

摩擦の確率論的研究

II 破壊現象としての摩擦機構

Frictional Phenomena as Observed from the View of Probability

II. Friction as a Phenomenon of Fracture of Materials

By Norimune Soda

曾 田 範 宗

ABSTRACT: Coefficients of static frictions between various metallic surfaces are measured repeatedly under dry conditions, and the fluctuation of frictional values is treated statistically. Friction is measured by the in lining plane method at constant inclining speed. From the statistical analysis of the experimental results, the friction is found to be one of the phenomena of fracture in general; the beginning of sliding being one of the rate-process analogous to the lag of electric sparks or fracture of materials. The results support the adhesion theory of sliding friction; by pulling the slider, metallic junctions made between contact surfaces seem to break with a certain probability proper to the rubbing materials. The relation between the load and the most probable frictional value or the maximum frequency is treated from the theory of probability and the coincidence of theory and experiments is discussed. Real contact pressure and the mechanism of friction are also discussed from the viewpoint of probability.

(1951年1月30日受理)

1. ま え が き

さきにガラスの表面と時計皿とのあいだの静止摩擦の繰返し測定値の統計分布をしらべたのであるが、¹⁾そこには若干の問題を残していた。ひとつは接触面がきわめて平滑なガラス面であつたために、* ふつうの洗滌法によつたのでは十分によごれの影響が除ききれず、ために繰返し測定値がかならずしも同一母集団に属するとは考えられないような分布をなしたことであ

* 以前の報告で、同一個所を何回も繰返し摩擦する場合には、ガラスのような平滑な表面では、たとえ単分子膜のような薄膜でも多数回の摩擦に対しその影響を興えることが明らかにしてある。²⁾

る。¹⁾ ふたつは、傾斜法において、とくに時計皿のような一点接触の球面状摩擦面で、静置したときの接触点とすべりのおこる瞬間の接触点とが異なるためにおこるいろいろな不都合である。

さらにわれわれの最大の関心の対象はやはり金属の摩擦機構であつて、従来これがいわゆる凝着的なものであるか、凹凸のかみ合い的のものであるかは歴史的な論争のまとであつただけに、従来の方法とまったく異つた統計的方法によつて、この方面に対する寄與ができないかも深い関心事だつた。

こうして以下のような金属平面間の静止摩擦係数の繰返し測定を行ない、それを統計的に整理することに

よつてその摩擦の機構を推定することを試みた。

2. 実験方法

方法はすでに報告¹⁾²⁾したとおなじ傾斜法である。また傾斜速度もまえとおなじ 0.4°/sec である。試験片は4種の金属からえらび、摩擦面の仕上げは研削後ラップ仕上げを施した。摩擦片は直径 20 mm の円板で、実験前表面はアルミナ粉末と水道水とでラップして表面の脂肪分その他を機械的に除き去り、それをさらに水道水で十分洗滌して水が一樣に拡張する程度の清浄さになつてはじめて暖氣乾燥した。表面の洗滌をこのように比較的簡単に実施したのは、この実験の目的に対して、表面の汚れの問題は直接大きな意味をもたないと考えたからであり、また一方ガラスの場合²⁾と異つて、金属摩擦面においては、その表面のこまかい凸部が、数分子層程度の膜を容易に貫通して、十分金属摩擦の特徴を示し、また多分子層、単分子層などに対する異つた摩擦群を示すようなことはあるまいと考えたからである。

実験では、まず4種の金属組合せ(いずれもほぼ同荷重)に対する100回の繰返し摩擦測定を行ない、その分布をしらべてその比較や共通した性質の分析を行つた。つづいてあとでのべるような理由で銅と銅との組合せについて3種の異つた荷重に対する同様の測定を行つた。荷重は試験片の上に7.6gの重錘を順次にかさねて変化させた。そしてその結果の比較から摩擦機構に対する一つの理論づけを行つた。

