

Hall 効果がありかつ R_m が小さいときの相似法則 と物体のまわりの流れに対する応用

成 瀬 文 雄*

Similarity Rules for the Magnetohydrodynamic Flow with the Hall Effect

By

HUMIO NARUSE

Abstract: In order to study qualitatively the characters of the flow with the Hall effect, we consider such a case in which the generalized Ohm's law is valid instead of the usual Ohm's law and the flow is incompressible and steady. Let us assume that the wall is uniform along the z direction, the magnetic Reynolds number R_m very small and the electric conductivity of the wall zero or very small.

If the magnetic field \mathbf{H} is $(0, H_0 \text{ (const.)}, 0)$ in the undisturbed state and $\partial^2 H_z / \partial x^2$ is zero up to the order R_m everywhere in the flow or outside the boundary layer when it exists, the following similarity rules are obtained.

(i) The x, y components of velocity are identical with those for the case, in which there is no Hall effect but the magnetic field is weakened by the factor $1/\sqrt{1+\omega^2\tau^2}$, if $\alpha^2 R_m \omega^2 \tau^2 / (1+\omega^2\tau^2) \ll 1$, where $\omega\tau$ is the Hall parameter and α the inverse of Alfvén number.

(ii) The z component of velocity is proportional to $\alpha^2 R_m \omega \tau / (1+\omega^2\tau^2)$, if $\alpha^2 R_m / (1+\omega^2\tau^2) \ll 1$.

As examples of applications, the flows in the neighbourhood of the stagnation point and about the flat plate are studied in detail.

1. 序 論

Hall 効果をともなう MHD の流れについては、現在まで多くの研究がなされている。すなわち、H. Sato [1] は垂直磁場におかれた無限に広い二つの平行な壁の間を電導性の非圧縮・粘性流体が流れるとし、磁気レイノルズ数 R_m が小さい場合について厳密解を示すとともに、この場合を詳しく議論した。S. Kuwabara [2] は R_m が小さくない場合について、上記問題を扱った。また I. Tani [3] は垂直磁場におかれた管の中の電導性流体の流れについて、変分原理による近似解法を展開し、長方形断面の管に対し、レイノルズ数 R_e および磁気レイノルズ数 R_m が小さくかつ Hall 効果の影響が小さい場合について実例計算を示した。T. Yamani-shi [4] は速度および磁場の x, z 成分が y および t のみの関数であるときに、適当な複素量を導入することによって、Hall 効果があるときの、非圧縮・粘性流体の方程式が、Hall 効果がないときの方程式に変換されることを示し、これを用いて Hartmann の流れ、Couette の流れ、振動平板、吸込みが一様に分布しているときの平面壁にそう流れなどが Hall 効果を含む場合をといた。上記の様な研究のほかに、管の中の流れについては、MHD 発電と関連して多くの研究がなされているが、紙面の都合上省略することにする。

* 東京大学航空研究所

その他, B. Sonnerup [5] は wavy wall 上の流れを, 磁場が流れに平行である時と垂直である時とを, 非圧縮・非粘性の仮定のもとに, 線型理論で取扱った.

さらに物体のまわりの流れとしては, Г.А. Любимов [6] が平板のまわりの流れを, 磁場が平板に垂直でかつ平板に固定されているとし, 非圧縮, $R_e \gg 1$, $R_m \ll 1$ の仮定のもとに取扱っている. また無限遠で aligned field であるような非圧縮の流れの中におかれたよどみ点付近の流れが, $R_m \gg 1$, R_m/R_e のいろいろな場合に対して, 筆者 [7] によって研究されている.

本論文では, まず R_m が小さい時に存在する相似法則がのべられ, 次にこの応用として, よどみ点付近の流れおよび平板のまわりの流れが議論される.

