

プレストン管による乱流表面摩擦応力の測定*

小 松 安 雄†

概 要

Preston は乱流表面摩擦応力の軽便な測定法として、壁表面に接触させた総圧管を用いることを提案している。この方法では円管流の乱流内層と乱流境界層の乱流内層とが力学的に相似であるものと仮定し、円管流の実験で求めた総圧管による動圧と表面摩擦応力との関係を用いて、乱流境界層の表面摩擦応力を決定するわけである。Preston は動圧の指示が総圧管の内外径比により異なることを考慮して、内外径比が 0.6 ± 0.003 のものを用いている。筆者は内外径比の影響を調べる目的で実験を行ったが、その結果によると、内外径比の値が相当異なっても総圧管による動圧と表面摩擦応力との間には殆んど同じ関係が成立つことが分った。またこの総圧管を用いて測った平板に沿う乱流境界層の局所摩擦抵抗係数は、従来の他の測定値とかなりよく一致している。

1. 緒 言

流れの中にある物体の表面にはたらく摩擦応力は航空機・船舶などの設計に特に重要であるため、それを実際に測定する方法が種々考えられて来た。

Stanton [1] は乱流境界層における層流底層の速度分布が直線であることを使って、壁の表面に特殊のピトー管を取付けて表面摩擦応力を測定した。この方法はその後 Fage および Falkner [2], 古屋 [3] などによっても行われた。しかし速度分布が直線である部分はかなり薄いのでこの中にピトー管の開口部を入れること、またその読みがかなり小さいのでそれを正確に測ることなどのため手数の掛かるものであるように思われる。Ludwig [4] は熱伝達が表面摩擦応力に依存することを利用した熱要素法を考案し、Ludwig と Tillmann [5] はこの方法を用いて、表面摩擦応力を測定し、壁法則が境界層の厚さの $1/10$ の領域で成立ち、かつ圧力勾配と上流の攪乱に無関係であることを明らかにした。また Sandborn [6] もこの方法を用いて、圧力勾配のある乱流境界層の表面摩擦応力の測定を行っている。Dhawan [7] は平板の表面と同一平面に表面を持つ小さな浮動片を設け、この部分にはたらく力を直接測定する浮動片法によって測定している。Smith および Walker [8] はこの方法で、レイノルズ数 $10^6 \sim 45 \times 10^6$ の範囲の摩擦抵抗係数を求めている。この方法はもっとも理想的と考えられるけれども、圧力勾配のある流れでは補正を加えねばならないという欠点がある。それにしても以上 3 種類の測定法は取扱いがかなり困難であるため、航空機・船舶などの実地試験における表面摩擦応力の測定には不向きであって、主として研究室において基礎研究に使われたに過ぎない。Preston [9] は 1954 年に、実用的で軽便な測定法と

* 谷 一郎 紹介

† 日本大学理工学部機械工学科教室.

して壁表面に接触させた総圧管を用いる方法を発表した。乱流の壁法則の概念から、壁に近接した領域での流れの条件は流体の密度、動粘性係数、表面摩擦応力および代表的な長さのみによって定まると考えられるので、Preston は円管流について総圧管の示す動圧と表面摩擦応力との間に一定の関係のあることを実験的に確めた（第 2 節参照）。もし円管流、二次元平行流、乱流境界層の 3 種類の流れの乱流内層が力学的に相似であるならば、表面摩擦応力が圧力降下から容易に計算出来る円管流または二次元平行流において決定した表面摩擦応力と総圧管の示す動圧との関係を用いることによって、乱流境界層の表面摩擦応力を決定することが出来るわけである。この方法はスタントン管の場合と似ているが、総圧管が乱流内層の中にあればよいので測定上好都合である。Dutton [10] は Preston の指導のもとに圧力勾配のない平板の表面摩擦の測定を行い、その結果は Coles [11] が行った計算結果に一致している。また Smith および Walker [8] はこの方法によるものを浮動片法によるものと比較し、僅かに小さな値を示すけれども充分使い得ることを明らかにした。

この方法は取扱いが軽便であり、測定個所を任意に撰択することが出来るばかりでなく、Ludwig と Tillmann が示した如く壁法則が圧力勾配に無関係であるので、圧力勾配のある境界層の測定にも使用可能である。我々は Preston に敬意を表して、表面摩擦応力の測定に用いる総圧管をプレストン管と呼ぶことにする。

Preston は 4 個の総圧管について動圧と表面摩擦応力との関係を求めているが、動圧の指示が総圧管の内外径比によって違うことを考慮し、内外径比 0.6 ± 0.003 のものを用いている。しかし内外径比をこのような値の範囲におさえることは、実際問題としてかなり困難である。そこで筆者は内外径比の影響を調べ、内外径比が Preston の用いた値から離れたときにどのようなことになるかを知る目的で実験を計画した。その結果は意外に簡単であって、内外径比の値が相当に異なっても殆んど同じ関係が成立つようである。

筆者がこの実験を行ったのは谷一郎教授のお勧めによるもので、同教授の研究室の設備を使用させて頂き、親切な御指導と有益な助言を頂いた。なお実験に際しては、佐藤浩助教授および菰田広之日大講師に始終有益な助言をして頂き、井内松三郎氏、思田善雄氏、京谷右氏ならびに清水勇氏からも種々援助して頂いた。ここに記して御礼を申上げる次第である。

記 号

ρ : 流体の密度	P : プレストン管の示す総圧
ν : 流体の動粘性係数	p_0 : プレストン管と同じ断面における円管の壁
τ_w : 表面摩擦応力	圧
y : 壁から垂直に測った距離	p : 円管の壁圧
u : 距離 y における壁に平行な速度(時間平均)	p_1-p_2 : 円管の長さ $L(2.7 \text{ m})$ に対する圧力降下
$U_* = \sqrt{\tau_w/\rho}$: 摩擦速度	D : 円管の内径
U_c : 円管の中心における速度	r : 円管の半径
d_o : プレストン管の外径	$Re = \frac{U_c D}{\nu}$: 円管の内径と中心速度に関する
d_i : プレストン管の内径	レイノルズ数

2. 基礎事項

円管流, または乱流境界層の流れにおいて, 乱流内層の速度分布は壁法則として次式で表わされる.

$$\frac{u}{U_*} = A \log_{10} \frac{U_* y}{\nu} + B \quad (1)$$

Preston [12] によれば Ross は Nikuradse の実験結果より円管流に対して (2) 式, Coles [11] は圧力勾配のない平板に沿う乱流境界層に対して (3) 式を与えている.

$$\frac{u}{U_*} = 5.6 \log_{10} \left(\frac{U_* y}{\nu} \right) + 5.6 \quad (2)$$

$$\frac{u}{U_*} = 5.75 \log_{10} \left(\frac{U_* y}{\nu} \right) + 5.1 \quad (3)$$

Ludwig および Tillmann [5] は乱流境界層において, (1) 式は圧力勾配にも上流の攪乱にも無関係に成立つことを実験で明らかにした. すなわち乱流内層の状態は流体の物質特性 ρ および ν , 表面摩擦応力 τ_w , ならびに壁からの距離 y のみによって決まる. 従って距離 y における動圧 p_d は, 上記の物理量のみによって決まるわけである. このことから Preston は, 壁の近くに次のような局所相似則の成立つ領域のあることを推定した.

$$\frac{p_d y^2}{\rho \nu^2} = F \left(\frac{\tau_w y^2}{\rho \nu^2} \right) \quad (4)$$

プレストン管の場合には, p_d および y の代りにそれぞれ $(P - p_0)$ および $d_0/2$ をとると,

$$\frac{(P - p_0) d_0^2}{4 \rho \nu^2} = F \left(\frac{\tau_w d_0^2}{4 \rho \nu^2} \right) \quad (5)$$

プレストン管の読みにおける有効中心の変位はこの式の中に含まれている. (4) および (5) 式は Preston [9] によって実験的に確かめられた. (2) および (3) 式のように, 円管流と乱流境界層に対して壁法則は殆んど同一の式で表わされるので, 表面摩擦応力が圧力降下から容易に決定出来る円管流の実験で導かれた (5) 式を用い, プレストン管による動圧 $(P - p_0)$ を測定して, 乱流境界層の表面摩擦応力を決定することが出来るわけである.

