

超音速および極超音速における円柱列の研究

第1報 超音速における2本の平行な円柱の抵抗*

河 村 龍 馬
沢 田 孝 士**
関 和 市

Study of Lattice of Circular Cylinders in Supersonic and Hypersonic Flow

I. Drag of Lattice of Two Parallel Circular Cylinders in Supersonic Flow

By

Ryuma KAWAMURA, Takashi SAWADA,
and Kazuichi SEKI

Abstract: In this paper are described experimental study on drag of single circular cylinder and lattice of two parallel circular cylinders placed perpendicularly to supersonic flow mostly at Mach number of 2.0. Reynolds number of the experiment is about 3×10^5 with reference to the cylinder diameter of 12 mm. The model is supported by a sting from behind unsymmetrically near its one end, and the drag is measured from bending moment on the sting by use of wire strain gauge.

In case of single cylinder aspect ratio of the model varies from 9.17 to 2.50, and drag coefficient obtained by the experiment seems to decrease linearly as square of reciprocal of aspect ratio increases. Drag coefficient of infinite-aspect-ratio circular cylinder obtained by a small extrapolation is 1.43 which agrees fairly well with existing data. In case of two parallel cylinders, aspect ratio is 9.17 and ratio of distance between centers of the cylinders to the cylinder diameter (h/d) covers the range from 1.0 to 5.0. Drag coefficient of each cylinder first increases very rapidly and then decreases gradually as h/d increases. Observation of flow by Schlieren method shows that single bow shock wave always appears in front of the two cylinders at Mach number 2 and separate shock waves at Mach number 3 in case of the largest h/d . This indicates the existence of choking between cylinders at Mach number 2 as predicted by the theory of

* この論文の概要は 1963 年 4 月 9 日 第 10 回日本航空学会年会において“超音速における円柱列の実験的研究”という題目で発表された。

** 北海道学芸大学

Benton and Knapton. Calculation is made of the drag due to shock wave using Schlieren photographs and discussion are given on the nature of the supersonic drag of the cylinders.

概 要

この論文においては、主として Mach 数 2.0 の超音速流に垂直に置かれた単独円柱、および 2 本の平行な円柱列の抵抗についての実験的研究が述べられている。実験の Reynolds 数は、円柱の直径 (12 mm) に関して約 3×10^5 である。Model は円柱の後方で非対称的に、すなわち円柱の一端に近い所を支柱によって支えられている。そして抵抗は線型 strain gauge を用いて支柱に対する曲げ moment によって測定される。

単独円柱の場合には、model の aspect ratio は 9.17 から 2.50 まで変えてある、そして実験によって得られた抵抗係数は、aspect ratio の逆数の自乗を増してゆくとき、直線的に減少してゆく如くである。この関係を外挿することによって得られた無限大の aspect ratio を有する円柱の抵抗係数は 1.43 であって、これは今日迄に知られている値とかなりよく一致する。2 本の平行な円柱の場合には、aspect ratio は 9.17 である。そして円柱の中心間の距離と円柱の直径の比 (h/d) は 1.0 から 5.0 の範囲にわたっている。各々の円柱の抵抗係数は、 h/d が増すとき、最初は急激に増し、ついでゆるやかに減少する。Schlieren 法による流れの観察は、Mach 数 2 においては、2 本の円柱の前方に常に 1 個の弓状の shock wave が現われていることを示している。しかしながら Mach 数 3 においては最大の h/d の場合に分離した shock wave が現われる。このことは、Benton および Knapton の理論によって予想されるごとく、Mach 数 2 において円柱間に choking の存在することを示している。Schlieren 写真を用いて shock wave に基づく抵抗が計算してある。そして 2 本の円柱の超音速の抵抗の性質について考察が与えられている。

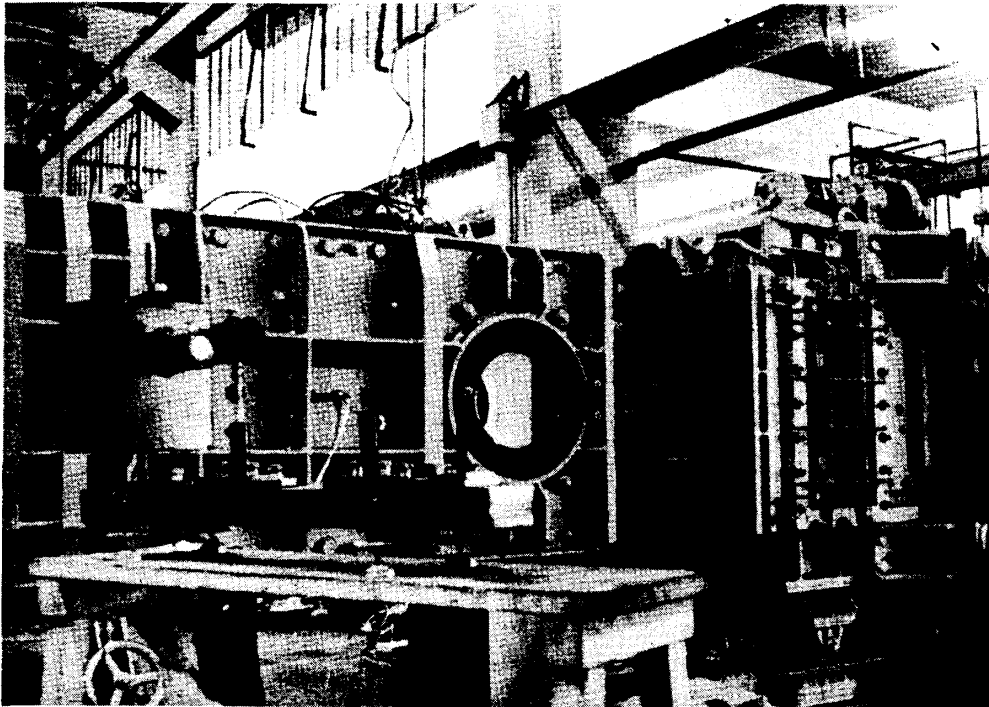
1. ま え が き

超音速および極超音速における単独円柱の抵抗および熱伝達については従来しばしば研究されている。しかし円柱列において、円柱間にどのような干渉が起り、その結果抵抗や熱伝達がどのように変るかということについてはあまり研究されていない。このような問題は単に理論的立場から興味があるばかりでなく、人工衛星の大気突入に際し多孔的な wire screen を decelerator として用いることの可能性を明らかにするためにも、重要な問題であると思われる。

第 1 報においては、超音速 ($M=2$) において 2 本の平行な円柱の流れおよび抵抗が、円柱間の距離によってどのように変るかということに対する実験結果、およびそれに対する理論的考察をのべる。

2. 実験の方法

実験は超音速気流総合実験室の超音速風洞によって行なわれた。これは吹下型、2 次元 nozzle 交換式で、測定部の断面は 400 mm × 400 mm の正方形である (第 1 図参照)。Mach 数範囲は 1.5~4.5 であるが、抵抗は $M=2$ の nozzle で測定をおこない、流れの比較のため



第 1 図 超音速風洞の測定部を示す。手前は Schlieren 撮影用の超高压水銀灯。

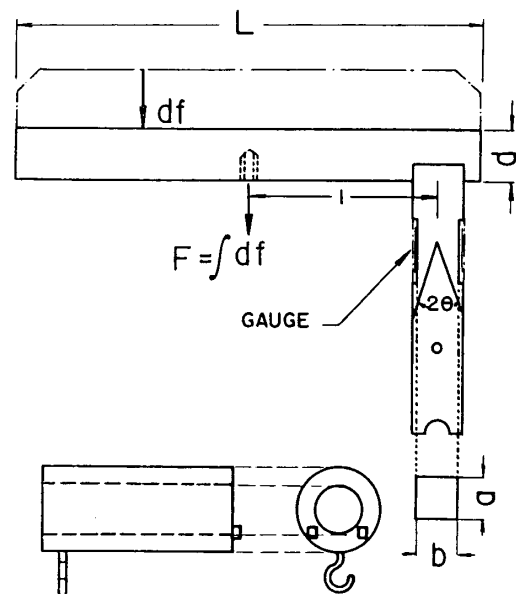
め $M=3$ の nozzle もあわせてもちいた。整流筒圧力 (p_1^0) を 2 気圧に設定した場合、連続運転時間はおよそ 2.5 分である。

実験に用いた円柱の標準の model S は第 2 図に示すような形をしている。その長さは 110 mm、直径は 12 mm で、 $12 \times 10 \text{ mm}^2$ の矩形の支柱でささえてある。支柱の後端は $12 \times 12 \text{ mm}^2$ の角柱で、上下に厚さ 1 mm、 $\theta = 19^\circ 42'$ の wedge が切り込んである。支柱を円柱の片側に寄せたのは、円柱が荷重をうけた時、支柱に非対称なひずみを生ぜしめ、これを strain gauge で検出するためである。

また gauge をはるため、支柱の両側に深さ 1 mm の切り込みがつけてある。使用したのは新興通信工業 KK の S21 型で抵抗線の材料は advance, 抵抗値 120Ω 、長さ 8 mm、幅 2 mm

である。これを左右の側面に各 1 箇貼付し、風洞外の bridge head と組合せて bridge を構成し、風洞天秤用 4 channel pen 書 oscillograph を用いて、その出力を記録させた。

Gauge の表面は sealing wax でおおったから、風洞運転中に温度が低下し、そのため測定値に誤差を生ずるような恐れは防げられたものと思う。事実 2 分半の連続運転を行なった場



第 2 図 Model および較正中空円柱

合にも、抵抗値は全く一定に保たれていた。

なお model を工作するとき、円柱と支柱を熔接すると不規則なひずみが生ずる恐れがあるので、すべて一枚の軟鋼板より切断、削出して作った。

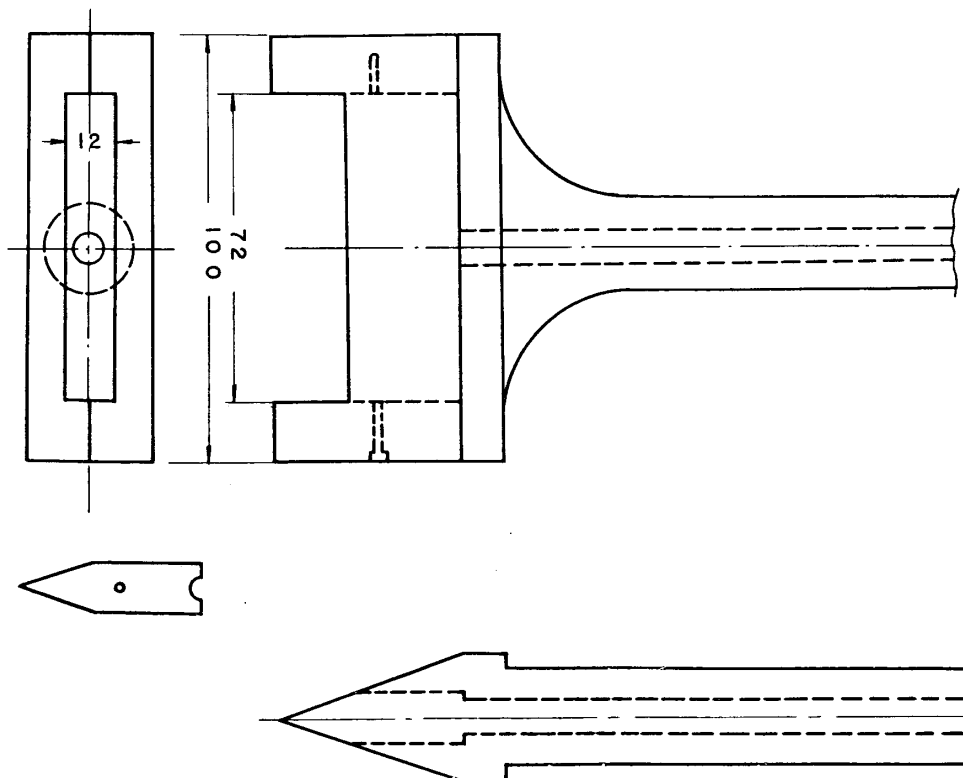
いま円柱が一様な、あるいは少なくとも左右対称な荷重要素 df を受けているとするなら、その合力 $F = \int df$ の作用点は円柱の中央にある。したがって曲げ moment M は、 Fl に等しい。ただし l は作用点より支柱の中心までの距離である。Gauge を貼布した部分の支柱の断面係数を Z 、支柱の表面の応力を σ とすると、 $\sigma = M/Z$ の関係がある。第2図からわかるように、 $a, b = 10 \text{ mm}$ であるから

$$Z = \frac{ab^3}{12} \cdot \frac{b}{2} = \frac{1}{6}$$

となる。よって $M = 55 \text{ kg}\cdot\text{cm}$ と仮定すると、 $\sigma \approx 3.3 \text{ kg}/\text{mm}^2$ となる。Young 弾性率を E 、ひずみを ϵ とすると $\epsilon = \sigma/E$ である。いま $E = 2 \cdot 10^6 \text{ kg}/\text{mm}^2$ と仮定すると、 $\epsilon \approx 1.6 \cdot 10^{-4}$ となる。以上の計算より風洞実験における model の変形は無視でき、しかも充分荷重に耐えうるものであることがわかる。

次に gauge factor $\Delta R/R\epsilon$ は、およそ 2 であるから、 $\Delta R \approx 0.04 \Omega$ であって、前記の pen 書 oscillograph で充分検出可能である。

Model は第3図のような楔型の sting によって固定される。楔の凹部の任意の場所に model を固定するために、同図に示したような厚さの異なる楔型の blockgauge を多数用意

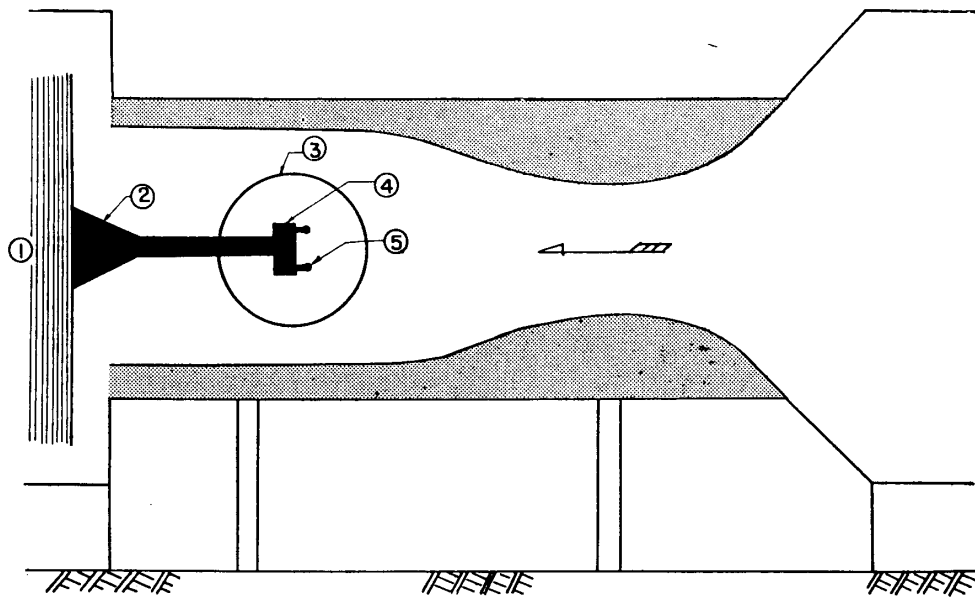


第3図 Model 支持用楔型 sting および楔型 blockgauge.

