

ることができ、キユリー点で $n=16$ に対する値は約460 cal/mol deg である。これに相当する実測値はわれわれのセチル・アルコールに対する 1400 cal/mol deg であつて上記の約3倍に当つている。これらの結果から明かなように分子の振れに基く複雑な噛合いが大きな変態のエネルギーを與える原因であると思われる。

以上の考察においては分子を無限に長い鎖と考え、一分子当りのエネルギーを無限に長い分子の一炭素原子当りのエネルギーの n 倍と考えるところに n があられてくるだけであるが、実際には鎖の長さは有限である。また廻転に伴う格子の膨脹を考慮に入れずに議論したがその影響は変態をもつと急激にする筈である。また分子のとりうる方向を2つに限つたことも大きな省略であるが取扱いを簡単にするためには止むを得ないことであつた。さらに詳細な議論をするためにはこれらの点を考慮しなくてはならない。終りに種々

教示を賜つた武藤教授ならびに久保助教授に厚く御礼申し上げる。

献文

- (1) Fowler: Proc. Roy. Soc. 149 (1935) 1.
- (2) Kirkwood: J. Chem. Phys. 8 (1940) 205.
- (3) Bragg Williams: Proc. Roy. Soc. 145 (1934) 699.
- (4) Nagamiya: Proc. Phys. Math. Soc. Jap. 24 (1942) 137.
- (5) Bethe: Proc. Roy. Soc. 150 (1935) 550.
- (6) 久保: 1950年11月 日本物理学会年会講演.
- (7) Kakiuchi, Sakurai and Suzuki: J. Phys. Soc. Jap. 5 (1950) 369.
- (8) Müller: Proc. Roy. Soc. 138 (1932) 514.
- (9) Mizushima and Simanouti: J. Am. Chem. Soc. 71 (1949) 1320.
- (10) Garner, Bibber and King. J. Chem. Soc. 1931, 1533.

摩擦の確率論的研究

I. 静止摩擦の変動と残効果とについて

曾 田 範 宗

Frictional Phenomena as Observed from the View of Probability

I. Fluctuation and Persistency of Static Frictions

By Norimune Soda

ABSTRACT: It is well known that the coefficient of static friction fluctuates violently when measured repeatedly. This fluctuation is measured by the author and the statistical characteristics of the fluctuation are studied experimentally. The friction is measured repeatedly between glass surfaces by inclining plane method with constant inclining speed under dry and lubricated conditions. After-effects of friction are found to exist, the previous history of the rubbing surfaces being found to have great influence upon the frictional value. From the analysis of the experimental results, the author concludes that the static frictions for dry and lubricated conditions when measured repeatedly have more tendency to persist than what demanded by mere chance.

(1951年1月30日受理)

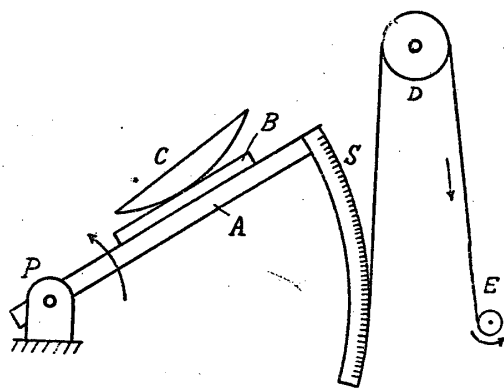
1. ま え が き

摩擦、とくに静止摩擦が、その測定値のばらつき (fluctuation) のはげしいために一般にきわめて測定困難なことはたれしも経験していることであり、ふつう多数回の測定値の平均値をもつて値を規定しているようである。しかしこのばらつきは一見不規則にみえて、しかもそれは統計的に確率の場として観察するときはおのずから一定の確率論的法則が存在するのであつて、この報告はこうしたばらつきの法則に関する研究結果をのべたものである。

