

データ安定方式

東口 實

The Data Stabilization System

By

Minoru HIGASHIGUCHI

Abstract: The data stabilization system of Airborne Doppler Radars is described in this paper. In order to realize the data stabilizer, an emphasis is given of the transformation between a coordinate fixed to the ground and that of the aircraft. Examples of analog and digital computor diagrams for this purpose are presented. The climbing angle and drift angle error are also calculated when the data stabilization is not used.

概要

機上ドップラレーダで地表面に準拠した対地速度成分を計算する時に用いるデータ安定方式について述べたものである。特にこの場合に必要となる座標変換計算に重点をおき、これに使用されるアナログおよびデジタル計算機の構成の例を示した。一方データ安定化を行わない場合に生ずる上昇角および偏流角の誤差について計算してある。また終りに座標系の各種の変換計算式を整理して示した。

目次

- | | |
|---------------------------|---------------------------|
| 1. 緒言 | 6. 空中線ビーム方向の地表面に対する変化について |
| 2. 座標系 | 7. 結言 |
| 3. 航空機速度と空中線ビーム方向速度との間の関係 | 参考文献 |
| 4. データスタビライザ | 附録. 座標系の回転に対する変換行列 |
| 5. ピッチ, ロール誤差 | |

1. 緒言

機上用ドップラレーダにおいては航空機から地表面に対して“ λ ”または“X”形に電波ビームを送信し、そのそれぞれの方向の反射波を受信することによって、各ビーム方向に対する航空機と地表面との間の相対速度をこれに比例するドップラ偏移周波数から測定する。そこで航空機上ではこのそれぞれの相対速度を用いて機首方向、横方向、上下方向の速度成分ま

たは水平速度と偏流角を計算し指示させる。この時に航空機の動揺による空中線系の地表面に対する傾斜に起因する誤差が問題になる。この誤差の修正方法としては空中線系を地表面に対して常に安定化する方法[4]と、空中線系を航空機に固定したままで、ピッチ、ロール信号を機体から受けて計算修正する方法(データスタビライザ)とがある。

ここではこのデータスタビライザに要する計算機構および各方向成分の指示計算機構について考察した結果を述べる。

2. 座 標 系

空中線固定座標系を Fig. 1 のようにとる。すなわち ξ 軸は機首方向、 η 軸はこれに直角的な方向(機体ピッチ軸に平行)にとり、 ζ 面は空中線基準面に平行とする。 ζ 軸は垂直に

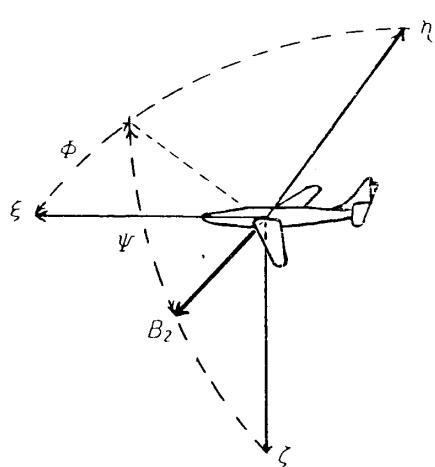


Fig. 1. Beam direction.

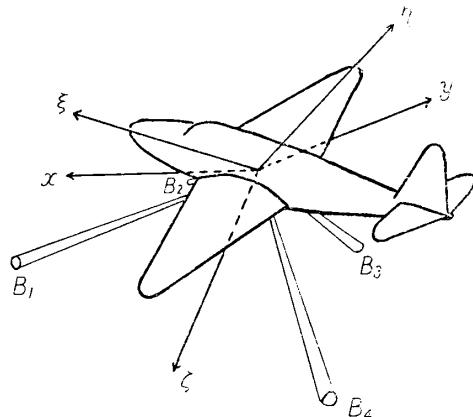


Fig. 2. Beam configuration.

下向きにとる。この座標系を用いて Fig. 2 に示す各ビーム方向は“X”形に対称に配置されていたものとして次のように与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \vec{B}_1 &: (\cos \Psi \cos \Phi, -\cos \Psi \sin \Phi, \sin \Psi) \\ \vec{B}_2 &: (\cos \Psi \cos \Phi, \cos \Psi \sin \Phi, \sin \Psi) \\ \vec{B}_3 &: (-\cos \Psi \cos \Phi, \cos \Psi \sin \Phi, \sin \Psi) \\ \vec{B}_4 &: (-\cos \Psi \cos \Phi, -\cos \Psi \sin \Phi, \sin \Psi) \end{aligned} \right\} \quad (2.1)$$

