

薄板の円筒深絞り加工の全歪説による解析

福井伸二, 由利裕三*, 吉田清太**

(1954年7月15日受理)

Analysis for Deep-Drawing of Circular Shell based on Total Strain Theory

Shinji FUKUI, Hirozo YURI and Kiyota YOSHIDA

(Received July 15, 1954)

ABSTRACT: An analysis, based on the total strain theory combined with octahedral shear theory, for the deep-drawing of circular shell is developed in this paper. For this purpose the actual process is traced as exactly as possible, the local variations of thickness and strain hardening taking into consideration. The calculated values for strain distributions and punch forces are compared with experimental results, about quasi-isotropic phosphor bronze sheets drawn by plane die and conical die, and good agreements are obtained. Furthermore, calculated values thus obtained are compared with results by approximate formulas which have been suggested already by other investigators. It is revealed that the strain distributions over the flange region are nearly independent of sheet materials.

緒言

剛性体のポンチとダイスを用いて、薄板から、いろいろな形状の継目無し容器を成形する方法は古くから行われている。それらの容器のうち、最も簡単で基本的なものは、軸対称の円筒容器である。それで、円筒深絞り加工に関しては古くから多数の人々⁽¹⁾によつて、実験的にも、また理論的にも研究されてきた。

例えば、Sommer⁽²⁾ はじめ数氏⁽³⁾ の研究者によつて、応力あるいは歪分布を求めた研究が発表されている。Sachs⁽⁴⁾ の研究以外の多くは、応力ならびに歪とも、板厚方向の成分を無視して、いわゆる二次元として取扱つている。そして塑性変形条件として、主応力説、主剪断応力説あるいは剪断歪エネルギー説を用いている。

板厚方向の応力成分を無視することは、実際の現象と大きな違いはないと思われるが、板厚の変化は大きく、歪にして20~40%に及ぶことは多

くの実験より明らかである。また、変形領域の場所によつて、加工硬化の程度が異なることも当然考えられる。

そこで筆者等は、加工硬化ならびに板厚が場所によつて異なることを考慮して、実際の加工現象に忠実に従つた応力解析を1948年以降しばしば講演会で発表した。⁽⁵⁾⁽⁶⁾⁽⁷⁾ 塑性域に於ける応力-歪関係は八面体剪断応力説に従い、応力分布、歪分布ならびに絞り力等を求めた。そして、それらの計算値が実験値とよく一致することも確めた。

1951年に、M. H. Lee Wu⁽⁸⁾ は筆者等と同様な方法で、平面応力問題の解析を行つているが、こゝに筆者等の結果をまとめて報告する次第である。

以上の諸解析は、いずれも全歪説に基づいて取扱はれたものである。主応力比および主歪比が一定に保たれて変形が進み、かつ主応力方向が材料に対して変化せず、そして変形中に応力の軽減が起らない場合、全歪説による解析は歪増分説に基づいた解析と同じ結果をあたえる。M. H. Lee Wu⁽⁸⁾ も指摘しているように、円板の廻転による

* 元、理工学研究所助手

** 千葉大学工学部

変形、液圧張出し、あるいは絞り加工等はこのような場合に近い変形と考えられる。主応力比や主歪比が変形中一定でない変形を解析するには、歪増分説によつて取扱うことが望ましいのは勿論である。R. Hill⁽⁶⁾ は歪増分説によつて、簡単な深絞り加工の解析を行つている。

筆者等は最初、比較応力（相当応力）と比較歪（相当歪）を直線で関係づけて計算を行つた。⁽⁵⁾⁽⁶⁾ その後筆者等の研究室における、薄板の塑性曲線に関する研究⁽¹⁰⁾ でも、塑性曲線は冪函数で実用的にさしつかえない程度に近似させることがわかつた。そこで筆者等は、この関係を用い、直線関係の場合も含めて一般化するとともに、材料の違いによる歪分布の相違も調べた。⁽⁷⁾ また、いままでの近似計算法ならびに実験結果とも比較検討した。

I 部 応力解析

1. 塑性域に於ける応力と歪の関係

いわゆる全歪説には、つぎに示す応力と歪の関係がある。

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_1 &= \frac{1}{L} \left\{ \sigma_1 - \frac{1}{2}(\sigma_2 + \sigma_3) \right\} \\ \epsilon_2 &= \frac{1}{L} \left\{ \sigma_2 - \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3) \right\} \\ \epsilon_3 &= \frac{1}{L} \left\{ \sigma_3 - \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_2) \right\} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ここに、 ϵ は対数歪、 σ は真応力である。L は塑性係数で、弾性域におけるヤング係数 E のように一定の値でなく、応力状態の函数である。さらに式 1 より

$$\left\{ \frac{2}{3} (\epsilon_1^2 + \epsilon_2^2 + \epsilon_3^2) \right\}^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{L} \left\{ \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_2\sigma_3 - \sigma_3\sigma_1 \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (2)$$

が導かれる。普通、左辺は比較歪（相当歪） ϵ_0 、右辺は比較応力（相当応力） σ_0 と呼ばれている。

さて、単純引張試験において、主軸 1, 2, 3 をそれぞれ長さ方向、厚み方向、板巾方向にとると $(\epsilon_2)_t = (\epsilon_3)_t = -(\epsilon_1)_t/2$, $(\sigma_2)_t = (\sigma_3)_t = 0$ であるから式 2 より $\sigma_0 = (\sigma_1)_t$, $\epsilon_0 = (\epsilon_1)_t$ となる。したがつて、 σ_0 と ϵ_0 の間に一義的な関係があると仮定すれば、引張試験で $(\sigma_1)_t \sim (\epsilon_1)_t$ 曲線を求め

ることは、その材料の $\sigma_0 \sim \epsilon_0$ 関係を求めることになる。引張試験より得た $(\sigma_1)_t \sim (\epsilon_1)_t$ 関係を

$$(\epsilon_1)_t = f\{(\sigma_1)_t\}$$

とすれば $\epsilon_0 = f(\sigma_0) = \sigma_0/L$ 。

したがつて

$$\frac{1}{L} = \frac{f(\sigma_0)}{\sigma_0}$$

で、 f は引張試験より得られる、いわゆる塑性函数である。まえにも述べたように、引張試験で求めた $(\sigma_1)_t \sim (\epsilon_1)_t$ の関係は近似的に $(\sigma_1)_t = K' \{(\epsilon_1)_t\}^n$ であらわすことができる。ゆえに $\sigma_0 = K' \epsilon_0^n$ となり、

$$\frac{1}{L} = \frac{\left(\frac{1}{K'}\right)^{1/n} (\sigma_0)^{1/n}}{\sigma_0} = K \sigma_0^m \quad (3)$$

である。ここに $K = (1/K')^{1/n}$, $m = (1-n)/n$ を示し、それぞれ、引張試験より求まる材料固有の常数である。式 1 と式 3 より、塑性域に於ける応力と歪の一般的関係式 4 が求まる。

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_1 &= K \sigma_0^m \left\{ \sigma_1 - \frac{1}{2}(\sigma_2 + \sigma_3) \right\} \\ \epsilon_2 &= K \sigma_0^m \left\{ \sigma_2 - \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3) \right\} \\ \epsilon_3 &= K \sigma_0^m \left\{ \sigma_3 - \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_2) \right\} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

2. 応力の釣合式とその解 (1 フランジ部)

深絞り加工において応力解析の対称となる部分は、フランジ部 (図 1 の A~B 部分) と、ダイス肩に接触している部分 (図 1 の B~C 部分) である。以下、一般の場合すなわち、ダイス面がポンチ中心軸と θ なる角度を有する円錐形ダイスについて解析を行う。

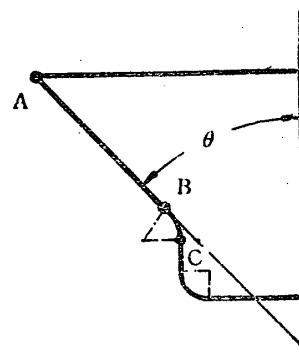


Fig. 1 Configuration of blank at a certain stage of drawing process by conical die.

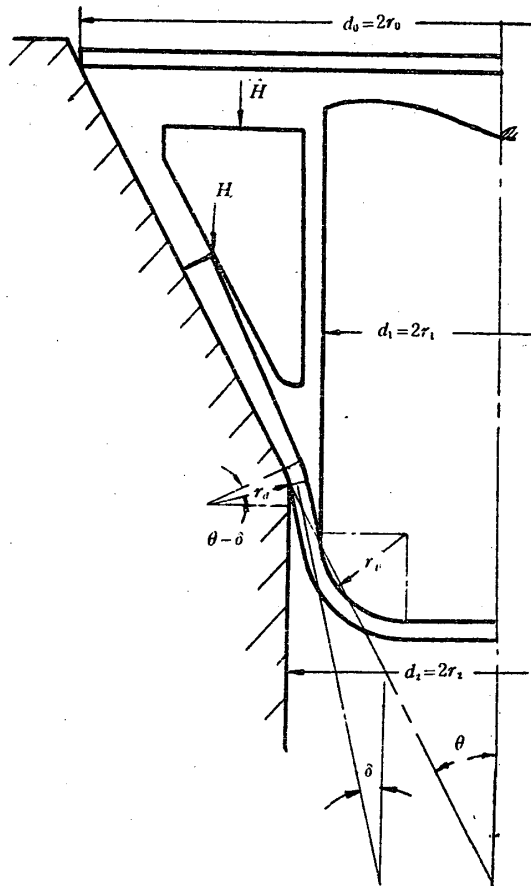


Fig. 2 Manner of blank holding, and symbols for tool and blank dimensions.

深絞り加工の途中を考えると、図2に示すように、板厚は最外周で最も厚くなる。それゆえ、Sachsが仮定したように、しわ抑え力はこの部分のみにかゝると仮定する。したがって、しわ抑え力によつて生ずる板厚方向の応力成分は、他の部分では小さい。しかしダイス面に接触している素板の下面は、円周方向応力によつて生ずる、板厚方向の応力が加えられる。いま、主軸方向をそれぞれ、半径方向……1、板厚方向……2、円周方向……3 とすると、ダイス面から素板の下面に加えられる板厚方向の応力 σ_2' は

$$\sigma_2' = \frac{T}{R} \cos \theta \cdot \sigma_3 \quad (5)$$

である。こゝに T は考える点の板厚、 R はその点のポンチ中心よりの半径である。まえに述べたように、素板上面に作用する板厚方向の応力は小さいから、平均された σ_2 は式5の値より小さくなる。また薄板の場合、 R が十分大きければ T/R は小さいので σ_2 は σ_1 、 σ_3 に比して小さい。それで、板厚方向の応力成分は無視してもよい。

フランジ部における応力の釣合式は、筆者の一

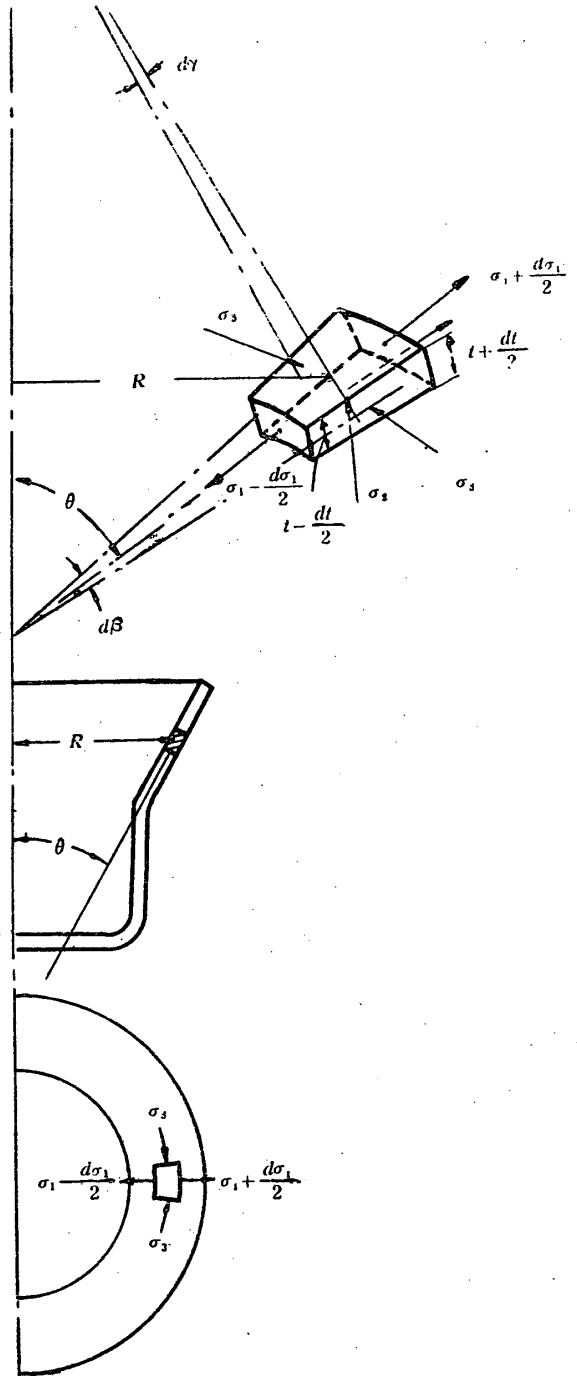


Fig. 3 Acting stresses in faces of a sector element in flange part AB.