2. 実験方法

測定には傾斜法を用いた。この方法にはいろいろの欠点もあるが、簡単なこと、スライダにまったく触れずに引張り力を與えること、従つてきわめて静かに引張り力を與えることなどの長所もあつて、この種の多数回の繰返し測定や、摩擦の変動を高精度で測定するにはつごうのよい面があると考えられる。

第一図はその構造の骨格で、Aが傾斜板、Bが摩擦板、



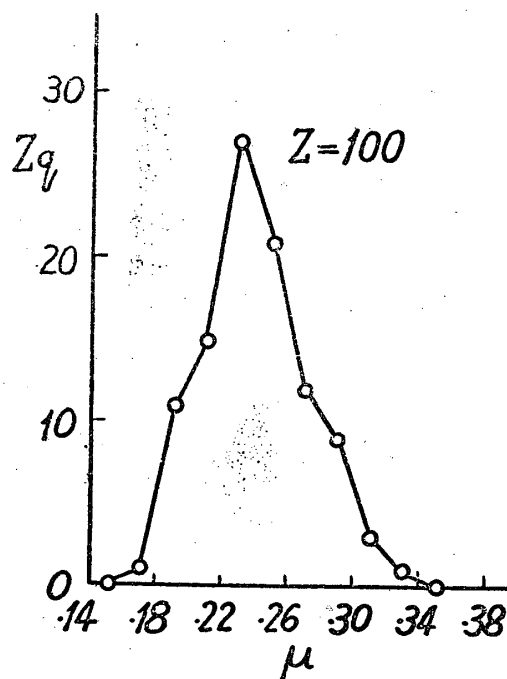
第1図

Cがスライダ、Sは糸かけをかねた角度目盛板、Dはプリー、Eは電動機から減速機を介してきわめて緩速でまわる糸まき軸である。

じつさいには B にはガラス板、C には時計皿を用い、乾燥、潤滑の両状態で実験した。また傾斜速度は $0.4^\circ/\text{sec}$ の一定におさえた。摩擦面の洗滌には水洗いの方法、すなわち石鹼水とアルミナ粉末とでよく表面を摩擦洗滌し、その後水道水のみで指先で十分洗滌し、水が表面に一樣に拡張するにおよんで手早く乾燥した。

3. 摩擦の頻度分布

はじめに SAE 60 鉱油をうすく塗附したときの 100 回の繰返し測定値 (静止摩擦係数) をえたが、その頻度分布を第 2 図に、つづいて乾燥面について 300 回の繰返し測定を行つた結果を第 3 図に示した。* ただし Z は測定回数、 q はすべりが μ と $\mu + \Delta\mu$ とのあいだにおこる確率で、 μ は $\Delta\mu = 0.02$ ずつを一仕切りとして頻度を示した。



第2図

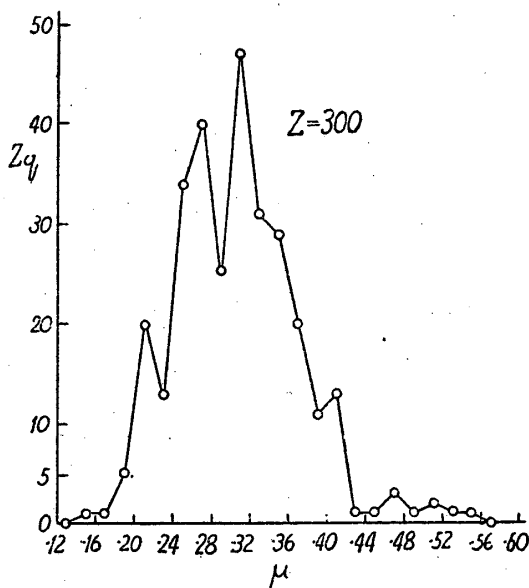
両頻度分布曲線からつぎのようなことがわかる。

(a) まず常識的に想像できるような平均摩擦係数の相異がある。油の存在するときの平均値は $\mu = 0.240$ で、乾燥状態のそれは $\mu = 0.306$ である。

