

MHD 発電機電極近傍の現象

伊 藤 利 朗*
森 川 鉄 也*
村 井 裕*

Phenomena near Electrode Surfaces in MHD Generator

By

Toshio ITÔ, Tetsuya MORIKAWA and Yutaka MURAI

Abstract: The analysis of the mechanisms of the current exchange between the electrodes and the working fluid is thought to be an important problem for clarifying the MHD electrical power generation phenomena, which few papers have ever dealt with.

In this paper, the analysis is made on the open cycle MHD generators with graphite electrodes, the results of the experiments being reasonably explained by the theory.

The conclusions obtained show that in the case of the generator with long operating time, the electrodes can afford the current uniformly over the area of their surfaces with voltage drop lower than the work function of the electrodes.

On the other hand, in the case of the generator with short running time of a few seconds, the current path concentrates into a small spot on the cathode, causing considerable voltage drop over the electrodes.

1. 緒 言

直流形 MHD 発電機の場合、電流はイオン化した作業流体から、その流体に直接接触して設置された金属電極を通じて、外部に引き出される。換言すれば、発電に際して、作業流体中および金属中のいずれにおいても Main Charge Carrier である電子が、金属表面を通じて金属と作業流体との間に、連続的に受授されている。このように金属とプラズマとの間の電子の受授に関する問題は、MHD 発電現象を究明する上において、境界層の理論とともに一つの重要な問題であるが、実際には非常に複雑な機構が含まれているので、これを詳細に議論した論文はほとんど見当たらない。

本報告は以上のような現象すなわち、電子が正電極から放出されたり、あるいは正イオンが正電極表面で再結合することによって、金属とプラズマとの間に電子の受授が行なわれる現象の機構を明らかにすることにある。

さて一口に MHD 発電といっても、 H_2 と C_2 との混合気体を作業流体とするクローズドサイクル発電方式、あるいは、化石燃料燃焼生成物と K との混合物を作業流体とするオー

* 三菱電機中央研究所

プンサイクル方式等各種のものが考えられる。しかしこれらの広範囲な実験条件をすべて網羅して説明を与えることは困難であるので、本報告では最近各所で実験が行なわれ、その成功が報告されている「重油燃焼生成物に K を添加した気体」あるいはそれに近い組成をもった気体を作業流体とし、電極をグラファイトとした場合に限定して、その電極近傍の現象を解析する。

なお本報告ではさらに次のような仮定を設けて簡単化を行なっている。

- (1) ホール効果が十分消去できる程度に分割された電極を有するフェラデ形発電機を考える。
- (2) 発電機内の組成は、その軸方向への温度変化に応じて局所熱平衡を保って変化する。
- (3) 電極として使用されているグラファイトの仕事関数は不純物の存在のために、カリウムの電離電圧より低下している。したがって接触電離のような複雑な現象は生じない。
- (4) サイクロトロン角周波数と電子の平均衝突時間との積はほぼ 1 に等しい。したがって磁束は電極表面に陽な影響を与えない。

2. 電極表面現象に関する一般的考察

以後の考察の便宜のために、通常のアーク空間の慣習にならって、電子が放出される方の電極を陰極、電子が電極の内部に吸収される方の電極を陽極と定義する。

2.1 電極表面における荷電粒子の振舞

2.1.1 陰極に流入する正イオン電流

ラングミュアのプローブの理論によれば、陰極に流入する正イオン電流 j_+ は次式で与えられる。

$$j_+ = en_+ \sqrt{\frac{kT}{2\pi m_+}} \quad (2.1)$$

ここに n_+ および T は正イオン密度およびプラズマの温度であり、 m_+ は正イオンの質量である。

さらに、次式で与えられる電子電流も上記の j_+ に重畳して流入する。

$$j_- = -en_- \sqrt{\frac{kT}{2\pi m_e}} \exp\left(-\frac{eV_c}{kT}\right) \quad (2.2)$$

ここに V_c は j_+ によって形成されるイオンシースにおける電圧降下である。

(2.1) および (2.2) 式を結合することによって、陰極に流入する荷電粒子が惹起する電流密度 j_p が、次式で与えられることが導かれる。

$$j_p = e \left\{ n_+ \sqrt{\frac{kT}{2\pi m_+}} - n_- \sqrt{\frac{kT}{2\pi m_e}} \exp\left(-\frac{eV_c}{kT}\right) \right\} \quad (2.3)$$

(2.3) 式は、 j_p が V_c とともに単調に増加し、 V_c が無限大の極限で、 $en_+ \sqrt{kT/2\pi m_+}$ で与えられる最大値に収斂することを意味している。

実際、ここで考察している陰極温度はたかだか 2,500°K であるので、 $eV_c \gg kT$ の条件は容易に実現され、上記の最大値が容易に実現することが予想される。

上述の方程式の妥当性を検討するために、以下にイオンシースの厚さについて検討する。

さて電極に突入するイオンが互いに衝突しないものと仮定すると、イオンシースの厚さ d_i は次式で与えられる。

$$d_i^2 = 2.336 \times 10^{-6} \frac{V_c^{3/2}}{\sqrt{1.834 M_0 j_+}} \quad (2 \cdot 4)$$

