

凹状物体まわりの超音速流れに対する運動座標法の検討

野村将之*, 高倉葉子
東海大学工学部

Investigation of Moving-coordinate Method for Supersonic Flows around a Concave Body

by
Masayuki Nomura and Yoko Takakura

ABSTRACT

The moving-coordinate method presented by the authors is a methodology where physical phenomena are observed from the accelerating frame attached to a moving body. In this study, the moving-coordinate method is generalized by newly including both the translational and rotational motions of the frame. As the moving body is observed to be stationary in the moving-coordinate method, the present method has advantages that there is no regeneration of the grid around the object and no calculation error induced by moving grids. The governing equations of the moving-coordinate method are derived for the conservation laws of mass, momentum, and total energy, where the source terms are added to the conventional conservation laws of fluid. Further, the transformations of momentum and total energy between the inertial frame and the moving frame are presented. The present method was applied to supersonic flows around a rectangular parachute model, whose motion is represented by the momentum balance. The computational results showed the self-excited motions of the model.

1. 緒言

これまでに惑星探査機の大気圏再突入時における空力的減速方法について、様々な研究が行われてきた。その中でも、パラシュートは大きな抗力を確実に得ることができ、軽量かつコンパクトに収納することが可能であり、数多くの惑星探査機の大気圏再突入時に用いられてきた。しかしながら、その空力特性については、パラシュートの可撓性や、衝撃波と渦との干渉による流れの複雑性のために、明らかにされていない点も多い。

パラシュートを半円球の剛体で模した風洞実験での流れ場において、離脱衝撃波が回転しながら振動していることが報告されている^{1,2)}。その振動はマッハ数が高くなるほど生じやすく、圧力波が離脱衝撃波と凹状物体内部とを数回往復した後に発生したりしなかったりし、一度振動が持続しても再び定常的な流れに戻るといったもので、超音速パラシュートで特徴的な実験的現象だが、その詳細なメカニズムは未だ不明である。

パラシュートの単純モデルとして、矩形凹状物体を流れに対向させた超音速流れの高精度数値計算³⁾では、一樣流中に擾乱を与えると渦と圧力波によるフィードバック現象が起こり、離脱衝撃波中央部付近より放出される渦が、凹状内部から縁部へと向かうことにより、衝撃波の非対称な振動を引き起こす可能性があることが報告されている。しかしながらこの渦放出は衝撃波の解像度が粗いために過大に捕えられていた。その後、衝撃波の解像度の高い格子上で凹状縁部からの音波の発生や衝撃波からの渦放出が詳細に報告された^{4,5)}。擾乱を与えるとまず凹状底面と離脱衝撃波の間で圧力波が往復することが指摘されている。

Hatanaka ら⁶⁾は、剛体半球殻モデル周り流れ場の3次元数値解析により Kawamura and Mizukaki による風洞実験²⁾で観察された現象を再現し、離脱衝撃波の微小な振動の周波数は、半球殻底面と離脱衝撃波間の距離で発生する気柱共鳴で説明できることを示した。

これまでの研究では、パラシュートのモデルを剛体で運動しないものとして扱ってきたが、実際のパラシュートは支点まわりの回転運動と並進運動を行っている。このような非定常自励運動は、物体の進行方向の予測を困難なものにしているため、非定常自励運動の解析や運動する物体まわりの流れ場の数値計算法の研究が行われている。

山川、松野⁷⁾は非構造格子系の移動格子有限体積法である非構造移動格子有限体積法を圧縮性流れに適用し、ピストン問題やガンタンネル問題についての計算を行い、スキームの有効性や拡張性を示した。また、井ノ本、松野⁸⁾は非圧縮性流れに対して非構造移動格子有限体積法を適用し、吹き玉の挙動を再現して、流体力学と運動力学の連成解析に対してスキームが有効であることを示した。これらは格子の移動や変形が伴う手法であるが、格子の移動や変形が伴わない手法も提案されている。

運動する物体まわりの流れ場の数値計算法として、Takakura らは移動座標法⁹⁾を物理的な観点から提案し、文献¹⁰⁾では圧縮性流体の支配方程式の一般座標系表示から移動座標法を系統的に導き出し、飛翔体発射時のバリスティック・レンジ内流れの数値計算と、高電圧ガス遮断器開局動作時の流れの数値計算へ適用した。移動座標法は、座標系を運動する物体に付着させるものであり、その座標系から見ると運動する物体は静止して見えるので、物体を動かした際に必要となる物体まわりの格子再形成の手間がなく、格子の移動に起因する計算誤差がなくなるといった利点がある。

本研究では、並進運動に加えて回転運動も含めた運動座標法を導きだし、これを数値計算へ適用することで、非定常自励運動する凹状物体まわりの超音速流の高精度数値計算を行うことを目的とする。