(b) 第二は分布曲線の凹凸の差である。この両分布曲線の凹凸の差は、すでに前報告で¹⁾ のべたように本質的には摩擦面間に介在する油脂系有機物の分子膜の構造と厚さにあるのであつて、要するに根本的な原

* この分布に関してはすでに別に報告してあるの
で、¹⁾ ここでは本稿に必要な限度でふれるにとど
める。

** 300 回の測定を行つた理由は、100 回の分布に
かなり凹凸があり、かつ摩擦係数の大きい領域に
独立した分布の山らしい形があらわれたので、そ
れらを確認するため、改めて 300 回の測定を行つ
たのである。



第3図

因は、境界摩擦が分子膜の枚数によつて不連続的に変化、すなわち枚数の増加によつて段階的に、不連続に低下することにあるのである。²⁾ この低下はほぼ10枚前後で飽和するが、枚数が少い領域ほど1枚の差による摩擦の変化は大きい。従つて乾燥摩擦では介在する分子膜がきわめてうすいために測定ごとに実現される分子層の厚さの変動による摩擦の変動がはげしいのであり、潤沢に潤滑剤の存在するときには膜が厚いために、測定ごとに実現される膜の厚さの変動による摩擦の変動が大きくないのである。換言すればその標本分布の母集団が乾燥状態では多数あり、それが混合してあらわれているのに、油のあるときにはほぼ一つの母集団に対応しているからである。

(c) 以上の論からも容易に想像できるように、油のあるときの標準偏差 σ は乾燥状態におけるよりもみかけ上ずつと小さくあらわれるが、一方摩擦係数 μ も小さく、一般に比偏差 σ/μ はあまり変化しないようである。この傾向はすでに木下氏のえられた傾向と一致する。³⁾

(d) 第3図における右端の小さな分布の山はとくに注目に値する。これは(b)で論じたように分子膜のきわめてうすい状態の母集団分布に対応する標本分布と思われ、100回の測定でさほどはつきりしなかつたものが、300回測定でこの程度にはつきりした分布を示したものであり、もつと多数回の測定を繰返せば一そう明瞭になるものと思われる。

いまこの摩擦係数の大きいところに見かけ上独立的にあらわれた小さな分布が、残りの大きな標本分布とおなじ正規母集団の任意標本であるかどうかに対して一應トンプソン(Thompson)の棄却検定を施すと、 $\mu=0.45$ は5%の危険率ですててよいことがわかる。そして $\mu=0.44$ はすてられない。すなわちさきの図の右の小さな分布の山と大きな分布とが同一集団の標本分布だという帰無仮説は少くも5%の危険率ですててよいことになる。

(e) 第五に分布の型であるが、確率紙で検定すると油のある場合はほぼ正しい正規分布をなし、乾燥状態のそれは比較的正規分布に近いが、* 重要な点において前者と相異なる。それは摩擦面におけるすべりが傾斜板を傾けはじめてからある時間後の単位摩擦係数変化内におこる確率 m であつて、この第六番目の相異点についてはつぎの4で節を改めてのべる。

4. 確率 m について

摩擦板を一定角速度で傾けると、時間の経過とともにその時刻における単位時間にすべりのおこる確率は増加する。いまこの時間の経過を摩擦係数 μ の時間的变化でおきかえて考えると、確率 m はつぎの形であらわされる。⁴⁾

