

プラズマの温度とイオン密度の測定法

村 川 梨
水 野 静 代*

概 要

稀薄ガスの中のプラズマの温度を、水素以外の元素のスペクトル線の巾を観測することによって、測定する一般的方法について述べる。プラズマでは発光する原子（又はイオン）がイオンの電場の影響を強く受け、この電場の値に巾があることがスペクトル線の広がりにも貢献する。この他に Doppler 効果による広がりもある。これらの全部を考慮に入れて、はじめて正しい温度が得られる。この実験では一例として、ネオンをつめた Geisler 管にスパーク放電を行なって得られるプラズマの平均的温度を Ne I λ 5852 なる線の広がりから測定した。スパーク放電のとき得られる λ 5852 の波長とアーク放電（このときは各原子の受ける電場は無視できる）のとき得られる波長とを Fabry-Pérot のエタロンを用いて比較して、前者が長い波長の方にずれていることを確かめ、このずれの分量からプラズマの中の発光する原子の受ける電場（確率の最も大きい電場）を算出した。この電場の値を Holtsmark の論と結びつけると、原子の受ける電場の大きさが町々であることに原因するスペクトル線の理広がりがあり、これを観測したスペクトル線の広がりから差し引いたものが Doppler 効果による広がりであると仮定して、プラズマの平均的温度を算出した。Ne I λ 5852 の上述の波長のずれから得られた電場の値を用いてイオンの平均的密度の概略の値を計算した。

§1. ま え が き

発光しつつあるガスの温度は分光学的に最も正確に測ることができる。この際にどのガスもイオン化していなければ問題は割合に簡単であるが、ガス中にイオン化したものがあると、これが電場を他の原子に及ぼすので、この電場を実験的に測定しなければ、正しい温度は得られない。

当実験室では、数年以来、稀薄ガスの中のプラズマ（イオン化したガス）の研究を行なっているが、これの温度の分光学的測定に関して、信頼するに足る正確度の測定法を発表した文献が案外少いことを日頃から痛感している。ガスが水素である場合には、いくらか文献があるが [1]、それ以外の場合には、文献は皆無といってもよい。この報告で述べるプラズマの温度の測定方法はガスの例としてネオンをとった場合の実験に関するものであるが、他のガスについても同様の方法を適用することができるので、かなり一般的のものである。但し水素だけは特別のガスであって、ここで述べるのと原理は同じでも具体的にはいくらか異なった方法を用いなければ、温度を算出することはできない。

プラズマの温度はスペクトル線の巾を測って Doppler 効果の公式で算出できると考えて

* 東京大学物理学科大学院学生

いる人が極めて多い [例えば 2] ようであるが、これは大きな間違いであって、この報告で実際の数値を挙げてそのような考えは極めて貧弱な近似であることを示すであろう。

水素の温度の測定法については別の機会に詳しく述べる予定である。

§2. プラズマの発生装置

プラズマを作り分光的に温度を測定する光源の最も簡単な一つの例として Geisler 管の中にスパーク放電を行なった。また、封入ガスとして最も簡単な (いかなる物質とも化合しない) ガスすなわち貴ガス、そして一例としてネオンを用いた。その圧力は凡そ 5 mm Hg

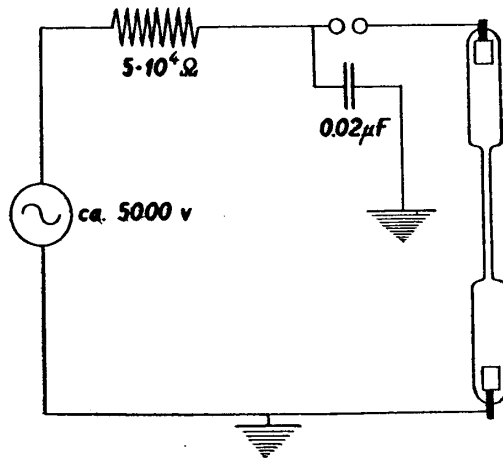


Fig. 1. Arrangement for the condensed discharge in Geisler tube containing neon.

であった。Geisler 管は pyrex ガラスで作られ、その毛細管の部分の内径は約 3 mm であった。スパーク放電の結線図は Fig. 1 の通りで、極めてありふれたものである。

スパーク間隙として二つの球を用いたが、これは非常に安定であるとはいえない。厳密には時々刻々にその放電状態が変化しているといわなければならない。従って、この実験で測定する温度は平均的なものである。また、スパーク放電では放電電流が時間的に変化するから、測定した温度は、発光の強度を weight として平均をとった温度であると考えれば、ほぼ正しい答えであると思われる。

§3. 分光的装置

スペクトル線の中を最も正確に測定するには Fabry-Pérot のエタロンを用いなければならない。当実験室では 20 年以上にわたってスペクトル線の hyperfine structure (略して hfs と書く) を研究しているので、flatness のかなり良いエタロンを所有している。これを次の 3 種類に分類することができる。