2. 運動座標法

運動座標法は、運動する物体に付着した座標系から流れ場を観測する手法である。Fig. 2.1 のように、慣性系に属する基準座標系 I とそれに対し加速度を持つ運動座標系 A (相対速度 V_0 で並進し、角速度 Ω で回転) を考え、 r を加速系 A の原点の慣性系 I における位置ベクトル、 x を加速系 A における位置ベクトルとする。系 I から観測される位置 $r+x$ での流体速度を u 、系 A から観測される対応する位置 x での流体速度を u_* とすると、

$$u - V_G = u_*, \quad V_G = V_0 + \Omega \times x$$

より、次の速度関係式が成り立つ。

$$u = u_* + V_0 + \Omega \times x \quad (1)$$

*現：東北大学大学院 (Graduate School of Tohoku University)

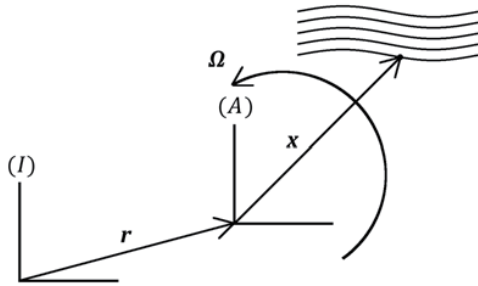


Fig. 2.1. Moving-coordinate frame (A) with translation and rotation.

ここでは、Lagrange 記法で流体の基礎方程式を記述し、運動座標系における基礎方程式を導く。以下、 $\rho, E, p, \mathbf{T}, \mathbf{q}$ は、それぞれ、密度、単位体積あたりのエネルギー、圧力、粘性応力テンソル、熱流束ベクトルを表す。

2.1. 連続の式

基準座標系での連続の式は、

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0$$

より、

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (2)$$

と表される。式(2)へ式(1)を代入すると、

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \nabla \cdot \mathbf{u}_* + \rho \nabla \cdot \mathbf{V}_0 + \rho \nabla \cdot (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{x}) = 0$$

となる。 $\rho \nabla \cdot \mathbf{V}_0 = 0$ 、 $\rho \nabla \cdot (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{x}) = 0$ となるので、運動座標系での連続の式は以下のようにになる。

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \nabla \cdot \mathbf{u}_* = 0 \quad (3)$$

よって、連続の式は変化しないことが示される。

2.2. 運動方程式

基準座標系の運動方程式は、

$$\rho \frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\nabla p + \nabla \cdot \mathbf{T} \quad (4)$$

と示される。慣性系に対して加速度をもって運動する運動座標系では、その単位直交基底を $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$ とすると、任意のベクトル

$$\mathbf{b} = b_1 \mathbf{e}_1 + b_2 \mathbf{e}_2 + b_3 \mathbf{e}_3 = b_i \mathbf{e}_i$$

に対し、慣性系で観測される変化は、

$$\left[\frac{D\mathbf{b}}{Dt} \right]_I = \frac{Db_i}{Dt} \mathbf{e}_i + b_i \frac{D\mathbf{e}_i}{Dt}, \quad \frac{D\mathbf{e}_i}{Dt} = \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{e}_i$$

より、次式が成り立つ¹¹⁾。

$$\left[\frac{D\mathbf{b}}{Dt} \right]_I = \left[\frac{D\mathbf{b}}{Dt} \right]_A + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{b} \quad (5)$$

ここで、下添字 I, A はそれぞれ、慣性系、運動座標系を表す。式(1)を慣性系で微分し、

$$\left[\frac{D\mathbf{u}}{Dt} \right]_I = \left[\frac{D\mathbf{u}_*}{Dt} \right]_I + \left[\frac{D\mathbf{V}_0}{Dt} \right]_I + \left[\frac{D(\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{x})}{Dt} \right]_I \quad (6)$$

式(5)、および $[D\mathbf{x}/Dt]_A = \mathbf{u}_*$ を用いると、

$$\left[\frac{D\mathbf{u}_*}{Dt} \right]_I = \left[\frac{D\mathbf{u}_*}{Dt} \right]_A + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{u}_*$$

$$\begin{aligned} \left[\frac{D(\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{x})}{Dt} \right]_I &= \left[\frac{D(\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{x})}{Dt} \right]_A + \boldsymbol{\Omega} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{x}) \\ &= \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{u}_* + \left[\frac{D\boldsymbol{\Omega}}{Dt} \right]_A \times \mathbf{x} + \boldsymbol{\Omega} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{x}) \end{aligned}$$