した。Blockgauge の精度は $1/100$ mm で、 $1/4$ mm 刻みで任意の場所に固定できる。ただし model の円柱の一部は手細工によって作られたため若干精度が落ちたが、直径の平均値には影響なかった。

楔型 sting の全長は 304.5 mm (うち taper 部は 45 mm) であって、風洞に付属する sting にはめこまれる。Model を set したときの楔の側面積は 54.5 cm² となり、sting の強度から、これ以上大きくすることは危険であると思われた。事実 $M=3$ の nozzle を $p_1^0=5$ kg/cm² で運転した際、taper 部が側圧に耐えられず、遂に屈曲・変形するという事故が経験された。

Strain gauge の lead 線は、直接風洞気流にさらすことなく、sting および strut の内部を通して、風洞外に取り出される。第4図は model, sting その他の配置図である。

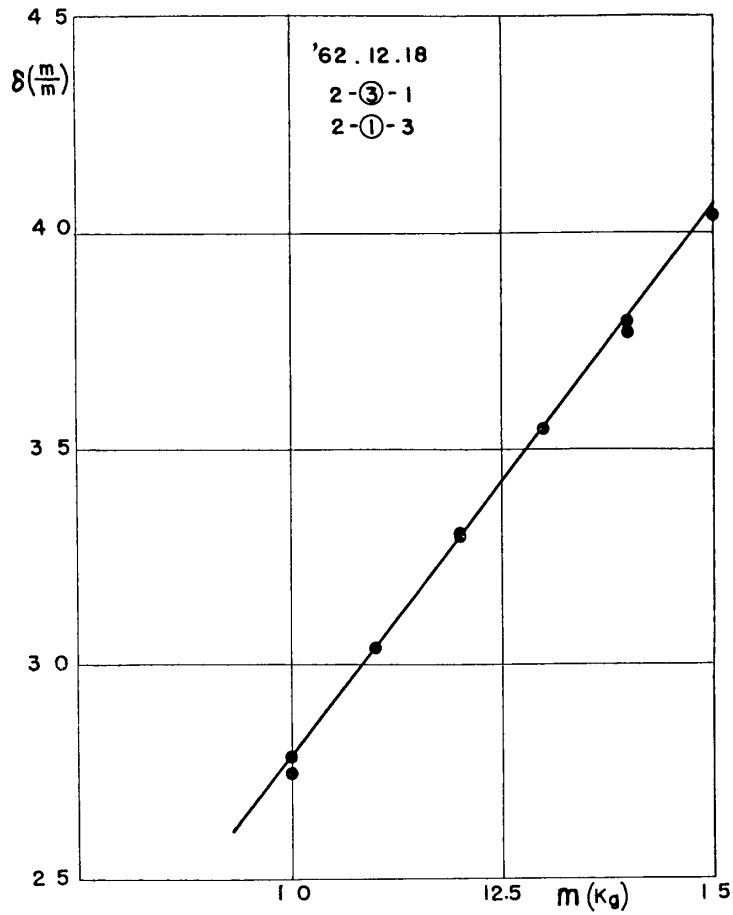


第4図 ①はstrut, ②はsting, ③は観測窓, ④は楔, ⑤はmodel.

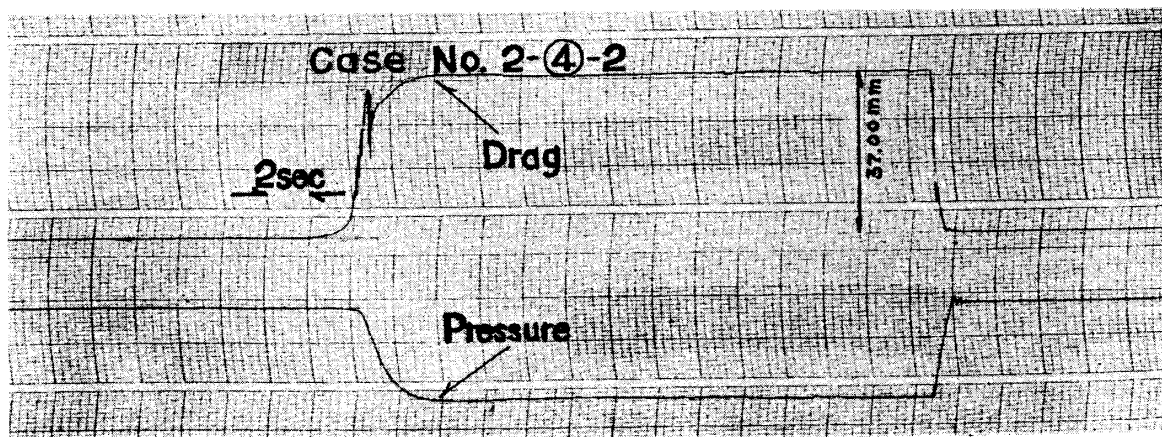
Strain gauge の校正曲線は、滑車を有する天秤台を用意し、model を風洞中に set した状態で円柱の中央から滑車を通して錘りをつり下げて作成する。実際に必要なのは $10\sim 15$ kg の範囲であるから、この範囲を特に入念に測定した。Gauge には hysteresis の現象があるので、錘りを増した場合と、減らした場合を測定し、その平均をとるように心がけた。Zero 線の測定の前後における復元性は、多くの場合極めて良好であった。Hysteresis が見られたにもかかわらず、平均をとることによって、校正曲線の誤差を大体 $\pm 1\%$ 程度にすることができたように思われる。第5図に示す校正曲線は hysteresis のほとんど見られない場合である。抵抗の実測値が 12 kg 近辺にあるため、その近くの data に重値をおいて校正曲線を描いた。

われわれは model S を 5 箇用意したが、そのうち唯一箇のみが gauge の特性がすぐれていることがわかった。この論文に採用した Model S の data は、すべてこの model によって得られたものである。

第6図は pen 書 oscillograph によって画かれた曲線であって、上は円柱に対する抵抗、下



第 5 図 較正曲線の 1 例. m は錘りの質量, δ は pen の振れ.

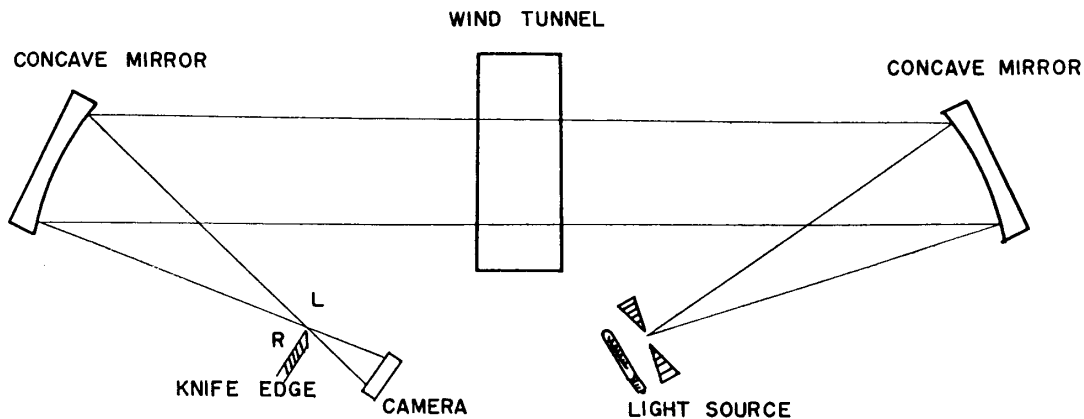


第 6 図 Pen 書 oscillograph による drag および pressure の記録の 1 例.

は整流筒内の圧力 ($p_1^0 - p_{\text{atm}}$) の時間的变化を示す。Pressure transducer を用いて、このような方法で p_1^0 を測定しようが、誤差が大きくなるので、実際の測定は水銀U字管を用いた。Pen 書 oscillograph の曲線は、風洞がどのように運転されているかを見るための参考資料としたにすぎない。

この外、運転中における整流筒内の空気の温度を熱電対を用いて測定した。

抵抗の測定と同時に、Schlieren 法によって流れを観察した。Schlieren 系の光源、凹面鏡、camera 等の配置は第7図に示す通りである。光源は東芝超高圧水銀灯で SHL-100 UV であ



第7図 Schlieren 系の配置図。

る。2 箇の凹面鏡はそれぞれ直径 300 mm, 焦点距離約 400 cm である。また knife edge を用い、光線の進行方向より camera を見て右側を切った場合は R, 左側なら L の記号を用いて区別することにした。

われわれは円柱に対する抵抗の end effect を知るために、model S より aspect ratio (R) の小さな model 3 箇を用意した。End effect を正確に知るには、 R の大きな model を作った方が有利であることが後でわかったが、測定部の大きさ、sting の強度等を考慮して作らなかったのである。円柱の長さ L が小さくなると曲げ moment が小さくなるから、strain gauge の出力が一定に保たれるように、gauge を貼付する部分の厚さ b を薄くした。次に model の大きさの一覧表を掲げる。

Model	L (mm)	$1/R = d/L$	b (mm)
S	110	0.109	10
A	60	0.200	6
B	40	0.300	4
C	30	0.400	3

L の短いときは、直接円柱の中央を錘りで引くことは不可能であるから、第2図に示すような中空の円柱を model に差し込んで、校正曲線を作った。

3. 実験の結果

I. 抵抗係数の測定

較正曲線から円柱に対する抵抗 D が求められる。dynamic pressure $\frac{1}{2}\rho_1 V_1^2$, 円柱の射影面積 $S=Ld$ から抵抗係数 C_D は次式で求められる:

$$D = \frac{1}{2}\rho_1 V_1^2 \cdot S \cdot C_D \quad (1)$$

公称 $M=2$ なる nozzle は, 辛島桂一氏等の検定の結果, 測定部において $\pm 1\%$ 以下の誤差であることがわかったので, 以下において $M_1=2.00$ として扱うことにする。すると p_1^0 と dynamic pressure との間に

$$\frac{1}{2}\rho_1 V_1^2 = 0.3579 p_1^0 \quad (2)$$

なる関係があるから, p_1^0 の測定によって C_D が求められる。

1. 単独円柱の C_D

円柱列の C_D を測定するに先だって, model S が単独に存在する場合の C_D を測定した。その目的は, 単独円柱について従来知られた値と比較することによって, われわれの測定法の可否を判定しうるからである。model の位置を楔の底から測って y で示すと, 下の表に示すような結果となる。

Case No.	y (mm)	C_D	p_1^0 (kg/cm ²)	T_1^0 (°K)	Date
1-③-1	60	1.38	2.048	285	12.14, '62.
1-②-1	45	1.34	2.048	284	13
1-①-2	30	1.36	2.032	283	13
1-④-1	15	1.40	2.040	286	14
1-⑤-1	0	1.41	2.039	289	14
		m.v. 1.38			

Case No. の記号は, (円柱の数)-(円柱の位置を示す記号)-(この case の何番目の test であるかを示す数) の順に記してある。1-①-1 は, p_1^0 の測定に水銀U字管を使わなかったもので, data から除外した。

この表を見ると, 円柱の位置によって C_D が異なるように見えるが, 風洞内気流の一様性から見えて, そういうことはほとんど考えられない。13日と14日の data に著しい差があることから, 較正曲線のために生じた誤差ではないかと思われる。

$M_1=2$ の一様流に関する Reynolds 数 $Re_1 = \rho_1 V_1 d / \mu_1$ は, $p_1^0 = 2 \text{ atm}$, $T_1^0 = 290^\circ \text{K}$ としておよそ $3.0 \cdot 10^5$ である。 Re_1 の変動は全実験を通じて $\pm 10\%$ 以下であった。従って C_D が Reynolds 数に依存することはほとんど考慮する必要がないと思われる。

2. 単独円柱の C_D の値の吟味

F. E. Gowen および E. W. Perkins [1] は, $M_1=1.98$, $Re_1=7.4 \cdot 10^5$ に対し, 円柱の全周にわたって圧力を測定し, $C_D \doteq 1.41$ をえている。また同論文に引用されている J. Stack は,

$M_1=1.98$, $R_{e1} \doteq 2.5 \cdot 10^5$ に対して, $C_D \doteq 1.47$ をえている. これらと比較すると, われわれの値はいささか小さ過ぎるようである. そこでわれわれの抵抗係数の求め方に欠陥があるかどうか検討してみることにする.

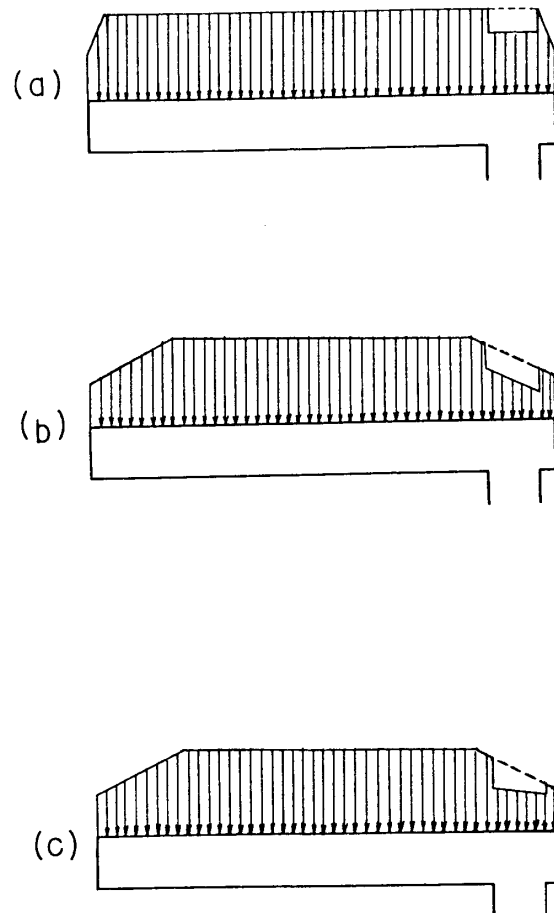
3. 測定法の吟味

われわれの model の aspect ratio は 10 以下であるから, end effect によって多少 C_D の値が小さくでるであろうことは, 初めから予期していたことで, これについては後の項で検討する.

つぎに円柱と支柱とが交差することによって, 円柱に働く抵抗に左右対称性が失われ, そのため正しい C_D がえられないことがありはしないか, という疑問がある.

はじめわれわれは第 2 図に示すような左右対称的な力の分布を仮定して, moment M を計算した. しかし支柱が右端にあるため, 第 8 図のような力の分布の変化がおこっていることは間違いない.

円柱と支柱の交差する位置は $\varphi = \pm 124^\circ$ の所であるから, この点までは正常な C_p が存在し, それ以後は流れが存在しないから $C_p = 0$ と仮定する. そして支柱に対する摩擦抵抗を除外して考えると, この部分の抵抗は, 約 13% 小さくなっている.



第 8 図 円柱上の荷重分布による曲げ moment に対する影響.