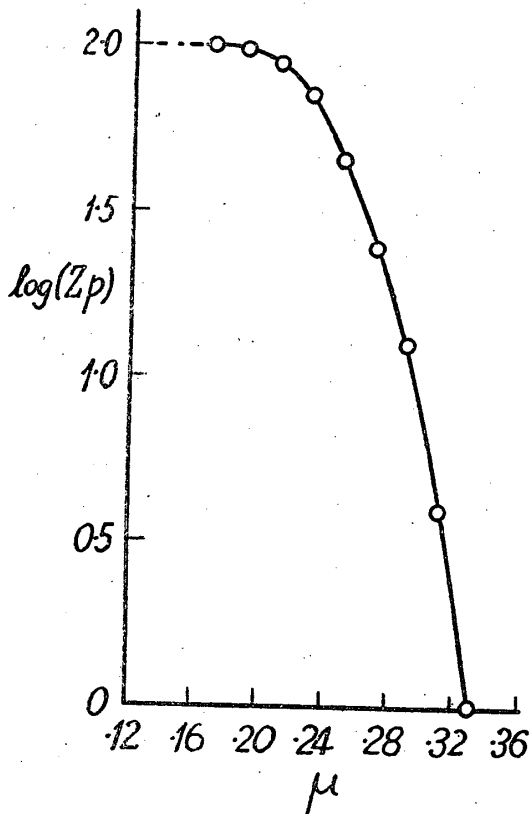
$$m = -d(\log p)/d\mu \dots \dots \dots (1)$$

ただし p は摩擦係数 μ に達するまでの時間内にすべりのおこらない確率で $p = \int_{\mu}^{\infty} q d\mu$ である。

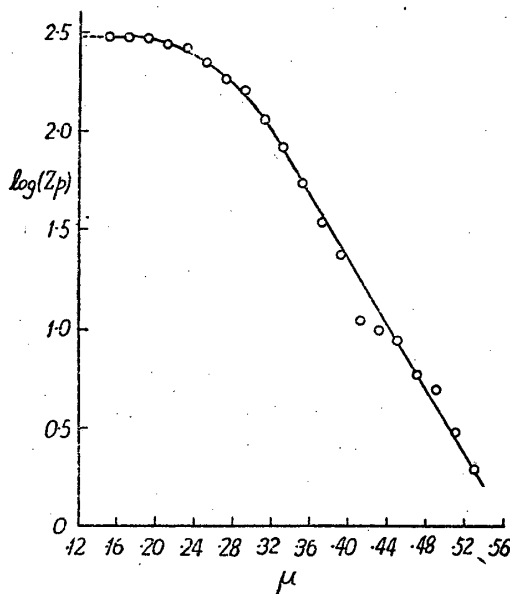
いま油のある場合、ない場合について $\log p$ と μ との関係をもとめると、第4、第5図のようになる。

両図を比較して気づくことは、油のある場合には確率 m が傾斜角の増大とともにさいごまでしだいに増大するのになら、乾燥摩擦では、摩擦係数の最頻値附近以後でほぼ一定値に落ちつくことである。この m が一定値をとるということは、乾燥摩擦の機構が一種の材料破壊機構であることを示すもので、これについては第2報⁵⁾でくわしく論じたのでここではこれ以上ふれないことにする。いずれにせよこの $\log p - \mu$ 曲線、すなわち m の特性の差異は、油のある摩擦とない摩擦とのある程度本質的な摩擦機構の相異によるものと思われ、後者の分布は主として眞実接触面のおそらく癒着部(bridge)のせん断に必然的な一種の破壊おくれによるものと考えられるのである。これが両分布の第六の重要な相異点である。

* 従つてトンプソンの検定が近似的に適用される。



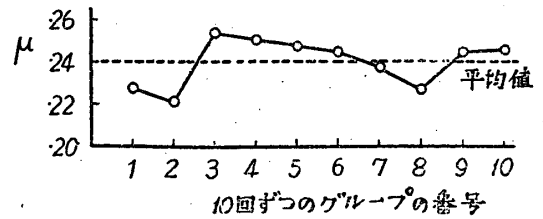
第4図



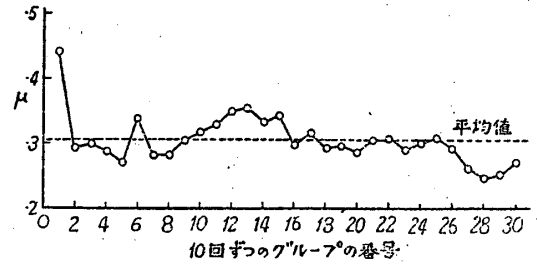
第5図

5. 静止摩擦の変動または残効果の形態

静止摩擦係数の変動は一回ごとにきわめてはげしいが、いま第1回から10回ずつの測定値の平均値をもつてその変動の模様を示すと、第6、第7図のようになる。前者は油のある場合、後者は油のない場合で



