

- Homogeneous Fluids through Porous Media 15 (1937), 103 より。
- (12) 内田俊一, 藤田重文: 工業化學雑誌 37 (1934), 1578, 1707.
- (13) B. A. Bakhmeteff and N. V. Feodoroff: J. App. Mech., Trans. A. S. M. E., 4 (1937), A 97 又は Proc. 5th Intern. Congr. App. Mech., 1939, 555.
- (14) P. C. Carman: J. Soc. Chem. Ind., 57 (1938), 225; 58 (1939), 1.
- (15) L. P. Hatch: J. App. Mech., Trans. A. S. M. E., 7 (1940), A 109.
- (16) 岩波繁蔵: 日本機械學會論文集 6 (1940), 4 及び 8 (1942), III. 10.
- (17) H. Lamb: Hydrodynamics, 6th Ed. (1932), 594.
- (18) 壱井伊八: 海と空 15 (1935), 189.
- (19) E. Wigner and F. Seitz: Phys. Rev. 43 (1933), 804.
- (20) J. C. Slater: Phys. Rev. 45 (1934), 794.
- (21) H. M. Krutter: Phys. Rev. 48 (1935), 664.

面の粗さところがり摩擦

薬師寺 熏・熊谷清一郎・曾田範宗

(1949年2月1日受理)

1. まえがき

ころがり摩擦の機構がきわめて複雑で、その原因としていろいろな因子が考えられることはすでにまえにのべたが¹⁾、ここではその因子のうちの一つである面の粗さの問題だけをとりあげてキカ學的な立場からその影響についてのべたい。

實際のころがり面は接觸部の彈性的、塑性的變形のため、キカ學的な接觸狀態、いいかえれば變形を考えない接觸狀態とはひどく異つたものであるが、比較的荷重の小さい場合には第一近似として接觸部の變形を考えなくとも、一應面の粗さに関する定性的な議論だけはできると思われる。

われわれは表題にとくに面の粗さとことわつたが、現實にはどんなに完全に仕上げたと思われるころや球または平面の表面でもキカ學的には一定の凹凸が存在するのである。従つてここであつかう問題は、實際にはあらゆるころがり摩擦の中にふくまれているはずである。そして以下の計算が示すとおり、荷重が比較的低い場合には面の粗さにもとづくころがりの抵抗が事實上ころがり摩擦の大部分をしめているのではないかとさえ考えられるのである。

われわれは面の粗さを考慮にいれるために、まずころをきわめて邊數の多い正多角柱におきかえた。また平面は一定のピッチで山が並んでいると考えた。兩者がかみあう場合には當然にそこに滑りが生ずるはず

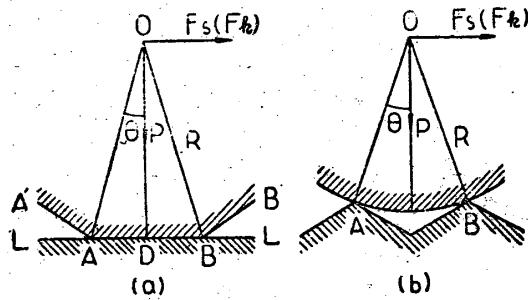
で、この場合にはその滑りの影響をしらべるために兩者の粗さのピッチが假りに等しいものとして議論をすすめた。こうした假定ですすんだ結果、トムリンソンの分子論的理論²⁾で説明できなかつたころがりにおける静止摩擦と運動摩擦との關係が定量的に説明されることになり、また滑りの關係を導入することによつて潤滑剤（ただし膜が充分うすくて、滑り部分の滑り摩擦を低下させるだけでその表面張力などの影響で抵抗を増加することは程度の膜）の影響についても定量的に表現することができた。なおおきないとしてクーロンのころがり摩擦の法則と比較検討し、さらに接觸面における癒着、粘着などの影響についても多少考察した。

2. 静止ころがり摩擦係数、 ρ_s

ころを断面が正多角形である多角柱と考え、簡単のため平面はキカ學的な平面とする。そしてその一側面を平面に接して安定に静止していると考える（第1圖 a）。

あるいは逆に、ころは完全なキカ學的圓柱とし、平面の粗さが同一ピッチで同一高さの山がならんでいるものと考えても（第1圖 b），結果はまつたくおなじである。ここでははじめの場合について議論をすすめる。

第1圖 aに示した多角柱の中心 O に F_s という力を矢の方向に加えることによつて、いまこのころがは



第 1 圖

じめてころがり出したとすれば、それはころが B を支點としてつぎの側面 BB' が平面に接するように回転することである。このさい重力に抗して一定のモーメントを加えることになる。