しかし、かりに第8図(a)のように、支柱の断面にわたり一様に抵抗が減っているなら、moment は変らない。すなわち、支柱の影響のない時の抵抗を D 、moment の腕の長さを l とし、支柱のために抵抗が D' 、moment の腕の長さが l' となったとすると、8図(a)の場合は支柱に対する moment は何等変らぬから

$$M = Dl = D'l', \quad (3)$$

実質的にはなんら補正を考慮する必要がない。

また end effect が (b) のように広い範囲に存在していると仮定しても、支柱の影響が一樣でありさえすれば、(3) 式は依然として成立つ。

しかし (c) のように、支柱の影響の一樣性が失われているなら、もはや (3) 式は成立たない。

Gowen 等 [1] の測定によると、 $M_1 = 1.98$ 、 $R_{e1} = 7.4 \cdot 10^5$ の場合、end effect の及ぶ範囲は $0.4d$ であるというから、われわれの model においては (a) のような状態が妥当であろうと思われる。したがって、かりに end effect がもう少し広がっているとしても、おそらく (b) に近いものであって、支柱の影響は C_D の測定に不都合な状態を生じていなかったと思う。したがってわれわれの得た C_D が小さ過ぎるのは、end effect の影響であろうと思われる。

4. Aspect Ratio の異なる円柱の C_D

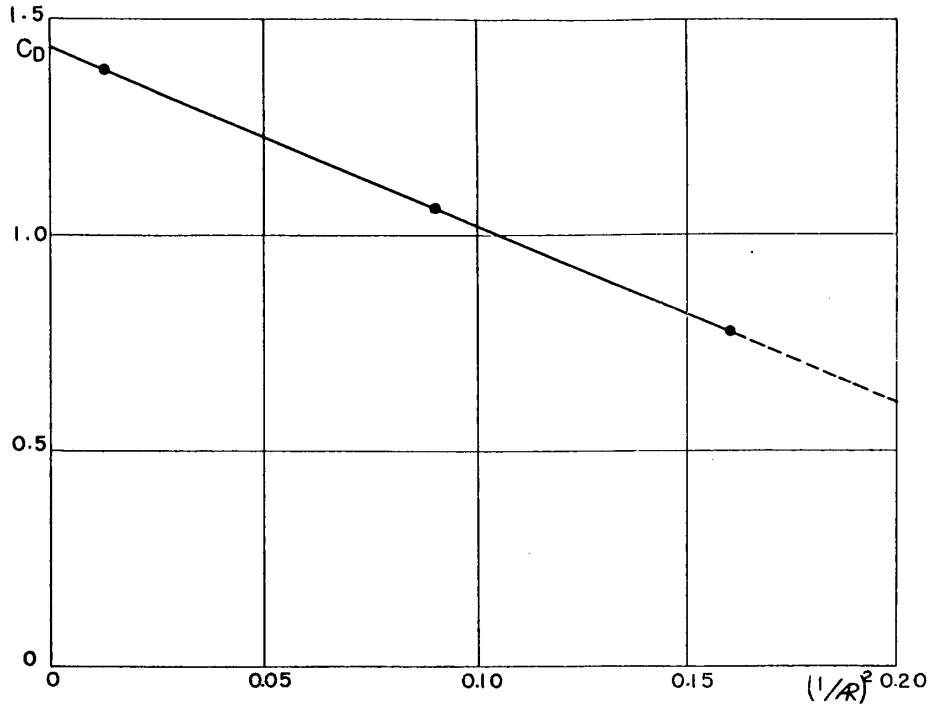
まず測定の結果を下に掲げる。

Case No.	C_D	ρ_1° (kg/cm ³)	T_1° (°K)	Date
1-①-A	—	—	—	
1-①-B-5	1.12	1.984	285	1.22, '63.
-6	1.03	2.011	279	22
-7	1.06	2.196	274	23
-8	1.05	1.991	275	23
	m.v. 1.07			
1-①-C-3	0.76	2.044	279	23
	0.80			
	m.v. 0.78			

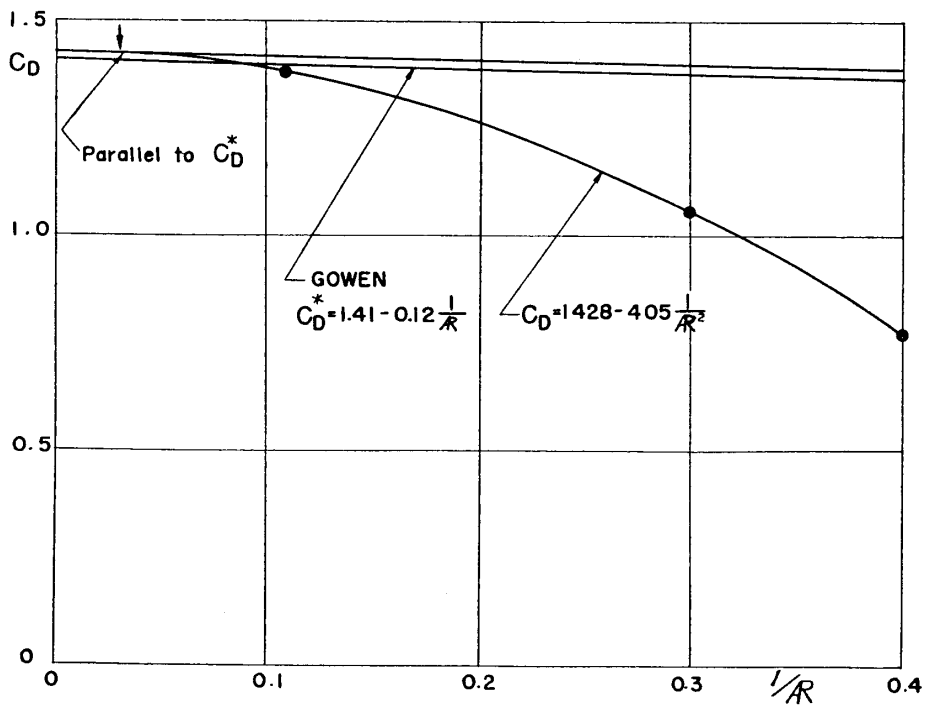
Model A は strain gauge のはり付けが悪く、信頼できる data がえられなかった。また Model C は case の数が足りないので、1回の case から2箇の data を求めた。一般に gauge の動作は不良で、ここに発表するものは、比較的信頼できるもののみである。

Standard model と model B, C の C_D の平均値を $1/R^2$ を横軸にとって plot すると、第9図のように完全に一直線にのる。もちろん測定の実差を考慮すれば、このように美しい関係がえられたことは、ある程度は偶然であろうが、 $1/R^2$ に比例する補正項があることは間違いないように思われる。その結果つぎの実験公式がえられる：

$$C_D = 1.43 - 4.05 \frac{1}{R^2}, \quad (0 < 1/R < 0.4) \quad (4)$$



第 9 図 単独円柱の C_D と $1/R^2$ との関係.



第 10 図 単独円柱の C_D と $1/R$ との関係.

$$C_{D\infty}=1.43. \quad (5)$$

Gowen 等 [1] は, おなじように aspect ratio によって C_D がどのように変るかを図に示している. 図から値を読み取って見たところ, 大体

$$C_D^*=1.41-0.12\frac{1}{R} \quad (6)$$

となっていることがわかった. (4) 式と (6) 式を図に示す第 10 図となり, $1/R$ が大きくなると両者は全く異った C_D の値を与える.

なにゆえ (6) 式と全く異なる (4) 式がえられたかの理由は後に考察するが, $1/R$ が zero に近い領域まで (4) 式を適用させることに若干の疑問が生ずる. そこで (4) 式の勾配が (6) 式の勾配と等しくなるような点を計算すると, $1/R=0.03$ となり, 第 10 図の矢印で示した点である. その点から $1/R=0$ までは (6) 式に平行線を引いて, 縦軸と交る点から $C_{D\infty}$ を求めたところ, 小数点以下 3 桁目の数を 4 捨 5 入すると 1.43 となり, (5) 式と全く一致する. すなわち, $1/R < 0.03$ の領域では (4) 式と (6) 式の相違は初項を除き, 全く見かけ上のもので, 実質的には同一の関係式といてよい.

5. Aspect Ratio の効果の考察

もともとわれわれは end effect を知るために aspect ratio のことなる model を作ったのであるが, 得られた結果は end effect ではなく, むしろ aspect ratio effect とでも名付けるべきものである.

Gowen 等も aspect ratio の影響を論じているが, 彼らはかなり R の大きな円柱の end effect を測定し, aspect ratio が小さくなくても end effect は変らないし, また一様な抵抗を生ずる部分の C_D は $C_{D\infty}$ であるということを仮定して計算したもののようである. われわれは実際に R の小さな model を作って C_D を測ったのであって, (4) 式と (6) 式は根本的に意味がことなるものである.

あとで述べるように, われわれは Schlieren 法によって流れを観察した. 図版 1(c), 2(c), 3(a), 3(c) は円柱の軸の方向から見た Schlieren 写真であるが, shock wave の形を比較すると図版 8(a) がえられる. この図から R を小さくすると, shock wave の形そのものが変わることがわかる. したがって end effect を除いた円柱の中央部に, R の値に無関係な $C_{D\infty}$ を有する領域が存在するといえなくなる. とすれば (6) 式が適用できなくなるのは当然であろう. しかしわれわれは何ゆえ (4) 式のような関係がえられるか説明することはできない.

しかし, それにしても model C に対する C_D の値は予想よりはるかに小さいものであり, 球の $M=2$ における C_D の値 1.0 [2] よりも小さくなったということに対しては依然として疑念が残る. この問題は将来さらに data を豊富にした後, 論じたいと思う.

6. 2本の平行な円柱の C_D

われわれは h' をいろいろ変えて抵抗を測定し, C_D を求めた. その際, 全実験を通じて正常に動作した. strain gauge は 1 箇しかなかったので, ここに発表する data は, すべて 1 箇の model から得られたものである. 次に測定の結果を示す.

(1) $h'=48.0$ mm の場合

Case No.	C_D	p_1^0 (kg/cm ²)	T_1^0 (°K)	Date
2-①-1	1.15	2.044	289	12.15, '62.
-3	1.27	2.047	285	18
-4	1.18	2.098	(288)*	1.14, '63.
-5	1.78	2.098	288	14
-9	1.18	2.054	284	14
-11	1.16	1.931	281	14
-15	1.20	2.089	288	18
	m.v. 1.19			

* data がないため推定値を示す。

全部で 15 回実験したが、そのうち 2 回は風洞の運転の失敗、1 回は p_1^0 の測定の失敗、1 回は lead 線の故障、1 回は pen 書 oscillograph の drag の曲線の zero 線の移動、3 回は高速度 camera 使用のため drag の data なしという事情で、上記の 6 case の data しかえられなかった。われわれは根拠ある理由なしに勝手に data を除くようなことはしなかった。

(2) $h'=42.0$ mm

Case No.	C_D	p_1^0 (kg/cm ²)	T_1^0 (°K)	Date
2-②-1	1.24	2.030	288	12.15, '62.
-2	1.24	2.037	284	17
	m.v. 1.24			

(3) $h'=30.0$ mm

Case No.	C_D	p_1^0 (kg/cm ²)	T_1^0 (°K)	Date
2-③-1	1.29	2.048	282	12.18, '62.
-3	1.29	1.990	290	1.18, '63.
	m.v. 1.29			

* 2-③-2 は lead 線の故障のため data なし。

(4) $h'=20.0$ mm

Case No.	C_D	p_1^0 (kg/cm ²)	T_1^0 (°K)	Date
2-③'-1	1.40	2.025	282	12.19, '62.
-2	1.30	2.164	282	1.17, '63.
-3	1.26	2.127	284	17
-4	1.40	2.070	287	18
	m.v. 1.35			

(5) $h'=10.0$ mm

Case No.	C_D	p_1^0 (kg/cm ²)	T_1^0 (°K)	Date
2-④-1	1.38	2.033	287	12.19, '62.
-2	1.36	2.134	286	1.16, '63.
-3	1.35	2.100	286	16
-4	1.42	2.105	285	18
	m.v. 1.38			

(6) $h'=5.0$ mm

Case No.	C_D	p_1^0 (kg/cm ²)	T_1^0 (°K)	Date
2-⑤-1	1.41	2.011	285	12.19, '62.
-2	1.41	2.084	278	1.16, '63.
-3	1.43	2.037	278	16
-4	1.43	2.059	281	18
	m.v. 1.42			

(7) $h'=1.0$ mm

Case No.	C_D	p_1^0 (kg/cm ²)	T_1^0 (°K)	Date
2-⑥-1	1.40	2.000	280	12.19, '62.
-2	1.48	2.025	289	20
-3	(1.32)	2.083	283	1.17, '63.
-4	(1.29)	2.088	285	17
	m.v. 1.44			

われわれは括弧の中の2つの case の data を平均値をとる時除外した。その理由は pen 書 oscillograph の drag の曲線は大體正常と見られたが、それにもかかわらず、このように特に小さな C_D の値を示す理由は、この日用いた較正曲線の誤差のためと思われたからである。事実 2-②-2 の外は、この日の data はみな平均値よりかなり小さく出ている。

(8) $h'=0.1$ mm

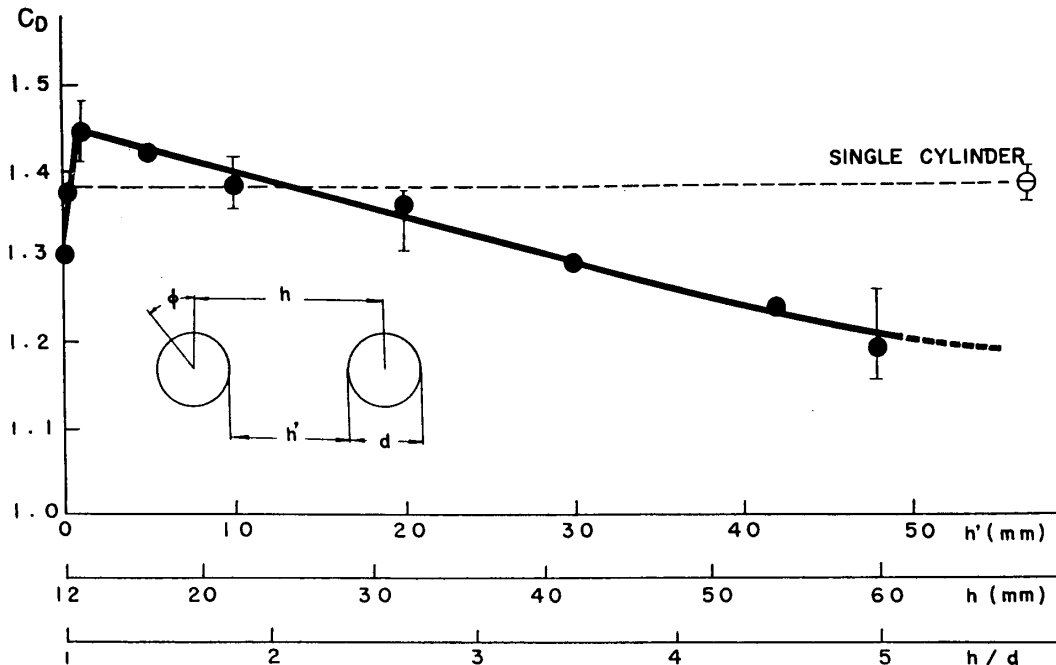
Model の支柱の間に blockgauge を挿入しない場合にも、円柱の間にわずかな隙間が見られた。これは平均しておよそ 0.1 mm であった。

Case No.	C_D	p_1^0 (kg/cm ²)	T_1^0 (°K)	Date
2-⑦-1	1.36	2.077	290	12.20, '62.
-2	1.39	2.000	290	20
	m.v. 1.37			