第6図



第7図

ある。

摩擦の変動の問題を扱うにあたって、われわれは長いあいだの経験で知っているつぎの事実を手がかりとしたい。それは、われわれが軸受の耐久実験を行うさい、焼付きが起るのはそれが危険状態にはいつてからであり、しかも焼付きの徴候があらわれはじめるや、たちまち破局に達するという事実である。さらに興味あるのは、焼付きのおこるまえに摩擦はかならずしも増大するとは限らず、しばしば逆にかえつて摩擦が低下し、また同程度の摩擦係数の金属が焼付きの特性において非常に相異なることのあることである。これらは焼付きが単なる摩擦の大小だけの問題でないことを物語るものである。数分子層の潤滑膜でおおわれた金属面をくり返し摩擦すると、はじめの数回の摩擦に対しては摩擦は徐々に低下するのであるが、その低下しきつたところこそつぎの瞬間摩擦の増大や焼付きを生ずる出発点なのである。^{2) 6)}

すでにこれまでのべたように摩擦は一つの統計現象としてある平均値のまわりに変動しているが、もしもその比較的大きな摩擦は大きな摩擦で集中的、持続的におこり、小さな摩擦はそれ同志で相ついでおこるとすれば、後者の場合には摩擦面は焼付きに対してむしろきわめて安全であるが、前者の場合は摩擦自体による面の荒れの点でも、また摩擦熱の蓄積による焼付きの点でも非常に危険な機会といわねばならない。いかに大きな摩擦でも、一回の摩擦ではなかなか焼付きは起らないものである。同一個所を何回も大きな摩擦をくり返してはじめて熱も蓄積され、面も清浄さを加え

て焼付くのである。かように考えると、第2図、第3図のような分布を示す個々の摩擦がいかなる順序でおこっているか、大きいもの、小さいものがまったく偶発的にいり乱れておこっているのか、あるいは大きいもの、中位のもの、小さいものなどがそれぞれ持続的におこる傾向にあるかを知ることは焼付きに対する摩擦現象の一つの基本的問題となる。

この摩擦の値の持続性が何によつて招来されるかという、一般的に言えば、一回の摩擦による残効果がつぎの摩擦測定値に影響をおよぼして、その偶発的変動をさまたげていると考えられるのである。さらに根本的にはそこにはいろいろの物理的原因が考えられようが、結果的に事実としておこるこの持続性、または残効果の大きさは、その変動の偏倚速度によつて知ることができる。

すなわち統計現象において一般にアタリの数を n とし、 n に対する平均の偏倚速度を $\bar{\Delta}_n$ 、アタリの平均値を ν とれば、

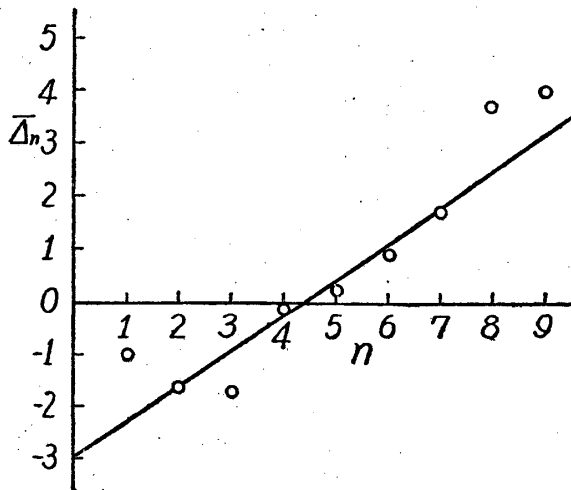
$$\bar{\Delta}_n = F(n - \nu) \dots\dots\dots(2)$$

