにノイズの入る場合や、Davis-Smith 法の使えない期間もあるので、それらの値を除いて「 z 成分のオフセット1日平均値」を作る。使わない期間の判定は次の条件に依った:

- i) 20分間の B_z'' の分散が $0.1(\text{nT})^2$ 未満の期間は使わない(惑星間空間磁場の大きさが一定でかつ磁場 z 成分の変動が大きいという条件が満たされないと Davis-Smith 法が使えないため)。
- ii) 20分間の B_z'' の分散が $10(\text{nT})^2$ を超える期間は使わない(データにノイズが入っている場合が多い)。
- iii) 20分値が直前・直後の「 z オフセット20分値」と 5nT 以上かけ離れている場合、その値は使わない(データにノイズが入っている場合が多い)。
- iv) 処理結果の惑星間空間磁場を見て、明らかに人工的な雑音が入っている期間は使わない。

こうして得られた「 z オフセット1日平均値」は、日ごとにかなりばらつくことが多いが、本来、磁気バイアスやセンサーオフセットは温度や太陽光の強さに依ってゆっくりと変化する量のはずである。それゆえ、得られた「 z オフセット1日平均値」をさらに5日移動平均して「 z オフセット5日平均値」を作り、

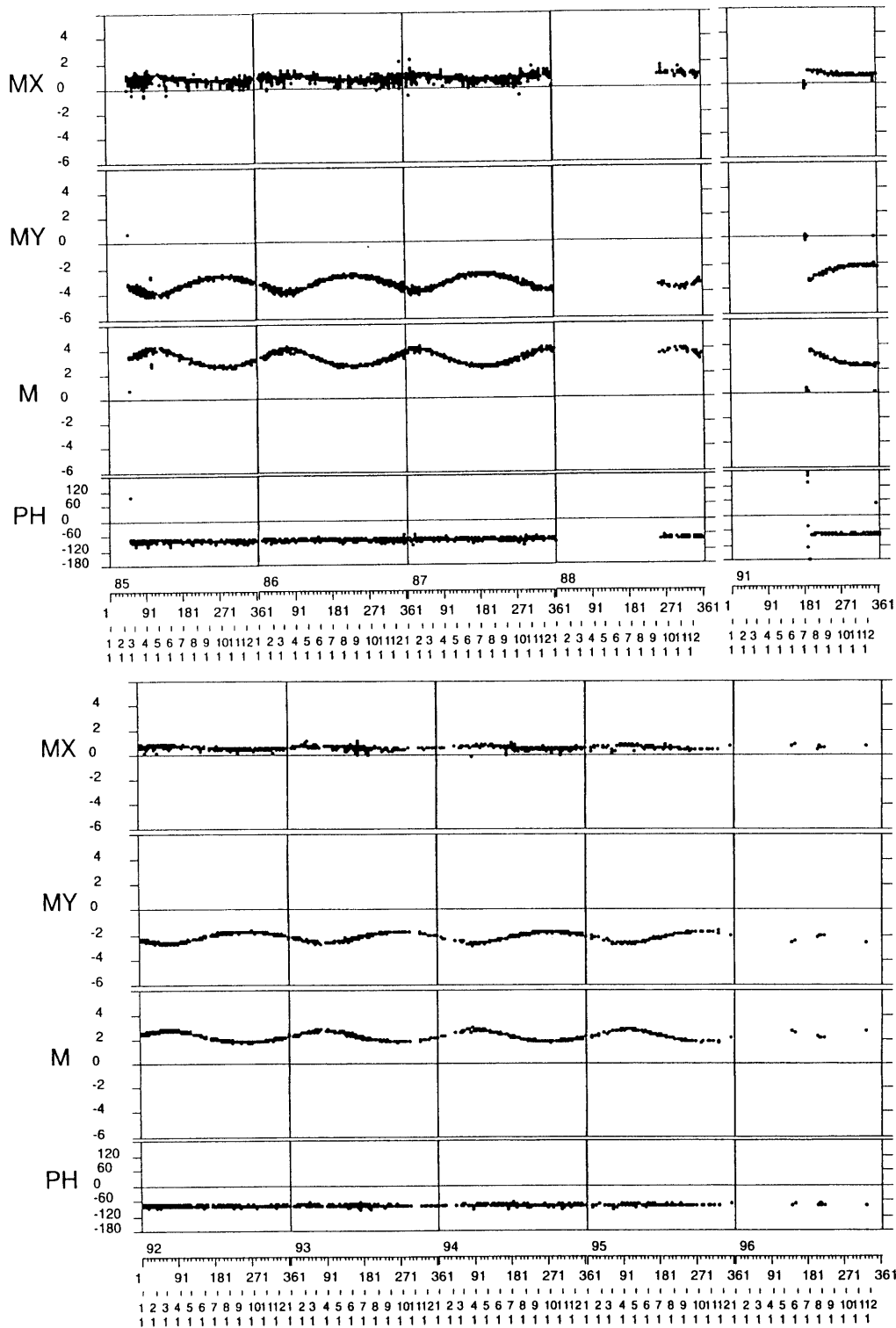


図7 探査機に生じる干渉磁場(磁気バイアス)の目安となるベクトル $\mathbf{M} \equiv \frac{\mu_0}{4\pi r_0^3} \mathbf{m}$ の x, y 成分 M_x, M_y , およびその自乗和 $M = \sqrt{M_x^2 + M_y^2}$, スピン面内の方向 $\phi_m = \tan^{-1}(M_y/M_x)$ (太陽方向を0度とする) の経年変化。ブーム先端の磁力計センサーの位置での値で、単位は nT, 横軸は通年日である。1985年2月15日のブーム伸展以来、大きさ M は探査機の公転運動と共に緩やかに時間変化する。方向は太陽から約75度夕方向きである。

これを式 (15) の B_z'' から差し引くことによって惑星間空間磁場の z 成分

$$B_z = B_z'' - \left(-M_z + \frac{1}{s_z}(B_{offset})_{z-sensor}\right) (5 \text{ 日値})$$

を求めることにしている。

8. 得られた磁気バイアスの評価

前節の手順によって求めた磁気バイアスの時間変化を図7に示す。上から順に、磁力計ブーム先端のセンサーの位置における x 成分 M_x と y 成分 M_y の値、およびその自乗和 $M = \sqrt{M_x^2 + M_y^2}$ 、スピン面内の方向 $\phi_m \equiv \tan^{-1}(M_y/M_x)$ である。1985年2月19日のブーム伸展から1994年8月までの間、 M の値はほぼ $2\text{nT} - 4\text{nT}$ であった。式 (2) に代入すると、 x, y 成分だけを考えたとしても等価磁気双極子の大きさは $0.4 - 0.8 [\text{A m}^2]$ である。実際には M_y と同程度あるいはそれ以上の大きさの z 成分 M_z があることが想像されるので、等価磁気双極子の大きさは $1[\text{A m}^2]$ を超えるものと推定される。この磁気双極子 \mathbf{m} を、探査機本体程度の空間スケール (半径 $R \simeq 0.7\text{m}$) に流れる環電流 \mathbf{J}

$$\mathbf{m} = \pi R^2 \mathbf{J}$$

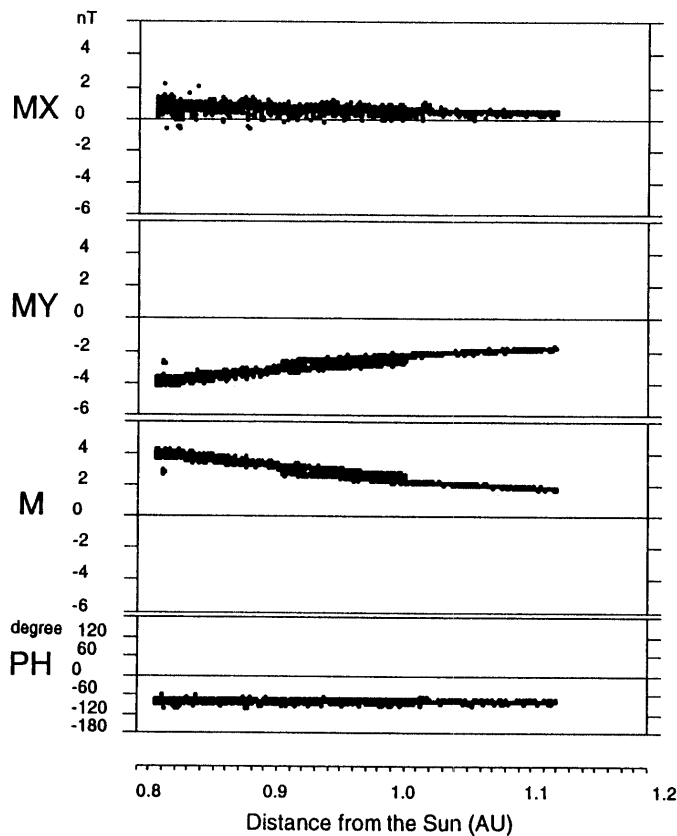


図8 太陽から探査機までの距離 (単位は A. U.) に対する1985年から1987年、および1991年から1994年までの磁気バイアスの変化。 x 成分 M_x と y 成分 M_y の大きさは距離の2乗に反比例するが、方向は距離に対する顕著な依存性は見られない。

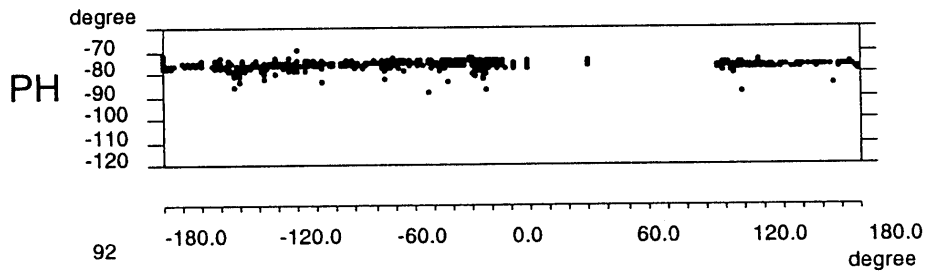


図9 磁気バイアスの等価磁気双極子のスピン面内の方向 $\phi_m \equiv \tan^{-1}(M_y/M_x)$ を「さきがけ」から見た地球の方向（横軸；太陽方向を0度とする）に対して描いた図。デスパンアンテナは地球の方向を向くので、地球方向をデスパンアンテナの向きと考えて良い。「さきがけ」と地球の相対位置が変化に富んでいた1992年のデータが用いられている。

で説明するなら、その環電流の強さは数百ミリアンペアとなる。

また、得られた磁気双極子のスピン面内の方向は太陽から約75度夕方向き、つまりおおよそy方向向きであった。環電流を生じる原因が日照側の太陽電池パネルにあるものとし、探査機外壁付近でこのパネルに平行に流れるような電流のループがあると考え、生じる磁気双極子の方向はyまたはz方向となるので、この結果は自然である。実際の電流はその瞬間ごとに探査機内の異なった経路を通して流れるものと考えられるが、太陽光のために生じた環電流は、太陽方向に準拠した系で見ればほぼ同じような場所を流れているものと考えることができる。

得られた M_x, M_y は「さきがけ」の公転につれて緩やかに時間変化しているが、これを太陽から探査機までの距離（単位はA.U.）に対して表示したのが図8である。1985年から1994年までの値が使われている。x成分 M_x とy成分 M_y の大きさは距離の2乗に反比例しており、これはそのまま太陽光の強さに比例していることを示す。また、 M の分布は0.8 - 1.0 A.U. と0.9 - 1.1 A.U. の2本のトレンドに分かれて見えるが、前者は1985年から1987年まで、後者は1991年から1994年の値である。太陽からの距離が同じ0.9 - 1.0 A.U. の結果を比べると、1992年の磁気バイアスは、1987年までの値より15%ほど小さい。この現象は、おそらく太陽電池パネルの劣化など、探査機の経年変化によるものと思われる。

スピン面内の磁気双極子磁場の方向 $\phi_m \equiv \tan^{-1}(M_y/M_x)$ は距離に対しては顕著な依存性は見られなかった。探査機はほぼ軸対称な構造で、距離によって ϕ_m の変化する理由も無いため、この結果は自然である。非対称な構造物であるデスパンアンテナの向きに対しての ϕ_m の変化も調べたが、図9に見るとおり、 ϕ_m はデスパンアンテナの向きには無関係であった。

9. センサーオフセットの評価

図10に「実用上の」センサーオフセットを示す。x,y成分 O_x, O_y は出力波形のサインフィットによって求めた v_{x3}, v_{y3} そのものの20分平均値であり、z成分 O_z は7節の手順によってDavis Smith法で求めた20分値である。大きさはx,z成分がおおよそ-15 - 0 nT, y成分は-8 - 0 nTであった。