- a. 軽フリントガラスのエタロン。これに真空蒸着で Ag を塗り、 $\lambda > 4200 \text{ \AA}$ の波長区域で使用する。
- b. クラウンガラスのエタロン。これに dielectric multi-layer coating を施し、 $3500 > \lambda > 4200$ の波長区域で使用する。
- c. ウビオールのエタロン。これに Ag-Al 合金を真空蒸着で塗り、 $3600 > \lambda > 3000$ の波長区域で使用する。

エタロンの他に、A. Hilger 製の水晶及びガラスの Lummer-Gehrcke 板を所有しているが、波長の短い区域をしらべる時は別として、最近はその使用の頻度が少ない。

エタロンの spacer としては、使用中に温度変化による極めて僅かな長さの変化も測定誤差の原因となるので、invar を用いて製作してある。その厚さの主なものは Table 1 の通りである。

光源から出た光は Zeiss の $f=50\text{ cm}$ のレンズで集められてスリットを通り次にエタロン及び Zeiss の achromat ($f=40\text{ cm}$) を通ってガラス又は水晶の分光器のスリットの上に干涉縞の像を結ぶ。ガラスの分光器は当実験室で組み立てたもので、コリメーターは $f=1\text{ m}$ のレンズ、プリズムは軽プリントで $\lambda=3550$ まで通過する。必要によっては 2 個のプリズムを使用することもあるが、光量の点で通常は 1 個しか用いない。プリズムを通った光は $f=1.5\text{ m}$ のカメラレンズでカセットに焦点を結ぶ。コリメーターのレンズとカメラレンズとは焦点距離が殆んど等しいものを用いることが常識となっているが、hfs のエタロンによる像の分散度を大きくするために、特にカメラレンズの焦点距離を長くしたのである。このために光の強さを多少ぎせいにすることは止むを得ないのである。

この実験では光が余り強くないので、光源とエタロンとの間にスリットを用いることを省略した。そのため極めて強いスペクトル線の干涉縞に弱いゴストを生じたが、これは簡単に本物と区別することができる。

スパーク放電から出る光が Stark 効果を受けてずれているかどうかをしらべるために、同時にアーク放電のスペクトルも撮影した。その撮影方法は以前に Ross と著者の一人 [3] とが Te II のスペクトルの isotope shift をしらべたときと同じ方法であって、エタロン、分光器、レンズ等には全然手をふれなくて乾板だけを更えて、スパーク放電のスペクトルの干涉縞とアーク放電のそれとを相いついで撮影した。但しこのときの乾板は同一の乾板から切り出したものを同時に現像しなければならない。

Ne I $\lambda 5852$ の線の profile をしらべなければならないから、これと同時にエタロンのない場合の step filter を通過した光のスペクトルも撮影した。step filter は乾板の写真感度と強度との関係のカリブレーションを行なうもので、写真濃度が 0.15 ずつの差を持つようにできているものを使用した。

上述の方法で撮影した写真の一例を Fig. 2 に示す。このうちの $\lambda 5852$ を microphotometer にかけて書かせた記録曲線を Fig. 3 に示す。これは一回に書かせることのできる記録の一部分を複写したもので、勿論 Fig. 3 に示すものよりももっと多くの部分を記録しなければ目的にかなったデータを取ることはできない。Fig. 4 及び Fig. 5 は Fig. 3 よりももう少し多くの部分を複写したものである。

これらの記録から強度分布を得るには次のようにする。まづ filter の或る濃度の一様な部

Table 1. List of spacers that are most frequently used in this laboratory.

Thickness (mm)	$\Delta\nu_{\max}(\text{cm}^{-1})$	$\log_{10} \Delta\nu_{\max}$
0.979	5.106	0.70806
1.580	3.1636	0.50018
1.998398	2.5013	0.39816
2.370	2.1090	0.32409
3.171285	1.5762	0.19761
3.9991	1.2499	0.09688
4.9996	0.99979	̄1.99990
5.9990	0.83324	̄1.92077
8.050	0.62093	̄1.79304
9.9835	0.50068	̄1.69956
10.942	0.45681	̄1.65974
12.9975	0.38456	̄1.58497
15.0001	0.33324	̄1.52275
19.9859	0.25010	̄1.39812
30.00114	0.16661	̄1.22170
50.010	0.09996	̄2.99983
69.9886	0.07144	̄2.85396