2. 基礎方程式と Lorentz 力

まず, 定常・非圧縮の仮定のもとに, Hall 効果をともなう流れの基礎方程式をかいて見ると,

$$-\mathbf{q}^* \times \text{curl} \mathbf{q}^* + \frac{1}{\rho} \text{grad} \left(p^* + \frac{1}{2} \mathbf{q}^{*2} \right) = \frac{1}{\rho} \mathbf{j}^* \times \mathbf{B}^* + \nu \nabla^2 \mathbf{q}^* \quad (1)$$

$$\mathbf{j}^* = \sigma (\mathbf{E}^* + \mathbf{q}^* \times \mathbf{B}^*) - \frac{\sigma}{n_e e} \mathbf{j}^* \times \mathbf{B}^* - \frac{1}{n_e e} \text{grad} p_e^* \quad (2)$$

$$\text{curl} \mathbf{H}^* = 4\pi \mathbf{j}^* \quad (3), \quad \text{curl} \mathbf{E}^* = 0 \quad (4)$$

$$\text{div} \mathbf{B}^* = 0 \quad (5), \quad \text{div} \mathbf{q}^* = 0 \quad (6)$$

ここで, \mathbf{q}^* は速度, \mathbf{B}^* は磁束密度, \mathbf{H}^* , \mathbf{E}^* は磁場および電場の強さ, \mathbf{j}^* は電流密度, ρ , p^* , p_e^* はそれぞれ密度, 圧力および電子の圧力, ν は動粘性係数, σ は電気伝導率, e は単位電気量, n_e は単位体積りの電子数を表している.

今 $\bar{\mathbf{q}} = \mathbf{q}^*/u_0$, $\bar{\mathbf{H}} = \mathbf{H}^*/H_0$, $\bar{\mathbf{E}} = \mathbf{E}^*/\mu u_0 H_0, \dots$ で無次元量を導入すると, (1)~(6) 式は以下のごとくなる.

$$-\bar{\mathbf{q}} \times \text{curl} \bar{\mathbf{q}} + \text{grad} \left(\bar{p} + \frac{1}{2} \bar{\mathbf{q}}^2 \right) = 4\pi \alpha^2 (\bar{\mathbf{j}} \times \bar{\mathbf{H}}) + (1/R_e) \nabla^2 \bar{\mathbf{q}} \quad (7)$$

$$4\pi \bar{\mathbf{j}} = R_m (\bar{\mathbf{E}}_1 + \bar{\mathbf{q}} \times \bar{\mathbf{H}}) - 4\pi \omega \tau (\bar{\mathbf{j}} \times \bar{\mathbf{H}}) \quad (8)$$

$$4\pi \bar{\mathbf{j}} = \text{curl} \bar{\mathbf{H}} \quad (9), \quad \text{curl} \bar{\mathbf{E}}_1 = 0 \quad (10)$$

$$\text{div} \bar{\mathbf{H}} = 0 \quad (11), \quad \text{div} \bar{\mathbf{q}} = 0 \quad (12)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{ここで} \quad \bar{\mathbf{E}}_1 &= \bar{\mathbf{E}} - (\omega \tau / \alpha^2) \text{grad} \bar{p}_e, \quad R_e = u_0 l / \nu, \quad R_m = 4\pi \mu \sigma u_0 l \\ \alpha^2 &= \mu H_0^2 / 4\pi \rho u_0^2, \quad \omega = e \mu H_0 / m_e, \quad \tau = m_e \sigma / n_e e^2, \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

また m_e は電子の質量 μ は透磁率をそれぞれ表わすとす.

さらに (8) を用いて, 多少の計算をして, Lorentz 力 $\bar{\mathbf{F}}$ は次式で表わされる.

$$\bar{\mathbf{F}} = 4\pi \alpha^2 (\bar{\mathbf{j}} \times \bar{\mathbf{H}}) = \frac{\alpha^2 R_m}{1 + \omega^2 \tau^2 \bar{H}^2} [\bar{\mathbf{E}}_1 + \bar{\mathbf{q}} \times \bar{\mathbf{H}} + \omega \tau (\bar{\mathbf{H}} \times \bar{\mathbf{E}}_1 + \bar{\mathbf{q}} \cdot \bar{\mathbf{H}})] \times \bar{\mathbf{H}} \quad (14)$$

3. R_m が小さい時の相似法則

以下において, 壁は z 方向に一様で, 壁の電気伝導率は 0 または非常に小さいとし, 流れでは

$$\frac{\partial}{\partial z} = 0, \quad R_m \rightarrow 0, \quad \alpha^2 R_m \leq 0(1) \quad (15)$$

を仮定し, 流体が運動を初める前に, y 方向に一定の強さ H_0 の磁場がかかっていたとしよう.