人⁽¹¹⁾が示したように式6であたえられる。(図3参照)

$$\frac{d(\sigma_1 \cdot R \cdot T)}{dR} = (1 + \mu \cot \theta) \sigma_3 \cdot T \quad (6)$$

こゝに応力は引張りを正とする。

つぎに、材料の変位を考えてみる。図4に示すように変形前に、半径 r と $r + dr$ の間にあつた部分が、絞り行程が進み、考える絞り行程において、半径 R と $R + dR$ の間に移動したとする。 r のところの中心方向への移動量を u とすれば、 $r +$

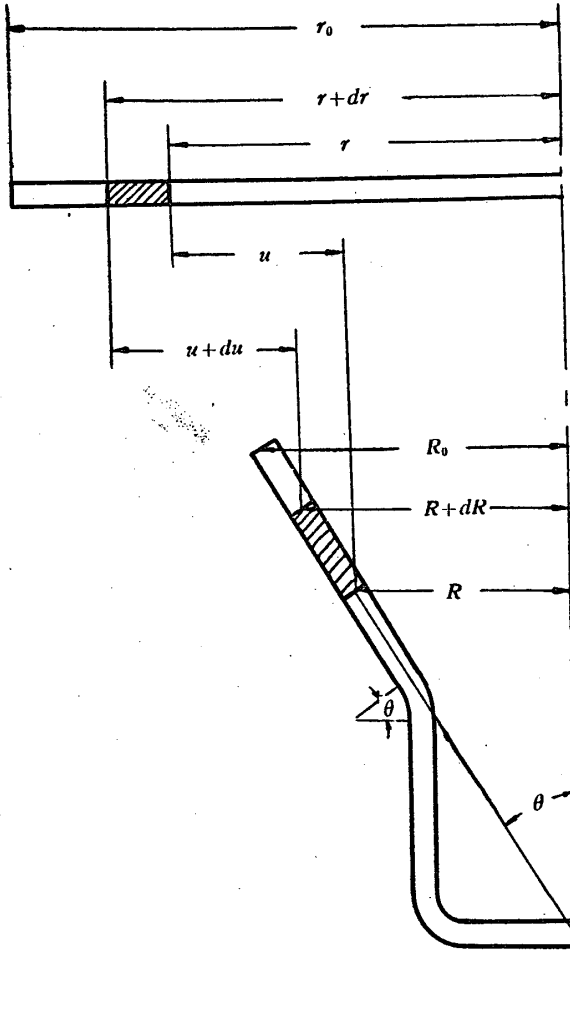


Fig. 4 Displacement of an element in flange part AB.

dr 部分の移動量は $u+du$ である。いま λ で慣用歪を示せば、この部分の半径方向 λ_1 、円周方向 λ_3 はそれぞれ次のようになる。ただし、 u は r の増す方、すなわちポンチ中心より外側に向つて正とする。

$$\lambda_1 = \frac{dr+du}{\sin \theta} - dr$$

$$= \frac{1}{\sin \theta} \frac{du}{dr} + \left(\frac{1}{\sin \theta} - 1 \right).$$

$$\lambda_3 = \frac{u}{r}.$$

したがつて、

$$\frac{d\lambda_3}{dr} = \frac{1}{r} \left(\frac{du}{dr} - \frac{u}{r} \right)$$

$$= \frac{1}{r} \{ \sin \theta (1 + \lambda_1) - (1 + \lambda_3) \}. \quad (7)$$

また、対数歪と慣用歪の関係より

$$1 + \lambda_1 = e^{\varepsilon_1}, \quad 1 + \lambda_3 = e^{\varepsilon_3}$$

となるから、式7は次のようになる。

$$e^{\varepsilon_3} \frac{d\varepsilon_3}{dr} = \frac{1}{r} (\sin \theta e^{\varepsilon_1} - e^{\varepsilon_3}). \quad (8)$$

つぎに、独立変数を変形前の半径 r から変形後の半径 R へと変換を行う。

$$R = r + u$$

$$\frac{d}{dr} = \frac{dR}{dr} \cdot \frac{d}{dR} = \left(\frac{du}{dr} + 1 \right) \frac{d}{dR}$$

$$= (1 + \lambda_1) \sin \theta \frac{d}{dR} = e^{\varepsilon_1} \sin \theta \frac{d}{dR},$$

$$e^{\varepsilon_3} = \frac{R}{r},$$

等の関係より、歪方程式9が得られる。

$$\frac{d\varepsilon_3}{dR} = \frac{1}{R} \left(1 - \frac{1}{\sin \theta} e^{\varepsilon_3 - \varepsilon_1} \right). \quad (9)$$

この式9と、釣合の式6を連立させ、前節の応力と歪関係式4を用いて解けば、応力 σ_1 、 σ_3 ならびに歪 ε_1 、 ε_2 、 ε_3 の各分布が求まる。

まず、式6を変形すれば

$$R \frac{d\sigma_1}{dR} + R\sigma_1 \frac{1}{T} \frac{dT}{dR} + \sigma_1 = (1 + \mu \cot \theta) \sigma_3 \quad (6')$$

となる。一方、 $\varepsilon_2 = \ln(T/l_0)$ であるから

$$\frac{d\varepsilon_2}{dR} = \frac{1}{T} \frac{dT}{dR}$$

である。ここに l_0 は変形前の素板の板厚である。したがつて式6'は式10のようになる。

$$R \frac{d\sigma_1}{dR} + R\sigma_1 \frac{d\varepsilon_2}{dR} = (1 + \mu \cot \theta) \sigma_3 - \sigma_1. \quad (10)$$

また、式4の ε_2 を R で微分すれば、($\sigma_2 = 0$ としてよいから)

$$\frac{d\varepsilon_2}{dR} = \frac{d\sigma_1}{dR} \left\{ \frac{1}{4} K m \sigma_0^{m-2} (\sigma_1 + \sigma_3) (\sigma_3 - 2\sigma_1) \right.$$

$$\left. - \frac{1}{2} K \sigma_0^m \right\} + \frac{d\sigma_3}{dR} \left\{ \frac{1}{4} K m \sigma_0^{m-2} \right.$$

$$\left. \times (\sigma_1 + \sigma_3) (\sigma_1 - 2\sigma_3) - \frac{1}{2} K \sigma_0^m \right\}$$

となる。これを式10に代入して整理すると式11が得られる。

$$A \frac{d\sigma_1}{dR} + B \frac{d\sigma_3}{dR} = C. \quad (11)$$

ここに

$$A = R + R\sigma_1$$

$$\times \left\{ \frac{1}{4} K m \sigma_0^{m-2} (\sigma_1 + \sigma_3) (\sigma_3 - 2\sigma_1) - \frac{1}{2} K \sigma_0^m \right\},$$

$$B = R\sigma_1 \left\{ \frac{1}{4} K m \sigma_0^{m-2} (\sigma_1 + \sigma_3) (\sigma_1 - 2\sigma_3) - \frac{1}{2} K \sigma_0^m \right\},$$

$$C = (1 + \mu \cot \theta) \sigma_3 - \sigma_1.$$

さらに、式4の ϵ_3 を R で微分して次式がえられる。

$$\frac{d\epsilon_3}{dR} = \frac{d\sigma_1}{dR} \left\{ \frac{1}{4} Km\sigma_1^{m-2} (2\sigma_1 - \sigma_3)(2\sigma_3 - \sigma_1) - \frac{1}{2} K\sigma_1^m \right\} + \frac{d\sigma_3}{dR} \left\{ \frac{1}{4} Km\sigma_1^{m-2} (2\sigma_3 - \sigma_1)^2 + K\sigma_1^m \right\}$$

これを歪方程式 9 に入れて整理すれば式 12 となる。

$$A' \frac{d\sigma_1}{dR} + B' \frac{d\sigma_3}{dR} = C' \quad (12)$$

ここに、

$$A' = \frac{1}{4} Km\sigma_1^{m-2} (2\sigma_1 - \sigma_3)(2\sigma_3 - \sigma_1) - \frac{1}{2} K\sigma_1^m,$$

$$B' = \frac{1}{4} Km\sigma_1^{m-2} (2\sigma_3 - \sigma_1)^2 + K\sigma_1^m,$$

$$C' = \frac{1}{R} \left\{ 1 - \frac{1}{\sin \theta} e^{\frac{3}{2} K\sigma_1^m (\sigma_3 - \sigma_1)} \right\},$$

である。式 11, 12 を連立させ、さらに整理すれば、式 13 が得られる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\sigma_1}{dR} &= \frac{B'C - BC'}{AB' - A'B} \\ \frac{d\sigma_3}{dR} &= \frac{AC' - A'C}{AB' - A'B} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

式13は直接積分はできないが、右辺は σ_1, σ_3, R の函数であるから、数値的には積分しうる。

ところで問題になるのは初期値、すなわち最外縁での応力 σ_{10}, σ_{30} の値がわからねばならない。つぎに、二つの場合の初期値について考えてみる。

(a) しわ抑え力 H が加わっている平面ダイスの場合

いま、最外縁の直径 $2R_0$ があたえられたものとする。しわ抑え力はこの部分に、集中荷重的にかかっている。また、その接触範囲もわからぬから、 H による σ_2 はここでも無視して、ただ H によつて生ずる半径方向の摩擦力のみを考え、これを $R=R_0$ に於ける σ_{10} とする。しかるときはつぎに示すような関係がある。

$$\epsilon_3 = \ln \frac{R_0}{r_0} = K\sigma_1^m \left(\sigma_{30} - \frac{\sigma_{10}}{2} \right) \quad (14)$$

$$\epsilon_2 = \ln \frac{T_0}{t_0} = K\sigma_1^m \left(-\frac{\sigma_{10} + \sigma_{30}}{2} \right),$$

$$\therefore T_0 = t_0 e^{K\sigma_1^m \left(\frac{\sigma_{10} + \sigma_{30}}{2} \right)}$$

$$\therefore \sigma_{10} = \frac{2\mu H}{2\pi R_0 T_0} = \frac{\mu H}{\pi R_0 t_0} e^{K\sigma_1^m \left(\frac{\sigma_{10} + \sigma_{30}}{2} \right)} \quad (15)$$

式 14, 15 を連立させ、図的に解けば図 5 に示すように、初期値 σ_{10}, σ_{30} が求まる。

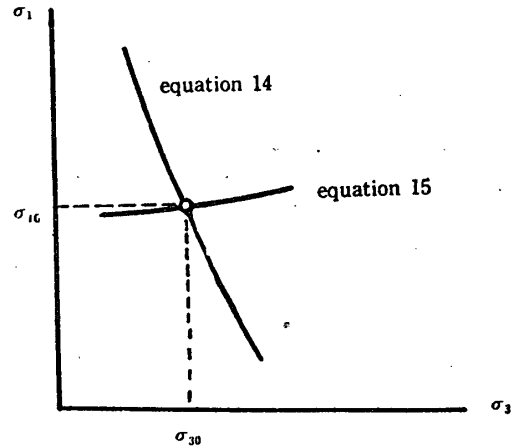


Fig. 5 Graphical solutions of σ_{10}, σ_{30} for numerical integration.