次に地表面固定の基準座標系を $x y z$ 系とする。この座標系は水平基準だけについて考えたものであり、Fig. 3 のように z 軸を鉛直に、 x 軸と ξ 軸を同一鉛直面内にあるように定める。すなわち方位基準については別に考えるものとする。ここでピッチ角 α およびロール角 ρ は垂直ジャイロの外側ジンバルを Fig. 4 に

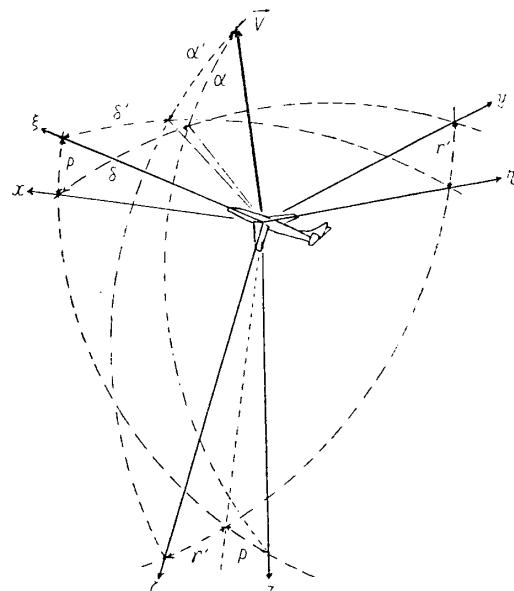


Fig. 3. Airborne antenna reference axis, level reference axis and aircraft velocity vector.

示すように機体の ξ 軸方向に取りつけた場合の内側ジンバル、外側ジンバルの回転角にそれぞれ等しい。

ここで xyz 系から $\xi\eta\zeta$ 系への変換は次の(2.2)式の行列で示される。

$$[M] = \begin{vmatrix} \cos p & 0 & -\sin p \\ \sin p \sin r' & \cos r' & \cos p \sin r' \\ \sin p \cos r' & -\sin r' & \cos p \cos r' \end{vmatrix} \quad (2.2)$$

座標系のとり方としては、ほかにもあるがこれについては附録にかかげておいた。ここでは航空機の制御系の解析その他に広く用いられているのでこの座標系をとった[1]。

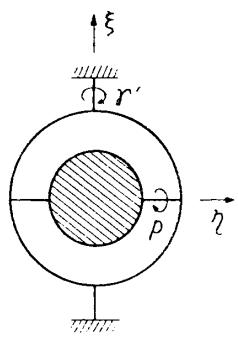


Fig. 4. Gyro mounting.

3. 航空機速度と空中線ビーム方向速度との間の関係

航空機の速度の各方向成分を $V_x, V_y, V_z; V_\xi, V_\eta, V_\zeta$ とし、ビーム方向の速度成分をそれぞれ $V_{B_1}, V_{B_2}, V_{B_3}, V_{B_4}$ とすると(2.2)および(2.1)式から

$$\begin{pmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{pmatrix} = [M]^{-1} \begin{pmatrix} V_\xi \\ V_\eta \\ V_\zeta \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} V_\xi \\ V_\eta \\ V_\zeta \end{pmatrix} = [M] \begin{pmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

$$\left. \begin{array}{l} V_{B_1} = V_\xi \cos \Psi \cos \Phi - V_\eta \cos \Psi \sin \Phi + V_\zeta \sin \Psi \\ V_{B_2} = V_\xi \cos \Psi \cos \Phi + V_\eta \cos \Psi \sin \Phi + V_\zeta \sin \Psi \\ V_{B_3} = -V_\xi \cos \Psi \cos \Phi + V_\eta \cos \Psi \sin \Phi + V_\zeta \sin \Psi \\ V_{B_4} = -V_\xi \cos \Psi \cos \Phi - V_\eta \cos \Psi \sin \Phi + V_\zeta \sin \Psi \end{array} \right\} \quad (3.2)$$

となる。そこで所要の速度成分 V_x, V_y, V_z は例えば B_1, B_2, B_3 の3本のビーム方向についての速度成分から

$$\left. \begin{array}{l} V_\xi = (V_{B_2} - V_{B_3}) / (2 \cos \Psi \cos \Phi) \\ V_\eta = (V_{B_2} - V_{B_1}) / (2 \cos \Psi \sin \Phi) \\ V_\zeta = (V_{B_1} + V_{B_3}) / (2 \sin \Psi) \end{array} \right\} \quad (3.3)$$

で V_ξ, V_η, V_ζ を計算して、(3.1)式の変換をこれに施せば求めることができる。すなわち原理的にこのような3方向(例えば $\vec{B}_1, \vec{B}_2, \vec{B}_3$)の速度成分をドップラ周波数から決定することで航空機の速度を測定することができる。