直径 D の円管の表面摩擦応力は次式で示されるように, 長さ L の間の圧力降下 $(p_1 - p_2)$ を測ることによって定められる.

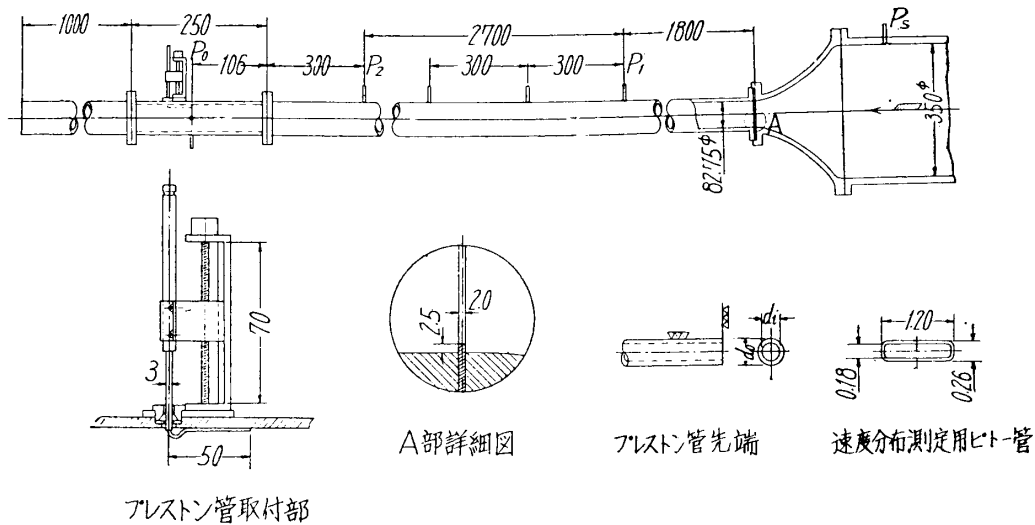
$$\tau_w = (p_1 - p_2) \frac{D}{4L} \quad (6)$$

3. 実験装置

1) プレストン管

実験装置の概略を第1図に示す. また使用したプレストン管の諸元を第1表に示す.

既に述べたように, Preston は内外径比 $d_i/d_o = 0.6 \pm 0.003$, 外径 d_o が最小 0.728 mm, 最大 3.084 mm の4個の総圧管を用いた. d_i/d_o の誤差を ± 0.003 以内にしたのは, Young と Maas [13] の実験により内外径比が有効中心の変位に形状効果として影響するのを考慮



第 1 図 実験装置

したものである。しかし最近 Davies [14] は境界層では内外径比は有効中心の変位に殆んど影響しないことを報告している。

内外径比の影響を調べるために、外径が同じで内外径比の違う 2 本のプレストン管を 3 組作った。No. 4, No. 5; No. 6, No. 7; No. 8, No. 9; がそれである。No. 8, No. 10, No. 11 は真鍮管, 他はステンレス管である。なお速度分布の測定には, 第 1 図に示すように先端を外側厚さ 0.26 mm, 巾 1.2 mm に潰した総圧管を用いた。

2) 円管

円管は内径 $D=82.75$ mm, 長さ 4,800 mm の真鍮管である。ただプレストン管を取付ける部分には, 測定の便利のためにアクリル樹脂管を用いた。真鍮管とアクリル樹脂管の内径の差は 0.02 mm 以下である。静圧孔は直径 0.6 mm で真鍮管の終りから 300 mm 間隔の 10 断面において対称の位置に 2 個宛合計 20 個設けた。2 個対称に設けたのは, 工作不備のため不正確な静圧を与える静圧孔を除くためである。 p_2 を測る静圧孔は真鍮管の終りから 300 mm, p_1 を測る静圧孔は 3,000 mm の位置にある。またアクリル樹脂管には, 第 1 図に示すようにプレストン管の先端と同じ断面に 3 個の静圧孔をあけてある。壁圧 p_0 の測定はプレストン管から最も離れた位置にある静圧孔で行った。真鍮管の入口には乱流への遷移を促進するため, 厚さ 2 mm のスポイラーを壁から 2.5 mm 突出させて取付けてある。

3) その他

送風機は直径 200 mm の 4 段軸流送風機で 15 馬力の直流電動機で駆動される。整流洞は直径 350 mm, 長さ 1,250 mm, 入口に粗い格子, 中央に 60 メッシュの絹網がある。圧力

第 1 表

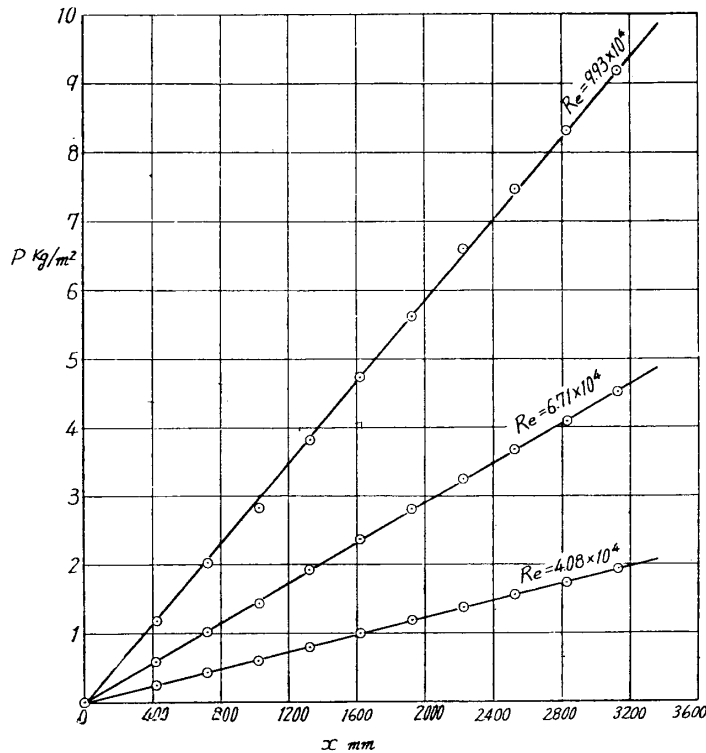
No.	d_o mm	d_i/d_o
1	0.700	0.570
2	0.900	0.667
3	1.040	0.750
4	1.526	0.661
5	1.515	0.488
6	2.012	0.632
7	2.020	0.456
8	2.523	0.616
9	2.520	0.714
10	3.050	0.597
11	3.540	0.622

