

しているとみられる。はたしてこの摩擦の上にあらわれた轉移溫度が分子の配列の回復に原因するものか、あるいは正酪酸全体としての凝固現象によるものかは今後の研究にまたないと断言できないが、電子回折法による轉移溫度の傾向を延長すると正酪酸で  $100^{\circ}\text{C}$  附近にあらわれるべきものが室温以上ではまったくあらわれないのであるから、この不連続的特性からおして、摩擦の上にあらわれた轉移溫度  $-5.5^{\circ}\text{C}$  もおそらく配列の獲得によるものではなくて、さきの種々の無極性潤滑油におけるようにその凝固によるものと考える方が自然であろう。

#### 4. むすび

(a) 非潤滑面に対して溫度を室温から  $-50^{\circ}\text{C}$  まで低下させると、摩擦係数は霜の發達によつて急激に低下する。この霜の發達は簡単には防止できなかったため、この実験からただちに固体摩擦の溫度係数をもとめることはできなかった。しかし霜の發達の少ない場合ほど溫度効果は少なかつたから、おそらく完全な固体摩擦における溫度効果はきわめて小さいものではなからうか。パウデン<sup>9)</sup>らの高温摩擦のデータによると、室温以上で摩擦は溫度上昇とともに増大するものと低下するものといずれも存在する。一方シュノールマン<sup>10)</sup>は  $-100^{\circ}\text{C} \sim +100^{\circ}\text{C}$  の測定結果から静止摩擦係数の溫度係数として  $-7.5 \times 10^{-4} / +1^{\circ}\text{C}$  なる値をえている。しかしいずれにせよその効果は比較的室温に近いところではきわめて小さいもので、その限りではこの実験結果も以上の諸データとあえて矛盾しないと思われる。

(b) 方向性をもたない潤滑剤も、溫度をさげてゆくと一種の轉移溫度があらわれ、stick-slip は連続す

べりに轉移する。この溫度はほぼ油の凝固點に對應する。

(c) 正酪酸のように室温で配列をもたず、stick-slip を生ずるようなものも、低温のある臨界溫度において連続すべりに轉ずる。この轉移溫度は正酪酸の分子層がこの溫度において配列を獲得するというよりもやはり凝固によるものと思われる。

(d) 以上の低温における轉移溫度の問題は、広い意味において低温で潤滑油分子の熱擾乱が減少し、吸着や配列や固化などの作用が促進し、ために境界層が厚く強靱になる結果と考えれば無理なく理解できる。無論これは境界摩擦に関してであつて、低温において潤滑剤の粘度が著しく増加し、凝固し、その bulk effect として機械の摩擦部分が動かなるというような問題はおのずから別である。

#### 文 献

- 1) D. Tabor : Nature, **147** (1941), 609.
- 2) 曾田範宗, 岡本昇二 : 應用物理, **15** (1946), No. 3-4, 9.
- 3) 曾田範宗, 宮川行雄 : 理工研報告, **2**(1948), 80.
- 4) 曾田範宗, 宮川行雄 : 同上, **2** (1948), 23.
- 5) 文献 4), 第 5 図.
- 6) 菅養夫 : 理研イ報, **22** (1943), 199.
- 7) 芝龜吉 : 物理常数表, 1947, 岩波書店 25.
- 8) Landolt Börnstein Roth/Scheel. Physikalisch-Chemische Tabellen, (1923), 368.
- 9) F. P. Bowden and T. P. Hughes : Proc. Roy. Soc., **172**(1939), 263.
- 10) R. Schnurmann : Proc. Roy. Soc. (Abstract), **176** (1940), s. 50.

## 平面上の球のころがり摩擦について

曾田 範宗・甲 藤 好 郎

### Rolling Friction between Ball and Plane

By Norimune Soda and Yoshirô Kattô

**ABSTRACT:** We are apt to take the cause of rolling friction too simply : one takes it to rise from the slip, and the other to rise from the adhesion between rolling surfaces. Concerning rolling friction, however, the experimental data are too deficient now to decide which is the true. Rolling friction consists of many factors, the most important of

which being the velocity term. It is one of the friction components and increases linearly with velocity. In this paper, this velocity term in the rolling friction of a ball on plane is treated experimentally, being seperated from the over-all rolling friction. The experiments are carried out by the pendulum type apparatus for dry, lubricated, and the other conditions.