$R_m \rightarrow 0$ のとき, $\bar{\mathbf{H}}$, $\bar{\mathbf{j}}$ に対し, 次のごとく order を仮定して, consistent であることが (7)~(12) より容易に知られる.

$$\left. \begin{aligned} \bar{H}_x \sim O(R_m), \quad \bar{H}_y = 1 + O(R_m), \quad \bar{H}_z \sim O(R_m) \\ \bar{j}_x \sim O(R_m), \quad \bar{j}_y \sim O(R_m), \quad \bar{j}_z \sim O(R_m) \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

(16), (14) を用いて, $\bar{F}_x \dots$ の order を計算して, 次式を得る.

$$\bar{F}_x \sim O(\alpha^2 R_m), \quad \bar{F}_y \sim O(R_m), \quad \bar{F}_z \sim O(\alpha^2 R_m) \quad (17)$$

(15), (17) から, 今後 \bar{F}_x, \bar{F}_z のみを考慮すればよろしいことが分る. また \bar{F}_x, \bar{F}_z の表示の中に表われる電場のうち, $O(\alpha^2 R_m)$ の項に関係するのは $\bar{E}_{1x}, \bar{E}_{1z}$ であり, このうち \bar{E}_{1z} ($=\bar{E}_z$) は given const. であるから, \bar{E}_{1x} について考えて見よう.

(16) を (7)~(13) に代入して, \bar{E}_{1y} に対して次式を得る.

$$\bar{E}_{1y} = -\frac{1}{R_m} \frac{\partial \bar{H}_z}{\partial \bar{x}} \quad (18)$$

また (10) を用いて, \bar{E}_{1x} に対し

$$\frac{\partial \bar{E}_{1x}}{\partial \bar{y}} = \frac{\partial \bar{E}_{1y}}{\partial \bar{x}} = -\frac{1}{R_m} \frac{\partial^2 \bar{H}_z}{\partial \bar{x}^2} \quad (19)$$

今後, 簡単のために, 流れ全体にわたって

$$\bar{E}_{1x} = 0 \quad (20)$$

と仮定できる場合を考えよう. (19) を用いると, 少なくとも次のような場合は, (20) を満足していると考えられる. [A] 考えている領域全体で, $\frac{\partial^2 \bar{H}_z}{\partial \bar{x}^2} = 0$ であるとき, [B] 境界層が存在する場合に, 境界層の外部で $\frac{\partial^2 \bar{H}_z}{\partial \bar{x}^2} = 0$ を満足するとき. このとき境界層の内部で $\frac{\partial^2 \bar{H}_z}{\partial \bar{x}^2} \neq 0$ でも, 流れ全体にわたって $\bar{E}_{1x} = 0$ とおいてよい.

(14), (20) を用いて, \bar{F}_x, \bar{F}_z に対して次式を得る.

$$\bar{F}_x = -\frac{\alpha^2 R_m}{1 + \omega^2 \tau^2} [\bar{E}_z + \bar{u} + \omega \tau \bar{w}] \quad (21)$$

$$\bar{F}_z = \frac{\alpha^2 R_m}{1 + \omega^2 \tau^2} [\omega \tau (\bar{E}_z + \bar{u}) - \bar{w}] \quad (22)$$

z 方向の流れとして Hall 効果により誘起されるもの以外は存在しない場合を考えると, (7) の z 成分に (22) を代入して, \bar{w} の order として次式を得る.

$$\bar{w} \sim O\left(\alpha^2 R_m \frac{\omega \tau}{1 + \omega^2 \tau^2}\right) \quad (23)$$

(21), (23) からと (22), (23) からそれぞれ次の結果を得る.

$$\frac{\alpha^2 R_m}{1 + \omega^2 \tau^2} \omega^2 \tau^2 \ll 1 \text{ ならば } \bar{F}_x = -\frac{\alpha^2 R_m}{1 + \omega^2 \tau^2} (\bar{E}_z + \bar{u}) \quad (24)$$

$$\frac{\alpha^2 R_m}{1 + \omega^2 \tau^2} \ll 1 \text{ ならば } \bar{F}_z = \alpha^2 R_m \frac{\omega \tau}{1 + \omega^2 \tau^2} (\bar{E}_z + \bar{u}) \quad (25)$$

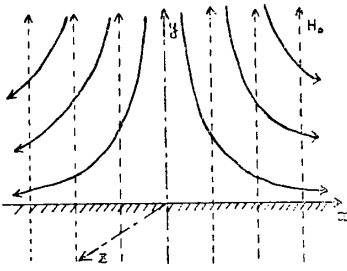
(7), (24), (25) および (7) に対する境界条件, \bar{E}_z は given const. であることなどを考慮して次の相似法則を得る.