第1表は実験に用いた試験片材料、および各試験片に対して與えられた荷重を一括して示したものである。

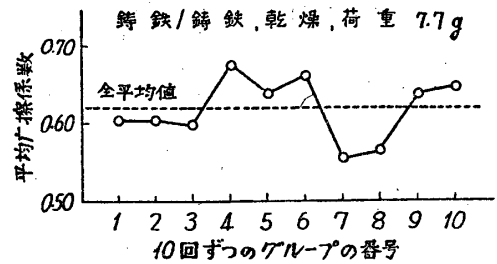
第1表

実験番号	摩擦片	摩擦板	荷重, g
1	鑄鉄	鑄鉄	7.7
2	軟鋼	軟鋼	8.5
3	黄銅	黄銅	9.2
4	銅	銅	9.7, 17.3, 24.9

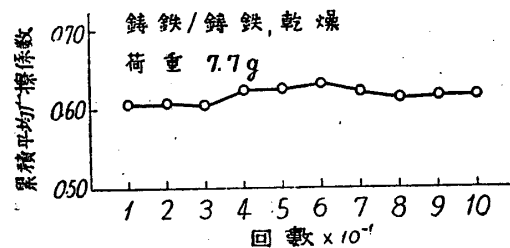
3. 実験結果

まず一例として鑄鉄と鑄鉄に対する100回の繰返し測定値の変動模様を第1図、第2図に示した。第1図は10回ずつの平均値をとつてだいたいの摩擦係数の変動の様子を示したもので、第2図は第1回目から第100回目までの累積平均摩擦係数である。やはり摩擦係数は1回ごとにかなりはげしい変動をしていること

がみられた。他の金属組合せでも結果は大同小異であつたが、金属の種類や洗滌結果のちがひによつて、ある場合には回数を重ねるに従つてだいたいに摩擦係数を減ずる場合もあつた。第2表は参考のために各種金属組合せに対する平均摩擦係数を示したものである。



第1図



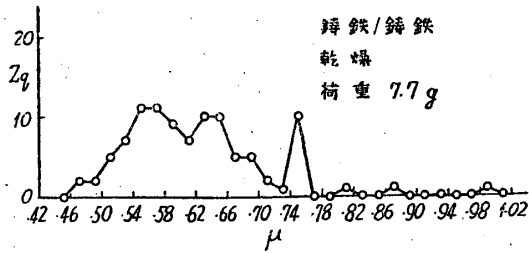
第2図

第2表

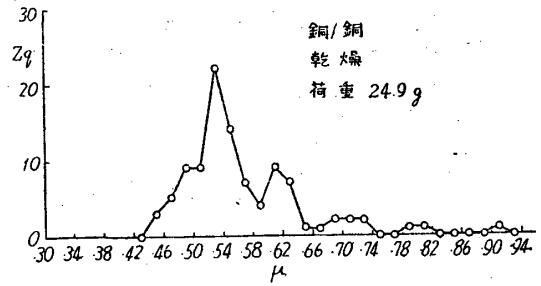
金属組合せ	荷重, g	平均圧力 g/cm ²	平均摩擦係数
鑄鉄 / 鑄鉄	7.7	2.45	0.62
軟鋼 / 軟鋼	8.5	2.71	0.50
黄銅 / 黄銅	9.2	2.93	0.51
銅 / 銅	9.7	3.09	0.48

第3図~第6図は各金属組合せに対する100回の測定値の頻度分布で、Zは測定回数、qは頻度、横軸の摩擦係数は0.04ずつを一仕切りとしてある。

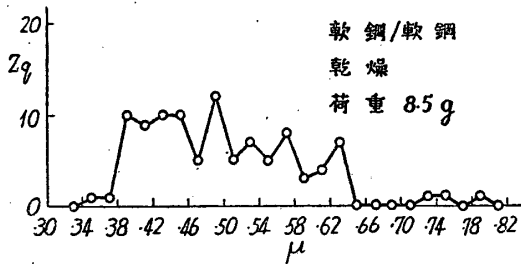
これらの頻度分布の模様は一見類似しているが、あとでのべるように、すべりがおこるまでの時間おくれと、このおくれがより大きい場合の頻度との関係をしらべてゆくと、これらの分布形のあいだに明らかな本質的相違の存在することが明らかになつたのである。それでこれらの点を一そうはつきりさせるために、銅と銅との組合せについて荷重(平均圧力)をいろいろかえておなじような測定を行つた。その結果を第7図、第8図に示す。