差の測定には 20 倍の傾斜マンメーターを用いた。このマンメーターはアルコールの比重によって傾斜角を変え、その読みの 1/20 が水柱を示すようになっている。速度分布の測定において壁からの距離 y は、ストローク 30 mm のダイヤルゲージを微動装置に取付けて測定した。まず円管の中心速度 U_c と圧力差 $\Delta p = p_1 - p_2$ (p_1 : 整流胴静圧) との関係求めておき、 Δp をゲッチング型マンメーターで測定して風速の監視を行った。

4. 実験結果と考察

1) 圧力降下と速度分布の測定

以上の装置の測定区間において、流れが充分発達した乱流であるかどうかを調べるため、円管の壁圧分布と速度分布の測定を行った。壁圧分布は p_0 を基準にして、3 種類のレイノ



第2図 円管の壁圧分布

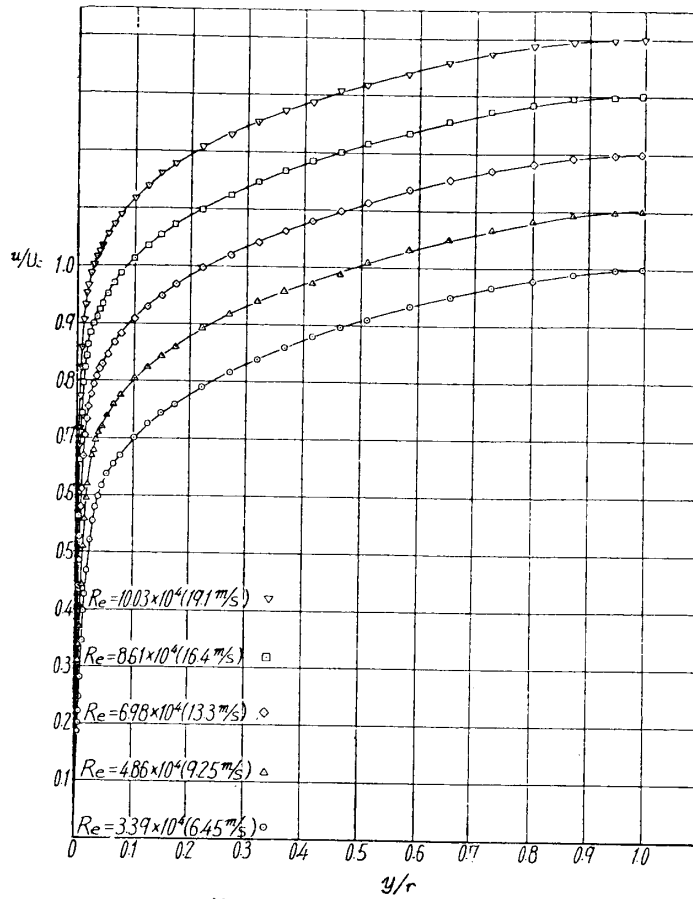
ルズ数について測定を行い、その結果を第2図に示す。横軸の x は p_0 の測定点より上流に向って測った距離である。また速度分布は 5 種類のレイノルズ数について測定し、その結果を第3図に示す。同じ速度分布を壁法則で表わしたのが第4図であって、速度分布の相似性は充分保存されている。この図から壁法則は次式で表わされる。

$$\frac{u}{U_*} = 5.17 \log_{10} \frac{U_* y}{\nu} + 6.63 \quad (7)$$

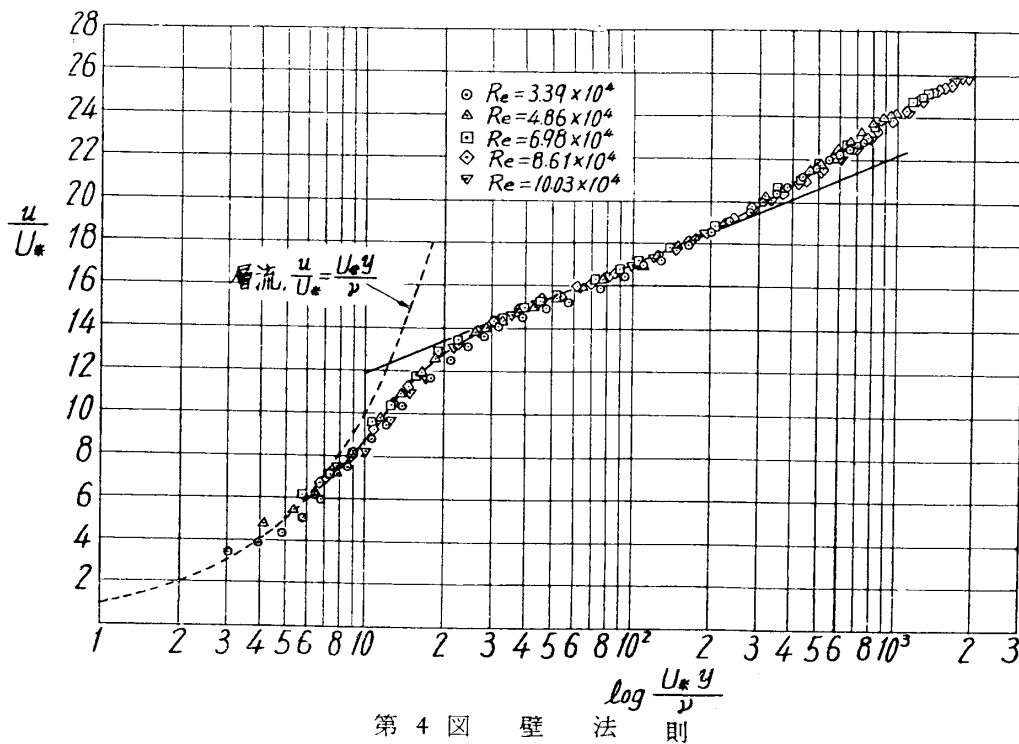
これは Smith と Walker [8] が圧力勾配のない平板で求めた結果 (運動量厚に関するレイノルズ数が 20×10^3 以上の場合) による次式とやや異なるが差は僅かである。

$$\frac{u}{U_*} = 5.00 \log_{10} \frac{U_* y}{\nu} + 7.15 \quad (8)$$

速度分布の軸対称性を調べるため、レイノルズ数 10.03×10^4 と 6.98×10^4 の場合にアクリル樹脂管を 180° 回転して測定を行い、壁から 4 mm 迄の速度分布を第5図に示す。図中白点は円管の上面から中心に向って測定したもので、黒点は下面から中心に向って測定したものである。また原点における接線は表面摩擦応力から計算して求めたものである。速度分布は完全に一致し軸対称性は確実に実現している。これらの速度分布の補正は粘性の影響も、有効中心の変位も Macmillan [15] [16] の円形総圧管に対する方法で行った。



