

飛行体の空力安定微係数

(第 2 報)

銭 福 星

Aerodynamic Stability Derivatives of Flight Vehicles. II.

By

Fu-Hsing TSIEN

Abstract; This is the second report on aerodynamic stability derivatives of flight vehicles. The first report described only the problem of wing-body combinations in steady incompressible subsonic flows. Here, the aerodynamic characteristics of wing-body combinations at compressible subsonic, transonic, supersonic, and hypersonic speeds is reported.

At subsonic, transonic, and supersonic speeds, the problem will be reasonably treated by making use of linearized theories. Hypersonic approximations are available for the calculation of aerodynamic characteristics of wing-body combinations at hypersonic speeds, but the results must be corrected by taking the effect of shock boundary layer interaction into account.

概 要

飛行体の空力安定微係数, 第1報(航研集報第2巻第3号 1960年9月)につづいてここで第2回の報告を提出した。第1報ではマッハ数の影響がほとんどはいて来ないような亜音速翼胴結合体の場合だけについて述べた。第2報は圧縮性を考慮した亜音速, 遷音速, 超音速, 極超音速, 極限マッハ数等における翼胴結合体の問題を取り扱った。

亜音速, 遷音速および超音速の領域では線型理論に基づいて連続した形で解を与えることができる。しかし線型理論によって扱える超音速マッハ数の範囲は実際にはそんなに大きくはなく, 広々とした極超音速マッハ数の範囲が存在する。この領域では非粘性の極超音速近似理論を利用できるが, 衝撃波・境界層干渉による修正をしなければならない。

極超音速では翼におよぼす胴体の影響についての評価も仲々むづかしい。これについては forebody によるものと純然たる cross-flow によるものとに分けられる。いずれにしろ胴体の吹き上げによる誘導迎角が求まったとしても有効迎角が翼幅方向に沿って変化するので本質的に三次元翼の問題として取り扱わなければならない。これについては別の機会に取り上げたいと思っている。ここでは各翼幅位置で二次元的な極超音速翼の理論を適用した。

第2章 超音速における翼胴結合体の安定微係数

1. 緒言

超音速における翼胴結合体の問題は亜音速の場合と根本的に異なる特徴をもっている。たとえば翼幅に沿う任意の場所での循環したがって局所揚力を求めるのでさえも概念的に翼を単一の揚力線でおきかえることが高速ではもはや正当ではない。

現在までのところ超音速における翼胴体干渉を計算する最良の方法についてはっきりした結論を与えることはできない。これまで沢山の解析法が提案されているけれども、線型化された翼理論のわく内でさえ実用的に役立つ翼胴体結合問題の厳密解はほとんどない。多少なりとも干渉計算の精度を上げようとすれば複雑な労力と時間のかかる計算を遂行せねばならないので、実用設計の立場からすれば好ましくない。ここでは超音速翼胴結合体の空気力学を展望し、役に立つ近似理論の基本仮定や適用限界およびそれら相互の関係をしらべ、その結果を風洞実験と比較検討し、実用設計のために精度のよい簡便な超音速翼胴体結合問題に対する解析法を確立したいと思っている。

2. 超音速翼胴結合体の空気力学の展望

超音速翼胴結合体に対する最も初期の研究として Kirkby and Robinson [1] の解析を挙げることができる。彼らは円錐胴体に取り付けられた高縦横比翼の問題を扱い、胴体に及ぼす翼の作用を考えず胴体吹き上げによって翼上に生ずる揚力の増し分を計算した。次に Ferrari [2] [3] は iterative process を使って尖頭回転対称胴体に取り付けられた縦横比の大きい矩形翼胴結合体の問題を考えた。この繰り返し法による解は収斂するけれども最初の step を除けば大変な数値計算を行わなければならぬ。実際問題としてはこの方法の出発点をうまく選べば最初の step で誤差を小さくすることができ、実験結果とよく合致する結果を得ることができる。その後 Ferrari [4] は自分の研究を非常に含蓄ある Lagerstrom and Van Dyke [5] の研究と組み合わせることによりもっと手ぎわよく、しかも簡潔に超音速翼胴結合体干渉問題を展開している。以上の Ferrari の方法は超音速前縁の翼と胴体との結合体に限定されているが、これらの方法を更に Evvard [6] または Ward [7] の方法と組み合わせることにより亜音速前縁の超音速翼胴結合体を処理することができる。Browne, Friedman, and Hodes [8] は円錐流と写像変換の方法により頂点を共有する三角翼円錐胴体の問題を考え、亜音速および超音速前縁の翼胴結合体に対する解析的な解を得た。この種類の構造は実用性が少ないが、その解は特に亜音速前縁翼胴結合体に対しても得られているので細長物体理論の適用範囲を検討するのに役立つ。

Morikawa [9] は胴体および翼による干渉ポテンシャルを分離して求める Ferrari の方法と違って、Laplace 変換を用いて相互干渉を含めた擾乱速度ポテンシャルを一挙に得る方法を試みている。すなわち擾乱速度ポテンシャルについての双曲型偏微分方程式を Laplace 変換により Helmholtz 型の楕円型偏微分方程式になおし、Laplace 空間における境界条件を満足する適当な Green 関係を見つけることによって矩形翼胴結合体の問題を解いている。

不幸にして逆 Laplace 変換により擾乱ポテンシャルを求める計算が非常に厄介であるために、折角求めた Green 関係を単純化しなければならない。そのために翼前縁近くの圧力分布を計算するのに役立つだけで実用に適しない。Morikawa [10] は更に単純化を進め、適当な仮定を設けて翼胴結合体の問題を幾つかの平面問題になおして解を与えている。これは strip theory および細長物体理論の解を二つの極限とし、適当な仮定と近似によりその中間のものを求めようとするもので定性的な解析に役立ち、特に実験的な裏づけさえあれば実用設計のための近似解析法として有用である。しかしこの方法によって afterbody のある翼胴結合体のモーメントを得ることはできない。

Nielsen [11] は Lagerstrom and Van Dyke [5] の数式化にならって胴体迎角 0 、翼だけ迎角ある翼胴結合体の問題を扱っている。これも Laplace 変換技術を使っている点で Morikawa [9] の方法と類似している。したがって両者の Green 関数は本質的には同じである。Nielsen は Laplace 空間における彼の級数解の各項に対して数値的に逆変換を行なっている。しかし、この級数の収斂は翼前縁近くで極めて緩慢であることが示されている。Nielsen 等 [12][13] は更に自分の理論結果を実験と比較したり、また実用計算に役立つように解の Laplace 逆変換を数表にまとめあげている。Nielsen の翼胴体干渉に対する取り扱いには更に quasi-cylindrical theory という観点から翼迎角 0 、胴体迎角ある翼胴結合体にも適用できる [14]。Lock [15] はこの理論を quasi-cylindrical body に適用し、特にそれを翼胴体干渉問題に応用している。

翼胴体干渉についての取扱いはもっと沢山あるが、その詳細について一々取り上げるわけにはいかない。また第 1 章で述べた細長物体理論による干渉問題にも特に触れないことにする。

3. 超音速翼胴結合体揚力、モーメント近似計算法

前節で述べた Ferrari の方法は亜音速および超音速前縁の一般翼胴結合体の特性をよい精度で計算するのに役立ち、特に翼幅に比して翼弦長がある程度小さい場合には更に計算が楽になる。Ferrari の方法によって求められた翼胴結合体の翼面上および胴体面上の圧力分布はいずれも実験とよく合う [4]。これに対して Nielsen の方法は超音速前縁の翼胴結合体に適用され、複雑な Laplace 逆変換を行わなければならないが、これには既に整備された数表を利用すればよく、特に翼幅に比して翼弦長が大きい場合には Ferrari の方法よりもまざっている。しかしこれらの理論的方法は労力を要し、実用設計などの場合には面倒である。そのためにこの干渉問題を大雑ばに推定するいろいろの近似法が提案されている。これらの近似法は一般に精度は落ちるが解析がもっと簡単である。もちろんもっと正確な解析結果や特に実験などとの比較によりその精度が確かめられれば、それぞれの形状の翼胴結合体に対して信頼性ある近似解析法が確立され得る。これらの近似法は線型翼理論を strip theory、細長物体理論、逆流定理その他と適当に組み合わせて処理しているという特徴をもっている。大抵の形状の翼胴結合体に対しては線型方程式の近似解によって可成り合理的に揚力、モーメントを計算できる。例外として操舵翼胴結合体の圧力分布などは線型理論によってはよい精度を期待できない。

揚力, モーメントの近似計算法を述べる前にまず第1章第5節におけると同じく次の量を定義する

$$K_W = L_{W(B)}/L_W, \quad K_B = L_{B(W)}/L_W. \quad (2.1)$$

ここで L_W は翼だけ, $L_{W(B)}$ は翼胴結合体の翼部分, また $L_{B(W)}$ は翼胴結合体の胴体部分の揚力である. なお翼だけの面積を基準にした $L_W, L_{W(B)}, L_{B(W)}$ の係数曲線傾斜をそれぞれ $C_{L\alpha W}, C_{L\alpha W(B)}, C_{L\alpha B(W)}$ とする. 翼胴結合体の全揚力 L_{WB} に対応する係数は同じく翼だけの面積を基準にして $C_{L\alpha WB}$ で表わす.

翼胴結合体の揚力を求めるおもな近似法としてまず Kirkby and Robinson の方法を逆流定理と組み合わせたものがある. すなわち, 翼胴結合体の翼部分の揚力は二次元の strip theory を使って計算し, 胴体部分の揚力は逆流定理を適用して求めるものである. これによって得られる翼部分の揚力は

$$L_{W(B)} = \rho U^2 \frac{4\alpha}{\beta} \int_a^b c_w \left(1 + \frac{a^2}{y^2}\right) dy, \quad (2.2)$$

胴体部分の揚力は

$$L_{B(W)} = \rho U^2 \frac{4\alpha}{\beta} \int_a^b c_w \left(1 + \frac{a^2}{y^2}\right) \frac{a^2}{y^2} dy. \quad (2.3)$$

である. ここで a は胴体半径, b は翼胴結合体の半翼幅, y は胴体軸から測った翼幅方向位置, c_w はその位置における局所翼弦長, また $\beta = \sqrt{M^2 - 1}$ である.

特に矩形翼胴結合体に対しては $C_{L\alpha W} = 4/\beta$ とすれば

$$K_W = (1 + \sigma), \quad K_B = \sigma \left(\frac{4}{3} + \frac{1}{3}\sigma + \frac{1}{3}\sigma^2 \right) \quad (2.4)$$

となり, したがって

$$K = 1 + \frac{7}{3}\sigma + \frac{1}{3}\sigma^2 + \frac{1}{3}\sigma^3 \quad (2.5)$$

を得る. (2.4) の第1式は細長物体理論の結果 (第1章第5節, 第10図参照) に非常に近い. これに対して Cramer [16] は主として実験結果に基づいて afterbody が長い場合

$$C_{L\alpha WB} = 4(1 + 2\sigma)/\beta, \quad (2.6)$$

したがって

$$K = K_W + K_B = (1 + 2\sigma) \quad (2.7)$$

を得ている. また (2.5) の関係は (1.40) と全く同じで, 第5図によって明らかな如く細長物体理論の結果よりも少し大きい. これらの関係は次節で更に他の近似法や実験結果と比較検討を行なう積りである.

上述の近似解析では翼端および翼付根の影響を考慮していない. 翼端効果は例えば Busemann [17] の方法によって別個に修正できる. 翼付根領域における揚力損失は Ferrari [4] によって近似的に求められている. その結果縦横比が大きくて, 翼弦の短い矩形翼胴結合体に対しては

$$C_{L\alpha W(B)} = \frac{4}{\beta} \left(1 + f\sigma - \frac{1}{2A\beta} \right). \quad (2.8)$$

ここで

$$f=1-\frac{1-\sqrt{2}\beta\frac{a}{c_w}\ln\left(1+\sqrt{2}\beta\frac{c_w}{a}\right)}{2(1-\sigma)} \quad (2.9)$$

(2.9) の右辺第2項は Ferrari の矩形翼付根修正によって生じた項で付根翼弦長が比較的小さい一般平面形翼に対しては単に c_w をその付根翼弦長にとればよい。ただし翼端効果修正の項は当然矩形翼の場合と異なる。なおこの翼端および翼付根附近領域の修正によって得られた翼面上の翼幅方向揚力分布を逆流定理と組み合わせれば縦横比の小さい翼胴結合体の胴体部分の揚力に対して (2.3) よりも精度のよい結果が得られることが予想される。ただしこういう修正を施しても K , K_w , K_B というような量の値は余り影響をうけない。

胴体に作用する揚力の分布によって生ずる復元モーメントは Ferrari や Nielsen の方法によって求めた干渉揚力によるモーメントを正確に計算すればよいが可成り労力を要する。そこで翼胴結合体の形状を理想化して、翼胴半径が非常に小さく、翼は矩形で縦横比が大きいという簡単化を行なうことにより Ferrari [4] は翼により胴体面に誘起される垂直速度成分を消すために導入される擾乱速度ポテンシャルに基づく翼弦中心まわりの頭下げモーメントとして

$$M_1 = -\pi\rho U^2 a^2 c_w \alpha \quad (2.10)$$

を導いている。これは一つの偶力で Schrenk [18] が細長胴体に impulse の概念を適用して同じ結果を出している。(2.10) は $c_w/a \rightarrow \infty$ に対して成り立つが Schrenk は c_w/a が有限の場合この偶力の中心は翼弦中心から $x_1 = 0.85 a\beta$ の位置に移り、また $c_w/a \sim 1$ ならば $M_1 \sim -\pi\rho U^2 a^2 c_w \alpha / 2$ になり、 x_1 も 1.5 倍位に大きくなると述べている。

一方翼により胴体上に誘起される流れ方向の擾乱速度成分によりモーメントを生ずる。これは Ferrari によって、また別個に Schrenk によって次の如く得られている。

$$M_2 = -\pi\rho U^2 a^2 c_w \alpha / 2. \quad (2.11)$$

これも翼弦中心点まわりに取った頭下げモーメントで、その揚力の作用点は翼弦中心から $x_2 = 0.785 a \sqrt{M^2 - 1}$ の位置にある。Schrenk はまた例の如く $c_w/a \sim 1$ に対しては、 M_2 に貢献する揚力が $(3+\sigma)/4$ 倍になり、 x_2 も 1.5 倍程度になるという意見を述べている。Schrenk の結果は物理的考察に基づいたものであるが実用的に便利で、また次節で述べる他の近似法による結果に見劣りしないのであとで再び取り上げる。

Laitone [19] は縦横比の小さい矩形翼胴結合体の翼部分、胴体部分の揚力、モーメントを簡単に求める方法を提案しているが、これは翼胴体干渉のメカニズムを理解し、また次節および極超音速の章で述べる実用設計のための近似解析法の精度を推定するのに助けとなるのでここで触れておく。これは Schrenk の場合と同じく、Ferrari の $c_w/a \rightarrow \infty$ に対する結果を修正するものである。まず翼によって胴体上に誘起される垂直速度成分に対しては細長物体に impulse の概念を取り入れて揚力およびモーメントの増し分が次の如く得られる。

$$\left. \begin{aligned} \Delta_1 C_L &= -2e(l) S_b / S_w, \\ \Delta_1 C_{mg} &= 2e(l) \frac{S_b}{S_w} \left(\frac{l}{c_w} - \frac{g}{c_w} \right) - 2\alpha \frac{S_b}{S_w}. \end{aligned} \right\} \quad (2.12)$$

ここで $e(l)$ は胴体の最後部における翼の吹下しで近似的に $C_L/\pi A$ で与えられ、 l は全長、

g は重心位置座標, S_b は胴体底面積, S_w は翼だけの面積である. なおモーメントは翼だけの面積および翼弦長基準になっている. したがって (2.12) の第2式右辺第2項は (2.10) と全く同じものである. 次に翼によって胴体上に誘起される流れ方向の擾乱速度によるものとしては Ferrari の結果 $\Delta_2 C_L = (4\alpha/\beta)(2ac_w/S_w)$ に対する修正として

$$\left. \begin{aligned} \Delta_2 C_L &= \frac{4\alpha}{\beta} \frac{2ac_w}{S_w} \frac{b-a}{\sqrt{(b-a)^2 + a^2}}, \\ \Delta_2 C_{m_g} &= -(g_w/c_w)\Delta_2 C_L. \end{aligned} \right\} \quad (2.13)$$

g_w は重心と翼の圧力中心との距離である. 最後に胴体によって翼上に誘起される速度成分により揚力の増し分は (2.2) と同じ方法で

$$\left. \begin{aligned} \Delta_3 C_L &= \frac{4\alpha}{\beta} \frac{a}{b} \frac{2(b-a)c_w}{S_w}, \\ \Delta_3 C_{m_g} &= -(g_w/c_w)\Delta_3 C_L. \end{aligned} \right\} \quad (2.14)$$

となる. 以上で干渉揚力, モーメントが first order の範囲で求まる. なお翼端から出るマッハ波が胴体とぶっかるとかまたは胴体先端から出るマッハ波が翼にぶっかる場合には更に適当な修正を考える必要がある.

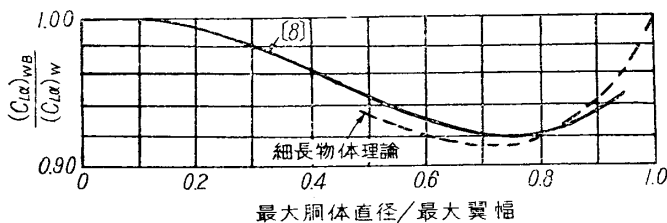
4. 実用設計のための近似計算法

前節で述べた揚力, モーメントの近似計算法によって一応超音速翼胴結合体の空気力学的設計を遂行できるが, ここでは別の計算法を提案し, 特に風洞実験結果との比較検討により実用設計のために精度のよい簡便な近似解析法を確立したいと思っている.

4.1. 単純計算法

これは第1章第3.1節にならって提案されたものである. この方法は第11図に示す Browne, Friedman, and Hodes [8] の線型理論からヒントを得たものである. すなわち縦横比の小さい翼胴結合体の揚力を胴体をつき抜けた basic wing の揚力で代用しようというのである.

一般に三角翼の揚力は $m < 1$ に対しては Stewart [20], $m \geq 1$ に対しては Puckett [21] の方法で計算され, また圧力中心は exposed wing の圧力中心位置で代用する. ここで m は第13図の記号にしたがう. したがって後縁が流れに直角な三角翼胴結合体の圧力中心は

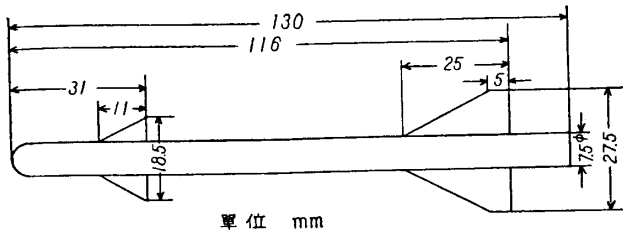


第11図 三角翼円錐胴結合体の揚力と三角翼(胴体突き抜けた部分も含む)の揚力との比. $M=1.25$

付根翼弦長の $2/3$ の所にあると考える. また矩形翼の揚力は翼端修正を施す Busemann [17] の方法によって得られ, 圧力中心は近似的に翼弦中心にあるものとする. 一般平面形翼に対しては亜音速前縁ならば文献 [22], 超音速前縁ならば文献 [23] の方法によって

得られ, 圧力中心は三角翼と矩形翼との中間を先細比に応じて配分する.