ここに M_0 はイオンの分子量 (g_r) であり、 V_c および j_+ はそれぞれボルトおよび A/cm^2 で表現されている。

$V_c \approx 10 \text{ V}$ および $j_+ \approx 1 \text{ A/cm}^2$ という代表的な条件を考えると、

$$d_i \sim 3 \times 10^{-6} \text{ cm}$$

となる。

そこでこの d_i とカリウムイオンの平均自由行程 λ_i (1 気圧 2,000°K で 10^{-4} cm 程度) とを比較すると、次の関係が得られる。

$$d_i < \lambda_i \quad (2 \cdot 5)$$

このことは、イオンが互いに衝突することなくイオンシースを通過することを意味している。換言すれば (2・1) および (2・2) 式がわれわれの考察している実験条件で成立していることが明らかにされたわけである。

次に、上述の d_i と、後述する「電極表面で気体温度が実質的に変化する距離 d_T 」とを比較すると、後者は 10^{-2} cm のオーダーとなるので

$$d_i \ll d_T$$

の関係が成立することは明らかである。したがって j_+ に関与する T としては、電極表面温度 T_w を用いて十分な近似が得られることが結論される。

同様な考察が陽極における電流密度についても、イオンと電子の役割を交換するだけで成立する。しかしながら、この場合、Main Charge carrier がイオンよりもはるかに小さい質量を有する電子となるので、電流密度が容易に大きくなり、陰極よりもはるかに容易に電子が交換される。

2.1.2 陰極からのエミッション電流

陰極温度がかなり高い場合には、電極内の電子が陰極から放出されるが、一般にこのエミッション電流は陰極温度および陰極表面の電位傾度の関数となる。

そこで、まず陰極における電位傾度の効果を調べるため、前述のイオン電流によって陰極表面に形成される電位傾度 E を求めると E は次式で与えられる。

$$E = 1.81 \times 10^6 \sqrt{j_+} M_0^{1/4} \text{ V/m} \quad (2 \cdot 6)$$

ここで j_+ は A/cm^2 で表現されている。

上式に 1 A/cm^2 という代表的な値を代入すると、 E は次のように概算される。

$$E \sim 2 \times 10^5 \text{ V/cm}$$

この値は $T-F$ エミッションに必要な電位傾度 10^6 V/cm よりひとけた程度低いので、エミッションはほとんど熱電子放出的に行なわれることは明らかである。

かくして、エミッションによる電流密度 j_{em} は次式で与えられると結論できる。

$$j_{em} = AT_w^2 \exp\left(-\frac{\phi}{kT}\right) \quad (2 \cdot 7)$$

ここに A は Dushman 定数であり, ϕ は金属の仕事関数である.

2.1.3 電極表面が低温の場合, その近傍に存在する非電離気体を通じて流れる荷電粒子による電流

電極表面温度が, その近傍に存在する気体の電離を生じさせるに十分なだけ高温でない場合には, 電極表面に電離していない低温の気体層が存在する可能性がある.

いまこの低温の気体層が十分うすいものとする, かなりの電流がプラズマから電極に向って, この低温層を通じて引き出されることが考えられる.

さて ρ を Main Charge Carrier (陽極では電子, 陰極では正イオン) の形成する電荷密度, また j を電流密度とすると次の方程式がこれらの間に成立する.

$$j = \rho \mu E \quad (2 \cdot 8)$$

$$\operatorname{div} E = (\rho + \rho') / \epsilon_0 \quad (2 \cdot 9)$$

ここに E は電位傾度, ρ' は Main charge carrier と逆の極性をもった荷電粒子による電荷密度および μ は Main Charge Carrier の移動度である. ここで荷電粒子に作用する $e\mathbf{u} \times \mathbf{B}$ 力は無視している. というのは荷電粒子の \mathbf{B} に直交する速度成分は壁に近接した低温領域では小さいからである.

一般に ρ' は温度したがって位置の複雑な関数となるので (2・8) および (2・9) 式を厳密に解くことは不可能である.

しかし ρ' は低温層中の非常に急峻な温度傾斜に応じて急激に減少するので, ρ' は低温層の高温端においてだけ無視できない値となることが考えられる.

したがって, 次のようなモデルが低温層に適用できる.

- (1) 低温層中では $\rho' = 0$
- (2) 低温層の高温端で $E = 0$
- (3) 電極の径に比較して低温層の厚さがうすいので, 一次元モデルが適用できる.

このようなモデル化を行なうと, 電流密度 j を低温層における電圧降下の関数として次のように求めることができる.

$$j = \frac{9}{8} \mu \epsilon_0 \frac{V_s^2}{\delta_s^3} \quad (2 \cdot 10)$$

ここに V_s は低温層における電圧降下である.

2.2 陰極におけるエネルギーバランス

この節では電流が (2・3) および (2・7) 式の関係にしたがって陰極から流出する場合の陰極表面におけるエネルギー平衡の問題を論じよう.

まず陰極への熱入力は次のようになる.