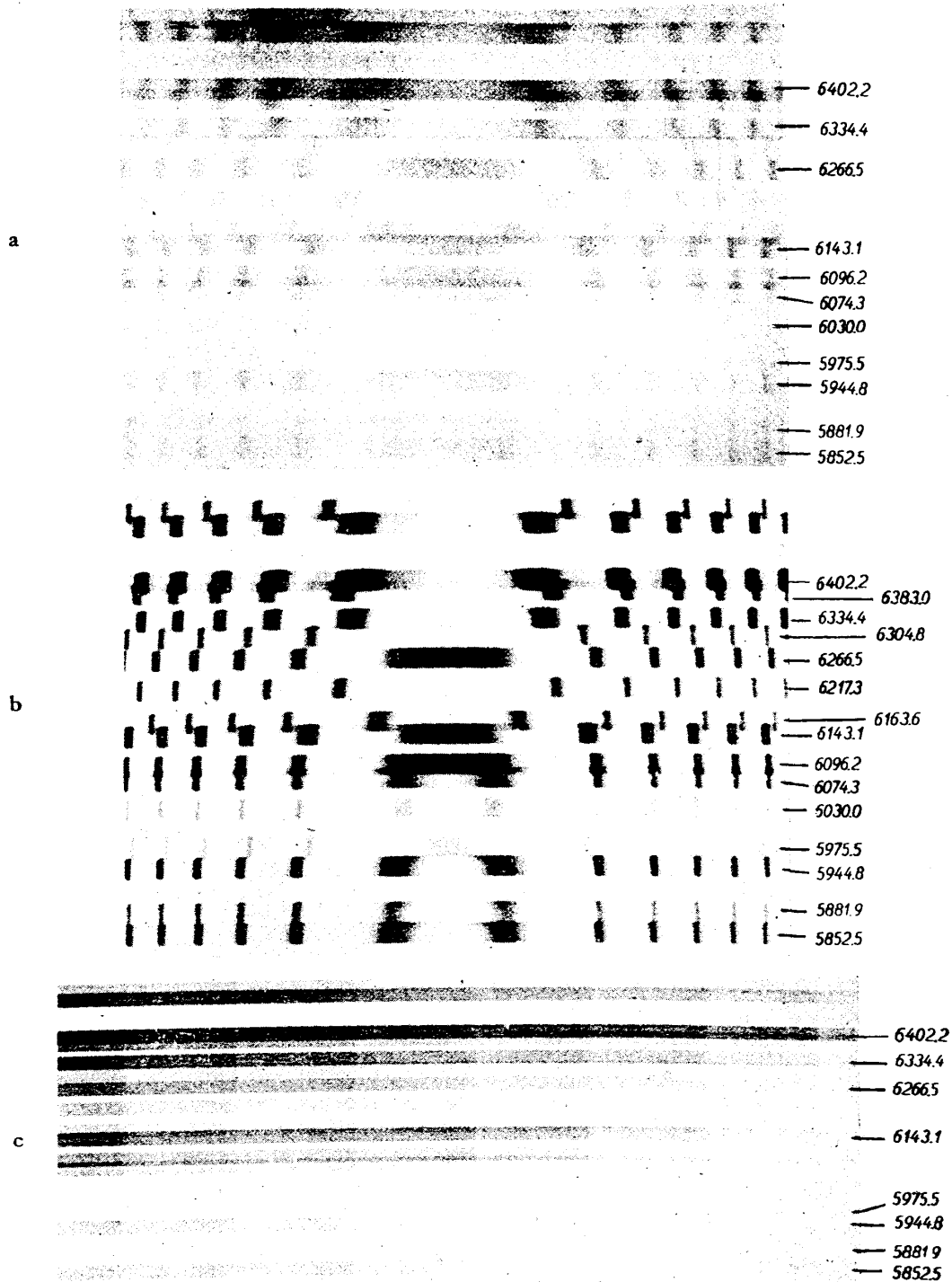


Fig. 2. Enlargement of the spectrogram of neon in the red region.
 a. Interference patterns (obtained by an 11 mm etalon) of the spectrum emitting from a condensed discharge.
 b. Interference patterns (obtained by an 11 mm etalon) of the spectrum emitting from an arc discharge.
 c. Intensity mark.