を得るので、式(6)は以下のようにになる。

$$\begin{aligned} \left[\frac{D\mathbf{u}}{Dt} \right]_I &= \left[\frac{D\mathbf{u}_*}{Dt} \right]_A + \frac{d\mathbf{V}_0}{dt} + 2(\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{u}_*) \\ &\quad + \boldsymbol{\Omega} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{x}) + \frac{d\boldsymbol{\Omega}}{dt} \times \mathbf{x} \end{aligned} \quad (7)$$

式(7)を式(4)に代入して整理すると、運動座標系での運動方程式が、

$$\begin{aligned} \rho \left[\frac{D\mathbf{u}_*}{Dt} \right]_A &= (-\nabla p + \nabla \cdot \mathbf{T}) \\ &\quad - \rho \left\{ \frac{d\mathbf{V}_0}{dt} + 2(\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{u}_*) + \boldsymbol{\Omega} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{x}) + \frac{d\boldsymbol{\Omega}}{dt} \times \mathbf{x} \right\} \end{aligned} \quad (8)$$

並進加速 コリオリの力 遠心力 非定常項

と示される¹¹⁾。

2.3. エネルギー式

基準座標系のエネルギー式は、

$$\rho \frac{D(E/\rho)}{Dt} = -\nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) + \nabla \cdot (\mathbf{T} \cdot \mathbf{u}) - \nabla \cdot \mathbf{q} \quad (9)$$

である。ここで、全エネルギー E を、運動座標系での全エネルギー E_* を用いて表す。

$$E = \frac{p}{\gamma - 1} + \frac{1}{2} \rho \mathbf{u} \cdot \mathbf{u} \quad (10)$$

$$E_* = \frac{p}{\gamma - 1} + \frac{1}{2} \rho \mathbf{u}_* \cdot \mathbf{u}_* \quad (11)$$

式(10)へ式(1)を代入すると

$$E = \frac{p}{\gamma - 1} + \frac{1}{2} \rho (\mathbf{u}_* + \mathbf{V}_0 + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{x}) \cdot (\mathbf{u}_* + \mathbf{V}_0 + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{x})$$

となるので、式(11)を用いると、

$$\begin{aligned} E &= E_* + \rho \mathbf{u}_* \cdot (\mathbf{V}_0 + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{x}) \\ &\quad + \frac{1}{2} \rho (\mathbf{V}_0 + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{x}) \cdot (\mathbf{V}_0 + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{x}) \end{aligned} \quad (12)$$

を得る。式(12)を ρ で割って慣性系で微分する。

$$\begin{aligned} \frac{D(E/\rho)}{Dt} &= \frac{D(E_*/\rho)}{Dt} + \left[\frac{D}{Dt} \{ \mathbf{u}_* \cdot (\mathbf{V}_0 + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{x}) \} \right]_I \\ &\quad + \frac{1}{2} \left[\frac{D}{Dt} \{ (\mathbf{V}_0 + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{x}) \cdot (\mathbf{V}_0 + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{x}) \} \right]_I \end{aligned}$$

右辺第2項 $\left[\frac{D}{Dt}\{\mathbf{u}_* \cdot (\mathbf{V}_0 + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{x})\}\right]_I$ は運動方程式を用いて,

$$\begin{aligned} & \mathbf{u}_* \cdot \left[\frac{D}{Dt}(\mathbf{V}_0 + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{x})\right]_I + \left[\frac{D\mathbf{u}_*}{Dt}\right]_I \cdot (\mathbf{V}_0 + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{x}) \\ = & \mathbf{u}_* \cdot \left[\frac{D}{Dt}(\mathbf{V}_0 + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{x})\right]_I \\ & + \left\{\left[\frac{D\mathbf{u}_*}{Dt}\right]_I - \left[\frac{D}{Dt}(\mathbf{V}_0 + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{x})\right]_I\right\} \cdot (\mathbf{V}_0 + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{x}) \\ = & \mathbf{u}_* \cdot \left[\frac{D}{Dt}(\mathbf{V}_0 + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{x})\right]_I + \frac{1}{\rho}(-\nabla p + \nabla \cdot \mathbf{T}) \cdot (\mathbf{V}_0 + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{x}) \\ & - \left[\frac{D}{Dt}(\mathbf{V}_0 + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{x})\right]_I \cdot (\mathbf{V}_0 + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{x}) \end{aligned}$$

右辺第3項 $\frac{1}{2}\left[\frac{D}{Dt}\{(\mathbf{V}_0 + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{x}) \cdot (\mathbf{V}_0 + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{x})\}\right]_I$ は,

$$(\mathbf{V}_0 + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{x}) \cdot \left[\frac{D}{Dt}(\mathbf{V}_0 + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{x})\right]_I$$