(b) しわ抑え力が不要な円錐ダイスの場合
円錐形ダイスでの深絞りでは r_0/t_0 の比が 25 ~ 35 範囲迄は、しわ抑え力なしで加工できる。このような場合、 $R=R_0$ に於て $\sigma_{10}=0$ である。したがつて、最外縁にをいては円周方向の純圧縮と考えれば $\epsilon_3 = \ln(R_0/r_0)$ であるから、式 16 より σ_{30} が求まる。

$$\sigma_{30} = K' \left(\ln \frac{R_0}{r_0} \right)^n \quad (16)$$

3. 応力の釣合式とその解 (2 ダイス肩に接触している部分)

この部分の応力の釣合式は、これも筆者の一人⁽²⁾ が示したように、式17のようになる (図6参照)。

$$\frac{d(\sigma_1 \cdot R \cdot T)}{dR} = -\sigma_3 T \{ \sin(\theta - \alpha) + \mu \cos(\theta - \alpha) \} \times R_a + \mu \cdot \sigma_1 \cdot R \cdot T \quad (17)$$

ここに $R_a = r_a + T/2$, α は B 点より六面体迄の角度, θ はフランジ部がボンチ中心軸となす角度である。

つぎに、歪方程式を考えると、 R と $R+dR$ の部分は、 $\theta - \alpha$ なる角度の円錐形ダイスに接していると同じに考えられるから (図7参照)、

$$\frac{d\epsilon_3}{dR} = \frac{1}{R} \left\{ 1 - \frac{1}{\sin(\theta - \alpha)} e^{\epsilon_3 - \epsilon_1} \right\}$$

となる。また、 $R = R_4 + R_a - R_a \cos(\theta - \alpha)$ であ

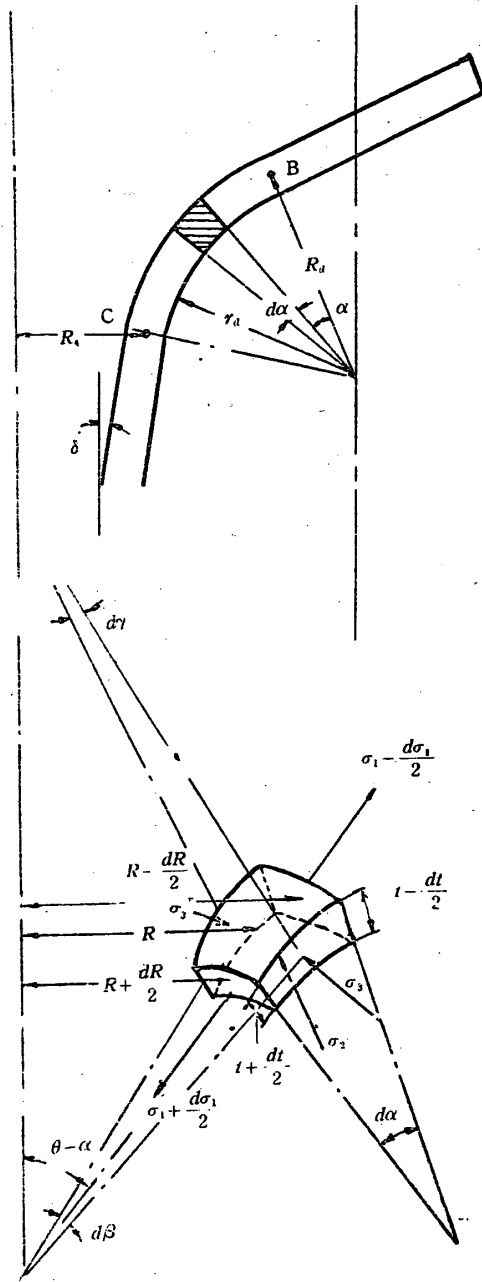


Fig. 6 Acting stresses in faces of a sector element in flange part BC.

るから、独立変数を R から α え変換すれば

$$\frac{dR}{d\alpha} = -R_a \sin(\theta - \alpha).$$

$$\frac{d}{dR} = \frac{d\alpha}{dR} \cdot \frac{d}{d\alpha} = \frac{d/d\alpha}{dR/d\alpha} = \frac{-1}{R_a \sin(\theta - \alpha)} \frac{d}{d\alpha}.$$

$$\therefore \frac{d\varepsilon_3}{d\alpha} = -\frac{R_a}{R} \{ \sin(\theta - \alpha) - e^{\varepsilon_3 - \varepsilon_1} \}. \quad (18)$$

この場合簡単のために、 R_a は一定と考えた。式 18, 17, 4 等より前節と同様な取扱いで、式19の連立微分方程式が導かれる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\sigma_1}{d\alpha} &= \frac{B'C - BC'}{AB' - A'B} \\ \frac{d\sigma_3}{d\alpha} &= \frac{AC' - A'C}{AB' - A'B} \end{aligned} \right\}. \quad (19)$$

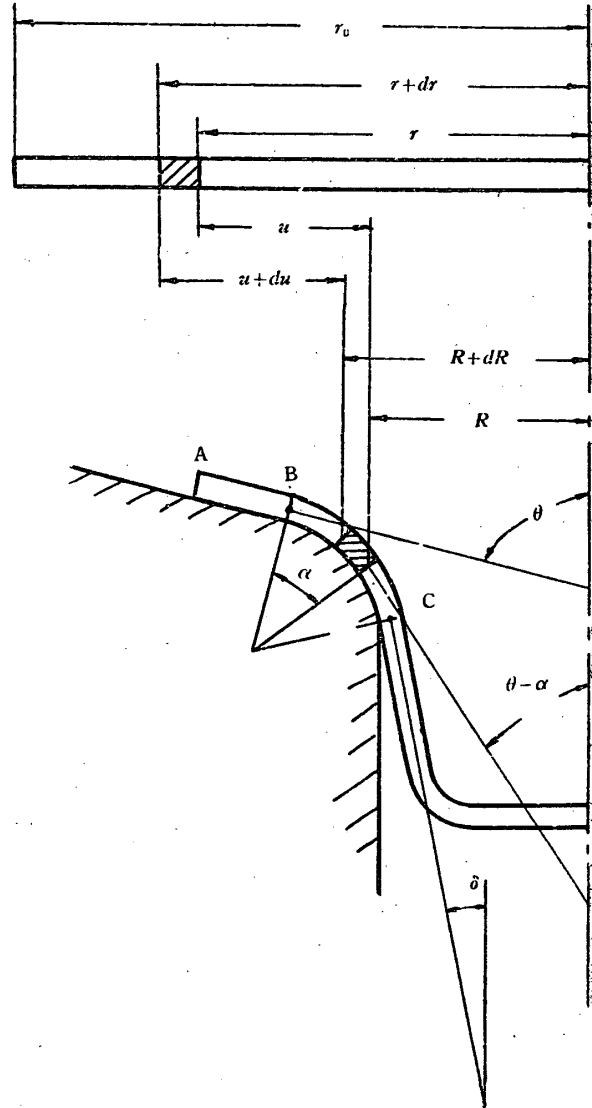


Fig. 7 Displacement of an element in flange part BC.

ここに、

$$A = R + R\sigma_1 \left\{ \frac{1}{4} K m \sigma_g^{m-2} (\sigma_1 + \sigma_3) (\sigma_3 - 2\sigma_1) - \frac{1}{2} K \sigma_g^m \right\},$$

$$B = R\sigma_1 \left\{ \frac{1}{4} K m \sigma_g^{m-2} (\sigma_1 + \sigma_3) (\sigma_1 - 2\sigma_3) - \frac{1}{2} K \sigma_g^m \right\},$$

$$C = -\sigma_3 \{ \sin(\theta - \alpha) + \mu \cos(\theta - \alpha) \} R_a + \sigma_1 \{ \mu R + R_a \sin(\theta - \alpha) \},$$

$$A' = \frac{1}{4} K m \sigma_g^{m-2} (2\sigma_1 - \sigma_3) (2\sigma_3 - \sigma_1) - \frac{1}{2} K \sigma_g^m.$$

$$B' = \frac{1}{4} K m \sigma_g^{m-2} (2\sigma_3 - \sigma_1)^2 + K \sigma_g^m,$$

$$C' = -\frac{R_a}{R} \{ \sin(\theta - \alpha) - e^{\frac{3}{2} \varepsilon_g^m (\sigma_3 - \sigma_1)} \},$$

$$R = R_a + R_a \{ 1 - \cos(\theta - \alpha) \}.$$

式19は、2節で求めたB点の σ_1, σ_3 を初期値として、数値積分することができる。そのようにして、C点における応力 σ_1 ならびに板厚歪 λ_2 が求めれば、次式によつてポンチ力を計算することができる。

$$P = \sigma_1 \cdot t_0 (1 + \epsilon \lambda_2) \times 2\pi R_4 \cos \delta. \quad (20)$$

ここに δ はC点より下部がポンチ中心軸となす角度である。

4. $\epsilon_g = a + b\sigma_g$ とした場合

この場合、塑性域における応力と歪の関係式は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_1 &= \frac{a + b\sigma_g}{\sigma_g} \left\{ \sigma_1 - \frac{1}{2}(\sigma_2 + \sigma_3) \right\} \\ \epsilon_2 &= \frac{a + b\sigma_g}{\sigma_g} \left\{ \sigma_2 - \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3) \right\} \\ \epsilon_3 &= \frac{a + b\sigma_g}{\sigma_g} \left\{ \sigma_3 - \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_2) \right\} \end{aligned} \right\}. \quad (4')$$

フランジ部の解は、2節で述べた方法に従つて式4', 6, 9より、式13の形の連立微分方程式となる。この場合、A, B, C, A', B', C'はそれぞれ次のようになる。

$$\begin{aligned} A &= R + R\sigma_1 \left\{ \frac{a}{4\sigma_g^3} (\sigma_1 + \sigma_3)(2\sigma_1 - \sigma_3) \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{2} \left(\frac{a}{\sigma_g} + b \right) \right\}, \\ B &= R\sigma_1 \left\{ \frac{a}{4\sigma_g^3} (\sigma_1 + \sigma_3)(2\sigma_3 - \sigma_1), \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{2} \left(\frac{a}{\sigma_g} + b \right) \right\}, \\ C &= (1 + \mu \cot \theta) \sigma_3 - \sigma_1 \\ A' &= \left\{ \frac{a}{4\sigma_g^3} (2\sigma_1 - \sigma_3)(\sigma_1 - 2\sigma_3) - \frac{1}{2} \left(\frac{a}{\sigma_g} + b \right) \right\}, \\ B' &= \left\{ \frac{-a}{4\sigma_g^3} (2\sigma_3 - \sigma_1)^2 + \left(\frac{a}{\sigma_g} + b \right) \right\}, \\ C' &= \frac{1}{R} \left\{ 1 - \frac{1}{\sin \theta} e^{\frac{3}{2} \left(\frac{a}{\sigma_g} + b \right) (\sigma_3 - \sigma_1)} \right\}. \end{aligned}$$

ダイス肩に接触している部分の解も、3節と同様な方法によつて、式4', 17, 18から式19の形の連立微分方程式となる。この場合のA, B, C, A', B', C'はそれぞれつぎのようになる。

$$\begin{aligned} A &= R + R\sigma_1 \left\{ \frac{a}{4\sigma_g^3} (\sigma_1 + \sigma_3)(2\sigma_1 - \sigma_3) \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{2} \left(\frac{a}{\sigma_g} + b \right) \right\}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= R\sigma_1 \left\{ \frac{a}{4\sigma_g^3} (\sigma_1 + \sigma_3)((2\sigma_3 - \sigma_1) \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{2} \left(\frac{a}{\sigma_g} + b \right) \right\}, \\ C &= -\sigma_3 \{ \sin(\theta - \alpha) + \mu \cos(\theta - \alpha) \} R_4 \\ &\quad + \sigma_1 \{ \mu R + R_4 \sin(\theta - \alpha) \}, \\ A' &= \left\{ \frac{a}{4\sigma_g^3} (2\sigma_1 - \sigma_3)(\sigma_1 - 2\sigma_3) - \frac{1}{2} \left(\frac{a}{\sigma_g} + b \right) \right\}, \\ B' &= \left\{ \frac{-a}{4\sigma_g^3} (2\sigma_3 - \sigma_1)^2 + \left(\frac{a}{\sigma_g} + b \right) \right\}, \\ C' &= \frac{-R_4}{R} \left\{ \sin(\theta - \alpha) - e^{\frac{3}{2} \left(\frac{a}{\sigma_g} + b \right) (\sigma_3 - \sigma_1)} \right\}, \end{aligned}$$