- (1) プラズマからのふく射 $= w_r$
- (2) 正イオンの衝撃 $= j_p (V_c + E_i - \phi)$
- (3) イオンシースの近傍からの中性粒子の衝撃 $= w_g$

これに対して陰極からの熱損失は

- (4) 電子放出による冷却効果 $= j_{em} \phi$
- (5) 電極を通じての熱伝導損失 $= P_c$

一方イオンシースの近傍への熱入力は次のようになる。

$$(1') \quad \text{シース電圧 } V_c \text{ によって加速された電子の衝撃} = j_{em} V_c$$

$$(2') \quad \text{プラズマからの熱伝導} = w_c$$

これに対してシースから陰極に伝達される熱量は、

$$(3') \quad \text{イオンの逸散} = j_p E_i$$

$$(4') \quad \text{陰極の近傍への中性粒子の移動} = w_g$$

上の取り扱いでは、イオンシースの近傍と陰極とを熱的に区別しているが、実際、熱力学的にはこれを区別する必要のないことが、次のような論法から明らかにされる。

イオンシースの厚さ d_i は中性粒子の平均自由行程より小さいので、イオンシースの近傍で熱的な運動している粒子は衝突することなしに陰極に突入する。したがって w_g は次式で与えられる。

$$w_g \sim \frac{1}{4} \bar{p} \bar{v}_n \frac{\Delta T_w}{T_w} \quad (2 \cdot 11)$$

ここで \bar{v}_n は中性粒子の平均速度であり、 ΔT_w は陰極とイオンシース近傍との間の温度差である。 $\bar{p} = 1 \text{ kg/cm}^2$, $\bar{v}_n = 10^5 \text{ cm/s}$ および $\Delta T_w/T_w = 10^{-2}$ という代表的な値を使用すると w_g は次のように計算される。

$$w_g \sim 300 \text{ W/cm}^2$$

この値と他の項に示された全熱流の値とを比較すると、陰極とイオンシース近傍とはほとんど同じ温度であるという結論が得られる。

したがって陰極への熱入力 (1) , (2) , $(1')$, $(2')$ の項に示された各種の入力の和であり、同様に陰極からの熱損失は (4) (5) および $(3')$ の項に示された各種の熱損失の和である。

すなわち

$$\left. \begin{aligned} \text{陰極への熱入力} &= w_r + w_c + j_p(V_c + E_i - \phi) + j_{em} V_c \\ \text{陰極からの熱損失} &= j_{em} \phi + P_c + j_p E_i \end{aligned} \right\} \quad (2 \cdot 12)$$

定常状態では熱入力は熱損失に等しいので P_c に対する次のような表現が得られる。

$$P_c = w_r + w_c + j_i(V_c - \phi) \quad (2 \cdot 13)$$

ここに

$$j_i = j_{em} + j_p \quad (2 \cdot 14)$$

3. 長時間運転 MHD 発電の陰極近傍における現象

MHD 発電機の運転時間が数分以上の場合には、電極の表面温度は定常運転の場合にほとんど等しくなる。このような条件では正イオンの突入による電流密度も熱電子放出による電流密度も陰極全表面にわたってかなりの値となる。

本章では、作業流体の例として、 $(\text{CH}_2)_n$ と純酸素との燃焼生成物を例にとって、電流密度を数値的に計算し、電流密度の連続性について検討する。

3.1 陰極表面におけるイオン電流

j_p は α_K^+ すなわちカリウムイオンのモル分率の関数であるので, j_p の計算には α_K^+ を求めることが必要である.

さて作業流体中にはその電子親和度が無視できない OH 分子が存在するので, 電離度の決定には次の量論式を考慮しなければならない.



これらの式に質量作用の法則を適用することによって, 次式が得られる.

$$\left. \begin{aligned} \frac{n_K^+ n_e}{n_K} &= \left(\frac{2\pi m_e kT}{h^2} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{E_i}{kT}\right) \\ \frac{n_{OH} n_e}{n_{OH^-}} &= 2 \left(\frac{2\pi m_e kT}{h^2} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{E_A}{kT}\right) \end{aligned} \right\} \quad (3.2)$$

ここに E_i および E_A はそれぞれ電離電圧および OH の電子親和度であり, n は粒子密度である. ただしイオン, 原子および分子は電子軌道のエネルギー準位に関してすべて基底状態にあるという簡単な仮定が行なわれている.

(3.2) 式に加えて, 次の関係が荷電粒子の密度間に成立する.

$$n_{OH^-} + n_e = n_K^+$$

(3.2) および (3.3) 式を結合し, 変数を書きかえることによって.

$$\left. \begin{aligned} \frac{\alpha_K^+ \alpha_e}{1 - \frac{\alpha_K^+}{\alpha_s}} &= A \\ \frac{\alpha_e (\alpha_{OH} - \alpha_K^+ + \alpha_e)}{\alpha_K^+ - \alpha_e} &= B \end{aligned} \right\} \quad (3.4)$$

ここに

$$\left. \begin{aligned} A &= 3.4 \times 10^{-7} T^{5/2} \frac{\alpha_s}{p} \exp\left(-\frac{E_i}{kT}\right) \\ B &= 6.8 \times 10^{-7} T^{5/2} \frac{1}{p} \exp\left(-\frac{E_A}{kT}\right) \end{aligned} \right\} \quad (3.5)$$

ここに α_x は添字 x で示された粒子に関するモル分率を意味しまた α_{OH} および α_s は次のように定義される.