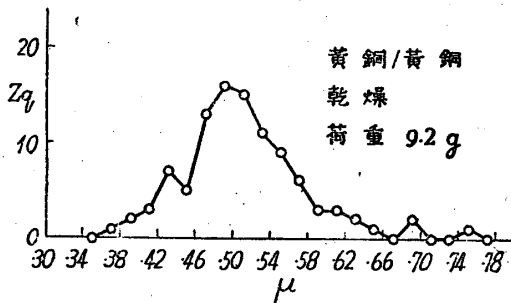
第3図



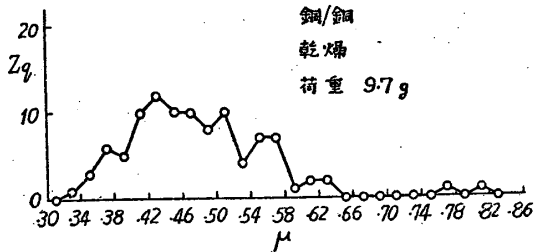
第8図



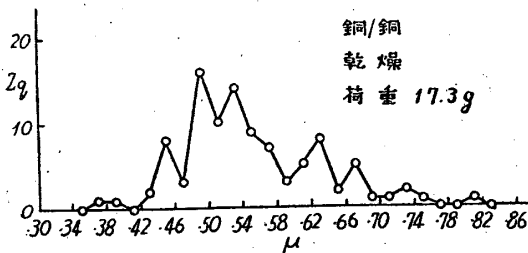
第4図



第5図



第6図



第7図

以下これらの測定結果を検討しよう。

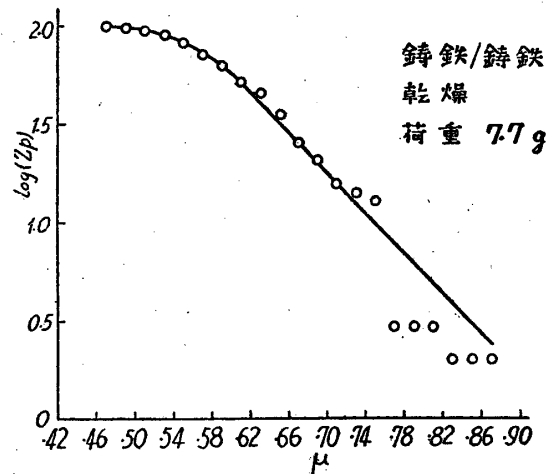
4. 実験結果の特徴

(a) ある角度まですべらず、そこではじめてすべりのおこる条件つき確率, $P(\mu)$

摩擦片をのせた板を時間とともにしだいに傾けたとき、ある角度(摩擦係数 μ)まですべりが起らず、つぎの微小角度(摩擦係数の増し $d\mu$)内にはじめてすべりのおこる確率を $P(\mu)d\mu$ とすると

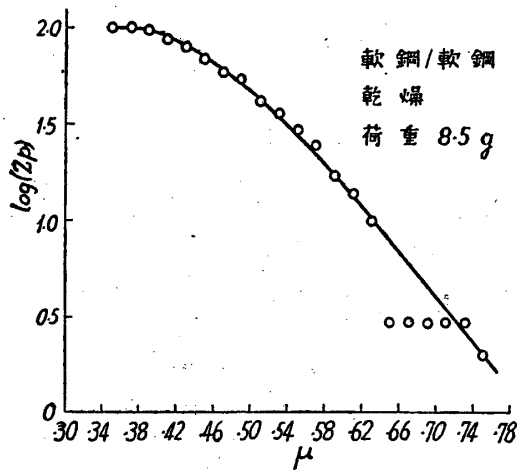
$$P(\mu)d\mu = -d(\log p)$$

または
なる関係がある。ただし p はその角度(または摩擦係数)まですべりの起らぬ確率である。この $F(\mu)$ と μ との関係ははじめの測定結果(第3~第6図)からもとめると第9~第12図のようになる。