次に第12図に示す模型に対しこの単純計算法で計算した揚力, 先端まわりのモーメント,



第12図 前翼胴尾翼結合体の風洞実験模型 ($M=1.88$)
 となる。圧力中心は付根翼弦長の64%の所にある。ここで後翼に対し前翼の吹き下しによる効率損失の問題がある。これについてはあとの節で述べる近似的推定により14%の損失という結果を得ている。この値は亜音速風洞実験結果と一致している。したがって後翼胴結合体の $C_{L\alpha}$ は $23.460 \times 0.86 = 20.2$ となる。

以上の結果により全機揚力, 先端まわりのモーメント, 圧力中心を求めると次のようになる,

$$\begin{aligned} C_{L\alpha} &= 28.7, && (\text{胴体断面積基準}) \\ C_{m\alpha} &= -18.2, && (\text{胴体断面積, 全長基準}) \\ x_{c.p.} &= 63.5\%, && (\text{全長基準, 先端からの位置}) \end{aligned}$$

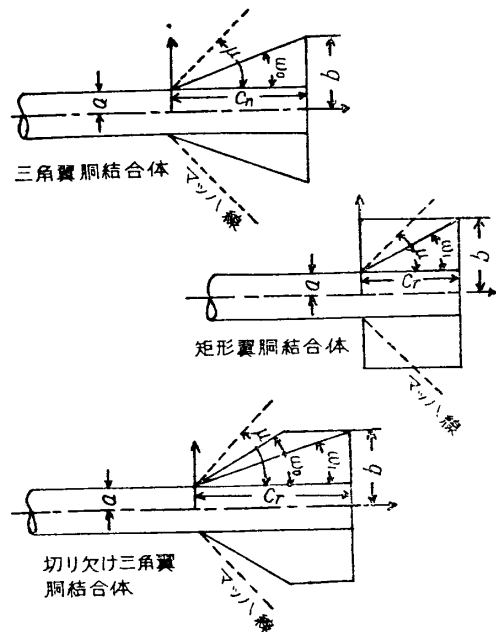
一方実験結果は次のごとし,

$$\begin{aligned} C_{L\alpha} &= 27.8, \\ C_{m\alpha} &= -18.6, \\ x_{c.p.} &= 64.8\%. \end{aligned}$$

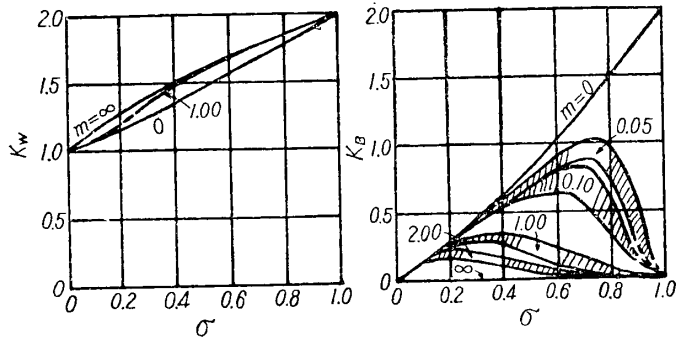
このように単純計算法は計算が簡単で, 迅速に行なわれうるので初期設計に役立つことがわかる。この方法の適用範囲はいろいろの翼胴結合体に対する風洞実験結果と相まって確立される。

4.2. Morikawaの方法

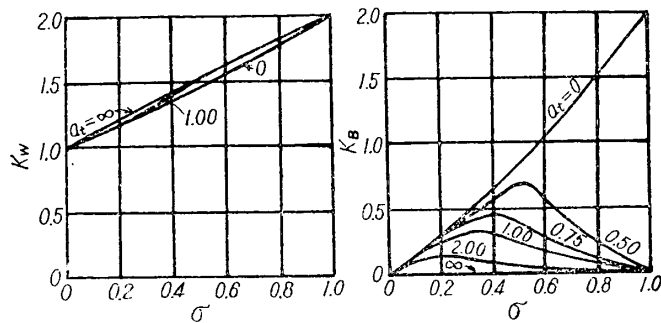
Morikawa [10] は第13図に示すような afterbody のない可成り一般的な翼胴結合体の揚力を求める方法を提案している。第13図を参照してまず基本パラメータとして $\sigma = a/b$, $m = \tan \omega_0 / \tan \mu = \beta \tan \omega_0$, $a_t = \tan \omega_1 / \tan \mu = \beta \tan \omega_1$ を導入する。翼後縁が先進または後退している場合には更にパラメータを追加せねばならない。翼胴結合体の揚力を考える場合(2.1)のように exposed wing の揚力を基準にして考える。このようにして strip theory および細長物体理論の結果を基礎とし有限の m, a_t に対する揚力曲線が $m, a_t = 0, \infty$ の曲線の間にあること, また一定の σ に対する揚力変動が m, a_t



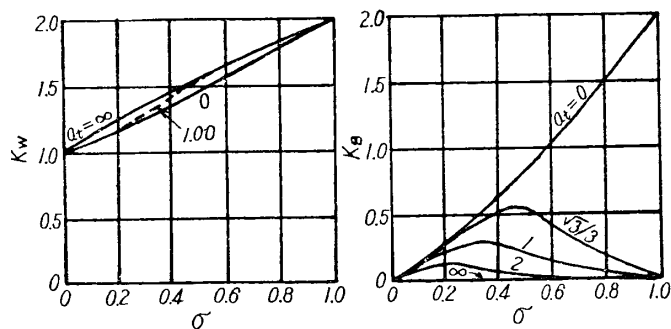
第13図 afterbody のない翼胴結合体



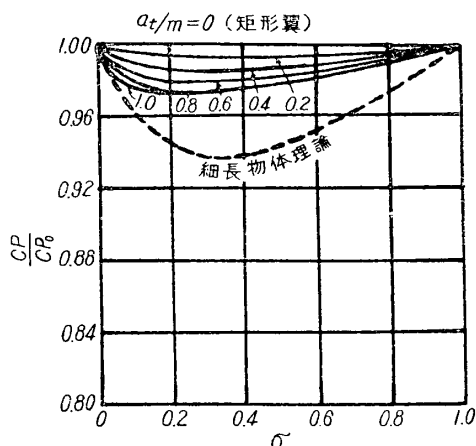
第 14 a 図 afterbody のない三角翼胴結合体の揚力



第 14 b 図 afterbody のない矩形翼胴結合体の揚力



第 14 c 図 afterbody のない切り欠け三角翼胴結合体の揚力



第 14 d 図 afterbody のない翼胴結合体の圧力中心

の単調関数であるという物理的弁証法に導かれ、線型理論の範囲内で随所随所にもっともらしい近似を織り混ぜて上記パラメータの全領域にわたる翼胴結合体の揚力を求めている。その結果が第 14 a, b, c 図に示されている。

K_W の算定に際しては一般に、(A) 翼迎角、(B) 胴体の吹き上げ、(C) (A), (B) による擾乱の胴体および対称面からの反射、(D) 翼端擾乱の反射等に基因する揚力を含めている。これらの図からわかるように、一定の σ に対する K_W の変動は小さい。このことは次節で述べる Nielsen [14] の結果についても同様である。したがって K_W に対する Morikawa の結果は実用設計に十分役立つことが期待できる。

一方胴体部分の揚力 K_B についてはこれが胴体に伝達される翼揚力の一部であることは逆流定理によって容易に理解できるのであるが、翼により胴体面上に誘起される圧力分布をどういう風に近似して扱うかによりいろいろの結果が得られる。Morikawa は翼端の影響を受けない胴体面上の圧力分布を前縁から下流へ遠く離れた翼だけの中心線上の漸近圧力で近似した。亜音速前縁の翼に対しては細長物体理論の結果を適当に修正して使っている。このようにして半経験的にパラメータの全領域にわたり K_B について第 14 a, b, c 図に示す結果を得ている。これらの結果は afterbody のない場合にだ

け適用できる. Morikawa の結果はあとで他の結果と比較するために再び取り上げる.

Morikawa は更に同じ線に沿って afterbody のない翼胴結合体の圧力中心位置をパラメータの全領域にわたって求めている [24]. CP_0 を前縁からの exposed wing alone の圧力中心とすれば $a_t=0$ では細長物体理論により結合体の CP は

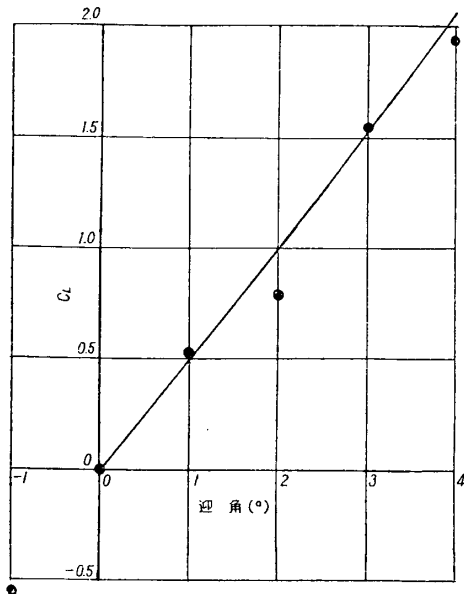
$$\frac{CP}{CP_0} = \frac{1}{1-\sigma} \left\{ 1 - \frac{3}{2}\sigma + 2 \left(\frac{\sigma}{1+\sigma} \right)^2 \right\}, \quad (2.15)$$

$a_t=\infty$ では strip theory により

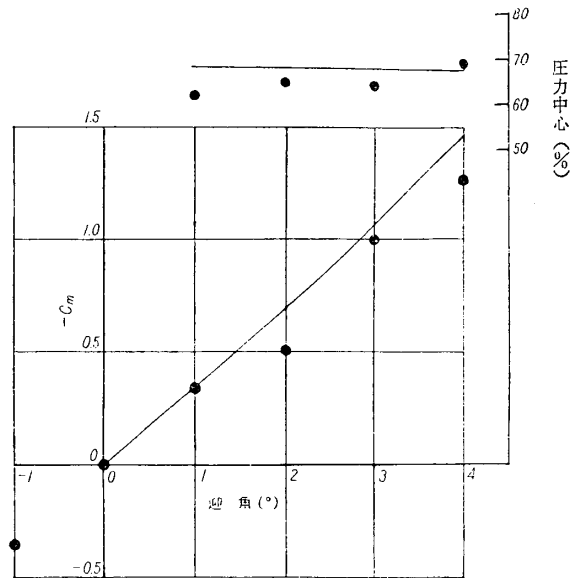
$$\frac{CP}{CP_0} = \frac{1 - \frac{1}{2} \frac{a_t}{m}}{1 - \frac{1}{3} \left(\frac{a_t}{m} \right)^2} \left\{ \frac{1 - \frac{1}{3} \left(\frac{a_t}{m} \right)^2 + \sigma - \frac{\sigma^2 (a_t/m)^2}{(1-\sigma)^3} [1 - \sigma^2 + 2\sigma \ln \sigma]}{1 - \frac{1}{2} \left(\frac{a_t}{m} \right) + \sigma + \frac{\sigma^2 (a_t/m)}{(1-\sigma)^2} [1 - \sigma + \ln \sigma]} \right\}. \quad (2.16)$$

(2.15), (2.16) の結果が第 14d 図に示されている.

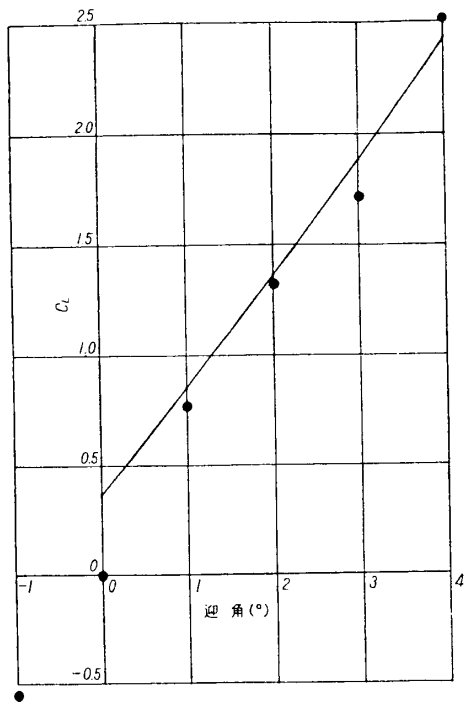
第 12 図の模型について Morikawa の方法で求めた結果と風洞実験結果 (東大生研玉木研究室において遂行されたもの) との比較が第 15~18 図に示されている. 計算および実験はいずれも第 4.1 節におけると同じく $M=1.88$ に対するものである. 第 15 図は前翼, 胴体, 後翼ともに同じ迎角 α をとっている場合の結果である. 実験結果が点で示され, 実線は計算結果を示す. 揚力は胴体断面積基準, モーメントは胴体断面積, 全長基準で表わされまた圧力中心は全長基準による先端からの位置で表わされている. 胴体だけの揚力は先端部からの貢献を省略し, もっぱら cross-flow の粘性抵抗によるものとして計算した. これは α^2 の order であるから実際には省略してもよかった. その計算法は文献 [25] に述べられている. 前翼胴結合体および後翼胴結合体に対する計算は本節の方法により遂行された. 実験と計算の一致は良好である. ここでは前翼の吹き下しによる尾翼効率損失を計算に入れていないので計算値が実験よりも大きく現われている. また Morikawa の方法は afterbody を考



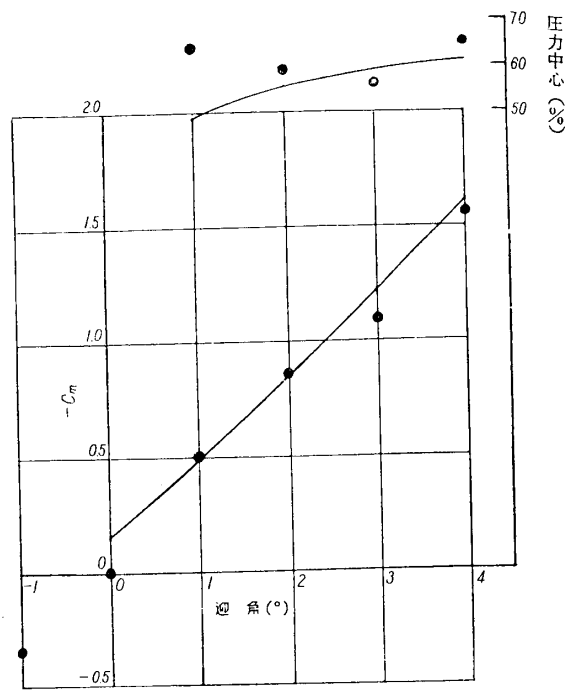
第 15 a 図 第 12 図に示す模型全機の揚力係数



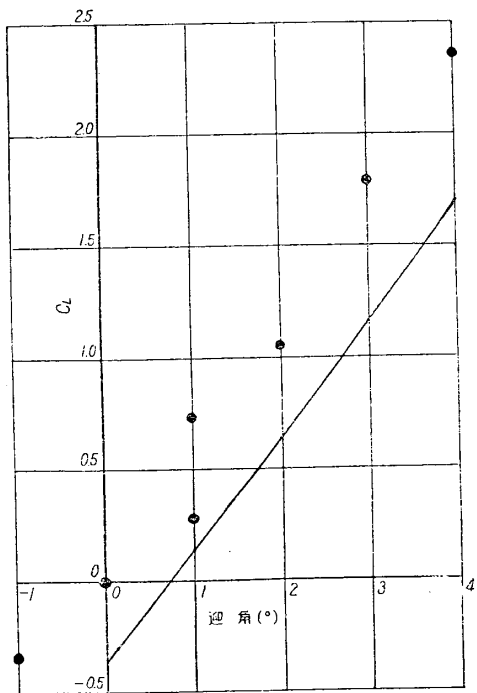
第 15 b 図 第 12 図に示す模型の先端まわりモーメント係数, 圧力中心



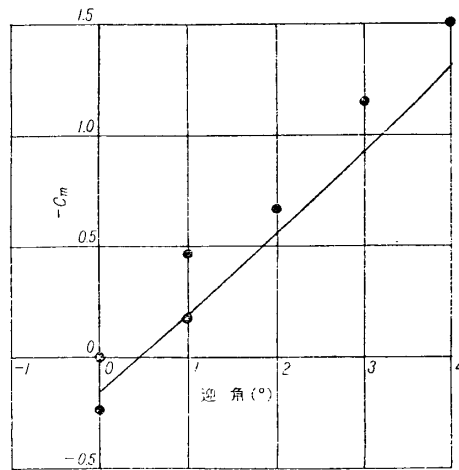
第16a図 第12図に示す模型で前翼に $+5^\circ$ の舵角をつけた場合の全機揚力係数



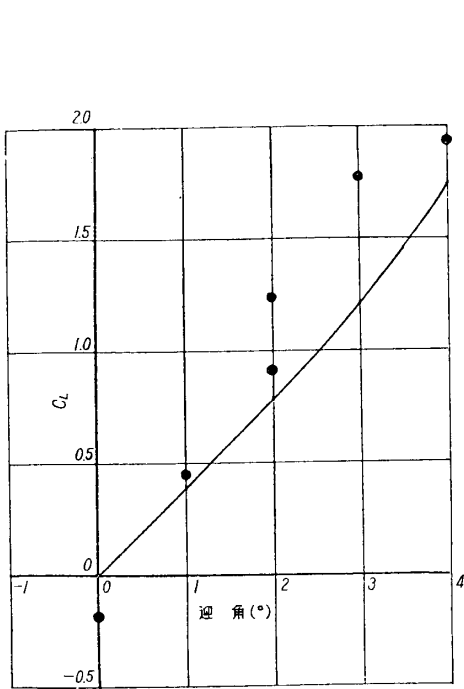
第16b図 先端まわりの全機モーメント係数、圧力中心



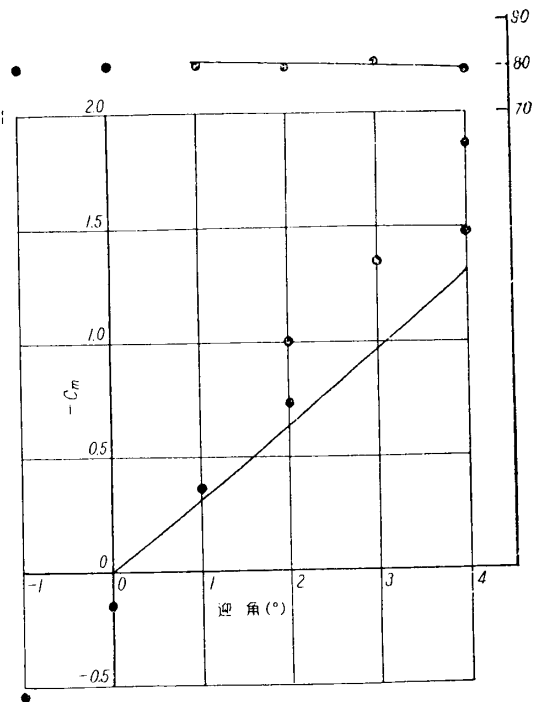
第17a図 第12図に示す模型で前翼に -5° の舵角をつけた場合の全機揚力係数