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{OH} &= \alpha_{OH} + \alpha_{OH^-} \\ \alpha_s &= \alpha_K^+ + \alpha_K \end{aligned} \right\} \quad (3.6)$$

T および p はそれぞれ $^{\circ}K$ および kg/cm^2 で表現された温度および圧力である.

MHD ダクト内のガス温度は最高 $3,000^{\circ}K$ であるので, α_K^+ および α_e は α_s および α_{OH} よりはるかに小さいと仮定できる.

したがって α_K^+ および α_e は次の方程式で近似できる.

$$\alpha_K^+ = \sqrt{A \left(1 + \frac{\alpha_{OH}}{B} \right)} \quad (3.7)$$

$$\alpha_e = \sqrt{A / \left(1 + \frac{\alpha_{OH}}{B} \right)} \quad (3.8)$$

ここで注目すべきことは、 α_{K^+} したがって j_p がこの場合、OH 分子がない場合に比較して $\sqrt{1 + \frac{\alpha_{OH}}{B}}$ 倍だけ増加することである。

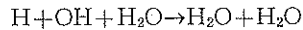
上述からも明らかなように、 α_{OH} の量は α_{K^+} したがって j_p の決定に重要な影響をおよぼすので、以下に電極表面で α_{OH} がどのように決定されるかについて詳細に論じよう。

さて気体中の化学反応速度が状態量の変化速度よりもはるかに大きい場合には、気体の成分はあらゆる点で局所熱平衡に対応したものとなるので、局所圧力および温度だけの関数となる。これに対して、化学反応速度が状態量の変化速度より小さい場合には、局所化学成分は、局所点の状態量だけでなく、その変化速度の複雑な関数となる。

MHD ダクトでは、電離反応は十分速く、電離度はあらゆる点で局所熱平衡にあると考えられる。これに対して、OH から H_2O への再結合はかなり遅いので、OH のモル分率は、とくに非常に急峻な温度勾配が存在する電極近傍では、かならずしも局所熱平衡にないことが想定される。したがって (3・7) および (3・8) 式における α_{OH} の決定には詳細な考察が要求される。そこで以下に α_{OH} の決定に関する各種の問題点について検討する。

3.1.1 OH の H_2O への再結合

OH から H_2O への再結合を生じさせる各種の反応のうち、次の 3 体衝突反応がもっとも速い反応であると報告されている [1]。



この場合 α_{OH} の変化率は次の方程式で表現される。

$$\frac{1}{\alpha_{OH}} \frac{d\alpha_{OH}}{dt} = 1.6 \times 10^{17} n^2 \alpha_H \alpha_{H_2O} \quad (3 \cdot 9)$$

ここに n は気体の全モル密度である。上式から α_{OH} の変化率を与える時定数は、

$$\tau_r = 1 / 1.6 \times 10^{17} n^2 \alpha_H \alpha_{H_2O} \quad (3 \cdot 10)$$

となる。 n , α_H および α_{H_2O} の代表的な値すなわち、たとえば、温度 2,400°K および圧力 1 気圧に対応する値を代入することによって、 τ_r は次のように概算される。

$$\tau_r \approx 0.3 \text{ ms}$$

上のようにして決定された τ_r の値を使用することによって、OH 分子が再結合することなしに熱運動する距離 δ_r を推定することができる。

$$\delta_r \approx \sqrt{D \tau_r} \quad (3 \cdot 11)$$

1 気圧、2,400°K の条件で D は約 7 cm²/s と推定されるので、 δ_r は次のように概算される。

$$\delta_r \approx 5 \times 10^{-2} \text{ cm} \quad (3 \cdot 12)$$

3.1.2 電極近傍の層流底層

MHD チャンネル内のレイノルズ数は極端に大きいので、ダクト中の流れは平均的に乱流状態にあると考えられる。しかしながら電極の極く近傍には、層流底層とうすい層流層が存在する。

境界層の理論によれば、底層の厚さ δ_i は次式で与えられる [2]。

$$\delta_i \approx 5\nu \sqrt{\frac{8}{f}} \frac{1}{u} \quad (3 \cdot 13)$$

ここに ν は動粘性係数であり, u は平均流速である. さらに, 文献[3]によれば, f は近似的に

$$f = \frac{0.09}{Re^{0.2}} \quad (3 \cdot 14)$$

となる.

(3・13) および (3・14) 式を結合することによって,

$$\delta_i \approx 4.7 \times 10^2 Re^{0.1} \frac{\nu}{u} \quad (3 \cdot 15)$$

$Re = 10^6$, $u = 1,000$ m/s および $\nu = 5.3 \times 10^{-4}$ MKS と仮定すると, δ_i の大きさは,

$$\delta_i \approx 10^{-2} \text{ cm}$$

この δ_i の値と (3・12) 式に与えられている δ_r の値とを比較すると δ_r が δ_i より大きいことは明らかである. このことは OH 分子が, 層流底層の外部から電極表面へ再結合することなしに突入することを意味している.

3.1.3 電極近傍の温度分布

電極表面は層流底層はおおわれているので, 電極の極く近傍の温度分布は, 通常の熱伝導方程式によって決定される.

$$-\lambda \text{ grad } T = q \quad (3 \cdot 16)$$

ここに q はプラズマから底層を通じて電極にまで伝達される熱流束密度であり, λ は底層中の気体の熱伝導率である.