数値計算にあつて、初期値は2節の式14, 15に述べたと同じ考え方で定めることができる。

5. 歪硬化度 σ_g が場所によつて変らないと仮定し、板厚変化を考慮した場合の近似解

こゝでも一般の場合、すなわち、 θ なる角度を有する円錐形ダイスにつき近似解を求めてみる。事実、円錐形ダイスでの深絞りにおいては、ある絞り段階ではフランジ全体にわたつて ϵ_g が余り変わらないことが測定されている(われわれが行つた実験での、フランジ部に於ける ϵ_g の分布については図17を参照されたい)。このことは、我々の仮定に従えば σ_g が一定に近いことを意味する。このような場合、この近似解は高度の近似値をあたることになる。

こゝでも板厚方向の応力成分を無視する。そうすれば

$$\sigma_g = (\sigma_1^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1 \sigma_3)^{1/2} = k \quad (21)$$

となり、考える絞り段階において、フランジ部全体にわたり一定である。塑性域に於ける応力と歪関係式は式22のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_1 &= Kk^m \left(\sigma_1 - \frac{\sigma_3}{2} \right) \\ \epsilon_2 &= Kk^m \left(-\frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \right) \\ \epsilon_3 &= Kk^m \left(\sigma_3 - \frac{\sigma_1}{2} \right) \end{aligned} \right\}. \quad (22)$$

ゆえに、

$$\frac{d\epsilon_2}{dR} = \frac{1}{T} \frac{dT}{dR} = -\frac{Kk^m}{2} \left(\frac{d\sigma_1}{dR} + \frac{d\sigma_3}{dR} \right)$$

となる。また、式21より

$$\sigma_3 = \frac{\sigma_1}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{4k^2 - 3\sigma_1^2}$$

であるから

$$\frac{d\sigma_3}{dR} = \frac{1}{2} \frac{d\sigma_1}{dR} + \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{\sigma_1}{\sqrt{\frac{4}{3}k^2 - \sigma_1^2}} \frac{d\sigma_1}{dR}$$

さらに、フランジ部の釣合の式6より

$$R \frac{d\sigma_1}{dR} + R\sigma_1 \frac{1}{T} \frac{dT}{dR} = (1 + \mu \cot \theta) \sigma_3 - \sigma_1$$

これらの関係より式23が導かれる。

$$\frac{1}{A\sigma_1 + B\sqrt{C^2 - \sigma_1^2}} \times \left[1 - \frac{1}{4} Kk^m \left(3\sigma_1 + \frac{\sqrt{3}\sigma_1^2}{\sqrt{C^2 - \sigma_1^2}} \right) \right] d\sigma_1 = -\frac{dR}{R} \quad (23)$$

$$\text{ここに, } A = (1 - \mu \cot \theta) / 2, \\ B = (1 + \mu \cot \theta) \sqrt{3} / 2,$$

$$C = \sqrt{\frac{4}{3}k^2}$$

式23の左辺の括弧中の第1項のみをとれば、板厚変化を無視した平面歪の解となる。すなわち、式23の左辺括弧中の第2項は、板厚変化を入れたために生じたものであるから、純二次元的解との比較が簡単にできることになる。式23を積分すればつぎのようになる。

$$\frac{A}{2(A^2 + B^2)} \ln(D^2 - \sigma_1^2) - \frac{B}{A^2 + B^2} \times \left\{ \cos^{-1} \frac{\sigma_1}{C} + \frac{\sqrt{C^2 - D^2}}{2D} \ln \frac{\alpha \cdot \gamma}{\beta \cdot \delta} \right\} - \frac{1}{4} Kk^m \left[\frac{3A - \sqrt{3}B}{A^2 + B^2} \sigma_1 - \frac{3A - \sqrt{3}B}{2(A^2 + B^2)} \right] \times D \ln \frac{d + \sigma_1}{d - \sigma_1} - \frac{\sqrt{3}A + 3B}{A^2 + B^2} \sqrt{C^2 - \sigma_1^2} + \frac{1}{2} \left\{ \frac{\sqrt{3}AD^2 - 3B(C^2 - D^2)}{(A^2 + B^2)\sqrt{C^2 - D^2}} \right\} \times \ln \frac{\beta \cdot \gamma}{\alpha \cdot \delta} = -\ln R + C' \quad (24)$$

$$\text{ここに } D = \sqrt{\frac{B^2 C^2}{A^2 + B^2}},$$

$$\alpha = \sqrt{(C^2 - D^2)(C^2 - \sigma_1^2)} + (D + C)(C + \sigma_1), \\ \beta = -\sqrt{(C^2 - D^2)(C^2 - \sigma_1^2)} + (D + C)(C + \sigma_1), \\ \gamma = \sqrt{(C^2 - D^2)(C^2 - \sigma_1^2)} + (D - C)(C + \sigma_1), \\ \delta = \sqrt{(C^2 - D^2)(C^2 - \sigma_1^2)} - (D - C)(C + \sigma_1).$$

C' は境界条件より求まる積分常数である。式24の左辺の第1項が純二次元的解で、第2, 3項が板厚変化を入れた補正項である。この計算をするのに、 k の値をどのようにきめるかが問題にな

る。できれば、フランジ部分の σ_θ の平均をとりたいが、それは予測できない。求められるのは最外周に於ける σ_θ で、この σ_θ を k の代りに用いる外ない。例えば、しわ抑え力を使わない円錐形ダイスの場合に、最外周を円周方向の純圧縮と考えれば、 $\sigma_1 = 0$ であるから、

$$k = K' \varepsilon_\theta^n = K' |\varepsilon_\theta^n| = K' \left| \left(\ln \frac{R_0}{r_0} \right)^n \right|$$

となる。

同様な方法で、ダイス肩に接触している部分の解は式25で示される。

$$\frac{d\sigma_1}{d\alpha} = \frac{\sigma_1 \{ \mu R + R_a \sin(\theta - \alpha) \} - \{ \sin(\theta - \alpha) + \mu \cos(\theta - \alpha) \} \times R_a \left\{ \frac{\sigma_1}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{4k^2 - 3\sigma_1^2} \right\}}{R \left\{ 1 - \frac{3}{4} \sigma_1 Kk^m - \frac{3}{4} \sigma_1^2 Kk^m \frac{1}{\sqrt{4k^2 - 3\sigma_1^2}} \right\}} \quad (25)$$

6. 板厚変化を無視し、最大主剪断応力が場所によつて変わらないとした、最大主剪断応力説による近似解

前節に述べた、剪断歪エネルギー仮説による解との比較の意味で、この近似解を述べる。

この場合、フランジ部の釣合の式6は簡単になり

$$\frac{d(\sigma_1 \cdot R)}{dR} = (1 + \mu \cot \theta) \sigma_3 \quad (26)$$

となる。いま

$$\sigma_1 - \sigma_3 = 2\tau = k$$

と置けば、式26はつぎのように変形させられる。

$$\frac{d\sigma_1}{\mu \cot \theta \sigma_1 - (1 + \mu \cot \theta)k} = \frac{dR}{R}$$

これを積分して

$$\sigma_1 = C_1 R^{\mu \cot \theta} + \frac{1 + \mu \cot \theta}{\mu \cot \theta} k \quad (27)$$

ここに、 C_1 は境界条件より求まる積分常数である。 k は、しわ抑え力が不要な円錐形ダイスの場合、前節と同様に最外周を純圧縮と考え、その σ_3 をとればよい。すなわち

$$k = |\sigma_3| = C \left| \left(\ln \frac{R_0}{r_0} \right)^n \right|$$

である。

ダイス肩半径部に接触している部分については、Sachsが行つたように、 R_4 のところまで式27を用いて積分し、そして摩擦の影響を $e^{\mu(\theta - \alpha)}$ で補正しても、甚しい不都合はない。

II 部 実験結果と計算例

I 部で述べた解析を検討するため、平面ダイスならびに円錐形ダイスを用いて実験を行った。そして歪分布および絞り力を測定し、計算値との比較をした。また、材料の違いによる歪分布の相異を計算するとともに、種々の近似解との比較検討も行った。

1. 実験装置ならびに供試材料

実験に用いた平面ダイスならびに円錐形ダイス

の諸寸法を表1に示した。円錐形ダイスの場合、しわ抑え力は不要であつたが、平面ダイスの絞り際には、300 kg のしわ抑え力をあたえた。

材料は研究室で入手できたうちで、最も方向性

Table 1 Punch and die for experiment.

| | Punch | | Die | |
|-------------|----------|----------|----------|----------|
| | d_1 mm | r_p mm | d_2 mm | r_a mm |
| Flat die | 30.0 | 6.0 | 31.5 | 3.0 |
| Conical die | 12.7 | 3.0 | 14.7 | 3.0 |

Table 2 Mechanical properties of phosphor bronze (Sn 7.5%, P 0.2%)

| Ultimate strength σ_b kg/mm ² | 0.2% yield stress σ_s kg/mm ² | Percentage elongation % | Hardness V·H·N | Drawing limit (d_1/d_0) lim | Degree of directionality $*h_m/(d_0-d_2)$ |
|---|---|-------------------------|----------------|-------------------------------|---|
| 39.1 | 10.8 | 79.0 | 81.2 | 0.397 | 0.02 |

* h_m ; Mean height of ears.

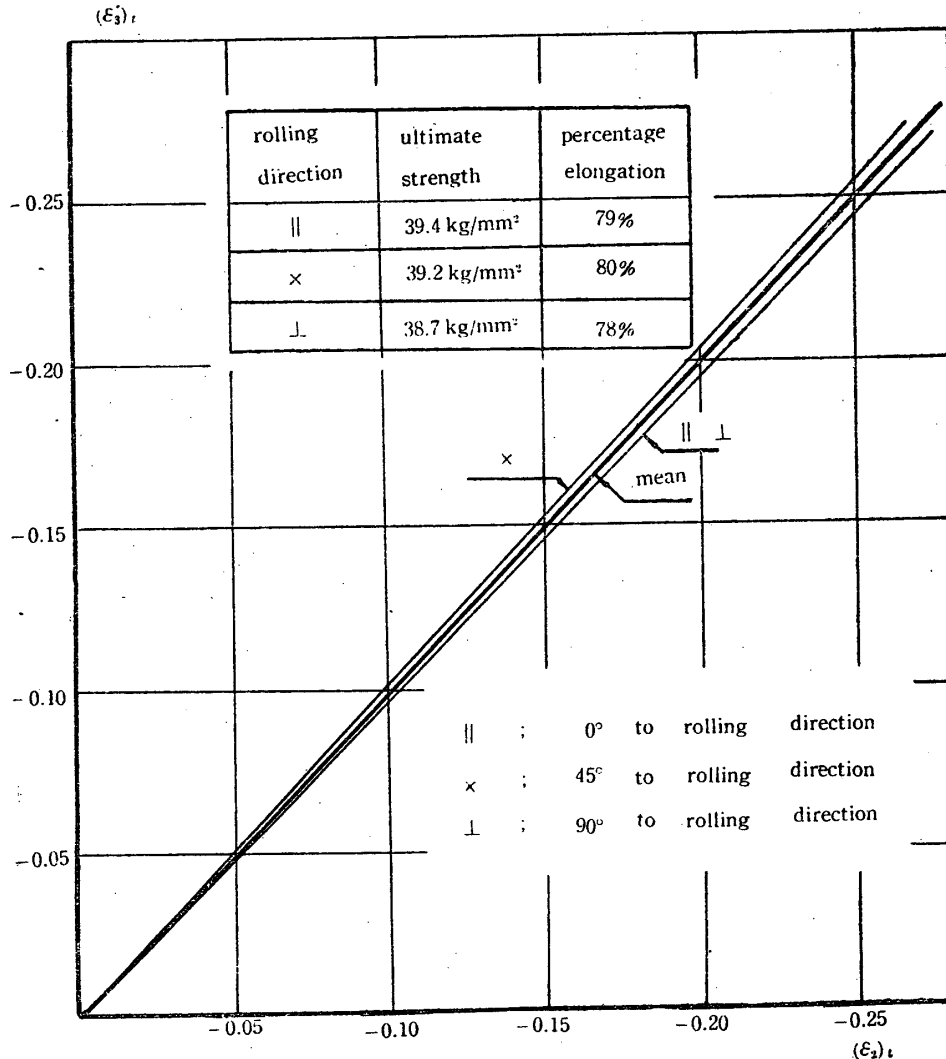


Fig. 8 Relation between strains in width and thickness dimension of phosphor bronze testpiece under tension, and differences of ultimate strengths and percentage elongations are shown.