第17b図 全機モーメント係数



第 18a 図 第 12 図 に示す模型で前翼がない場合の全機揚力係数

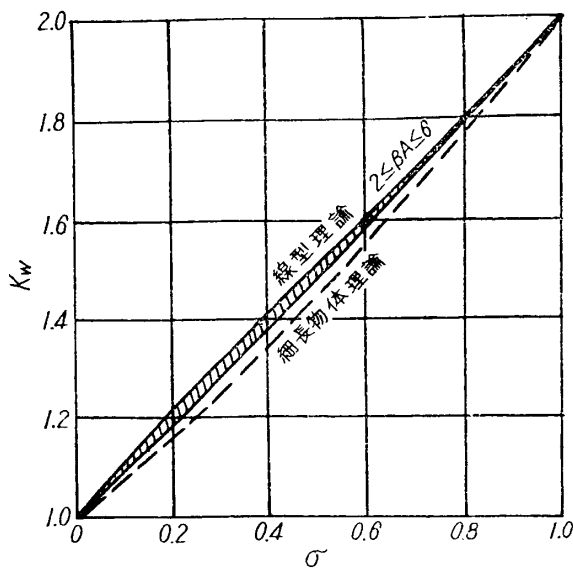


第 18b 図 全機モーメント係数, 圧力中心

慮していないがこの模型では前翼, 後翼ともに afterbody がついている。これらの点を考慮して修正を行えば計算と実験との一致が更に満足すべきものとなるであろう, 第 16 図は第 12 図の模型で前翼に舵角 $+5^\circ$ をつけた結果である。実験値が計算結果より更に低めに出ているのは前翼の吹き下しの効果が舵角による分だけ増加したからである。なお操舵翼胴結合体の揚力は翼胴結合体の揚力に細長物体理論によって求めた $L_{\alpha,0}/L_{\alpha,\alpha}$ を乗じて計算した。ここで $L_{\alpha,0}$, $L_{\alpha,\alpha}$ は第 2 図に示してある如くそれぞれ胴体迎角 0, 翼迎角 α の時および胴体迎角 α 翼迎角 α の時の揚力である。操舵翼胴結合体については後で再び取り上げる。第 17 図は逆に前翼に -5° の舵角をつけた結果である。前翼の翼角による吹き下しと舵角による吹き上げとが相殺する傾向にあることが示されている。最後の第 18 図は第 12 図の模型で前翼だけを際いた結果である。計算値は幾分低めになっているが実験のばらつきも小さくはない。afterbody の影響を考慮すれば両者の一致は更によくなるであろう。以上の実験結果は全般的にあってあまり精度がよくない。これに対して計算もいろいろの要素がはいっているので実験と比較する意味では模型選択は適性を欠いたように思われる。

4. 3. Nielsen 等の方法

Nielsen 等 [26] は (2.2) の strip theory に基づいて K_w を計算し, 細長物体理論結果との比較検討を行ない, 付根附近の揚力損失を考慮することにより, すべての翼胴結合体の K_w として細長物体理論の値を使用すべきであると主張している。縦横比の大きい矩形翼胴結合体に対しては Nielsen [14] は線型理論に基づいて第 19 図の如き結果を出している。この結果が細長物体理論と 5% の範囲内で一致していることは注目すべき事柄で, これによ



第 19 図 矩形翼胴結合体の翼部分揚力

って Nielsen 等は彼らの主張を正当化している。

胴体部分の揚力は本来翼付根の前後縁から出るマッハ螺線の間で発生するのであるが、これを等価の平面問題に単純化した。すなわち胴体がつぶれて面に退化したと考え、したがってマッハ螺線はそのままマッハ線と一致する。胴体の揚力はこの迎角零の退化した平板の部分にわたって生ずる半翼による圧力分布を積分し、これを2倍することにより得られる。翼端の影響がない場合、すなわち

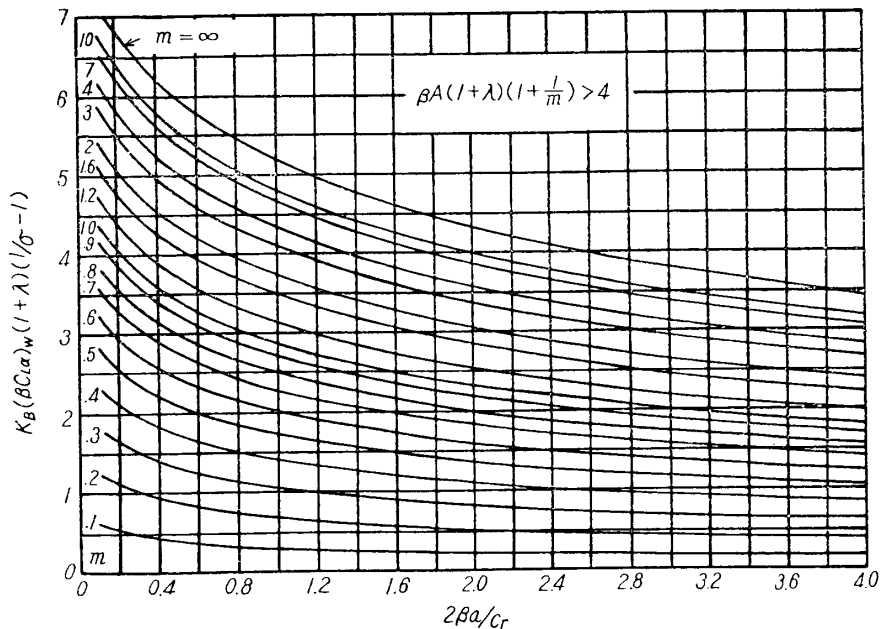
$$\beta A(1+\lambda)(1+1/m) \geq 4 \quad (2.17)$$

(λ は先細比)

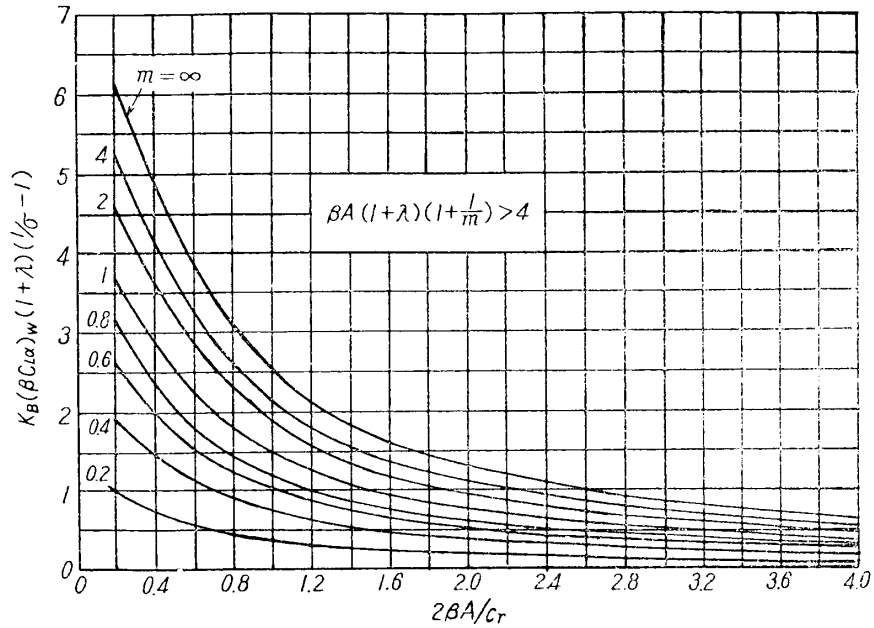
なる制限を課すれば、半翼による圧力は超

音速前縁ならば文献 [27] の方法によって、また亜音速前縁ならば文献 [28] の方法によって求められる。これによって afterbody のある場合とない場合とについて K_B が計算され、その結果を図表にしたのが第 20 図である。ここでは胴体の吹き上げの影響を与えていない。(2.17) が成立しない場合は細長物体理論の値を使えばよい。

翼部分の圧力中心は三角翼胴結合体、矩形翼胴結合体および切り欠け三角翼胴結合体について細長物体理論、strip-theory および exposed wing alone によって得た値を比較した結果、すべての縦横比にわたり exposed wing alone の値で表わすのが最もよい。胴体部分の圧力



第 20 a 図 翼胴結合体の胴部分揚力 (afterbody あり)

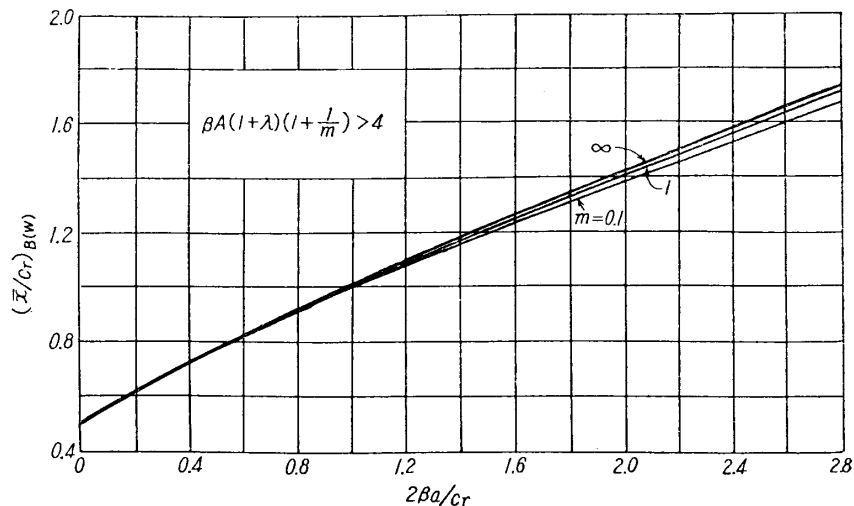


第 20 b 図 翼胴結合体の胴部分揚力 (afterbody なし)

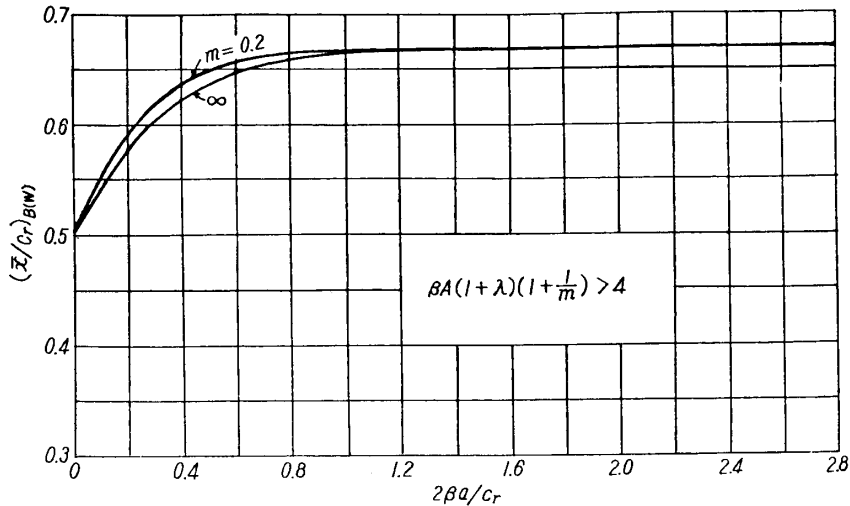
中心は (2.17) の成立する場合、前述と同じ方法で計算されその結果が第 21 図に示されている。ここで $(\bar{x}/c_r)_{B(w)}$ は翼胴結合体の胴体部分圧力中心で付根翼弦長を基準にし、 \bar{x} は付根前縁からの位置を示す。

4. 4. 胴体部分の揚力, モーメント圧力中心について

胴体部分の揚力, モーメントに関しては第 1 章の亜音速ではほとんど問題がなかった。すなわち亜音速では胴体部分によって運ばれる揚力はほとんど翼部分の胴体に限られ, afterbody には余り伝わらない。ところが超音速では afterbody の影響を無視するわけにはいかない。したがって揚力が翼付根の胴体部分のみに限られる細長物体理論は非常に不正確となる Morikawa の方法, Nielsen 等の方法および細長物体理論による K_B を第 22 図に示す。



第 21 a 図 翼胴結合体の胴体部分圧力中心位置 (afterbody あり)



第 21 b 図 翼胴結合体の胴体部分圧力中心位置 (afterbody なし)

Morikawa の結果と afterbody のない Nielsen 等の結果は実用的見地からすればよく一致しているとみなしてよい。実際問題として翼胴結合体の胴体部分の揚力は 20~30% 程度であるから、 K_B の違いが 20~30% あったとしても全体として数 % 程度の誤差にしかならないので実用設計の立場からすれば我慢できる。 σ が大きくなると細長物体理論の値は大分

第 3 表 K_B と σ との関係

| σ | K_B Ferrari | K_B Schrenk | K_B Laitone | K_B 細長物体理論 |
|----------|---------------|---------------|---------------|--------------|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0.1 | 0.111 | 0.086 | 0.110 | 0.133 |
| 0.2 | 0.250 | 0.200 | 0.243 | 0.278 |
| 0.3 | 0.428 | 0.353 | 0.394 | 0.437 |
| 0.4 | 0.667 | 0.565 | 0.555 | 0.611 |
| 0.5 | 1.000 | 0.875 | 0.710 | 0.800 |

誤差を伴うことがわかる。なお比較のために第 3 表に第 3 節で述べた Ferrari, Schrenk および Laitone の結合を示す。彼らの K_B はそれぞれ次のごとし。ただし翼だけの揚力はいずれも $C_L=4\alpha/\beta$ としてあり、また矩形翼胴結合体のみを対象にしたものである。

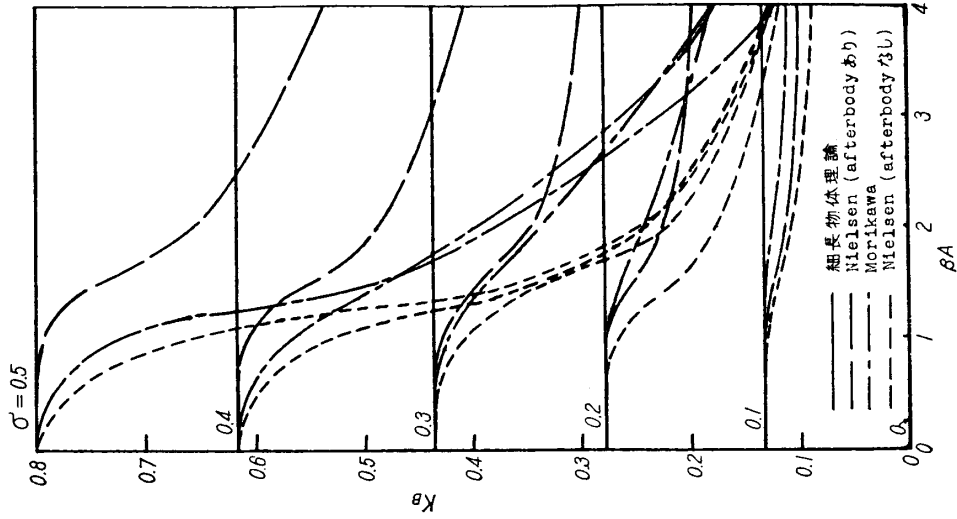
$$K_B = \frac{\sigma}{1-\sigma}, \quad (\text{Ferrari})$$

$$K_B = (1.5 + 0.5\sigma) \frac{\sigma}{1-\sigma}, \quad (\text{Schrenk})$$

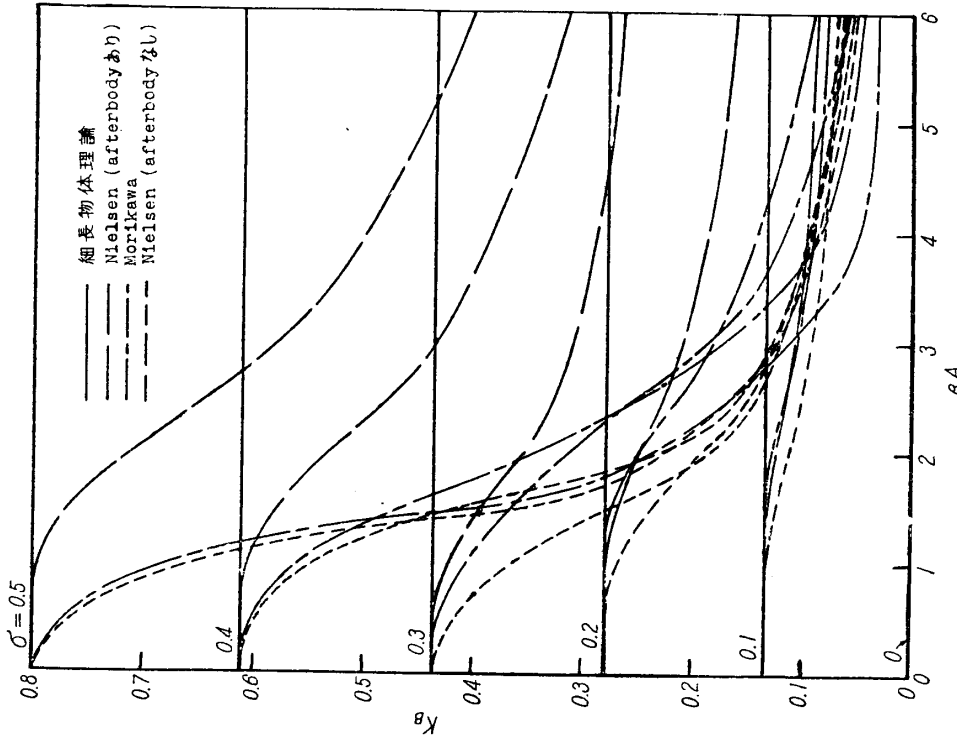
$$K_B = \frac{\sigma}{\sqrt{(1-\sigma)^2 + \sigma^2}}. \quad (\text{Laitone})$$

胴体部分のモーメントは Ferrari, Schrenk, Laitone によっても述べられているように翼により誘起される垂直速度成分のために生ずる頭下げの偶力による分も考えなければならない。その偶力の中心は Schrenk にしたがって評価するのが最もよいように思われる。

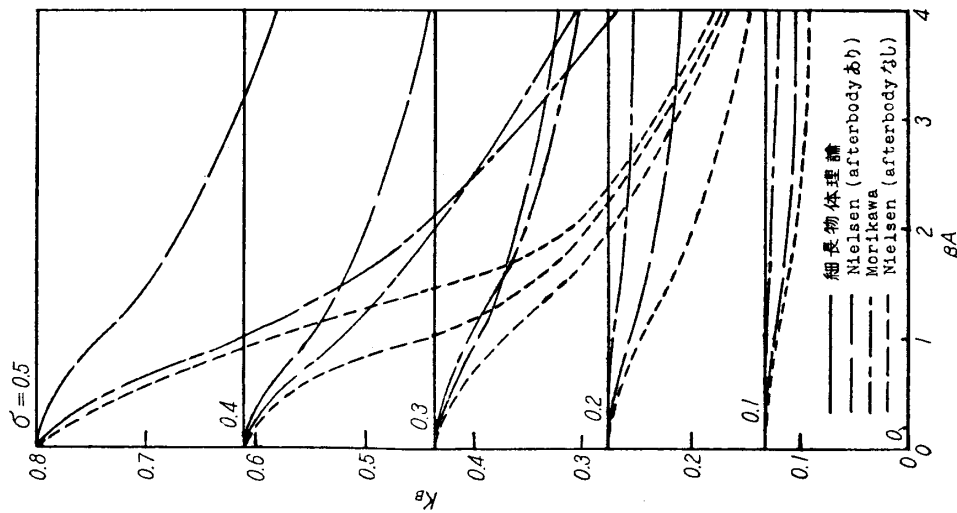
胴体部分のモーメント、圧力中心は Morikawa の方法によっても得られるが、既に K_B について Morikawa の結果と afterbody のない Nielsen 等の結果は実用的にそのいずれを採用してもよいので、一貫性を維持するために胴体部分の揚力、モーメント、圧力中心はす



第 22c 図 切り欠け三角翼胴結合体の胴体部分の揚力
分揚力 $\lambda=0.5$



第 22b 図 矩形翼胴結合体の胴体部分の揚力



第 22a 図 三角翼胴結合体の胴体部分の揚力

べて Nielsen 等の方法を採用すればよい。圧力中心については βA が 0 に近づいた場合 afterbody のあるなしにかかわらず細長物体理論値と結び付ける。

4.5. 操舵翼胴結合体

飛翔体の迎角，横滑り，傾斜に変化をもたらす操舵の問題は設計者にとって重要である。操舵特性は一般に迎角，舵角，マッハ数の範囲に左右されるが，細長物体理論を特に逆流定理と組み合わせると強力な解析的手段を与える。フラップ操舵のような型式ではあまり干渉の影響をうけないので超音速翼理論の結果が広く使われる。

まず線型理論に基づいて線型的な操舵特性を考える。これについては既に Nielsen 等 [26] によって扱われているが，ここでは彼らの成果に少し修正を施す。(2.1) にならって操舵翼胴結合体に対して