(1950年6月12日受理)

ころや球のころがり摩擦の測定には、周知のように物理振子の振動が利用されることが多く、本報告で述べる所のものも、同じ方法で得られた結果である。そして表題に示したごとく平面上をころがる球のころがり摩擦について研究したものであるが、この摩擦現象には各種の原因が入りこんでいるので、まず第一段階として出来得る限りそれらを分析してみる必要がありそれを或る程度遂行するために今回は研究の目標を定量的なものより、むしろ定性的なものにおいた。その結果、摩擦に対する荷重や球半径の函数関係等の数量的な結果には、いまだ手がとどいていない。もちろんこういった量的な結果にしても定性的な問題と密接な関係があるわけであつて、等閑視することは許されないのであるが、一應現在までに得られた結果を發表しておく次第である。

1. 実験方法

さて、物理振子の支點に球をつけて振動させる場合大体角速度に比例する抵抗モーメントおよび角速度に無関係な抵抗が作用するとみなすことが出来る。前者は主として空気による抵抗であり、後者は球のころがり摩擦によるものである。この時、振動方程式は

$$(I/g)\ddot{\theta} + 2\epsilon\dot{\theta} + B\theta \pm M_f = 0 \dots (1)$$

であり、こゝで

- I: 振子の慣性モーメント
- 2ε: 単位角速度に対する抵抗モーメント
- B: 振子の復元係数
- M<sub>f</sub>: 角速度に無関係な抵抗モーメント

であるが、今後 ε を速度項、M<sub>f</sub> を非速度項と呼ぶことにする。そして件の物理振子の支點に使用した球の半径が充分に小さく、振幅も余り大でなければ(1)式より、或る時刻における振幅を a<sub>i</sub> とし、半週期ごとに数えて n 番目の振幅を a<sub>n</sub>+a とする

$$a_{i+n} = a_i V^n - k(1 - V^n) \dots (2)$$

なる関係が得られる。こゝに

$$V = \exp. \epsilon \pi / \sqrt{(IB/g) - \epsilon^2}$$

$$k = (M_f / B) \{ (V + 1) / (V - 1) \}$$

である。故に、いまこの振子の半週期ごとに数えて p 番目(ただし p は奇数である)ごとの振幅を考え、これが第1表(a)のごとくならべられたとき、

第1表 (a)

番号	a <sub>i</sub>	a <sub>i+n</sub>	a <sub>i+2n</sub>
1	a <sub>0</sub>	a <sub>n</sub>	a <sub>2n</sub>
2	a <sub>p</sub>	a <sub>n+p</sub>	a <sub>2n+p</sub>
3	a <sub>2p</sub>	a <sub>n+2p</sub>	•
•	•	•	•
2m	a <sub>n-p</sub>	a <sub>2n-p</sub>	•

(b)

番号	2 A <sub>i</sub>	2 A <sub>i+n</sub>	2 A <sub>i+2n</sub>
1	2 A <sub>0</sub>	2 A <sub>n</sub>	2 A <sub>2n</sub>
2	2 A <sub>1</sub>	2 A <sub>n+1</sub>	2 A <sub>2n+1</sub>
3	2 A <sub>2</sub>	2 A <sub>n+2</sub>	•
•	•	•	•
m	2 A <sub>m-1</sub>	2 A <sub>n+m-1</sub>	•

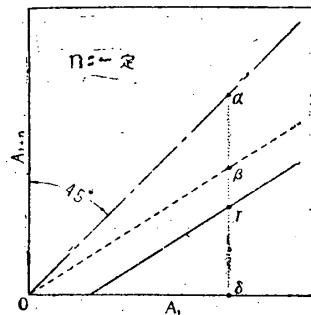
$$\left. \begin{aligned} a_0 + a_p &= 2 A_0 \\ a_{2p} + a_{3p} &= 2 A_1 \\ \dots \dots \dots \\ a_{n-2p} + a_{n-p} &= 2 A_{m-1} \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} a_n + a_{n+p} &= 2 A_n \\ a_{n+2p} + a_{n+3p} &= 2 A_{n+1} \\ \dots \dots \dots \\ a_{2n-2p} + a_{2n-p} &= 2 A_{n+m-1} \end{aligned} \right\}$$