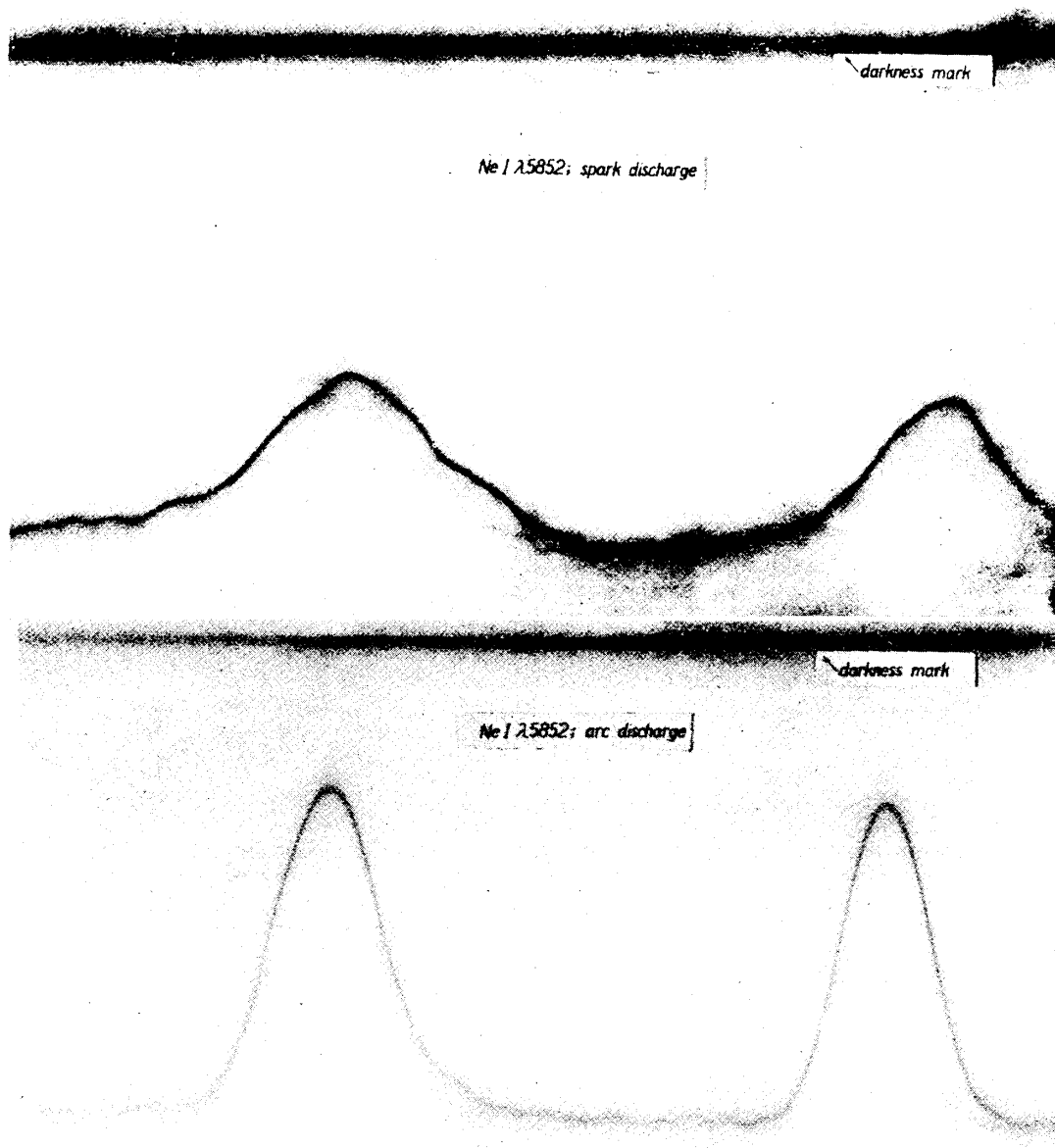


Fig. 3. Portions of microphotometer trace of the interference patterns (somewhat reduced from the original).

分に入射する光の強さを I_0 , そこから出て行って microphotometer の受感部 (今の場合はサーモパイル) に入る光の強さを I とすれば, 通常

$$D = \log_{10} (I_0/I)$$

を写真濃度と名づける. step filter の所要の波長の部分の写真を microphotometer にかけて Fig. 6 のような記録を得たとすると (最下部の水平線は何も写っていない部分のマーク), $\log_{10} (H/h_1)$, $\log_{10} (H/h_2)$, \dots をそれぞれ D_1 , D_2 , \dots の函数としてプロットする. Fig. 7 はその際得られる曲線を例示したものである. 次に所要のスペクトル線の profile を

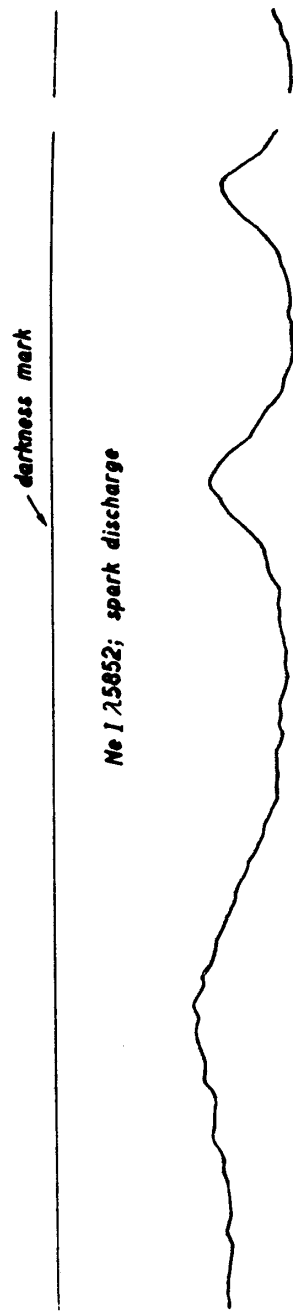


Fig. 4. Portion of microphotometer trace of the interference patterns.