いまころの中心 O にかかる垂直荷重 P とすれば、ころがりはじめにつぎの関係がなりたつ。

$$P \times DB = F_s \times OD$$

$$\therefore \rho_s = \frac{F_s}{P} = \tan(\pi/n)$$

$$= \frac{\pi}{n} + \frac{1}{3} \left(\frac{\pi}{n} \right)^3 + \dots \quad \dots \quad (1)$$

ただし n は多角柱の邊數で、一般には n は非常に大きいから近似的につぎの簡単な式であらわせる。

$$\rho_s = \pi/n \quad \dots \quad (1)'$$

3. 運動ころがり摩擦係数、 ρ_k

第1圖 aにおいて、もしもころを連續的にころがるものとすれば、その平均の運動ころがり摩擦係数はどうなるだろうか。このときはころの中心 O が $2DB$ だけの距離をころがり進むたびに、 P に抗して $OB - OD$ だけ中心 O を持ちあげる仕事をくりかえすことになるから、その間の平均の引張り力を F_k とすると、

$$F_k \times 2DB = P \times (OB - OD)$$

$$\therefore \rho_k = \frac{F_k}{P} = \frac{1}{2} \tan \frac{\pi}{2n}$$

$$= \frac{1}{2} \left\{ \frac{\pi}{2n} + \frac{1}{3} \left(\frac{\pi}{2n} \right)^3 + \dots \right\} \quad \dots \quad (2)$$

まえとおなじ考え方で、近似的にはつぎのようにあらわすことができる。

$$\rho_k = \frac{\pi}{4n} \quad \dots \quad (2)'$$

4. 滑りを考慮にいれた静止ころ

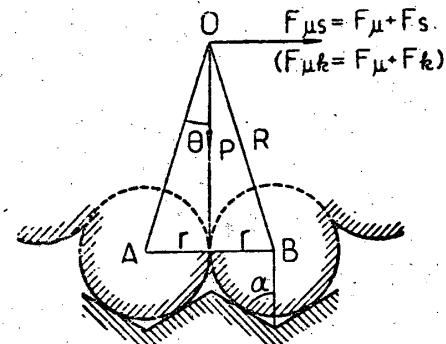
がり摩擦係数 $\rho_{\mu s}$ と運動ころ

がり摩擦係数 $\rho_{\mu k}$

ころと平面とともに凹凸があると考へると、それ

らのあるものは互いに山と谷とがくみあつて、そこにラックとピニオンのかみあいのような滑りを生ずるはずである。

簡単のため、いまころの表面の凹凸を半径 r の小圓が第2圖のように相密接している形と考え、一方平面の表面の凹凸は、谷の角が 2α である三角波形をなしているものと考える。兩者のピッチは相等しく、いま圖のような位置で平衡しているとする。



第 2 圖

この場合もまつたくまえと同じ考え方で兩ころがり摩擦係数が求まるが、ただそのさい表面におこる滑り摩擦による抵抗だけが大きくなる。

いまこの滑りの摩擦係数を μ とし、いまの場合運動摩擦係数、静止摩擦係数ともに相等しいと假定する。それは運動摩擦係数といつてもいまの場合その滑り速度がきわめて小さいから、事實上静止摩擦係数と大差ないと考えられるからである。

するとまつたくまえと同様にして、この μ にうちかつだけに要する力を F_μ とすると、第2圖から

$$RF_\mu = r\mu \frac{P}{\sin \alpha}$$

$$\rho_\mu = \frac{F_\mu}{P} = \frac{\mu}{\sin \alpha} \sin \frac{\pi}{n}$$

$$= \frac{\mu}{\sin \alpha} \left\{ \frac{\pi}{n} + \frac{1}{3!} \left(\frac{\pi}{n} \right)^3 + \dots \right\} \quad \dots \quad (3)$$

ただし ρ_μ は滑りにもとづくころがり摩擦係数で、近似的には

$$\rho_\mu = \frac{\mu}{\sin \alpha} \cdot \frac{\pi}{n} : \dots : \dots \quad (3)'$$

ρ_μ をまえの ρ_s , ρ_k に加えることによつて滑りを考慮にいれたころがり摩擦係数 $\rho_{\mu s}$, $\rho_{\mu k}$ がもとまる。すなわち

$$\rho_{\mu s} = \left(1 + \frac{\mu}{\sin \alpha} \right) \frac{\pi}{n} \quad \dots \quad (4)$$

$$\rho_{\mu k} = \left(\frac{1}{4} + \frac{\mu}{\sin \alpha} \right) \frac{\pi}{n} \quad \dots \quad (5)$$