等とおけば、(a)は第1表(b)のごとく置換出来る。そして(2)式と同様に

$$A_{i+n} = A_i V^n - k(1 - V^n) \dots (3)$$

が成立する。そしてこの時、ε および M<sub>f</sub> が一定であるとすれば、A<sub>i</sub> - A<sub>i+n</sub> の組合せは、第1図において



第1図

直線上にのることになる(実線で示す).同図の破線は原點を通り,この実線に平行な直線であるが, $\alpha\beta$ は速度項 $\epsilon$ の存在による減衰によつて出現するものであり, $\beta\gamma$ は非速度項 $M_f$ の存在による減衰によつて出現するものである.もちろん,以上の議論は(1)式が成立し, $I, \epsilon, B, M_f$ がすべて一定であるという前提の下のものであつて,逆は必ずしも眞ではない.すなわち実験の結果,第1図のような実線が得られたからといつて $\epsilon$ および $M_f$ による摩擦が存在するとは一概には言えないが,その點は充分に考慮していくつもりである.

以上は実験結果の解析について一般的に述べたものであるが,次にわれわれの使用した装置について記すと,振子はT型のもので<sup>(1)</sup>,その諸元は

慣性モーメント	$I = 91290 \text{ gcm}^2$
復元係数	$B = 136.9 \text{ gcm}$
全自重	$W = 160.6 \text{ g}$
周期	$T = 5.18 \text{ sec}$

である.そして振子の支點には直徑 $1''/16$ ( $\approx 1.59 \text{ mm}$ )の玉軸受用SKFの鋼球を使用した.従つて1個の球にかかる荷重は $80.3\text{g}$ であつて,荷重は全実験を通じて一定である.なお振幅の讀みは一つの例外を除いてすべて半徑 $30\text{cm}$ の角度目盛盤を指針で讀んだ\*

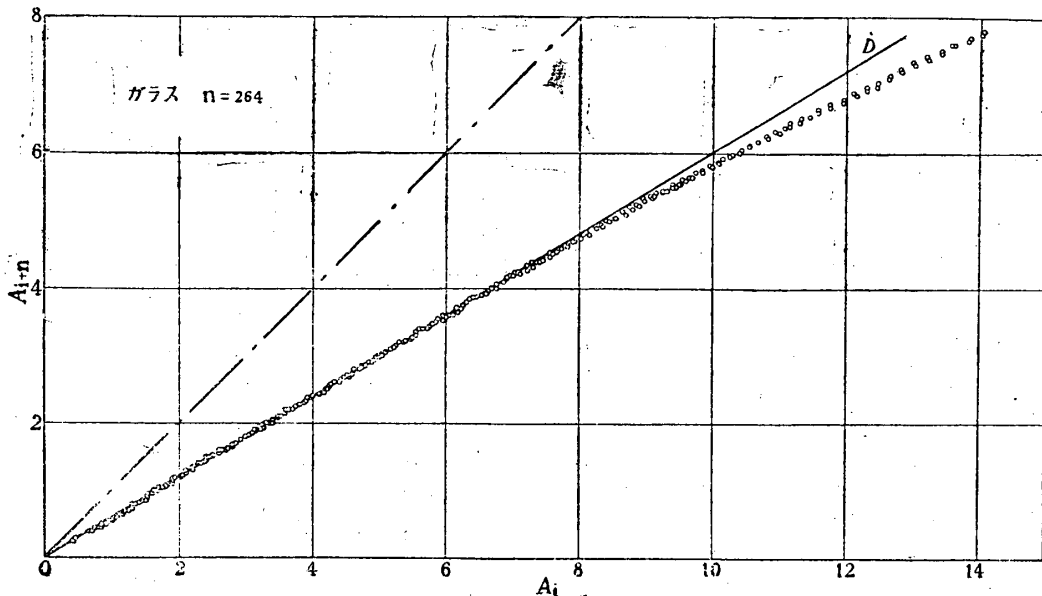
\*ものである.それから,週期が約5秒であるから前述の $p$ はすべて3とした.また振子の振動により球と平面間に作用する力は,方向および大きさを刻々に變化する.しかし,使用した振動はそれほど急激な速さのものではなく,かつ振幅も小さいので一應,垂直方向に振子自体の全荷重が働くともてよいのである.