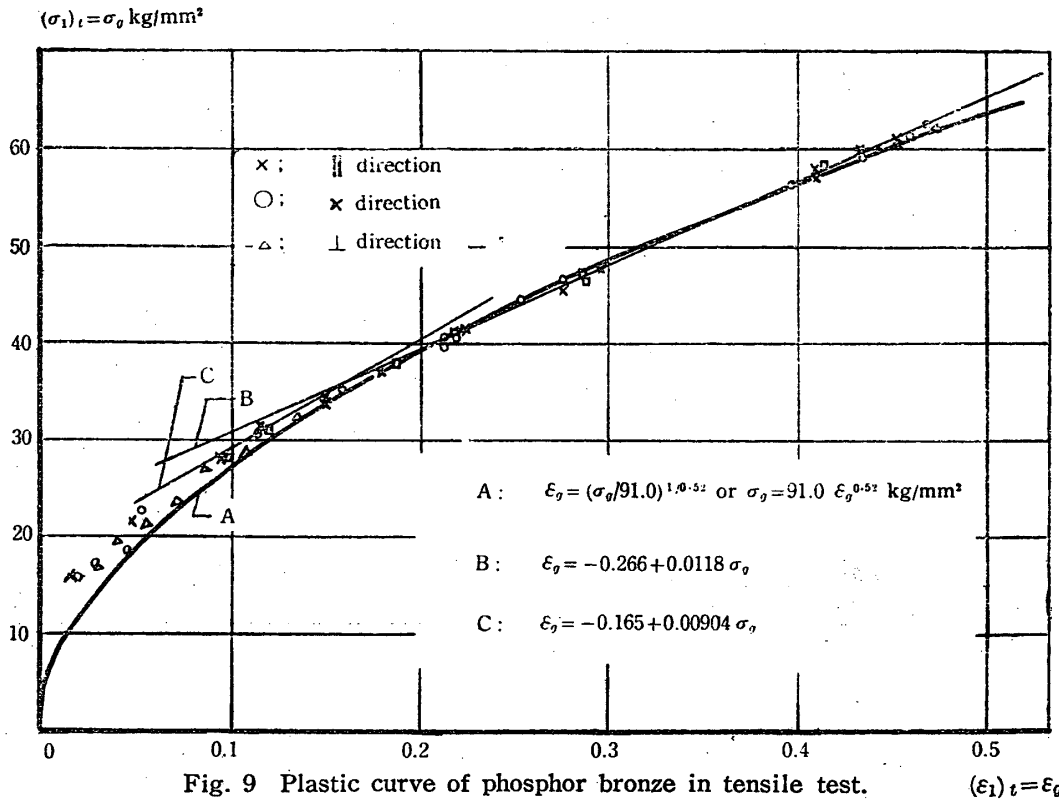


Fig. 9 Plastic curve of phosphor bronze in tensile test.

が少なかった燐青銅の圧延板を用いた。板厚は約 0.52 mm で、成分は錫 7.5%、燐 0.2%である。この板から、直径約 60 mm (平面ダイス用) と 31 mm (円錐形ダイス用) の円形素板を削り出し、550°C で 1 時間焼鈍して炉中冷却を行った。材料の機械的性質は表 2 に示した。

機械的性質のうち、最も問題になるのは、材料の異方性である。異方性を判断するのに、絞られた容器の耳の高さより求まる異方度⁽¹³⁾がある。この値は、われわれが用いた材料では 0.02 で小さい。この外に、引張試験に於ける抗張力、伸率ならびに板厚方向と板巾方向の歪の違いなども、一応の判断資料となりうる。そこで圧延方向に平行、45° 方向ならびに直角方向に試験片をとり、素板と同じ熱処理をして引張試験を行った。図 8 は板厚方向歪と $(\epsilon_2)_t$ 、板巾方向歪 $(\epsilon_3)_t$ の関係を示したもので、大体実験誤差内で両者は等しい。また図中に、三方向の抗張力、伸率も示した。これらも比較的揃っている。以上のことから、本実験に用いた燐青銅板は異方性が非常に少ない材料であるといえる。

図 9 は、三方向の引張試験より求めた応力 $(\sigma_1)_t$ ~ 歪 $(\epsilon_1)_t$ 関係 (すなわち $\sigma_9 \sim \epsilon_9$ の関係) である。これらの実験点を冪関数で近似させると

$$\sigma_9 = 91.0 \epsilon_9^{0.52} \text{ kg/mm}^2$$

となり、実線で示した曲線である。歪が 0.1 以上では、実験点が非常によく曲線上にのっている。われわれが取扱った歪範囲は何れも 0.1 以上であるので、この近似式で十分と思われる。

歪の分布は、実験ではつぎのようにして求めた。加工前の平らな素板の両面に、圧延と平行方向、45° 方向 (2 方向) ならびに直角方向の 4 方向に、

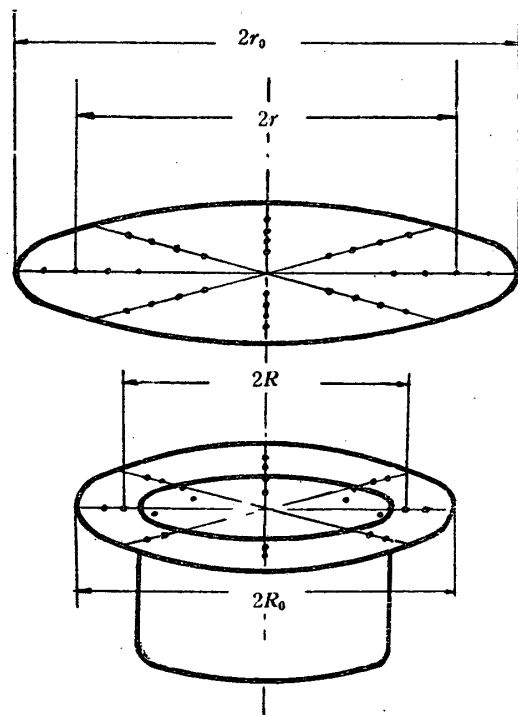


Fig. 10 Measuring method of circumferential strain.

直径上え 1 mm 間隔の標点を正確に打つ。それを所定の絞り深さに達したのち取り出し、図10のように、対応する点の直径変化から、その点の円周方向歪を求めた。

$$\lambda_3 = (R-r)/r.$$

つぎに、標点間の中心の板厚を Optimeter で測り、隣との平均でその標点の位置の厚さとした。それを T とすれば

$$\lambda_2 = (T-t_0)/t_0$$

ここに t_0 は原板厚である。半径方向の歪は、体積一定の仮定より求めた。すなわち

$$\lambda_1 = \frac{1}{(1+\lambda_2)(1+\lambda_3)} - 1$$

である。

2. 平面ダイスによる実験と計算

直径約 60 mm, 板厚約 0.52 mm の素板を、表1に示した平面ダイスで絞り加工を行つた。最大絞り力に達する行程は約 17 mm であつた。そこで、最大絞り力を示すときと、最大絞り力に達する少し前の2段階につき、歪分布を求めた。各段階に於ける絞り力ならびにあたえられる諸数値は下記のごとくである。

| 絞り行程 mm | 絞り力 kg | r_0 mm | t_0 mm | R_0 mm | ϵ_{30} |
|---------|--------|----------|----------|----------|-----------------|
| 17.0 | 1,700 | 29.95 | 0.515 | 23.13 | -0.258 |
| 11.0 | 1,480 | 29.95 | 0.515 | 26.63 | -0.115 |

なを、計算にあつて、素板とダイス面の間の摩擦係数が判らねばならない。われわれは経験的に、 $\mu=0.14$ とした。式 14, 15 より初期値 σ_{10} , σ_{30} を求めたものが下に示す値である。

| 絞り行程 mm | σ_{10} kg/mm ² | σ_{30} kg/mm ² |
|---------|----------------------------------|----------------------------------|
| 17.0 | 0.99 | -44.5 |
| 11.0 | 0.92 | -29.5 |

この初期値を用いて、Runge-Kutta 法により、式 13, 19 を数値積分して、応力分布を求めたものが図11である。この場合、平面ダイスであるから $\theta=\pi/2$ である。

この応力分布と歪分布が求まる。図12の○, △, ●印はそれぞれ $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$ の実験点で、計算値は実線で示した。両段階とも、非常によく一致している。強いていえば、フランジ中央

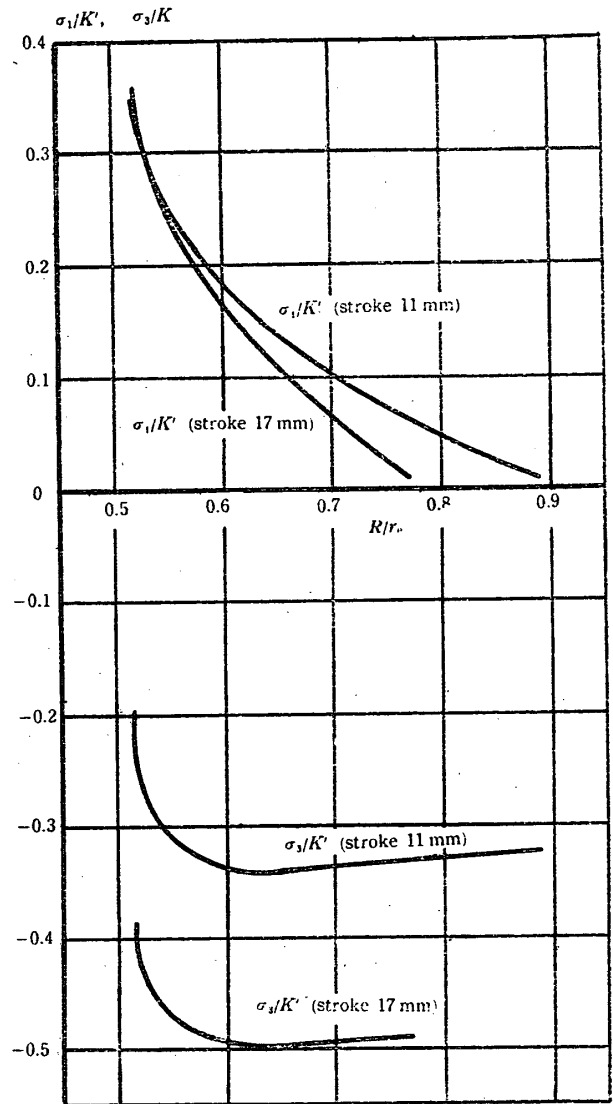


Fig. 11 Stress distributions over flange part AC, when drawn by flat die.