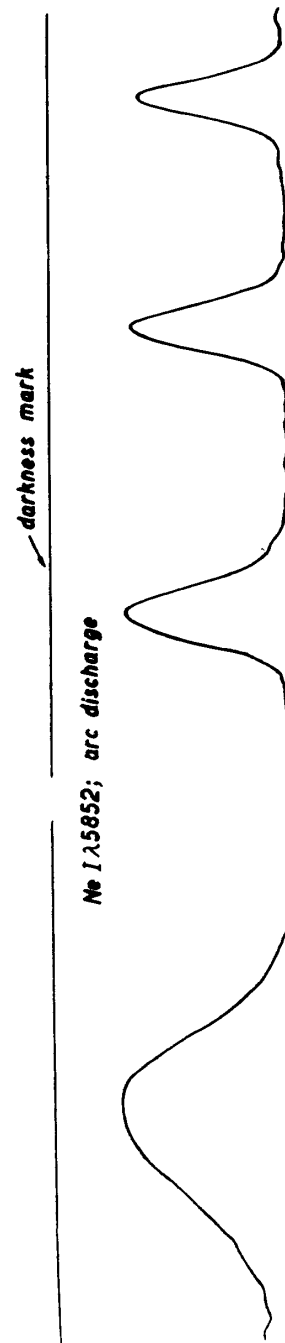


Fig. 5. Portion of microphotometer trace of the interference patterns.

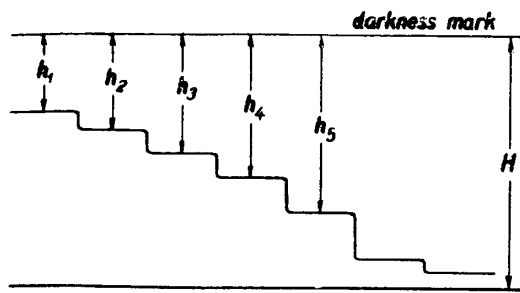


Fig. 6. Schematic diagram illustrating the microphotometer trace of the picture obtained by placing a step filter before the slit.

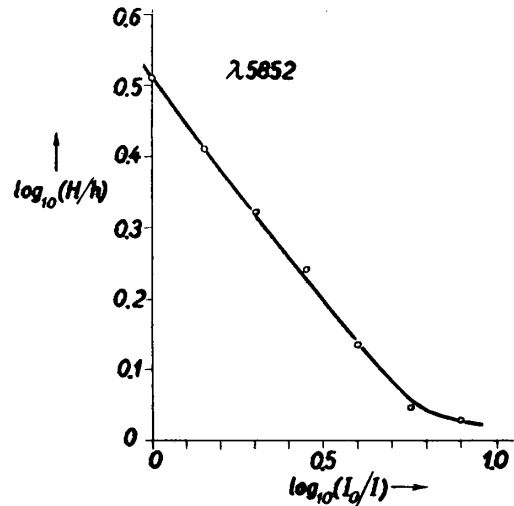


Fig. 7. Plot of $\log_{10}(H/h)$ versus $D = \log_{10}(I_0/I)$.

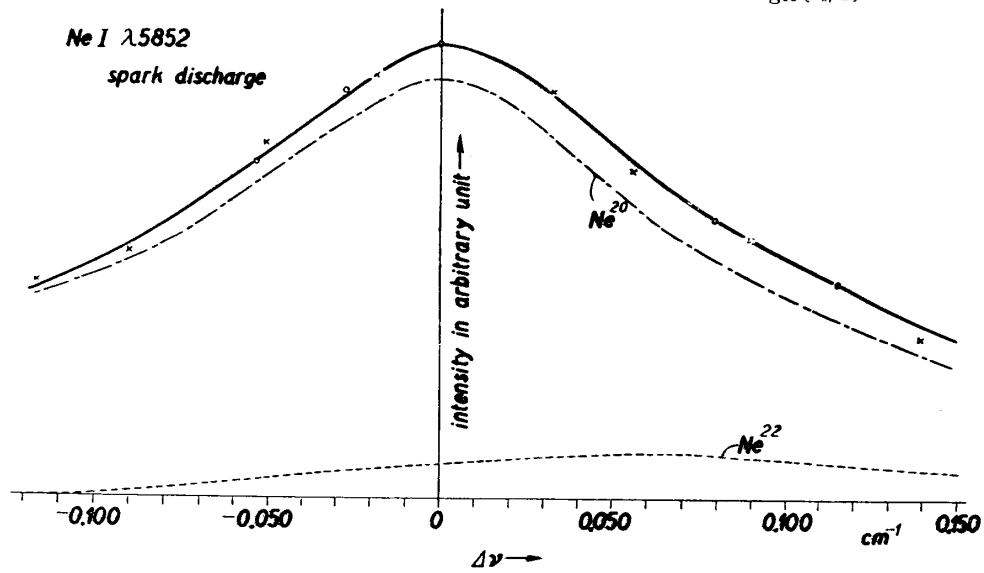


Fig. 8. Line profile of Ne I $\lambda 5852$ emitting from a condensed discharge (11 mm etalon).