ここで λ の値は化学成分が底層で凍結されているかいないかによって大きく変化する. したがって, λ を推定するためには, 主要な化学反応の速度が推定されなければならない.

さてこの場合の最も主要な反応は次の反応であると報告されている.



そこで OH の再結合の場合と同様にして, この反応に対する τ_r および δ_r を推定すると次のようである.

$$\tau_r \approx 20 \mu\text{s}$$

$$\delta_r \approx 1.2 \times 10^{-2} \text{ cm}$$

この場合においても, δ_r は δ_i よりやや大きいので, 層流底層における λ は, 化学反応の凍結を仮定して計算された値に一致する.

一方, 簡単のために, 完全に発達した乱流を仮定すると, (3・16) 式における熱流束 q は次式で与えられることが明らかにされている[4].

$$q \approx 0.023 Re^{0.2} [P_r]_F^{-2/3} [c_p]_B \rho u \Delta T_G \quad (3 \cdot 18)$$

ここに P_r , c_p および ρ はそれぞれプラントル数, 定圧比熱および密度であり, ΔT_G は壁温度と気流の平均温度との差である. また $[]_F$ および $[]_B$ は, 括弧内の量が, それぞれ, 層流底層および気流の平均状態に対応する値であることを意味している.

(3・15) (3・16) および (3・18) 式から, 層流底層における温度降下 ΔT_i は次式のようにして与えられる.

$$\frac{\Delta T_i}{\Delta T_G} \approx \frac{[c_p]_B [P_r]_F^{1/3}}{[c_p]_F Re^{0.1}}$$

$P_r=0.75$, $R_e=10^6$ および $[c_p]_B/[c_p]_F=3.4$ という代表的な条件を採用すると, $\Delta T_i/\Delta T_G$ はほぼ 0.8 に等しいことが計算される. このことは層流底層内に非常に大きい温度降下のあることを意味している.

3.1.4 電極表面に突入する OH 分子の密度を決定する温度について

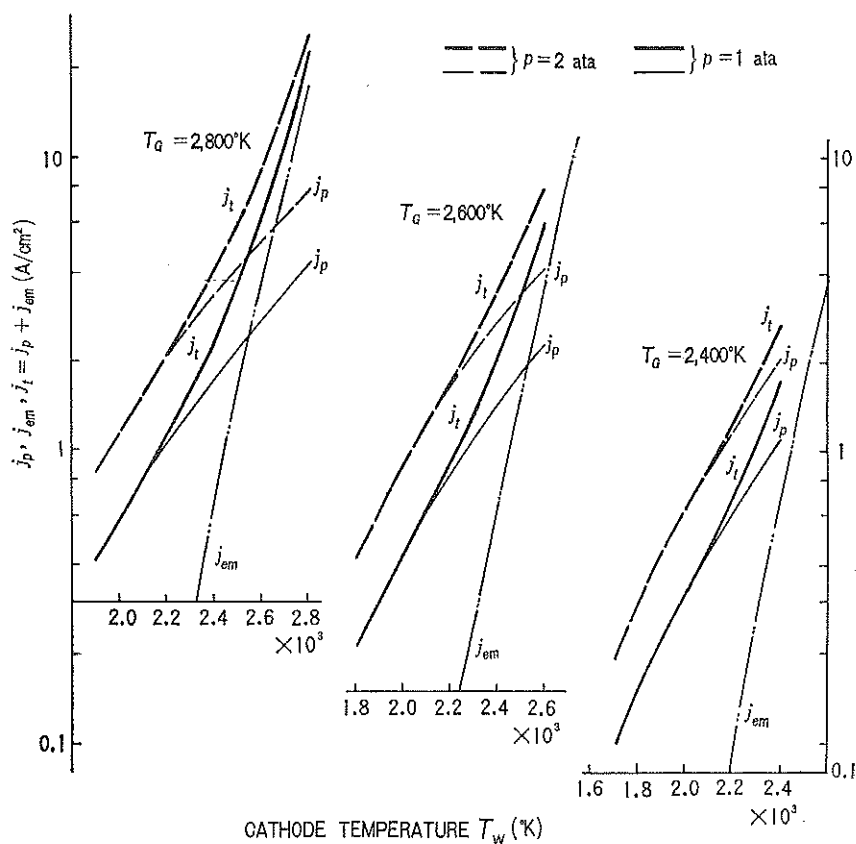
OH の再結合距離 δ_r は層流底層の厚さより小さいので, 電極表面の OH の密度は, 層流底層の高温端の温度で決定される値よりも大きくなる.

しかしながら, 近似的には, 高温端の温度に対して熱平衡を仮定して求められた密度にほぼ一致するものと考えられる. なんとすれば底層外部の温度勾配は底層内部のそれよりはるかに低いからである.

このようにして求められた α_{OH} の値を使用することによって, j_p が (3.7) および (2.4) 式から数値的に計算できる.