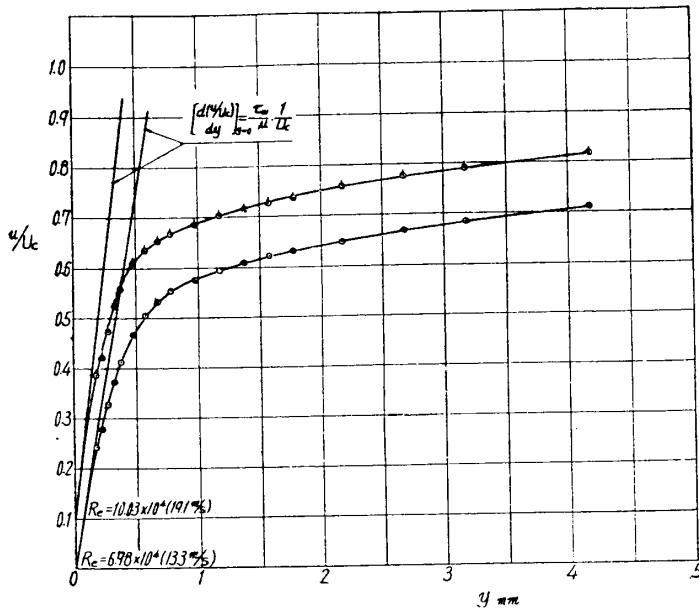
第 3 図 速度分布



第 4 図 壁法則

粘性の影響は Macmillan の実験結果から次式を作って行った.

$$\bar{q} = \bar{q}_M - \frac{33\nu^2\rho}{d_i^2} \quad (9)$$



第5図 速度分布

ここに \bar{q} は総圧管の示す真の動圧, \bar{q}_M は動圧の測定値, d_i は総圧管の内径である. 本実験では d_i の代りに総圧管の内径 0.18 mm を用いた. 有効中心の変位の補正は外径 d_o の代りに外側厚さ $h=0.26 \text{ mm}$ を用い $0.15 h=0.04 \text{ mm}$ の補正を行った. 補正の結果は形状の相違のため補正量が過大であるように思われる.

以上の測定結果から壁圧分布が直線であること, 速度分布が相似で, しかも軸対称であることが示されるので流

れの条件は充分満足されている.

2) プレuston管に関する測定

測定はレイノルズ数 3.14×10^4 ($U_o=6 \text{ m/s}$) から 11×10^4 ($U_o=21 \text{ m/s}$) までの範囲で行われた. 圧力差 $\Delta p = p_1 - p_2$ をゲッチング型マノメーターで監視し, 傾斜マノメーターを切換えて $p_1 - p_2$, $P - p_0$ を測定した. 第6図に11本のプレuston管の測定結果を示す. 図の縦軸および横軸はともに傾斜マノメーターの読みそのままである. まづ内外径比の影響を調べるため $d_o \doteq 1.5 \text{ mm}$ の No. 4, No. 5; $d_o \doteq 2 \text{ mm}$ の No. 6, No. 7; $d_o \doteq 2.5 \text{ mm}$ の No. 8, No. 9; の6本のプレuston管について測定を行った. その結果を(5)式の形でそれぞれ第7, 8, 9図に示す. 図中実線は第2表の値を示す曲線である. これらの図から内外径比の影響が殆んどないことが分る.

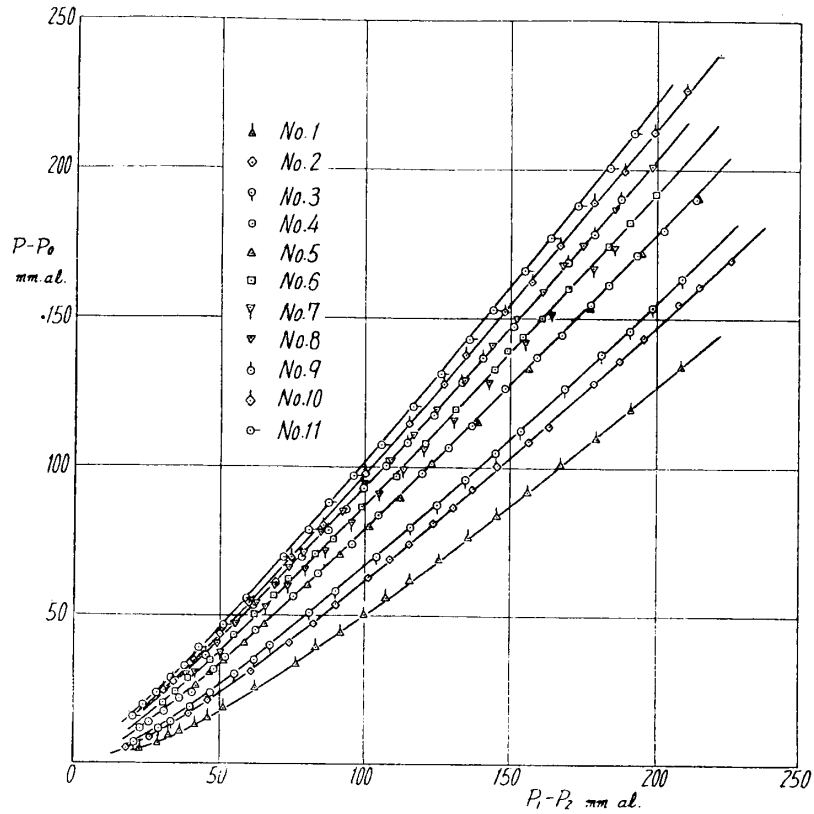
さらに他のプレuston管についての測定を行い, 11本の測定結果を(5)式の形で第10図に示す. 総べての測定点は殆んど一つの曲線上に乗り(5)式の相似則は実験の範囲内の内外径比および測定精度内では内外径比に無関係に成立つとすることができる.

$\log_{10} [(P - p_0)d_o^2/4\rho\nu^2] > 5.3$ の範囲では(5)式の函数形は次式で表わされる.

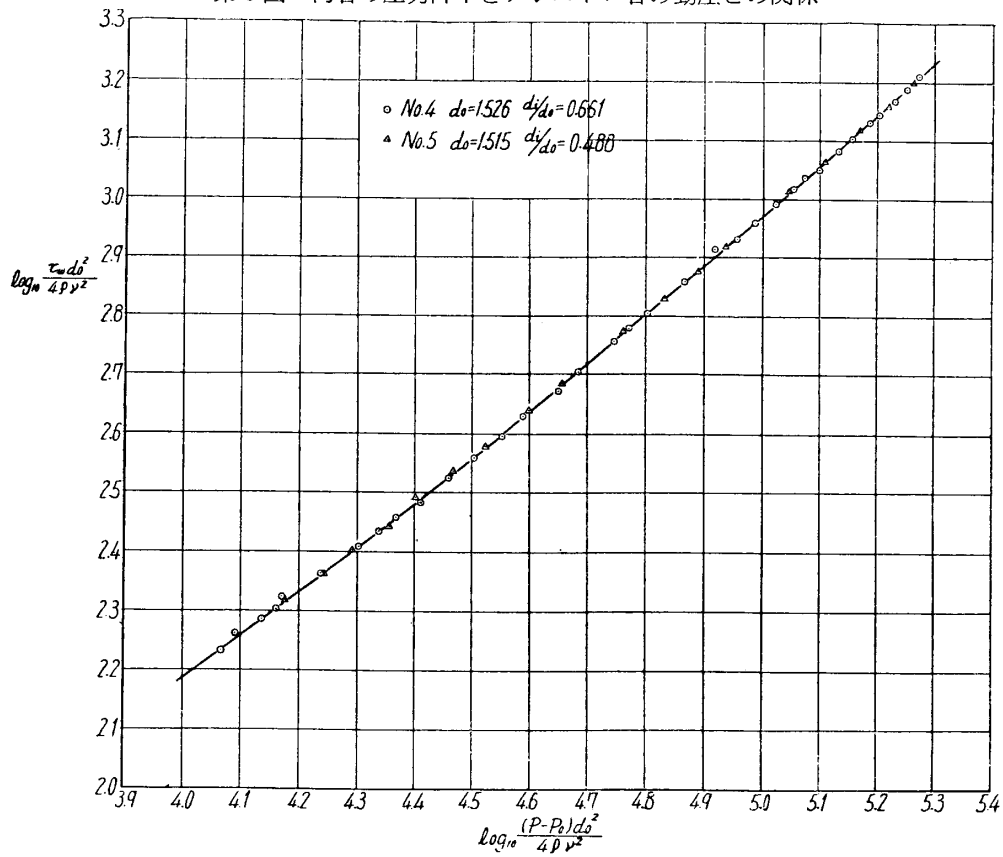
$$\log_{10} \frac{\tau_w d_o^2}{4\rho\nu^2} = 0.883 \log_{10} \frac{(P - p_0)d_o^2}{4\rho\nu^2} - 1.451 \quad (10)$$