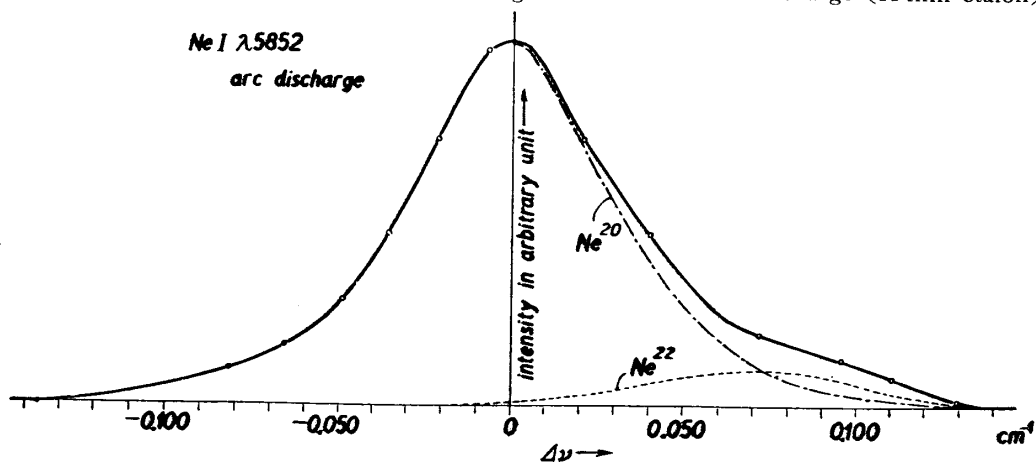


Fig. 9. Line profile of Ne I $\lambda 5852$ emitting from an arc discharge (11 mm etalon).

求めるには、Fig. 4 のような記録の曲線上の点の darkness mark からの距離 h を測り、 $\log_{10}(H/h)$ を計算し、Fig. 7 の曲線から、これに対応する $\log_{10}(I_0/I)$ を求める。これから $\log_{10}(I/I_0)$ がわかり、従がって I/I_0 がわかる。すなわち相対的強度が求められる。この操作を Fig. 4 の曲線の上の多くの点について行なえばよい。

スパーク放電から出てくる Ne I $\lambda 5852$ の line profile は Fig. 8 のようになり、アーク放電のそれは Fig. 9 のようになる。但しネオンは頻度の比が 10:1 の二つの同位体 Ne^{20} 、 Ne^{22} から成り、Ne I $\lambda 5852$ では Ne^{22} は Ne^{20} よりも 0.072 cm^{-1} だけ ν の大きい側にずれている [4] ことを利用して分析してある。このように Ne^{20} の貢献する部分だけを分離することができたから、今後は Ne^{20} の部分だけを考えることにする。

§4. プラズマの温度とイオン密度の計算法

まづスパーク放電における Geisler 管の中のイオンによる電場の大きさを求めることから始める。Fig. 2 に示す写真の元のプレートをトラベリング・マイクロメーターで測り、Fig. 8, Fig. 9 の曲線の分析を考慮に入れて、スパーク放電の Ne^{20} I $\lambda 5852$ の山の頭はアーク放電のそれに比較して 0.027 cm^{-1} だけ小さい ν の方にずれているということがわかった。これはイオンの電場によると考えなければならない。

Ne I $\lambda 5852$ は Paschen [5] の Ne I に関する分類の記号では $1.5 s_2 - 2 p_1$ と書かれている。initial level は $[2p3p]_0$ であり、final level は $[2p3s]_1$ である。final level は jj 結合に近いが、その波動関数は $2p3s^3P_1$ 及び $2p3s^1P_1$ という LS 結合の波動関数の linear combination で与えられる。Racah [6] によれば $2p3s$ と $2p3d$ との静電相互作用は

$$(dp^{1,3}P|e^2/r|sp^{1,3}P) = - \left[\frac{1}{5} R^2(dp, sp) \pm \frac{1}{3} R^1(dp, ps) \right] \sqrt{2}$$

で与えられる。所が $3s$ と $3d$ との距離は、今の場合、 26000 cm^{-1} の大きさのものであるから、 $2p3s$ と $2p3d$ とのまざりは無視することができる。従がって $2p3s$ の level は電場によってシフトしない。

$2p3p$ の電場による影響は Foster [7] の発表した Stark 効果の計算法によってしらべることができる。電場の中では $2p3p$ と $2p3d$ とはまざり合うから、彼の計算法に従えば電場の中におけるこれらの level の位置を対応する (n の等しい) 水素原子の level から測った距離を x とすれば x は

$$\begin{vmatrix} x - H_1 & -3\kappa E \\ -3\kappa F & x - H_2 \end{vmatrix} = 0$$