一方 incoherent Janus 方式では $V_{B_1} - V_{B_3}, V_{B_2} - V_{B_4}$ に比例したドップラ信号が得られるので

$$\left. \begin{array}{l} V_\xi = \frac{1}{4 \cos \Psi \cos \Phi} [(V_{B_1} - V_{B_3}) + (V_{B_2} - V_{B_4})] \\ V_\eta = \frac{1}{4 \cos \Psi \sin \Phi} [(V_{B_2} - V_{B_4}) - (V_{B_1} - V_{B_3})] \end{array} \right\} \quad (3.4)$$

を用いて V_ξ, V_η を測定する。

4. データスタビライザ

機上用ドップラレーダでは周波数追跡部からの出力として各ビーム方向の速度成分に比例した直流または交流の電圧、あるいは周波数の信号が得られる。したがってこの出力を用いて(3.1), (3.2), (3.3)あるいは(3.4)式に示された計算を適当な方法で行なえば所要の速度成分が得られる。以下これの例について述べる。

(a) 空中線ビームが“λ”形の場合。出力が交流電圧で与えられれば Fig. 5 に示す回路で各成分が得られる。出力が直流の場合はレゾルバを正弦余弦ポテンショメータに置きかえればよい。

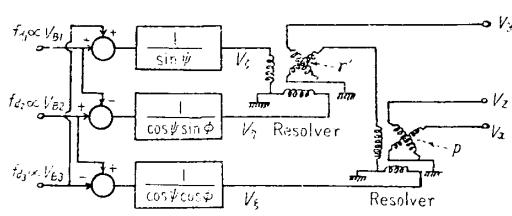


Fig. 5. Ground velocity component computer.

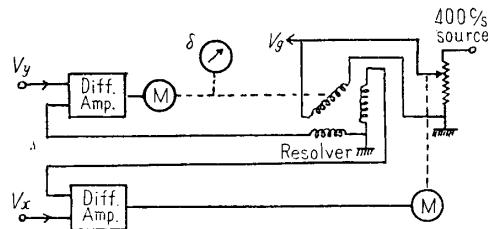


Fig. 6. Ground speed and drift angle computer (I).

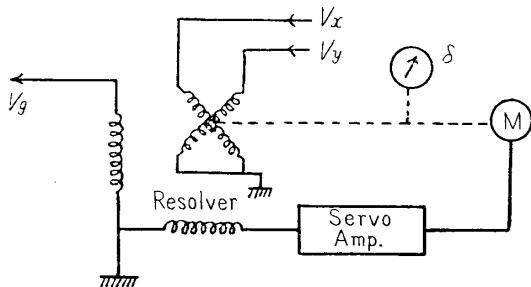


Fig. 7. Ground speed and drift angle computer (II).

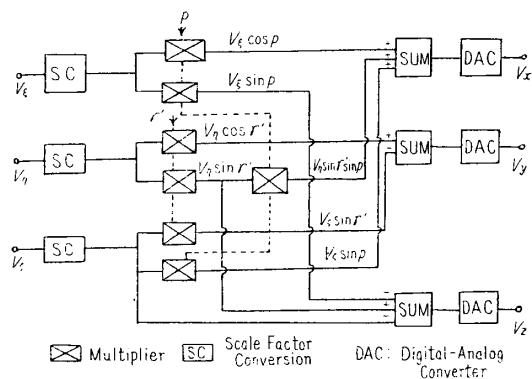


Fig. 8. Ground velocity component computer (digital type).

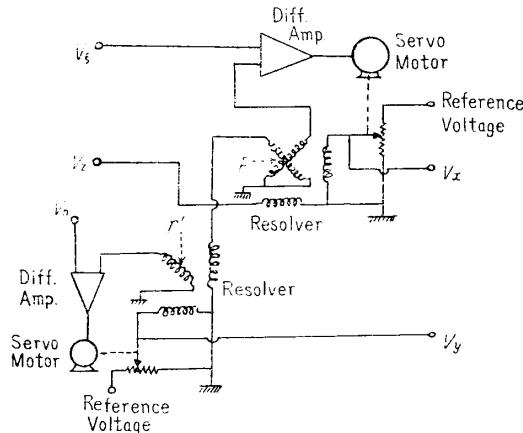


Fig. 9. Ground velocity component computer (in incoherent Janus system).