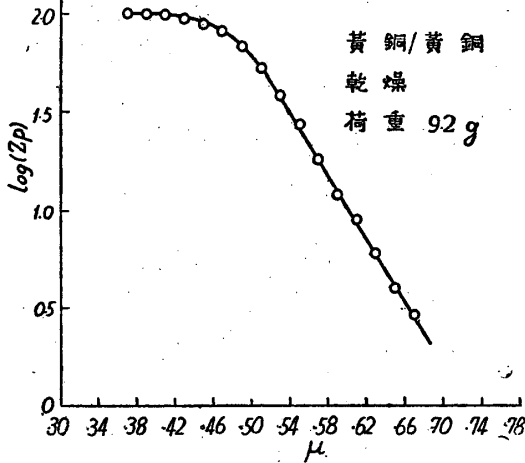


第9図

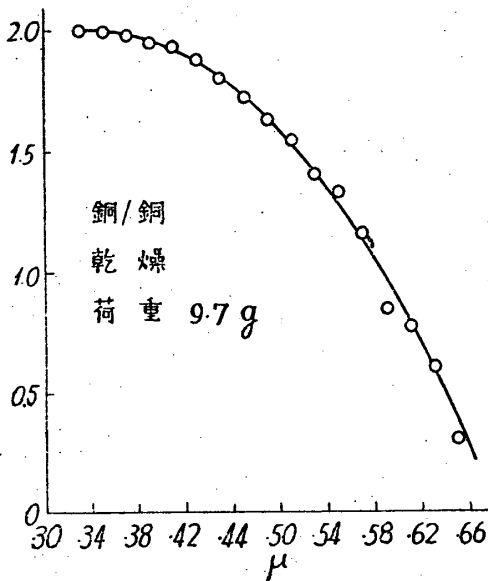
すなわち鑄鉄/鑄鉄(第9図)と黄銅/黄銅(第11図)とはある角度まではしだいに $F(\mu)$ が増加するの、ある角度(最頻値附近)以上で $F(\mu)$ は一定になり、その角度以上の任意の角度では単位角度変化(摩擦係数変化)のあいだにすべりの起る確率は一定値 m であることになる。一方軟鋼/軟鋼(第10図)、銅/銅



第10図



第11図



第12図

(第12図)では、さいごまで傾斜角が増大するに従って $P(\mu)$ もまたしだいに増大している。この傾向はたとえば正規分布をなす統計現象にみられるもので、すでにまえの報告¹⁾において摩擦面に潤沢に潤滑油を與えたときにはほぼ正規分布のえられたことから、こうした第10、第12図のような特性は摩擦面間に比較的汚れが多いとか、同一量の汚れならそれがより有効にきいていたかして、前報告¹⁾と同じような結果が導かれたものと思われる。事実第2表にみるように、軟鋼/軟鋼、銅/銅の場合の摩擦係数は他の二者よりも小さいのである。

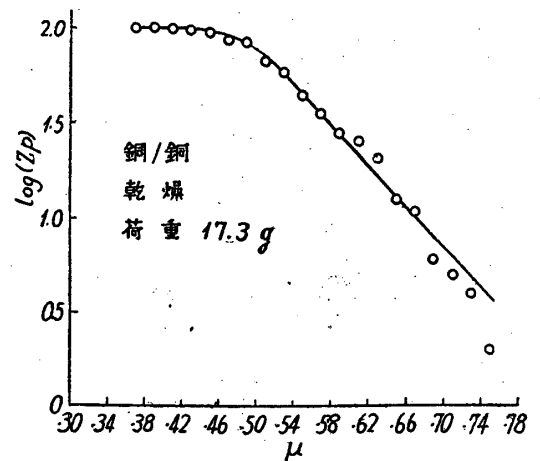
それで問題になるのは前の $P(\mu)=\text{const}$ の性質である。この形てだちに連想されるのは材料の破壊おくれ³⁾や電気火花のおくれ^{4) 5)}の現象である。すなわちこうした場合には、比較的摩擦係数も大きかつたことから、接触面に強い凝着やかみ合いがおこり、その凝着部分をせん断または引張りによつて破壊するか、あるいはかみ合い部分で互いに相手の凸部をせん断で破壊するものと仮定すれば、一般の破壊現象の一環として摩擦の機構が説明できるのである。

かように考えると、さきの軟鋼/軟鋼、銅/銅のような特性のものも、もつと荷重を大きくすれば、ある程度までは接触部圧力も高まり、汚れの潤滑分子膜を貫通してそこに強い凝着部分やかみ合い部分を生じ、 $P(\mu)=\text{const}$ の特性を示すはずである。第二の実験はこうした考へで行われたものである。