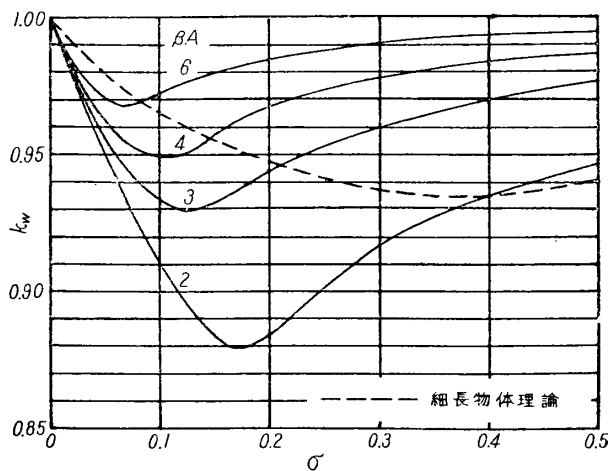
$$k_W = L_{W(B)}/L_W, \quad k_B = L_{B(W)}/L_W, \quad (2.18)$$

なる量を定義する。ここで $L_{W(B)}$, $L_{B(W)}$ はそれぞれ舵角による操舵翼胴結合体の翼部分，胴体部分の揚力である。 L_W は前と同じく exposed wing alone の揚力である。

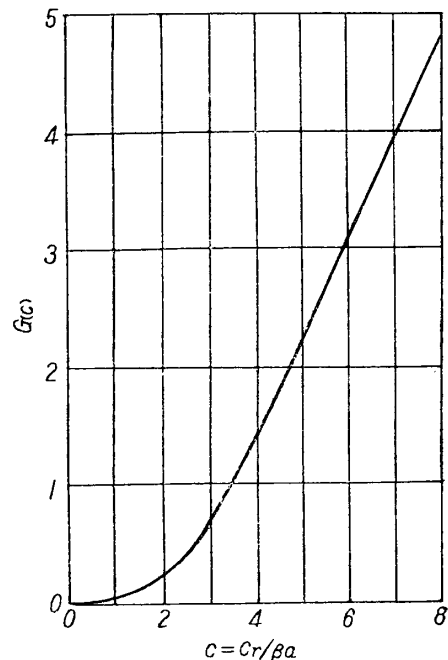
翼部分の揚力 k_W については矩形翼に対して Lock [15] によって次のごとく得られている

$$k_W = 1 - 4G(c)/c^2(2\beta A - 1). \quad (2.19)$$

ここで $c = c_r/\beta a$ である。これを図示すると第 23 図のようになる。ただし関数 $G(c)$ は第 24 図の如き曲線で表わされる。第 23 図には比較のため細長物体理論の結果が示されている。この第 23 図は Nielsen [11] の結果を少し修正したものである。 $\beta A \geq 2$ では線型理論と細長物体理論の結果の間には高々 7% の違いしかない。 $\beta A = 0 \sim 2$ では k_W に対する線型理論はない。しかし $\beta A \rightarrow 0$ になると細長物体理論が成り立つ。したがってこの間で k_W に対して適当な内挿を行なえばよい。一般平面形翼の k_W に対しては差しあたり細長物体理論の結果を使えばよい。勿論 $L_{W(B)}$ を計算する時には線型理論の L_W を使わねばならない。



第 23 図 矩形操舵翼胴結合体の胴体部分の揚力



第 24 図 関数 $G(c)$

胴体部分の揚力 k_B については Nielsen 等にしがって

$$k_B = k_w \frac{K_B}{K_w} \quad (2.20)$$

で近似する. これに対して細長物体理論の結果を逆流定理と組み合わせて

$$k_B = K_w - k_w. \quad (2.21)$$

(2.20) と (2.21) 違いは高々 0.01 である.

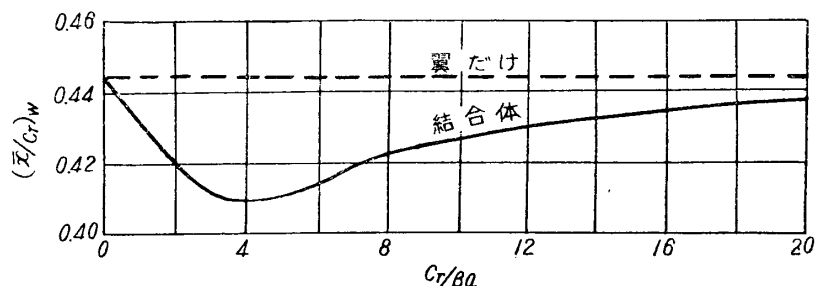
舵角による翼部分の圧力中心 $(\bar{x}/c_r)_{w(B)}$ を推定する一般的方法はないが, 矩形翼の場合には Lock [15] によって次のごとく得られている.

$$\frac{\bar{x}}{c_r} = \frac{1}{2} - \left[\frac{1 + 12c^{-2}G(c) - 24c^{-3}G^{(-1)}(c)}{6k_w(2\beta A - 1)} \right], \quad (2.22)$$

ただし

$$G^{(-1)}(c) = \int_0^c G(x) dx. \quad (2.23)$$

第 25 図は $\beta A = 2$ に対する (2.22) および exposed wing alone の結果である. これも Nielsen の結果を修正した形になっている. 第 25 図を見ると両者の違いは高々 3% 程度である. 矩形操舵翼胴結合体の翼部分圧力中心は $\beta A \geq 2$ に対しては (2.22) によって計算される. これ以外の場合には差しあたり exposed wing alone の圧力中心をもって代用する. 胴体部分の圧力中心はそれが舵角によるものであろうとまたは迎角によるものであろうとその位置は同じであると考えてよい. しかしその位置は afterbody の長さやマッハ数によって変る. 舵角による胴体部分の圧力中心位置は近似的には第 21 図を使って計算すればよい.



第 25 図 円柱胴体につけられた矩形操舵翼の圧力中心 ($\beta A = 2$).

4.6. 後退翼胴結合体

非常に後退している翼胴結合体に対しては細長物体理論が全揚力や各成分揚力を推定するのによい結果を与えるであろう. しかしこの理論では胴体部分の揚力が翼前後縁間にあると想定されているので翼が僅かに後退している場合モーメント計算に大きな誤差を伴う.

亜音速では胴体部分の揚力は翼付根部分にあると考えられるので exposed wing alone の揚力がわかれば細長物体理論 [29]~[31] の成果と組み合わせて計算すればよい. 翼だけの揚力係数は第 1 章で触れた Weissinger の方法によって得られ, これによって圧縮性の影響も勘定に入れられる. 著者は翼だけの揚力係数として

$$C_{L\alpha} = \frac{(A+2)\cos A}{A+2/\cos A} (C_{L\alpha})_{A, A=0^\circ} \quad (2.24)$$

を使い、細長物体理論の成果と組み合わせることにより $M \sim 0$ における afterbody のない後退翼胴結合体の揚力を計算し、風洞実験結果とのすばらしい一致を確認することができた。ここで A は後退角、 A は後退角 0° における翼の縦横比、 $(C_{La})_{A, A=0^\circ}$ は後退翼を $A=0^\circ$ とした時の揚力係数傾斜である。なお圧力中心は細長物体理論の成果を利用すればよい。特に計算の労をいとわなければ圧縮性を考慮した亜音速後退翼胴結合体の問題は第1章で述べた Crigler の方法に基づいて計算するのが最もよいと思う。

超音速では翼だけの揚力を細長物体理論の成果と組み合わせ、翼部分の圧力中心は翼だけの圧力中心を使い、胴体部分の揚力、圧力中心は胴体をつぶれた平板と考え、線型理論による翼だけの胴体平板上に生ずる圧力分布を計算して求める。特に簡便な計算法として、細長物体理論によって求めた揚力係数に線型超音速理論の修正係数として $m \leq 1$ に対しては、 $k=1/E(\sqrt{1-m^2})$ 、 $m > 1$ に対しては $k=2/m\pi$ を乗じてやるだけでもよい。ここで E は第2種完全楕円積分である。

遷音速領域では細長物体理論を使えばよい。

5. 前翼胴尾翼結合体

前翼胴尾翼結合体の干渉といっても、これは独立した問題ではなく、本質的には前述の翼胴結合体の問題と密接に関連している。すなわち翼胴結合体の干渉が解決されて初めて前翼胴尾翼結合体の干渉を処理することができる。

前翼胴尾翼結合の飛翔体の操縦性、安定性を計算するにはまず第一に尾翼におよぼす前翼の吹き下しの非線型的効果を求めなければならない。胴体がある場合の翼後方の渦後流により尾翼面を通る空気の流れが影響をうける。すなわち前翼、胴体、尾翼の形状と相互位置により前翼胴結合体渦後流が胴体による吹き上げとともに尾翼面で大きな流れ角を生じ、尾翼効率に大きな影響を与える。

近似的には渦系の作用により、尾翼の各翼幅位置で彎曲を省略した局所迎角の変動を引き起こすと考える。したがって尾翼は渦系による局所迎角の変化だけ振れて一様流中におかれていると考える。渦とその胴体内の像は胴体面に垂直な流れを生じないので胴体の形状は変わらない。

渦後流の下流運動を支配する非線型微分方程式を一般的に解くことはむづかしい。Rogers [32] は前翼の渦後流を幾つかの渦でおきかえ、その胴体内の像渦との相互干渉および胴体の吹き上げを考慮して流れ方向の各位置で逐次的に計算を行ないついでには尾翼位置における渦後流による吹き下しを求めている。その際前翼翼板から出る必要最小限の渦の数として経験的に

$$N=1+\frac{0.16A}{\sigma|h-\mu\alpha|} \quad (2.25)$$

を得ている。ここで μ , h はそれぞれ胴体半径基準の前翼後縁から尾翼までの距離および尾翼面の高さである。 α は迎角、また σ は前翼の胴体直径/翼幅である。一般に前翼の縦横比 A が特に大きくなければ $N=1$ でよい。

単一渦系に基づき Nielsen 等 [26] は渦系が干渉せずに真直ぐ下流に進むと仮定し、strip

theory を使って尾翼干渉係数

$$i = \frac{L_{T(v)}/(L_T)_\alpha}{\Gamma/2\pi\alpha U(s_T - r_t)} \quad (2.26)$$

を求めこれを chart にして設計に役立たせている. ここで $L_{T(v)}$ は渦によって生ずる揚力, $(L_T)_\alpha$ は迎角 α による尾翼だけの揚力, Γ は渦の強さ, s_T , r_t はそれぞれ尾翼胴結合体の半翼幅および胴体半径である. したがって前翼後翼干渉揚力係数

$$C_{LT(v)} = \frac{L_{T(v)}}{1/2 \rho U^2 S_w} \quad (S_w \text{ は前翼翼面積}) \quad (2.27)$$

は次のようになる,

$$C_{LT(v)} = \frac{(C_{La})_w (C_{La})_T [K_w \alpha + k_w \delta] i (s_T - r_t)}{2 \pi A_T (f_w - f_w)}. \quad (2.28)$$

ここで添字 W, T はそれぞれ前翼, 後翼の量を示す. f_w は胴体軸から測った渦の横方向位置で近似的に

$$f_w = \frac{(C_L)_w S_w}{2(C_{ic})} \quad (2.29)$$

で与えられる. ただし (C_{ic}) は前翼だけの中央断面の断面揚力係数とその位置における翼弦長との積である. 一方渦の強さ Γ は

$$\Gamma = \frac{U [K_w \alpha + k_w \delta]}{4(f_w - r_w)} (C_{La})_w S_w \quad (2.30)$$

によって求められる.

本章の第 4.1 節で述べた尾翼効率損失は上述の方法によって求めた値である. この方法は既に実用設計のための沢山の chart も用意されているので非常に便利である. なおこの方法に基づいて第 12 図に示す誘導飛行体の $M=1.3$ における操舵特性を求めた結果と飛行実験結果とのよい一致を確認できたことも特に付記しておく.

Ward [33] の細長物体理論によれば前翼後流の中にある翼や胴体には揚力, モーメントを生じない. このことは縦横比の非常に小さい三角翼胴結合体の渦後流吹き下しを求めることによって確認される. しかし Ward の結果はあまり現実性をもたない. Morikawa [34] は渦層と渦線の考えに基づき, 迎角が非常に小さい場合渦は尾翼面を洗って通るとして干渉揚力を求めている. 尾翼が前翼に近ければ渦層の近似でもよいが, 一般に渦層は後方へ進むにしたがって巻き上がり渦線となるが, これは相互の干渉と胴体の吹き上げにより上下左右に変位するので Morikawa の取り扱いもあまり正しくない. その結果は干渉揚力の最大限界を示すものと考えられる. 第 12 図の構造では Morikawa の方法によると尾翼効率損失が大体 30% となる.

Sacks [35] [36] は Blasius によって 1910 年に発表された定常非圧縮流の二次元物体に働く力, モーメントの式を圧縮流中で運動する細長飛行体に拡張した. これは細長物体理論に基づいているがその結果は十分小さい振動週期のある非定常流にも使えるし, また細長物体理論で要求される圧力についての 2 次の項まで考慮している. Sacks の前翼胴尾翼結合体に対する干渉揚力, モーメントの計算式には Nielsen 等の場合と同じく尾翼位置での渦の強さ, 位置に関する項がはいっている. これが計算でのおもな困難でそのために解析的に扱え

る問題の種類が厳格に制限される。そのうちで最も簡単なものとして胴体がなく前翼と尾翼とが剛的に結合された場合で、これについて干渉揚力、モーメントの解析的結果が得られ、前翼尾翼干渉問題についていろいろの重要な特性を得ることができた [37]。十字形前翼が 45° 傾き、十字形尾翼の傾きが 0° なる時の胴体なし前翼尾翼結合体についても解析的結果が得られる [38]。その結果干渉揚力は次のように与えられる、

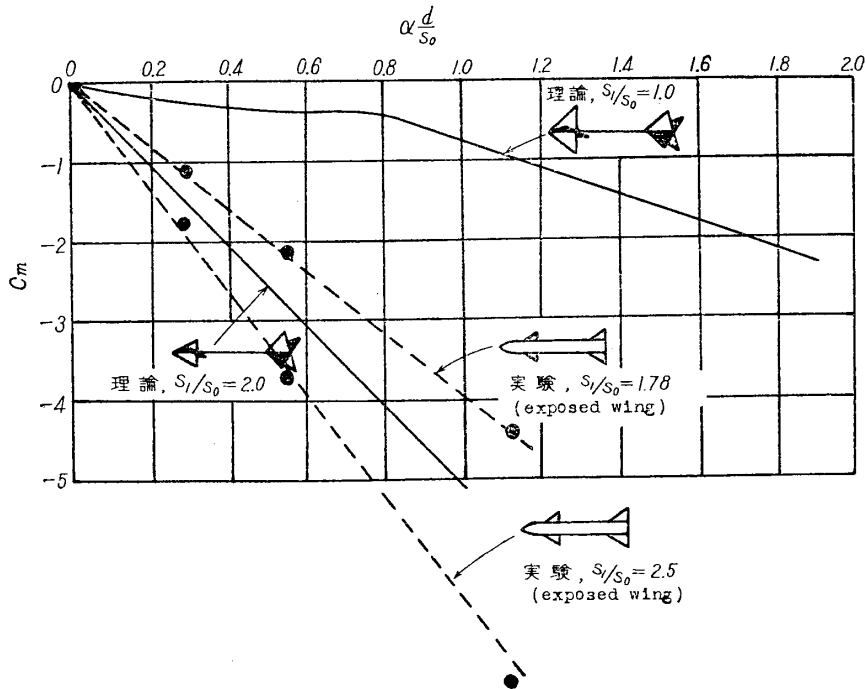
$$L_I = 2\sqrt{2} \rho U^2 \alpha s_0 \left(R\sqrt{\zeta_{1l}^2 - s_1^2} + R\sqrt{\zeta_{3l}^2 - s_1^2} - \frac{\pi}{2} \sqrt{2} s_0 \right). \quad (2.31)$$

ζ_{1l} , ζ_{3l} は尾翼後縁の面における右側の上, 下渦の位置, s_0 , s_1 は前, 後翼の最大半翼幅, R は実部を示す。干渉モーメントは $-L_I$ と尾翼までの arm との積によって表わされる。 ζ_{1l} , ζ_{3l} は文献 [39] によっ解析的に求められる。第 26 図は理論と実験との比較である。理論では胴体がないので両者の比較はむづかしい。胴体があると渦径路が影響されるので比較ではどうい翼寸法を使うべきかという問題がでてくる。そこで実験では nose のモーメントを引き exposed wing の翼幅比 s_1/s_0 をパラメータとした。横軸は $\alpha d/s_0$ をとった。 d は前翼と後翼との間の距離である。モーメントはいずれも前翼の風圧中心まわりとし、前翼の翼面積、付根翼弦長 (いずれも exposed wing) を基準としている。理論は実験値を推測するのに役立つことがわかる。最後に渦位置を解析的に求めうるもう一つの例として操舵翼胴尾翼結合体の問題がある。この問題は文献 [40] で扱われ干渉揚力が次の如く得られる、

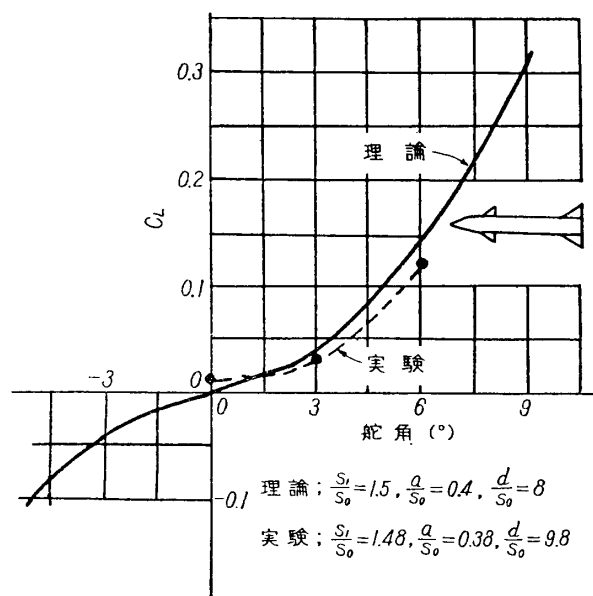
$$L_I = 2 \rho U F R \sqrt{(\zeta_{1l} + a^2/\zeta_{1l})^2 - (s_1^2 + a^2/s_1)^2} - L_{WB}. \quad (2.32)$$

ここで

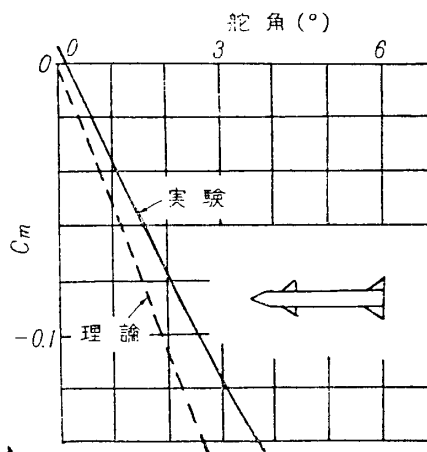
$$\Gamma = \frac{2U\delta s_0}{\pi} \left(1 - \frac{a^2}{s^2} \right) \left\{ \frac{\pi}{2} + \cos^{-1} \left(\frac{2a/s_0}{1 + a^2/s_0^2} \right) \right\}.$$



第 26 図 前翼胴尾翼結合体の縦揺れモーメント係数



第27a図 操舵翼胴尾翼結合体の全機揚力係数.
 胴体断面積基準



第27b図 操舵翼胴尾翼結合体の縦揺れ
 モーメント. 胴体断面積, 全
 長基準. 先端まわり, 頭下げ正

Γ は一つの巻き上がり渦の強さ, また L_{WB} は前翼胴結合体(先端も入る)の揚力で細長物体理論によって求められ, 前翼と胴体との間に空隙があれば文献[41]が役立つ. 渦径路の計算は文献[40]によって解析的に行なわれうる. 第27図は揚力, モーメントについての計算と実験との比較である. 理論と実験との一致は満足すべきものである. なお渦が尾翼面に近づくとき粘性の影響で吹き下し分布が多少変り理論計算結果よりも干渉効果を減らす傾向に作用する. 同じ傾向は前翼と胴体との間の空隙によっても現われる.