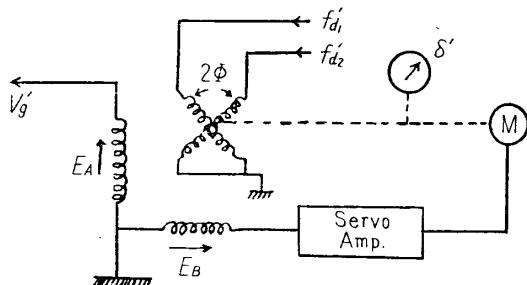


Fig. 10. Ground speed and drift angle computer (in incoherent Janus system).

さらに対地速度 $V_g = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$

偏流角 $\delta = \tan^{-1}(V_y/V_x)$

は Fig. 6 または Fig. 7 に示す回路で計算出来る。

一方出力が周波数変化そのものの形で得られる場合にはディジタル方式で計算することが考えられ、例えば Fig. 8 のブロック線図の形になる。

(b) incoherent Janus 方式。この時は (3.4) 式に相当する和、差および比例の計算機構で V_ξ, V_η を計算する。更に例えば高度計信号の微分から V_z 成分を知ることにより Fig. 9 に示す回路で V_x, V_y 成分が計算される。またピッチ、ロール角による誤差が無視できる場合にはその巻線間の角度が 2ϕ であるようなレゾルバを用いて、 $(V_{B_1} - V_{B_3}), (V_{B_2} - V_{B_4})$ に相当する測定値 f_{d_1}, f_{d_2} から直接にピッチ、ロールに対する修正を施してない（これに起因する誤差を無視した）対地速度 V_g' 偏流角 δ' を Fig. 10 に示す機構で計算できる。

5. ピッチ、ロール誤差

§ 4.においてピッチ角、ロール角信号を機体の方から受けて、航空機の動揺のために生ずる対地速度、偏流角あるいは速度の各成分に対する機上ドップラレーダによる観測値からの修正計算回路（データスタビライザ）について述べた。しかし現実にはピッチ角、ロール角が充分小さい場合には、このために生ずる誤差はかなり小さいものと考えられる。今この誤差について考えてみよう。

観測値 V_ξ, V_η, V_ζ と航空機速度成分の真値 V_x, V_y, V_z との間には (3.1) 式の関係が成立している。そこで誤差の評価を行なう場合にも速度の各成分の値が相互に影響を及ぼしあって、単純にピッチ角、ロール角のみでは誤差を評価することはできない。したがってこれを次のように考える。

航空機の速度の大きさ $|V|$ を考えると

$$|V| = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2} = \sqrt{V_\xi^2 + V_\eta^2 + V_\zeta^2}$$

である。すなわち航空機の速度の大きさに関する限り、観測値のみで充分であると言える。そこで Fig. 3 に示すように、ピッチ角あるいはロール角による誤差は偏流角 δ 、上昇角 α が見かけ上 δ', α' に測定されるという誤差になる。

この δ', α' は次のように求められる。

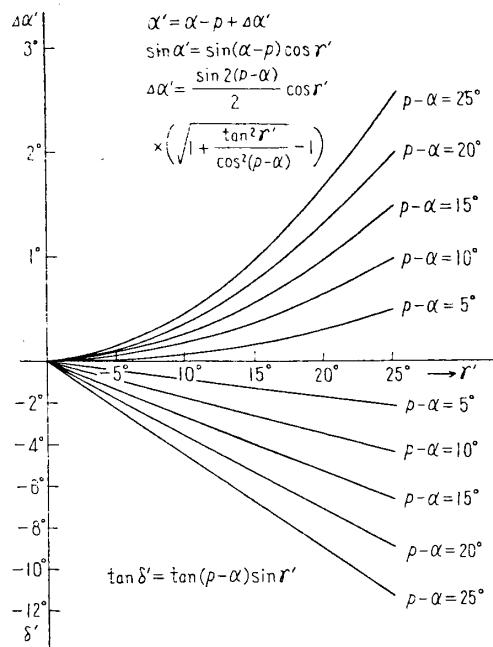
$$\sin \alpha' = \sin \alpha \cos p \cos r' + \cos \alpha (\sin \delta \sin r' - \cos \delta \sin p \cos r') \quad (5.1)$$

$$\cos \delta' = (\cos \alpha \cos \delta \cos p + \sin \alpha \sin p) / \cos \alpha' \quad (5.2)$$