[I] x, y 方向の運動について, (i) $0 \leq \omega \tau \leq \infty, \alpha^2 R_m \ll 1$ または (ii) $\omega^2 \tau^2 \ll 1, \alpha^2 R_m \omega^2 \tau^2 \ll 1$ ならば, Hall 効果があるときの運動は, $\frac{\alpha^2 R_m}{1 + \omega^2 \tau^2}$ を $\alpha^2 R_m$ としてもつ Hall 効果がないときの運動と同様である.

[II] z 方向の運動について, (i) $0 \leq \omega \tau \leq \infty, \alpha^2 R_m \gg 1$ または (ii) $\omega^2 \tau^2 \gg 1, \alpha^2 R_m \sim O(1)$ ならば, z 方向の運動はすべて相似であって, $\frac{\alpha^2 R_m}{1 + \omega^2 \tau^2} \omega \tau$ に比例する. このことは, $\alpha^2 R_m \ll 1$ のときに z 方向の運動は $\omega \tau = 1$ のとき極大となり, $\omega \tau = 0$ または $\omega \tau = \infty$ のときに 0 となることを意味する.

以上の相似法則のほか、次のことは注意されてよい。 x, y 方向の Lorentz 力の方向は、磁場の方向によらないが、 z 方向の Lorentz 力の方向は、磁場の方向による。

4. 2 次元よどみ点付近の流れ



第 1 図

第1図のごとく、 y 方向に H_0 なる磁場をもつ場合を考える。この磁場は物体がもっと考えても、また磁場をもつ流体中を物体が進むと考えてもよい。

(7)~(13) の相似解を探すことによって、次の型の相似解が存在することが分る。

$$\left. \begin{aligned} \bar{u} &= \bar{x} \bar{f}'(\bar{y}), \quad \bar{v} = -\bar{f}(\bar{y}), \quad \bar{w} = \bar{x} \bar{j}(\bar{y}) \\ \bar{H}_x &= \bar{x} \bar{g}'(\bar{y}), \quad \bar{H}_y = -\bar{g}(\bar{y}), \quad \bar{H}_z = \bar{x} \bar{h}(\bar{y}) \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

$$(26) \text{ より, この場合は, 流れの中いたるところ } \frac{\partial^2 \bar{H}_z}{\partial \bar{x}^2} = 0$$

を満足することが分る。これは §3 の [A] の場合に相当し、したがって §3 の相似法則 [I], [II] が成立する。

Hall 効果がない時の x, y 方向の流れは、J.L. Neuringer 等 [8], [9] によって研究されているから、その結果を利用すれば、§3 の [I] を用いて、Hall 効果がある時の x, y 方向の運動が分る。そこで $\alpha^2 R_m / 1 + \omega^2 \tau^2 \ll 1$ ときの z 方向の運動を研究しよう。(7) の z 成分に (25) を代入し、(15) を考慮して次式を得る。

$$\bar{u} \frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{x}} + \bar{v} \frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{y}} - \frac{1}{R_e} \left(\frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \bar{y}^2} \right) = \alpha^2 R_m \frac{\omega \tau}{1 + \omega^2 \tau^2} (\bar{E}_z + \bar{u}) \quad (27)$$

今 $\frac{\alpha^2 R_m}{1 + \omega^2 \tau^2} \ll 1$ の場合を考えているから、 \bar{u}, \bar{v} に対しては、磁場がない時のよどみ点付近の流れから得られたものを用いればよい。次の変換を

$$\sqrt{R_e} \bar{y} = y, \quad \bar{u} = \bar{x} f_0'(y), \quad \sqrt{R_e} \bar{v} = -f_0(y), \quad \bar{w} = \alpha^2 R_m \frac{\omega \tau}{1 + \omega^2 \tau^2} \bar{x} j(y) \quad (28)$$

を (27) に代入し、 $\bar{E}_z = 0$ とおいて次式を得る。

$$j'' + f_0 j' - f_0' j = -f_0' \quad (29)$$

ここで f_0 は次式を満足する既知函数である。

$$f_0'^2 - f_0 f_0'' - f_0''' = 1, \quad y=0: f_0 = f_0' = 0, \quad y \rightarrow \infty: f_0' = 1 \quad (30)$$