前翼が後退している翼胴尾翼結合体の問題は Lomax and Byrd [31] により細長物体理論を使って解いている.

第3章 亜音速および遷音速における翼胴結合体の安定微係数

1. 緒言

縦横比の小さい翼胴結合体の空力特性がその exposed wing alone の特性によって左右されることは第1, 第2章の結果によって明らかである. 亜音速, 超音速の場合には翼と胴体との干渉を直接計算できるけれども遷音速領域ではある特定の場合同じく例えば細長物体を除けばほとんど取り扱われていない.

ここでは第1章の亜音速および第2章の超音速の結果を結びつけるという意味で遷音速における翼胴結合体の問題を取り上げる. 第1章では圧縮性の影響をほとんど述べなかったが第1章第5節で述べた関係は圧縮性の影響を考慮に入れてもその妥当性を失わないことがやがて立証されるであろう.

一般に音速付近で遷音速非線型の効果が現われることはよく知られている. ところが

McDevitt [42] によって示されているように音速付近では遷音速相似径数 $A\tau^{1/3}$ が 1 より小さければ矩形翼に対する揚力の実験結果と細長物体理論の値がよく合致する。ここで τ は翼の厚み比である。そこで McDevitt は遷音速相似径数を適当に選べば、ある制限のもとで通常の線型理論または細長物体理論によって翼の揚力、モーメントに関する遷音速特性を求めることができるということを実験的に示した。一方 Nielsen 等 [26] は通常の線型理論と細長物体理論を組み合わせて遷音速における翼胴結合体の空力特性を計算し、実験結果とのよい一致を示している。

ロケット飛翔体などに使われる翼は一般に縦横比も小さく、また前縁も後退していることが多い。このような翼は可成り高い亜音速でも衝撃波の影響をうけることが少いということが実験的に確かめられている [43, その他]。したがってこういう種類の翼胴結合体に対しては第1章で展開した線型理論に圧縮性の影響を考慮するだけで十分役に立つことが予想される。

音速近くの超音速領域では適当な内挿により第2章で述べた線型超音速理論の結果と $M=1$ 近くで成り立つ細長物体理論の結果とを結び付ける積りである。その妥当性も本章の議論によって明らかとなるであろう。

2. 高亜音速における翼胴結合体の特性

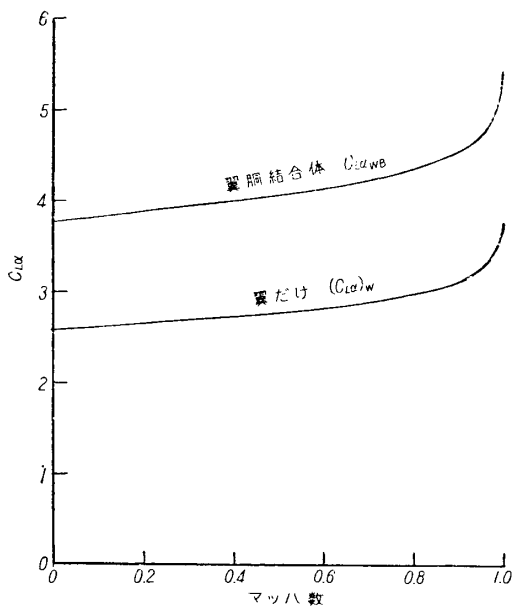
第1章第3.2.2節でちょっと触れたように Crigler は線型亜音速の揚力面理論に基づいて高亜音速および音速における低縦横比後退翼胴結合体の翼幅方向揚力分布を計算し実験結果とのよい一致を示している。この線型理論に基づいた計算では翼の縦横比が 4 でマッハ数 0.95 までは翼幅方向の揚力分布が実験とよく一致し、更に翼を後退させるとマッハ数 0.98 まで計算と実験とがよく一致するという結論を得た。

このように高亜音速でも低縦横比翼胴結合体に対しては線型理論が非常に役立つことがわかったので、ここでは第1章第3.2節で展開した議論に圧縮性の影響を入れて高亜音速における翼胴結合体の特性をしらべることにする。

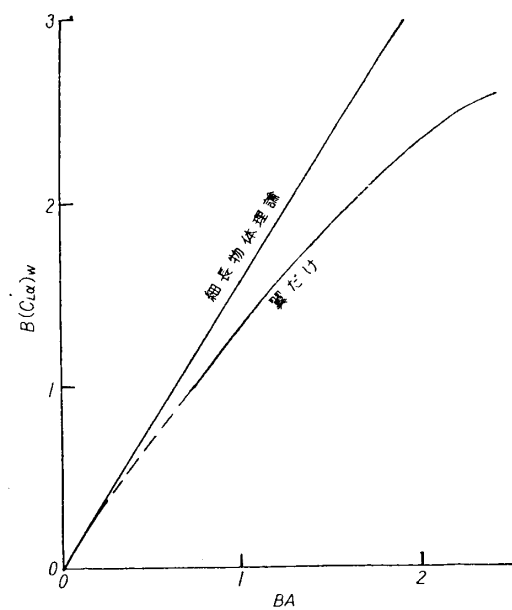
この場合単に Prandtl-Glauert 変換を行なうことによって積分方程式 (1.14) が次のように書きなおされる。

$$Bf(x) = \frac{1}{2}g(x) + \frac{1}{4} \int_{-c}^c d\xi g'(\xi) \left[1 + \frac{\sqrt{(x-\xi)^2 + B^2(b-a)^2}}{x-\xi} \right]. \quad (3.1)$$

ただし $B = \sqrt{1-M^2}$ である。当然ではあるが単位翼弦長当りの翼胴結合体の揚力は (1.7), (1.11), (1.12) から $2\rho U^2 g'(x)/B$ となる。(3.1) を数値的に解く手順は (1.14) の場合と同じであるからここでは繰り返して述べないことにする。第28図は第1章の第1図に示されている翼胴結合体について (3.1) を数値的に解いて求めた揚力係数曲線傾斜である。下の曲線は胴体から露出した翼だけの揚力係数、上の曲線が翼胴結合体の揚力係数でいずれも翼だけの面積を基準にして表わしている。 $M=0$ における値は既に第1章で述べた通りである。(3.1) に基づいた数値計算は $M=0 \sim 0.95$ の間で行なわれた。翼だけおよび翼胴結合体の揚力係数をそれぞれ C_{LaW}, C_{LaWB} とするとマッハ数にほとんど関係なく $M=0 \sim 0.95$ の間で $C_{LaWB}/(C_{La})_W = 1.46$ という計算結果を得た。これに対して細長物体理論によるこの比



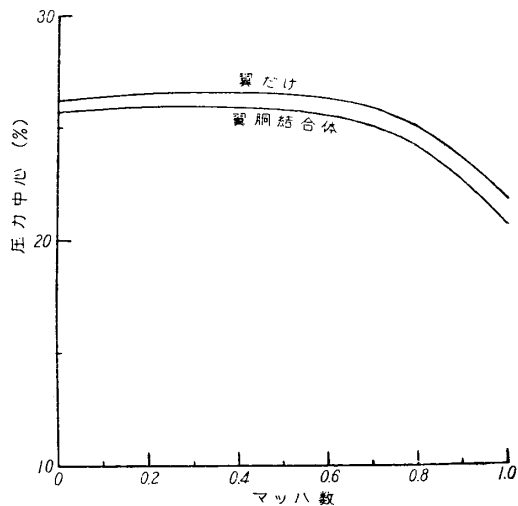
第28図 翼だけおよび翼胴結合体の揚力曲線傾斜 (翼だけの面積基準)



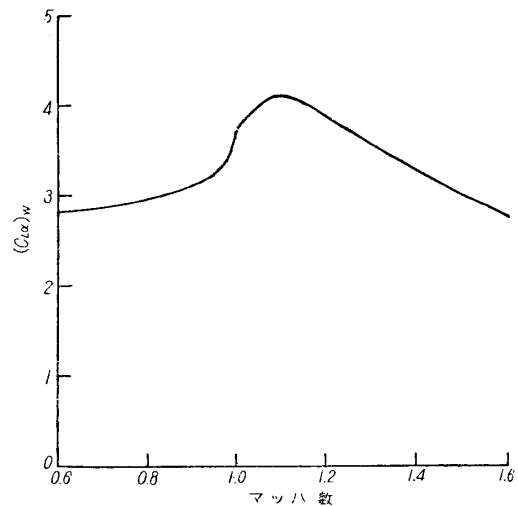
第29図 $B(C_{l\alpha})_w$ と BA との関係

の値は 1.44 である. この両者のすばらしい一致は第 1 章第 5 節で提案した combined lifting surface and slender-body theory の有用性を立証するもので, しかも圧縮性を考慮してもその妥当性を失っていない.

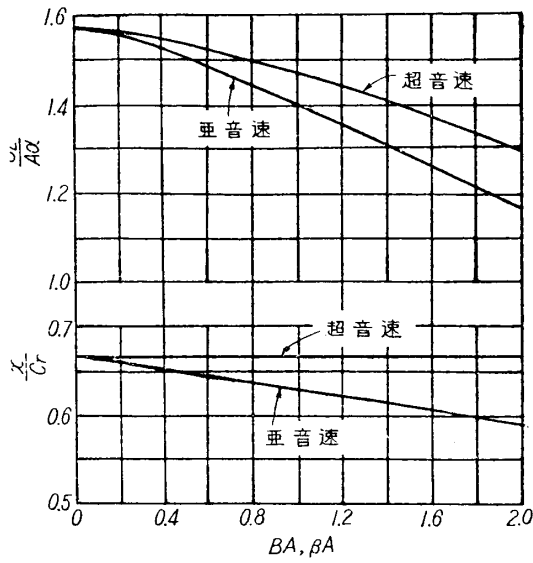
$M=0.95\sim 1.0$ の間の揚力係数は次のようにして求められる. 既に述べたように音速付近では縦横比の小さい翼の揚力は細長物体理論によってうまく求められる. したがって $B(C_{l\alpha})_w$ と BA との関係を図示すると原点付近では曲線が細長物体理論の結果と一致しなければならない. これについては (3.1) の代りに後で述べる (3.2) を直接解くことによって容易に証明できる. そこで翼だけについて (3.1) から計算した結果を第 29 図の実線に図示し, 原



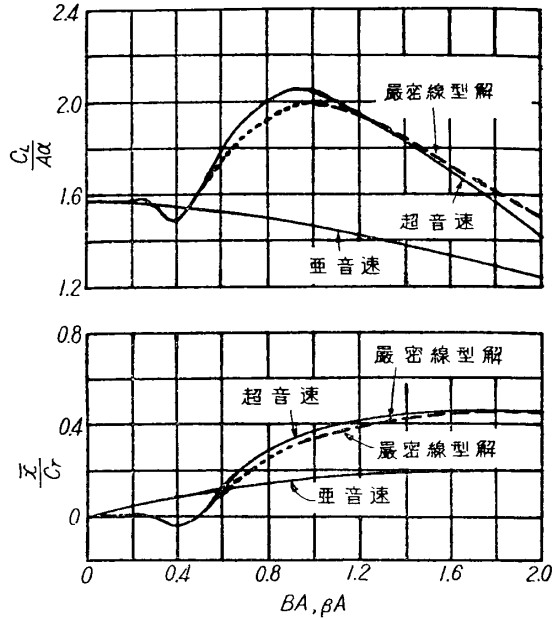
第30図 翼だけおよび翼胴結合体の圧力中力 (翼胴体付根翼弦長基準)



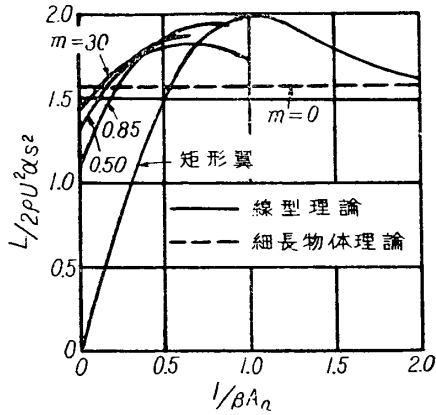
第31図 代表的翼胴結合体の遷音速における翼だけの揚力係数曲線傾斜



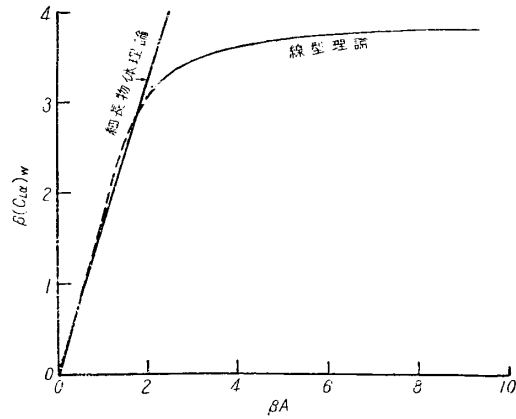
第 32 a 図 遷音速領域における三角翼の特性



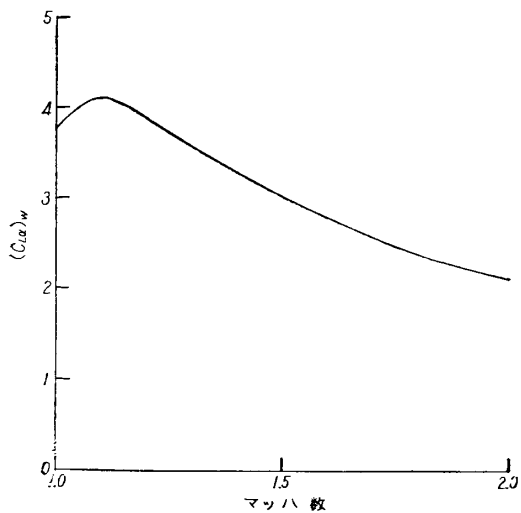
第 32 b 図 遷音速領域における矩形翼の特性



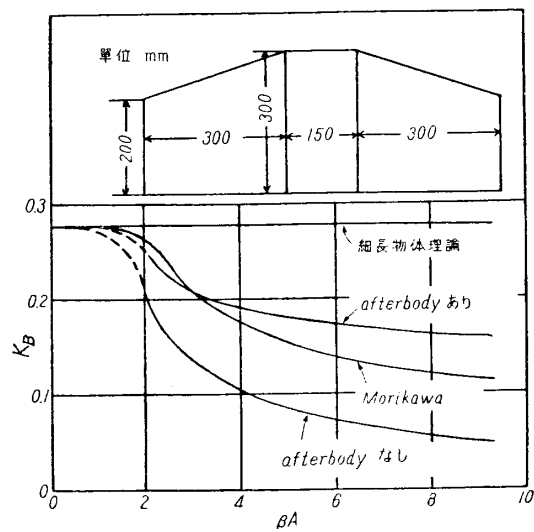
第 33 図 切り欠け三角翼の揚力(超音速).
sは最大半翼幅, A_a は flat afterbody の縦横比



第 34 図 代表的翼胴結合体の超音速における
exposed wing alone の揚力係数



第 35 図 代表的翼胴結合体の低超音速における
exposed wing alone の揚力係数
(翼面積基準)



第 36 図 afterbody があるときとないとき
の K_B

点付近でそれが細長物体理論の結果に接するように点線の如く内挿すれば $M=0.95\sim 1.0$ の間の翼だけの $(C_{La})_W$ が得られ, これに細長物体理論による比の値 $C_{LaWB}/(C_{La})_W$ をかけてやれば音速付近の C_{LaWB} が求まる.

第30図は圧力中心を示す. $M=0\sim 0.95$ では(3.1)に基づいて計算され, $M=1$ での値は細長物体理論によって求めたものである.

第31図は上述のようにして求めた $M=0\sim 1.0$ 間の翼だけの $(C_{La})_W$ 曲線を次節の計算結果とつなぎ合わせたものである.

ここでは(1.6)の積分の中の $u(\xi, \eta)$ が未定関数であるという立場をとっているので座標変換に際しても関数の形は変わらないものとした. もしこれを翼上, 下面の圧力差したがって流れ方向の擾乱速度成分の差と見れば $u(\xi, \eta)$ の代りに $Bu(\xi, \eta)$ とおくことにより(3.1)は

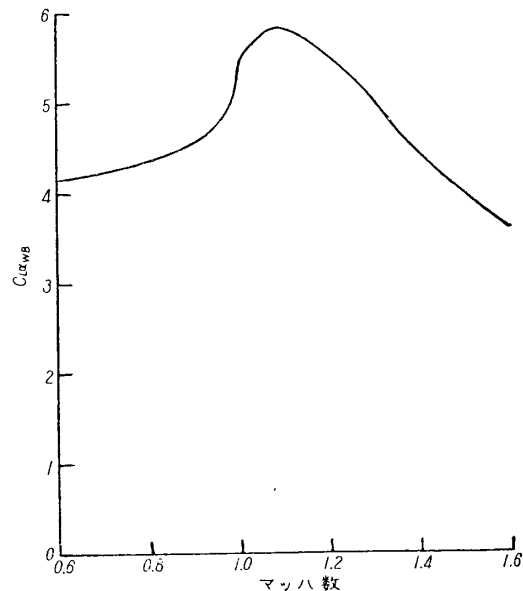
$$f(x) = \frac{1}{2}g(x) + \frac{1}{4} \int_{-c}^c d\xi g'(\xi) \left[1 + \frac{\sqrt{(x-\xi)^2 + B^2(b-a)^2}}{x-\xi} \right] \quad (3.2)$$

となり, 単位翼弦長当りの翼胴結合体揚力は $2\rho U^2 g'(x)$ によって求められる. Crigler によって扱われた積分方程式(1.38)はこの方式を採用している. (3.2)において $B=0$ すなわち $M=1$ とすると $g(x)=f(x)$ となり細長物体理論の結果と完全に一致する. 同じ結論が三角翼および矩形翼に対して Lomax and Sluder [44] によって得られている. 彼らはマッ数を亜音速から1へ近づけてもまたは超音速から1へ近づけても細長物体理論の結果が成立することを証明している. 第32図は Lomax and Sluder が線型理論によって求めた遷音速領域における三角翼, 矩形翼の揚力, 圧力中心を示す.

3. 低超音速における翼胴結合体の特性

前節に述べた Lomax and Sluder の結果は三角翼および矩形翼に関するものであるが, 著者は(3.2)に基づき一般平面形翼および翼胴結合体について $M=1$ にて線型理論が細長物体理論の結果を与えることを指摘した. 一方超音速では Lagerstrom and Graham [45] が $A \rightarrow 0$ の翼に対する線型理論の揚力は細長物体理論の結果と一致するという定理を与えている. 第33図は切り欠け三角翼の線型理論の揚力を示している. 一般に縦横比が小さくなるかまたは $M \rightarrow 1$ になるといずれも細長物体理論の結果に落ちつく傾向を示し, たとえば矩形翼は $\beta A=1$ で揚力の最大値を示し, それから $\beta A \rightarrow 0$ になると細長物体理論の値に漸近する.

低超音速における翼胴結合体の空力特性を計算するにはまず K_W を Morikawa の方法によって求める. 次に $(C_{La})_W$ を文献[22]または



第37図 遷音速における afterbody のない翼胴結合体(第36図)の揚力係数(exposed wing area 基準).

23] によって計算し, $\beta(C_{La})_w$ と βA との関係を第 34 図のように図示し, βA が 0 に近い所で細長物体理論の線に切するように内挿する. この $\beta(C_{La})_w \sim \beta A$ 曲線に基づいて低超音速における $(C_{La})_w$ を求めることができる. 第 34, 第 35 図は第 1 章第 1 図の代表的翼胴結合体の翼だけの $(C_{La})_w$ を示す. このようにして翼胴結合体の翼部分の揚力が求まる. 翼部分の圧力中心は第 2 章で述べたように翼だけの圧力中心位置で近似するわけであるが, これも線型理論結果と細長物体理論結果との間を内挿して求めればよい.