これは Preston [9] が $\log [(P - p_0)d_o^2/4\rho\nu^2] > 5.0$ の範囲で与えた次式と多少異なる.

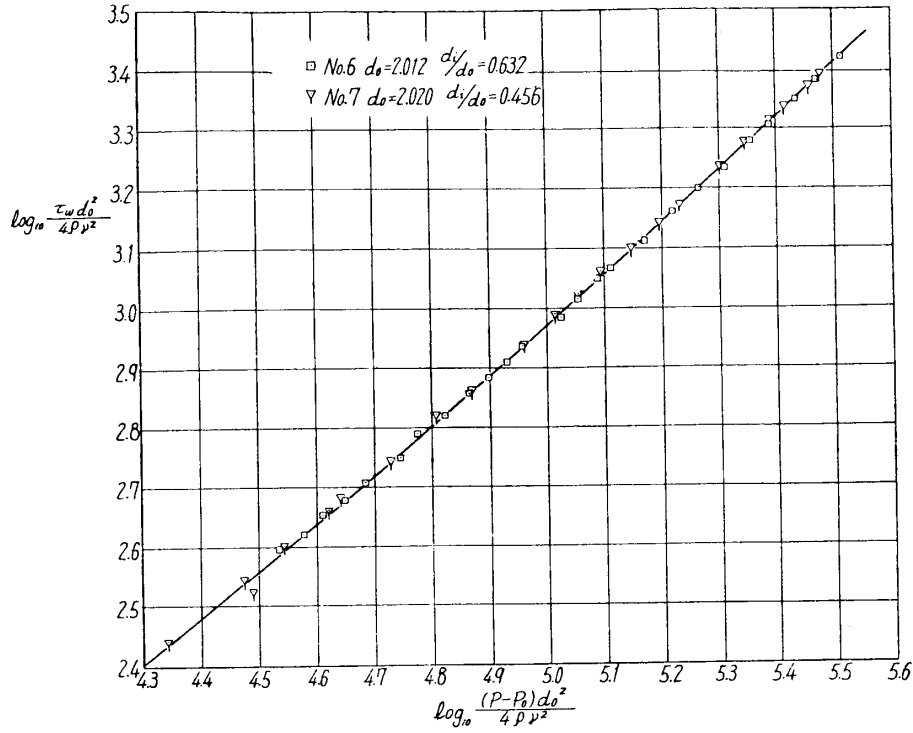
$$\log_{10} \frac{\tau_w d_o^2}{4\rho\nu^2} = 0.875 \log_{10} \frac{(P - p_0)d_o^2}{4\rho\nu^2} - 1.396 \quad (11)$$