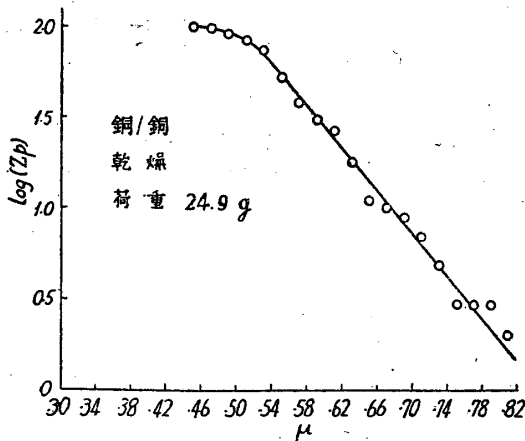
(b) 荷重と $P(\mu)$

第13、第14図に2種の荷重に対する銅/銅摩擦面の測定結果を示す。

図にみるように、荷重が17.3gに増加すると、 μ の



第13図



第14図

最頻値附近以上で $P(\mu)$ はほぼ一定値 m をとるようになり、さらに荷重を 24.9 g に増加すると、 $P(\mu)$ はきわめてきれいに一定値をとるようになる。これはまったく予想どおりの結果であつて、荷重増加によつて二面の接触がしだいによくなり、それまで一種の分子層をへだてていたものが固体接触的なものへと移行してゆく過程と考えればよくわかる。そしてこのことから逆に、第9、第11図にあらわれた $\log p$ と μ との直線関係から、鑄鉄/鑄鉄、黄銅/黄銅の接触状態がやはり固体接触的なものだつたことが推定されるのである。

図にあらわれた荷重増加による m の増大はきわめて重要な意味をもっている。そのくわしい論議はあとで行うとして、いづれにせよ接触荷重の増大によつて多かれ少なかれ m が増大することは理解に難くない。

第12図から第13、第14図へと特性をかえる傾向を、摩擦係数の変化と比較するとやはり上の推定とよく符合する。すなわち各荷重に対応する100回の平均摩擦係数は第3表のとおりで、荷重を 9.7 g から 17.3 g、24.9 g に増加することにより飛躍的に摩擦係数は増加しているのである。クーロンの摩擦法則に

第3表

荷重, g	9.7	17.3	24.9
平均圧力, g/cm ²	3.09	5.51	7.93
平均摩擦係数	0.48	0.55	0.56

よれば、荷重変化によつて摩擦係数は変わらないのであるが、それはどこまでも摩擦状態が同一範疇に属するとき、いいかえれば固体摩擦なら固体摩擦、境界摩擦なら境界摩擦の範囲内の領域でのみはば成立するもので、境界摩擦から突然固体摩擦に移つたり、同じ境界

摩擦でも分子層の厚い状態から急に薄い状態に移つたりすると、急に摩擦係数の変化することは、すでに別の報告⁶⁾のべたとおりである。すなわち荷重 9.7 g から 17.3 g、24.9 g にうつるあいだに、接触状態またはかみ合い状態に質的变化が起つたとみなすべきで、いわゆる境界摩擦的のものから荷重増加によつて固体摩擦的のもの、いいかえれば眞実接触面における金属の破壊現象的のものへ移行することを示すものである。

(c) 頻度曲線の形状と荷重

銅/銅の組合せにつき、第6、第8、第9図を比較すると、つぎの二つの事実が明らかにみられる。

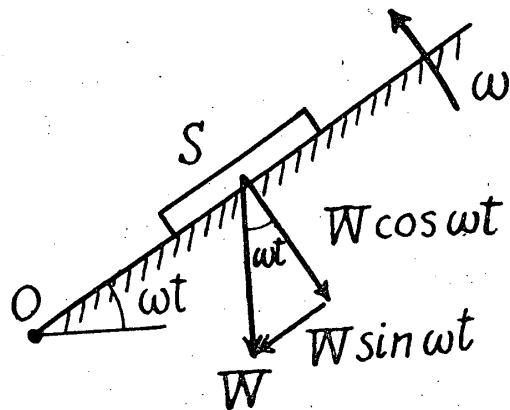
- (i) 荷重が大きいほど μ の頻度の最大値は大きい。
- (ii) 荷重が大きいほど μ の最大頻度に対応した摩擦の値は分布曲線内で μ の低い方にずれてくる。いいかえれば最大頻度のすべり角は相対的に小さくなる。

(i) は一見して明らかにみられる。(ii) は μ の頻度が有限値をとる範囲内における相対的位置を示すもので、絶対値は問題にしない。それは表面の清浄さが μ の分布曲線全体をかなり大幅に移動させるからである。(このさい第6図は厳密には $P(\mu)$ が一定しないので、あまり重きをおくことはできない。)

以上のべた諸特徴は、結局固体摩擦・または境界摩擦でもとくに荷重の大きい場合の摩擦が広義の破壊現象の一環として考えられるべきことを証明するのであつて、以下そのような立場で上の諸事実のあいだの関連を解析しよう。