式(12)で見たように、 v_{x3}, v_{y3} には磁気オフセットと惑星間空間磁場のz成分の和 ($-M_z + B_z$) が混入しており、その惑星間空間磁場 B_z は数分ないし数時間の間にもかなり大きく変化するものであるが、図10のオフセットのx,y成分には B_z の変化に起因する数時間以内のばらつきはほとんど見られない。 s_x, s_y が非常に零に近く、式(12)を

$$\begin{aligned} (B_{offset})_{x-sensor} &\simeq v_{x3} \\ (B_{offset})_{y-sensor} &\simeq v_{y3} \end{aligned} \tag{17}$$

と近似して差し支えないことを示していると考えられる。これをさらに確かめるために、出力波形をサインフィットして得られた係数 v_{x3}, v_{y3} の一つ一つを v_{z3} に対してプロットしてみた例が図 11 である。横軸

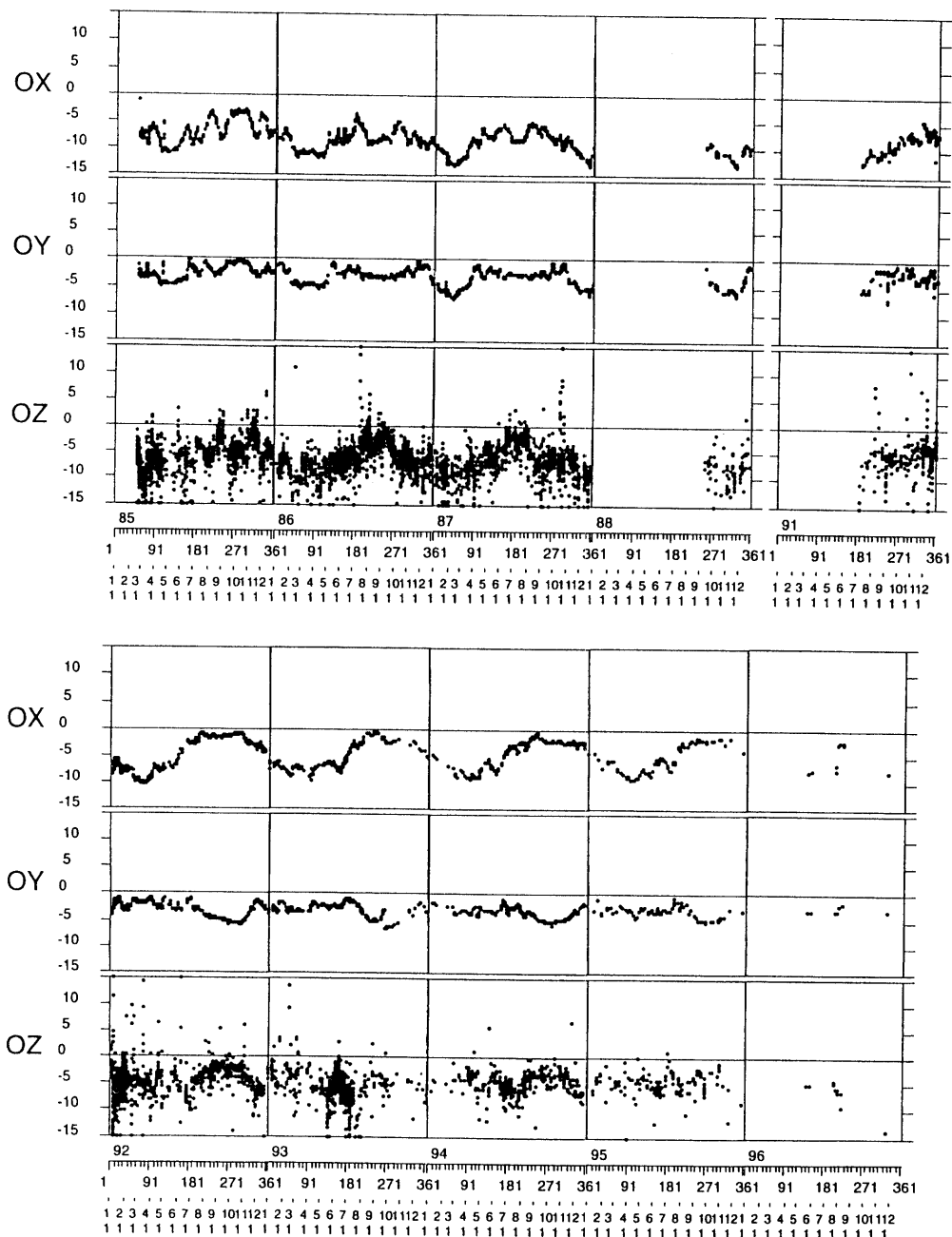


図10 「実用上の」センサーオフセット20分値。縦軸の単位は nT, 横軸は通年日である。
 x, y 成分 O_x, O_y はサインフィットして求めた v_{x3}, v_{y3} そのもの (本文の式 (12) の x, y 成分) の20分値, z 成分 O_z は Davis-Smith 法で求めた20分値である。 x, y 成分は1日程度の間は非常に安定しており、事実上 B_z の変化の影響は見られない。図7の干渉磁場 M_x, M_y と比べると波形は単純でないが、やはり「さきがけ」の公転に伴う周期的な変化が見られる。

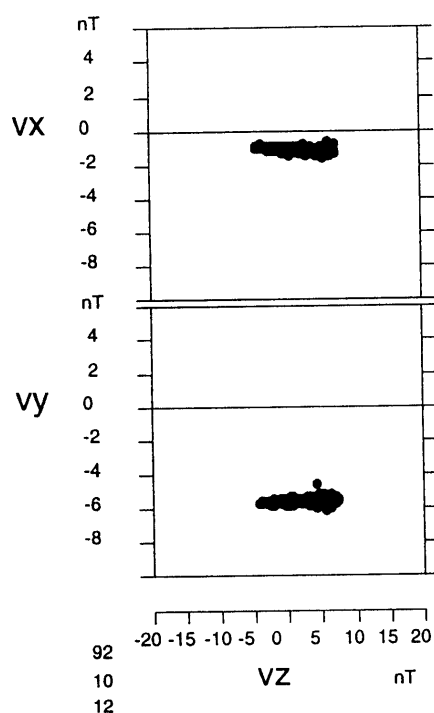


図11 出力波形のサインフィットによって得られた v_{x3} , v_{y3} と v_{z3} の関係。データは92年10月12日の例で一つ一つの点が40秒値である。横軸 v_{z3} には惑星間空間磁場 B の時間変化にもとづくばらつきが見られるが、これに対する v_{x3} , v_{y3} の傾きは非常に小さい。

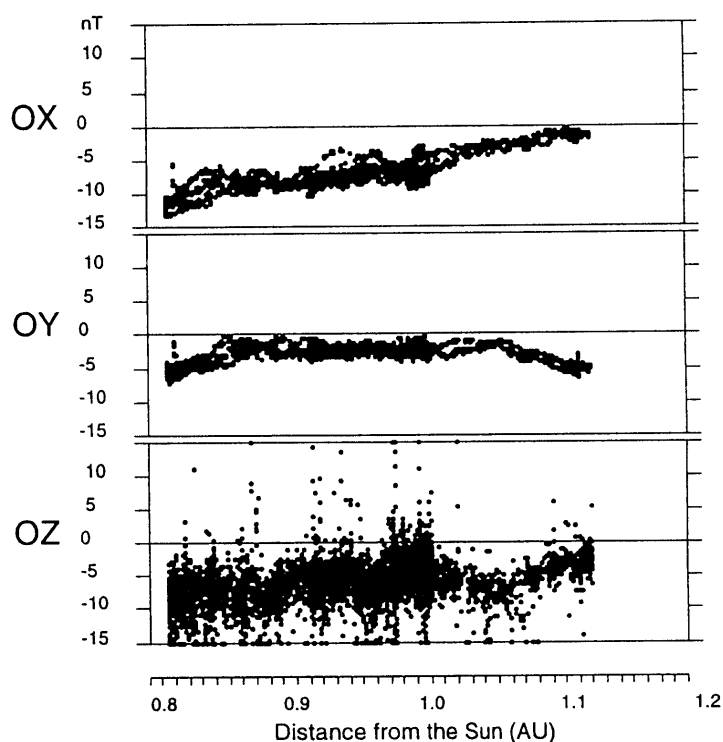


図12 図9の「実用上の」センサーオフセット O_x , O_y , O_z を太陽から探査機までの距離 (単位は A. U.) に対してプロットしたもの。図8と同じく1985年から1987年および1991年から1994年までのデータが使われている。

v_{z3} には惑星間空間磁場 B_z の時間変化にもとづくばらつきが見られるが、この変化に対して v_{x3} , v_{y3} はほとんど無関係である。 $(-M_z + B_z)$ が実用上のオフセットの x , y 成分にはほとんど影響を与えていないことを示している。

図10の実用上のオフセットにもやはり探査機の公転に伴う周期変化が見られる。太陽から探査機までの距離に対して表示してみると(図12)、 M_x , M_y の場合と同様に、オフセットもまたおよそ太陽からの距離の関数になっていることがわかるが、その関数形はやや複雑である。真のセンサーオフセット \mathbf{B}_{offset} は一義的には温度の関数であり、温度は距離とともに単調に減少するのであるが、磁力計の電気回路部とセンサー部が図13に示すようにそれぞれ異なった温度ドリフトを示すため、結果として図12のような複雑な関数形となったと考えられる。図12のセンサーオフセットの y 成分の変化が x , z 成分に比べて小さいのは、図13の y 成分出力の温度変化が、電気回路部・センサー部ともに x , z 成分より小さいことを反映している。

実際のデータ処理に使われるセンサーオフセットは、 x , y 成分については1日平均値、 z 成分は5日平均値である。その時間変化を図14に示す。 x , y 成分はほとんど図10の20分値と変わらないが、 z 成分は変化の様子がいくぶん明確になっている。

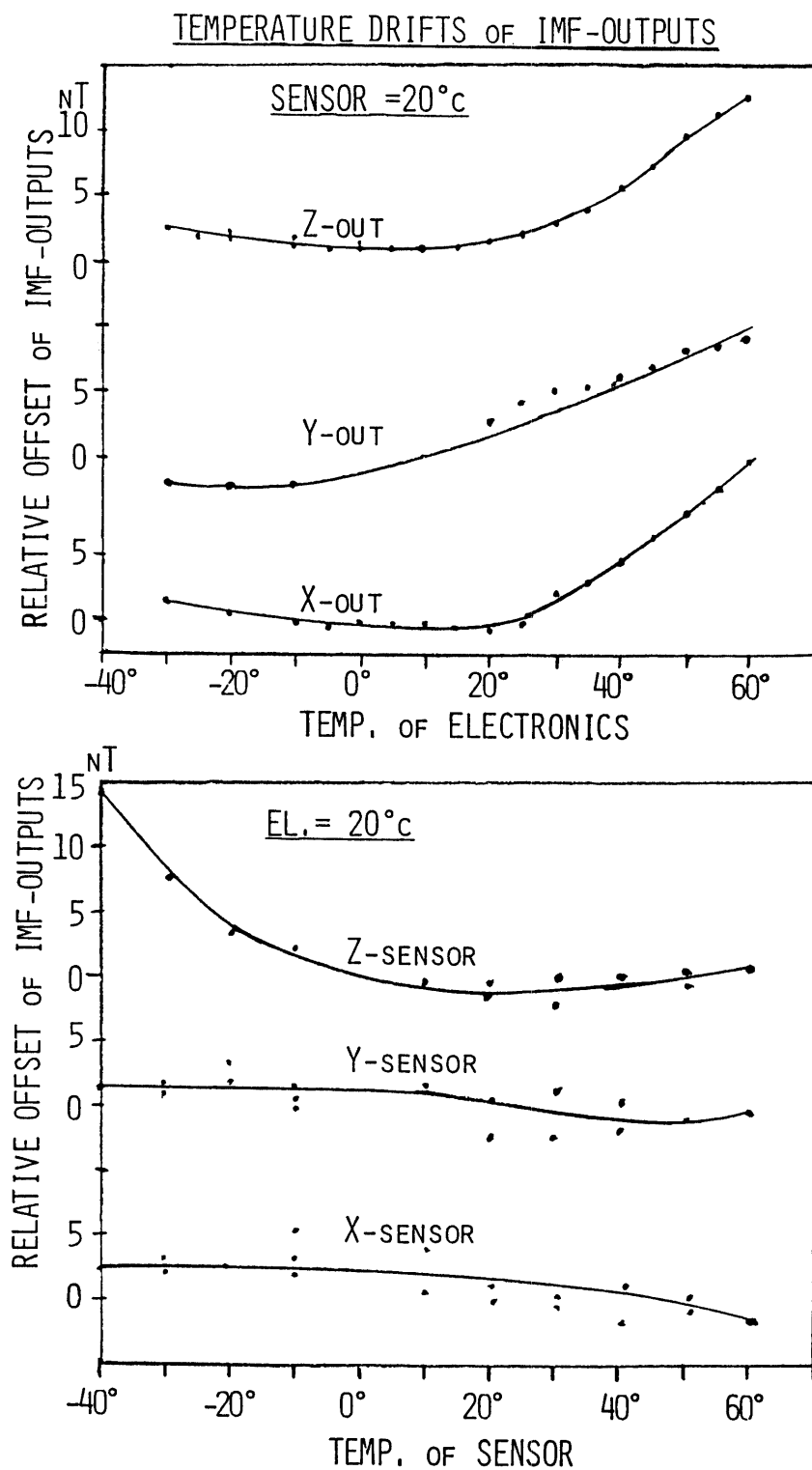


図13 「さきがけ」搭載磁力計 (x, y, z) 3成分出力の温度ドリフト。(上) 電気回路部の温度依存性, (下) センサ部の温度依存性。(湯元他 [2] 図3より転載)。