となる. また, エネルギー式 (9) における右辺第1,2項は, \mathbf{I} を単位行列として,

$$\begin{aligned} -\nabla \cdot (p\mathbf{u}) + \nabla \cdot (\mathbf{T} \cdot \mathbf{u}) &= \nabla \cdot \{(-p\mathbf{I} + \mathbf{T}) \cdot \mathbf{u}\} \\ &= \nabla \cdot \{(-p\mathbf{I} + \mathbf{T}) \cdot (\mathbf{u}_* + \mathbf{V}_0 + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{x})\} \\ &= \nabla \cdot \{(-p\mathbf{I} + \mathbf{T}) \cdot \mathbf{u}_*\} + \nabla \cdot \{(-p\mathbf{I} + \mathbf{T}) \cdot (\mathbf{V}_0 + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{x})\} \\ &= \nabla \cdot \{(-p\mathbf{I} + \mathbf{T}) \cdot \mathbf{u}_*\} + \{\nabla \cdot (-p\mathbf{I} + \mathbf{T})\} \cdot (\mathbf{V}_0 + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{x}) \\ & \quad (\because \nabla \cdot (\mathbf{V}_0 + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{x}) = 0) \end{aligned}$$

と表される. 以上を式(9)に代入して整理すると,

$$\begin{aligned} \rho \frac{D(E_*/\rho)}{Dt} &= -\nabla \cdot (p\mathbf{u}_*) + \nabla \cdot (\mathbf{T} \cdot \mathbf{u}_*) - \nabla \cdot \mathbf{q} \\ & \quad - \rho \mathbf{u}_* \cdot \left\{ \frac{d\mathbf{V}_0}{dt} + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{u}_* + \boldsymbol{\Omega} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{x}) + \frac{d\boldsymbol{\Omega}}{dt} \times \mathbf{x} \right\} \end{aligned}$$

となり, さらに $\mathbf{u}_* \cdot (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{u}_*) = 0$ より, 以下の運動座標系でのエネルギー式を得る.

$$\begin{aligned} \rho \frac{D(E_*/\rho)}{Dt} &= -\nabla \cdot (p\mathbf{u}_*) + \nabla \cdot (\mathbf{T} \cdot \mathbf{u}_*) - \nabla \cdot \mathbf{q} \\ & \quad - \rho \mathbf{u}_* \cdot \left\{ \frac{d\mathbf{V}_0}{dt} + \boldsymbol{\Omega} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{x}) + \frac{d\boldsymbol{\Omega}}{dt} \times \mathbf{x} \right\} \end{aligned} \quad (13)$$

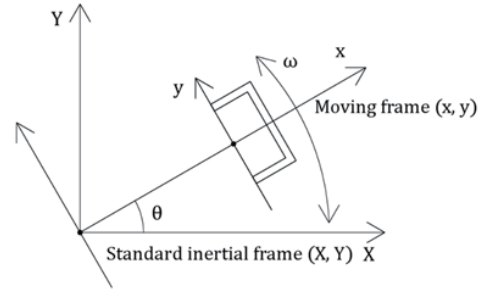
本節で運動座標法における流体の支配方程式, すなわち質量保存則, 運動量保存則, エネルギー保存則が導出されたが, 後者の2本の方程式は, 通常保存則に生成項が付加された式となることが示された.

3. 数値計算法

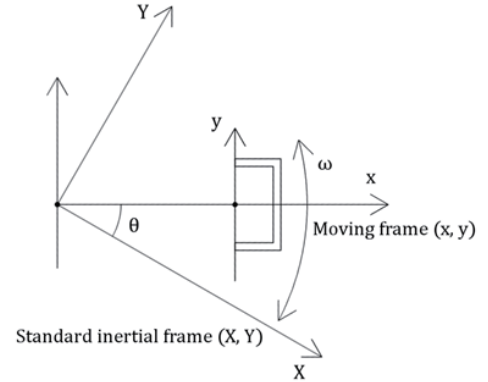
3.1. 計算モデル

本研究では, 基本的な現象を捉えることを主眼とするため, パラシュートを2次元, 剛体, 矩形凹状へモデル化した. また, 運動座標系の並進移動はなく, 回転のみを行うものとした.

計算対象モデルを Fig. 3.1 に示す. 運動する物体に付着し回転中心を原点に持つ座標 xy 系 (運動座標系) から流れ場を観測しているため, 基準座標 XY 系から流れ場を見たとき Fig. 3.1 (a) のように物体が回転運動しているとすると, 運動座標系から流れ場を見たときは Fig. 3.1 (b) のように運動物体は静止している.



(a) Observation from standard coordinate system (inertial frame)



(b) Observation from moving-coordinate system

Fig. 3.1. Computation model.