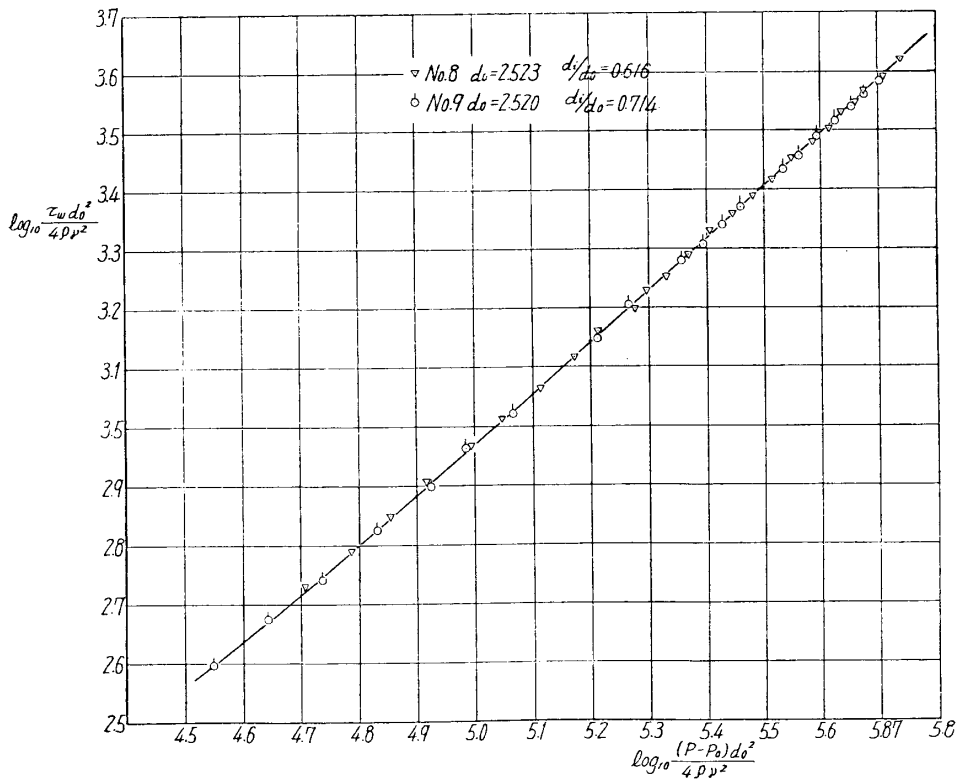
第6図 円管の圧力降下とプレストン管の動圧との関係



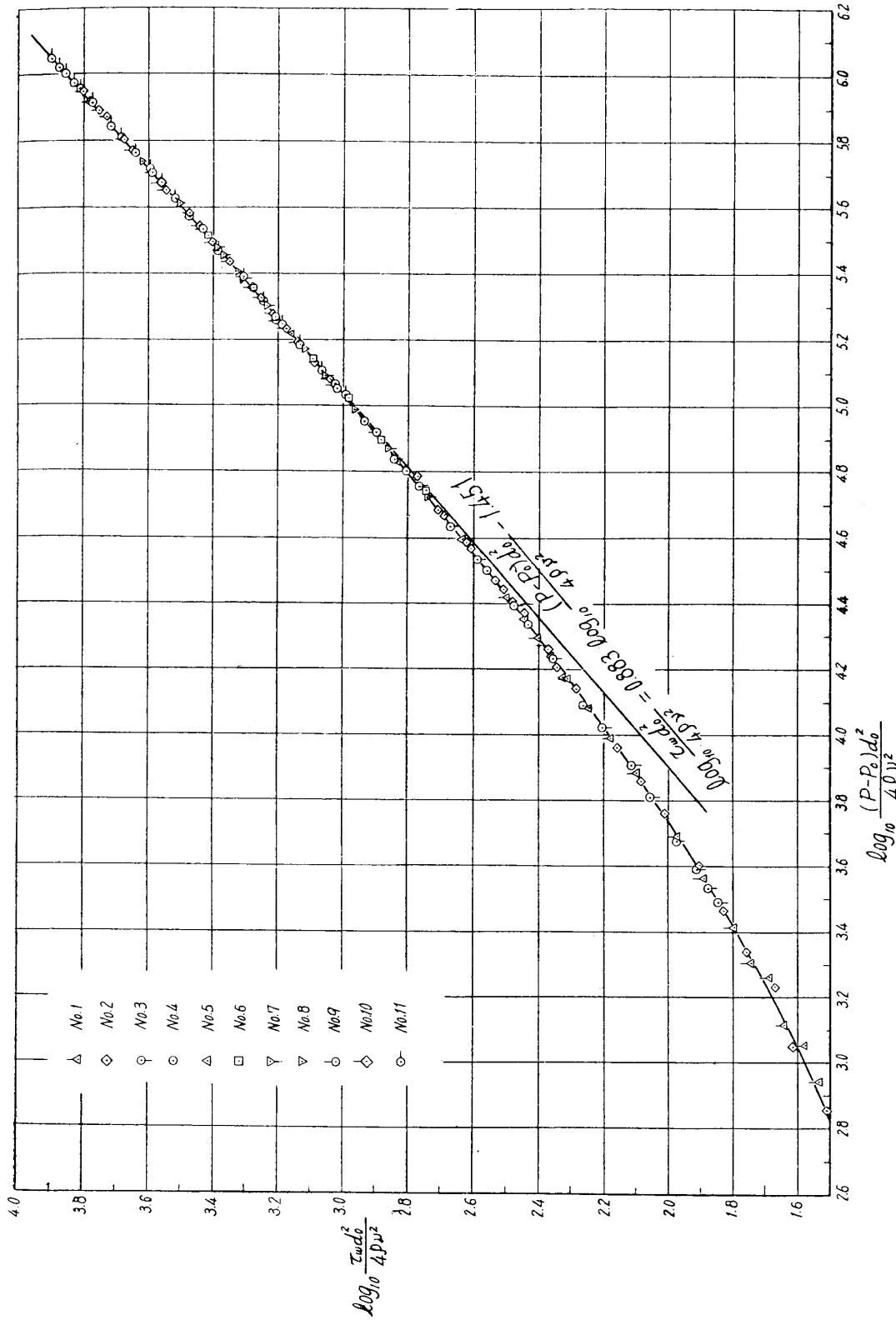
第7図 プレストン管の示す動圧と表面摩擦応力との関係



第8図 プレストン管の示す動圧と表面摩擦応力との関係



第9図 プレストン管の示す動圧と表面摩擦応力との関係

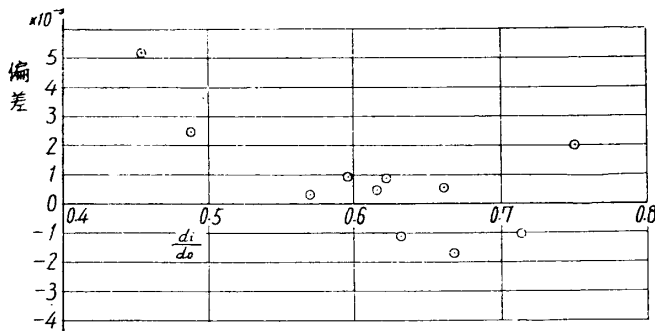


第10図 プレストン管の示す動圧と表面摩擦応力との関係

第 2 表

$\log_{10} \frac{(P-p_0)d_o^2}{4\rho v^2}$	$\log_{10} \frac{\tau_w d_o^2}{4\rho v^2}$	$\log_{10} \frac{(P-p_0)d_o^2}{4\rho v^2}$	$\log_{10} \frac{\tau_w d_o^2}{4\rho v^2}$
2.9	1.518	4.4	2.480
3.0	1.568	4.5	2.558
3.1	1.620	4.6	2.638
3.2	1.675	4.7	2.719
3.3	1.731	4.8	2.803
3.4	1.791	4.9	2.886
3.5	1.851	5.0	2.971
3.6	1.913	5.1	3.056
3.7	1.978	5.2	3.142
3.8	2.044	5.3	3.229
3.9	2.113	5.4	3.317
4.0	2.184	5.6	3.494
4.1	2.256	5.8	3.670
4.2	2.330	6.0	3.847
4.3	2.405	6.2	4.024

第2表に示す数値は、 $\log [(P - p_0)d_o^2/4\rho v^2] < 5.3$ の範囲では第10図より、 $\log_{10} [(P - p_0)d_o^2/4\rho v^2] > 5.3$ の範囲では(10)式から計算して求めたものである。第2表の値を示す曲線からの測定値の偏差 $\Delta \log_{10} [\tau_w d_o^2/4\rho v^2]$ の標準偏差は0.004である。また



第 11 図 内外径比と偏差

各プレストン管の測定値の上記曲線からの偏差の相加平均を求め、内外径比に対する関係を第11図に示す。内外径比が小さい程平均値は大きくなる傾向がある。これは Young と Maas [13] の実験から内外径比が小さい程総圧管の示す動圧が小さいことを考えれば当然の傾向である。

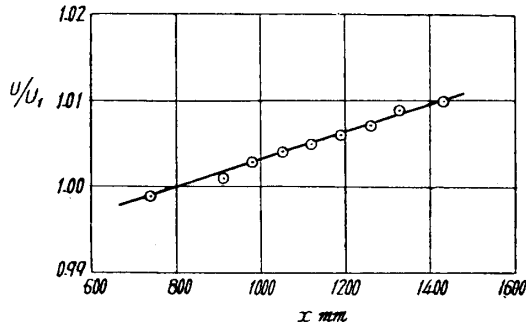
3) 平板に沿う乱流境界層の表面摩擦応力の測定

本所の1.5メートル低速風洞に、他の目的の実験のために長さ2,000mm、巾800mmの平板が流れに平行に取付けられ、特に層流から乱流への遷移を促進するため、前縁から80mmの所に厚さ5mm、巾10mmの木製のトリップバンドがおかれている。この平板を借用し、平板の上流に平板面からかなり離れた所に基準ピトー管をおいて風速の監視を行い、 $x_1=770$ mm および $x_2=1,400$ mm の2個所で速度分布および表面摩擦応力の測定を行った。

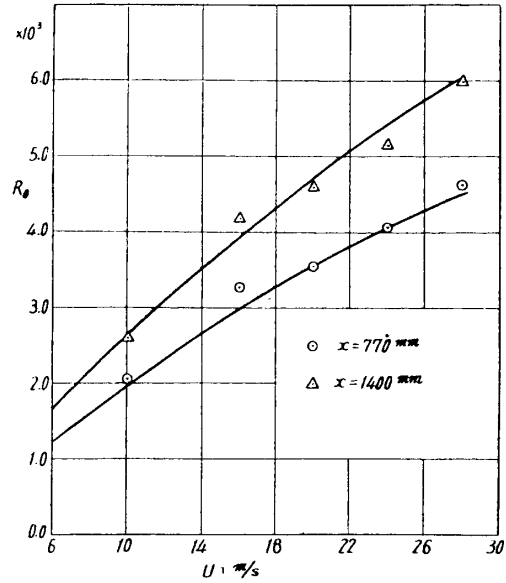
まづ平板に沿って主流の速度を測り、 x_1 における主流の速度 U_1 を基準にして、その変