によって与えられる。但し電場 F は volt/cm で測り、 κ は常数で 6.46×10^{-5} に等しい。また H_1 、 H_2 は $F=0$ における $2p3p$ 及び $2p3d$ なる level の $n=3$ なる水素原子の level からの距離である。 F が十分に小さければ $2p3p$ 又は $2p3d$ の電場 F によるずれは

$$\Delta\nu = \frac{9\kappa^2 F^2}{H_1 - H_2}$$

で与えられる。それ故に Ne I $\lambda 5852$ が電場の中で小さい ν の方にずれるという観測は計算の示す方向と一致するものであり、実際に $H_1=9503$ 、 $H_2 \approx 114$ を入れて、改めて Ne I

$\lambda 5852$ に対する Stark 効果の式を

$$\Delta\nu = -\gamma F^2$$

と書けば

$$\gamma = 4.00 \times 10^{-12}$$

であることがわかる。

この式に上述の $\Delta\nu = -0.027 \text{ cm}^{-1}$ を入れると, $F = 8.2 \times 10^4 \text{ volt/cm}$ が得られる。これは Holtmark の理論 [8] における各原子がイオンから受ける最も確率の大きい電場の値に相当すると考えられる。そのときには Holtmark の normal field intensity (Normalfeldstärke) F_n は

$$F_n = F/1.25$$

で与えられるから, $F_n = 6.6 \times 10^4 \text{ volt/cm}$ となる。

他方, $\beta = F/F_n$ とおけば Holtmark [8] 及び Breene [9] の計算によれば, 電場 F の確率関数は

β が小さいときに

$$W(F)dF = \frac{4}{3\pi} \beta^2 d\beta [1 - 0.462\beta^2 + 0.1227\beta^4 - 0.02325\beta^6 + \dots],$$

β が大きいときに

$$W(F)dF = \frac{d\beta}{\sqrt{\beta^3}} 1.496 \left[1 + \frac{2.555}{\sqrt{\beta^3}} + \frac{14.43}{\beta^3} + \frac{0}{\sqrt{\beta^9}} + \dots \right]$$

によって与えられる。この函数の数値計算的曲線は上述の論文 [8] [9] に掲載されている。その曲線を使って, Doppler の拡がりを見無視したときの, $\Delta\nu = -\gamma F^2$ で与えられるスペクトル線の profile を計算すれば Fig. 10 のようになる。

Fig. 10 から, 原子の受ける電場の大きさが一定でなく町々であることによるスペクトル線の半値巾は凡そ $4.0 \times \gamma F_n^2$ で与えられることがわかる。従って, 我々の場合の Ne I $\lambda 5852$ (スパーク放電のときの) では, Doppler 効果を見無視して, 0.069 cm^{-1} だけイオンの電場が半値巾に貢献していることになる。然るに $\lambda 5852$ の Ne^{20} の部分の半値巾は Fig. 8 から 0.205 cm^{-1} と観測され, エタロンから来る巾を補正して実際の巾は 0.195 cm^{-1} となるから, Doppler 効果による半値巾は差し引き 0.126 cm^{-1} となる。これを Doppler 効果の公式

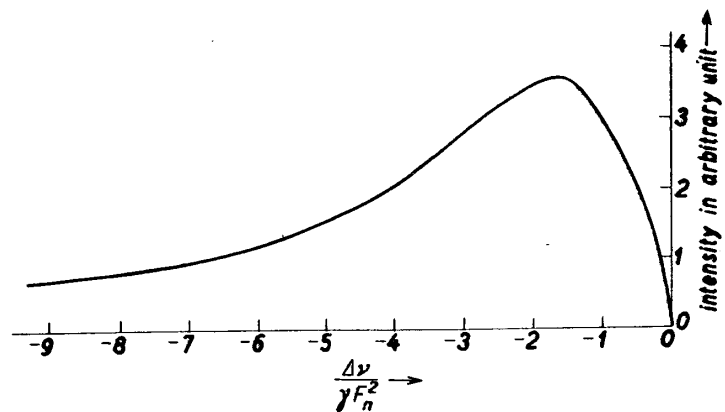


Fig. 10. Line profile of Ne I $\lambda 5852$ calculated by means of Holtmark's method and neglecting the Doppler effect.

$$\Delta\nu = 7.2 \times 10^{-7} \nu \sqrt{\frac{T}{M}} \quad (T \text{ は絶対温度, } M \text{ は原子量, } \nu \text{ は } \text{cm}^{-1} \text{ で測る)}$$

に代入すれば $T = 2.2 \times 10^3 \text{K}$ となる (但し $\nu = 17083 \text{cm}^{-1}$). 若し観測された半値巾が全部 Doppler 効果によるものと仮定すれば, $T = 5.3 \times 10^3 \text{K}$ となり, 上述の値の2倍以上になる.