3.2. 基礎方程式と数値計算スキーム

運動座標系における, 無次元化した Navier-Stokes 方程式系を以下に示す.

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial(F - Re^{-1}F_v)}{\partial x} + \frac{\partial(G - Re^{-1}G_v)}{\partial y} = S \quad (14)$$

$$U = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ E \end{bmatrix},$$

$$F = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ (E + p)u \end{bmatrix}, \quad F_v = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xx}u + \tau_{xy}v + \frac{1}{Pr(\gamma-1)}\left(\kappa \frac{\partial a^2}{\partial x}\right) \end{bmatrix},$$

$$G = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho vu \\ \rho v^2 + p \\ (E + p)v \end{bmatrix}, \quad G_v = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{yx} \\ \tau_{yy} \\ \tau_{yx}u + \tau_{yy}v + \frac{1}{Pr(\gamma-1)}\left(\kappa \frac{\partial a^2}{\partial y}\right) \end{bmatrix},$$

$$\tau_{xx} = (\mu + \mu_{sgs}) \left\{ -\frac{2}{3} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + 2 \frac{\partial u}{\partial x} \right\} - \frac{2}{3} \rho k$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = (\mu + \mu_{sgs}) \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)$$

$$\tau_{yy} = (\mu + \mu_{sgs}) \left\{ -\frac{2}{3} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + 2 \frac{\partial v}{\partial y} \right\} - \frac{2}{3} \rho k$$

$$S = \begin{bmatrix} 0 \\ \rho \left(\omega^2 x + 2\omega v + y \frac{d\omega}{dt} \right) \\ \rho \left(\omega^2 y - 2\omega u - x \frac{d\omega}{dt} \right) \\ \rho \left(\omega^2 ux + \omega^2 vy - vx \frac{d\omega}{dt} + uy \frac{d\omega}{dt} \right) \end{bmatrix}, \quad x = x' + l_0$$

$$\text{状態方程式: } p = (\gamma - 1) \left\{ E - \frac{1}{2} \rho (u^2 + v^2) \right\}$$

ここに、Fig. 3.2 に示すように、 $o' - x'y'$ は物体前端中央部を原点とする物体座標系、 $o - xy$ は原点を $-x$ 方向に l_0 だけ移動させて回転中心を原点とした運動座標系、 U は保存量、 F, G は x, y 方向の非粘性流束、 F_v, G_v は x, y 方向の粘性項、 S は生成項である。

物体が Fig. 3.2 のように、支点 o 周りで回転するとしたときの支点周りのモーメントの釣り合い式を、以下に示す。

$$I \frac{d^2 \theta}{dt^2} = l_g F_t$$

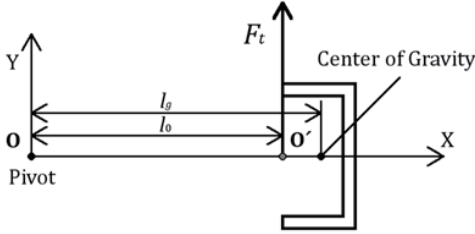


Fig. 3.2. Rotating system.

ここで、 I は慣性モーメント、 θ は基準座標系における物体の回転角 (Fig. 3.1 参照)、 l_g は回転中心 O から物体の重心までの距離、 l_0 は回転中心 O から物体座標上の原点 (物体前端) O' までの距離、 F_t は物体に作用する接線方向の流体力である。

基準座標系から運動座標系への、運動量 ρu と全エネルギー E の変換式は、次のように示される。

$$(\rho u)_A = (\rho u)_I - \rho (V_0 + \Omega \times x) \quad (15)$$

$$E_A = E_I - \rho u_I \cdot (V_0 + \Omega \times x) + \frac{1}{2} \rho (V_0 + \Omega \times x) \cdot (V_0 + \Omega \times x) \quad (16)$$

同様に、運動座標系から基準座標系への変換式は、

$$(\rho u)_I = (\rho u)_A + \rho (V_0 + \Omega \times x) \quad (17)$$

$$E_I = E_A + \rho u_A \cdot (V_0 + \Omega \times x) + \frac{1}{2} \rho (V_0 + \Omega \times x) \cdot (V_0 + \Omega \times x) \quad (18)$$

と示される。

式(14)を解くにあたり、空間の離散化には有限体積法を、時間積分には3次精度 TVD Runge-Kutta 法を用いた。非粘性流束の評価には、渦と衝撃波の干渉を高精度に解像するために、空間精度7次精度の WENO スキーム¹²⁾およびセル境界において HLLC flux Riemann Solver を用い、粘性項には2次精度中心差分、乱流モデルには Sub-Grid Scale Smagorinsky モデルを用いた。物体の回転運動の角度 θ および角速度 ω は、ある支点周りで回転するとしたときの支