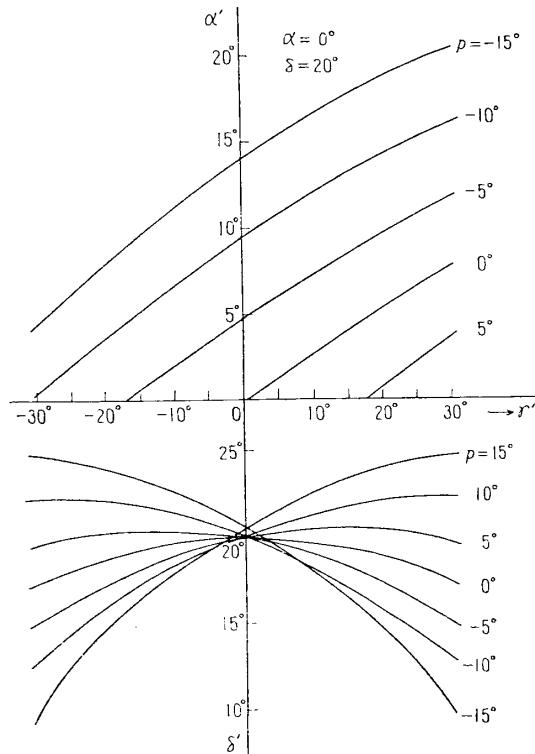
すなわち p, r' が小さい時に

$$\left. \begin{aligned} \alpha' &= \alpha - p \cos \delta + r' \sin \delta \\ \delta' &= \delta + \tan \alpha (r' \cos \delta - p \sin \delta) \end{aligned} \right\} \quad (5.3)$$

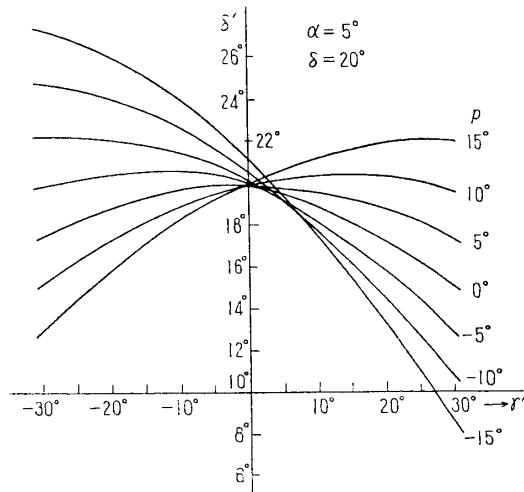
で与えられる。したがって上昇角 α が小さい時には偏流角 δ にはほとんど誤差を生じない。(5.1), (5.2) 式について数値計算した例を Fig. 11 に示す。



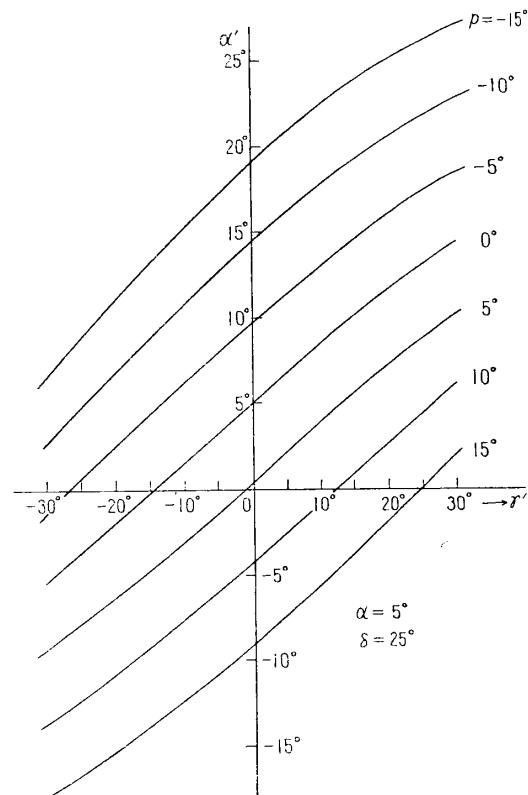
(a) Climbing angle and drift angle error caused by pitch and roll (drift angle: $\delta=0$).



(b) Climbing angle and drift angle error caused by pitch and roll (climbing angle $\alpha=0$, drift angle $\delta=20^\circ$).



(c) Drift angle error caused by pitch and roll.



(d) Climbing angle error caused by pitch and roll.