5. 若干の理論的考察

第15図において S を重量 W の摩擦片とする。いま摩擦面が O を支点に一定の角速度 ω で水平位置から傾くとすれば、 S にはたらく摩擦力 F は



第15図

$$F=W \sin \omega t \dots\dots\dots(1)$$

凝着または眞実のかみあいをなすいわゆる眞実接触面積 R は面の垂直荷重にほぼ比例すると考えられるから

$$R=a W \cos \omega t \text{ (} a \text{ は比例定数)} \dots\dots\dots(2)$$

ゆえに単位眞実接触面積あたりの摩擦應力 f は

$$f=\frac{1}{a} \cdot \tan \omega t$$

$$=\omega t/a \equiv Kt \text{ (} K=\omega/a \text{)} \dots\dots\dots(3)$$

となつて、傾斜法による摩擦測定は結局一定負荷速度に対する摩擦面の材料の破断強度の問題³⁾に還元される。 K は単位眞実接触面積に対する単位時間の摩擦應力の増しである。

摩擦係数 μ は

$$\mu=\tan \omega t$$

$$=\omega t=f/a \dots\dots\dots(4)$$

従つて μ の分布は f の分布とまったく同じ形になるはずである。

さて材料の時間的な破壊おくれに関し、割れの発生確率は $\exp(\alpha f)$ (f は應力, α は定数) に比例することが知られているから⁹⁾, いまこの関係が摩擦面のすべりにも適用されると仮定すれば, A を比例定数として

$$P(t)=A \exp(\alpha Kt) \dots\dots\dots(5)$$

一方, $P(t)$ と, すべりがおこるまでのおくれが t よりも大きい確率 $p(t)$ とのあいだには

$$P(t) dt = -d(\log p) \dots\dots\dots(6)$$

なる関係があるから, (5), (6) から

$$p = \exp\left\{\frac{A}{\alpha K}(1 - \exp(\alpha Kt))\right\} \dots\dots\dots(7)$$

$$q = -dp/dt$$

$$= A \exp \alpha Kt \cdot \exp\left\{\frac{A}{\alpha K}(1 - \exp \alpha Kt)\right\}$$

$$\dots\dots\dots(8)$$

q は $f=Kt$ のある値において最大値 q_m をもつ。そのときの摩擦應力を f_m とすれば

$$f_m = \frac{1}{\alpha} \log \frac{\alpha K}{A} \dots\dots\dots(9)$$

またこのときの確率 q_m は

$$q_m = \alpha K \cdot \exp\left(\frac{A}{\alpha K} - 1\right) \dots\dots\dots(10)$$

(9), (10) 式は材料の破壊おくれにおけると物理的な意味においてこそ若干異なるが, 形式的にはまったくおなじものである。

いま荷重の変化の影響について考えるに, 摩擦にお

いては一般材料試験におけると若干異つた機構をもつている。それはまず接触機構から考えて, 荷重の増加がかならずしもただちに f の著しい増加にならないことが一つである。それは要するに眞実接触面の應力が弾性限をこえているという従來の一般の帰結と一致することで, 一般の材料試験で f の増加が m を著しく増加させたのとは大きな相異である。しかし荷重の増加は眞実接触面積または眞実接触点の数を著しく増加させるはずであり, これはあたかも材料試験における試験片の大きさの影響とおなじような機構で m を増大させると思われる。しかし一方接触面に若干の圧力増加があればそこだけ凝着やかみ合いがよくなり, すべりの原因の発生確率を低下させる一面もあると思われる。いずれにせよ, 荷重の著しい増加にもかかわらず, 第13, 第14図にみるように m がそれほどいちぢるしく増大しないことは摩擦における特異な事実として注目すべきだろう。

しかしまた以上のべたような原因の総合効果として事実として荷重の増加は若干は m を増大させるのである。しかしそれは主として f の増大によるのではなくて(5)式における A の増大によると思われる。

では(9), (10)式における A の効果をみよう。 A の増加は明らかに最大頻度の摩擦應力 f_m (または μ_m) を低下させ, それに対応した最大頻度の確率 q_m を増大させるのである。これらの理論結果はまえの諸実験結果を定性的によく説明する。

なお(9), (10)式における K は負荷速度の大小をあらわすもので, K が大きいほど破断強度の増加することは材料方面では常識であるが, 以上の論でおすと, 摩擦においてもまったくおなじ結果になるのである。(10)式においてもおなじである。いずれにせよ金属材料の破壊や火花放電における時間おくれとまったくおなじ原則が金属の摩擦現象にも成立することは, 摩擦が一種の破壊現象として理解されるべきことを示すものである。