前節の結果からわかるように亜音速では胴体部分の揚力はほとんど翼付根の胴体付近にあって後方へはつたわらない. 細長物体理論は $M=1$ に適用されるわけであるが, この場合胴体部分揚力は翼後縁後方には伝わらないことになっている. これらの事情は低超音速においても成り立つと考え, 第 20 図から K_B と βA との関係を計算し, 第 36 図のように細



第 38 図 代表的観測用ロケットの全機圧力中心
(全長基準, 先端から測る)

長物体理論の結果と結び付ける. 胴体部分の圧力中心についても同じ要領で算出できる.

第 37 図は第 36 図に示す afterbody のない翼胴結合体の遷音速における揚力係数で第 31 図に対応するものである.

最後に第 2, 第 3 章において延々と述べて来た方法にしたがってある代表的観測用ロケットの全機圧力中心の計算結果を第 38 図に

示す. 計算は尾翼を afterbody のない翼胴結合体として扱った.

第 4 章 極超音速における翼胴結合体の安定微係数

1. 緒 言

長距離ミサイルが効果的に作動するには極超音速のマッハ数を必要とすることが例証されている [46]. 極超音速マッハ数は大体 3 ないし 4 以上と考えられている. また日本の観測ロケット, カッパー 8, 9 型のごとく固体燃料方式では高度 20~100 km でマッハ数 5~9 に達している. 今日まで 100 km よりもずっと上の上層大気における極超音速飛行の熱-空気力学に可成りの研究が捧げられている. この領域では平均分子自由行程がミサイルの寸法と同程度かまたはそれを越える. しかしここでは連続流理論の法則の成り立つ高度での極超音速飛行体の空気力学を扱う.

胴体の問題については著者 [47] が別個に取り上げているので, ここでは主として翼胴結

合体の圧力分布, 揚力, モーメントに重点をおく. マッハ数が大体 3 ないし 4 以上になると線型理論が疑わしくなり, 今まで述べてきた取り扱いの精度が悪くなる. 特性曲線法は最も精度のよい武器であるが面倒な数値計算を遂行せねばならない [48].

極超音速流の特徴の一つは衝撃波が物体面に近く, しかも極超音速相似則が成り立つことである. このような場合極超音速近似 (Newtonian flow, shock-expansion method, tangent-wedge method 等々) によって求められた非粘性圧力分布を厳密解や実験データと比較すると, この問題が sharp nose の薄い翼や翼胴結合体に対して効果的に解かれていることが明らかとなった [49] [50]. 薄い翼または翼胴結合体の圧力分布, 揚力, モーメントを求める場合 shock-expansion method や tangent-wedge method などは有用な武器である. これらの方法が多分に半経験的であると考えている人もいるが, 運動方程式を調べて見ると実際には合理的な理論的根拠をもっている [49].

極超音速流では, sharp nose の薄い翼まわりの流れは境界層とその外部の流れとの干渉を考えなければ正しく取り扱うことができない. 境界層を通る mass flux は小さいので, 境界層へはいる流線はほとんどその外縁に平行である. すなわちそこでの流れ偏角は物体面の傾きと境界層の傾斜との和で与えられ, 局所圧力は上記の極超音速近似法の一つにより境界層の生長率と関係づけられる. これらの量が更にプラントルの境界層方程式によって関係づけられる. たとえば楔上の強いまたは弱い干渉を支配する粘性干渉径数は (マッハ数)³/(レイノルズ数)^{1/2} である. なおここでは前縁厚みに基づいたレイノルズ数が数百を越えて更に複雑な干渉問題が現われるような翼や blunt nose の翼を考えない.

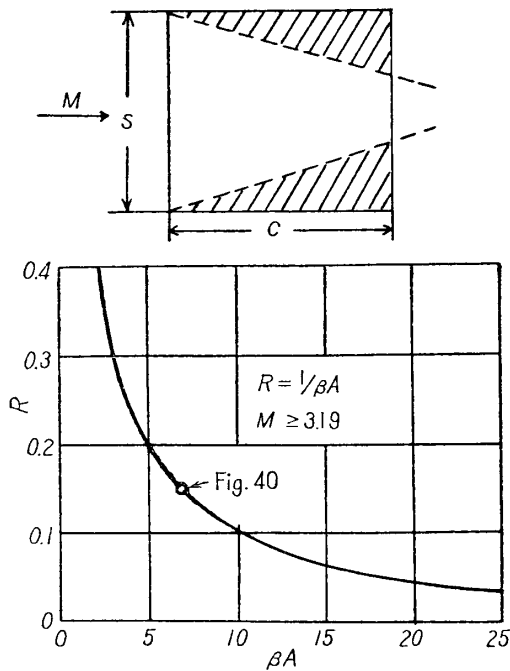
本章では極超音速流の特徴を考慮して, これまで述べてきた翼胴結合体の揚力, モーメントを求める近似計算法を拡張してこの速度領域で適用できる方法を考究して見たいと思っている.

2. 極超音速翼胴結合体の空力特性を計算する近似法

観測ロケットまたは長距離ミサイルに使われる翼胴結合体は大抵 afterbody がない. こういう場合, たとえば第 38 図に示す. 代表的観測ロケットの翼胴結合部分の胴体揚力はすでにマッハ数 3 ないし 4 で全揚力の 5% 程度にしかになっていない. したがって極超音速領域では翼胴結合体の胴体部分の揚力は第二義的なものと考えてよい. 一方翼部分について考えると, 一般に縦横比の小さい翼が使われるのであるが, 極超音速のマッハ数では翼端の影響は小さい. 第 39 図に示す平板矩形翼では全平面形面積に対する三次元流の面積の比 R は大体

$$R=1/\beta A \quad (4.1)$$

で表わされる. この比 R と βB との関係が同図に示されている. 第 39 図からわかるように $M \geq 3.19$ に対しては $A \geq 1.0$ ならば $R \leq 0.33$ となる. $M \geq 3.19$ という限界はあとで説明するが, ここでは一応極超音速近似理論の適用し得る飛行体マッハ数の下限と考えてよい. 三次元流部分の揚力は大体二次元理論の値の半分であるから, 二次元理論による誤差は $A \geq 1$ で 16.5% 以下となる. したがって実用設計の立場からすれば, 二次元理論は小さい誤差で三次元薄翼に適用できる. 一方三角翼については先端からでるマッハ線内部の三次元



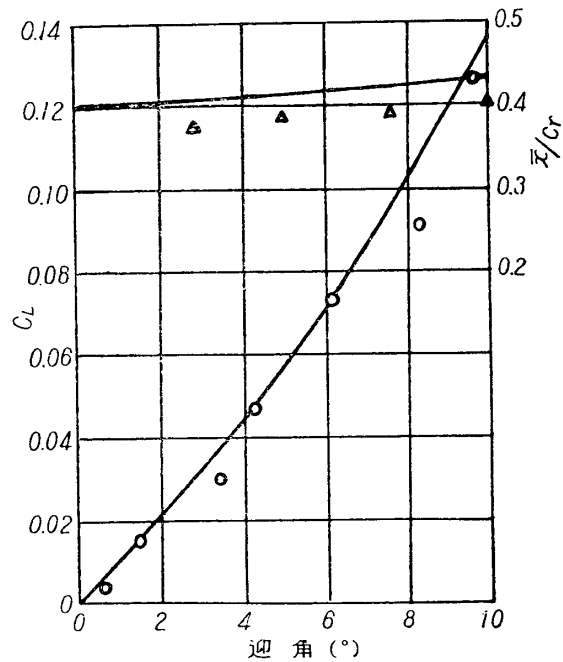
第 39 図 平板矩形翼に対する三次元流の部分の割合

expansion の方法で取り扱った論文が幾つか発表されている [53] ~ [55]. この shock-expansion の方法を極超音速相似則と組み合わせると Linnel [56] は二次元翼の圧力, 揚力, モーメント係数の式を導いた. 圧力係数に対する彼の式は圧縮波と膨脹波の後方の流れ場でそれぞれ異なり, そのために完結した形で翼型の揚力, モーメント係数を得ることができない. しかし Linnel の方法は極超音速相似径数が 1 またはそれ以下の二次元翼に衝撃波および膨脹波の式を適用するよりも幾らか労力の節約になる. Dorrance [52] は斜め衝撃波および膨脹波の圧力係数の式をいずれも極超音速相似径数 K の冪級数に展開した. このようにして得られた二つの式はほとんど同じで, $K \leq 1$ では一つの 3 項近似式によって正しく近似される. この 3 項近似式を使って一般の薄い二次元翼空力係数の式が完結した形で得られる. その際 (衝撃波角一流れ偏角)² > 0.1, 流れ偏角 $\rightarrow 0$ という条件から上

流部分は二次元翼理論による値よりも少し大きい, 二次元翼理論による三角翼の揚力, 抗力は $M=6.9$ で実験結果とよく一致することが確認されている [51].

第 40 図は $M=6.9$, 5% 厚み比二重楔型断面の矩形翼 ($A=1$) の揚力係数, 圧力中心に対する文献 [51] の実験結果と二次元 shock-expansion の三項近似法 [52] による計算結果との比較である. テストされた翼は $A=1$ で, 理論計算は $A=\infty$ に成り立つものであるけれども両者の一致は良好である. なお実験では高度 36 km, レイノルズ数 10^6 , $M=6.9$ の状態を現出しているものであるが, 前縁付近の境界層厚みにより 7% 程度の翼型揚力係数傾斜の減少を生じた以外境界層の影響はほとんどなかったようである. この徴候が第 40 図に現われている.

超音速における二次元翼の空力特性を shock-



第 40 図 対称重楔形断面の矩形翼の揚力係数, 圧力中心. $M=6.9$, $A=1.0$, 厚み比 $\tau=0.05$. 実線は 3 項近似, \circ , \triangle は実験. 揚力係数は翼面積基準.

述の isentropic 的な極超音速近似理論の適用しうるマッハ数の最小限界として $M \geq 3.19$ をうることができる. なお線型理論の限界は大体次の不等式によって与えられる,

$$\left| C_P \right| \cong \left| \frac{2\delta}{\beta} \right| \ll \frac{1}{M^2},$$

あるいは $K = M\delta$ (δ は流れ偏角) として

$$|K| < 0.125(1 - 1/M^2)^{1/2}. \tag{4.2}$$

第 41 図は上述の結果を図示したもので, 面白いことに 3 項近似の低い限界マッハ数が線型理論の実用的上限マッハ数の近くにある.

以上の議論は $K \leq 1$ の isentropic 的な場合に限定した. 翼厚が大きくなって, sharp な前縁に付着する衝撃波後方の非粘性回転超音速流の問題 [57], 前縁の衝撃波が強い場合 ($K > 1$), 更に衝撃波と境界層との干渉による影響等々極超音速流において考慮すべき事柄が沢山残っている. 以下に数節に分けてこれらの問題を取り上げる. なお翼端修正は近似的には Busemann [17] の方法を適用すればよいし, また翼胴体付根付近の修正は第 2 章で述べた Ferrari [4] の方法を使えばよいが, これらは胴体部分の貢献と相互に補い合う傾向による. したがって翼胴結合体の問題は胴体の吹き上げの影響を考慮して, 平板翼の各翼幅位置にて

$$\alpha_e(y) = (\text{翼の幾何学的迎角} + \text{胴体の吹き上げによる誘導迎角}) \tag{4.3}$$

なる迎角で扱れていると考えて, 各翼幅位置で $\alpha_e(y)$ の分布に応じてこれから述べる極超音速近似理論のどれか一つまたはそれらの幾つかの組み合わせたものを適用して解決するだけでよい. 翼幅方向に沿って迎角の変化が生ずると当然同方法に速度成分が誘起され, この速度成分および迎角変化に基づく擾乱流に対する圧力分布, 揚力, モーメントの修正を施さねばならないが, これについては別の機会に取り上げたいと思っている.

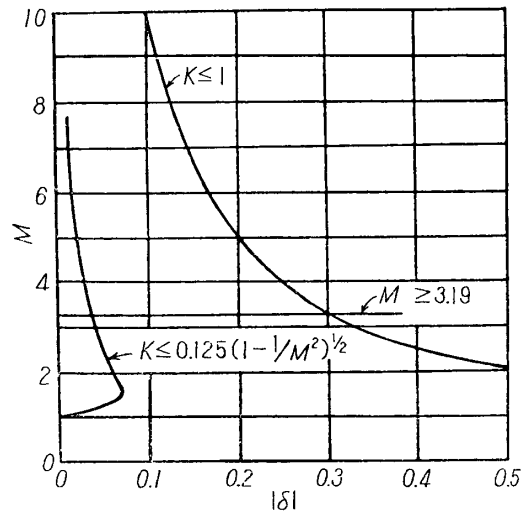
2.1. Tangent-Wedge 法および Shock-Expansion 法

物体面上の圧力と局所流れ偏角との間の関係として極超音速近似すなわち $M^2 - 1 \cong M^2$, $\tan \delta = \sin \delta = \delta$ (δ は大体 20° よりも小さい衝撃波角または流れ偏角) を課することにより斜め衝撃波の式から次のごとく得られる,

$$\frac{p}{p_\infty} - 1 = \gamma K + \frac{\gamma(\gamma+1)}{4} K^2 + \frac{\gamma(\gamma+1)^2}{32} K^3 + \dots \tag{4.4}$$

ここで p_∞ は主流の静圧, p は局所静圧, $K = M\delta$ (M は主流マッハ数, δ は主流方向に対する流れ偏角) である. この級数は $K \leq 4/(\gamma+1)$ に対して収斂する [49] [52]. 一方膨脹波に対しては $K = -M\delta$ として

$$\frac{p}{p_\infty} - 1 = \gamma K + \frac{\gamma(\gamma+1)}{4} K^2 + \frac{\gamma(\gamma+1)}{12} K^3 + \dots \tag{4.5}$$



第 41 図 線型理論および 3 項近似の成り立つ範囲の比較

を得る。この級数は $|K| \leq 2/(\gamma-1)$ に対して収斂する。

(4.4) と (4.5) は明らかに第3項まで一致している。もし (4.5) を衝撃波と膨脹波のいずれに対しても成り立つとすれば、それによって生ずる誤差は $\gamma=1.4$ に対し (4.4) の収斂区間でその第3項の10%またはそれ以下となる。Dorrance [52] は区間 $|K| \leq 1, M > 3.19$ で圧縮波および膨脹波が実質的に isentropy 的であるから、(4.5) から導かれる3項近似式を両者の圧力計算に使うことを提案している。この方法の正しさは Laitone [55] 等によっても裏づけられており、その結果は shock-expansion の理論 [53] と非常によく一致している。これはまた実質的には (4.4) の第3項までの結果と一致する。3項近似による計算結果と実験との比較の一例が第40図に示されている。3項近似の適用範囲は第41図に示してある。この範囲における翼の許容し得る最大迎角を α_{\max} とすると

$$\left| \alpha_{\max} \right| \leq \frac{1}{M} - \left| \left(\frac{dz}{dx} \right)_{\max} \right|, \quad M > 3.19 \quad (4.6)$$

となる。ここで z は翼面の縦座標である。

Tangent-wedge 法の近似は物体面への法線（これはほとんど物体面と衝撃波との間の垂線と同じ）に沿って圧力、流れ偏角が一定ということである。しかしたとえば凸面体では物体面の圧力は遠心力のために衝撃波直後の圧力よりも低くなる。一方密度は物体面に沿って低下し、連続の式により飛行軸に垂直な速度成分が衝撃波の方向に増大するので衝撃波直後の流れの傾きが物体面の傾きよりも大きくなって tangent-wedge 法の評価が大き目になる。この二つの傾向は互いに打ち消し合う。この二つの効果は Lees [49] によって $K \rightarrow \infty$ として近似的に次のごとく算出している、 $\Delta p/p_\infty = M^2 z \kappa [\gamma - (\gamma^2 - 1)]$ 。ここで κ は圧力を求める点の翼面の曲率である。

γ が余り1に近くなければ前縁(曲線)衝撃波後方のマッハ数と局所圧力に基づく Prandtl-Meyer の関係式は $p \sim \delta$ に対して非常に精度のよい近似を与える。Eggers and Syvertson [58] が示しているように物体面からの膨脹波は離脱衝撃波近くを除けば大部分衝撃波に吸収される。反射波の強さの尺度は物体面から出るマッハ波に沿う流れ角の変化率 $\partial\delta/\partial c_1$ と反射波に沿う変化率 $\partial\delta/\partial c_2$ との比で表わされる。Prandtl-Meyer 流では $\partial\delta/\partial c_1 = 0$ である。Eggers and Syvertson は $M \rightarrow \infty$ の極限でも $\delta \ll 44^\circ$ (近似的に) なる限り $\gamma=1.40$ では $(\partial\delta/\partial c_1)/(\partial\delta/\partial c_2)$ が 0.06 を越えないことを見出している。 $\gamma \rightarrow 1$ になるとこの比は急速に増大し、shock-expansion 法が不正確となる。 $\gamma=1.40$ ならば shock-expansion 法は K の全領域に亘って使えるが特に $|K| \leq 1$ の tangent-wedge 法と連結する意味で $K > 1$ において利用するのが最もよい。 $M=5$ の翼胴結合体に対する shock-expansion 法の計算結果と実験結果との素晴らしい一致が文献 [50] に示されている。なお $K > 1$ でも翼厚が大きくなると曲線衝撃波後方の rotation を考慮しなければならなくなる [57]。

2.2. ピストン理論

Hayes [59] が示しているように主流方向の速度変化が横方向の変化に比して小さければ、定常圧縮流の運動方程式は次元の一つ少ない非定常流運動方程式で近似され得る。二次元翼を過ぎる極超音速流を考えると、上の条件は大體満たされ、流れ模様は距離-時間平面でピストンによって生ずるものと似てくる。与えられた流れ偏角 δ 、主流マッハ、 M に対応す

る無次元ピストン速度は $M \tan \delta \doteq M \delta = K$ で、これは Hayes, その前に Tsien [60] によって提案された相似径数である。もし衝撃波がなければ翼面上の圧力は simple wave の式によって与えられる,

$$p/p_\infty = [1 + (\gamma - 1)K/2]^{2\gamma/(\gamma-1)}. \quad (4.7)$$

ピストンは初め有限の速度で流体の中へ動くから、初期衝撃波があれば衝撃波での厳密な圧力変化を考慮し、その後方で横方向のエントロピー勾配を省略した simple wave を仮定して、shock-expansion 法により (4.7) を改良できる。(4.7) を 2 項展開して第 4 項で止めれば、(4.5) の 3 項近似式と完全に一致する。

ピストン理論は高マッハ数二次元非定常翼の圧力分布に関する簡単な式を与えるもので、非定常的な流体分子の径路に着目すれば本質的には前節の tangent-wedge 法と同じ結果になる。したがってその精度は tangent-wedge 法と同程度と考えてよい。一般に極超音速近似による誤差は $1/M^2$ の order である [61] [62]。

前節で述べたと同じ推理によりピストン理論は $M > 3.19$ でしかも $|M\delta| \leq$ (第 41 図参照) の場合に適用される。Bird [63] は従来の極超音速相似径数 $M \tan \delta$ の M を $M^2/\sqrt{M^2-1}$ でおきかえれば低い超音速でピストン理論の精度が上がるし、また $\tan \delta$ の代わりに $\sin \delta$ とすれば大きい偏角で精度が上がることを示している。

これまでピストン理論は insentropy 的な問題に限って適用されて来たが、強い衝撃波のある流れに対応する $K > 1$ にも成り立つと考えて、これを強い定常および非定常衝撃波のある流れに拡張できる。この問題に対して Raymond と Williams [64] [65] は次のごとき結果を出している、