点周りのモーメントの釣り合い式を、Runge-Kutta 法を用いて数値積分することで求めた。

3.3. 境界条件

物体が回転しない状態における流入条件は、以下のとおりである。

$$\rho_{in} = 1.0$$

$$p_{in} = \frac{1.0}{\gamma}$$

$$\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}_{\infty} = \begin{pmatrix} M_{\infty} \\ 0 \end{pmatrix}_{l, \theta=0}$$

流出条件は以下のとおりである。 $\rho, \rho u, \rho v$ は、0次外挿である。 E は、 $M \geq 1$ のときには0次外挿で求め、 $M < 1$ のときには背圧 p_{out} を与え、 ρ, u, v は、0次外挿で定まる値を用いた。

$$E = \frac{p_{out}}{\gamma - 1} + \frac{1}{2} \rho (u^2 + v^2)$$

物体が回転する状態における流入条件は、式(15)、式(16)を用いて以下のように表される。

$$\rho_{in} = 1.0$$

$$p_{in} = \frac{1.0}{\gamma}$$

$$\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}_{*, \infty} = \begin{pmatrix} M_{\infty} \cos \theta + \omega y \\ -M_{\infty} \sin \theta - \omega x \end{pmatrix}$$

$$E_{*, \infty} = E + \rho \omega \{ M_{\infty} (x \sin \theta + y \cos \theta) \} + \frac{1}{2} \rho \omega^2 (x^2 + y^2)$$

流出条件は、一旦、式(17)、式(18)を用いて物理量を運動座標系から基準座標系へ変換し、流れが超音速か亜音速かどうかを評価した。 $\rho, \rho u, \rho v$ は0次外挿であり、 E については、 $M \geq 1$ のときは0次外挿、 $M < 1$ のときは背圧を与え、 ρ, u, v は0次外挿で定まる値を用いて計算する。その後、式(15)、式(16)を用いて物理量を基準座標系から運動座標系へ再変換して与えた。

物体壁面上での境界条件は、運動座標法では静止物体上と同じく速度は零として扱える。

4. 計算条件

Fig. 4.1 の黄色線で囲まれた領域が、パラシュートをモデル化した矩形凹状物体であり、物体内側の x 方向の長さを代表長さ 1 とした。格子数は、衝撃波が解像度の高い格子領域 (Fig. 4.1(a) における物体周囲の赤線内) に入るよう、 x 方向 485 点、 y 方向 532 点とした。

計算領域の左側は流入境界、右側および上下の境界は流出境界とした。また、レイノルズ数 Re は凹状内部流れ方向を代表長さ、一様流の音速を代表速度として、 $Re = 1.0 \times 10^5$ の流れ場を数値計算により求めた。一様流マッハ数は、 $M_{\infty} = 3.0$ とした。

初めに物体の運動がない状態で、離脱衝撃波の位置がほぼ一定となり流れが定常的となるように、無次元時間 0 から 1500 まで計算を行った。その後、物体が流体力により回転運動する状態で計算を行った。

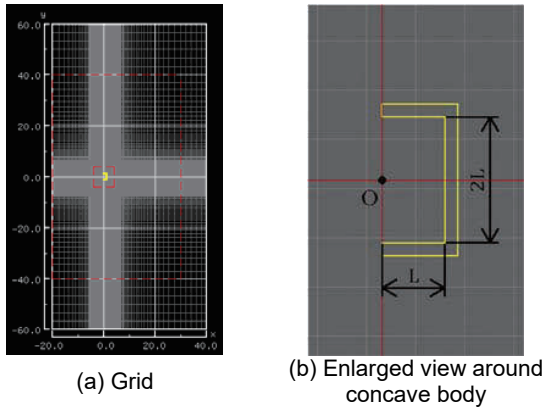


Fig. 4.1. Grid and concave body

5. 数値計算結果

Fig. 5.1(a), (b) に、それぞれ回転運動する物体の θ および ω と、揚力係数 C_L の時間履歴を示す。Fig. 5.1(a) は、無次元時間 1100 となる頃に流れ場が適切なものとなり、無次元時間 1100 以降では自励運動が物理的に誘起されていることを示している。Fig. 5.1(b) において、無次元時間 1100 以降の揚力振動には物体の回転運動による低周波の波に高周波の波が加わっていることが観察され、物体が静止しているときと同様の流れ場の特徴^{3,4,5,13}が示唆される。