これらの値を出すのに当り, 次の注意が必要である. スパーク放電では電流密度が時間の函数である. 従ってプラズマの温度も時間に対して一定ではない. たとえば Fig. 8 の line profile は各瞬間における line profile を $\lambda 5852$ の各瞬間の強度を weight として平均したものである. 従ってここで導入した温度もこのような意味における平均的温度である. また電場のゆらぎから来る半値巾を計算するとき, このような事情から来る不確かさがあることも見逃がせないと考えられる.

次に Holtsmark の理論では, イオンは電子が1個取れたものだけ (電子を2個失なったものはない) と仮定すれば, 次式が成り立つ.

$$F_n = 2.61 N^{\frac{2}{3}} e,$$

但し N はイオンの密度, e は電子の電荷である. $e = 4.8 \times 10^{-10} \text{e. s. u.}$ 及び $1 \text{ volt} = 1/300 \text{e. s. u.}$ であることに注目すれば, 上述の F_n の値から

$$N = 7 \times 10^{16} \text{ (cm}^3 \text{ について)}$$

が得られ, 桁数は合理的なものであることがわかる. 但し電子が2個取れたイオンはないという仮定は厳密には成り立たないから, この値も余り正確なものではない.

われわれの将来に残された問題は, この報告で用いた平均的温度という言葉に実験の意味をもっと正確に与え, できれば最高温度を算出することであろう. これに関する実験は極めて近い将来に詳しく行なって, その結果を *J. Phys. Soc. Japan* に発表する予定である. 但しここで述べた分光学的実験的操作については記述を繰り返さないであろう.

1958年11月20日, 計測部.

参 考 文 献

- [1] G. Jürgens: *Zeits. f. Physik* **134** (1952) 21.
P. J. Dickerman: *J. Appl. Phys.* **29** (1958) 598. *Conference on Extremely High Temperatures*, edited by H. Fischer and L. C. Mansur, (John Wiley and Sons, Inc., N. Y.) (1958) 77.
- [2] T. K. Allen: *Third Congress on Ionization Phenomena in Gases, Venice* (1957).
- [3] J. S. Ross and K. Murakawa: *Phys. Rev.* **85** (1952) 559.
- [4] H. Nagaoka and T. Mishima: *Sci. Papers Inst. Phys. Chem. Res. Tokyo* **13** (1930) 293.
- [5] F. Paschen: *Ann. d. Physik* [4] **60** (1919) 405.
- [6] G. Racah: *Physica* **16** (1950) 651.
- [7] J. S. Foster: *Proc. Roy. Soc. London A* **117** (1927) 137.
- [8] J. Holtsmark: *Physik. Zeits.* **20** (1919) 162.
P. Debye: *Physik. Zeits.* **20** (1919) 160.
- [9] R. G. Breene: *Rev. Modern Phys.* **29** (1957) 94.

Abstract

Kiyoshi MURAKAWA and Shizuyo MIZUNO, *Measurement of Plasma Temperature and Ion Density.* The object of this investigation is to measure the temperature of the plasma obtained by passing a condensed discharge through a Geisler tube (the inner diameter of the capillary being about 3 mm) containing neon of approximately 5 mm Hg pressure. The wave-length of the line Ne I λ 5852 emitted from this light source was compared with that of the same line emitted from an arc discharge passing through the same Geisler tube. The comparison was made by means of a silvered Fabry-Pérot etalon, and the line profile was studied by means of a microphotometer. It was found that the line Ne I λ 5852 emitted from the condensed discharge was displaced to the smaller frequency side as compared with the same line emitted from an arc discharge. This is interpreted to be due to the quadratic Stark effect caused by the ionized neon atoms and electrons in the plasma, the line emitted from the arc discharge being assumed to suffer negligible Stark effect. The amount of displacement gives directly the value of the most probable electric field intensity that is given by Holtsmark's theory of line broadening. The contribution from the fluctuation of the electric field to the line breadth (neglecting the Doppler effect) can then be calculated. When this is subtracted from the observed line breadth, the remaining breadth is interpreted to be due to the Doppler effect, and the plasma temperature can be calculated by the usual formula of Doppler effect. From the most probable value of the electric field intensity Holtsmark's so-called normal field strength (Normalfeldstärke) F_n can be calculated. If we assume that there are only singly ionized atoms (in addition to the neutral atoms) present, the ion density can be approximately calculated from the value of F_n , although this assumption is not altogether correct. In the condensed discharge the discharge current is not constant but varies with time. The line profile of Ne I λ 5852 (obtained in the present study) is therefore a mean profile, in which the mean is taken over the time, the intensity of λ 5852 at each instant being the weight. The obtained plasma temperature is the mean temperature deduced from this "mean" profile. Even if we assume a strict validity of Holtsmark theory, the contribution of the fluctuation of the electric field intensity to the line breadth that was calculated in the present study does not have an altogether strict physical meaning.

In our present example the mean plasma temperature was $T=2.2 \times 10^3$ K, and the ion density $N=7 \times 10^{16}$ per cm^3 .