化を第 12 図に示す。速度変化は僅かであるから x_1 から x_2 までの区間では圧力勾配のない平板に沿う乱流境界層と見做してよい。

速度分布の測定は x_1 および x_2 の 2 個所で風速 10m/s, 16m/s, 20m/s, 24m/s, 28m/s



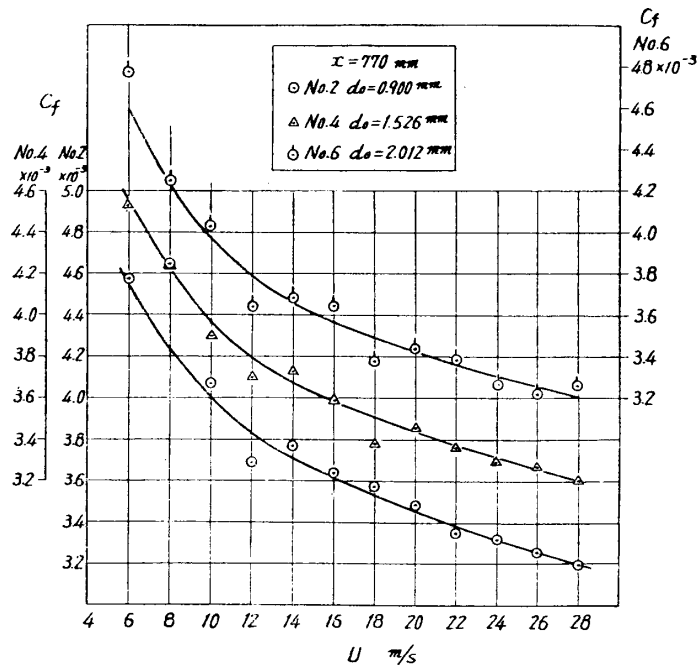
第 12 図 主流の速度変化



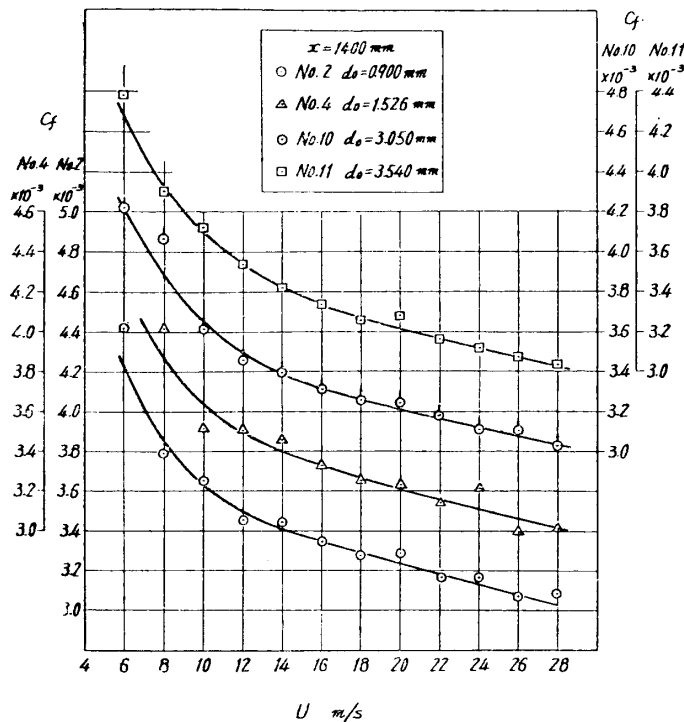
第 13 図 風速とレイノルズ数との関係

の 5 種類について行い、これから境界層の運動量厚を求め、これと主流の速度に関するレイノルズ数 R_0 を作って第 13 図に示す。

表面摩擦応力の測定には、 x_1 の位置でプレストン管 No. 2, No. 4, No. 6 の 3 本、 x_2 の位置で No. 2, No. 4, No. 10, No. 11 の 4 本を用い、プレストン管の示す総圧と各位置での壁圧との差を風速を変えて測定した。第 10 図から表面摩擦応力を求め、局所摩擦抵抗係数 $C_f = \tau_w / \frac{1}{2} \rho U^2$ と主流の速度 U との関係を示す。両図とも同じ風速 U に対する局所摩擦抵抗係数は各プレストン管について同じである。境界層の厚さを δ とすると、 x_2 の位置におけるプレストン管と境界層の厚さ δ との比 d_0/δ の値は最小 1/50, 最大 4.5/50 である。しかし Dutton が行った平板に沿う乱流境界層についての実験では d_0/δ の値が最小 1/50, 最大 1/5 であって、この範囲内では同じ局所摩擦抵抗係数を与えているから、プレストン管



第 14 図 風速と局所摩擦抵抗係数との関係



第15図 風速と局所摩擦抵抗係数との関係

の外径は 0.2δ 以下であればよいわけである[†]。

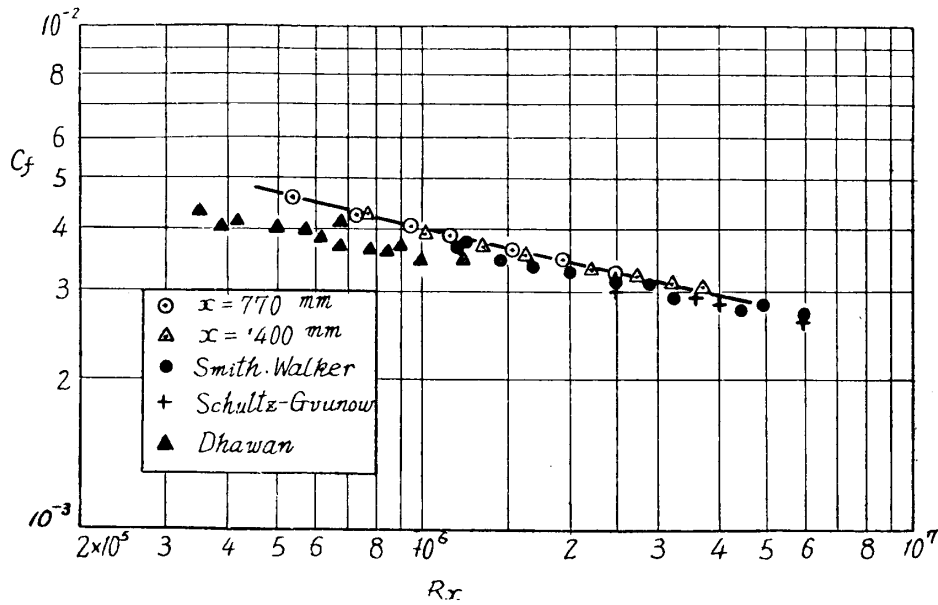
既に述べたように Dutton は平板に沿う乱流境界層で実験を行ない、プレストン管の外径と境界層の厚さ δ との比 d_o/δ が $1/50 \sim 1/5$ であるような5本のプレストン管を用い、円管流で導いた検定曲線を使って表面摩擦応力を求めた。その結果は5本のプレストン管に対して同じ値であった。この実験事実から、Dutton は円管流の乱流内層と乱流境界層の乱流内層の速度分布は壁からの距離が境界層の厚さの $1/100$ から $1/10$ までの領域で少なくとも幾何学的に相似であると推定した。若し二つの流れの乱流内層の少くも一部が力学的に相似でないとすると乱流内層の全域が力学的に相似でなくなる。しかし層流底層は力学的に相似であるから、力学的に相似である領域から幾何学的にのみ相似である領域への移行は層流底層と壁からの距離が境界層の厚さの $1/100$ である位置との間で起らなければならない。しかしこのような壁の近くまで壁表面の曲率が影響するとは考えられないので結局上記二つの流れの乱流内層は力学的にも相似であると Dutton は説明している。速度分布からは(7)式と(8)式とがかなり近い式であることから二つの流れの乱流内層が力学的に相似であるということが出来る。