附近よりダイス肩に接触している範囲にわたつて、両段階とも、実際の板厚が計算値より小さい。これは解析に際して、しわ抑え力は最外周のみにかかり、他の部分では $\sigma_2=0$ と仮定したことや、曲げ剛性を無視したことなどに主として起因しているのではあるまいか。

以上の応力分布と歪分布より、 R_4 ならびに R_4 に於ける半径方向応力 $(\sigma_1)_{R=R_4}$ と板厚 $(T)_{R=R_4}$ が求まる。また、絞り込まれた部分のボンチ中心軸となす角度 δ を図的に定めると、式20により絞り力が計算できる。

| 絞り行程 mm | 絞り力 (実験値) kg | $(\sigma_1)_{R=R_4}$ kg/mm ² | $(T)_{R=R_4}$ mm | δ° | R_4 mm | 絞り力 (計算値) kg |
|---------|--------------|---|------------------|----------------|----------|--------------|
| 17.0 | 1,700 | 32.45 | 0.525 | 0 | 15.46 | 1,655 |
| 11.0 | 1,480 | 30.36 | 0.505 | 7 | 15.49 | 1,482 |

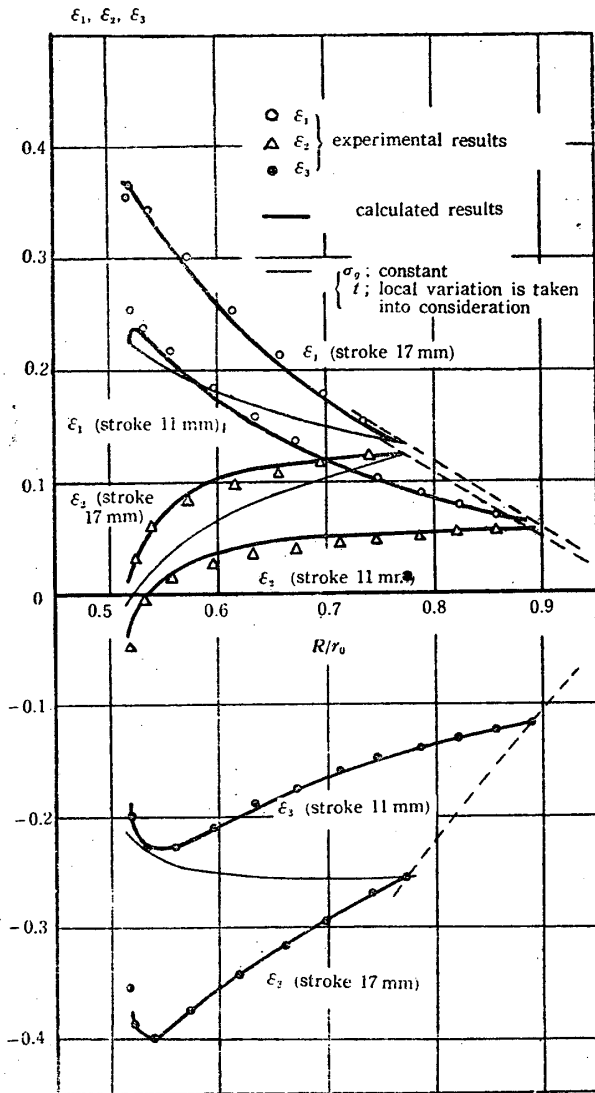


Fig. 12 Strain distributions over flange part AC, when drawn by flat die.

絞り力も大体誤差範囲で一致する。歪分布ならびに絞り力の実験値と計算値の比較より、この解析に用いた仮定は大体正しいと思われる。

3. 円錐形ダイスによる実験と計算

円錐形ダイスでの深絞り加工では、絞り深さ約 23.0 mm で最大絞り力に達した。そこで平面ダイスの場合と同様、最大絞り力に達した行程 23 mm のときと、少し前の行程 19 mm の 2 段階について、歪分布ならびに絞り力を測定した。両段階に於ける絞り力ならびにあたえられる諸数値を下表に示す。

| 絞り行程 mm | 絞り力 kg | r_0 mm | t_0 mm | R_0 mm | ϵ_{30} |
|---------|--------|----------|----------|----------|-----------------|
| 23 | 855 | 15.5 | 0.515 | 9.97 | -0.442 |
| 19 | 689 | 15.5 | 0.515 | 11.23 | -0.323 |

計算にあたって、摩擦係数は平面ダイスに用いたように $\mu=0.14$ とした。初期値はそれぞれ次のようになる。

| 絞り行程 mm | σ_{10} kg/mm ² | σ_{30} kg/mm ² |
|---------|----------------------------------|----------------------------------|
| 23 | 0 | -59.52 |
| 19 | 0 | -50.48 |

この初期値を用い、平面ダイスの場合と同様、Runge-Kutta 法により式 13, 19 を数値積分し、応力分布を求めたものが図13である (図中の σ_2 については後述する)。この応力分布と式 4 より、歪分布を計算すると、図14に実線で示したようになる。○, △, ● 印はそれぞれ $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$ の実

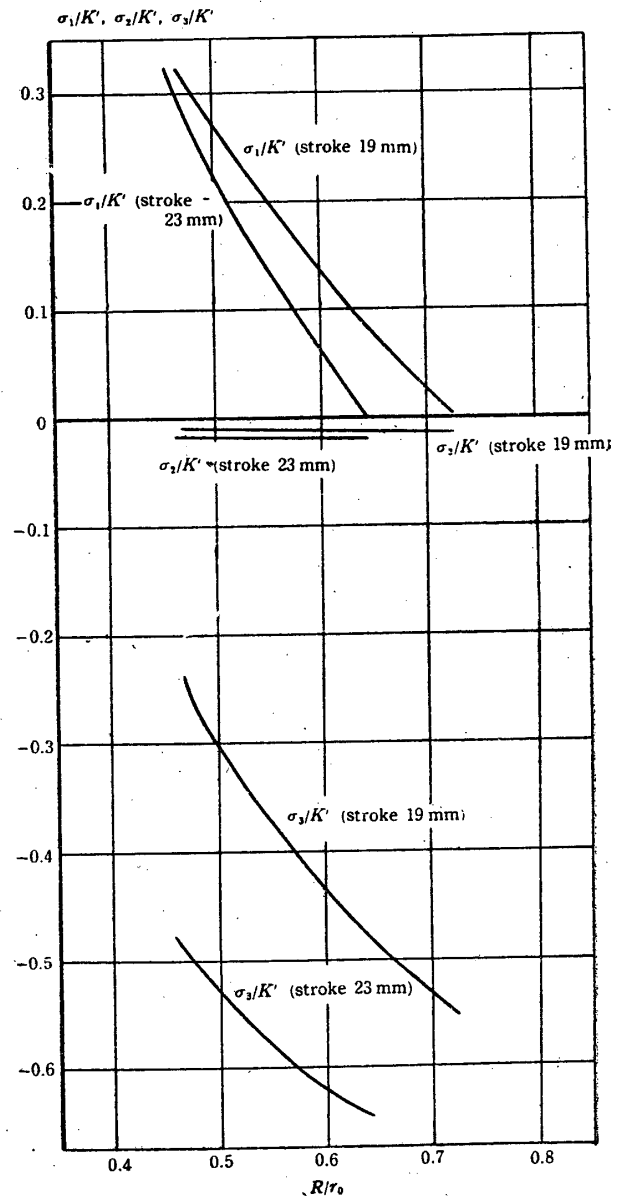


Fig. 13 Stress distributions over flange part AC, when drawn by conical die.

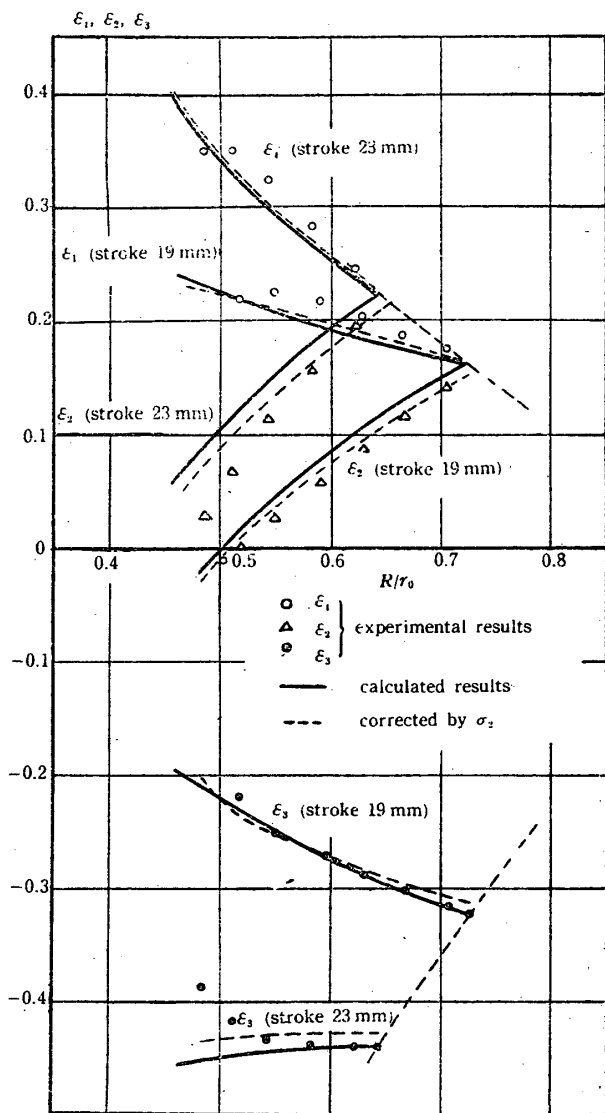


Fig. 14 Strain distributions over flange part AC when drawn by conical die.

験点である。以上の計算結果より R_4 , $(\sigma_1)_{R=R_4}$ ならびに $(T)_{R=R_4}$ が求まる。 δ は平面ダイスの場合と同様作図によつて定めると、式20より絞り力が計算できる。

なお、行程 19 mm については、ポンチのダイス孔えの進入程度が浅いため、ポンチとダイスの間の隙間が大きい。そのためポンチ底の角と、ダイス肩の間の部分の傾斜が大きく、剪断力が問題となる。したがつて、ポンチ力を計算して比較を行うのは無意味と思われるので、行程 23 mm の場合のみについて計算した。

| 絞り行程 mm | 絞り力 (実験値) kg | $(\sigma_1)_{R=R_4}$ kg/mm ² | $(T)_{R=R_4}$ mm | δ° | R_4 mm | 絞り力 (計算値) kg |
|------------|--------------------|--|---------------------|----------------|-------------|--------------------|
| 23 | 855 | 29.4 | 0.561 | 6 | 7.1 | 757 |

歪分布の違いは平面ダイスの場合に比して大きく、また絞り力も実験値に対して約 12% 程低い。これらの理由としては、つぎのような事柄が考えられる。

計算にあつて初期値を定めるとき、加工中の素板をダイスより取り出して外周を測定した。この場合、円錐形ダイスではダイス肩のところでの曲りが少ないために、スプリングバックが大きい。そのため、初期値を定めるために用いた ϵ_3 が、実際の加工に於けるものと違うのではなからうか。したがつて、歪分布も R がダイス肩に近いところでは比較することはできない。

さらに、水平に置かれた素板が円錐形ダイス壁に接するまでに、円周歪のみで円錐形になるのではなく、曲げ加工も同時に受ける。したがつて、加工硬化はこゝで取扱つたものより大きい状態にあると考えられる。このような事が主な原因で、平面ダイスの場合に比して、計算値と実験値の違いが甚しいのであらう。

また、歪分布では、計算値の ϵ_1 は実験値のそれよりも小さく、 ϵ_2 は反対に計算値の方が大きくでている。その差は両者殆ど同じである。したがつて、この原因はさきに省略した σ_2 の影響もあると考えられる。そこで、 σ_2 による補正を行つてみる。

いま、ダイス面から素板に加えられる σ_2 を簡単に

$$\sigma_2 = \frac{T}{2R} \cos \theta \cdot \sigma_3 \text{ kg/mm}^2$$

とする。まえに求めた ϵ_2 から各場所の T を定め、それを使つて σ_2 を求めたのが図13に示した σ_2 である。この σ_2 の分布と、さきに計算した σ_1 , σ_3 を式5に入れて歪分布を補正したものが図14の点線である。全体としてみた場合、 σ_2 による補正をした方が実験値に合つてくる。

4. $\epsilon_0 = a + b\sigma_0$ とした場合の計算 (1-4節)

引張試験で求めた $\sigma_0 \sim \epsilon_0$ 関係が、あたえられた直線で十分近似させられれば差支えないわけである。たゞ、この場合、計算値の精度を高めるには、計算を行う領域の歪の程度によつて a ならびに b の数値を変える必要がある。冪函数で $\sigma_0 \sim \epsilon_0$ 関係を近似させた場合、 ϵ_0 が相当大きいところでは、この直線関係に近くなり、両者の差は少なくなつ