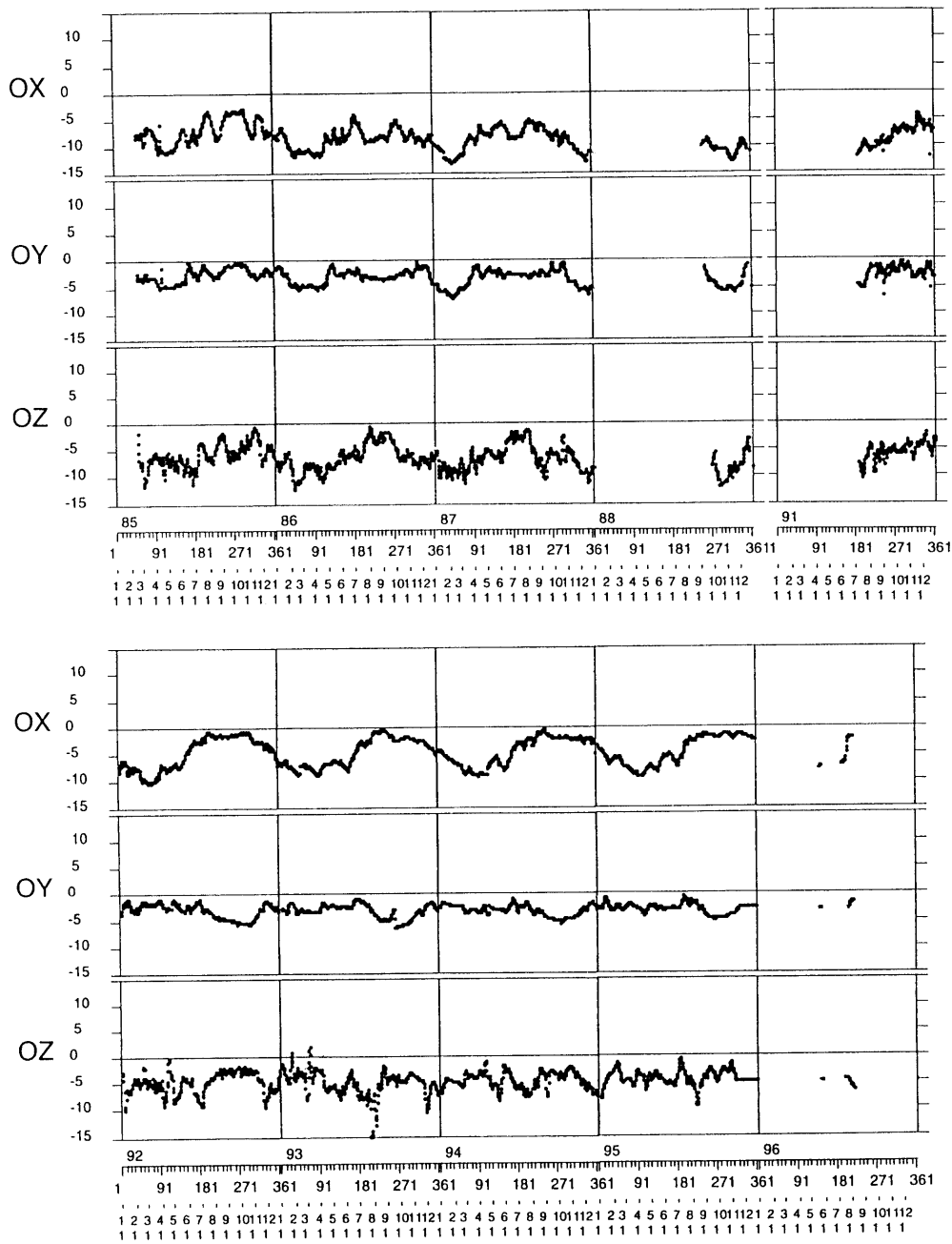


図14 実際のデータ処理に使われるセンサーオフセット。x, y 成分については1日平均値, z成分は5日平均値である。縦軸の単位は nT, 横軸は通年日である。

10. 磁場計測から求められたスピン軸方向

センサー座標から見た「さきがけ」のスピン軸 (s_x, s_y, s_z) の方向を式 (13) によって求めた結果の 20 分平均を図 15a に示す。 $\phi \equiv \tan^{-1}(s_y/s_x)$ 、 $\theta \equiv \sin^{-1}s_z$ である。 s_z は 1 に近いので、 θ は 90 度に近いはずであるが、この方法によって得られた θ の値は予想以上に変動していた。これは、6 節でふれたような式 (13) の適用できない場合、あるいはそれに近い場合が含まれるためである。図 15b は 1987 年 8 月 8 日に得られた出力波形の例であるが、惑星間空間磁場の x, y 成分 (B_x, B_y) が (M_x, M_y) の -2 倍になったために x 方

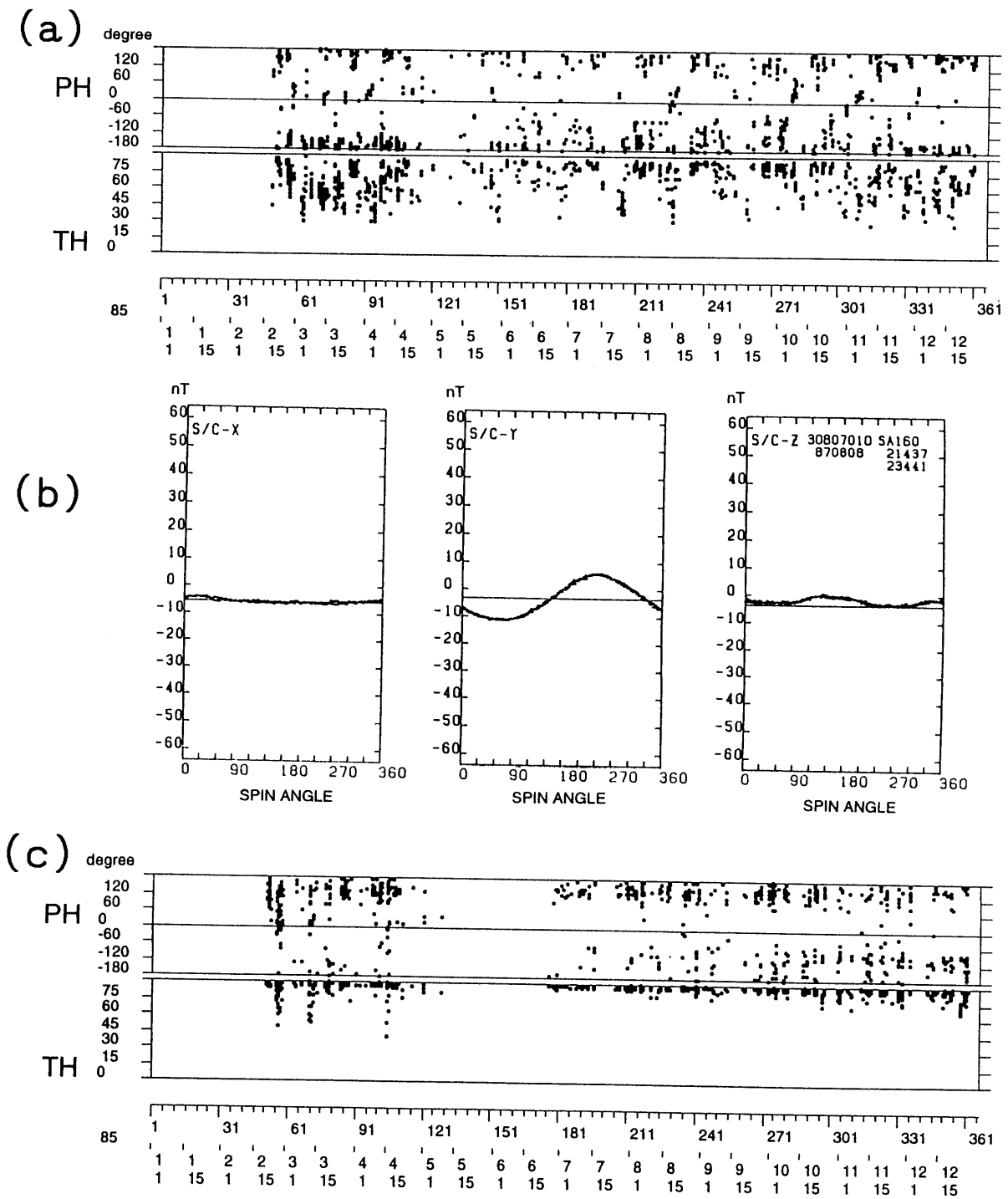


図15 (a) 式 (13) によって求められた, センサー座標から見た「さきがけ」のスピ軸 (s_x, s_y, s_z) の方向 $\phi = \tan^{-1}(s_y/s_x)$, $\theta = \sin^{-1}s_z$. (b) 1987年8月8日に得られた出力波形の例。惑星間空間磁場が $(B_x, B_y) = (-2 \text{ nT}, 6 \text{ nT})$, 磁気バイアスが $(M_x, M_y) = (1 \text{ nT}, -3 \text{ nT})$ であったためにセンサー x 成分の正弦波波形の振幅がちょうど零となった。(c) v_{z3} に対する v_{x3}, v_{y3} の傾きから求めたスピ軸方向 $\theta = \sin^{-1}s_z$, および $\phi = \tan^{-1}(s_y/s_x)$ 。

向センサーの出力波形の振幅 v_{x1}, v_{x2} が零となっている。この場合、式 (13) を用いてスピン軸方向を求めようとすると $s_z = 0$ となってしまう (付録 3) が、 s_z は 1 に近いはずなので、もちろんこれは真実ではない。また、x,y 成分の出力が同位相 ($v_{x1} : v_{x2} = v_{y1} : v_{y2}$) の場合も式 (13) から s_z を正しく求めることができない (付録 3)。このような場合は、惑星間空間磁場データとしてはデータ欠損となる。なお、 ϕ の値は、 s_x, s_y とともに小さな値の量であること、また、式 (13) の計算にセンサー z 成分出力のフィッティングの係数が入ることのため、もともとあまり精度はない。

探査機のスピン軸方向は別の方法で見積もることもできる。式 (12) から $-M_z + B_z$ を消去すれば、 v_{z3} に対する v_{x3}, v_{y3} の傾きが $s_x/s_z, s_y/s_z$ であることがわかるので、これを利用して 20 分の期間ごとに最小自乗法を行って s_x, s_y, s_z を求める方法である。これは山本・国分 [3] がマストのアライメントを評価する試みで用いた方法と同じである。しかしながら、センサー 3 軸が完全に直交していない場合、こうして求めた s_x, s_y にはそれ自身と同じ程度の誤差が生じ得る (付録 1) ので、これもあまり精度のある方法ではない。この方法を試みた結果が図 15c である。図 15a で θ が 90 度からかけ離れた値が算出されてしまった時期でも、異なる計算方法で 90 度に近い値が求められる場合があることがわかる。

11. 簡易処理法

スピン安定型の探査機の場合、スピン面内の惑星間空間磁場成分を求める方法として、スピン面内のセンサーの出力を単に長時間平均してオフセット分を取り除く方法がよく使われる。手軽で、かつ条件によらずに惑星間空間磁場を求められる点で便利である。ここでは、探査機自身に双極子で近似できる干渉磁場が生じている場合に、このような簡易処理法にどういった影響が現れるかについて触れる。