## 2. 実験結果

それでは,実験した結果のうち,特徴のあるものを以下に列記することとしよう.たゞし,これから掲げる諸グラフは,縦横軸とも度で表わしてあり,また金属のラッピングは,水と酸化クロムを用いフェルト上でラップしたものを水道水で洗つたのち暖氣乾燥したもので,ラップ面上で水が滴にならず一様にひろがる状態のものである.

### (イ) 空氣抵抗

この実験でまず問題になるのは空氣のおよぼす抵抗である.しかも,われわれの使用した振子は割合にそれが大きい構造なので最初にこの檢定を行つた.その目的で球を平滑なガラス面でうけて得た結果が第2図である.ガラスはモース硬度 $5\sim 6$ であるから $M_f$ は小であらうと考えて使用したのであるが果して,この装置では $M_f$ の影響は完全に無視出来るようであり\*\*



第 2 圖

\*\*測定値は振幅 $0\sim 8^\circ$ の範囲で,原點を通る直線上にのると見ることが出来る.そしてこの測定結果より,上記の範囲では空氣抵抗による $\epsilon$ は一定であるということがわかる.たゞし,その中には,球とガラス間に

働く或る力によつて發生するかも知れない抵抗の影響が入つていないとは断定出来ないが,少くとも純粹の空氣抵抗はこれ以上になることはないと言えるわけである.なお大氣の溫度,濕度その他によつ

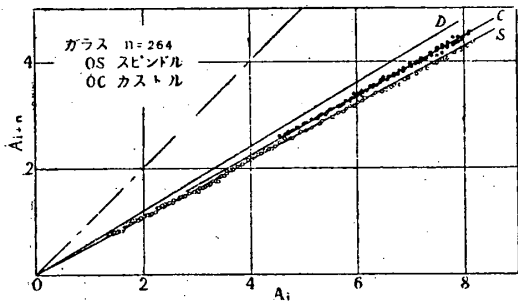
てこの直線が変化しないことを確かめたので、今後、この直線を OD 線と呼ぶことにし、また以下の諸測定は振幅 8° 以内で行なうことにする。

(ロ) ガラス面上の油

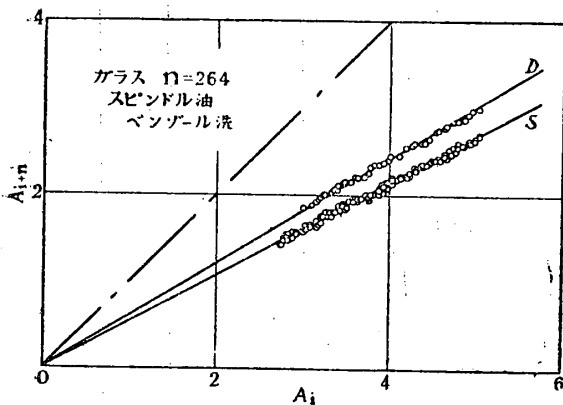
前項の測定にあつては、ガラス面の清浄さには余程注意を拂ふ必要があり、僅かでも汚れていると正確な値を求め難いのである。そこで、之に関連して実験を行なつた結果の一例が第3図および第4図である。すなわち第3図は、ガラス面上にスピンドル油およびカストル油を塗布した場合の結果で、明らかに速度項に影響をおよぼしていることが見られ、(1) 式の  $\epsilon$  は空気による  $\epsilon_a$  と、油による  $\epsilon_f$  とから、

$$\epsilon = \epsilon_a + \epsilon_f$$

となつてることがわかる。そして興味のあるのは、油を厚くぬつても薄くしてもその影響は全くみとめられないことで、これは球が油をかきまわすための、いわゆる粘性による抵抗モーメントは、この実験では角