てくる。実験に供した材料についていえば、 ϵ_0 が 0.1~0.2 範囲では $\epsilon_0 = -0.165 + 0.00904 \sigma_0$ 、それ以上の歪範囲に対しては $\epsilon_0 = -0.266 + 0.0118 \sigma_0$ で十分近似させることができた(図9参照)。これらの関係を用いて、平面ダイスの深絞りの行程 17 mm の場合の応力分布を求め、図15に一重

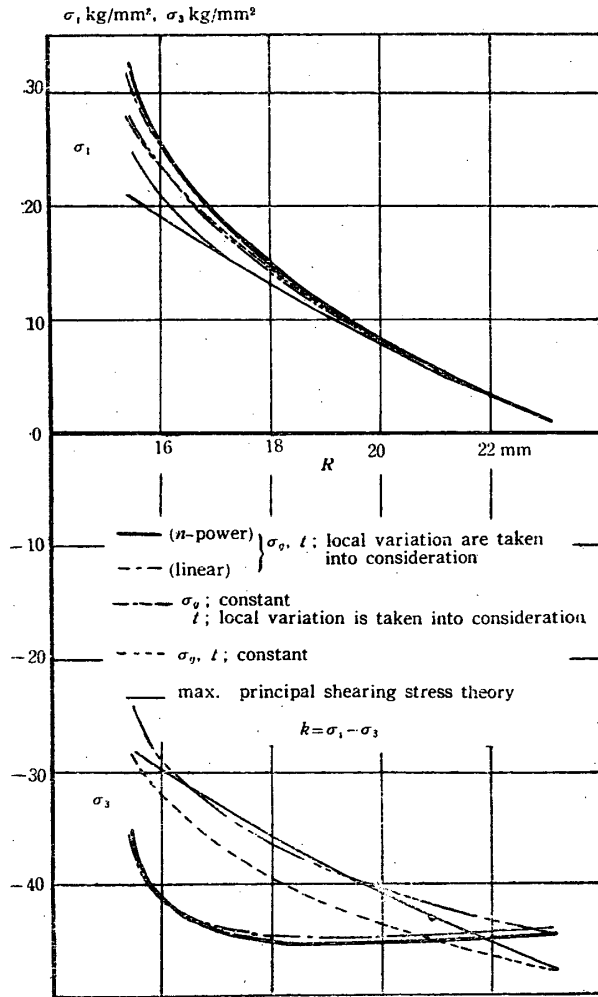


Fig. 15 Stress distributions calculated by various method over flange part AC, when drawn to a stroke of 17 mm by flat die.

鎖線で示した。冪函数で近似させた場合の計算結果(実線で示す)とは、少数点以下が違う程度で、ほぼ一致した結果を得た。歪分布の計算も行ったが、図では区別できない程度に両計算値が一致した。図16の一重鎖線は、円錐形ダイスの深絞りの場合の行程 19 mm の段階について計算した応力分布を示す。この場合にも両者の差は非常に少ない。

絞り力を3節で述べた計算と同じ方法で求めたものを下に示す。冪函数で求めた場合との開きは数%以内である。

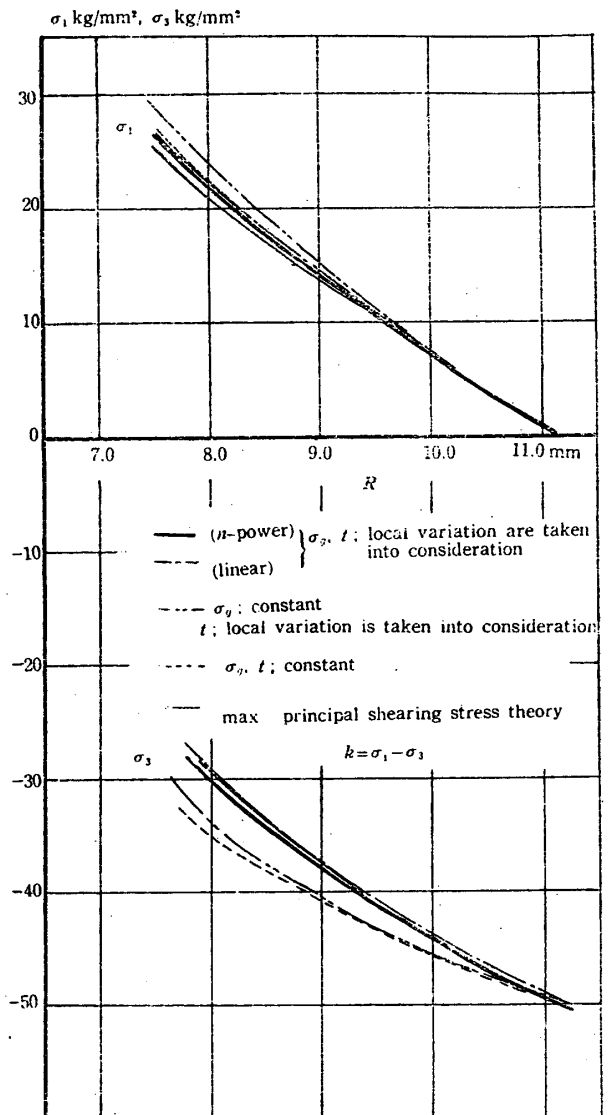


Fig. 16 Stress distributions calculated by various method over flange part AC, when drawn to a stroke of 19 mm by conical die.

| 絞り型 | 絞り行程 mm | 絞り力 kg | | |
|--------|---------|--------|----------|-----------|
| | | 実験値 | 計算値 (直線) | 計算値 (冪函数) |
| 平面ダイス | 17.0 | 1,700 | 1,566 | 1,655 |
| | 11.0 | 1,480 | 1,497 | 1,482 |
| 円錐形ダイス | 23.0 | 855 | 770 | 757 |

5. 種々の近似解との比較

a) σ_0 は場所によつて変らないとし、板厚変化を考慮した場合 (I-5 節)

この計算を行うにあつては、まえにも述べたように、 σ_0 のとり方が問題である。できれば、外縁部と R_4 に於ける平均を用いたが、 R_4 における σ_0 はわからない。そこで簡単に外縁部に

ける σ_θ がフランジ全面に一様に分布していると仮定する。そうすると平面ダイスの場合は、式 14, 15 より σ_{10} , σ_{30} が計算できて、 σ_θ が求まる。円錐形ダイスの場合は、あたえられた外周歪より直ちに決定される。

いま例として、平面ダイスの行程 17 mm の場合を計算する。 σ_θ は 45.01 kg/mm^2 となり、式 24, 25 より、図15に二重鎖線で示したような応力分布が求まる。 σ_3 の分布は、2 節で求めた、加工硬化度の場所による違いをも考慮した場合にくらべて、相当大きく異なる。しかし σ_1 の方はせいぜい 10% 程度の差にすぎない。一方歪分布の方は、図12に細線で示したように、非常に大きく違う。そのため、絞り力は、計算するとき両方の差が合さるから、厳密解で求めたものくらべ実験値との違いは大きくなる。この近似計算で求めた絞り力は 1391 kg で、実験値より約 18% 低い。

図16の二重鎖線は、円錐形ダイスでの、行程 19 mm の場合の計算例である。ただし、この場合 ϵ_θ と σ_θ は直線と仮定した。平面ダイスにおけると同様、 σ_3 の違いに較べて σ_1 の変化は少ない。しかし、厳密解で求めた σ_1 , σ_3 に対して、この近似計算法で求まる σ_1 , σ_3 は、平面ダイスでは小さく、円錐形ダイスでは大きくなる。このことは、

計算例の対称としたこれらの行程に於ては図17に示すように、平面ダイスでは σ_θ は R の減少につれて大きくなるのに反し、円錐形ダイスの行程 19 mm の場合は逆に小さくなることに起因する。

b) σ_θ が場所によつて変わらず、かつ板厚変化も無視した場合 (I-5 節)

この場合の計算例も、平面ダイスの絞り行程 17 mm, 円錐形ダイスの絞り行程は 19 mm の場合である。

平面ダイスの場合の計算にあつて、 σ_{10} は

$$\sigma_{10} = \mu H / \pi R_0 t_0 \text{ kg/mm}^2$$

とし、二次元的に素板が変形するとして、最外周に於ける σ_θ を求めた。そしてこの σ_θ が計算領域に一様に分布していると仮定する。式 24, 25 より、板厚変化を考慮した補正項を除いて計算した応力分布を、図15に点線で示した。この場合も、 σ_3 の変化はひどいが、 σ_1 の違いは少ない。また、a) の結果とも余り差がない。絞り力を計算すると 1389 kg となり、a) とは僅か 2 kg の差のみで、実験値より約 18% 程低い。

円錐形ダイスについての計算例を、図16に点線で示した。この場合も a) と同様 $\sigma_\theta \sim \epsilon_\theta$ を直線と置いた。また、最外周は純圧縮と考へて σ_θ を求めた。 $|\sigma_3|$ は、この計算法によるものが最も大きくでている。平面ダイスの場合の、この近似計算による $|\sigma_3|$ は、もし初期を a) に於けると同じにとれば、最も小さくでる。このようなことは、a) に於て述べたと同様、実際の ϵ_θ の分布の違いに起因するものである(図17参照)。 σ_1 は a) の方法よりも厳密解に近くなつてゐる。

c) 最大主剪断応力説による場合 (I-6 節)

計算例の対称とした行程は、a), b) に於けると同じ場合である。

平面ダイスの場合も、円錐形ダイスの場合も、最外周の剪断応力がフランジに一様に分布していると仮定した。ただし、平面ダイスの場合は b) と同様、最外周は二次元的に歪むとしたのに、円錐形ダイスの場合は純圧縮と考へた。

図15, 16の細線は、平面ダイス、円錐形ダイスについての計算例をそれぞれ示す。平面ダイスについての計算例では、ダイス肩に接する部分から細線が2本に分れている。下の細線は、ダイス肩の丸味を考えずに平らなフランジとして計算した

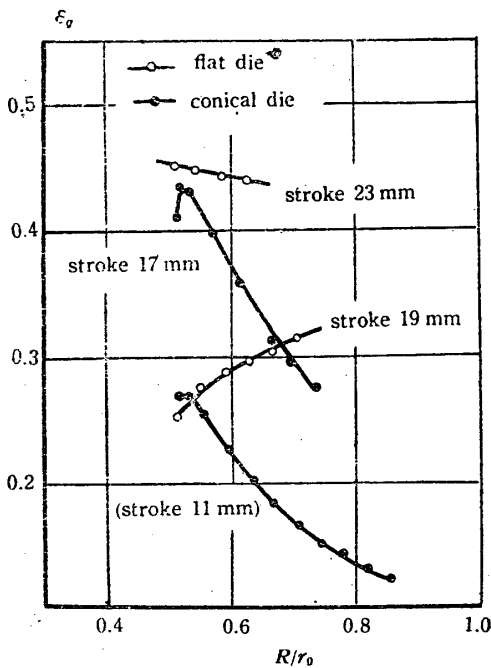


Fig. 17 Distributions of σ_θ over flange part AC, when drawn by flat die and conical die

ものである。上の線は、ダイス肩上の摩擦の影響を考へて、下の細線で示される値を Sachs⁽⁴⁾ が行つたように $e^{\mu(\theta-\alpha)}$ 倍したものである。このようにした応力を用いて絞り力を計算すると約1300 kg となり、実験値に比して約23.5%程低くなる。

板厚変化を無視しているのであるから、 R_1 に於ける歪は、幾何学的関係より求まる。それで、 R_0 と R_1 に於ける主剪断応力を求め、その平均を变形抵抗 k として用いれば、実験値との差はもつと縮まる。

以上に述べたように、厳密解で計算した応力分

布と、近似解で求まる応力分布を比較した場合、 σ_3 は計算法によつて相当違つてくるが σ_1 の違いは少ない。このことは、簡単に考えれば、半径方向の応力成分 σ_1 は周周方向の応力 σ_3 の R についての積分値であるからである。このことは、絞り力を計算する場合には、何れの方法によるも大きい違いがないことを意味する。いま比較のため、平面ダイスの深絞りで、行程 17 mm (最大絞り力の行程) のものについて、各種計算法で求めた絞り力を一覧表にして表3に示した。