Fig. 11

6. 空中線ビーム方向の地表面に対する変化について

次にピッチ、ロールがあった時にビームの方向が地表面に対してどのように変化するかを考える。簡単のために B_2 のビームについて考える。その地表面座標系に対する方向余弦を

$$\vec{B}_2 : (\cos \psi' \cos \phi', \cos \psi' \sin \phi', \sin \psi')$$

として (3.1), (3.2) 式から

$$\left. \begin{aligned} \cos \psi' \cos \phi' &= \cos \psi \cos \phi \cos p + \cos \psi \sin \phi \sin p \sin r' \\ &\quad + \sin \psi \sin \phi \cos r' \\ \cos \psi' \sin \phi' &= \cos \psi \sin \phi \cos r' - \sin \psi \sin r' \\ \sin \psi' &= -\cos \psi \cos \phi \sin p + \cos \psi \sin \phi \cos p \sin r' \\ &\quad + \sin \psi \cos p \cos r' \end{aligned} \right\} \quad (6.1)$$

となる。そこでビームが直立する時の p, r' は

$$\cos p = \sqrt{1 - \cos^2 \psi \cos^2 \phi}, \quad \sin p = -\cos \psi \cos \phi \quad (6.2)$$

$$\cos r' = \sin \psi / \cos p, \quad \sin r' = \cos \psi \sin \phi / \cos p \quad (6.3)$$

で与えられる。例えば通常の機上ドプラレーダ用空中線におけるビーム方向 ($\psi = 65^\circ$, $\phi = 41^\circ$ したがって $\Gamma_0 = 71^\circ 24'$) について考えると

$$p = -18^\circ 36', \quad r' = 17^\circ 0'$$

の時に右前方方向のビームは直立することになる。

7. 結 言

以上航空機の地表面に対する速度と、航空機上で機上用ドプラレーダで観測される速度との間の関係について述べ、その変換計算式を導き出して整理した。さらにこれを計算するための変換計算機構について考察した。

計算機構としても、もちろんここに述べたものだけでは航空機自体の垂直軸に関する回転運動についての情報は得られない。すなわち航空機の機首方向およびそれに直角な横方向、上下方向の速度がわかるだけで、たとえば航空機が直線飛行をしているのかあるいは一つの円周に沿って旋回飛行をしているのかはわからない。したがって完全な進路計算機としては地表面固定座標系からの回転 θ も何らかの方法で測定しないと航行援助方式としての最終指示は与えられない (Fig. 12 参照)。この点に関しては機首方向基準系 (コンパス) の問題と関連してさら

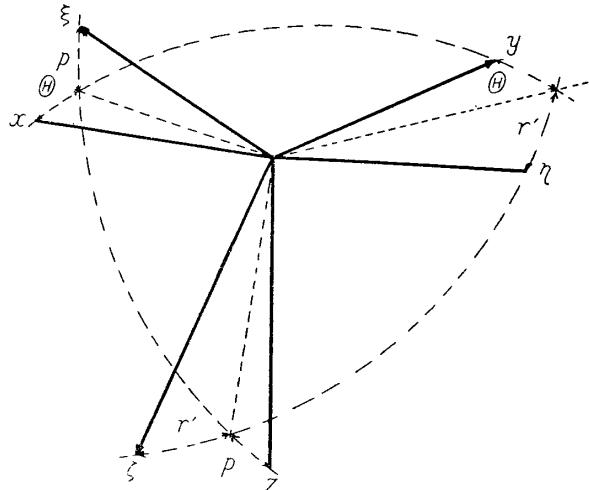


Fig. 12. Relation between aircraft reference coordinate (ξ, η, ζ) and ground reference coordinate (x, y, z) . r', p, Θ are referred as the Eulerian angles in aircraft control.

に進路（航跡）計算機の問題に関しても考察を進めて行く予定である。

本稿は機関研究「超音速航空機の電子航法方式」の一部として行なった研究をまとめたものであり、終始有益な御討論をたまわった岡田教授はじめとする計測部の諸氏に深く感謝する。

1961年11月6日 計測部

考 参 文 献

- [1] B. Etkin: *Dynamics of Flight*, Wiley & Sons, Inc, (1959).
- [2] F. B. Berger: The Design of Airborne Doppler Velocity Measuring Systems, IRE Transactions on ANE, vol. ANE-4 No. 4, p. 157 (Dec. 1957).
- [3] J. J. Insalaco & F. M. Kirr: The AN/ASN-9; A Compact Minimum-Weight DR Navigational Computer IRE Transactions on ANE, vol. ANE-4 No. 4, p. 212 (Dec. 1957).
- [4] 沢井・東口・山下: 空中線安定方式, 本集報, p. 573.