第3図



第4図

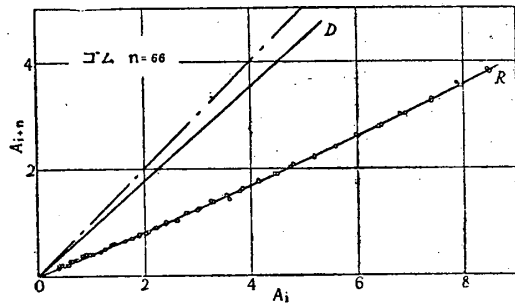
速度もおそく、かつ球が小さい爲に問題にならぬためと考えられ、従つて非常に薄い油の層が影響を及ぼしているのであろうと推定されるわけである。この見地からスピンドル油をガラスに塗布した後、これをベンゾールで洗つて乾燥させてから、測定してみたのが第4図の OS 線であるが、これは第3図の OS 線

に全く一致するのであつた。しかも4回繰返して測定した結果を第4図は示すのであるが変動がない。そこで装置はそのまゝにして、ベンゾールを十分に浸ませた脱脂綿をころがり測定点の近くに数個おき、附近をベンゾール蒸気で飽和させて測定した所、測定値は第4図の上部に示すように OD 線に飛び歸つてあらわれるのが見られた。

この結果から次のようなことが考えられよう。すなわち球は弾性変形によりガラス面と或る面積で接しており、しかも相當な集中荷重をこの部分で受けているので、油の存在は球とガラス間に強い接着を起す。それをひきはがすのに必要な抵抗が速度項となつて現われるのであろう。

(ハ) ゴム

かくして油による接着が速度項に影響をおよぼすことがあることが知れたが、ゴムのようなものもまた速度項に甚だしい影響を持つのである。第5図はゴム栓



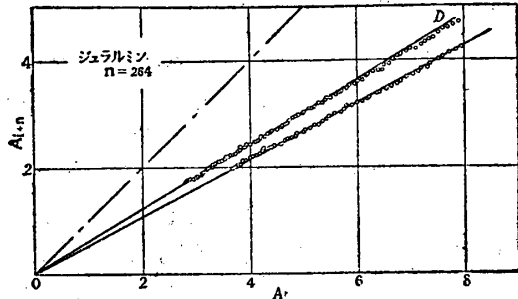
第5図

からとつたゴムでつくつた試験片(表面をベンゾールで清浄にする)上で測定したものであるが、OR 線は僅か曲率を有するけれど大雑把にいつて直線と見なすならば、これまた大きな速度項を有すると見ることが出来る。たゞしかし、相當の弾力性のあるゴムの上であるから、僅か ±8° 程度の振幅において 1"/16 の球が普通の意味のころがり起したかどうかは疑問かも知れない。けれども、物体の弾性変形による内部摩擦のようなものが速度項に影響を持つとは言い得られぬであろうか。

(ニ) ジュラルミン

ジュラルミンを丁寧にラップした平面上では、第6図に示すように、ほぼ OD 線に一致している所の測定値が得られる。すなわち清浄なガラスの場合と同様な状態を示すのである。所で、このジュラルミンに金罫でやすり目を入れたもの(球のころがり方向に平行)で測定を行うと、同図の下部に示すような直線が得られる。これは面の凹凸のために接触圧力が大となりそ

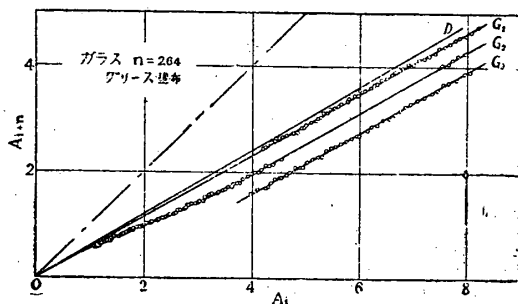
のために接着の影響が出て来るのではないかと等とも考えられるが、これだけでは即断し得ない。なお、非速度項も當然大きくなるわけであろうが、この装置では表面に出るまでには到らなかつた。