Table 3 Comparison of punch forces calculated by various method and obtained experimentally, when stroke of drawing on flat dies is 17 mm (corresponding to max. punch force).

| Method of numerical calculation | Punch forces | | Differences |
|--|--------------------|--------------------|----------------|
| | Experimental value | Calculated values | |
| Local variation of thickness and strain hardening are taken into consideration. (II-2) | 1700 kg | 1655 kg | -3% |
| Local variation of thickness is taken into consideration, while strain hardening are assumed to be constant over flange (II-4). | 1700 kg | 1391 kg | -18% |
| Strain hardening is assumed to be constant over flange, and thickness is assumed to remain to initial thickness of blank (II-4). | 1700 kg | 1389 kg | -18% |
| Max. principal shearing stress theory (II-5). $k = (\sigma_1 - \sigma_3)$ $k = 1.10(\sigma_1 - \sigma_3)$ | 1700 kg 1700 kg | 1300 kg 1430 kg | -23.5% -16% |
| Experimental formula. ⁽¹³⁾ $P_{max} = 3(\sigma_b + \sigma_s)(d_0 - d_2 - r_a)t_0$ kg | 1700 kg | 1958 kg | +15% |

最大主剪断応力説によつて計算した絞り力が最も低い。しかしこの場合、Sachs が行つたように、平均変形抵抗として $k=1.1(\sigma_1 - \sigma_3)$ をとれば実用的にさしかつえない程度に、実験値に近づいてくる。

表3中の実験式とは、筆者等⁽¹³⁾ が発表した

$$P_{max} = 3(\sigma_b + \sigma_s)(d_0 - d_2 - r_a)t_0 \text{ kg}$$

の式によるものである。ここに σ_b は抗張力、 σ_s は 0.2% 残留歪降伏応力、 d_0 、 d_2 、 r_a はそれぞれ最初の素板直径、ダイス孔直径、ダイス肩半径で、 t_0 は最初の素板の板厚である。

この表で見て言えることは、最も忠実に計算した場合と実験式で計算した場合を除いて、どのような近似計算で絞り力を求めても、相当少く出て相互間にはたいした違いはないことである。実

験式で求めたものは逆に大きくでているが、実用的には許しうる程度である。

歪分布を求めるには、最も簡単な剪断応力説では直接結びつかず、他の近似計算法によつて求めたものは実際と余りにも違いすぎるし、忠実に式をたてて計算することが望ましい。

6. 材料の機械的性質 ($\epsilon_0 \sim \sigma_0$ の関係) が、応力分布ならびに歪分布にあたる影響

材料の塑性曲線を冪函数 $\sigma_0 = K'\epsilon_0^n$ で近似させた場合、その材料の加工硬化特性は n の大小にて判断することができる。例えば、デュラルミン、アルミニウムのように比較的加工硬化性が少ない材料では n は大体 0.1~0.2、黄銅、不銹鋼等は大体 0.4~0.5 程度である。普通の絞り用材

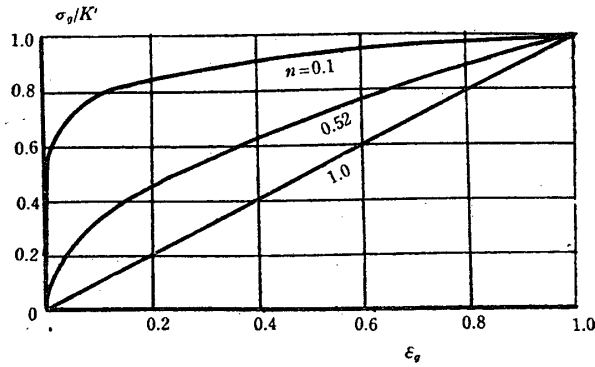


Fig. 18 Plastic curves with parameters n

料は殆ど 0.1~0.5 の範囲にある。

そこで、 $n=0.1, 0.52$ (本実験に使用した磷青銅)、 1.0 の3種について (図18参照)、厳密解によつて応力分布ならびに歪分布を求め、材料の違いによる影響を調べた。

計算を行う対称としては、(2) に於ける平面ダ

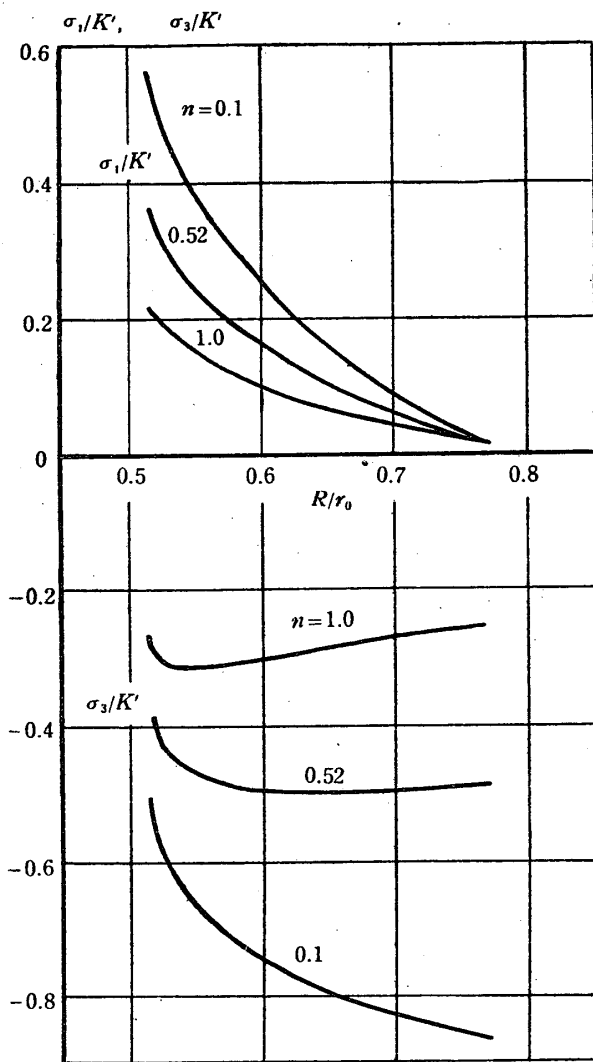


Fig. 19 Comparison of stress distributions with parameters n over flange part AC, when drawn to a stroke of 17 mm by flat die.

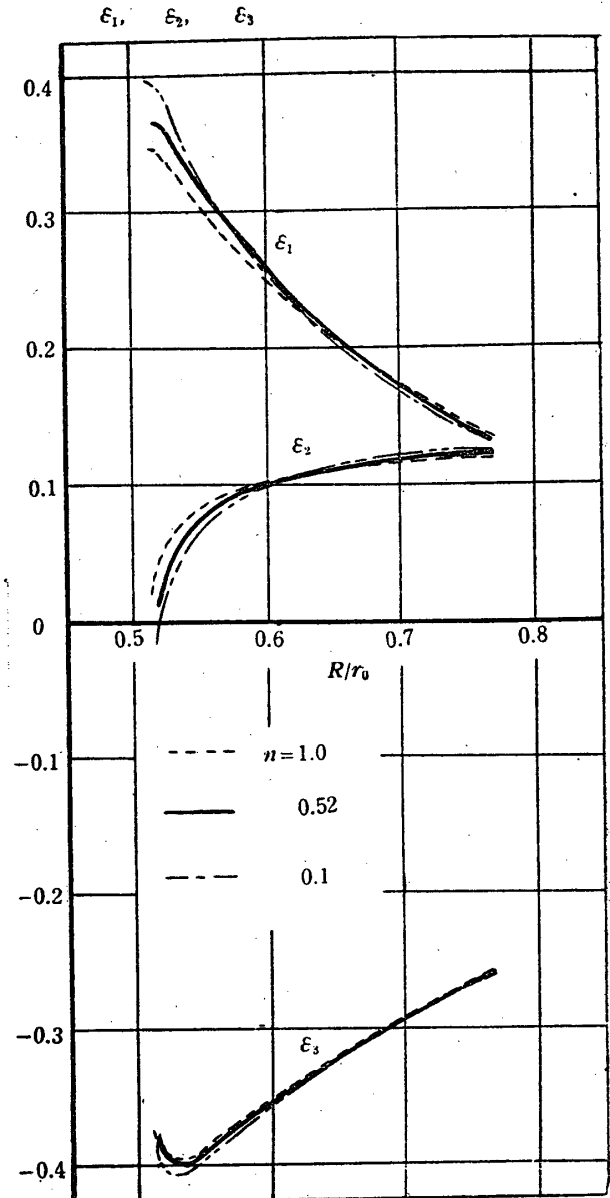


Fig. 20 Comparison of strain distributions with parameters n over flange part AC, when drawn to a stroke of 19 mm by flat die.

イスの行程 17 mm の場合をえらぶことにする。すなわち、素板の半径 r_0 はポンチ直径 r_1 の約 2 倍で、これを最外周 R_0 が約 $R_0/r_0=0.77$ に縮んだ状態まで絞つたときである。

図19は計算した応力分布を示す。 σ_3 の半径に沿う変化は n によつて傾向がかなり違ふが、 σ_1 の方は、前に述べたような理由で、同じような傾向である。この応力分布より歪分布を求めたものが図20である。これで見ると、材料が違つても、フランジ部ならびにダイス肩部分に於ける歪分布は殆ど違わない。このことは、円筒深絞り加工は軸対称であり、形状がダイスで定められるから、変形状態に対する自由度が制限されることなどを考え

ればうなづかれる結果である。

結 言

実際の絞り現象に忠実に、場所による加工硬化の違い、厚み変化を考慮して、円筒容器の深絞り加工の解析を全歪説ならびに八面体剪断応力-歪関係に基づいて行つた。この場合、比較応力 σ_0 と比較歪 ϵ_0 を冪函数で近似させた。そして計算結果をたしかめるため、方向性が少なかつた燐青銅板を用いて、平面ダイスならびに円錐形ダイスによつて深絞り実験を行つた。絞り力、歪分布とも計算値と実験結果がよく一致した。さらに、いままでに発表されているいろいろな近似計算との比較、検討を行つた。また、材料が違つても、加工中のフランジならびにダイス肩に接している部分の歪分布は余り差がないことを計算でたしかめた。

以上の計算と実験に助力された、福田重穂、保条保、阿部邦雄の諸君に厚く感謝する。またこの研究の初期に文部省科学研究費の補助をうけた。併せて謝意を表する次第である。

文 献

- (1) 例えば, S. Fukui; Sc. pap. I. P. C. R. 34, (1938) 1422~1527. 35, (1939). 377~385.
- (2) M. Sommer; Forsch.—Arb. V.D.I. Ht. 286, (1926).
- (3) 例えば益田森治; 機械学会論文集 8, 3 (1942~3), 11, 14 (1945), 16, 53 (1952).
- (4) G.Sachs; Mitt. D. Mat.-Prüf.-Anst. Sonderht. 16, (1931). 11~38.
- (5) 福井伸二, 由利裕三; 東大. 理工研講演会 (1948—11).
- (6) 福井伸二, 由利裕三; 応用力学講演会 (1949—4).
- (7) 福井伸二, 吉田清太; 塑性加工専門講演会 (1953—11).
- (8) M.H. Lee Wu; N. A. C. A. Report 1021, (1951). 1~23
- (9) R. Hill; The Mathematical theory of plasticity. (1950). 278~283.
- (10) 福井伸二, 工藤英明, 吉田清太, 阿部邦雄; 東大. 理工研報告. 8, (1954). 135~151.
- (11) S. Fukui; Sc. pap. I.P.C.R. 34, (1938). 1430.
- (12) S. Fukui; Sc. pap. I.P.C.R. 34 (1938) 1433
- (13) 福井伸二, 工藤英明; 東大. 理工研報告. 4, (1950). 33~39.
- (14) 福井伸二, 吉田清太, 阿部邦雄; 東大. 理工研報告. 8, (1954). 23~30.

(1) 例えば, S. Fukui; Sc. pap. I. P. C. R. 34,