または

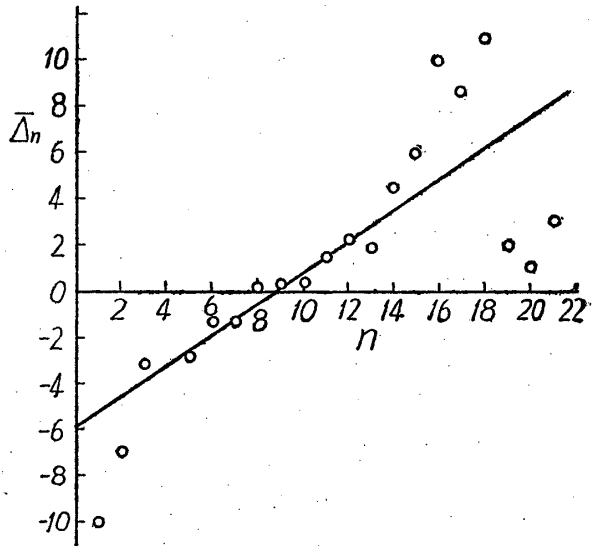
$$\bar{\Delta}^2 = 2\nu P \dots\dots\dots(3)$$

の関係があり、 P が残効果の大きさをあらわす係数と考えることができるから、これから残効果、または持続性を論ずることができる。すなわち $P=1$ は残効果のない場合であり、 P が小さくなるに従つて持続性は増大することを意味するのである。

こうして実験値に適当な処理を施して $\bar{\Delta}_n$ 、 n 、 ν 等をもとめれば、(2)、(3)式いずれからも P をもとめることができるはずである。



第8図



第9図

6. P の推定

第2図の分布において $\mu=0.16\sim 0.18$ なる範囲から頻度曲線は有限値をとりはじめるので、いまかりに $\mu=0.16$ を基準にとつて $\mu=0.16\sim 0.18$ の値をアタリ $n=1$ とし、以後0.02おきにアタリ $n=2, n=3, \dots$ とおきかえてゆけば、 $\bar{\Delta}_n$ と n との関係は第8図のようになる。

同様にして第3図の分布において $\mu=0.14$ をかりに基準にとつて $\mu=0.14\sim 0.16$ を $n=1$ 、 $\mu=0.16\sim 0.18$ を $n=2$ 、と順次にアタリの概念でおきかえてゆけば第9図がえられる。

図中の直線はほぼプロットした点を通るように引いたもので、この直線と横軸とのなす角度が持続性のいかに意味することは(2)式の示すとおりである。

図にみるようにいずれの図においても直線と横軸とのなす角度は 45° より小さく、従つて P は1より明らかに小さい。これは繰返し摩擦測定においては、摩擦の値に持続性があり、その変動はたんなる偶発的統計現象のそれとは異なることを意味する。

試みに図から P を推定すると

油のある場合(第8図): $P=0.68(\nu=4.49)$

油のない場合(第9図): $P=0.70(\nu=8.81)$

ν を正しく知ることはいまの場合できないので、さきの仮定に従つてかりに $n=0$ の点を定め、 ν 、 $\bar{\Delta}^2$ を実験値からもとめて(3)式で P を計算すれば