式 (9) の出力波形 $(\mathbf{B}_{obs})_{x-sensor}, (\mathbf{B}_{obs})_{y-sensor}, (\mathbf{B}_{obs})_{z-sensor}$ を、単に長時間 (スピン周期の整数倍、あるいはそれより非常に長い時間) 平均すれば、惑星間空間磁場がほぼ一定と近似できる限りは $\cos\phi_{spin}, \sin\phi_{spin}$ の項が消えて、定数部分 $s_x(-M_z + B_z) + (B_{offset})_{x-sensor}, s_y(-M_z + B_z) + (B_{offset})_{y-sensor}, s_z(-M_z + B_z) + (B_{offset})_{z-sensor}$ が求められる。これをそれぞれ元の波形から差し引いて、 ϕ_{spin} だけ回転して惑星間空間座標に変換し、スピン周期の整数倍の平均を取り直すと、センサー x 軸の取り付け誤差が無く ($\Delta = 0$) センサー z 軸がスピン軸と一致している ($s_z = 1$) と仮定すれば、x 成分として $B_x + \frac{M_x}{2}$, y 成分として $B_y - \frac{M_y}{2}$ が得られる。つまり、磁気バイアスが大きい場合には結果に DC 的な誤差が生じるのである。

「さきがけ」の場合は M_x が 0nT から 1nT, M_y が -4nT から -2nT 程度の値を持つので、この方法では実際の惑星間空間磁場より x,y 成分とも大きく見積もってしまうことになる。しかし M_x, M_y が非常にゆっくり変化することがわかっているので、あらかじめ求めた M_x, M_y を簡易処理法で求めた x,y 成分から差し引いても良い。

磁力計センサーが十分に探査機の機体より離れている場合は M_x, M_y とともに十分小さいのでこの方法でも十分である。

12. 偏心磁気双極子による磁気バイアスのモデリング

前節までは、探査機に生じる干渉磁場の等価磁気双極子が探査機中心にあると仮定して惑星間空間磁場や磁気バイアス、センサーオフセットを求めたが、現実の等価磁気双極子は探査機中心からずれている可能性が高い。このようなときは、探査機の自転に伴ってセンサーと磁気双極子との距離が変わってしまうので、式 (1) のかわりに式 (4) を使うことができず、出力波形は式 (9) のような正弦波では表すことのできない歪んだ波形となる。本節では、このような歪んだ波形が長時間安定して観測された場合のデータを用い

て、等価磁気双極子の位置決定を試みた。

磁気双極子の位置 \mathbf{r}_d を r_0 で規格化して

$$\mathbf{d} \equiv \frac{\mathbf{r}_d}{r_0}$$

とおき、さらに

$$\mathbf{f} \equiv \mathbf{e}_r - \mathbf{d}$$

$$f \equiv |\mathbf{f}|$$

とおくと、式(1)は

$$\mathbf{B}_{bias}(\mathbf{f}) = 3 \frac{\mathbf{M} \cdot \mathbf{f}}{f^5} \mathbf{f} - \frac{1}{f^3} \mathbf{M} \quad (18)$$

と書くことができるので、センサー出力は

$$\begin{aligned} (B_{model})_{x-sensor} &= 3 \frac{\mathbf{M} \cdot \mathbf{f}}{f^5} \mathbf{f} \cdot \mathbf{e}_{x-sensor} - \frac{1}{f^3} \mathbf{M} \cdot \mathbf{e}_{x-sensor} + \mathbf{B}_{natural} \cdot \mathbf{e}_{x-sensor} + (B_{offset})_{x-sensor} \\ (B_{model})_{y-sensor} &= 3 \frac{\mathbf{M} \cdot \mathbf{f}}{f^5} \mathbf{f} \cdot \mathbf{e}_{y-sensor} - \frac{1}{f^3} \mathbf{M} \cdot \mathbf{e}_{y-sensor} + \mathbf{B}_{natural} \cdot \mathbf{e}_{y-sensor} + (B_{offset})_{y-sensor} \\ (B_{model})_{z-sensor} &= 3 \frac{\mathbf{M} \cdot \mathbf{f}}{f^5} \mathbf{f} \cdot \mathbf{e}_{z-sensor} - \frac{1}{f^3} \mathbf{M} \cdot \mathbf{e}_{z-sensor} + \mathbf{B}_{natural} \cdot \mathbf{e}_{z-sensor} + (B_{offset})_{z-sensor} \end{aligned} \quad (19)$$

のようにモデル化される。探査機上のさまざまな位置に磁気双極子をおいてみて、適当なサンプル数 N 個についてモデル磁場 \mathbf{B}_{model} と実際の観測値 \mathbf{B}_{obs} との差の自乗の平均

$$U \equiv \frac{1}{N} \sum^N |\mathbf{B}_{model} - \mathbf{B}_{obs}|^2 \quad (20)$$

を計算し、 U が最も小さくなるときの \mathbf{d} を求めた。実際の手順を付録4に記す。簡単のため、スピン軸とセンサー z 軸方向が良く一致している期間のデータを用いた。

図16に、1985年6月20日のデータを用い、探査機内のさまざまな位置に等価磁気双極子をおいた場合の、 \mathbf{d} に対する U の例を示す。この日を選んだ理由は、ややゆがんだ波形が長い時間にわたって安定して

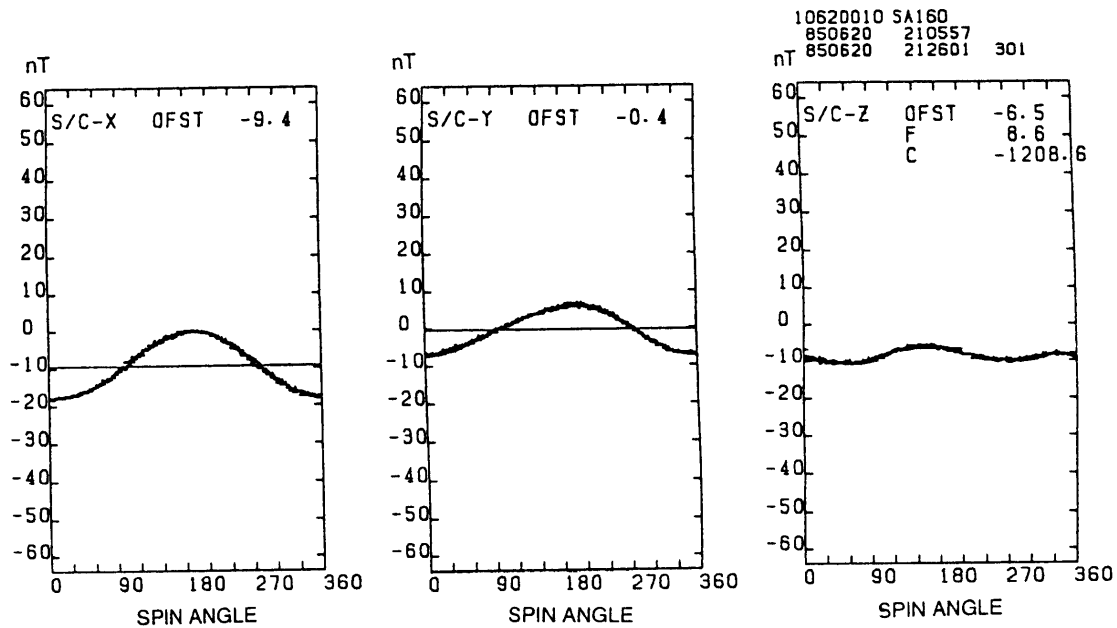


図17 図16の計算に用いた、歪んだ出力波形の例。1986年6月21日に得られた。

表1:等価磁気双極子を探査機中心においた場合と中心からのずれを考慮した場合の比較

d_x	d_y	d_z	M_x (nT)	M_y (nT)	M_z (nT)	B_x (nT)	B_y (nT)	B_z'' (nT)	O_x (nT)	O_y (nT)
0.00	0.00	0.00	0.9	-3.6		5.5	1.8	-9.3	-9.3	-0.3
0.04	0.02	-0.07	0.9	-3.6	-2.7	5.4	1.8	-11.6	-8.8	-0.4

(磁気双極子を探査機中心においた場合、 M_z と B_z' は分離できない。上段の B_z'' は本文中の式(16)、下段の B_z'' は付録4の式(A4-11)によるものであるから、下段の B_z'' から M_z を引いたものが上段の B_z'' に対応する。)

観測され(図17)、また、スピン軸も s_z が1に近かったためである。探査機中心よりわずかにずれた場所で U が最も小さくなっており、この結果得られた \mathbf{d} は $d_x \sim 0.04$, $d_y \sim 0.02$, $d_z \sim -0.07$ であった。すなわち、 x, y 方向に関しては中心からそれぞれ11cm, 5cmのずれで、等価磁気双極子はほとんど探査機中心にあると見なしても良いほどである。 z 方向は、実際のスケールに直すとセンサーブームの付け根より18cm下方、すなわち探査機の中心寄りとなることがわかった。こうして得られた惑星間空間磁場、磁気バイアス、センサーオフセットと、10節までの手順で求められた値との差は小さく(表1)、等価磁気双極子を探査機中心においた近似がほぼ成り立つことを示している。

本報告では、飛翔中の出力波形のスピン変調を用いて磁気バイアスを求めているので、4節でも触れたように、探査機中の各サブシステムに生じた磁気双極子がスピン位相によって変化しないような場合は、このサブシステムによる磁場は磁気バイアスとしては検出されず、センサーオフセットの一部として検出されることになっている。よって、本節の結果は、磁気バイアスを生じるサブシステムが実際に探査機中心付近にあったことを意味しているわけではない。むしろ、外壁近くに生じた電流が、日照側に出た時は強くその正反対の日陰側に回ったときに弱くなっているような場合、探査機の自転一周分の情報として扱おうと、スピン位相に対して一定な成分は除かれるので、探査機とほぼ同じ空間スケールの環電流として計算され、その結果、等価磁気双極子が探査機中心付近に来るのであると考えられる。

個別のサブシステムに生じる等価磁気双極子を求める場合は、ブーム伸展時などのような、サブシステムと磁気センサーとの相対的な位置が変化する場合のデータを使う必要があるが[2]、このような機会は限られているので、磁気バイアスの長期変動を調べるような目的には向かない。

13. 結 論

磁力計のブームが短い場合には、通常、探査機に発生する磁場の干渉が心配される。しかし、干渉磁場の発生源とセンサーとの距離が近いことから、かえって干渉分の波形がはっきり出て、データ処理によって磁気バイアスのスピン変動分を差し引くことができる。この磁気バイアスは、軸対称な構造を持つスピン安定型の探査機「さきがけ」の場合、機体中心においた磁気双極子の作る磁場でかなり良く近似できることがわかった。等価磁気双極子の強さは太陽光の強度に反比例し、その向きは太陽光強度によらずほぼ一定であった。また、磁気バイアスと分離して求められたセンサーオフセットは、地上試験時の温度特性をほぼ再現していた。

謝 辞

「さきがけ」による惑星間空間磁場観測にあたっては、平尾邦雄先生、伊藤富造先生、大家寛先生、小山孝一郎先生を始め、宇宙科学研究所、関係大学、各メーカーの多くの方々の御尽力により10年以上にわたる貴重なデータを得ることができましたことを心より感謝申し上げます。「さきがけ」の軌道データに関し

ては、上杉先生を始め周東三和子さん、松岡正敏さんにたいへんお世話になりました。解析に際しては宇宙科学研究所の大型計算機を使わせていただきました。

参 考 文 献

- [1] 平尾邦雄、伊藤富造、ハレー彗星探査の概要、宇宙研報告 第19号、3-15、1987.
- [2] 湯元清文、斎藤尚生、中川朋子、平尾邦雄、青山巖、瀬戸正弘、「さきがけ」搭載用リングコア磁力計について、宇宙研報告 特集第15号、46-57、1986.
- [3] 山本達人、国分征、GEOTAIL 搭載磁力計 (MGF) の飛翔中データによる評価、宇宙研報告 第87号、1-18、1996.
- [4] Belcher, J.W., A variation of Davis-Smith method for in-flight determination of spacecraft magnetic field, *J. Geophys. Res.*, **78**, 6480-6490, 1973.