最近パーカ⁹⁾が二面間に衝撃的に引張力を與えたときの静止摩擦力を各種の衝撃速度に対して測定し, 衝撃速度が高いほど摩擦力が大きくあらわれることを示している。かれらはこれをついに理由不可解と断じ衝撃波の傳播速度などにむすびつけて説明しようと努力しているが, それはまったく目標はずれであり, 摩擦自体の統計的性質から(9)式によつて説明されるものである。

6. 論 議

(a) 眞実接触壓力について

固体摩擦におけるクーロンの法則の成立機構に関し、これまでほぼ信ぜられてきた解釈は、眞実接触面における圧力は非常に高く、そこではつねにその材料の弾性限をこえて塑性変形をおこしているため、その眞実接触面積は荷重に比例するというにあつた。^{10) 11)} すなわち摩擦は眞実接触面積に比例するからクーロンの法則が成立することになる。しかしこの論據となつてゐる塑性変形の実験は、主として特殊な点接触部分に対する変形試験結果であつて、ふつうのかなりの広さをもつた平面同志の眞実接触面積についてはいろいろ問題があると思われる。摩擦の問題で、これまで接触面の弾性変形の仮定でしばしば成功した理論計算もあるし、筆者の測定では、材料によつて比較的軟かいものでは塑性変形をしているが、かたいものでは弾性変形をしているという結果もえている。¹²⁾ そして一般にはこの両変形の中間の変形特性をもつと思われた。

この眞実接触壓力の問題に關していまの研究結果はきわめて興味あるデータを提供している。それは、摩擦を材料の破壊現象と考えるとき、確率 m が試験片にかかる應力 f の増大によつて著しく増大することが知られているからである(前節参照)。すなわち眞実接触面の変形特性が弾性的であれば、そのときは荷重の増加によつて接触面壓力が増し、確率 m は著しく増加するはずである。もしもそれが塑性的に近ければ、荷重変化による m の変化は比較的少ないはずである。第13、第14図における m は、荷重増加より増加はしているが、その増加は比較的少ない。これはやはり眞実接触面の変形特性が、完全ではないがほぼ塑性変形に近いことを証明する。とともに、平面間の摩擦ではかならずしも完全な塑性変形のみとも断言しきれないことを示すものと思われる。

(b) 摩摺機構について

固体摩擦の原因として、これまでいろいろな機構が考えられてきた。その代表的な考え方はつぎの三つであると思う。

(i) 摩擦片が平面上をすべるとき、互いの凹凸に沿つて上下するために失うポテンシャル損失。

(ii) 二面の凹凸がかみ合ったままですべるとき、互いの凸部をせん断するための仕事。

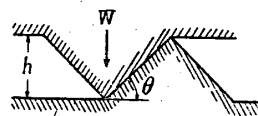
(iii) 眞実接触部が高圧のために凝着をおこし、その凝着部(bridge)をせん断または引張りによつてふたたび破断するための仕事。

(i), (ii) はいわば凹凸説的な考え方, (iii) は凝着説的な考え方であるが, (i) の原因による損失仕事は実測による摩擦損失のわずか数パーセントにすぎないことは最近ストラング¹³⁾らの示したことでもあり, また筆者の実験結果が主として破壊現象的であることもこの考え方ではやはり説明しがたい。

しかし, おなじ破壊現象的であるとしても, (ii) と (iii) の機構のいずれであるかはこの実験結果からはなんらの結論がえられない。もしも凹凸によるかみ合いまたは凝着部の数が荷重に比例すると仮定すれば, いずれの機構を考へても一應筆者の実験結果は説明できることになる。

それよりも摩擦機構に關して, ここにとくに興味ある事實は, 銅/銅の組合せにおいて, 荷重がきわめて小さくなると(9.7 g), 摩擦の頻度分布がしだいに材料破壊的でなくなり, 正規分布に近くなることである。これまで筆者は簡単にこれを汚れの分子層を眞実接触部の壓力が貫通するに足りないためと片付けてきたが, その構造をやや定量的に論ずるとつぎのようになる。

いま第16図を二面の凸部の一つずつがかみ合つてゐる状態とし, 上面を矢の方向に動かしたとき, 上面の凸部が下面の凸部をせん断で引きちぎるか, 下面凸部の斜面にそつてすべり上つて凸部をこえるかを考へてみる。凸部にかかる垂直荷重を W とし, 凸部の寸法