面の凹凸の角 2α は一義的にはきまらないが、いま $2\alpha=60^\circ$ とすると (4), (5) 式はつぎのようになる。

$$\rho_{\mu s} = (1+2\mu) \frac{\pi}{n} \quad \dots \dots \dots \quad (4)'$$

$$\rho_{\mu k} = \left(\frac{1}{4} + 2\mu\right) \frac{\pi}{n} \quad \dots \dots \dots \quad (5)'$$

5. ρ_s , ρ_k , $\rho_{\mu s}$, $\rho_{\mu k}$ 間の関係

(1)', (2)', (4)', (5)' 式から ρ_s , ρ_k 間, および $\rho_{\mu s}$, $\rho_{\mu k}$ 間の関係がまとまる。すなわち

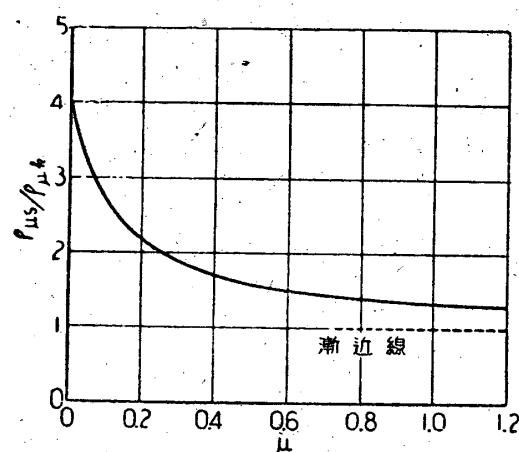
$$\begin{aligned} \rho_s/\rho_k &= 4 \\ \rho_s - \rho_k &= \frac{3}{4} \frac{\pi}{n} \end{aligned} \quad \left. \right\} \dots \dots \dots \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \frac{\rho_{\mu s}}{\rho_{\mu k}} &= \frac{1+2\mu}{\frac{1}{4} + 2\mu} \\ \rho_{\mu s} - \rho_{\mu k} &= \frac{3}{4} \frac{\pi}{n} \end{aligned} \quad \left. \right\} \dots \dots \dots \quad (7)$$

すなわち滑りを考慮にいれないと、静止ころがり摩擦係数は運動ころがり摩擦係数のちょうど 4 倍となり、この比が粗さに無関係であることは重要である。また表面の凹凸にもとづく滑り摩擦の影響としては、滑り摩擦係数 μ が大きいほど兩ころがり摩擦係数は接近するが、 μ が小さくなると兩係数の比 $\rho_{\mu s}/\rho_{\mu k}$ は次第に増加し、 μ が零になつたときついにはじめの滑り摩擦を考慮にいれなかつたときの値 4 に一致する。第 1 表および第 3 圖はこの関係を示したものである。

第 1 表

μ	0	0.05	0.1	0.2	0.5	1	5	∞
$\rho_{\mu s}/\rho_{\mu k}$	4	3.14	2.67	2.15	1.6	1.33	1.07	1



第 3 圖

6. 計算の一例

以上のような考え方によるころがり摩擦係数の計算例を一つ示そう。簡単のため第 1 圖 a のようなころをとり、その直徑を 10 mm とする。するとこの多角柱の邊數 n , 凹凸のピッチ p と静止摩擦係数 ρ_s との関係は (1)' 式により第 2 表のようになる。

第 2 表 (ころの直徑 = 10 mm)

邊數, n	$10^2 \pi$	$10^3 \pi$	$10^4 \pi$	$10^5 \pi$
ピッチ p , mm	0.1	0.01	0.001	0.0001
ρ_s	0.01	0.001	0.0001	0.00001

ふつうのころ軸受用のラップ仕上げのころの表面でも、ピッチ 0.01~0.001 mm くらいの凹凸はあると考えられる。これは 10 mm のころを ($10^3 \pi$ ~ $10^4 \pi$) 邊形と考へることに相當し、そのときの静止ころがり摩擦係数は 0.001~0.0001 となる。この値は経験的なころがり摩擦係数と程度がよく一致する。