付録1: 探査機固定スピン軸座標系とセンサー座標系の関係式(6)の導出

ここでは探査機固定スピン軸座標系とセンサー座標系の関係式(本文の式(6))を導出する。

磁気センサー3軸の方向ベクトルを $\mathbf{e}_{x-sensor}$, $\mathbf{e}_{y-sensor}$, $\mathbf{e}_{z-sensor}$ とし、探査機のスピン軸の方向 \mathbf{e}_z が

$$\mathbf{e}_z = s_x \mathbf{e}_{x-sensor} + s_y \mathbf{e}_{y-sensor} + s_z \mathbf{e}_{z-sensor} \quad (\text{A1-1})$$

のように書けるとする。スピン軸 \mathbf{e}_z を Z' 軸とし ($\mathbf{e}'_z = \mathbf{e}_z$)、探査機に固定された座標系 (X', Y', Z') の方向ベクトルを求める。

Z' 軸 \mathbf{e}'_z に垂直な面内でセンサー x 軸 $\mathbf{e}_{x-sensor}$ に最も近い方向 ($\mathbf{e}_{x-sensor}$ をスピン軸 \mathbf{e}_z に垂直な面に投影したベクトルの方向) を X' 軸方向 \mathbf{e}'_x と選ぶ。この選び方は山本・国分 [3] と同じである。 Y' 軸方向は右手系となるように

$$\mathbf{e}'_y = \mathbf{e}'_z \times \mathbf{e}'_x$$

によって求めるが、スピン軸 \mathbf{e}_z と X' 軸 \mathbf{e}'_x とセンサー x 軸 $\mathbf{e}_{x-sensor}$ とが同一平面上にあり、 $\mathbf{e}'_z \times \mathbf{e}'_x$ と $\mathbf{e}_z \times \mathbf{e}_{x-sensor}$ は平行であるので

$$\mathbf{e}'_y = \frac{\mathbf{e}_z \times \mathbf{e}_{x-sensor}}{|\mathbf{e}_z \times \mathbf{e}_{x-sensor}|} \quad (\text{A1-2})$$

と書くことができる。これに式(A1-1)を代入し、磁気センサー3軸の直交性

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_{x-sensor} &= \mathbf{e}_{y-sensor} \times \mathbf{e}_{z-sensor} \\ \mathbf{e}_{y-sensor} &= \mathbf{e}_{z-sensor} \times \mathbf{e}_{x-sensor} \\ \mathbf{e}_{z-sensor} &= \mathbf{e}_{x-sensor} \times \mathbf{e}_{y-sensor} \end{aligned} \quad (\text{A1-3})$$

を用いると、式(A1-2)の右辺に現れる $\mathbf{e}_z \times \mathbf{e}_{x-sensor}$ は

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_z \times \mathbf{e}_{x-sensor} &= (s_x \mathbf{e}_{x-sensor} + s_y \mathbf{e}_{y-sensor} + s_z \mathbf{e}_{z-sensor}) \times \mathbf{e}_{x-sensor} \\ &= -s_y \mathbf{e}_{z-sensor} + s_z \mathbf{e}_{y-sensor} \end{aligned} \quad (\text{A1-4})$$

と書けるので、探査機固定スピン軸座標の Y' 軸は、センサー座標と s_y, s_z を用いて

$$\mathbf{e}'_y = \frac{s_z}{\sqrt{s_y^2 + s_z^2}} \mathbf{e}_{y-sensor} - \frac{s_y}{\sqrt{s_y^2 + s_z^2}} \mathbf{e}_{z-sensor}$$

と求められる。 X' 軸を

$$\mathbf{e}'_x = \mathbf{e}'_y \times \mathbf{e}'_z \quad (\text{A1-5})$$

によって求め直して3方向まとめると、探査機固定スピン軸座標の3軸 $\mathbf{e}'_x, \mathbf{e}'_y, \mathbf{e}'_z$ と、センサー軸方向 $\mathbf{e}_{x-sensor}, \mathbf{e}_{y-sensor}, \mathbf{e}_{z-sensor}$ の関係は

$$\begin{aligned} \mathbf{e}'_x &= \sqrt{s_y^2 + s_z^2} \mathbf{e}_{x-sensor} - \frac{s_x s_y}{\sqrt{s_y^2 + s_z^2}} \mathbf{e}_{y-sensor} - \frac{s_x s_z}{\sqrt{s_y^2 + s_z^2}} \mathbf{e}_{z-sensor} \\ \mathbf{e}'_y &= \frac{s_z}{\sqrt{s_y^2 + s_z^2}} \mathbf{e}_{y-sensor} - \frac{s_y}{\sqrt{s_y^2 + s_z^2}} \mathbf{e}_{z-sensor} \\ \mathbf{e}'_z &= s_x \mathbf{e}_{x-sensor} + s_y \mathbf{e}_{y-sensor} + s_z \mathbf{e}_{z-sensor} \end{aligned} \quad (\text{A1-6})$$

と書ける。

(A1-6)の3式を連立して解くと、磁気センサー3軸の方向 $\mathbf{e}_{x-sensor}, \mathbf{e}_{y-sensor}, \mathbf{e}_{z-sensor}$ を探査機固定スピン軸座標の方向ベクトルで表した式

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_{x-sensor} &= a_{xx} \mathbf{e}'_x + a_{xz} \mathbf{e}'_z \\ \mathbf{e}_{y-sensor} &= a_{yx} \mathbf{e}'_x + a_{yy} \mathbf{e}'_y + a_{yz} \mathbf{e}'_z \\ \mathbf{e}_{z-sensor} &= a_{zx} \mathbf{e}'_x + a_{zy} \mathbf{e}'_y + a_{zz} \mathbf{e}'_z \end{aligned} \quad (\text{A1-7})$$

が得られる。ただし

$$\begin{aligned}
 a_{xx} &= \frac{\sqrt{s_y^2 + s_z^2}}{s_x^2 + s_y^2 + s_z^2} \\
 a_{xz} &= \frac{s_x}{s_x^2 + s_y^2 + s_z^2} \\
 a_{yx} &= -\frac{s_x s_y}{\sqrt{s_y^2 + s_z^2}} \cdot \frac{1}{s_x^2 + s_y^2 + s_z^2} \\
 a_{yy} &= \frac{s_z}{\sqrt{s_y^2 + s_z^2}} \\
 a_{yz} &= \frac{s_y}{s_x^2 + s_y^2 + s_z^2} \\
 a_{zx} &= -\frac{s_x s_z}{\sqrt{s_y^2 + s_z^2}} \cdot \frac{1}{s_x^2 + s_y^2 + s_z^2} \\
 a_{zy} &= -\frac{s_y}{\sqrt{s_y^2 + s_z^2}} \\
 a_{zz} &= \frac{s_x}{s_x^2 + s_y^2 + s_z^2}
 \end{aligned} \tag{A1-8}$$

である。ここでセンサー3軸の直交性を仮定すると、 $\mathbf{e}_{z-sensor}$ もまた単位ベクトルであることから

$$s_x^2 + s_y^2 + s_z^2 = 1 \tag{A1-9}$$

という式が使えるので

$$\begin{aligned}
 \mathbf{e}_{x-sensor} &= \sqrt{s_y^2 + s_z^2} \mathbf{e}'_x + s_x \mathbf{e}'_z \\
 \mathbf{e}_{y-sensor} &= -\frac{s_x s_y}{\sqrt{s_y^2 + s_z^2}} \mathbf{e}'_x + \frac{s_z}{\sqrt{s_y^2 + s_z^2}} \mathbf{e}'_y + s_y \mathbf{e}'_z \\
 \mathbf{e}_{z-sensor} &= -\frac{s_x s_x}{\sqrt{s_y^2 + s_z^2}} \mathbf{e}'_x - \frac{s_y}{\sqrt{s_y^2 + s_z^2}} \mathbf{e}'_y + s_z \mathbf{e}'_z
 \end{aligned} \tag{A1-10}$$

が得られる。これが本文の式(6)である。

なお、本稿における座標系の選び方は山本・国分[3]と揃えてあり、探査機と太陽を結ぶ直線に準拠した惑星間空間座標系(X,Y,Z)は[3]の「慣性座標系」(X,Y,Z)と等しく、センサー座標系X-sensor, Y-sensor, Z-sensorは[3]ではX'', Y'', Z''に相当し、探査機固定スピン軸座標系(X', Y', Z')も[3]の「マスト機軸座標系」(X', Y', Z')と同じ選び方をしてある。それゆえ、ここで得られた式(A1-7)または(A1-10)の両辺に磁場ベクトル \mathbf{B} を掛けたものは、[3]中の式(2-2)よりオフセット分を除いたものに等価である。すなわち式(A1-10)は、式

$$\begin{aligned}
 \mathbf{e}_{x''} &= \cos\theta_x \mathbf{e}'_x + \sin\theta_x \mathbf{e}'_z \\
 \mathbf{e}_{y''} &= \cos\theta_y \cdot \sin\varphi_y \mathbf{e}'_x + \cos\theta_y \cdot \cos\varphi_y \mathbf{e}'_y + \sin\theta_y \mathbf{e}'_z \\
 \mathbf{e}_{z''} &= \sin\theta_z \cdot \cos\varphi_z \mathbf{e}'_x + \sin\theta_z \cdot \sin\varphi_z \mathbf{e}'_y + \cos\theta_z \mathbf{e}'_z
 \end{aligned} \tag{A1-11}$$

に対応し、山本・国分[3]の $\cos\theta_z$ が本稿の s_z に、 $\tan\varphi_z$ が $\frac{s_y}{s_x s_z}$ に、 $\cos\theta_x$ が $\sqrt{s_y^2 + s_z^2}$ に、 $\sin\theta_x$ が s_x に、 $\sin\theta_y$ が s_y に、 $\tan\varphi_y$ が $-\frac{s_x s_y}{s_z}$ に対応することになる。ただし、山本・国分[3]は磁気センサー3軸の非直交性も考慮しているため、式(A1-11)は θ_y, φ_y という変数の分だけ式(A1-10)より自由度が多く、両者は厳密には同じものではない。なお、[3]の図4で説明されている θ_z, φ_z がマスト機軸座標から見たセンサーz軸の方向であるのに対し、本稿の s_x, s_y, s_z はセンサー座標から見たスピン軸の方向であることに注意されたい。

「さきがけ」の磁力計センサーの3軸直交精度は、地上検定時の値で1.9度以内であった[2]。ブームへの取り付け精度の問題や飛翔中のブームのねじれの可能性等があるため、地上検定時の数値から直接 $\theta_x, \theta_y, \varphi_y, \theta_z, \varphi_z$ などの角度を決めることはできないが、目安として湯元他[2]の図6の数値を山本・国分[3]の図4の定義に従って読むと $\theta_x \sim -0.28^\circ, \theta_y \sim 0.13^\circ, \varphi_y \sim -0.24^\circ, \theta_z \sim 1.86^\circ, \varphi_z \sim 268.7^\circ, \Delta \sim 1.30^\circ$ (Δ の定義は本文5節、図6)であった。現実のこれらの値も2度程度以内、すなわち、

$$\theta_x, \theta_y, \varphi_y, \theta_z, s_x, s_y \simeq O(\epsilon), \quad \epsilon \sim 3.5 \times 10^{-2}$$

と思われる。センサー軸の非直交性を考慮した場合、ここで決めようとしている探査機固定座標軸も2度程度ずれる可能性があるが、探査機の姿勢データの精度もその程度であるため、実用上ほとんど問題にならない。2度程度の非直交性の下では、本稿の惑星間空間磁場や磁気バイアスを求める手順は $O(\epsilon)$ の精度で成立する。ただし、本文10節で述べるようなスピン軸方向の算出方法には精度が出なくなる。

センサー軸の非直交性を考慮すると、式(A1-3)に代わって次のような式が得られる：

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_{y\text{-sensor}} \times \mathbf{e}_{z\text{-sensor}} &= \mathbf{e}_{x\text{-sensor}} + \delta_{1x}\mathbf{e}'_x + \delta_{1y}\mathbf{e}'_y + \delta_{1z}\mathbf{e}'_z \\ \mathbf{e}_{z\text{-sensor}} \times \mathbf{e}_{x\text{-sensor}} &= \mathbf{e}_{y\text{-sensor}} + \delta_{2x}\mathbf{e}'_x + \delta_{2y}\mathbf{e}'_y + \delta_{2z}\mathbf{e}'_z \\ \mathbf{e}_{x\text{-sensor}} \times \mathbf{e}_{y\text{-sensor}} &= \mathbf{e}_{z\text{-sensor}} + \delta_{3x}\mathbf{e}'_x + \delta_{3y}\mathbf{e}'_y + \delta_{3z}\mathbf{e}'_z \end{aligned} \quad (\text{A1-12})$$