3.2 計算結果とその検討

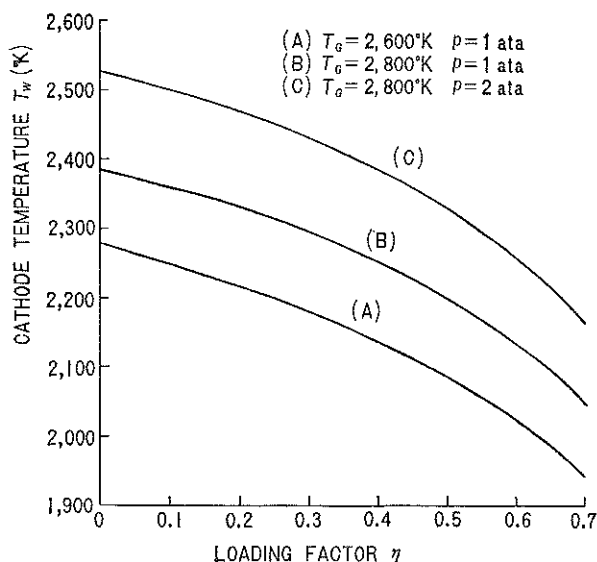
第 3.1 図は, $(CH_2)_2$ という燃料と純酸素との燃焼生成物を例にとって, 「気流の平均温度および陰極温度の関数として計算された j_p の値」および「陰極温度の関数であるエミッ



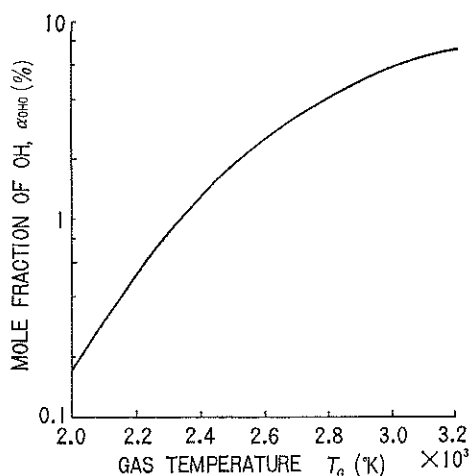
第 3.1 図 陰極温度の関数としての j_p , j_{em} および j_t

ション電流の値」を示している。ここに OH 分子の親和度は 2.1 eV と仮定されている。また第 3・2 図には計算に使用された OH の平衡密度が示されている。

第 3・3 図は、第 3・1 表に示された代表的な実験条件の場合に、「電極表面を通過して、電極（陰極）内部から、プラズマに流出する電子電流の電流密度」が均一になるために必要な電極の温度」を負荷率 η の関数として示している。換言すれば、第 3・3 図は、「もし電極の温度が η に対応して同図に与えられている温度より低い場合には、電極表面における電子電流の均一な供給は不可能で、電流が後述するように、小さな点に集中する。」ことを意味している。



第 3・3 図 負荷率と電流交換に必要な陰極温度



第 3・2 図 気体温度の関数としての OH の平衡組成（圧力 1 気圧）

図から明らかなように、第 3・1 表の実験 A および B の場合には、2,300°K 以下の陰極温度でも十分な密度が供給される。

第 3・1 表の実験 C の場合には、流速が大きく磁束密度が高いので、A および B の場合よりやや高い電極表面温度が要求されるとしても少なくとも作業流体の平均温度よりも 300°K 程度低い電極温度でも十分な電流密度が得られることが示されている。

なお上記の計算はすべて OH の電子親和度を 2.1 eV と仮定して行なわれたものである。

第 3・1 表 代表的な実験条件

実 験	A	B	C
磁束密度 (Wb/m ²)	1.7	1.5	3.0
気体温度 (°K)	2,600	2,800	2,800
圧 力 (ata)	1.0	1.0	2.0
流 速 (m/s)	540	500	1,000

上述の結果はエネルギー平衡の観点からも検討することができる。いま「一方の端を水冷された厚さ l のグラファイト電極」を考えると、 P_c は次式で与えられる。

$$P_c = \frac{k_c}{l}(T_w - 373)$$

ここに k_c はグラファイト電極の熱伝導率である。

$T_w = 2,300^\circ\text{K}$, $k_c = 0.06 \text{ cal/cm}^2\text{s}^\circ\text{K}$ および $l = 5 \text{ cm}$ の代表的な条件を考えると、次のような値を得る。

$$P_c \approx 100 \text{ W/cm}^2$$

一方、文献[3]によれば、(2・13)式における $w_r + w_c$ の大きさは実験的に次式で与えられることが証明されている。

$$w_r + w_c = 0.05 \frac{\rho u c_p}{R_e^{0.2}} (T_G - T_w)$$

一例として、 $R_e = 10^6$, $\rho = 1.52 \times 10^{-1} \text{ kg/m}^3$, $u = 1,000 \text{ m/s}$, $c_p = 6.7 \times 10^3 \text{ J/kgdeg}$, $T_G = 2,600^\circ\text{K}$ および $T_w = 2,300^\circ\text{K}$ という代表的な条件を考えると、 $w_r + w_c$ の大きさは次のように推定される。

$$w_r + w_c \approx 100 \text{ W/cm}^2$$

換言すれば、作業流体から壁への熱伝達によるエネルギー入力 $w_r + w_c$ は外部への熱伝導損失 P_c とほとんど平衡することは明らかである。すなわち、以上のような場合には、陰極の電氣的加熱 ((2・13) 式の $j_i(V_c - \phi)$ の項) なしに、 $T_w = 2,300^\circ\text{K}$ という陰極温度 (陰極から電子電流を均一に供給するのに必要な温度) が維持されるので、 $V_c = \phi$ の条件いいかえれば陰極降下が陰極物質の仕事関数に等しい条件で、十分な電子の流れがプラズマに供給されることになる。