油のある場合(第8図): $P=0.46$

油のない場合(第9図): $P=0.71$

となる。

油の有無により、摩擦の持続性がどの程度に相異し

てあらわれるかはこれだけの結果でははつきりしないが、ほぼ似た程度と考えてよからう。むしろ一見したかぎりでは、油のある方が持続性が大きいかにみえる。

7. 論議—摩擦の内包する二つの対立物について

以上繰返し摩擦測定の結果を統計的に分析することによつて、摩擦の内包する二つの対立的性質—なじみ(flattening)と焼付き(seizure; ploughing)—が分離して表面にあらわれてきた。これらの性質はこれまで統一的に理解しにくかつたもので、ただ抽象的に摩擦が小さいとなじみがおこり、摩擦が大きいと焼付くと考えられていた。しかし摩擦は一つの統計現象としてかなり広い変域にわたつて変動しており、個々の微小摩擦面を考えるときはけつして一定値を保つものではない。これまでの概念における摩擦はたんなる統計的平均値を示すもので、この平均値が大きいほど一般に焼付きの危険の大きいことはむろんであるが、そこに加えて重要なのは摩擦の持続性の問題である。すなわちある瞬間摩擦がいかにか大きくなりあつても、その変動における偏倚速度が大きく、ただちにつぎの瞬間には摩擦の低下がおこるようでは容易に焼付きがおこるとは思われず、逆にいかにか小さくとも、つぎの瞬間増大するようではなじみは起りえない。いずれの現象が(焼付きやなじみ)おこるにも、そこには一定の時間経過、または繰返しが必要であつて、いわば大きな摩擦のある持続効果が焼付であり、小さな摩擦のある持続効果がなじみである。

軸受の実験において摩擦面のあらさがたえず変動していることは常識であるが、この変動原因の根本的なものは摩擦の統計現象の本質とその持続性とである。一つの母集団にぞくする各種の摩擦値が、あるときは焼付きにまで発達する原因となり、あるときはなじみとして作用することは重要で、従つて結果は甚しく相矛盾した現象であつても、機構的にはいずれも同じで、摩擦面の破壊現象である(これについては第2報でのべる⁹⁾)。ただその破壊の量的相異の問題で、それが緩慢に進行するのがなじみであり、急速に進行するのが焼付きであつて、そこにはつきりした量質の転化が行われるのである。ラツピングなどの加工が一種の表面の緩慢な破壊作用であることは常識である。

8. むすび

(a) 静止摩擦の繰返し測定値の分布状態を、潤滑された面の摩擦と固体摩擦とについて観察し、両者の特性を比較した。いわゆる固体摩擦にも若干のよごれの境界層が存在するため、摩擦の標本分布にはしばしば母集団を異にした標本が混入し、それが小さな独立の分布曲線を作ることがある。それは、きわめてうすい分子層の存在によつて、摩擦はきわめて敏感に影響されるからである。

(b) 固体摩擦の分布特性から、その機構が材料破壊現象の一環であることが推定される。一方油のあるときの摩擦は、主として二面の油分子膜の凝集力に打ちかつたための仕事と考えられ、両者のあいだにはたんに摩擦係数の相異があるだけでなく、機構的にも根本的な差異がある。

(c) 摩擦の変動は偶発的ではなくて、一定の持続性をもち、いずれの値も偶然的であるよりも統発しやすい傾向をもつ。これは油の有無にかかわらない。

(d) 摩擦面なじみと焼付きとは、機構的にはまつたくおなじ摩擦から招来される二つの相対立する現象で、摩擦の統計的性質から統一的に説明できる。すなわちいずれも摩擦面の破壊現象であるが、それが微視的に統発した場合がなじみであり、ある規模以上で統発的に進行する場合は焼付きとなる。

この研究にあつて本学工学部助教授熊谷清一郎氏から種々の御教示をえ、また論議していただいた。末筆ながら厚く謝するしだいである。

文 献

- 1) 曾田範宗: 機械の研究, 2 (1950), 531.
- 2) 曾田範宗, 宮川行雄: 理工研報告, 4 (1950), 176.
- 3) 木下是雄: 應用物理, 18 (1949), 260.
- 4) たとえば平田森三: 機械の研究, 1 (1949), 232.
- 5) 曾田範宗: 本誌.
- 6) F. P. Bowden and L. Leben: Trans. Roy. Soc., 239 (1940), 1.
- 7) R. Fürth: Schwankungserscheinungen in der Physik., 27, Braunschweig 1920.