ただし

$$\begin{aligned} \delta_{1x} &= \cos\theta_y \cos\varphi_y \cos\theta_z - \sin\theta_y \sin\theta_z \sin\varphi_z - \cos\theta_x && \sim O(\epsilon^2) \\ \delta_{1y} &= \sin\theta_y \sin\theta_z \cos\varphi_z - \cos\theta_y \cos\varphi_y \cos\theta_z && \sim O(\epsilon) \\ \delta_{1z} &= \cos\theta_y \sin\theta_z (\sin\varphi_y \sin\varphi_z - \cos\varphi_y \cos\varphi_z) - \sin\theta_x && \sim O(\epsilon) \\ \delta_{2x} &= \sin\theta_x \sin\theta_z \cos\varphi_z - \cos\theta_y \sin\varphi_y && \sim O(\epsilon) \\ \delta_{2y} &= \cos\theta_x \cos\theta_z - \sin\theta_x \sin\theta_z \cos\varphi_z - \cos\theta_y \cos\varphi_y && \sim O(\epsilon^2) \\ \delta_{2z} &= -\cos\theta_x \sin\theta_z \sin\varphi_z - \sin\theta_y && \sim O(\epsilon) \\ \delta_{3x} &= -\sin\theta_x \cos\theta_y \cos\varphi_y - \sin\theta_z \cos\varphi_z && \sim O(\epsilon) \\ \delta_{3y} &= \sin\theta_x \cos\theta_y \sin\varphi_y - \cos\theta_x \sin\theta_y - \sin\theta_z \sin\varphi_z && \sim O(\epsilon) \\ \delta_{3z} &= \cos\theta_x \cos\theta_y \cos\varphi_y - \cos\theta_z && \sim O(\epsilon^2). \end{aligned} \quad (\text{A1-13})$$

これより式(A1-2)、(A1-5)によって $\mathbf{e}'_x, \mathbf{e}'_y, \mathbf{e}'_z$ を求めて式(A1-7)の形に直し、 $O(\epsilon)$ の項まで残すと、センサー3軸が非直交の場合の式(A1-7)の係数 a_{ij} は

$$\begin{aligned} a_{xx} &= \frac{\sqrt{s_y^2 + s_z^2}}{s_x^2 + s_y^2 + s_z^2} \\ a_{xz} &= \frac{s_x}{s_x^2 + s_y^2 + s_z^2} - \frac{(s_y^2 + s_z^2)(\cos\theta_y \sin\theta_z \cos\varphi_z - \sin\theta_x)}{s_x^2 + s_y^2 + s_z^2} \\ a_{yx} &= -\frac{s_x s_y}{\sqrt{s_y^2 + s_z^2}} \cdot \frac{1}{s_x^2 + s_y^2 + s_z^2} - \frac{s_x}{\sqrt{s_y^2 + s_z^2}} \cdot \frac{s_y \sin\theta_z \cos\varphi_z - s_x \cos\theta_y \sin\varphi_y}{\cos\theta_x} \\ a_{yy} &= \frac{s_x}{\sqrt{s_y^2 + s_z^2}} \\ a_{yz} &= \frac{s_y}{s_x^2 + s_y^2 + s_z^2} + \frac{s_x s_y (\cos\theta_y \sin\theta_z \cos\varphi_z + \sin\theta_x)}{s_x^2 + s_y^2 + s_z^2} - \frac{s_x}{\sqrt{s_y^2 + s_z^2}} \cdot \frac{s_y \cos\theta_z - s_x \sin\theta_y}{\cos\theta_x} \\ a_{zx} &= -\frac{s_x s_x}{\sqrt{s_y^2 + s_z^2}} \cdot \frac{1}{s_x^2 + s_y^2 + s_z^2} + \frac{s_y}{\sqrt{s_y^2 + s_z^2}} \cdot \frac{(s_y \sin\theta_z \cos\varphi_z - s_x \cos\theta_y \sin\varphi_y)}{\cos\theta_x} \\ a_{zy} &= -\frac{s_y}{\sqrt{s_y^2 + s_z^2}} \\ a_{zz} &= \frac{s_x}{s_x^2 + s_y^2 + s_z^2} + \frac{s_x s_x (\cos\theta_y \sin\theta_y \sin\theta_z \cos\varphi_z - \sin\theta_x)}{s_x^2 + s_y^2 + s_z^2} + \frac{s_y}{\sqrt{s_y^2 + s_z^2}} \cdot \frac{s_y \cos\theta_z - s_x \sin\theta_y}{\cos\theta_x} \end{aligned} \quad (\text{A1-14})$$

のように表される。

a_{xz}, a_{yz} には $\sim O(\epsilon)$ のセンサー非直交による補正項が加わっているが、 s_x, s_y もおおよそ $O(\epsilon)$ の量であるため、本文10節のように v_{z3} に対する v_{x3}, v_{y3} の傾きから s_x, s_y を求めようとする誤差が無視できず精度が出ないことがわかる。

付録2：感星間空間磁場 $\mathbf{B}_{natural}$ と磁気双極子によるバイアス磁場 \mathbf{B}_{bias} があるときのセンサー出力の式 (9) の導出

付録1の式 (A1-7) (本文の式 (6) に対応) で表されたセンサー軸方向を、本文の式 (7) によって $\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\phi, \mathbf{e}_z$ を用いて書くと

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_{x-sensor} &= a_{xx} (\cos\Delta\mathbf{e}_r + \sin\Delta\mathbf{e}_\phi) + a_{xz} \mathbf{e}_z \\ \mathbf{e}_{y-sensor} &= a_{yx} (\cos\Delta\mathbf{e}_r + \sin\Delta\mathbf{e}_\phi) + a_{yy} (-\sin\Delta\mathbf{e}_r + \cos\Delta\mathbf{e}_\phi) + a_{yz} \mathbf{e}_z \\ \mathbf{e}_{z-sensor} &= a_{zx} (\cos\Delta\mathbf{e}_r + \sin\Delta\mathbf{e}_\phi) + a_{zy} (-\sin\Delta\mathbf{e}_r + \cos\Delta\mathbf{e}_\phi) + a_{zz} \mathbf{e}_z \end{aligned} \quad (\text{A2-1})$$

が得られる。これに感星間空間磁場 $\mathbf{B}_{natural}$ と探査機中心にある磁気双極子による磁場 \mathbf{B}_{bias} をかけて、本文の式 (4) より

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_{bias} \cdot \mathbf{e}_r &= 2M_r \\ \mathbf{B}_{bias} \cdot \mathbf{e}_\phi &= -M_\phi \\ \mathbf{B}_{bias} \cdot \mathbf{e}_z &= -M_z \end{aligned} \quad (\text{ただし } M_i \equiv \mathbf{M} \cdot \mathbf{e}_i, \quad i = r, \phi, z) \quad (\text{A2-2})$$

を用いると、

$$\begin{aligned} (\mathbf{B}_{natural} + \mathbf{B}_{bias}) \cdot \mathbf{e}_{x-sensor} &= a_{xx} [\cos\Delta(2M_r + B_r) + \sin\Delta(-M_\phi + B_\phi)] \\ &\quad + a_{xz} (-M_z + B_z) \\ (\mathbf{B}_{natural} + \mathbf{B}_{bias}) \cdot \mathbf{e}_{y-sensor} &= a_{yx} [\cos\Delta(2M_r + B_r) + \sin\Delta(-M_\phi + B_\phi)] \\ &\quad + a_{yy} [-\sin\Delta(2M_r + B_r) + \cos\Delta(-M_\phi + B_\phi)] \\ &\quad + a_{yz} (-M_z + B_z) \\ (\mathbf{B}_{natural} + \mathbf{B}_{bias}) \cdot \mathbf{e}_{z-sensor} &= a_{zx} [\cos\Delta(2M_r + B_r) + \sin\Delta(-M_\phi + B_\phi)] \\ &\quad + a_{zy} [-\sin\Delta(2M_r + B_r) + \cos\Delta(-M_\phi + B_\phi)] \\ &\quad + a_{zz} (-M_z + B_z) \end{aligned} \quad (\text{A2-3})$$

が得られる。スピン位相角 ϕ_{spin} を用いれば、本文の式 (8) より

$$\begin{aligned} (2M_r + B_r) &= (2M_x + B_x) \cos\phi_{spin} + (2M_y + B_y) \sin\phi_{spin} \\ (-M_\phi + B_\phi) &= -(-M_x + B_x) \sin\phi_{spin} + (-M_y + B_y) \cos\phi_{spin} \end{aligned} \quad (\text{A2-4})$$

であるので、式 (A2-3) は感星間空間座標とスピン位相 ϕ_{spin} を用いて書き直すことができる。簡単のため

$$(2M_x + B_x) \equiv C_1 \quad (\text{A2-5})$$

$$(2M_y + B_y) \equiv C_2 \quad (\text{A2-6})$$

$$(-M_x + B_x) \equiv C_3 \quad (\text{A2-7})$$

$$(-M_y + B_y) \equiv C_4 \quad (\text{A2-8})$$

とおき、スピン位相角 ϕ_{spin} でまとめると、式 (A2-3) は

$$\begin{aligned} (\mathbf{B}_{natural} + \mathbf{B}_{bias}) \cdot \mathbf{e}_{x-sensor} &= a_{xx} (\cos\Delta C_1 + \sin\Delta C_4) \cos\phi_{spin} \\ &\quad + a_{xx} (\cos\Delta C_2 - \sin\Delta C_3) \sin\phi_{spin} \\ &\quad + a_{xz} (-M_z + B_z) \\ (\mathbf{B}_{natural} + \mathbf{B}_{bias}) \cdot \mathbf{e}_{y-sensor} &= [a_{yx} (\cos\Delta C_1 + \sin\Delta C_4) + a_{yy} (-\sin\Delta C_1 + \cos\Delta C_4)] \cos\phi_{spin} \\ &\quad + [a_{yx} (\cos\Delta C_2 - \sin\Delta C_3) + a_{yy} (-\sin\Delta C_2 - \cos\Delta C_3)] \sin\phi_{spin} \\ &\quad + a_{yz} (-M_z + B_z) \\ (\mathbf{B}_{natural} + \mathbf{B}_{bias}) \cdot \mathbf{e}_{z-sensor} &= [a_{zx} (\cos\Delta C_1 + \sin\Delta C_4) + a_{zy} (-\sin\Delta C_1 + \cos\Delta C_4)] \cos\phi_{spin} \\ &\quad + [a_{zx} (\cos\Delta C_2 - \sin\Delta C_3) + a_{zy} (-\sin\Delta C_2 - \cos\Delta C_3)] \sin\phi_{spin} \\ &\quad + a_{zz} (-M_z + B_z) \end{aligned} \quad (\text{A2-9})$$

となる。惑星間空間磁場 $\mathbf{B}_{natural}$ と探査機中心にある磁気双極子による磁場 \mathbf{B}_{bias} を磁力計各センサーで計測したときの出力 $(\mathbf{B}_{obs})_{x-sensor}$, $(\mathbf{B}_{obs})_{y-sensor}$, $(\mathbf{B}_{obs})_{z-sensor}$ は、これに各センサーのオフセット $(B_{offset})_{x-sensor}$, $(B_{offset})_{y-sensor}$, $(B_{offset})_{z-sensor}$ を加えたものであるから、

$$\begin{aligned}
 (\mathbf{B}_{obs})_{x-sensor} &= a_{xx} (\cos\Delta C_1 + \sin\Delta C_4) \cos\phi_{spin} \\
 &+ a_{xx} (\cos\Delta C_2 - \sin\Delta C_3) \sin\phi_{spin} \\
 &+ a_{xz} (-M_z + B_z) + (B_{offset})_{x-sensor} \\
 (\mathbf{B}_{obs})_{y-sensor} &= [a_{yx} (\cos\Delta C_1 + \sin\Delta C_4) + a_{yy} (-\sin\Delta C_1 + \cos\Delta C_4)] \cos\phi_{spin} \\
 &+ [a_{yx} (\cos\Delta C_2 - \sin\Delta C_3) + a_{yy} (-\sin\Delta C_2 - \cos\Delta C_3)] \sin\phi_{spin} \quad (A2-10) \\
 &+ a_{yz} (-M_z + B_z) + (B_{offset})_{y-sensor} \\
 (\mathbf{B}_{obs})_{z-sensor} &= [a_{zx} (\cos\Delta C_1 + \sin\Delta C_4) + a_{zy} (-\sin\Delta C_1 + \cos\Delta C_4)] \cos\phi_{spin} \\
 &+ [a_{zx} (\cos\Delta C_2 - \sin\Delta C_3) + a_{zy} (-\sin\Delta C_2 - \cos\Delta C_3)] \sin\phi_{spin} \\
 &+ a_{zz} (-M_z + B_z) + (B_{offset})_{z-sensor}
 \end{aligned}$$

のように書ける。ここで係数 a_{ij} は付録1の式 (A1-8) または式 (A1-14) によって表される。センサー3軸が直交する場合について、式 (A1-8) と式 (A1-9) を代入したものが本文の式 (9) である。