附録. 座標系の回転に対する変換行列

条件: 1. 座標系は右手系とする。

2. 回転ベクトルが各座標軸の正の方向に一致するように回転方向の正の方向を定める。

上の条件の下で座標系の回転に対する変換行列をあげておく。基準座標系を x, y, z 系とし、これから出発して各軸まわりの回転をくりかえし、最終の座標系 (ξ, η, ζ) に変換する場合について考える。すなわち変換行列を $[M]$ とすると

$$\begin{pmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{pmatrix} = [M] \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

である。 ξ, η, ζ 系から x, y, z 系に移る時には $[M]^{-1} = [M]^*$ (転置行列) を用いればよい。以下 $[M]$ を示すことにする。

I. x, y, z 軸の一つの軸のまわりの回転

(a) x 軸 (θ_1)	(b) y 軸 (θ_2)	(c) z 軸 (θ_3)
$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_1 & \sin \theta_1 \\ 0 & -\sin \theta_1 & \cos \theta_1 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} \cos \theta_2 & 0 & -\sin \theta_2 \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta_2 & 0 & \cos \theta_2 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} \cos \theta_3 & \sin \theta_3 & 0 \\ -\sin \theta_3 & \cos \theta_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$

II(a). (p', r 系): x 軸のまわりのに転の後に y 軸のまわりの回転を続けて行なった場合。

[I (a) → I (b)]

$$\begin{vmatrix} \cos p' & \sin p' \sin r & -\sin p' \cos r \\ 0 & \cos r & \sin r \\ \sin p' & -\cos p' \sin r & \cos p' \cos r \end{vmatrix}$$

これに対する gyro gimbal の取り付け方向および pick off は Fig. A-1 (a) に示す通りである。

II(b). (p, r' 系): y 軸のまわりの回転の後に x 軸のまわりの回転を続けて行なった場合。[I(b) \rightarrow I(a)]

$$\begin{vmatrix} \cos p & 0 & -\sin p \\ \sin p \sin r' & \cos r' & \cos p \sin r' \\ \sin p \cos r' & -\sin r' & \cos p \cos r' \end{vmatrix}$$

これに対する gyro gimbal の取り付け方向および pick off を Fig. A-1 (b) に示す。

II(c). Fig. A-2 のようにとった場合、すなわち x_2 面と yz 面の交線と z 軸との間の角を r , y_1 面と xz 面の交線と z 軸との間の角を p とした場合の変換

II(a), II(b) の変換で回転の順序を考慮しないでもよいようにとった場合であって、 p, r はそれぞれ前のものと等しく p', r' は次の関係を満足している。

$$\begin{aligned} \sin p' &= \sin p \cos r / \sqrt{A}, & \cos p' &= \cos p / \sqrt{A}, \\ \sin r' &= \sin r \cos p / \sqrt{A}, & \cos r' &= \cos r / \sqrt{A}, \\ A &= 1 - \sin^2 p \sin^2 r. \end{aligned}$$

この場合 xz 面内に ξ 軸をとるか、または yz 面内に η 軸をとるかによって座標変換が異なる。

II(c)-1. yz 面内に η 軸をとった場合 ($p'r$ 系の変形), (x_2, y_2, ζ) .

$$\begin{vmatrix} (\cos p) / \sqrt{A} & (\sin p \sin r \cos r) / \sqrt{A} & (-\sin p \cos^2 r) / \sqrt{A} \\ 0 & \cos r & \sin r \\ (\sin p \cos r) / \sqrt{A} & -(\cos p \sin r) / \sqrt{A} & (\cos p \cos r) / \sqrt{A} \end{vmatrix}$$

II(c)-2. xz 面内に ξ 軸をとった場合 (pr' 系の変形), (x_1, y_1, ζ) .

$$\begin{vmatrix} \cos p & 0 & -\sin p \\ (\sin p \cos p \sin r) / \sqrt{A} & (\cos r) / \sqrt{A} & (\cos^2 p \sin r) / \sqrt{A} \\ (\sin p \cos r) / \sqrt{A} & -(\cos p \sin r) / \sqrt{A} & (\cos p \cos r) / \sqrt{A} \end{vmatrix}$$

この両者の変換は全く同じにはならない。これは ξ 軸または η 軸をそれぞれ xz 面内または yz 面内にとったためであって全く対称にするためにはいずれも xz 面内あるいは yz 面内にないものを考える必要がある。

II(c)-2 から II(c)-1 への変換は

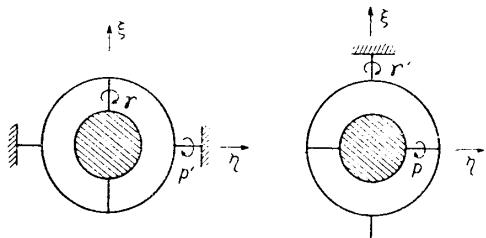


Fig. A-1 (a)

Fig. A-1 (b)