ここで注目すべきことは、第 3・1 表に示されたすべての条件で、陽イオンの陰極衝撃による陰極表面の電流密度 j_p が熱電子放出による電流密度 j_{em} より大きいことである。このことは有限の電子親和度を有する OH 分子の存在にもとづくものであり、石油燃焼生成物を作業流体とした場合の特徴的な現象と考えられる。

4. 短時間運転の MHD 発電機における電極近傍の現象

数秒程度の短い運転時間を有する比較的小容量の MHD 発電機の場合には、電極の表面温度は平均的に、運転の終りでもかなり低いことが推定される。実際壁への熱伝達が 200 W/cm^2 以下の小容量発電機の場合には、3 秒の運転後でも、 200°C 以下であることが計算される。したがって第 3 章で述べたのと同じ機構で電流が供給されることを期待するのは不可能であり、この場合の電極近傍現象を説明するためには、前章とは本質的に異なった検討あるいは考察が必要である。

4.1 陰極近傍の現象

われわれの実験結果によれば、このような実験条件では、平均して陰極温度がかなり低いにもかかわらず、かなり大きな電流の得られることが観測されている。この事実を考えると、陰極表面から多量の電子放出が得られる程度の高い温度にまで、陰極が局所的に加熱さ

れていなければならないことが想定される。このような現象は、電流通路が陽極表面で小さな点に集束し、かなりの熱がこの小さな点に集中的に印加されるときにおいてのみ可能であろう。

以上のような事柄を考慮して、「陰極表面の半径 a の円形スポットに電流が集束し、陽極に向って電流束の半径が漸次増大して、陽極表面では半径 R_e の円に拡大する」ようなモデルを考える。

このような場合、電流 I と陰極表面における電流密度 j とは次のような関係で結ばれる。

$$\left. \begin{aligned} I &\doteq \pi a \frac{R_e}{d} \sigma (uBd - V_c - V_a - V_L) \\ a j &\doteq \sigma \frac{R_e}{d} (uBd - V_c - V_a - V_L) \end{aligned} \right\} \quad (4 \cdot 1)$$

ここに V_c および V_a は陰極および陽極における電圧降下であり、 V_L は負荷電圧である。また d は電極間距離である。

また電流通路が半径 a の小さなスポットに集束する場合のそのスポットの温度 T_c は次式を満足する[5]。

$$T_c - T_0 = \frac{a j V_c}{k_c} F\left(\frac{\kappa t}{a^2}\right) \quad (4 \cdot 2)$$

ここに

$$\kappa = k_c / \rho c_p$$

k_c : グラファイトの熱伝導率

ρ : グラファイトの平均密度

c_p : グラファイトの比熱

V_c : 陰極表面に形成されるイオンシースにおける電圧降下

$$F\left(\frac{\kappa t}{a^2}\right) = \left(\frac{\kappa t}{a^2}\right)^{1/2} \left\{ \operatorname{erfc}(0) - \operatorname{erfc}\left(\frac{1}{2(\kappa t/a^2)^{1/2}}\right) \right\}$$

T_0 : 電極の平均温度

さらにグラファイトの熱電子放出による電流密度は次式で与えられる。

$$j_{em} = AT_c^2 \exp\left(-\frac{\phi}{kT_c}\right) \quad (4 \cdot 3)$$

なお、この場合電流密度は第3章よりはるかに大きくならなければならないので、第3章で重要な役割を占めるように説明されたイオン電流は無視されている。(第3・1図参照)

4.2 陽極近傍の現象

陽極の近傍では、低温のイオン化されていない気体の存在が予想されるので、電流密度は2.1.3節で述べた機構で供給されることになる。

この場合、主要な電流の運搬者は電子となるので、次のような関係が V_a と j_a (陽極における電流密度) との間に存在する。

$$V_a = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{2j_a}{\mu_e \epsilon_0}} \delta_a^{3/2} \quad (4 \cdot 4)$$

ここに添字 a および e はそれぞれ陽極および電子を意味している。

一方熱伝達の観点から、層の厚さ δ_a は次式で与えられる。

$$\delta_a = \lambda_{Fa} \Delta T_a / q + \frac{2}{5} j_a V_a \quad (4 \cdot 5)$$

ここに λ_{Fa} は低温の気体層における熱伝導率である。

さらに、上式における ΔT_a は次のような仮定から近似的に決定できる。すなわち「低温層の高温端における温度は、低温層内部の平均電子密度に等しいイオン密度を熱平衡的に与える温度にほぼ等しい。」