(9) $h'=0.0$ mm

上記の隙間を接着剤などで完全にふさいだ場合である。

Case No.	C_D	p_1^0 (kg/cm ²)	T_1^0 (°K)	Date
2-⑧-1	1.30	2.006	291	12.20, '62.
-2	1.30	2.056	285	1.18, '63.
	m.v. 1.30			



第 11 図 2本の円柱列の C_D と h' , h および h/d との関係。

以上の C_D の平均値を, h' , h , または h/d を横軸にとって示すと第 11 図がえられる。この図から直ちにわかることは, 単独円柱の C_D に較べて, 2 平行円柱列の C_D は, h' のかなり大きなところで既に小さな値を示し, その後単調に減少あるいは増加するのではなく, いったん増加して最大値を経たのち急激に減少するのである。何ゆえこのような複雑な挙動を示すかは後節で説明するであろう。

II. Schlieren 法による流水の観察

Schlieren 法によれば, 気流中に密度の変化する領域があると, 変化する状態に応じて明暗の様を生ずる。われわれの Schlieren 系の lens, 光源等の配置においては, 光の進行方向から見て, slit の右側を切ると, 下流に向かって密度の増加する領域は暗くなり, 左側を切ると明るくなる。すなわち明暗は逆になる。図版に示すように, われわれは適当に R と L を併用した。

写真に現われた模様は, ある断面内の流れを示すものではなく, 測定部全体の流れの状態を重ね合せて撮ったものである。したがって個々の模様が何処で発生したものであるかを判断するのは, かなり難しい問題である。

また暗い線のあるべき場所に, それが見当たらない場合もある。たとえば, 図版 2(d), 7(a) においては, shock wave の黒い線が存在しないように見える。これはあまりに細くて, 写

真に現われていないと解釈すべきであろう。

以上述べた理由により、Schlieren 法によって流れを観察し、顕著な事実を指摘するに留める。

1. 単独円柱の流れ

まず model S の写真，図版 1(a), (b), (c), 2(a), (b) より，離れの距離 δ と直径 d との比 δ/d を求めると次の表のごとくなる。

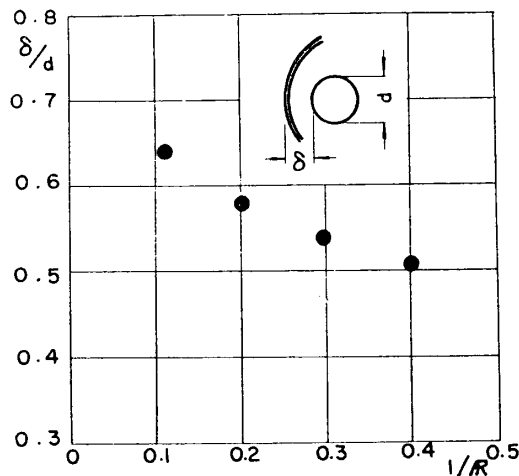
Case No.	δ/d
1-③-1-1*	0.63
②-1-6	0.65
①-2-3	0.64
④-1-1	0.63
⑤-1-1	0.64

(δ/d)_{m.v.} = 0.64.

* 最後の数字は film No. を示す。

すなわち平均値は 0.64 であって，従来知られている値 0.63 に極めて近い [3]。S. Uchida および M. Yasuhara [4] は $M_1=1.97$ において 0.57 という値を報告しているが，やや過少と思われる。

つぎに model A, B, C に対する写真，図版 2(c), 3(a), (c) より δ/d を測定し， $1/R$ との関係を図示すると第 12 図がえられる。この図から R が小さくなると δ/d が小さくなるのがわかる。



第 12 図 離れの距離 δ と直径 d との比と $1/R$ との関係。

図版 8(a) は，shock wave の形が R の値によって変る状態を示すものである。この図から， R の小さい場合は， R の大きな円柱の流れとかなり違ったものであることが想像される。

(6) 式は円柱の中央部に $C_{D\infty}$ があると仮定した場合の end effect の補正を示す式である。 R の小さな場合には，中央部の C_D は $C_{D\infty}$ ではなく， R のある函数 $C_D(R)$ であろう。とすれば，われわれの実験が (6) 式と全く異った結果を与えたのも当然であろう。

図版 1(d), 2(d), 3(b), (d) 等は円柱の軸に直角の方向より撮影したものである。1(d) に

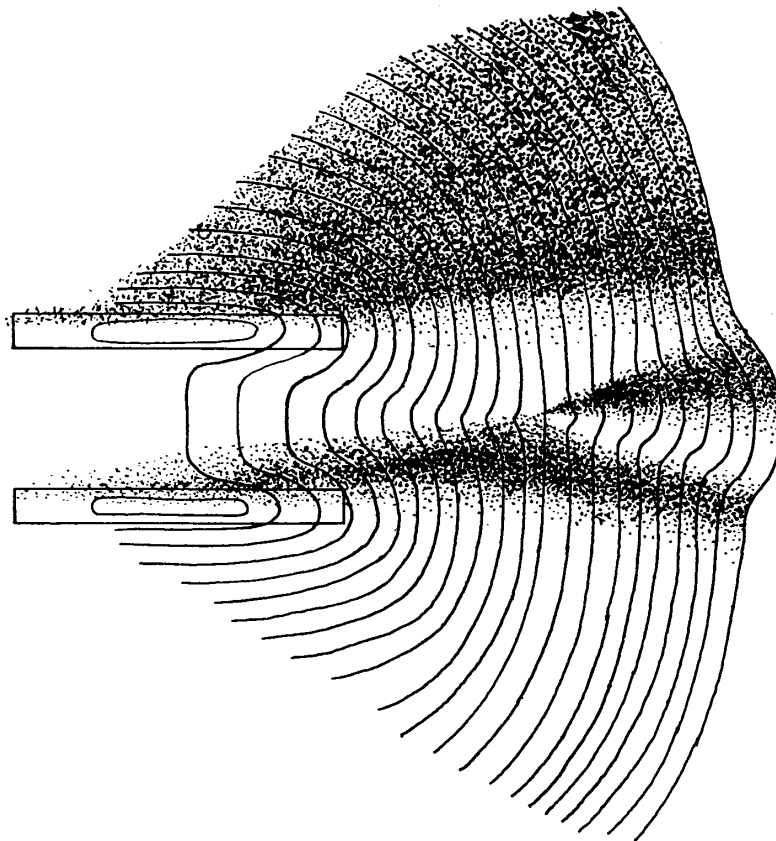
おいては, shock wave は軸の全長にわたってほぼ平行である. このことは end effect が極めて小さいことを意味している. $1/R$ が小さくても軸に平行な shock wave の部分は, 依然として存在している. すなわち $1/R$ が小さくても円柱としての特質である 2 次元的な流れは保持されている. これらの写真を重ねて書き, 比較しやすくしたものが図版 8(b) である.

この図から, $1/R$ が小さくても shock wave は左右対称であり, 少なくとも支柱の影響は円柱の前方にはなんら現われていないことがわかる. われわれの抵抗の測定法が不都合であるという証拠は, これらの写真で判断する限り, 少しも存在しないのである.

軸方向より撮影した場合, stagnation point より左右に伸びた抛物線状の黒い模様が見られる. これは軸に平行に撮影した写真と較べると, 明らかに円柱の端に生じた圧縮領域を示している. 後に述べるように, 円柱列においては, この模様は著しく変形するが, stagnation point の位置を判定するのに利用された.

2. 2 平行円柱列の流れ

図版 4(a), (b) は $h'=48$ mm の場合の写真である. まず第一に気付く著しい現象は, すでに shock wave の強い干渉, すなわち choking が生じていることである. この 2 枚の写真から, shock wave を山岳になぞらえて, その等高線を描くと第 13 図のごときのものであると想像される. すなわち円柱の上部に山稜があり, その中間は谷間となっている. この谷間は下に向かって細くなり, 遂に消えてしまう. さらに下ると逆に円錐形の突出しが現われてくる.

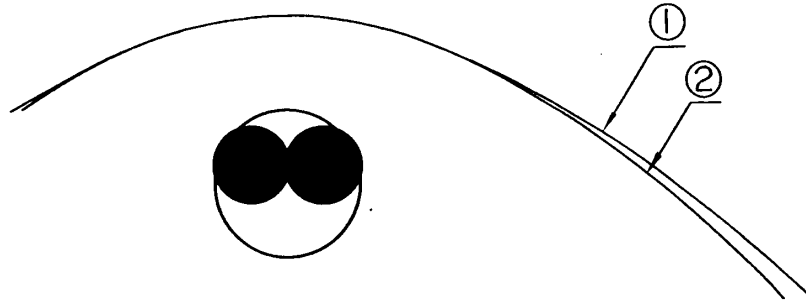


第 13 図 $h'=48$ mm における shock wave の sketch.

$h'=30\text{ mm}$ 以下においては円柱間の谷間も、円錐形の突出しもなく、なめらかな山容を呈する。

$h'=30$ または 20 mm において円柱間の全長にわたって normal shock が見られる。 h' をさらに小さくすると, shock wave はさらに前方に突出してゆき, 遂にはあたかも円柱間に仮想的な物体が存在しているかのごとき外観を呈する。

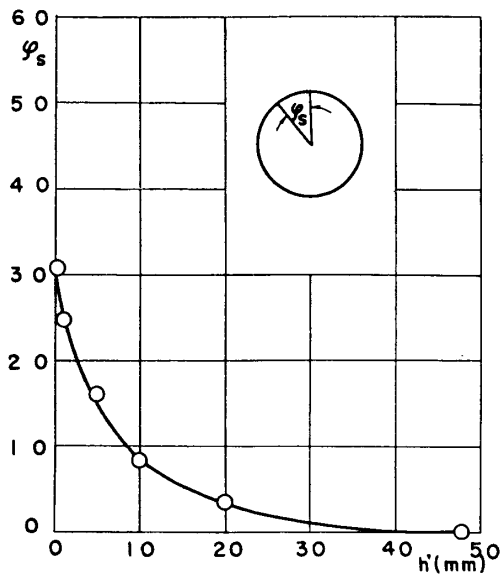
いま $h'=0$ における shock wave をある倍率で書き, 単独円柱の方は, その2倍の倍率で書き, 頂点で重ね合せると第14図がえられる。この図から頂点における曲率半径 R はほ



第14図 ①は単独円柱, ②は $h'=0$ の shock wave. 比較のため ①は②の2倍の倍率にしてある。

ぼ等しいことがわかる。一般に shock wave の曲率半径は, 円柱の直径 d に比例すると考えられているから, $h'=0$ の2平行円柱列の shock wave の R は単独円柱と等しい比例因子をもっといえる。しかしこれは頂点にごく近い部分の R について言えることで, 頂点をはなれるとともに円柱列の shock wave は単独円柱のその内側に入ってしまう。すなわち精密に観察すると, 円柱列の R は, $2d$ に比例せず, それより若干小さくなる。

図版 8(c) より shock wave の変形は主として円柱間で起り, 外側はほとんど変わっていない



第15図 Stagnation point の角度 φ_s と h' との関係。

いことがわかる。また図版 8(d) から、軸に直角に観た shock wave においては単に離れ距離の変化が見られるにすぎない。

前に述べた方法によって stagnation point の移動 φ_s を測定し、 h' との関係を図示すると第 15 図となる。 $h'=0$ の場合は写真が不鮮明で $\varphi_s=31^\circ$ と読まれたが、理論的には 90° と考えることもできよう。

$h'=1$ または 0 mm の場合をのぞき、円柱間において支柱のつけ根より Mach line の発生が見られる。すなわち、円柱間に nozzle flow があり、throat の後方は超音速流が存在することを意味する。

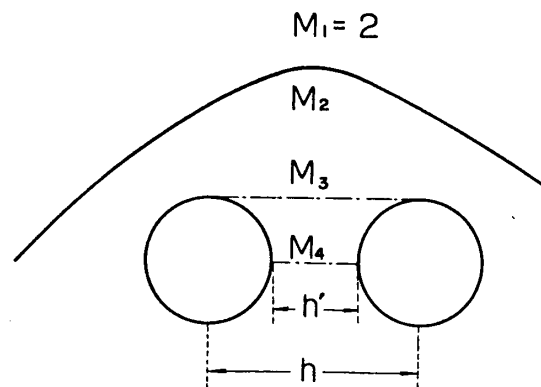
図版 4(b), (d); 5(b), (d); 6(b), (d); 7(b) 等を見ると、 h' の大きな場合ははるか後方に水平な波が存在し、 h' が小さくなるとともに、この波は前進し、かつ鮮明な線となる。 $h'=5\text{ mm}$ において、もっとも明確な線（正確に言えば水平に広がる、ある幅を持った面）となる。 $h'=2\text{ mm}$ において突然この線はくずれ、不安定な波状を呈する。これらの波は、円柱間に nozzle flow が存在することから判断し、不連続的に subsonic flow に変化する圧縮波と思われる。

$h'=0$ においては、円柱列の背後に著しい模様は見られず、円柱の両端より鋭い抛物状の波の迸出が見られる。

4. 実験の結果に対する考察

(1) Choking の生ずる条件

E. R. Benton および D. A. Knapton [5] は多孔性の wire screen の超音速における抵抗を測定し、かつ Schlieren 法によって choking を観察し、その発生の条件を与えている。その条件はわれわれの円柱列に対しても適用しうるものと思われる。



第 16 図 Choking の条件を求めるための説明図。

第 16 図において M_3 が M_2 より小さい場合に choking がおこる。その限界値は $M_3 = M_2$ である。この時 throat における Mach 数 M_4 は 1 に等しい。よって次式がなりたつ。

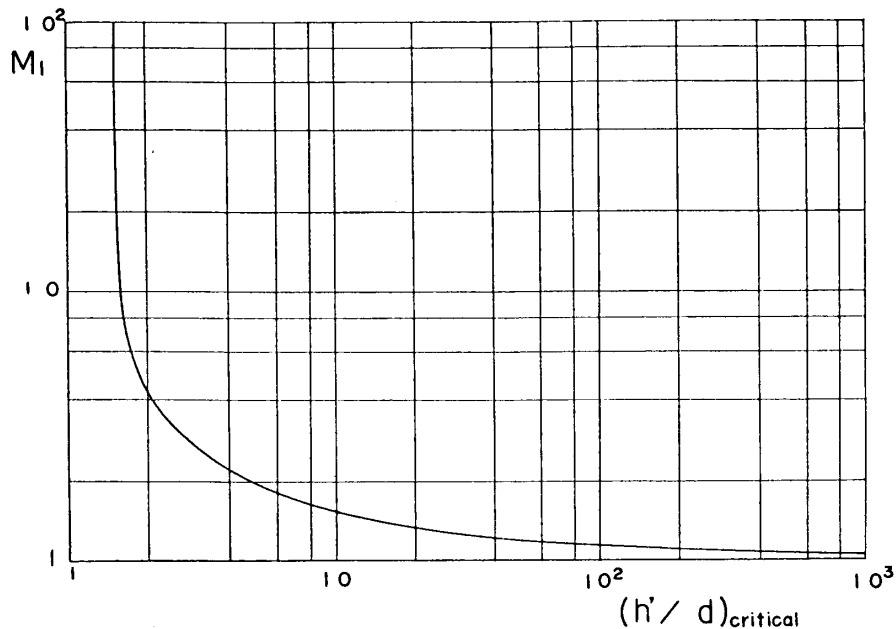
$$M_2^2 = \frac{(\gamma-1)M_1^2 + 2}{2\gamma M_1^2 - (\gamma-1)}, \quad (7)$$

$$M_3 \leq M_2, \quad (8)$$

$$M_4 = 1, \quad (9)$$

$$\left(\frac{h}{h'}\right)_{\text{critical}} = \frac{1}{M_2} \left[\frac{2}{\gamma+1} \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_2^2 \right) \right]^{(\gamma+1)/[2(\gamma-1)]}. \quad (10)$$