第6圖

(ホ) ガラス面上のグリース

第7図に示すのは、ガラス面上に或るグリースを塗布して求めた結果である。すなわち  $G_3$  は、ガラス面上にグリースを僅かつけて脱脂綿でよくこすり肉眼ではわからぬ程度の厚さに塗布したもの、 $G_2$  はそれを、ベンゾールにつけてからよく振りきつた綿で軽くぬぐつたもの、 $G_1$  は前述の綿で丁寧に十数回ぬぐいとつたものである。そして、こゝで、ごく薄いグリース層に

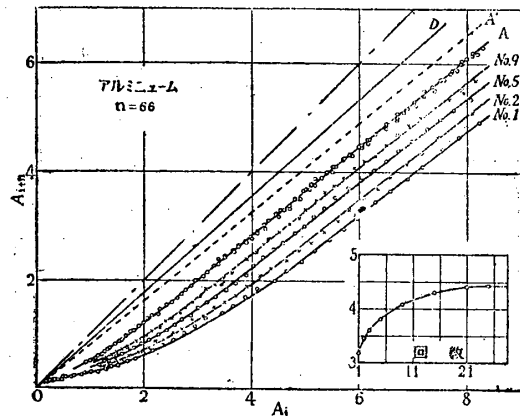


第7圖

よつて初めて非速度項が現われたわけであるが、これは主としてグリースの塑性変形のために発生するものようで、実験をくり返して行くと徐々に減少して來るのが見られる。たゞし上図にはそれを示してない。

(ヘ) アルミニウム

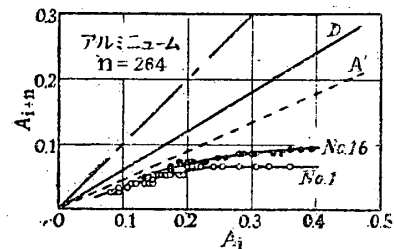
前項において塑性変形による非速度項の發生について記したが、これが歴然と見られるのがアルミニウムについて行つた結果である。第8図がそれであるが、アルミニウムをラップして測定する。そしてまず最初に得られるのが No.1 であり、振子がほぼ静止するまで待つて次回に同じように測定を行うと No. 2 が得られる。以下同様にして繰返して行くわけであるが、同図の右下方に示すように、 $A_i$  を  $6^\circ$  としたとき  $A_{i.n}$



第8圖

の  $n$  が 66 なる場合の振幅を求めて図示すると、これが次第に上昇し、実験回数が約 23 ~ 24 附近になつてから漸く飽和して一定となるのが見られる。そしてその場合を同図 A の線が示すわけであるが、これは No.25 ~ 29 を目盛つたものである。この直線に平行で、原点を通る直線が  $OA'$  である。もちろん非速度項の変化のために、No. 1 より A までの測定線の傾度はごく僅か変化するが、まず大体平行と見做し得るので図からわかるように、非速度項の大いさは最後には最初の約 1/4.5 位になつてしまふ。これは主として塑性変形が次第に進んで、遂に安定状態になることを示すのであると考えられる。

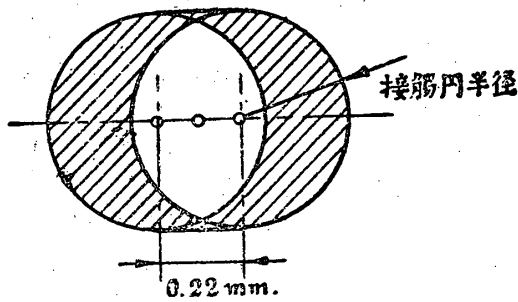
なお、原点附近の振幅小なる所を、小鏡と望遠鏡を使用して測定してみた結果が第9図であつて、 $OA'$  線は第8図のものと同じものであり、第9図には測定