(i) 等エントロピー的な流れ (膨脹, 圧縮を含む)

$$\left. \begin{array}{l} K \leq -2/(\gamma-1) \text{ に対しては } p/p_\infty = 0, \\ -2/(\gamma-1) > K \geq 1 \text{ に対しては } p/p_\infty = [1 + (\gamma-1)K/2]^{2\gamma/(\gamma-1)}, \end{array} \right\} \quad (4.8)$$

(ii) 強い衝撃波を含む流れ

$$K > 1 \text{ に対しては } p/p_\infty = \gamma(\gamma+1)K^2/2 + 2. \quad (4.9)$$

特に $1.0 \leq K < 1.4$ においては $p/p_\infty = \gamma(\gamma+1)K^2/2 + 2 - [1 - (\gamma-1)K/2]^{2\gamma/(\gamma-1)}$ を使うべきであるが、これは (4.9) と比較して僅かの差しかないので簡単のために $K > 1$ に対しては (4.9) に統一して計算をすればよい。なおこれまで出て来た δ は前にも度々指摘しているごとく、主流に対する流れ偏角で $\delta = dz/dx \pm \alpha_e$ にて表わされることに注意されたい。ただし + は翼下面, - は翼上面に適用される。

2.3. 超音速・極超音速内挿公式

Van Dyke [66] は遷音速領域のすぐ上から $M = \infty$ までの全超音速領域に亙り一般三次元の slender な物体に成り立つ単一の相似法則をつくることができると指摘している。したがって線型理論, shock-expansion 法, 特性曲線法等から得る数値的データに適合する曲線を基礎にして合理的精度で超・極超音速流中の翼の空力特性に対する解析的内挿公式をつくるのが可能である。Linnell and Bailey [67] は迎角 α の平板翼の圧力係数, 垂直力係数に対してそれぞれ次のような内挿公式を与えている,

$$\left. \begin{aligned} \frac{C_p}{\alpha^2} &= \frac{2}{\gamma K^2} \left[\left\{ 1 - \frac{1}{2}(\gamma-1)K \right\}^{2\gamma/(\gamma-1)} - 1 \right], & (\text{上面}) \\ \frac{C_p}{\alpha^2} &= \frac{1}{2}(\gamma+1) + 2\sqrt{1 + \left(\frac{\gamma+1}{4} K \right)^2} / K, & (\text{下面}) \end{aligned} \right\} \quad (4.10)$$

$$\frac{C_N}{\alpha^2} = \frac{4}{K} \sqrt{1 + \left(\frac{\gamma+1}{4} K \right)^2}. \quad (4.11)$$

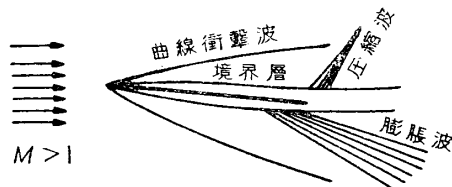
ここで $K = \alpha \sqrt{M^2 - 1}$ である。これらの式はいずれも $\gamma = 1.4$ に対して検証されている。(4.10) の第 1 式は $1 - (\gamma-1)K/2$ が負の時 $C_p/\alpha^2 = 0$ とする。これらの式は線型理論の領域においても正しい形を与えている。(4.10) は離脱衝撃波の近くを除けば $\pm 10\%$ の範囲内で正しい。(4.11) の $K/4$ は線型理論の結果で $()^2$ の項は極超音速修正項である。これは極超音速効果の重要性を算定する簡単な尺度を与える。 $K = 0.1, 0.5, 1.0, 2.0$ に対してはこの修正項はそれぞれ 0.2, 4.5, 17, 56% となる。この修正項は揚力, 抗力, モーメントの諸係数にも適用される。

なお二重楔形翼に対しても大体似たような公式が得られるが、ここではその詳細に立ち入らないことにする。

Spreiter [68] は翼などの問題に対してある単一の垂・遷・超音速相似則をつくり得ることを示しているが、極超音速をも含めた四つの領域に成り立つ相似則をつくることは不可能のようである。

2. 4. 衝撃波・境界層相互干渉

極超音速流では非粘性理論が適当でないことは実験によって例証されている。マッハ数の低い流れでは境界層が非常に厚くなり前縁衝撃波と境界層とが干渉する。この領域では圧力が非粘性理論から求めたものと可成り異なる。また境界層の生長は衝撃波下流の非粘性流の圧力を著しく変化させ、その影響が再び境界層にはね返ってその生長率を変化させる。これら



第 42 図 小さい迎角のある超音速平板のまわりの流れのスケッチ

らの相互干渉の結果は非常に複雑であって、問題は境界層と外部非粘性流の方程式の同時解を必要とする。この干渉問題についての取り扱いが数多く発表されているが、ここではその詳細に立ち入らず、極超音速翼の圧力分布揚力モーメントに対する衝撃波・境界層干渉効果を推定する必要最小限の議論をまとめる程度にとどめる。ここではまた

空気の稀薄化による迂り流, イオン化, 電磁流現象等を除外する。

第 42 図は迎角ある平板の境界層と前縁衝撃波の定性的事情を示したものである。境界層の厚みを τ とすれば、これを横切る mass flux ratio は τ^2/x^2 の程度であるから、前縁近くを除けば境界層へ入る流線はほとんどその外縁に平行である。 $z = \tau(x)$ における静圧は流れ偏角 δ と関係づけられ、したがって既に述べて来た極超音速近似の一つにより $d\tau/dx$ と結び付けられる。 $p(x)$ と $\delta(x)$ の間の関係式はプラントルの境界層方程式から得られる。境界層内では温度勾配が大きく、外部非粘性流内の圧力勾配は境界層に遠く浸透せず、厚さ τ/M^2 の緩衝層で急速に消える。 τ^2/x^2 が小さい限り境界層内では通常のプラントル近似式

が成り立つ。連続により境界層と衝撃波との間に比較的濃密な冷い気体層が存在し、ここでは粘性力、熱伝導は τ^2/x^2 の程度またはそれ以下で、流れは非粘性であるが衝撃波曲率のために渦度を含む。この領域ではこれまで述べて来た極超音速近似法の一つで解けばよい。これらの議論は Lees and Probstein [49] によるもので以下に述べる弱いおよび強い衝撃波・境界層干渉に対する修正計算の基礎となっている。

Eggers, Savin and Syvertson [69] は境界層厚みの分だけ物体の形状が変わったと考え、本章の第 2.1 節で述べた極超音速近似法の一つとして彼らが提案した shock-expansion 法を適用して $M=6.3$ における ogive nose の圧力係数を計算し、実験結果との素晴らしい一致を示している。また Tellep and Talbot [70] は $\alpha < 8^\circ$, $3.7 < M < 4.1$ には翼弦長基準レイノルズ数が $200 < Re < 2400$ の平板矩形翼の垂直力を測定し、Lees and Probstein の弱い衝撃波・境界層干渉理論を適用した計算結果と比較して両者の素晴らしい一致を証明している。ここではこれまで述べて来た非粘性近似法による極超音速翼の空力特性を求めた後における Lees and Probstein の弱いおよび強い衝撃波・境界層干渉理論による修正計算を施す方法について述べる。

今 δ_b を物体面の傾斜角として $\delta = \delta_b + d\tau/dx$ とおくと、弱い干渉は $d\tau/dx < \delta_b$, $M_\infty \delta_b$ が任意、または $M_\infty \delta \leq 1$, $d\tau/dx$ が δ_b より大きくても小さくてもよいということにより特徴づけられる。換言すれば弱い干渉効果はレイノルズ数が大きいかまたはマッハ数が適当な超音速の時の小迎角、薄い楔 ($\delta_b = \text{一定}$, 平板ならば $\delta_b = 0$) に現われる。マッハ数の大きい、厚い楔または迎角の大きい楔の圧力側にも現われる Lees and Probstein の弱い干渉理論によると物体面の圧力 P_w は次のごとくに表わされる、

$$P_w/P_b = 1 + \gamma F_b \bar{x}_b + O(F_b^2 \bar{x}_b^2 +). \quad (\bar{x}_b < 1) \quad (4.12)$$

ここで

$$F_b = d_b \frac{K}{K_b} \frac{[(1/\gamma M_\infty)(1/p_\infty)(dp/d\delta)]_{\delta=\delta_b}}{p_b/p_\infty},$$

$$\bar{x}_b = M_b^3 \sqrt{c_b} / \sqrt{Re_x},$$

$$d_b = [(T_w/T_b)/M_b^2] \cdot A(p_r) + (\gamma - 1) \cdot B(p_r), \quad (\text{熱伝達あり})$$

$$d_b = D(\gamma - 1). \quad (\text{熱伝達なし}, D = B + A/2)$$

添字 b, w はそれぞれ非粘性流および境界層を考えた場合が物体面上の量を表わす。ただしプラントル数 $p_r = 1$ ならば $A = 0.865$, $B = 0.166$, $D = 0.599$, また $p_r = 0.725$ ならば $A = 0.968$, $B = 0.145$, $D = 0.556$. なお $K = M_\infty \delta_b$, $K_b = M_b \delta_b$, $C_b = (\mu_w/\mu_b)/(T_w/T_b)$ である。

たとえば層流境界層の熱伝達ある平板に対しては

$$p_w/p_b = 1 + \gamma^a b \bar{x}_b,$$

$$d_b = 0.968 \frac{T_w/T_b}{M_b^2} + 0.145(\gamma - 1),$$

$$T_w/T_b = 1 + (\gamma - 1) M_b^2 \sqrt{p_r/2}. \quad (4.13)$$

また $M_\infty \delta_b > 2$ なる厚い楔に対しては

$$p_w/p_b = 1 + (2d_b/K_b) \bar{x}_b + \dots \quad (4.14)$$

となり、一般に平板よりも粘性効果が減る。

他方強い衝撃波・境界層干渉は $K=M_\infty\delta=M_\infty[\delta_0\pm\alpha+dt/dx]\gg 1$, $dt/dx>\delta_0$ によって特徴づけられる. この干渉はマッハ数が十分大きくてしかもレイノルズ数が小さい場合の余り大きくない迎角をもつ sharp nose の翼にとって重要である. ここで $K\gg 1$ ということは $\bar{x}_\infty\gg 1$ を意味している. 平板だけについて書けば熱伝達があって $p_r=0.725$ に対しては $p_w/p_\infty=0.16\bar{x}_\infty$, 熱伝達がなくて $p_r=1$ に対しては $p_w/p_\infty=0.52\bar{x}_\infty$ となる.

弱い干渉理論は前縁から遠い所であてはまると思われるが, ここでは全翼面に亘って成り立つと考える. 当然誤差が問題になるけれどもその揚力などへの影響は小さい. 本来ならば前縁近くに来れば強い干渉理論と組み合わせて計算するのが最もよいが, 勝手な適合の手続きによって両理論を一致させることの正当性についても多少問題があると思う.

最後に, 翼端でも境界層の影響が多少あることを Tellep and Talbot [70] が実験的に確めている.

2.5. 胴体の吹き上げによる誘導迎角について

翼の幾何学的迎角を α , 胴体の吹き上げによる誘導迎角を α_i とすると (4.3) は次のように書ける,

$$\alpha_e(y)=\alpha+\alpha_i. \quad (4.15)$$

一般に翼胴結合体の問題は胴体迎角 0 で翼が $\alpha_e(y)$ で振れている問題になおし得るということが境界条件に着目することによって容易に証明できる. 今飛行速度を U とすると翼面に沿う流れの境界条件から

$$-U\alpha=U\alpha_i-U\alpha_e(y) \quad (4.16)$$

が導き出せる. これはすなわち (4.15) の関係にほかならない. また U に対して $\alpha_e(y)$ で振れている翼から見れば胴体迎角は 0 と同等である.

本節にて α_i を求める問題について考える. これまで亜音速, 遷音速, 超音速の章で取り扱って来た翼胴結合体の問題においては forebody からの影響を考えず胴体は無限に長い円柱であると考え, 胴体の吹き上げによる誘導迎角はもっぱら cross-flow の速度 $U\alpha_0$ により翼の面で課起されるものとして計算した. ここで α_0 は胴体迎角である. この考えに基づいた誘導迎角の算定法は実験的にもその妥当性が証明されている. その際 cross-flow のマッハ数は 1 に比して非常に小さく, したがって cross-flow に基づいて胴体の吹き上げによる誘導迎角を算定するには, これを非圧縮性の問題として取り扱えば十分であった. その場合 a を胴体半径, y を胴体中心から測った翼幅方向の座標とすれば

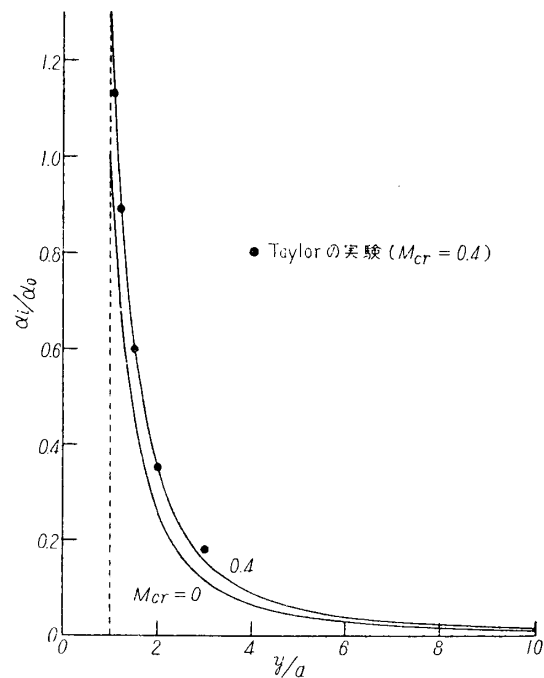
$$\alpha_i/\alpha_0=a^2/y^2. \quad (4.17)$$

もちろん翼が胴体先端の近くにあれば亜音速, 遷音速, 超音速といえども上述の算定法は妥当性を失い, 先端部胴体まわりの流れによって翼前縁の位置に生ずる吹き上げを使わなければならない.

然らば極超音速翼胴結合体の胴体吹き上げについてはどうであろうか. この問題についても全く亜音速, 遷音速, 超音速の場合と同じことがいえる. すなわち forebody の影響をうける位置に翼があれば胴体まわりの流れにより翼前縁の位置に生ずる吹き上げを計算し, その誘導迎角 $\alpha_i(y)$ が各翼幅位置において一定であると考えればよい. この問題については著者 [47] が別個に取り上げている. forebody の影響がほとんどなくなれば胴体吹き上げ

による誘導迎角はやはり cross-flow によって生ずるものと考えられる。この場合 cross-flow のマッハ数が1に比して小さいというようなことはなく遷音速, 超音速のマッハ数にさえ容易になりうる。 M_{cr} を cross-flow のマッハ数とすれば $M_{cr} < 0.4$ では島崎為道教授 [71] M^2 の展開による計算結果が役に立つ。 $M_{cr} = 0, 0.4$ の結果および同じ文献に記載されている Taylor の実験結果が第 43 図に示されている。 0.40 以上では遷音速の領域に入る [72] [73] ので今のところ役に立つ理論はない。 M_{cr} が超音速になればたとえば Belotserkovskii [74] の計算結果などが役に立つと思われる。また, そのような方法を遷音速の場合に拡張することもできると思われる [75]。 M_{cr} が極限マッハ数になれば事情が一変して翼胴結合体の取り扱いがもっと簡単になる。これについては次の章で取り上げることにする。

なお亜音速, 遷音速, 超音速の際省略されて来た cross-flow による胴体部分の圧力分布による貢献を加えなければならなくなると思う。これも次章の極限マッハ数において取り上げられている。



第 43 図 胴体の吹き上げによる誘導迎角 (a : 胴体半径, y : 胴体中心から測った翼幅方向位置)

第 5 章 極限マッハ数における翼胴結合体の安定微係数

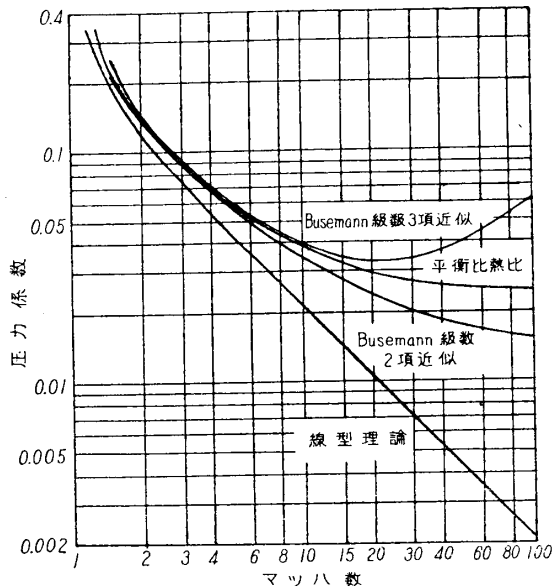
1. 緒 言

長距離ロケット推進飛行体は濃密な大気へ再突入する時, 往々にして大きいマッハ数にて非常に大きい迎角に達する。高空での制御の欠乏と径路を水平にして再びロケットを上方へ向かせるのに必要な揚力を得るために大迎角が必然的に達せられる。超高速飛行は超高空において実現されるのが普通であるがここでは濃密な大気への再突入などのような場合を考え連続流理論の成り立つ範囲内で翼胴結合体の問題を取り上げる。

弾道ロケットでは, 空力加熱その他の理由で鈍頭物体が選ばれたり, 超高空における迂り流, 分子流の中の物体にかかる力, モーメント, 安定微係数等の問題もあり, また超高速飛行体におつつかって生ずる高温な空気の組成が変わったり, イオン化したりして化学反応を伴う流れや電磁流として扱う問題もある。ここではそういう事を考えていない。

マッハ数が非常に大きくなった極限では物体面の圧力は比熱比 γ には余り影響されなくなり, 特に強い衝撃波が物体面を包むような恰好になって高温となり γ が 1 に近づく。極限

マッハ数で γ が1に近づくと物体の面圧力は Newtonian impact theory に基づいて計算される。この場合擾乱流の流れ模様および物体面上の圧力係数は M に無関係となりいわゆる Mach number independence principle [76] が成り立つ。衝撃波と物体面との間は shock layer と呼ばれる。Ivey, Klunker and Bowen [77] は Newtonian impact theory の結果に shock layer での遠心力効果修正を施して $\gamma=1$, 極限マッハ数における迎や胴体の揚力, 抗力を求めている。Ivey and Cline [79] は斜め衝撃波後方の γ の変動を考慮して tangent-



第44図 既存の近似法および平衡比熱の衝撃波方程式によって求めた圧力係数 $\delta=6^\circ$ 数では流れが直接ぶつかる圧力側のみを考えればよい。

wedge 法により極超音速マッハ数 ($M=1.3 \sim \infty$) における物体面圧力を求める問題について述べている。第44図は $\delta=6^\circ$ の楔上の圧力係数で平衡比熱比の曲線はこの方法によるものである。線型理論は大体 $M=2$ まで, 級数近似は2項近似にて $M=10$, 3項近似にて $M=15$ までが合理的に正しい。ただし偏角 δ が余り大きくないという制限内での議論であることに注意されたい。

極限マッハ数では流れが直接にぶつからない物体面 (たとえば迎角ある平板の上面) の圧力を p_l とすると局所圧力係数は

$$C_p = 2(p_l - p_\infty) / \gamma p_\infty M_\infty^2 \quad (5.1)$$

で表わされる。ちょっとした負の流れ偏角に対しても p_l は真空に近くなるので $M \rightarrow \infty$ では $C_p \rightarrow 0$ となる。したがって極限マッハ

以下に胴体先端の影響をうけない極限マッハ数における迎角の大きい翼胴結合体の圧力分布, 揚力を求める問題を取り上げる。

2. 極限マッハ数における翼胴結合体の空力特性

空気力学的な流れの中における極限マッハ数の物体の圧力を求める方法が文献 [77] で与えられている。この方法は物体上の任意点での圧力係数がマッハ数の増大にしたがってある極限值に近づくとという事実に基づいている。速度が増大するにしたがって衝撃波はもっとしっかりと物体を包み, 物体まわりの擾乱流領域は比較的小さくなる。文献 [77] の示すところによると流れ模様すなわち速度, 遠心圧, 面圧力は γ の値に余り影響されない。 $\gamma=1$ としても結果を大きく変更せずに問題を相当簡単化できる。ここでは文献 [78] にしたがって forebody の影響をうけない迎角の大きい翼胴結合体を考える。