付録3：スピン軸方向、惑星間空間磁場、磁気バイアスの計算式(13),(14),(15)の導出

ここでは、磁気バイアスを探査機中心にある等価磁気双極子で近似した場合について、磁力計の出力波形をサインフィットした係数から探査機スピン軸方向、惑星間空間磁場、磁気バイアスを求める式(13),(14),(15)を導出する。

まず、スピン軸方向を求める式(13)から導く。付録2の式(A2-10)(本文の式(9)に対応)の $\cos\phi_{spin}$ の係数、 $\sin\phi_{spin}$ の係数、および定数項を、観測値のフィッティングの係数(本文の式(10))と比べることによって

$$a_{xx}(\cos\Delta C_1 + \sin\Delta C_4) = v_{x1} \quad (\text{A3-1})$$

$$a_{yx}(\cos\Delta C_1 + \sin\Delta C_4) + a_{yy}(-\sin\Delta C_1 + \cos\Delta C_4) = v_{y1} \quad (\text{A3-2})$$

$$a_{zx}(\cos\Delta C_1 + \sin\Delta C_4) + a_{zy}(-\sin\Delta C_1 + \cos\Delta C_4) = v_{z1} \quad (\text{A3-3})$$

$$a_{xx}(\cos\Delta C_2 - \sin\Delta C_3) = v_{x2} \quad (\text{A3-4})$$

$$a_{yx}(\cos\Delta C_2 - \sin\Delta C_3) + a_{yy}(-\sin\Delta C_2 - \cos\Delta C_3) = v_{y2} \quad (\text{A3-5})$$

$$a_{zx}(\cos\Delta C_2 - \sin\Delta C_3) + a_{zy}(-\sin\Delta C_2 - \cos\Delta C_3) = v_{z2} \quad (\text{A3-6})$$

$$a_{xz}(-M_z + B_z) + (B_{offset})_{x-sensor} = v_{x3} \quad (\text{A3-7})$$

$$a_{yz}(-M_z + B_z) + (B_{offset})_{y-sensor} = v_{y3} \quad (\text{A3-8})$$

$$a_{zz}(-M_z + B_z) + (B_{offset})_{z-sensor} = v_{z3} \quad (\text{A3-9})$$

という連立方程式が得られる。ただしここで係数 a_{ij} ($i, j = x, y, z$)は式(A1-8)または(A1-14)、 C_k ($k = 1, 2, 3, 4$)は式(A2-5)-(A2-8)で定義される。式(A3-1)-(A3-9)は、本文の式(11)(12)に対応する。

このうち C_1, C_4 に関する式(A3-1)、(A3-2)、(A3-3)より

$$(\cos\Delta C_1 + \sin\Delta C_4) = \frac{v_{x1}}{a_{xx}} \quad (\text{A3-10})$$

$$(-\sin\Delta C_1 + \cos\Delta C_4) = \frac{a_{xx}v_{y1} - a_{yx}v_{x1}}{a_{xx}a_{yy}} \quad (\text{A3-11})$$

$$(-\sin\Delta C_1 + \cos\Delta C_4) = \frac{a_{xx}v_{z1} - a_{zx}v_{x1}}{a_{xx}a_{zy}} \quad (\text{A3-12})$$

さらに

$$\frac{a_{zy}a_{yx} - a_{yy}a_{zx}}{a_{xx}}v_{x1} - a_{zy}v_{y1} + a_{yy}v_{z1} = 0 \quad (\text{A3-13})$$

が得られる。センサー3軸が直交する場合、この式は

$$s_x v_{x1} + s_y v_{y1} + s_z v_{z1} = 0 \quad (\text{A3-14})$$

となるが、センサー軸が非直交の場合でも、精度 $O(\epsilon^2)$ でこの関係が成り立つ。同様に C_2, C_3 の式(A3-4)、(A3-5)、(A3-6)から

$$(\cos\Delta C_2 - \sin\Delta C_3) = \frac{v_{x2}}{a_{xx}} \quad (\text{A3-15})$$

$$(\sin\Delta C_2 + \cos\Delta C_3) = \frac{a_{yx}v_{x2} - a_{xx}v_{y2}}{a_{xx}a_{yy}} \quad (\text{A3-16})$$

$$(\sin\Delta C_2 + \cos\Delta C_3) = \frac{a_{zx}v_{x2} - a_{xx}v_{z2}}{a_{xx}a_{zy}} \quad (\text{A3-17})$$

$$s_x v_{x2} + s_y v_{y2} + s_z v_{z2} = 0 \quad (\text{A3-18})$$

が得られる。つまり、 (s_x, s_y, s_z) は (v_{x1}, v_{y1}, v_{z1}) と (v_{x2}, v_{y2}, v_{z2}) との両方に直交していることになるので、特別な場合 (x と y のセンサー出力が同位相の場合など) を除けばこれらの外積から (s_x, s_y, s_z) の方向を求めることができる。 (s_x, s_y, s_z) の大きさは、センサー3軸が直交する場合は1であるが、センサーの非直交性を考慮した場合でも (s_x, s_y, s_z) の絶対値は $1 + O(\epsilon^2)$ である。よって、大きさが1で s_z が正となるように (s_x, s_y, s_z) を選べば

$$\begin{pmatrix} s_x \\ s_y \\ s_z \end{pmatrix} = \frac{\text{sign}(v_{x1}v_{y2} - v_{x2}v_{y1})}{\sqrt{(v_{y1}v_{z2} - v_{y2}v_{z1})^2 + (v_{z1}v_{x2} - v_{z2}v_{x1})^2 + (v_{x1}v_{y1} - v_{x2}v_{y1})^2}} \begin{pmatrix} v_{y1}v_{z2} - v_{y2}v_{z1} \\ v_{z1}v_{x2} - v_{z2}v_{x1} \\ v_{x1}v_{y2} - v_{x2}v_{y1} \end{pmatrix} \quad (\text{A3-19})$$

となる。これが本文の式(13)である。センサー軸の非直交性による誤差は $\sim O(\epsilon^2)$ と小さいので、この式によるスピン軸方向の決定精度は、おもに出力波形の正弦波フィッティングの精度による。

x と y のセンサー出力がたまたま同位相の正弦波となった場合は、 (v_{x1}, v_{y1}, v_{z1}) と (v_{x2}, v_{y2}, v_{z2}) の外積が0になるためこの方法でスピン軸方向を求めることはできない。また、惑星間空間磁場 (B_x, B_y) がたまたま次式

$$\begin{aligned} (\cos\Delta C_1 + \sin\Delta C_4) &= 0 \\ (\cos\Delta C_2 - \sin\Delta C_3) &= 0 \end{aligned} \quad (\text{A3-20})$$

を満たす方向になった場合、式(A3-1),(A3-4)より $v_{x1} = v_{x2} = 0$ となり、これをそのまま式(A3-19)に使ってしまうと $s_y = s_z = 0$ という結果が得られてしまうが、これはもちろん真のスピン軸方向を表してはいない。ブームとセンサー x 軸の角度差が小さい ($\Delta \sim 0$) ことを考えれば、惑星間空間磁場 (B_x, B_y) が (M_x, M_y) のほぼ2倍となった場合にこのようなことが起こる。

スピン軸方向 (s_x, s_y, s_z) が得られると、センサー3軸の直交性を仮定すれば式(A1-8)(A1-9)から係数 a_{xx}, a_{yy}, a_{yx} が求められるので、式(A3-10),(A3-11)より

$$(\cos\Delta C_1 + \sin\Delta C_4) = \frac{1}{\sqrt{s_y^2 + s_z^2}} \cdot v_{x1} \quad (\text{A3-21})$$

$$(-\sin\Delta C_1 + \cos\Delta C_4) = \frac{s_x s_y}{s_z \sqrt{s_y^2 + s_z^2}} \cdot v_{x1} + \frac{\sqrt{s_y^2 + s_z^2}}{s_z} \cdot v_{y1} \quad (\text{A3-22})$$

同様に式(A3-15),(A3-16)より

$$(\cos\Delta C_2 - \sin\Delta C_3) = \frac{1}{\sqrt{s_y^2 + s_z^2}} \cdot v_{x2} \quad (\text{A3-23})$$

$$(\sin\Delta C_2 + \cos\Delta C_3) = -\frac{s_x s_y}{s_z \sqrt{s_y^2 + s_z^2}} \cdot v_{x2} - \frac{\sqrt{s_y^2 + s_z^2}}{s_z} \cdot v_{y2} \quad (\text{A3-24})$$

が得られる。センサー軸の非直交性を考慮した場合、式(A3-21),(A3-23)は精度 $O(\epsilon^2)$ で成り立ち、式(A3-22),(A3-24)の誤差は $O(\epsilon)$ である。 Δ がわかっているならば、これらにより C_1, C_2, C_3, C_4 が得られる。また、(A2-5)-(A2-8)より、

$$\begin{aligned} M_x &= \frac{C_1 - C_3}{3} \\ M_y &= \frac{C_2 - C_4}{3} \\ B_x &= \frac{C_1 + 2C_3}{3} \\ B_y &= \frac{C_2 + 2C_4}{3} \end{aligned} \quad (\text{A3-25})$$

であるから、

$$\begin{pmatrix} M_x \\ B_x \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\Delta & -\sin\Delta \\ \sin\Delta & \cos\Delta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{s_y^2+s_z^2}} \cdot v_{x1} \\ \frac{s_x s_y}{s_z \sqrt{s_y^2+s_z^2}} \cdot v_{x1} + \frac{\sqrt{s_y^2+s_z^2}}{s_z} \cdot v_{y1} \end{pmatrix} \quad (\text{A3-26})$$

$$\begin{pmatrix} M_y \\ B_y \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\Delta & \sin\Delta \\ -\sin\Delta & \cos\Delta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{s_y^2+s_z^2}} \cdot v_{x2} \\ -\frac{s_x s_y}{s_z \sqrt{s_y^2+s_z^2}} \cdot v_{x2} - \frac{\sqrt{s_y^2+s_z^2}}{s_z} \cdot v_{y2} \end{pmatrix} \quad (\text{A3-27})$$

が得られる。これらが本文の式(14)(15)である。

式(A3-19)でスピン軸が求められない場合でも、惑星間空間磁場 $\mathbf{B}_{natural}$ と磁気バイアス \mathbf{M} が得られる場合がある。x センサー出力の正弦波形の振幅が零 $v_{x1} = v_{x2} = 0$ となった場合、すなわち、惑星間空間磁場と磁気バイアスとの間に

$$\begin{pmatrix} B_x \\ B_y \end{pmatrix} = -2 \begin{pmatrix} M_x \\ M_y \end{pmatrix} + 3\sin\Delta \begin{pmatrix} \sin\Delta & \cos\Delta \\ -\cos\Delta & \sin\Delta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M_x \\ M_y \end{pmatrix} \quad (\text{A3-28})$$

の関係があるときには、式(A3-20)より C_1, C_2 をそれぞれ C_3, C_4 で書くことができる。これを式(A3-2)、(A3-3)、(A3-5)、(A3-6)に代入すると

$$a_{yy}C_4 = \cos\Delta v_{y1} \quad (\text{A3-29})$$

$$a_{zy}C_4 = \cos\Delta v_{z1} \quad (\text{A3-30})$$

$$a_{yy}C_3 = -\cos\Delta v_{y2} \quad (\text{A3-31})$$

$$a_{zy}C_3 = -\cos\Delta v_{z2} \quad (\text{A3-32})$$

が得られる。式(A1-14)より、 $a_{yy}^2 + a_{zy}^2 = 1$ であるから、式(A3-29)と(A3-30)、式(A3-31)と(A3-32)の自乗和より

$$|C_3| = \sqrt{v_{y2}^2 + v_{z2}^2} \cos\Delta \quad (\text{A3-33})$$

$$|C_4| = \sqrt{v_{y1}^2 + v_{z1}^2} \cos\Delta \quad (\text{A3-34})$$

が得られる。 $s_z > 0$ となるように符号を選ぶと、 C_3 は v_{y2} と異符号、 C_4 は v_{y1} と同符号であるから

$$\begin{aligned} C_3 &= -\frac{v_{y2}}{|v_{y2}|} \sqrt{v_{y2}^2 + v_{z2}^2} \cos\Delta \\ C_4 &= \frac{v_{y1}}{|v_{y1}|} \sqrt{v_{y1}^2 + v_{z1}^2} \cos\Delta \end{aligned} \quad (\text{A3-35})$$