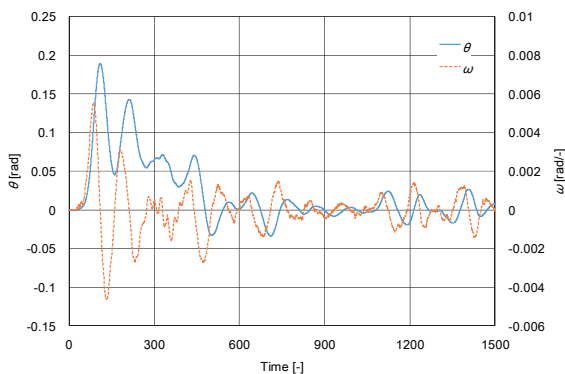
Fig. 5.2(a) から (i) に、 $M_\infty = 3.0$ の超音速流により引き起こされた物体運動の 1 周期での、それぞれの時間での圧力分布を示す。これらの圧力分布は、運動座標系での値から基準座標系での値へ変換したものである。以上より、本研究で提示した運動座標法を、凹状物体まわりの超音速流の数値計算へ適用した結果、物体の自励振動が捉えられた。

6. 結言

運動する物体に座標系を付着させる運動座標法が、座標系の並進運動のみ含む場合から並進・回転運動を含むべく一般化された。運動座標法では、運動物体は静止物体として扱えるため、物体が動く際に必要となる物体まわりの格子再形成の手間がなく、格子の移動に起因する計算誤差がなくなるという利点がある。

運動座標法における流体の支配方程式、すなわち質量保存則、運動量保存則、エネルギー保存則が導出されたが、通常の保存則に生成項が付加された式となる。さらに慣性系と運動座標系の 2 座標間の物理量変換式が導かれた。

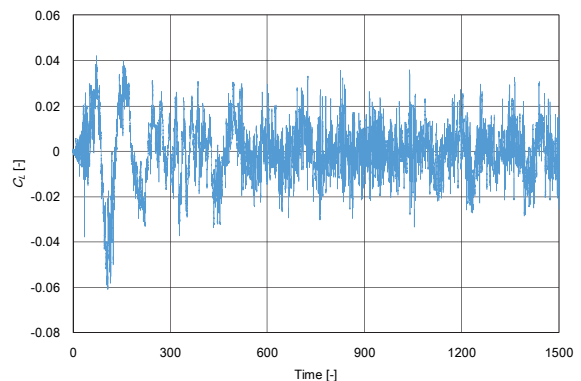
このように提案された運動座標法を、凹状物体まわりの超音速流れに適用すべく、境界条件が示され数値計算を行った結果、物体の自励振動が捉えられた。



(a) Rotational motion of body: θ and ω .

参考文献

- 1) 平木 講儒, “超音速領域における半球殻の空力特性に関する実験的研究”, 東京大学修士論文, 1992.
- 2) Takafumi Kawamura and Toshiharu Mizukaki, “Aerodynamic Vibrations Caused by a Vortex ahead of Hemisphere in Supersonic Flow”, 20th ISSW, 2011.
- 3) 高倉 葉子, 平木 秀龍, 新井 紀夫, “超音速流中の凹型物体まわりの流れ場について”, 第 41 回流体力学講演会/航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム 2009 講演集, 2009.
- 4) 尾崎 彰彦, 豊里 理紗, 高倉 葉子, “超音速流中における凹状物体まわりの流れの高精度数値計算”, 第 46 回流体力学講演会/第 32 回航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム論文集, JAXA-SP-14-010, 2015 年 3 月.
- 5) 豊里 理紗, 高倉 葉子, “物体まわりの超音速流に関する振動特性”, 第 47 回流体力学講演会/第 33 回航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム講演論文集, 2D01, 2015 年 7 月.
- 6) K. Hatanaka, S. M. V. Rao, T. Saito, and T. Mizukaki, “Numerical investigations on shock oscillations ahead of a hemispherical shell in supersonic flow”, Shock Waves, 2016.
- 7) 山川勝史, 松野謙一, “非構造移動格子有限体積法: 第 1 報, 非定常圧縮性流れに対する基礎的定式化と検証 (流体工学, 流体機械)”, 日本機械学会論文集. B 編, 第 69 巻, 第 683 号, pp. 1577-1582, 2003 年 7 月.
- 8) 井ノ本健, 松野謙一, 山川勝史, “非圧縮性流れに対する非構造移動格子有限体積法と流体力学-運動力学の連成問題への応用”, 日本計算工学会論文集, Vol. 2015, pp. 20150008, 2015.
- 9) Y. Takakura, F. Higashino, and S. Ogawa, “Unsteady flow computations on a flying projectile within a ballistic range”, Computers and Fluids, vol. 27, no. 5-6, pp. 645-650, 1998.
- 10) 高倉 葉子, “移動境界を含む流れの数値計算法—支配方程式、幾何保存則、及び移動座標法の適用例”, 数値流体力学, 第 8 巻, 第 3 号, pp. 117-129, 2000 年 4 月.
- 11) Joseph H. Spurk, “Fluid Mechanics”, Springer-Verlag, 1997.
- 12) Chi-Wang SHU, “Essentially Non-Oscillatory and Weighted Essentially Non-Oscillatory Schemes for Hyperbolic Conservation Laws”, ICASE Report No.97-65, 1997.
- 13) 乾大知, 高倉 葉子, “凹状物体まわりの超音速流に関する振動特性”, 第 48 回流体力学講演会/第 34 回航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム講演論文集, 1A2D01, 2015 年 7 月.