極限マッハ数で飛行する迎角の大きい平板翼胴結合体の圧力分布, 揚力は次の3部分に分けて計算される。すなわち円柱胴体, 胴体から剥れた free layer と翼との交線いりも外側の翼部分および胴体付根付近の三つである。円柱面上の圧力は円柱軸に垂直な cross-flow によって求まる。計算が妥当であるためには主流マッハ数も迎角も大きくて cross-flow の速

度が局所音速よりもずっと大きくなければならない. 今円柱に cross-flow が当たる二次元流を考え, 先端を座標原点, 流れ方向を x , これに垂直な方向を y とすると, 円柱面上の点 (x, y) における圧力係数は主流動圧を基準にして

$$C_p = (2 - 3y^2/a^2)\sin^2\alpha. \tag{5.2}$$

非常な高超音速での極限の負圧力係数は実用的には 0 と考えてよい. 流れの曲率による遠心力は衝撃波と円柱面との間の圧力差に等しい. 面圧力が 0 に達すれば shock layer を横切る圧力差が十分小さく, 面に沿って行くのに必要な流れの曲率を生ぜしめ得ない限り衝撃波は円柱面から剥れる. その点は (5.2) おいて $C_p=0$ とおくことにより $x/a=0.4231$, $y/a=0.8165$ となる. 与えられた胴体半径では揚力はその長さとともに増大するので円柱平面形面積を基準とし, また主流動圧を基準とすれば揚力係数は (5.2) を使って

$$C_L = 1.089 \sin^2\alpha \cos\alpha \tag{5.3}$$

となる. なお円柱面から剥れた free layer の形状は運動量の考えに基づいて次のごとく得られる.

$$\frac{y^2}{a^2} - 1.089 \frac{y}{a} - 0.385 \frac{x}{a} + 0.385 = 0. \tag{5.4}$$

第 45 図に示すごとくこの free layer の曲線は点 P_1 で剥れ, 点 P_2 にて翼面とぶつかる. 点 P_2 から外側の翼部分の圧力係数は主流動圧基準で

$$C_p = 2 \sin^2\alpha \tag{5.5}$$

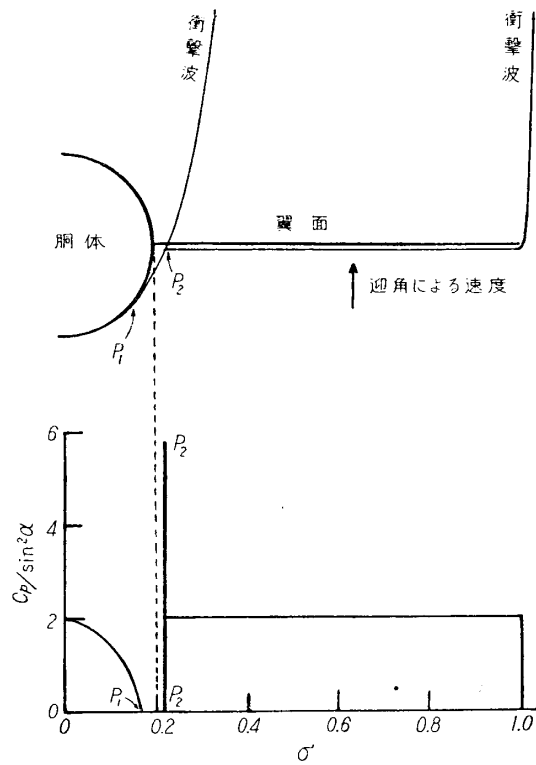
となる. 翼胴体付根付近では可成りの運動量が気流に残る. この運動量は非常に狭い翼幅に集中する. この近くで胴体の単位長さ当りの全揚力は胴体を突き抜けた翼のそれと同じである. 胴体上の揚力係数が翼上のその約半分である限り, 翼付根付近の揚力係数は翼のそれよりも大きくなければならない.

以上は γ を 1 とした場合の議論であるが, Ivey and Cline [79] は衝撃波前後のエネルギーの平衡を考慮して γ に対する修正計算を行なっている. また Messiter [80] は三角翼の半頂角を ω として

$$M \gg 1, \alpha = 0(1), \gamma - 1 = 0(1/M^2), \tan \omega = 0(1/M). \tag{5.6}$$

なる場合の平板三角翼の圧力分布, 揚力に対する second order の修正計算を行なっている.

なお翼付根の前方, 後方の胴体部分の圧力, 揚力は円柱胴体の場合と同じ方法で計算される.



第 45 図 翼胴結合体の翼幅方向荷重分布

最後に、本論文の研究過程において終始激励と親切なる御指導を賜った河村龍馬教授に厚く御礼を申し上げます。

1960年10月31日 航空力学部

文 献

- [1] Kirkby, S. and Robinson, A.: Wing-Body Interference at Supersonic Speed, College of Aeronautics, Cranfield Report No. 7, 1947.
- [2] Ferrari, C.: Interference between Wing and Body at Supersonic Speeds—Theory and Numerical Application, Jour. Aero. Sci., Vol. 15 No. 6, 1948.
- [3] Ferrari, C.: Interference between Wing and Body at Supersonic Speeds—Note on Wind Tunnel Results and Addendum to Calculations. Jour. Aero. Sci., Vol. 16, No. 9, 1949.
- [4] Ferrari, C.: Aerodynamic Components of Aircraft at High Speeds, C. Interaction Problems. Vol. VII, High Speeds Aerodynamics and Jet propulsion, Editors Donovan, A.F., and Lawrence, H.R., 1957.
- [5] Lagerstrom, P.A., and Van Dyke, M.D.: General Considerations about Planar and Non-Planar Lifting Systems, Douglas Aircraft Company, Report SM-13432, 1949.
- [6] Evvard, J.C.: Use of Source Distribution for Evaluating Theoretical Aerodynamics of Thin Finite Wings at Supersonic Speeds, NACA Rept. 951, 1950.
- [7] Ward, G.N.: Supersonic Flow past Thin Wing, I: General Theory, Quart. J. Mech. and Appl. Math., Vol. 2, Part 2, 1949.
- [8] Browne, S.H., Friedman, L., and Hodes, I.: A Wing-Body Problem in a Supersonic Conical Flow, Jour. Aero. Sci., Vol. 15, No. 8, 1948.
- [9] Morikawa, G.K.: The Wing-Body Problem for Linearized Supersonic Flow, Progress Report No. 4-116, ORDICT Project, Jet Propulsion Laboratory, C.I.T. 1949.
- [10] Morikawa, G.K.: Supersonic Wing-Body Lift, Jour. Aero. Sci., Vol. 18, No. 1951.
- [11] Nielsen, J.N., and Pitts, W.C.: Wing-Body Interference at Supersonic Speeds with an Application to Combinations with Rectangular Wings, NACA TN 2677, 1952.
- [12] Pitts, W.C., Nielsen, J.N., and Gionfriddo, M.P.: Comparison between Theory and Experiment for Interference Pressure Field between Wing and Body at Supersonic Speeds, NACA TN 3128, 1954.
- [13] Nielsen, J.N.: Tables of Characteristic Functions for Solving Boundary-Value Problems of the Wave Equation with Application to Supersonic Interference, NACA TN 3873, 1957.
- [14] Nielsen, J.N.: Quasi-Cylindrical Theory of Wing-Body Interference at Supersonic Speeds and Comparison with Experiment, NACA TR 1252, 1955.
- [15] Lock, R.C.: An Extension of the Linearized Theory of Supersonic Flow Past Quasi-Cylindrical Bodies, with Application to Wing-Body Interference, Jour. Fluid Mechanics, Vol. 4, Part 1, 1958.
- [16] Cramer, R.H.: Wing-Body Interference at Supersonic Speeds—Recent Experiment Results and their Bearing on Advances in Theory, Presented at Navy Bureau of Ordnance Symposium on Aeroballistics, May 13, 1952.
- [17] Bonney, E.A.: Aerodynamic Characteristics of Rectangular Wings at Supersonic Speeds, Jour. Aero. Sci., Vol. 14, No. 2 1947.
- [18] Schrenk, O.: Angenäherte Berechnung der gegenseitigen Beeinflussung zwischen Flügel und Rumpf im Überschallbereich, ZAMP, Vol. 1, No. 3, 1950.
- [19] Laitone, E.V.: First, Order Wing-Body Interference Effects, Jour. Aero. Sci., Vol., 16, No. 8, 1949. Readers' Forum.
- [20] Stewart, H.J.: The Lift of a Delta Wing at Supersonic Speeds, Quart. Appl. Math., Vol. 4, No. 3, 1946.

- [21] Puckett, A.E., and Stewart, H.J.: Aerodynamic Performance of Delta Wings at Supersonic Speeds, *Jour. Aero. Sci.*, Vol. 14, No. 2, 1947.
- [22] Malvestuto, F.S., Margolis, J.K., and Ribner, H.S.: Sheoretical Lift and Damping in Roll at Supersonic Speeds of Thin Sweptback Tapered Wings with Streamwise Tips, Subsonic Leading Edges, and Supersonic Trailing Edges, NACA TR 970, 1951.
- [23] Harmon, S.M., and Jeffreys, I.: Theoretical Lift and Damping in Roll of Thin Wings with Arbitrary Sweep and Taper at Supersonic Speeds, NACA TN 2114, 1950.
- [24] Morikawa, G.K., and Coleman, T.F.: On Supersonic Wing-Body Center of Pressure, *Readers Forum, Jour. Aero. Sci.*, Vol. 18, No. 2, 1951.
- [25] Allen, H.J., and Perkins, E.W.: A Study of Viscosity on Flow over Slender Inclined Bodies of Revolution, NACA 1048, 1951.
- [26] Pitts, W.C., Nielsen, J.N., and Kaattari G.E.: Lift and Center of Pressure of Wing-Body-Tail Combinations at Subsonic, Transonic, and Supersonic Speeds, NACA TR 1307, 1957.
- [27] Jones, R.T.: Thin Oblique Airfoils at SupersonicSpeeds, NACA TR 851, 1946.
- [28] Lagerstrom, P.A.: Linearized Supersonic Theory of Conical Wings, NACA TN 1685, 1950.
- [29] Mirels, H.: Aerodynamics of Slender Wings and Wing-Body Combinations Having Swept Trailing Edges, NACA TN 3105, 1954.
- [30] Heaslet, M.A., and Lomax, H.: Slender Airplane Theory, High Speed Aerodynamics and Jet Propulsion: Vol. VI Section D. Chapter 5, Princeton University Press, 1954.
- [31] Lomax, H., and Byrd, P.F.: Theoretical Aerodynamic Characteristics of a Family of Slender Wing-Tail Body Combinations, NACA TN 2554, 1951.
- [32] Rogers, A.W.: Application of Two-Dimensional Vortex Theory to the Prediction of Flow Field behind Wings of Wing-Body Combinations at Subsonic and Supersonic Speeds, NACA TN 3227, 1954.
- [33] Donovan, A.F., and Lawrence, H.R. (Editors): Aerodynamic Components of Aircraft at High Speed Aerodynamics and Jet Propulsion. Vol. VII, p. 360 (1957).
- [34] Morikawa, G.K.: Supersonic Wing-Body-Tail Interference, *Jour. Aero. Sci.*, Vol. 19, No. 5 1952.
- [35] Sacks, A.H.: Vortex Interference on Slender Airplanes, NACA TN 3525, 1955.
- [36] Sacks, A.H.: Aerodynamic Forces, Moments, and Stability Derivatives for Slender Bodies of General Crass Section, NACA TN 3283, 1954.
- [37] Sacks, A.H.: Vortex Interference Effects on the Aerodynamics of Slender Airplanes and Missiles, *Jour. Aero. Sci.*, Vol. 24, No. 6, 1957.
- [38] Sacks, A.H.: Aerodynamic Interference of Slender Wing-Tail Combinations, NACA TN 3725, 1956.
- [39] Spreiter, J.R., and Sacks, A.H.: A Theoretical Study of the Aerodynamics of Slender Cruciform-Wing Arrangements and Their Wakes, NACA TN 3528, 1956.
- [40] Sacks, A.H.: Theoretical Lift Due to Wing Incidence of Slender Wing-Body-Tail Combinations at Zero Angle of Attack, NACA TN 3796, 1956.
- [41] Dugan, D.W., and Hikrdo, K.: Theoretical Investigation of the Effects Upon Lift of a Gap Between Wing and Body of a Slender Wing-Body Combination, NACA TN 3224, 1954.
- [42] McDevitt, J.B.: A Correlation by Means of Transonic Similarity Rules of Experimentally Determined Characteristics of a Series of Symmetrical and Combered Wings of Rectangular Plan Form, NACA TN 1253, 1953.
- [43] Adler, A.A.: Effects of Combinations of Aspect Ratio and Sweepback at high Subsonic Mach Numbers, NACA RM L7C 24, 1947.
- [44] Lomax, H., and Sluder, L.: Chordwise and Compressibility Corrections to Slender-Wing Theory, NACA TR 1105, 1952.
- [45] Lagerstrom, P.A., and Graham, M.E.: Remarks on Low-Aspect-Ratio Configurations in Supersonic Flow, *Jour. Aero. Sci.*, Vol. 18, No. 2, 1951.

- [46] Ivey, H.R., Bowen, E.N., Jr., and Oborny, L.F.: Introduction to the Problem of Rocket-Powered Aircraft Performance, NACA TN 1401, 1947.
- [47] 錢福星: 回轉対称胴体の非定常問題, 東大航空研究集報, 第2卷第2号 1960年6月.
- [48] Ferrari, C.: Interference Between Wing and Body at Supersonic Speeds Analysis by the Method of Characteristics, Jour. Aero. Sci. Vol. 16, No. 1949.
- [49] Lees, L.: Hypersonic Flow, Proc. 5th Internatl. Aero. Conf. Los. Angels, Inst. Aero. Sci. New York, 1955.
- [50] Savin, R.C.: Comparirion of Shok-Expansion Theory with Experiment for the Lift. Drag, and Pitching-Moment Characteristics of Two Wing-Body Combination at $M=5.0$, NACA TN4385, 1958.
- [51] Mclellan, C.H.: Exploratory Wind-Tunnel Investigation of Wings and Bodies at $M=6.9$, Jour. Aero. Sci., Vol. 18, No. 10, 1951.
- [52] Dorrance, W.H.: Two-Dimensional Airfoils at Moderate Hypersonic Velocities, Jour. Aero. Sci., Vol. 19, No. 9, 1952.
- [53] Ivey, H.R., Stickle, G.W., and Schuettler, A.: Charst for Determining the Characteristics of Sharp Nosed Airfoils in Two-Dimensional Flow at SupersonicSpeeds, NACA TN 1143, 1947.
- [54] 河村龍馬, 錢福星: 超音速翼型の造波抵抗計算法について, 東大理工学研究所報告, 第6巻第5号, 1952年10月.
- [55] Laitone, E.V.: Exact and Approximate Solutions of Two-Dimensional Obliqu Shock Flow, Jour. Aero. Sci., Vol. 14, No. 1, 1947.
- [56] Linnel, R.D.: Two-Dimensional Airfoils in Hypersonic Flows, Jour. Aero., Sci. Vol. 16, No. 1, 1949.
- [57] Kogan, A.: On SupersonicFlow past Thick Airfoils, Jour. Aero/Space Sci., Vol. 27, No. 7, 1960.
- [58] Eggers, A.J. Jr., and Syvertson, C.A.: Inviscid Flow about Airfoils at High Supersonic Speeds, NACA TN 2646, 1952.
- [59] Hayes, W.D.: On Hypersonic Similitude, Quart. of Applied Math. Vol. 5, No. 1, 1947.
- [60] Tsien, H.S.: Similarity Laws of Hypersonic Flows, Jour. of Math. and Physics, Vol. 25, No. 3, 1946.
- [61] Van Dyke, M.D.: A Study of Hypersonic Small Disturbance Theory, NACA TN 3173, 1954.
- [62] Goldsworthy, F.A.: Two-Dimensional Rotational Flow at High Mach Number past Thin Airfoils, Q.J.M.A.M., Vol. 5, pp. 54~63, 1952.
- [63] Bird, G.A.: Some Remarks on the Foundations of Piston Theory and Supersonic Hypersonic Similarity, Jour. Aero. Sci., Vol. 25, No. 2, Readers' Forum 1958.
- [64] Raymond, J.L., and Williams, E.P.: A Simple Relation between the Shock and Expansion Pressure Coefficients for Two-Dimensional Hypersonic Flow, Jour. Aero. Sci., Vol. 24, No. 5, Readers' Forum 1957.
- [65] Raymond, J.L.: Piston Theory Applied to Strong Shocks and Unsteady Flow, Jour. of Fluid Mech. Vol. 8, Part 4, 1960.
- [66] Van Dyke, M.D.: The Combined Supersonic-Hypersonic Similarity Rule, Jour. Aero. Sci., Vol. 18, No. 7, Readers' Forum 1951.
- [67] Linnel, R.D., and Bailey, J.E.: Interpolation Formulas for Supersonic-Hypersonic Airfoils, Jour. Aero. Sci. Vol. 23, No. 4, Readers' Forum 1956.
- [68] Spreiter, J.R.: Similarity Laws for Transonic Flow about Wings of Finite Span, NACA TN 2273, 1951.
- [69] Eggers, A.J., Jr, Savin, R.C., and Syvertson, C.A.: The Generalized Shock-Expansion Method and Its Application to BodiesTraveling at High Supersonic Air Speeds, Jour. Aero. Sci., Vol. 22, No. 4, 1955.
- [70] Tellep, D.M., and Talbot, L.: Normal Forces on Flat Plates in Low-Density Supersonic

- Flow, Jour. Aero. Sci., Vol. 23, No. 12, 1956.
- [71] 島崎為道: 円柱の周りを過る圧縮性流体の亜音速流について, 第 1 報, 浪速大学工学部物理学教室島崎研究室研究速報, 第 6 号, 昭和 25 年 7 月.
- [72] 島崎為道: 同上, 第 2 報, 同研究速報, 第 11 号, 昭和 26 年 10 月.
- [73] Simasaki, T.: On the Flow of a Compressible Fluid past a Circular Cylinder, II, Bulletin of University of Osaka Prefecture Series A Vol. 4, 1956.
- [74] Belotserkovskii, O.M.: Flow past a Circular Cylinder with a detached Shock, Dokl. Akad. Nauk SSSR 113 (1957), Transl. by Friedman. 文献 [76] に要約あり.
- [75] Чушкян, Ц.И.: Subsonic Flow past on ellipse and Ellipsoid, Вычислительная Математика 2 (1957).
- [76] Hayes, W.D., and Probstein, R.F.: Hypersonic Flow Theory, Academic Press, New York and London, 1959.
- [77] Ivey, H.R., Klunker, E.B., and Bowen, E.N.: A Method for Determining the Aerodynamic Characteristics of Two- and Three-Dimensional Shapes at Hypersonic Speeds, NACA TN 1613, 1948.
- [78] Ivey, H.R., and Morrissette, R.R.: An Approximate Determination of Lift of Slender Cylindrical Bodies and Wing-Body Combinations at Very High Supersonic Speeds, NACA TN 1740, 1948.
- [79] Ivey, H.R., and Cline, C.W.: Effect of Heat-Capacity Lag on the Flowthrough Oblique Shock Waves, NACA TN 2196, 1950.
- [80] Messiter, A.F.: A Similarity Law for the Normal Force on a Delta Wing at Hypersonic Speeds, Jour. Aero/Space Sci., Vol. 26, No. 2, Readers' Forum 1959.