(7) と (10) から, M_1 と $(h'/d)_{\text{critical}}$ の関係を求め図示すると第 17 図がえられる。



第 17 図 Choking のおこる限界値 $(h'/d)_{\text{critical}}$ と M_1 との関係。

$M_1=2$ に対して $h'_{\text{critical}}=55.4 \text{ mm}$ がえられる。よって $h'=48 \text{ mm}$ において choking が起ることが了解される。

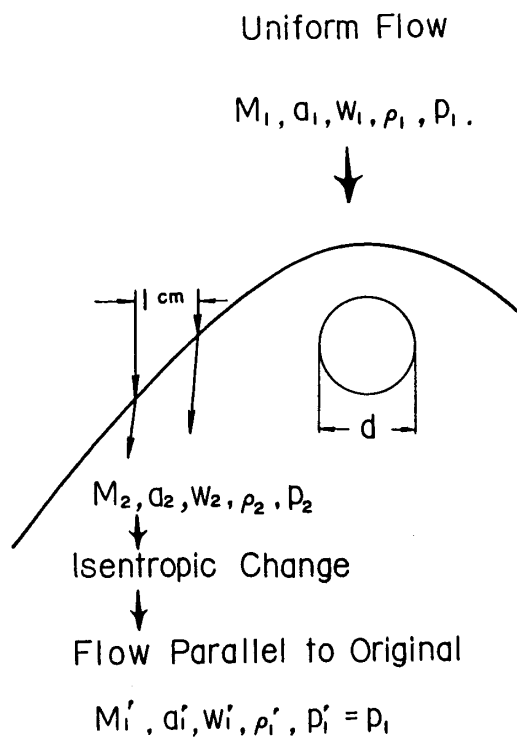
$M_1=3$ に対しては $h'_{\text{critical}}=30.8 \text{ mm}$ となる。図版 8(d) は nozzle $M=3$ ($p_1^0=5 \text{ kg/cm}^2$) を用い, $h'=48 \text{ mm}$ において観察した結果であって, 理論より期待される通り, choking が見られない。しかし nozzle の特性がいまだ明らかにされていないため, h' の限界値を求めることは不可能であった。

図版 7(c) は図版 1(a) と 2(b) を重ねたもので, 図版 4(a) と比較すると興味がある。2 つの chock wave の交差する点における波の傾きの角度は 52.5° であって, 明らかに supersonic の領域である。supersonic の流れの干渉においても, 影響が前方に及びうという好例である。

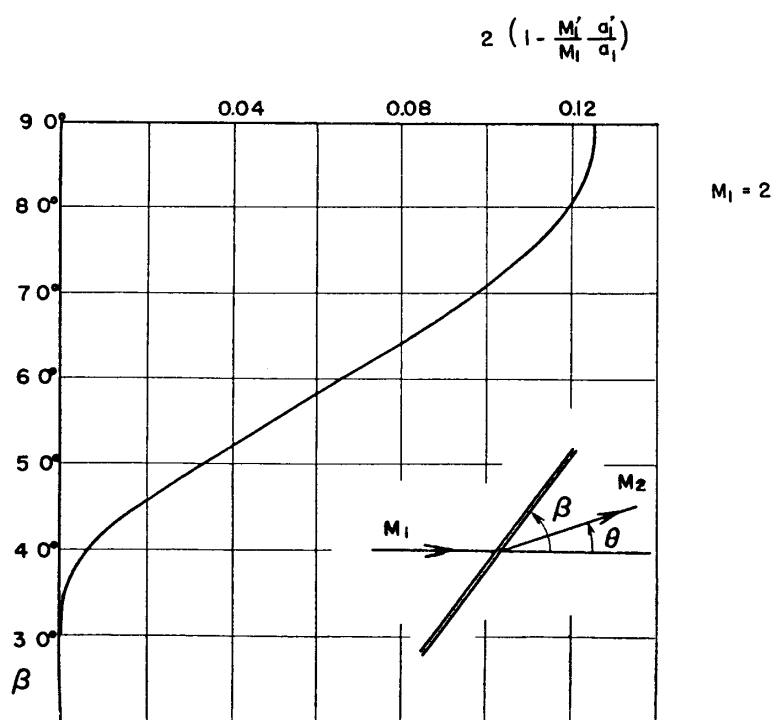
(2) Shock wave の造波抵抗

Shock wave の形成による抵抗は第 18 図のような流れの条件を仮定することによって求められる。すなわち最初一様流であったものが, shock wave を通過する際 non-isentropic な変化をうけ, その後においては isentropic な変化を経て, はじめの一様流と平行になり, かつ $p_1=p_1'$ が実現されたものと仮定する。

ここに運動量の法則を適用し, 単位面積ごとの造波抵抗係数 C_{DW}/cm^2 を求めると



第 18 図 造波抵抗を求めるために仮定された条件.



第 19 図 横軸は単位面積当りの造波抵抗 C_{DW}/cm^2 に円柱の直径 d をかけたものに等しい. β は shock wave の傾きの角度.

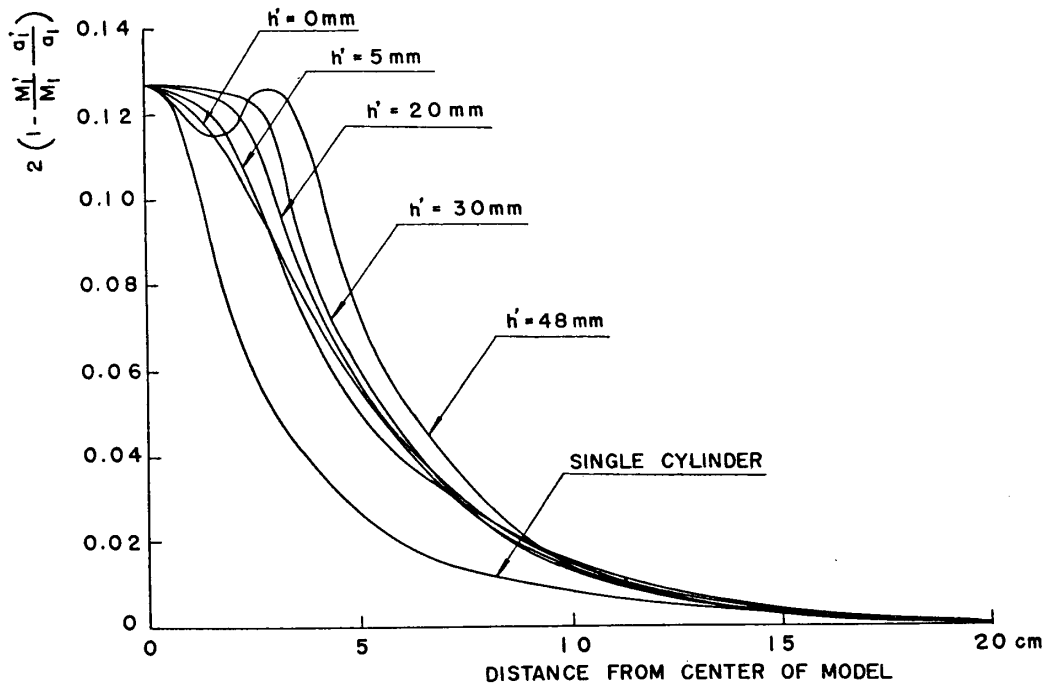
$$\frac{1}{2}C_{DW/cm^2}\rho_1(M_1a_1)^2d = \rho_1w_1(w_1 - w_1') = \rho_1(M_1a_1)^2\left(1 - \frac{M_1'a_1'}{M_1a_1}\right),$$

$$\therefore C_{DW/cm^2}d = 2\left(1 - \frac{M_1'a_1'}{M_1a_1}\right) \quad (11)$$

となる。実際の計算は次の順序で行なわれる：

$\beta \rightarrow M_1 \sin \beta \rightarrow p_2^0/p_1^0 \rightarrow p_1'/p_2^0 = p_1/p_2^0 = p_1/p_1^0 \times p_1^0/p_2^0 \rightarrow M_1' \rightarrow a_1'/a_2^0 = a_1'/a_1^0 \rightarrow M_1'a_1'/a_2^0 \times a_1^0/a_1 \rightarrow M_1 - M_1'a_1'/a_1$. $M_1=2$ であるから、これは (11) 式に等しい。 $\beta=90^\circ \sim 30^\circ$ の範囲で 3° 刻みに計算すると第 19 図がえられる。

Shock wave の写真を拡大し、波形を適当に折線で近似し、 β を求める。すると C_{DW'/cm^2} は第 19 図より直ちに読むことができる。その結果、第 20 図がえられた。この図の横軸の原点は単独円柱にあっては円柱の中心、円柱列にあっては、円柱間の中心である。



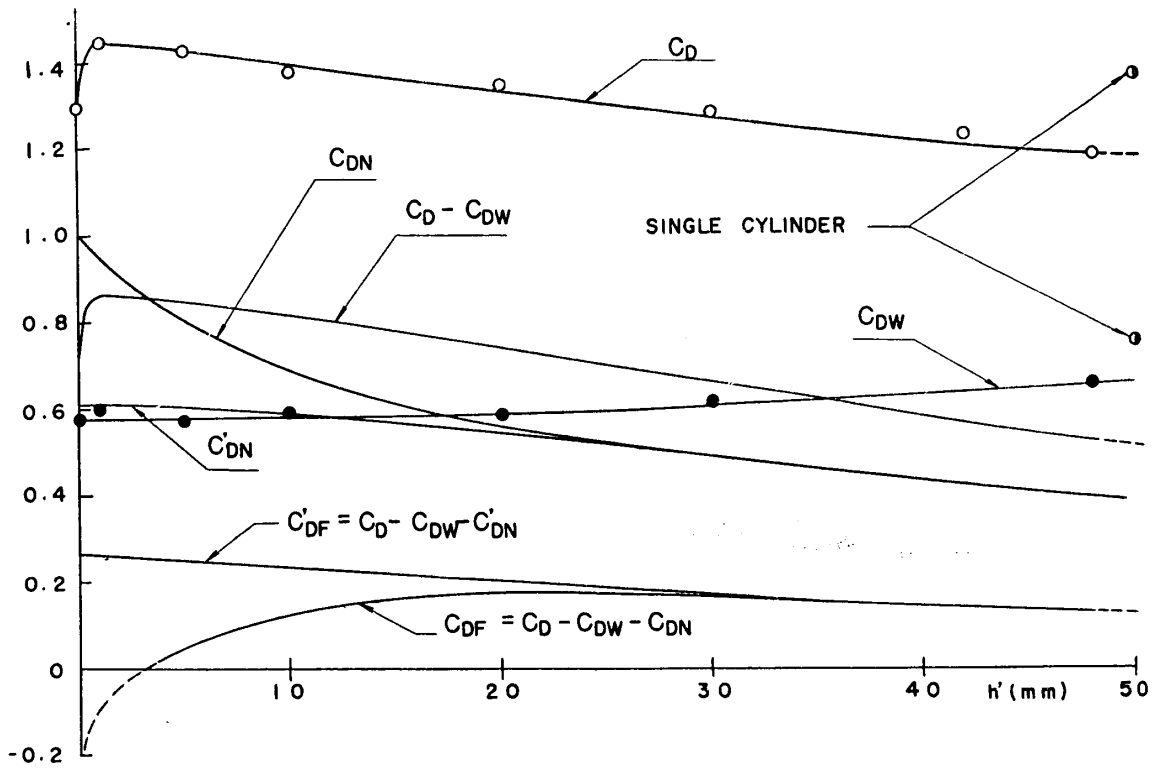
第 20 図 $C_{DW}/cm^2 \cdot d$ と、model の中心より測った距離との関係。

実際の写真は、原点より 13~14 cm の範囲しか写っていない。しかし、この辺で C_{DW}/cm^2 はかなり小さいので、適当な曲線で壁まで外挿したが、それによって生ずる誤差はわずかである。壁では C_{DW}/cm^2 は、ほとんど zero になる。このことは、この実験において壁の影響をほとんど受けていないことを意味する。

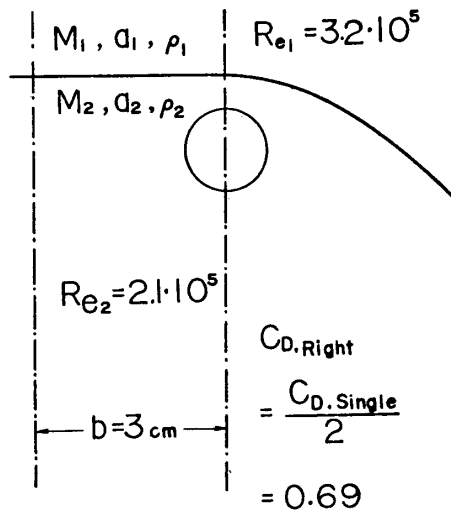
第 20 図の曲線が座標軸の間に囲む面積が C_{DW} になる。第 21 図に計算の結果が示してある。これによると円柱列の円柱 1 本当りの C_{DW} は、いずれの場合も単独円柱の C_{DW} より小さい。しかも h' が小さくなるほど、単調に減少する。

(3) $h'=48$ mm における C_D の計算

Schlieren 写真を見ると、 $h'=48$ mm の場合は、円柱列内部の流れは単独円柱と全く異なる



第 21 図 $C_D, C_{DW}, C_{DN}, C'_{DN}$ 等と h' との関係.



第 22 図 $h' = 48$ mm における C_D の近似値計算法.