(b) Lift coefficient: C_L .

Fig. 5.1. Time histories for rotational motion of body and coefficient of lift.

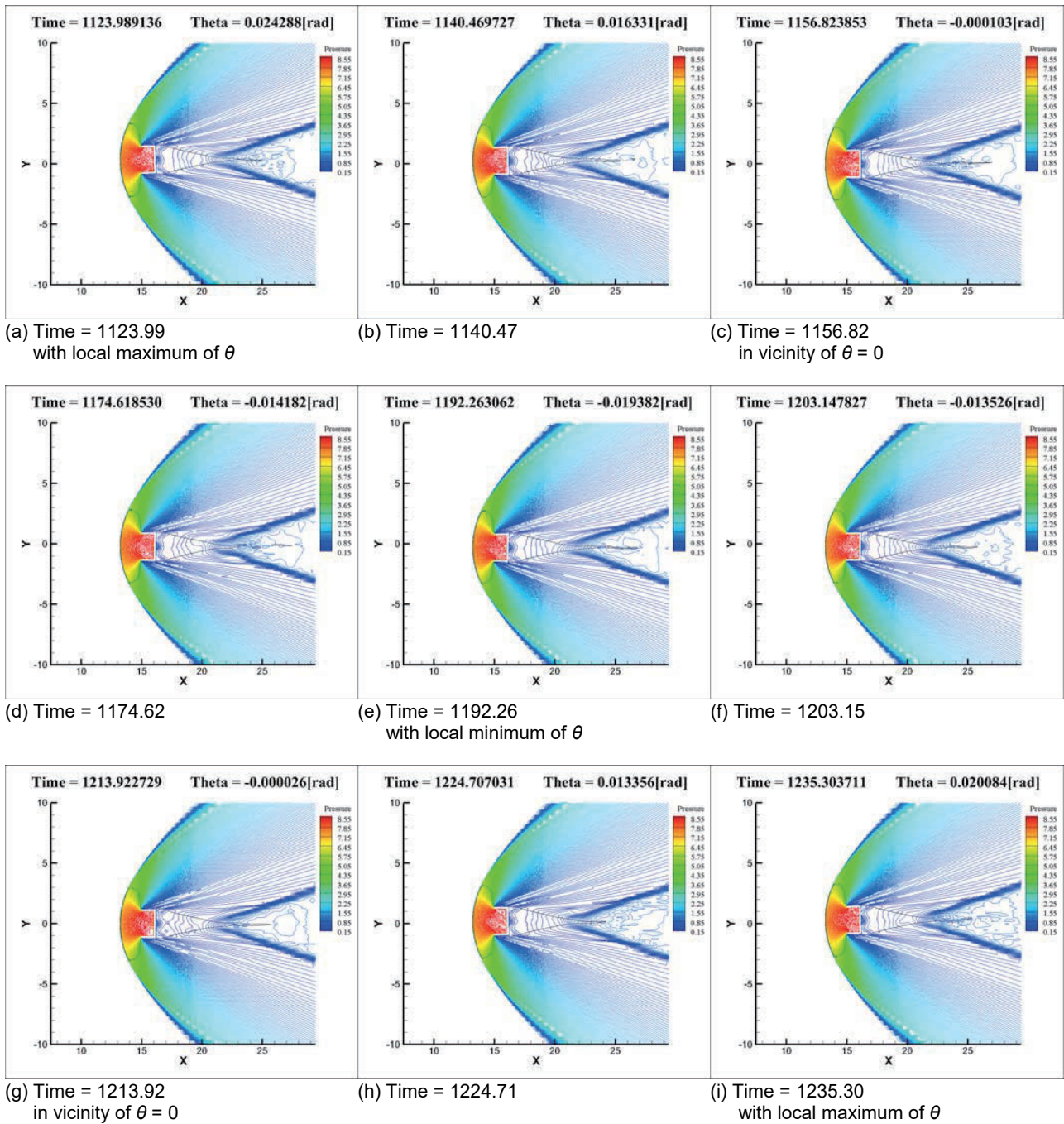


Fig. 5.2. Pressure contours around body.