前縁にはかなり大きなトリップバンドがあるため、境界層の発達の前縁から乱流境界層が発達している場合と異り、境界層の厚さは相当大きいので、前縁からの距離と主流の速度に関するレイノルズ数 R_x を用いるのは不合理である。そこで前縁から乱流境界層が発達している場合の R_x , R_θ , C_f , $H (= \delta^*/\theta; \delta^*: \text{排除厚}, \theta: \text{運動量厚})$ 等の関係を Coles [11] が数表として与えているのを利用し、実験値の R_θ に相当する R_x を求め、局所摩擦抵抗係数の測定値をこの R_x に対して置点して第16図に示す。なお同図には比較のために、Smith と Walker [8], Schultz-Grunow [17], Dhawan [7] の測定値が与えられている。

上記のようにして求めた R_x から x_1 と x_2 との間の距離を求めると第3表のようになる。

† プレストン管の外径の最大限度は Dutton の実験でも示めされていないが、壁法則の概念から d_o/δ の最大値は平板境界層に対しては高々 0.25 であるように思われる。

‡ 壁からの距離が境界層の厚さの $1/100$ の位置は第4図で $U_*y/\nu = 10$ の所に相当する。

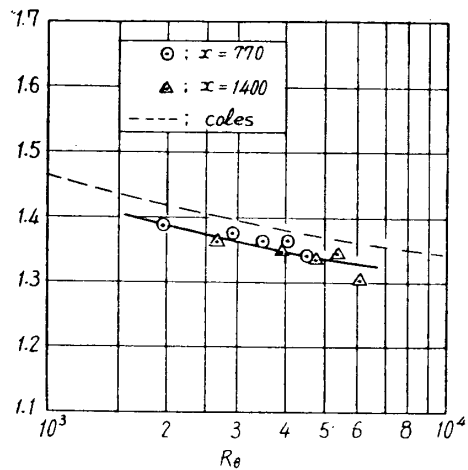


第 16 図 局所摩擦抵抗係数

この値は真の値 $\Delta x = 630 \text{ mm}$ に較べてやや小さい。また第 17 図に示す速度分布パラメータ H の測定値は、Coles の計算値より多少小さい。これ等の相違はトリップバンドが流れに多少影響していること、運動量厚および排除厚の測定に誤差があること等のためであるように思われる。しかし局所摩擦抵抗係数の測定値は、Smith と Walker, Schultz-Grunow の測定値にかなりよく一致し、Dhawan の測定値に比べると幾分大きいようである。

第 3 表

$U \text{ m/s}$	$\Delta x \text{ mm}$	H
10	550	
16	600	
20	590	
24	550	
28	560	



第 17 図 速度分布パラメーター

4) 結 論

Preston が推定した局所相似則が成立つ領域が壁の近くに存在し、内外径比 $0.45 \sim 0.75$ の範囲内では検定曲線 ((5) 式および第 10 図) は内外径比に無関係に一つの曲線になる。本実験で求められた検定曲線 ((10) 式) は、Preston の与えた検定曲線 ((11) 式) と多少異なるがその差は僅かである。

プレストン管によって測られた局所摩擦抵抗係数は Smith と Walker, Schultz-Grunow の測定値とかなりよく一致し、Dhawan の測定値よりやや大きい。

文 献

- [1] Stanton, H. E., Marshall, D. and Bryant, C. N.: On the Conditions at the Boundary of a Fluid in Turbulent Motion. Proc. Roy. Soc., A, **97**, (1920).
- [2] Fage, A. and V. M. Falkner: An Experimental Determination of the Intensity of Friction on the Surface of an Aerofoil. Proc. Roy. Soc., A, **129**, (1930).
- [3] 古屋善正: 広がり流れにおける乱流境界層 (第3報), 機械学会論文集, 21巻, 108号, (昭和30年)
- [4] Ludwig, H.: Ein Gerät zur Messung der Wandschubspannung turbulenter Reibungsschichten. Ing. Arch., **17**, (1949), 207.
- [5] Ludwig, H. and Tillmann, W.: Untersuchungen über die Wandschubspannung in turbulenten Reibungsschichten. Ing.-Arch., **17**, (1949), 288.
- [6] Sandborn, V. A.: Preliminary Experimental Investigation of Low-speed Turbulent Boundary Layers in Adverse Pressure Gradients. NACA T. N. 3031. (1953)
- [7] Dhawan, S.: Direct Measurements of Skin Friction. NACA T. N. 2567. (1951)
- [8] Smith, D. W., and Walker, J. H.: Skin-Friction Measurements in Incompressible Flow. NACA T. N. 4231. (1958)
- [9] Preston, J. H.: The Determination of Turbulent Skin Friction by Means of Pitot Tubes, J. Roy. Aero. Soc., **58**, (1954), 109.
- [10] Dutton, R. A.: The Accuracy of the Measurement of Turbulent Skin Friction by Means of Surface Pitot-Tubes and the Distribution of Skin Friction on a Flat plate, R. & M., 3058 (1956).
- [11] Coles, D.: Measurements in the Boundary Layer on a Smooth Flat Plate in Supersonic Flow. 1. The Problem of the Turbulent Boundary Layer. California Institute of Technology, Jet Propulsion Laboratory Report 20~69. June, 1953. A. R. C. 17, October, (1954), 109.
- [12] Preston, J. H.: The Minimum Reynolds Number for a Turbulent Boundary Layer and the Selection of a Transition Device. J. Fluid Mech., **3**, Part 4. (1958), 373.
- [13] Young, A. D. and Maas, I. N.: The Behavior of a Pitot-Tube in a Transverse Pressure Gradient. A. R. C. R. & M. 1770 (1937).
- [14] Davies, P. O. A. L.: The Behavior of a Pitot Tube in Transverse Shear. J. Fluid Mechanics, **3**, part 5. (1958).
- [15] Macmillan, F. A.: Viscous Effects on Pitot Tubes at Low Speeds. J. Roy. Aeor. Soc. **58**, 570 (1954).
- [16] Macmillan, F. A.: Experiments on Pitot-Tubes in Shear Flow. A. R. C. R. & M. No. 3028.
- [17] Schultz-Grunow, F.: Neues Reibungswiderstandsgesetz für glatte Platten. Luftfahrtforschung **17**, 239-246 (1940), Translated as New Frictional Resistance Law for Smooth Plates, NACA TM 986 (1941).