が、外部の流れは単独円柱とほぼ同じと見てよい。そこで第22図のごとく、右半分は単独円柱の流れを仮定し、左半分は上流に normal shock が生じているものと考えてみる。すると右半分の抵抗係数は、単独円柱の C_D の 1/2 と見てよいから $C_{D, \text{Right}}=0.69$ となる。また左半分は $M_2 a_2$ なる subsonic な、非圧縮的な一様流中における抵抗に等しいと考える。この流れに関する Reynolds 数 Re_2 は Case No. 2-①-15 の data を用いると、 $2.1 \cdot 10^5$ である。H. Schlichting [6] によって、この場合の C_D を調べる。およそ 1.1 である。これは広義の摩擦抵抗であるから、 C_{DF} とかくと

$$C_{DF, \text{Left}} = \frac{C_{D, \text{Incompress}}}{2} \cdot \frac{\rho_2 (M_2 a_2)^2}{\rho_1 (M_1 a_1)^2} = 0.206. \quad (12)$$

また normal shock による造波抵抗係数は

$$C_{DW, \text{Left}} = \frac{C_{DW, \text{Normal/cm}^2 \cdot b}}{d} = 0.316. \quad (13)$$

よって全抵抗係数は

$$C_D = C_{D, \text{Right}} + C_{DW, \text{Left}} + C_{DF, \text{Left}} = 1.21 \quad (14)$$

となる。これに対し 2-①-15 の data は 1.20, 2-① の平均値は 1.19 で、いずれを比べても非常によく合う。

(4) Nozzle flow による抵抗

第16図のような流れにおいて $M_3 \leq M_2$ なら、円柱間の流れを nozzle flow として扱うことができる。それによる圧力係数 C_p は次式で与えられる:

$$\frac{h'}{h} = \frac{\left[1 - \left(\frac{p}{p_2^0} \right)^{\gamma-1/\gamma} \right]^{1/2} \left(\frac{p}{p_2^0} \right)^{1/\gamma}}{\left(\frac{\gamma-1}{2} \right)^{1/2} \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{1/2(\gamma+1)/(\gamma-1)}}, \quad (15)$$

$$C_p = \frac{2}{\gamma M_1^2} \left(\frac{p}{p_1} - 1 \right) = \frac{2}{\gamma M_1^2} \left(\frac{p}{p_2^0} \cdot \frac{p_2^0}{p_1^0} \cdot \frac{p_1^0}{p_1} - 1 \right). \quad (16)$$

$M_1=2$ においては

$$C_p = 0.3571 \cdot \left(5.641 \frac{p}{p_2^0} - 1 \right). \quad (17)$$

Nozzle flow による抵抗係数は次式で与えられる:

$$C_{DN} = \frac{1}{2} \int_0^\pi C_p \cos \varphi d\varphi, \quad (18)$$

$$C'_{DN} = \frac{1}{2} \int_{\varphi_s}^\pi C_p \cos \varphi d\varphi. \quad (19)$$

C_{DN} においては $\varphi=0 \sim \pi$ の間で積分している。実際の nozzle flow においては、ある点で剝離するから、事実に対応しないように見えるが、剝離は別の原因によるものであり、われわれはいろいろな原因、およびその結果を分離して考えるという立場をとっているから、(18) 式の定義は必ずしも事実と矛盾しているわけではない。また理論上 π まで積分すべ

きでない場合も起るが、それによって生ずる誤差はわずかと考えられる。 C_{ND}' は Schlieren 写真から φ_s を求め、そこから π まで積分したものである。

実際に計算した結果は第 21 図に示してある。 C_{DN} および C_{DN}' は、 $h'=20$ mm まではほとんど一致し、 C_D-C_{DW} と平行している。このことは nozzle flow によって円柱列の C_D の h' による変化を容易に理解しうることを意味している。 $h'=3$ mm の近くで、 C_{DN} は C_D-C_{DW} より大きくなる。しかし C_{DN}' においては、こういう事態はおこらない。 $C_D-C_{DW}-C_{DN}$ (または C_{DN}') は、今まで考慮していない摩擦抵抗係数 C_{DF} (または C'_{DF}) と考えられる。

この図から $h'=48$ mm の C_{DF} を読むと、およそ 0.13 に等しい。この値は (12) 式によって示される C_{DF} よりかなり小さい。

(5) 円柱列に対する C_p 曲線

われわれは C_p の分布を測定しなかった。しかし単独円柱に対しては Gowen 等 [1] または Uchida 等 [4] の測定があるから、これらを参照しつつ円柱列に対する C_p 曲線を推定することができる。その際つぎのような観点に立って仕事を進めた：

1. 実測された C_D はすべて C_p 曲線によって与えられるとし、純粋な C_f を無視した。
2. Model は有限な aspect ratio を持つから、3次元の流れが存在するが、円柱の軸に沿う平均的な流れを考え、2次元的に扱った。
3. 写真より求められる φ_s は、軸に沿うて等しい値であると仮定する。
4. (17) 式の C_p は φ_s においてすべて 1.66 になるごとく、適当に補正する。すなわち第 23, 24, 25 図の点線は (17) 式による計算値で、実線は修正したものである。
5. 円柱の base の C_p は、単独円柱より大きくなることはあっても、それ以下にはならないとする。かつまた不連続な部分がないようにする。
6. 円柱列の外側の C_p 曲線を修正し実験値と合わせる。

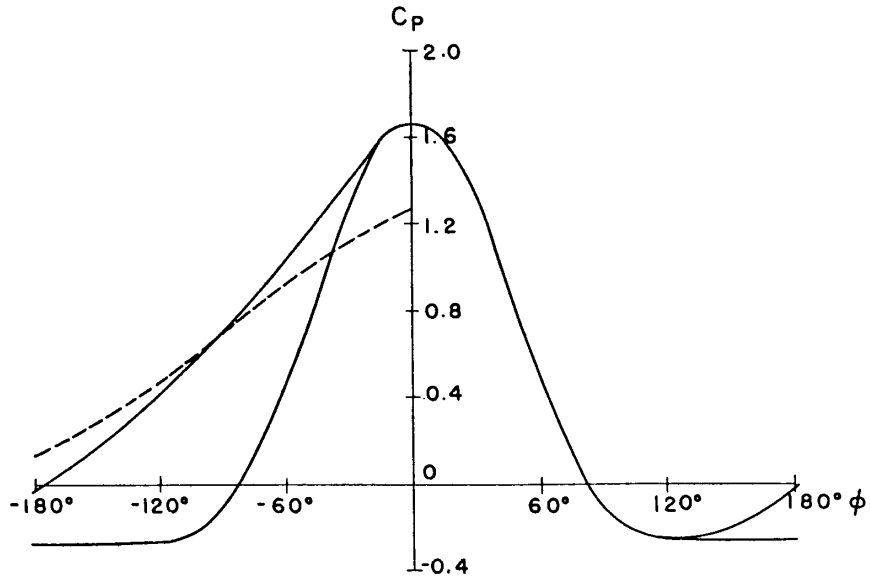
以上の仮定の中には、厳密には妥当でない点もあろうが、大体の傾向を論ずるにはさしつかえないと思われる。このようにして第 23~26 図を画いた。第 27 図は比較のため重ね合わせたものである。

この結果次のことがわかる：

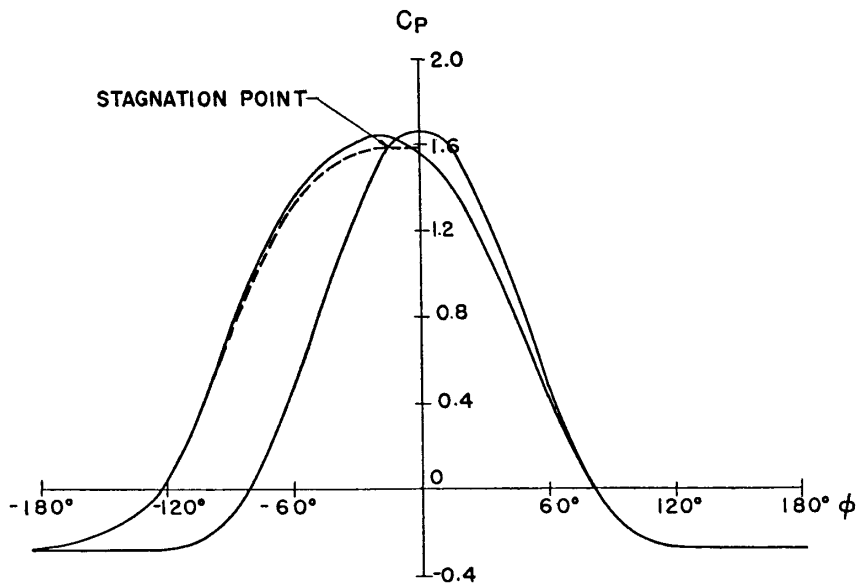
1. h' の大きなところで C_D が低下するのは、base の C_p が大きくなるためである。
2. h' を小さくすると前面の C_p は増し、base の C_p が減少する。したがって C_D は増大する。
3. $h'=0.1$ mm または 0 においては、nozzle flow は存在せず、 $\varphi_s \approx 90^\circ$ である。 $\varphi=90^\circ$ における C_p は C_D に寄与しない。また 3次元流の影響も顕著となる。したがって C_D は急激に低下する。

記 号

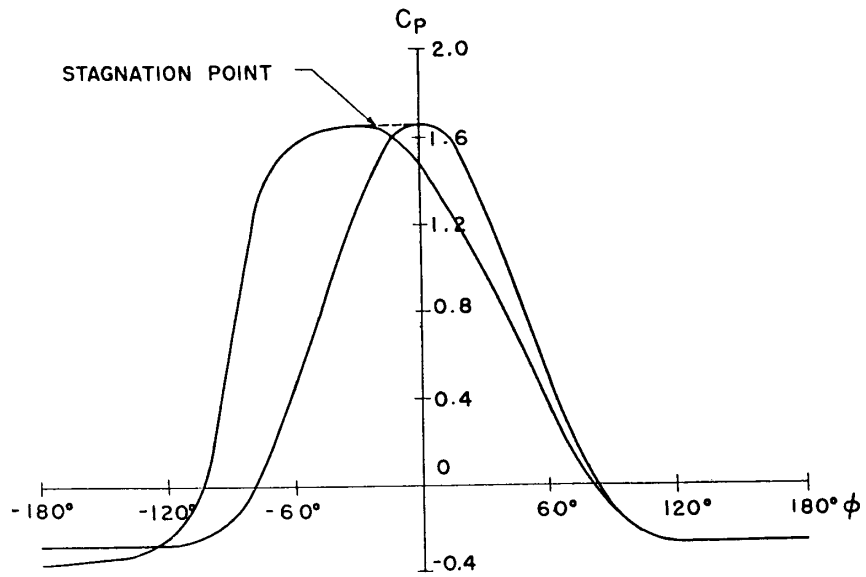
特に説明しない記号はすべて H. W. Liepmann and A. Roshko, Elements of Gasdynamics に用いられている慣例に従った。



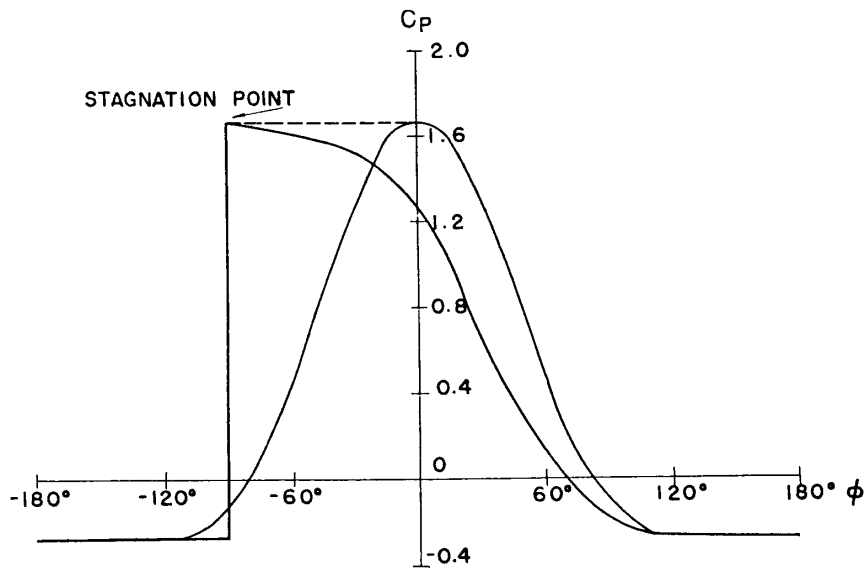
第 23 図 $h' = 48 \text{ mm}$ における期待される C_p 曲線.



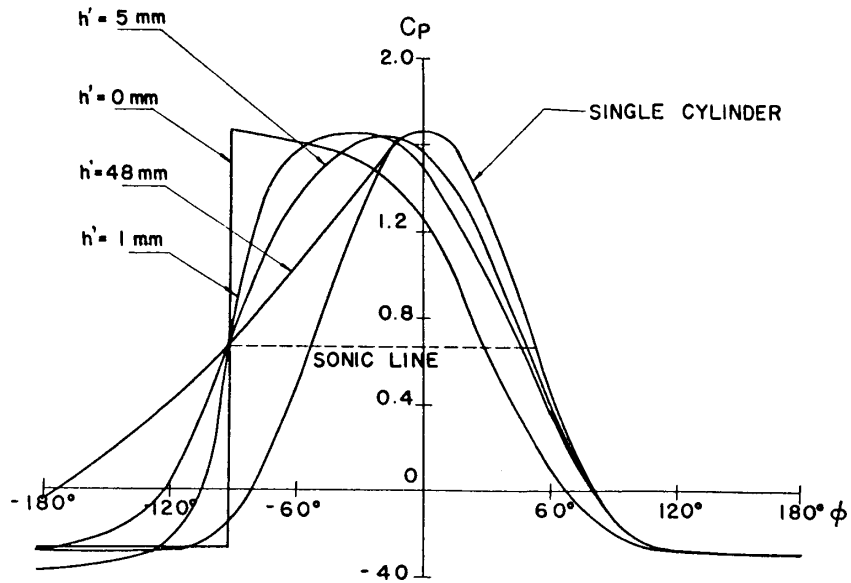
第 24 図 $h' = 5 \text{ mm}$ における期待される C_p 曲線.



第 25 図 $h' = 1 \text{ mm}$ における期待される C_p 曲線.



第 26 図 $h' = 0 \text{ mm}$ における期待される C_p 曲線.



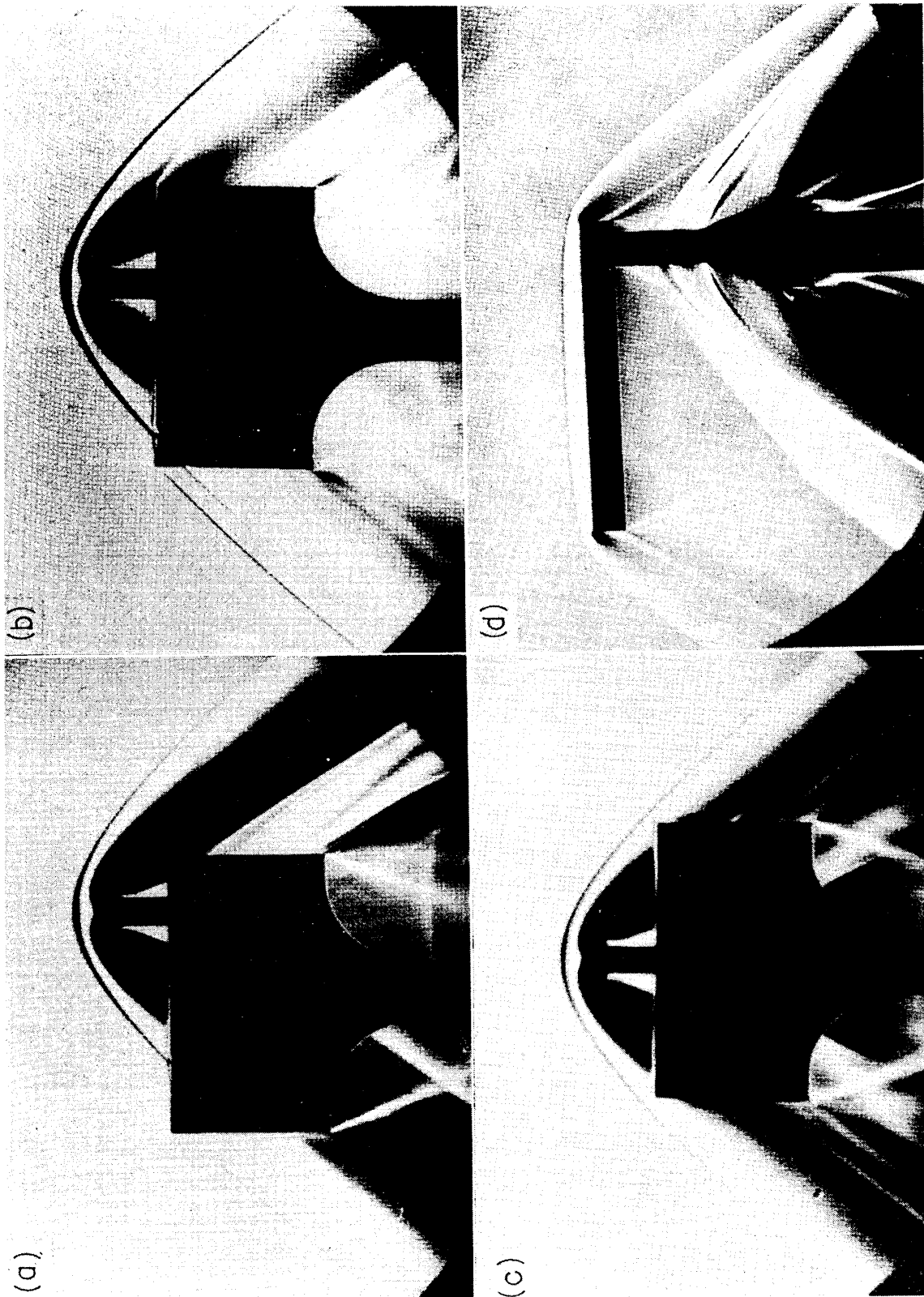
第27図 第23~26図の比較.