第9圖

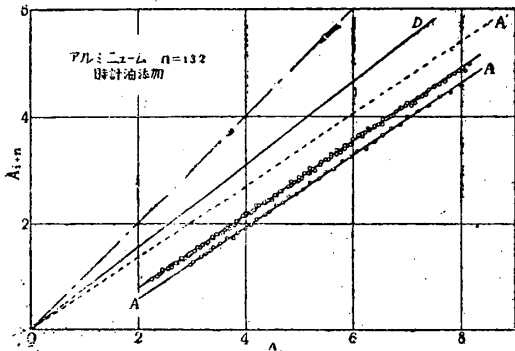
値として No. 1 および No. 16 の場合を一例として示した。第8図からわかるように、すべての測定線は振幅が小になると傾きを変えて次第に原点附近に向うが、第9図より、これらは決して  $OA'$  線より上に出ることがない。しかも次第にそれに接して行く(厳密に言えば完全に接してしまふことはないが) 傾向があるのは、振幅が小さくなると非速度項の影響が徐々に減少し、速度項の占める役割のみが残るに到ることを表わしているわけである。

また上記の実験回数をくり返して行つた場合、安定状態になつてから最後に残る非速度項は一体、何が原因になつているかという問題に関しては軽々しく判断し得ないが、弾性変形に基づかずすべり摩擦が相當の役割を果していると考えられぬことはない。それを或る程度確かめる目的で、前述のように安定状態に到達せしめた後、装置はそのまゝにして時計油を球の附近に添加してみた。たゞ、こゝで注意せねばならぬのは、1"/16の直径の球が±8°だけ回轉するとき、球中心の移動距離は僅か±約0.11mmである。しかもアルミニウム上において球が荷重80.3gを受けるとき、球とアルミニウム面間の接觸円の半径は相當に大きいと考えねばならぬので、そのために油を添加してから直ちに測定してみても、例えば第10図の斜線をほど



第10圖

とした部分には一應油が入ると考えられるが、中央部分には流入しない。しかも接觸円の周縁部分で受ける荷重は小さいから、すべり摩擦を考える場合余り影響がないし、かつまた中央部分で受ける荷重は大きいので、かなり条件のきびしい境界摩擦を現出するであろうと考えられる。それ故に油を充分に作用させるために、添加してより一夜そのまゝ放置して翌日測定を行つた所第11図に示すように(A-Aは油添加以前)、非速度項が減少するのが見られたのである。もちろん、油を添加せぬ場合は、清浄な空気中に一夜放置しても

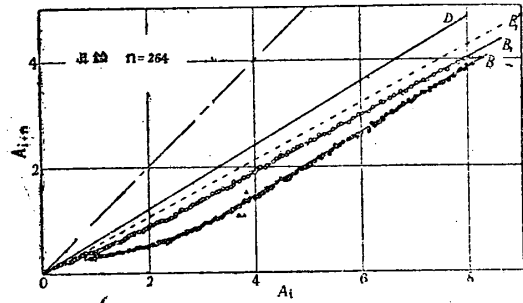


第11圖

前述のような変化は起らぬことを確かめた。なお、同じような実験を銅についても行つた(後述)。

(ト) 眞鍮

次にまた特色のある変化を示すのが眞鍮の場合である。すなわち、この場合には、ラップを行つた眞鍮に対する最初の測定によれば、第12図のB<sub>1</sub>のごとく、相當の速度項を有する測定値が得られるが、数回の実験をアルミニウムの時と同様にくりかえして続行すると速度項が減少し、非速度項が増大して、同図Bのごとくなる。そしてBの直線部分はOD線には平行で速度項はほとんど無くなつた(全然無くなるのではないと考えられるが)ことを示し、かつ非速度項は最初に比して相當大になつていることがわかる。

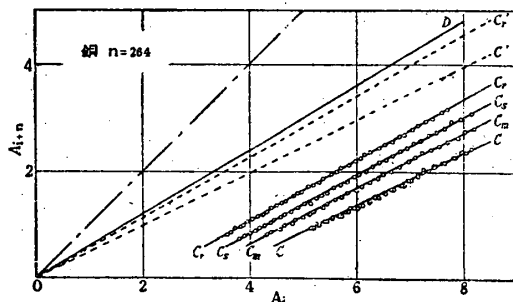


第12圖

それでは、いかなる原因でこのような変化をするのであろうか、これに關聯して行つた実験を次項にも述べるが、多分接觸面間に眞鍮の微細な粉が生成されるのではないか、しかもこの程度の荷重では、その微粒子が再び押しつぶされるまでには到らないのではなからうかと考えられる。