次に j に対する境界条件を考えてみよう。(27) において、 $R_e \rightarrow \infty$, $\bar{u} = \bar{x}$, $\bar{v} = -\bar{y}$ とおいて

$$\bar{w} = \alpha^2 R_m \frac{\omega \tau}{1 + \omega^2 \tau^2} \bar{x} \quad (31)$$

を得る。(31), (28) を考慮して、 j に対する境界条件として

$$y=0: j=0, \quad y \rightarrow \infty: j=1 \quad (32)$$

を得る。境界条件 (32) のもとに (29) をといて

$$j = f_0'' \int_0^y \frac{e^{-\int_0^\xi f_0 d\xi}}{f_0''^2} \left[\int_0^\xi f_0' f_0'' e^{\int_0^\xi f_0 du} d\xi \right] dt \quad (33)$$

従って

$$j'(0) = \frac{1}{f_0''(0)} \int_0^\infty f_0' f_0'' e^{\int_0^\xi f_0 du} dt = 0.810 \quad (34)$$

さらに z 方向の抵抗係数 C_{Dz} は

$$C_{Dz} = \frac{\nu}{\rho} \left| \frac{\partial \bar{w}^*}{\partial y^*} \right|_{y^*=0} / \rho u_0^2 = 0.810 \alpha^2 R_m \frac{\omega \tau}{1 + \omega^2 \tau^2} \frac{\bar{x}}{\sqrt{R_e}} \quad (35)$$

となる。

5. R_e が大きいときの平板のまわりの流れ

[Case 1] 磁場をもつ流体中を平板が進むとき

第2図のごとく、 y 方向に H_0 なる磁場があり、平板が原点を先端として x 方向にのびているとし、無限遠での流体の速度を u_0 としよう。境界層の外側では、流体は u_0 なる一定の速度で流れて、電流は流れないから、 \bar{H}_z および \bar{w} は 0

である。したがって境界層の外部で $\frac{\partial^2 \bar{H}_z}{\partial \bar{x}^2} = 0$ を満足するから、この場合は §3 の [B] の場合に相当する。したがって境界層を含む全体の流れに対して、§3 の相似法則 [I], [II] が成立する。Hall 効果がないときの x, y 方向の流れは V. J. Rossow [10] によって研究されているから、 z 方向の運動に注目しよう。

§4 の場合と同様に、もし $\alpha^2 R_m / (1 + \omega^2 \tau^2) \ll 1$ ならば、

z 方向の運動方程式として、再び (27) が成立する。われわれは $\alpha^2 R_m / (1 + \omega^2 \tau^2) \ll 1$ の場合を考えているから、 \bar{u}, \bar{v} に対しては、磁場がない時の平板のまわりの解、即ち Blasius の解を使えばよい。次の変換を

$$\sqrt{R_e} \bar{y} = y, \quad \eta = y / \sqrt{\bar{x}}, \quad \psi = \sqrt{\bar{x}} f_0(\eta), \quad \bar{u} = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad \sqrt{R_e} \bar{v} = -\frac{\partial \psi}{\partial \bar{x}}, \quad \bar{w} = \frac{\alpha^2 R_m \omega \tau}{1 + \omega^2 \tau^2} \bar{x} j(\eta) \quad (36)$$

(27) に代入し、 $\bar{E}_z = -\bar{u}_\infty = -1$ とおいて、次式を得る。

$$j'' + \frac{1}{2} f_0 j' - f_0' j = -f_0' + 1 \quad (37)$$

ここで、 f_0 は次式を満足する既知函数である。

$$f_0''' + \frac{1}{2} f_0 f_0'' = 0, \quad y=0: f_0 = f_0' = 0, \quad y \rightarrow \infty: f_0' = 1 \quad (38)$$

j に対する境界条件として、主流には z 方向の運動が誘起されないことを考察して、次式を得る。

$$y=0: j=0, \quad y \rightarrow \infty: j=0 \quad (39)$$

境界条件 (39) のもとに、(37) をといて、 $j'(0)$ を得るとき、 z 方向の抵抗係数 C_{Dz} は次のごとくなる。

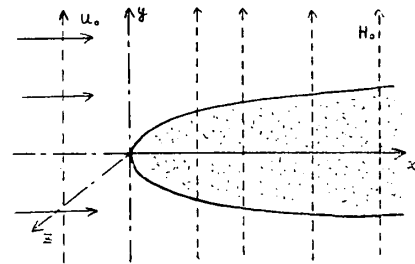
$$C_{Dz} = j'(0) \alpha^2 R_m \frac{\omega \tau}{1 + \omega^2 \tau^2} \frac{\sqrt{\bar{x}}}{\sqrt{R_e}} \quad (40)$$