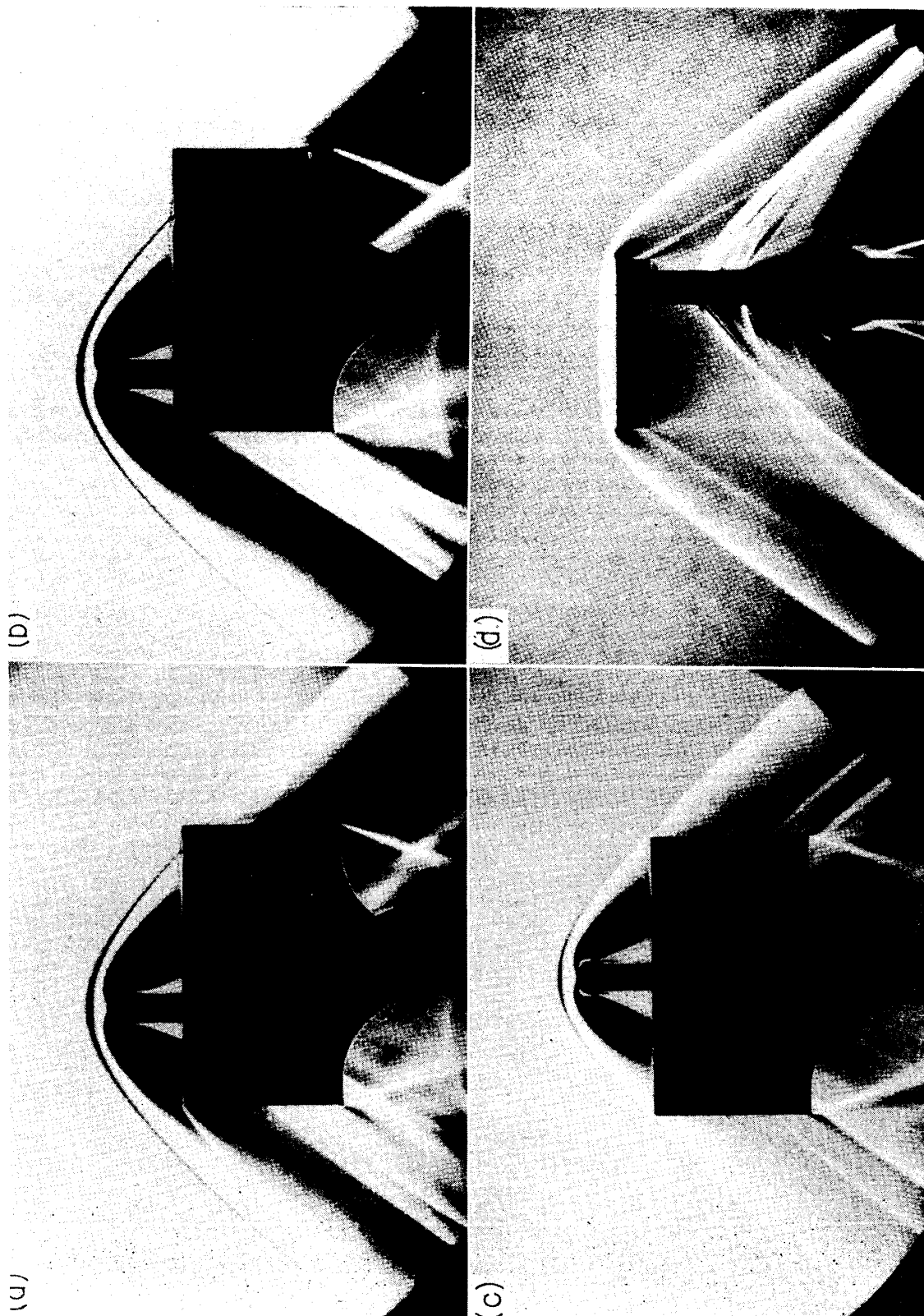
謝 辞

この研究の費用の一部は著者の一人が日本学術振興会より流動研究員として補助されたものである。ここに日本学術振興会に対し深く感謝します。またこの研究を行なう機会を与えられた航空研究所長谷 一郎教授，研究中多くの示唆を与えられた今井 功教授，小口伯郎教授，多くの援助を受けた福井四郎氏，辛島桂一氏，本間弘樹氏，安喜隆幸氏，modelおよび天秤台の製図をして貰った清田 清氏，風洞運転をしていただいた新三菱重工業 K.K. の酒井春雄氏，その他好意をよせられた多くの方々に対し心からお礼申し上げます。

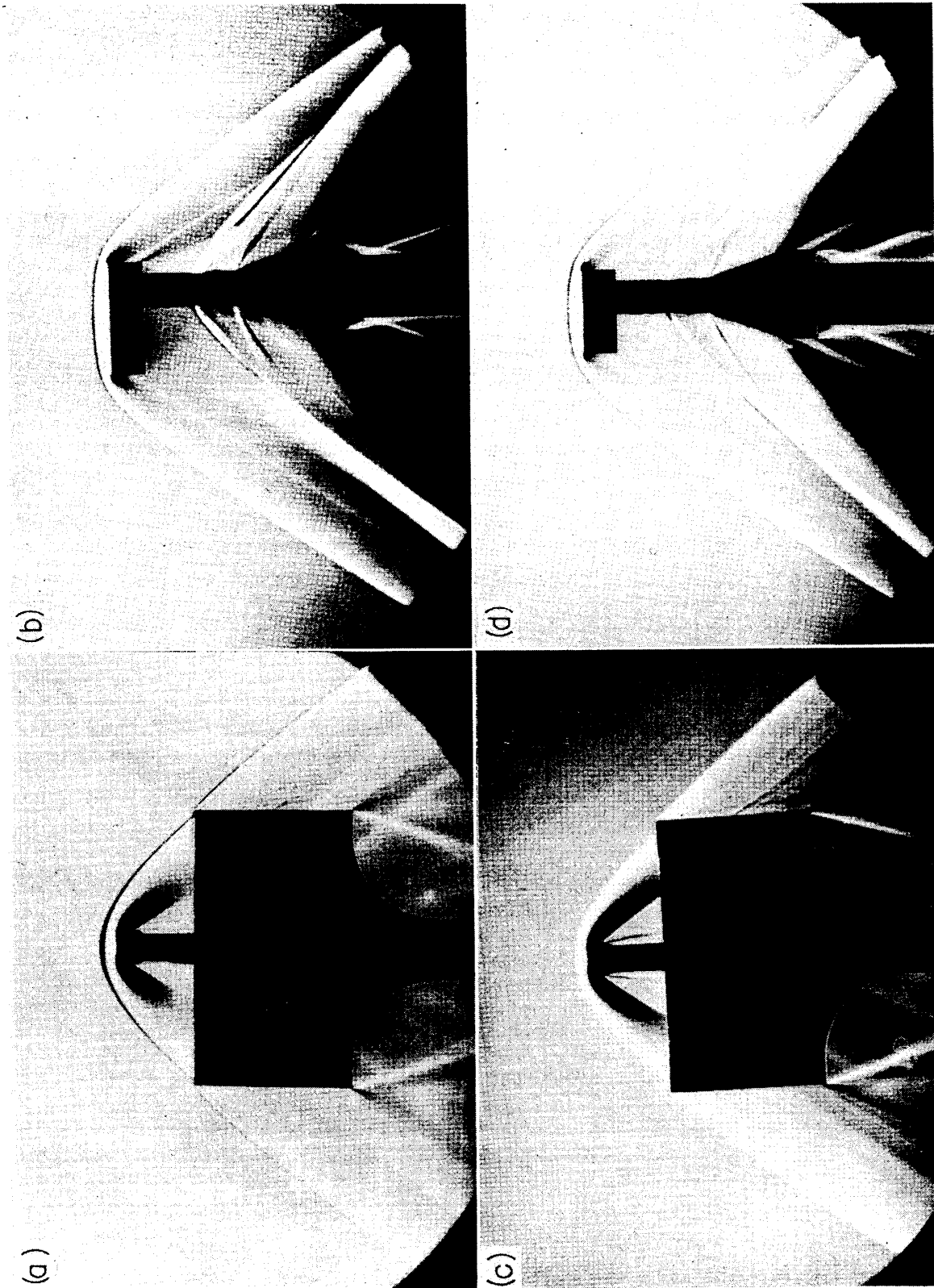
文 献

- [1] Forrest E. Gowen and Edward W. Perkins: Drag of Circular Cylinders for a Wide Range of Reynolds Numbers and Mach Numbers. NAC A TN 2960, June (1953).
- [2] G. G. Cherni: Introduction to Hypersonic Flow (Academic Press, 1961), p. 49.
- [3] H. W. Liepmann and A. Roshko: Elements of Gasdynamics (John Wiley & Sons, Inc., 1960), p. 105.
- [4] Shigeo Uchida and Michiru Yasuhara: The Rotational Field Behind a Curved Shock Wave Calculated by the Method of Flux Analysis. Journ. Aero. Sci., Vol. 23, No. 9 (1956), pp. 830-845.
- [5] E. R. Benton and D. A. Knapton: Supersonic Drag of Porous Wire Screens. ARS Journal, Vol. 32, No. 10 (1962), pp. 1608-1610.
- [6] Hermann Schlichting: Grenzschicht-Theorie (Verlag und Druck G. Braun, 1951), p. 15.