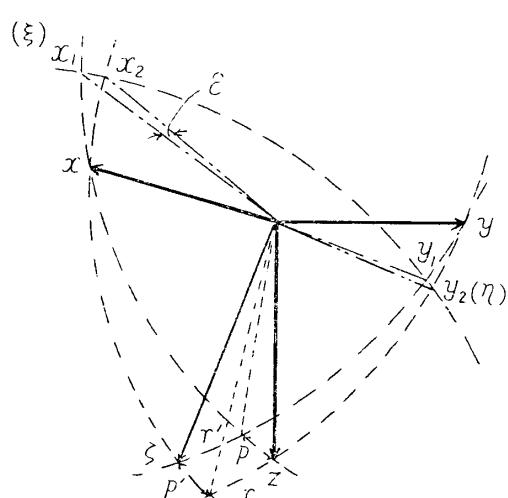


Fig. A-2

$$\cos \varepsilon = \sqrt{A}, \quad \sin \varepsilon = \sin p \sin r$$

で定まる回転角 ε の ζ 軸のまわりの回転で結びつけられる。

Ⅲ(a). z 軸のまわりの回転を行なった後 Ⅱ(a) の回転を続けて行なった場合. [I(c)→I(a)→I(b), Fig. A-3 (a) 参照]

$$\begin{vmatrix} \cos \theta \cos p' - \sin \theta \sin p' \sin r & \sin \theta \cos p' + \cos \theta \sin p' \sin r & -\sin p' \cos r \\ -\sin \theta \cos r & \cos \theta \cos r & \sin r \\ \cos \theta \sin p' + \sin \theta \cos p' \sin r & \sin \theta \sin p' - \cos \theta \cos p' \sin r & \cos p' \cos r \end{vmatrix}$$

Ⅲ(b). z 軸のまわりの回転を行なった後 Ⅱ(a) の回転を続けて行なった場合. [I(c)→I(b)→I(a), Fig. A-3 (b) 参照] これは航空機の制御系の解析等に通常用いられている座標系であって [1], yaw (ψ)→pitch (θ)→roll (ϕ) の順に回転をとったものであり, Euler の角とも呼ばれる。

(Fig. 12 参照 $\theta=\psi, p=\theta, r'=\phi$)

$$\begin{vmatrix} \cos \theta \cos \psi & \cos \theta \sin \psi & -\sin \theta \\ -\cos \phi \sin \psi + \sin \phi \sin \theta \cos \psi & \cos \phi \cos \psi + \sin \phi \sin \theta \sin \psi & \sin \phi \cos \theta \\ \sin \phi \sin \psi + \cos \phi \sin \theta \cos \psi & -\sin \phi \cos \psi + \cos \phi \sin \theta \sin \psi & \cos \phi \cos \theta \end{vmatrix}$$

Ⅲ(c). 力学における Euler の角. [I(c)→I(b)→I(c), Fig. A-3 (c) 参照] 回転体の運動学または力学を記述する場合に通常用いられる座標系であって“こま”的場合 ϕ の変化が摂動, θ の変化が章動, $d\psi/dt$ が“こま”的回転角速度である。

$$\begin{vmatrix} \cos \phi \cos \theta \cos \psi - \sin \phi \sin \psi & \sin \phi \cos \theta \cos \psi + \cos \phi \sin \psi & -\sin \theta \cos \psi \\ -\cos \phi \cos \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi & -\sin \phi \cos \theta \sin \psi + \cos \phi \cos \psi & \sin \theta \sin \psi \\ \cos \phi \sin \theta & \sin \phi \sin \theta & \cos \theta \end{vmatrix}$$

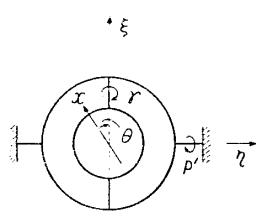


Fig. A-3 (a)

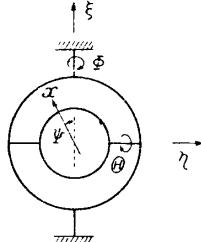


Fig. A-3 (b)

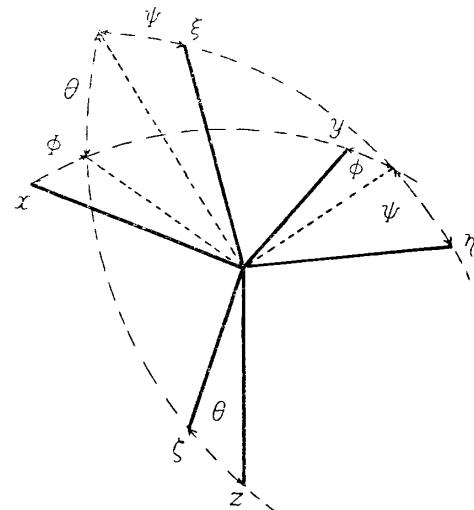


Fig. A-3 (c) Eulerian angles in dynamics.

(附録終り)