4.3 理論と実験結果との比較

われわれの実験室では、最近大電流プラズマジェットを熱源とした MHD 発電実験を行なっている。

作業流体としては空気が使用され、酢酸カリのアルコール溶液の形で 2% の K がシードされた。

数多くの実験が種々の実験条件で行なわれているが、本節では以下に示すような代表的な実験条件を取り上げ、実験結果と理論とを対比する。

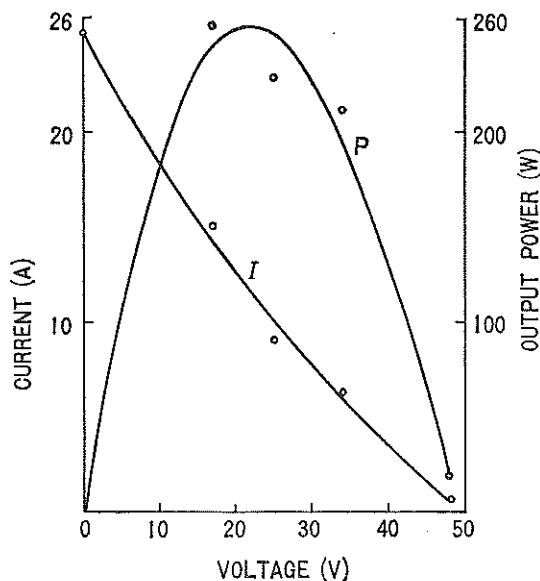
$$\begin{aligned} T_c &= 3,200^\circ\text{K} & u &= 620 \text{ m/s} & \text{一電極当りの表面積} &= 4.4 \text{ cm} \times 3.6 \text{ cm} \\ \sigma &= 170 \text{ } \Omega/\text{m} & B &= 2.4 \text{ Wb/m}^2 & \lambda_{Fa} &= 7 \times 10^{-4} \text{ W/cm}^\circ\text{K} & q &= 135 \text{ W/cm}^2 \\ \text{電極間隔} &= 10 \text{ cm} & \phi &= 4.3 \text{ eV} & \kappa &= 0.065 \text{ cm}^2/\text{s} & k_c &= 0.05 \text{ cal/cm}^\circ\text{K} & T_0 &= 100^\circ\text{C} \end{aligned}$$

これらの値を (4.1), (4.2), (4.3), (4.4) および (4.5) 式に代入し、これらを連立させて解くことにより、 V_L と I との関係が求められる。注意すべきことは上式で未知数の数が方程式の数より一つ多いことであるが、この問題は I が最大になるように $V_c V_a$ を調整することによって解消される。

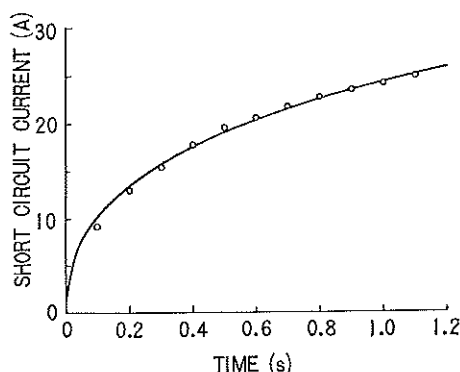
第 4.1 図は実験開始 1 秒後における I と V_L との関係の実験結果および計算結果を示したものである。前者は点の集合で、後者は実線で示されている。実験と理論との間には満足すべき一致が見られる。第 4.2 図には短絡電流の理論値が時間の関数として実線で示されている。同図には実験結果もやはり点の集合で同時に示されている。この場合にも、理論と実験との間に満足すべき一致が得られている。

5. む す び

グラファイト電極を有するオープンサイクル MHD 発電機における陰極および陽極機構を解析し、次のような結



第 4.1 図 電圧対電力、電圧対電流曲線の代表例



第 4・2 図 短絡電流上昇曲線の代表例

論を得た。

(1) 数分以上の運転時間を有する MHD 発電機では、とくに石油燃焼生成物を作業流体とした場合、グラファイトの仕事関数 (4.3~4.4 V) 以下の陰極降下で陰極表面からの一様な電流の供給が可能である。

すなわち二、三の条件について、電流の供給に必要な陰極温度を推定すると、最も過酷な短絡条件でも、気体の平均温度より 300°K 程度低い電極表面温度で、一様な電流の供給が可能であることが結論されるとともに、グラファイト電極の一端を冷却する程度の冷却方法では、陰極温度は、プラズマからの熱伝達だけで、一様な電流供給が可能な温度にまで上昇することが推定される。

(2) 数秒程度の短時間運転を行なう発電機では、陰極表面上に電流がスポット的に集束する。陽極では、その表面に存在する低温の気体層を通じて、電子による電流が流れ込むがこれが空間電荷を形成するので、陽極でもかなり大きな電圧降下が存在する。このような理論と実験との間には非常に満足すべき一致が得られた。

参 考 文 献

- [1] R. Hoglund, D. Carlson & S. Byron; Experiments on Recombination Effects in Rocket Nozzles AIAA Journal, Vol. No. 2, p. 324 (Feb. 1963)
- [2] H. Schlichting: Boundary Layer Theory, p. 407
- [3] J.F. Louis, J. Lothrop and T.R. Brogan: Studies of Fluid Mechanics using a Large, Combustion Driven MHD Generator: AVCO Research Report, 145 (Mar. 1963)
- [4] William H. McAdams: Heat Transmission (1955) p. 219~229
- [5] J.A. Rich: Resistance Heating in the Arc Cathode Spot Zone, J. App. Phys. Vol. 32, No. 6, p. 1023 (June 1961)