7. おぎないと討論

(a) クーロンのころがり摩擦法則、その他について以上の関係によつて、われわれはころがり摩擦係数が(少くも面の粗さに關するかぎり)ころの邊數 n だけできまり、 n が一定ならころの半径や荷重には無関係に定まることを知つたのであるが、逆に實際的見地からみてころの大小によらずその表面仕上げが同一の場合、いいかえると粗さのピッチ p が一定の場合はどうなるだろうか。簡単のため ρ_s についてみると

$$np = 2\pi R$$

であるから、(1)' 式とあわせて

$$\rho_s = \frac{p}{2R} \quad \dots \dots \dots \quad (1)''$$

すなわち p が一定なら ρ_s は荷重には無関係にころの半径に逆比例することになる。

ころがり摩擦抵抗についてはふるくはクーロン (Coulomb) の法則が知られている³⁾。それはころがり抵抗 F がころの重量 P に比例し、かつその半径 R に逆比例するというので、式でかきあらわすと

$$F \propto \frac{P}{R} \quad \dots \dots \dots \quad (8)$$

従つてころがり摩擦係数 ρ は

$$\rho \propto \frac{1}{R} \quad \dots \dots \dots \quad (9)$$

すなわちわれわれが粗さのみの立場から求めたころ

は $t_0 = 30 \sim 3 \text{ g/mm}^2$ となつてやはりほぼ同程度になる。そこでいま $t_0 = 10 \text{ g/mm}^2$ として p と ρ_a との関係、および全ころがり摩擦に對する ρ_a の割合を求めるに第3表のようになる。

こうして p の小さいときはあまりきかないが、 p が大きくなるとかなり ρ_a の影響の大きくなることがわかる。久田氏ら⁴⁾の實驗では時計油を用いたときの摩擦のうち、その約 11% は時計油に原因するものだつた。

第3表 (ころの直徑=10 mm)

$p \text{ mm}$	0.1	0.01	0.001	0.0001
ρ_s	0.01	0.001	0.0001	0.00001
ρ_a	0.0108	0.000108	0.00000108	—
$\rho_a/(\rho_s + \rho_a), \%$	52	9.8	1.1	—

しかしこの計算はきわめて假定が多く、たとえば荷重が多少でも大きくなると凹凸のピッチよりも接觸面の彈性變形の影響の方が當然のことながら大きくなるとか、またこの計算では引きはなしの抵抗力を接着面 AB の範圍のみに限つて考慮したが、實際は潤滑剤をふくむときなど、 AB 面のとなりの面までもずっと廣く抵抗力が働くはずだから、 p の影響はそれらの影響におおわれてしまうことも十分考えられる。従つてこの計算もころがり抵抗を分析した一つの原因程度に考えるべきである。

8. む す び

面の粗さにもとづくころがり摩擦抵抗のおとり方、その機構について簡単な分析を行なつた。しかし面の粗さの影響は、荷重の小さいとき最も大きくきくだろうと思われる所以で、すべて上の計算は面の凹凸が荷重のためあまりひどく變形しない程度の輕荷重範囲に限り、多かれ少なかれ妥當する考え方だと思う。事實この考え方でクーロンのころがり摩擦の法則はよく説明された。

荷重が大きくなると、たとえはじめにキカ堅物的な圓柱や球や平面であつたものも、變形のために上にのべたとほぼ似かよつた現象がおこり、上にのべたとほぼ似かよつた機構でころがり抵抗の原因を作ると思う。しかし彈性變形による複雑な接觸状態を正確に分析することは困難であり、以上のべたような多角柱を基本にした考え方（たとえばその一側面を彈性接觸面と考えて、この面積を荷重にむすびつけるなど）もころがり摩擦を分析する一つのふみ臺にはなろうと思う。

文 献

- (1) 曾田、薬師寺： 理工研報告 3 (1949), 56.
- (2) G. A. Tomlinson: Phil. Mag. [7] 7 (1929), 905.
- (3) O. Reynolds: Sci. Pap. Vol. 1 (1900), 132.
- (4) 久田、津川： 機械試験所報 2 (1947), No. 2, 13.
- (5) F.P. Bowden and D. Tabor: Proc. Roy. Soc. London, 169 (1939), 391.

潤滑油の油性に関する研究(第3報)

微量のパルミチン酸を含むスピンドル油の摩擦係数

永井 雄三郎・長谷川 浩

(1949年2月19日受理)

W. B. Hardy¹⁾は少量のパルミチン酸を含む炭化水素油を潤滑剤としてその静摩擦係数を測定した結果、摩擦係数は摩擦面の温度が上昇するに従い次第に低下するが、約 50°C 以上では温度に無関係に一定になる事を認めた。又パルミチン酸 0.33% 以上含有するものについて温度上昇及び降下の場合も實驗し、温度の上昇で一旦低下した摩擦係数は温度を降下させても低

下したまゝで元の値にはもどらない事を示した。M. Briaut²⁾は市販餌油潤滑油にオレイン酸 0.5% 加えたものを潤滑剤とし同じく静摩擦係数を測定し、その摩擦係数は始め摩擦面の温度に無関係に一定値を示し、後 40~70°C 間の或る温度で急に低下し、その後は再び温度に無関係に一定になる事を示した。又 E. R. Redgrove³⁾はパルミチン酸又はオレイン酸を 1% 含