(チ) 銅

銅においては、繰返し実験に対してアルミニウムや眞鍮に見られるような著しい変化は見られず、清浄にラップした面では第13図のC-C線に見られるような結果が求められ、OC'線はC-C線に平行にひいたものである。さて、前項に關聯して、微粒子の存在がところがり摩擦におよぼす影響を見るために二種類の實



第13圖

験を行つてみた。一つは銅面上にシッカロールの粉を吹き之を吹きとばして僅かに薄く粉を残してから測定したものが同図の  $C_s-C_s'$  で、また他の一つは酸化クロムを極く薄く水に混合した液を銅面上に落し(清浄な面上には薄くひろがる)乾燥させてやつたものが  $C_r-C_r'$  である。共に速度項は減少するが、特に  $C_r-C_r'$  に平行な  $OC_s'$  線と  $OC_r'$  線とを比較すれば明瞭であろう。これは微粒体の存在によつて接着がさまたげられるためと思われる。たゞし真鍮の場合と違つて非速度項もかなり減少する。なおこの実験には微粒体の層の厚さを薄くする必要があり、余り厚いと最初のうちの抵抗がかなり大きく出る。

またアルミニウムの時と同じく銅面上に球をのせて  $C-C$  を測定してから、モビル油を添加して測定したものが  $C_m-C_m'$  で、やはり非速度項は減少する。その他最初から油が銅に附着しているときには更に減少するのである。

### 3. むすび

以上述べて来た僅かの諸例からも球のころがり摩擦の多様性がわかると思う。しかも上述の実験は、荷重

や球半径等を一定に保つての結果であるが、さらに之等を変えれば摩擦に作用する諸原因の比重も変化し、異つた結果が得られることであろう。けれども、いかに複雑に諸原因が輻輳していても、それらを抽出して分析することも敢えて困難な仕事ではないかのようにも思われる。しかし之は今後に残された問題である。

#### 〔附記〕

(1) アルミニウム、真鍮、銅等の実験において生じたころがりの痕跡は非常に微細なもので特に真鍮などでは不注意に見れば肉眼では判別出来ぬ程のものであり、従つてころがり面の変形それ自体が、振動特性に大きな影響をおよぼしているようなことはないと思われる。

(2) ガラス面に塗布したグリースの場合でも振幅小なる時、測定線がそれまでの直線からはずれて屈曲して来ることは興味がある(第7図)。

最後に本実験に色々助力を受けた白瀬金藏氏に謝意を表する次第である。

#### 文 献

- 1) 曾田、宮田：航研報告, No. 276 (1943) 203.

## 金屬薄板の引張試験に於ける試験片形状の影響

福井伸二・工藤英明・吉田清太

On the Influence of Geometrical Shape of Tensile Specimens upon Plastic Stress-Strain Curves of Thin Metallic Sheets.

By Shinji Fukui, Hideaki Kudo and Kiyota Yoshida.

**ABSTRACT** : In order to study the effects of shape of specimen on the tensile properties of the thin metallic sheets, several tests have been made by changing the ratios of breadth to thickness of the specimens, made from rolled sheets of aluminum, duralmin, brass, mild steel, and stainless steel. The shape effects on the plastic stress-strain curve were not observed for nonferrous-metals, whereas they were apparently recognized for ferrous-metals. Also the effects of shape upon the relation between the stains in thickness and breadth dimensions were studied. In the above experiments, a special load measuring equipment with small inertia and capacity, designed by the authors, was used.

(1950年7月19日受理)

### 1. 緒 言

金屬の塑性加工を解析するに當つて、先ず基礎となるものに材料の應力-歪曲線があり、壓延材の如き非等方性材では更に異方性の問題が重要になつて来る。

これ等が引張試験で研究出来れば便利である。丸棒試験片の引張試験による塑性應力-歪曲線其の他の引張特性の研究<sup>(1)</sup>は既に多くあり、一方板形試験片の降伏點、抗張力、伸率等に関しては Kuntze, Sachs<sup>(2)</sup> が歪の分布に関しては Miklowitz<sup>(3)</sup> が夫々試験片の