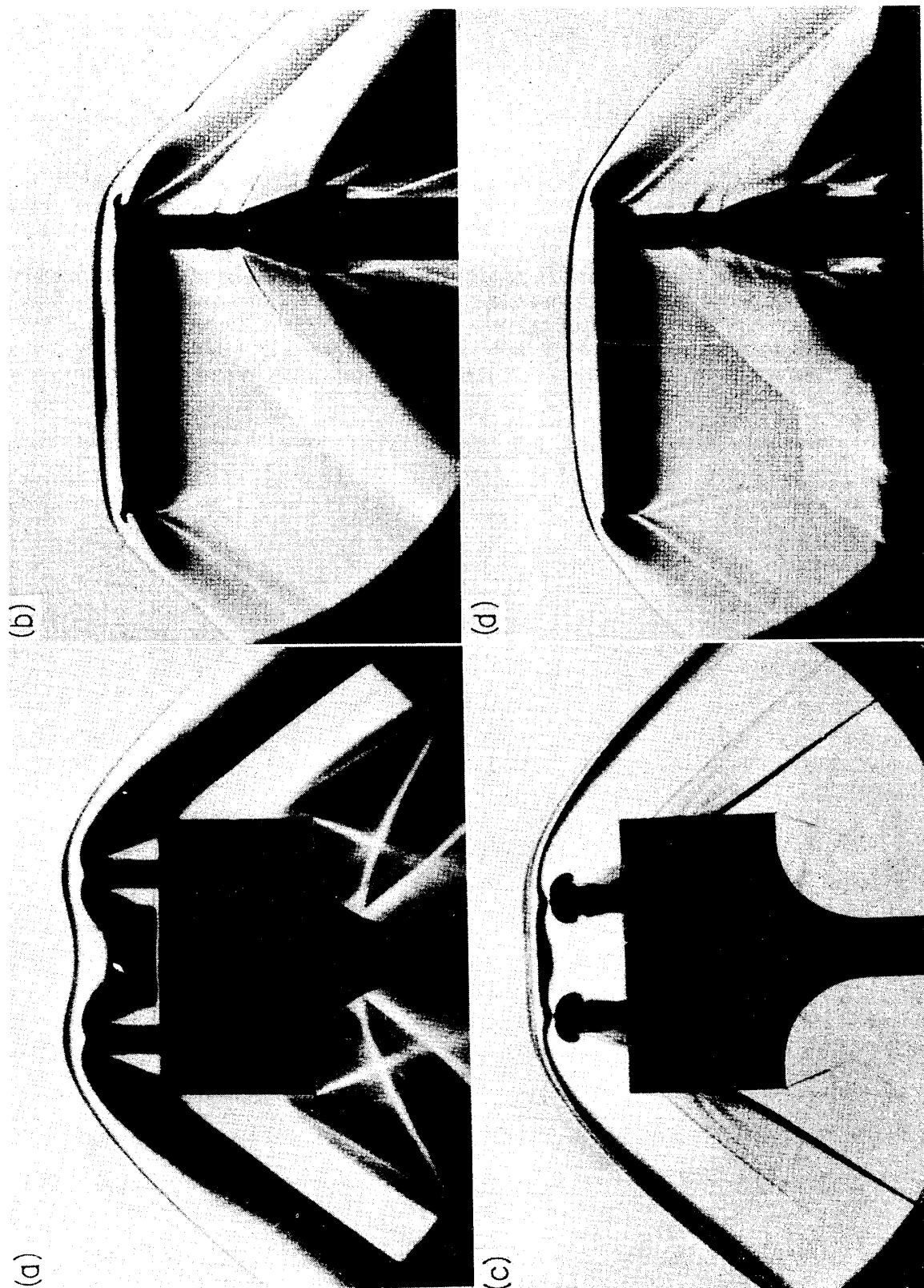




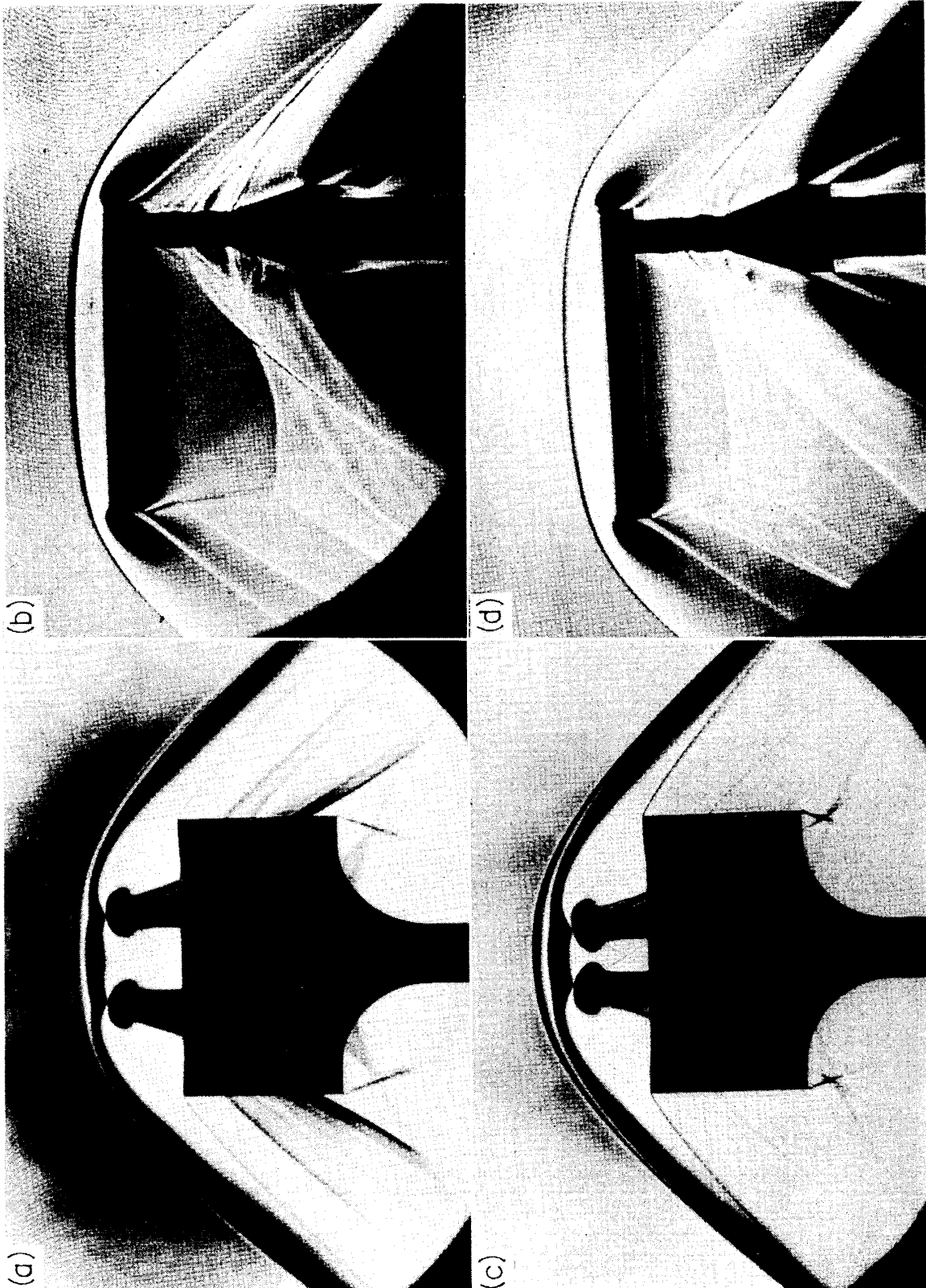
図版 2. (a) 1-④-1-4, R, y=45 mm. (b) 1-⑤-1-1, R, y=60 mm. (c) 1-①-A-4-2, R; (d) 1-①-A-1-4, R, y=30mm.

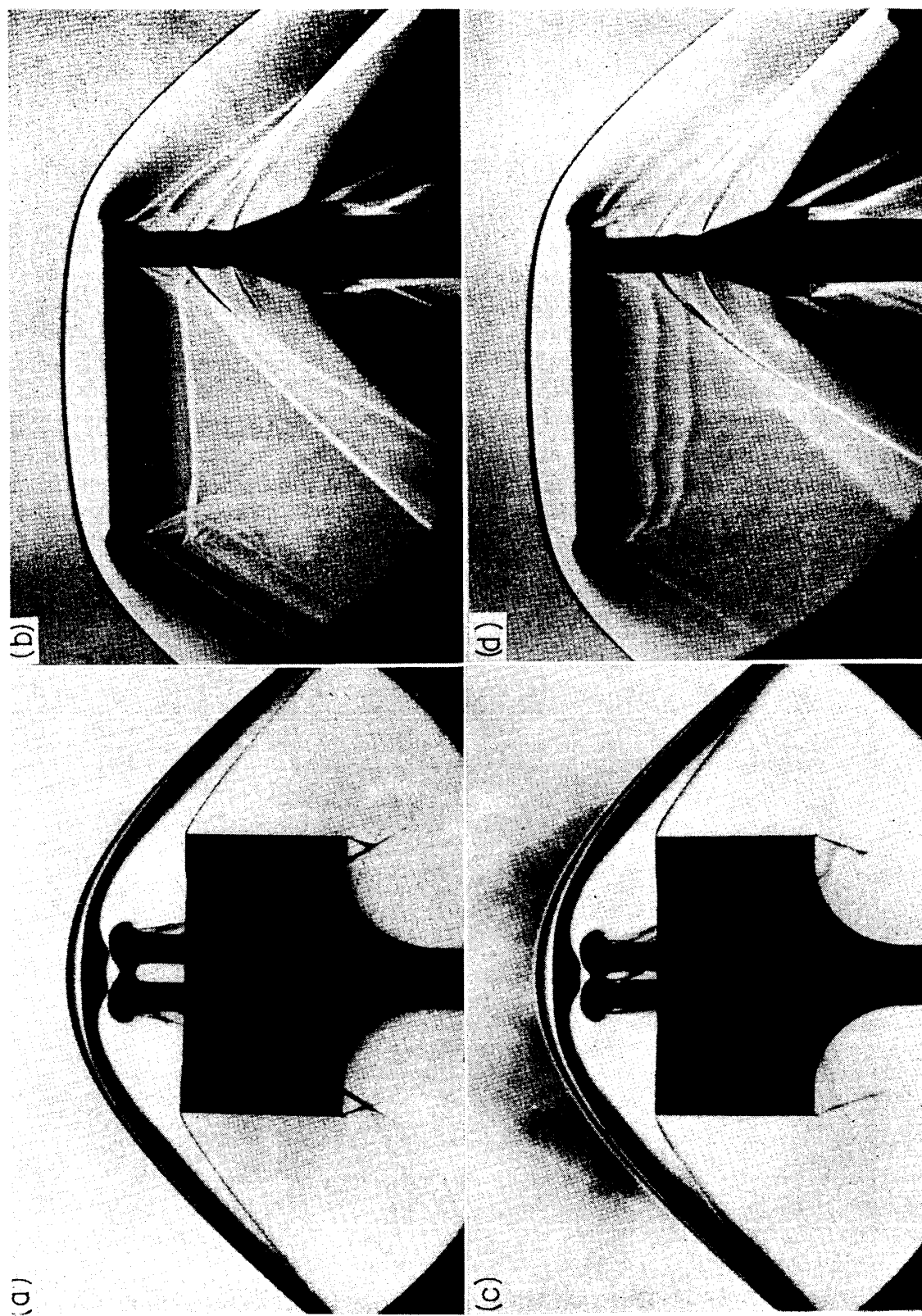


図版 3. (a) 1-①-B-1-2, R; (b) 1-①-B-6-2, R, $y=30$ mm. (c) 1-①-C-4-6, R; (d) 1-①-C-2-2, R, $y=30$ mm.

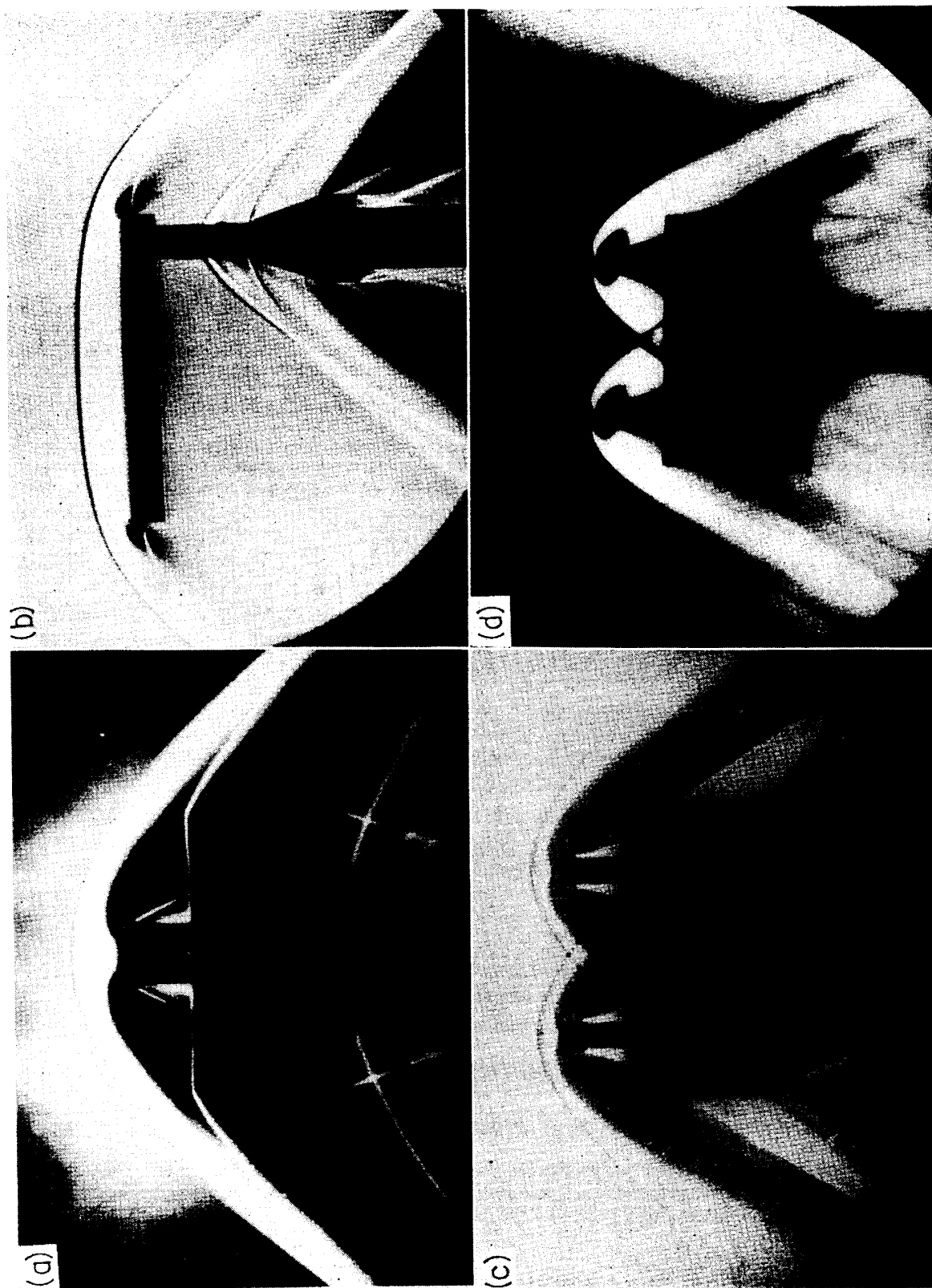


図版 4. (a) 2-①-1-4, R; (b) 2-①-15-2, R, $h' = 48$ mm. (c) 2-③-1-6, L; (d) 2-③-3-2, R, $h' = 30$ mm.

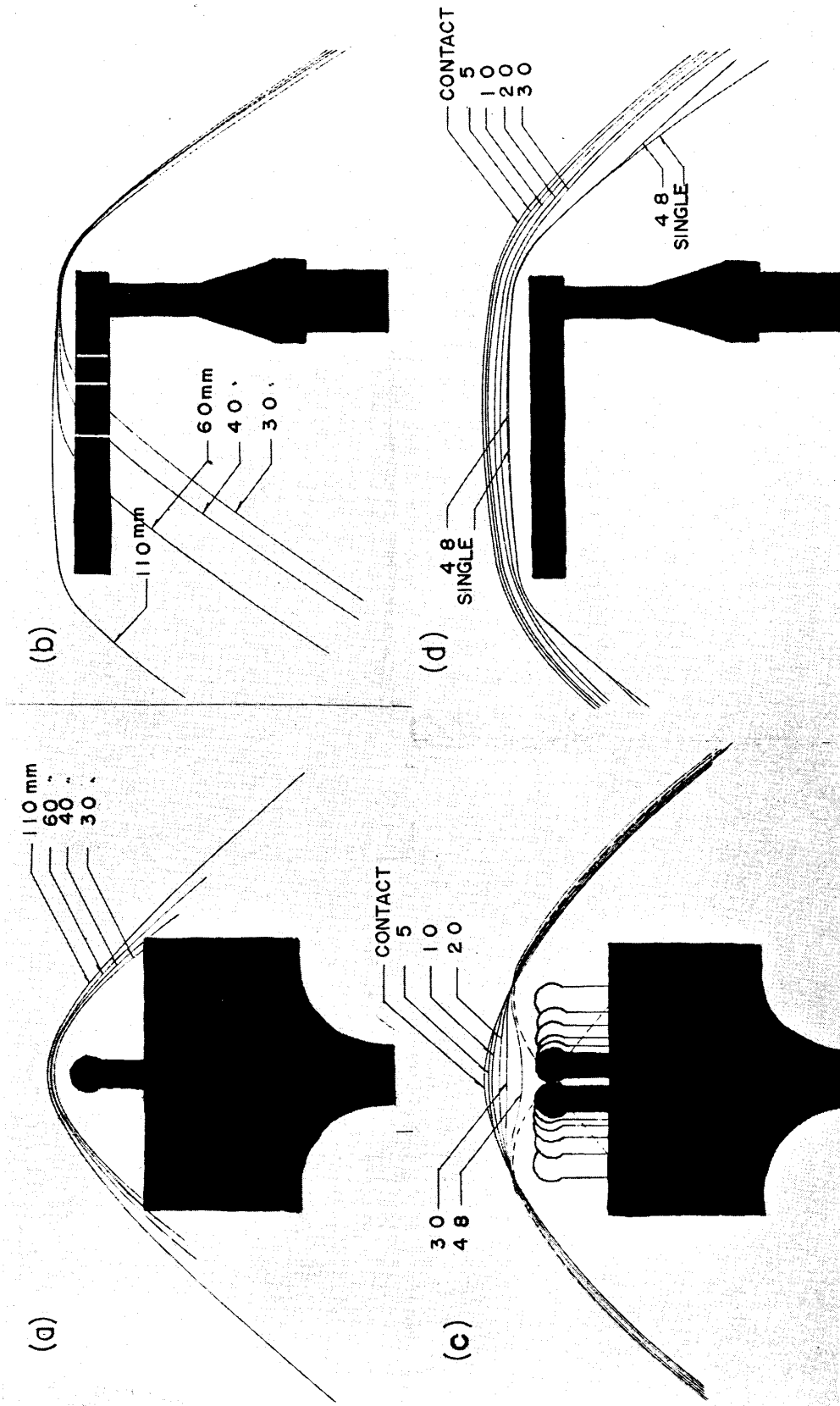




図版 6. (a) 2-⑤-1-3, L; (b) 2-⑤-4-3, R, $h' = 5$ mm. (c) 2-⑥-1-6, L, $h' = 1$ mm. (d) 2-⑥'-3-3, R, $h' = 2$ mm.



図版 7. (a) 2-⑧-1-5. R: (h) 2-⑧-2-3. R. $h' = 0 \text{ mm}$. (c) 1-③ と 1-⑤ とを重ねて焼付けたもの. (d) $M = 3$. $h' = 48 \text{ mm}$.



図版 8. 比較のため各 case の shock wave を重ねて画いたもの。