第16図

を図のように與え, 上面が斜面をすべらず下面の底面が正方形の微小凸部を凸部の底面で引きちぎるにはつぎの條件が

必要になる。

$$W > 4h^2f / \tan^3 \theta \dots\dots\dots (11)$$

ただし f はせん断強さである。いま $h=0.005\text{mm}$, $f=15\text{ kg/mm}^2$, $\theta=15^\circ$ とすると $W > 78\text{ g}$ となる。従つて筆者が銅/銅の組合せで行つた実験では全荷重が25 g 以下であるから, 一凸部あたりの荷重はもつと小さくなり, 凸部の底面をそのまません断するとは考へられず, 斜面をかなりすべり上つたところで凸部の頂上近くにとつてはじめてせん断が起るとすればおこりうることになる。もつと小さい荷重ではますますせん断的作用は少なくなるはずで, 微小荷重で分布が破壊曲線的でなくなるのはこうしたモデルを考へることによつても説明できるのである。しかしまたこうしたことから, はじめからかみ合い部のせん断破壊を仮定

せず、接触部の凝着を考え、その凝着部または両面金属の深部に破壊がおこると考えればもつと説明は簡単になる。このさい軽荷重で分布が正規分布に近づくのは、まえにのべたように汚れの分子層が二面の凝着をさまたげると考えればよい。おそらくじつさいには両機構が混合して存在すると思われ、いずれにせよ固体摩擦が材料破壊的なものであるとの結論にはかわりない。

7. むすび

固体摩擦は眞実接触面における破壊現象である。そのさい表面の吸着分子の影響は大きくあらわれ、とくに軽荷重においていちぢるしい。そしてその影響はたんに摩擦の低下をたすけるのみならず、摩擦の分布特性に本質的な変化を與える。しかしこの吸着分子層は繰返し摩擦によつてしだいに剝離し、それが摩擦の残効果としてあらわれることは前報告²⁾でのべたが、この残効果自体が摩擦が破壊現象であることを示すものである。

固体摩擦における破壊現象は一般材料の破壊におけるとまつたくおなじ形で説明されるが、この摩擦に必然的にもなう破壊現象こそ、摩擦がたんなる表面現象でなく、材料の内部深く作用する現象であることを実証するものであり、いわゆる機械的摩耗の根本原理もここにあると考えられる。

この研究で本学工学部助教授能谷清一郎氏からは数々の御教示をえ、また論議していただいた。厚く謝するしだいである。

文 献

- 1) 曾田範宗: 機械の研究, 2 (1950), 531.
- 2) 曾田範宗: 理工研報告, 4 (1950), 281.
- 3) 平田森三: 統計数理研究, 3 (1949), 57.
- 4) K. Zuber: Ann. d. Phys., 76 (1925), 231.
- 5) M. V. Laue: *ibid.*, 261.
- 6) 曾田範宗, 岡本昇二: 理工研報告, 1 (1947), 50.
- 7) 曾田範宗, 宮川行雄: 前掲, 4 (1950), 176.
- 8) たとえば 曾田範宗: 機械の研究, 1 (1949), 334.
- 9) R. C. Parker, W. Farnworth and R. Milne: Proc. Inst. Mech. Eng. (Appl. Mech.) 163 (1950), 176.
- 10) R. Holm: Wiss. Veröff. Siemens-Konz., 7.2 (1929), 217.
- 11) F. P. Bowden and D. Tabor: Proc. Roy. Soc., 169 (1939), 391.
- 12) 曾田範宗: 機械学会論文集, 1 (1944), I-55.
- 13) C. D. Strang and C. R. Lewis: J. Appl. Phys., 20 (1949), 1164.

正多角柱のころがりころがり摩擦係数

甲 藤 好 郎

Rolling and Rolling-Friction of Regular Prisms

By Yoshirô Kattô

ABSTRACT: In this paper, the behavior of regular prisms rolling on a plane is investigated theoretically under the following conditions; (1) both the prism and the plane are rigid, (2) the sliding between the prism and the plane does not occur, (3) the collision between them is of plastic nature and the elastic rebound does not occur. Thus the rolling-friction coefficient of regular prism is defined, and that of cylindrical roller is induced, of which various properties are discussed. The results obtained from the calculations are as follows: (1) the static friction coefficient is larger than the kinetic one in the region where the rolling velocity is small, but the latter increases with the increase of velocity, (2) the friction due to collision between prism