であることがわかる。これらを式(A3-20)、(A3-25)に代入すれば、惑星間空間磁場や磁気バイアスが得られる。

一方、x と y のセンサー出力がたまたま同位相

$$\frac{v_{x1}}{v_{x2}} = \frac{v_{y1}}{v_{y2}} \quad (\text{A3-36})$$

となった場合は、式(A3-1)-(A3-6)より、z センサー出力も同位相かまたは振幅が零となり、このどちらの場合でも式の数が未知数の数より少なくなるため、惑星間空間磁場や磁気バイアスを求めることができない。

付録4：等価磁気双極子の位置決定手順

干渉磁場の等価磁気双極子が探査機中心からずれている場合に、観測データから等価磁気双極子の位置決定を求める手順について述べる。

位置 $\mathbf{r}_d = r_0 \mathbf{d}$ に磁気双極子 \mathbf{m} があり、探査機外に惑星間空間磁場 $\mathbf{B}_{natural}$ がある場合のセンサー出力は、本文の式 (19) でモデル化される。このモデル磁場 \mathbf{B}_{model} と実際の観測値 \mathbf{B}_{obs} との差が最も小さくなるように惑星間空間磁場、磁気バイアス、センサーオフセットおよび等価磁気双極子の位置を決定するのであるが、磁気双極子の位置をデータから直接求めようとすると連立方程式が一次式にならないため、あらかじめ磁気双極子の位置をさまざまに仮定してモデル磁場 \mathbf{B}_{model} と観測値 \mathbf{B}_{obs} との差を計算し、この差が最も小さくなる場所を探すことにする。

スピン軸とセンサー z 軸方向が良く一致する場合、

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_{x-sensor} &= \mathbf{e}_r = \cos\phi \mathbf{e}_x + \sin\phi \mathbf{e}_y \\ \mathbf{e}_{y-sensor} &= \mathbf{e}_\phi = -\sin\phi \mathbf{e}_x + \cos\phi \mathbf{e}_y \\ \mathbf{e}_{z-sensor} &= \mathbf{e}_z \end{aligned} \quad (\text{A4-1})$$

であるので、本文の式 (19) は

$$\begin{aligned} (B_{model})_{x-sensor} &= \frac{3}{f^5} (f_x M_x + f_y M_y + f_z M_z) \mathbf{f} \cdot \mathbf{e}_{x-sensor} \\ &\quad + (B_x - \frac{M_x}{f^3}) \cos\phi + (B_y - \frac{M_y}{f^3}) \sin\phi + (B_{offset})_{x-sensor} \\ (B_{model})_{y-sensor} &= \frac{3}{f^5} (f_x M_x + f_y M_y + f_z M_z) \mathbf{f} \cdot \mathbf{e}_{y-sensor} \\ &\quad - (B_x - \frac{M_x}{f^3}) \sin\phi + (B_y - \frac{M_y}{f^3}) \cos\phi + (B_{offset})_{y-sensor} \\ (B_{model})_{z-sensor} &= \frac{3}{f^5} (f_x M_x + f_y M_y + f_z M_z) \mathbf{f} \cdot \mathbf{e}_{z-sensor} \\ &\quad + (B_z - \frac{M_z}{f^3}) + (B_{offset})_{z-sensor} \end{aligned} \quad (\text{A4-2})$$

と書ける。ただし

$$\mathbf{d} \equiv \frac{\mathbf{r}_d}{r_0} \quad (\text{A4-3})$$

$$\mathbf{f} \equiv \mathbf{e}_r - \mathbf{d} = \begin{pmatrix} \cos\phi - d_x \\ \sin\phi - d_y \\ -d_z \end{pmatrix}, \quad f \equiv |\mathbf{f}| \quad (\text{A4-4})$$

である。

ここで \mathbf{d} と ϕ だけで決まる量を以下のように

$$\begin{aligned} a_1 &\equiv \frac{3f_x}{f^5} \\ a_2 &\equiv \frac{3f_y}{f^5} \\ a_3 &\equiv \frac{3f_z}{f^5} \\ a_4 &\equiv \frac{\cos\phi}{f^3} \\ a_5 &\equiv \frac{\sin\phi}{f^3} \\ a_6 &\equiv \frac{1}{f^3} \\ a_7 &\equiv \mathbf{f} \cdot \mathbf{e}_{x-sensor} = 1 - d_x \cos\phi - d_y \sin\phi \end{aligned} \quad (\text{A4-5})$$

$$a_8 \equiv \mathbf{f} \cdot \mathbf{e}_{y\text{-sensor}} = d_x \sin\phi - d_y \cos\phi$$

$$a_9 \equiv \mathbf{f} \cdot \mathbf{e}_{y\text{-sensor}} = -d_z$$

とおくと式 (A4-2) は

$$\begin{aligned} (B_{model})_{x\text{-sensor}} &= (a_1 a_7 - a_4) M_x + (a_2 a_7 - a_5) M_y + a_3 a_7 M_z + \cos\phi B_x + \sin\phi B_y + (B_{offset})_{x\text{-sensor}} \\ (B_{model})_{y\text{-sensor}} &= (a_1 a_8 + a_5) M_x + (a_2 a_8 - a_4) M_y + a_3 a_8 M_z - \sin\phi B_x + \cos\phi B_y + (B_{offset})_{y\text{-sensor}} \\ (B_{model})_{z\text{-sensor}} &= a_1 a_9 M_x + a_2 a_9 M_y + (a_3 a_9 - a_6) M_z + B_z + (B_{offset})_{z\text{-sensor}} \end{aligned} \quad (\text{A4-6})$$

と書ける。さらに

$$\begin{aligned} a_{10} &\equiv a_1 a_7 - a_4 \\ a_{11} &\equiv a_2 a_7 - a_5 \\ a_{12} &\equiv a_3 a_7 \\ a_{13} &\equiv a_1 a_8 + a_5 \\ a_{14} &\equiv a_2 a_8 - a_4 \\ a_{15} &\equiv a_3 a_8 \\ a_{16} &\equiv a_1 a_9 \\ a_{17} &\equiv a_2 a_9 \\ a_{18} &\equiv a_3 a_9 - a_6 \end{aligned} \quad (\text{A4-7})$$

とおくと式 (A4-6) は

$$\begin{aligned} (B_{model})_{x\text{-sensor}} &= a_{10} M_x + a_{11} M_y + a_{12} M_z + \cos\phi B_x + \sin\phi B_y + (B_{offset})_{x\text{-sensor}} \\ (B_{model})_{y\text{-sensor}} &= a_{13} M_x + a_{14} M_y + a_{15} M_z - \sin\phi B_x + \cos\phi B_y + (B_{offset})_{y\text{-sensor}} \\ (B_{model})_{z\text{-sensor}} &= a_{16} M_x + a_{17} M_y + a_{18} M_z + B_z + (B_{offset})_{z\text{-sensor}} \end{aligned} \quad (\text{A4-8})$$

となる。これと実際の観測値 \mathbf{B}_{obs} との差の自乗を、探査機の自転周期の整数倍にあたる個数 N について平均したもの

$$\begin{aligned} U &\equiv \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |\mathbf{B}_{model} - \mathbf{B}_{obs}|^2 \\ &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [((B_{model})_{x\text{-sensor}} - (B_{obs})_{x\text{-sensor}})^2 \\ &\quad + ((B_{model})_{y\text{-sensor}} - (B_{obs})_{y\text{-sensor}})^2 \\ &\quad + ((B_{model})_{z\text{-sensor}} - (B_{obs})_{z\text{-sensor}})^2] \end{aligned} \quad (\text{A4-9})$$

が最も小さくなるように連立方程式

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial M_x} &= 0 \\ \frac{\partial U}{\partial M_y} &= 0 \\ \frac{\partial U}{\partial M_z} &= 0 \\ \frac{\partial U}{\partial B_x} &= 0 \\ \frac{\partial U}{\partial B_y} &= 0 \\ \frac{\partial U}{\partial (B_{offset})_{x\text{-sensor}}} &= 0 \\ \frac{\partial U}{\partial (B_{offset})_{y\text{-sensor}}} &= 0 \\ \frac{\partial U}{\partial B'_z} &= 0 \end{aligned} \quad (\text{A4-10})$$

ただし

$$B_z'' \equiv B_z + (B_{offset})_{z-sensor} \quad (\text{A4-11})$$

を解く。式 (A4-9), (A4-10) に式 (A4-8) を代入し $M_x, M_y, M_z, B_x, B_y, (B_{offset})_{x-sensor}, (B_{offset})_{y-sensor}, B_z''$ についてまとめると

$$\begin{pmatrix} \overline{a_{19}} & \overline{a_{20}} & \overline{a_{21}} & \overline{a_{22}} & \overline{a_{23}} & \overline{a_{10}} & \overline{a_{13}} & \overline{a_{16}} \\ \overline{a_{20}} & \overline{a_{24}} & \overline{a_{25}} & \overline{a_{26}} & \overline{a_{27}} & \overline{a_{11}} & \overline{a_{14}} & \overline{a_{17}} \\ \overline{a_{21}} & \overline{a_{25}} & \overline{a_{28}} & \overline{a_{29}} & \overline{a_{30}} & \overline{a_{12}} & \overline{a_{15}} & \overline{a_{18}} \\ \overline{a_{22}} & \overline{a_{26}} & \overline{a_{29}} & 1 & 0 & \overline{\cos\phi} & -\overline{\sin\phi} & 0 \\ \overline{a_{23}} & \overline{a_{27}} & \overline{a_{30}} & 0 & 1 & \overline{\sin\phi} & \overline{\cos\phi} & 0 \\ \overline{a_{10}} & \overline{a_{11}} & \overline{a_{12}} & \overline{\cos\phi} & \overline{\sin\phi} & 1 & 0 & 0 \\ \overline{a_{13}} & \overline{a_{14}} & \overline{a_{15}} & -\overline{\sin\phi} & \overline{\cos\phi} & 0 & 1 & 0 \\ \overline{a_{16}} & \overline{a_{17}} & \overline{a_{18}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \\ B_x \\ B_y \\ (B_{offset})_{x-sensor} \\ (B_{offset})_{y-sensor} \\ B_z'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \overline{a_{10}(B_{obs})_{x-sensor} + a_{13}(B_{obs})_{y-sensor} + a_{16}(B_{obs})_{z-sensor}} \\ \overline{a_{11}(B_{obs})_{x-sensor} + a_{14}(B_{obs})_{y-sensor} + a_{17}(B_{obs})_{z-sensor}} \\ \overline{a_{12}(B_{obs})_{x-sensor} + a_{15}(B_{obs})_{y-sensor} + a_{18}(B_{obs})_{z-sensor}} \\ \overline{\cos\phi(B_{obs})_{x-sensor} - \sin\phi(B_{obs})_{y-sensor}} \\ \overline{\sin\phi(B_{obs})_{x-sensor} + \cos\phi(B_{obs})_{y-sensor}} \\ \overline{(B_{obs})_{x-sensor}} \\ \overline{(B_{obs})_{y-sensor}} \\ \overline{(B_{obs})_{z-sensor}} \end{pmatrix} \quad (\text{A4-12})$$

となる。ただし、

$$\begin{aligned} a_{19} &\equiv a_{10}^2 + a_{13}^2 + a_{16}^2 \\ a_{20} &\equiv a_{10}a_{11} + a_{13}a_{14} + a_{16}a_{17} \\ a_{21} &\equiv a_{10}a_{12} + a_{13}a_{15} + a_{16}a_{18} \\ a_{22} &\equiv a_{10}\cos\phi - a_{13}\sin\phi \\ a_{23} &\equiv a_{10}\sin\phi + a_{13}\cos\phi \\ a_{24} &\equiv a_{11}^2 + a_{14}^2 + a_{17}^2 \\ a_{25} &\equiv a_{11}a_{12} + a_{14}a_{15} + a_{17}a_{18} \\ a_{26} &\equiv a_{11}\cos\phi - a_{14}\sin\phi \\ a_{27} &\equiv a_{11}\sin\phi + a_{14}\cos\phi \\ a_{28} &\equiv a_{12}^2 + a_{15}^2 + a_{18}^2 \\ a_{29} &\equiv a_{12}\cos\phi - a_{15}\sin\phi \\ a_{30} &\equiv a_{12}\sin\phi + a_{15}\cos\phi \end{aligned} \quad (\text{A4-13})$$

であり、上線は N 個平均

$$\overline{a} = \frac{1}{N} \sum^N a$$

を示す。

探査機内のさまざまな位置 \mathbf{r}_d に等価磁気双極子をおいてみて、その \mathbf{d} についてこの式 (A4-12) を解き、得られた結果を (A4-9) に代入し直してモデルと観測値の差 U を計算した。その結果、最も U を小さくするような位置 \mathbf{r}_d を等価磁気双極子の位置とした。