[Case 2] 磁場および平板を固定して流体が流れるとき

この場合は Любимов [6] によって取扱われている。まず主流について考えてみよう。この場合は [Case 1] と異なって主流に電流が流れるから、Hall 効果により \bar{H}_z, \bar{w} が誘起されるしかし $\alpha^2 R_m$ が小さくかつ x 方向に圧力勾配を許すとき、(7)~(13), (24), (25) において、 $R_e \rightarrow \infty$ とおいて、

$$\left. \begin{aligned} \bar{u} = 1, \quad \bar{v} = 0, \quad \bar{w} = \alpha^2 R_m \frac{\omega \tau}{1 + \omega^2 \tau^2} \bar{x} [1 + O(\alpha^2 R_m)] \\ \bar{H}_x \sim O(R_m), \quad \bar{H}_y = 1 + O(R_m), \quad \bar{H}_z = R_m \frac{\omega \tau}{1 + \omega^2 \tau^2} \bar{y} [1 - \alpha^2 R_m \bar{w} + O(\alpha^4 R_m^2)] \end{aligned} \right\} \quad (41)$$

なる解が、成立することがわかる。それゆえに $O(\alpha^6 R_m^3)$ 以上の項を省略するならば、主流



第 2 図

において $\frac{\partial^2 \bar{H}_z}{\partial \bar{x}^2} = 0$ を満足する. したがって, §3 の結果から, 境界層を含む全体の流れに対し, $O(\alpha^5 R_m^3)$ 以上の項を省略できるという制限のもとに相似法則 [I], [II] が成立する. 上述の場合は主流の x 方向に圧力勾配を許したが, 主流の圧力が一定であるときも, 同様の結論が成立すること, および上記相似法則は Любимов の結果の拡張となっていることを注意しておく. 再び z 方向の運動を $\alpha^2 R_m / 1 + \omega^2 \tau^2 \ll 1$ のもとに考えてみよう. [Case 1] と全く同じようにして, また $\bar{E}_z = 0$ とおいて, (37) の代りに

$$j'' + \frac{1}{2} f_0 j' - f_0' j = -f_0' \quad (42)$$

を得る. f_0 に対しては [Case 1] と同じく (38) が成立する. (41), (36) を考慮して, j に対する境界条件として.

$$y=0: j=0, \quad y \rightarrow \infty: j=1 \quad (43)$$

を得る. Любимов は条件 (43) のもとに (42) を数値的にといて $j'(0) = 1.35$ を得ている. それゆえに z 方向の抵抗係数 C_{Dz} は

$$C_{Dz} = 1.35 \alpha^2 R_m \frac{\omega \tau}{1 + \omega^2 \alpha^2} \frac{\sqrt{\bar{x}}}{\sqrt{R_e}} \quad (44)$$

となる.

6. 結 論

Hall 効果があり, かつ R_m が小さいときの相似法則を研究するため, 次のことが仮定される. (1) 一般化された Ohm の法則, (2) 流れは定常・非圧縮, (3) 壁は z 方向に一様で, 壁の電気伝導率は 0 または小さい, (4) 流体が運動する前に, y 方向にのみ一定の磁場がある, (5) z 方向の流れは Hall 効果によって誘起されるものだけが存在する.

そのとき, [A] 流れの中いたるところ $\partial^2 H_z^* / \partial x^{*2} = 0$ であるか, [B] 境界層が存在するときには, 境界層の外で $\partial^2 H_z^* / \partial x^{*2} = 0$ であるときには, 次の相似法則が存在する.

(i) x, y 方向の流れは, もし $\alpha^2 R_m \omega^2 \tau^2 / 1 + \omega^2 \tau^2 \ll 1$ ならば, $\alpha^2 R_m / 1 + \omega^2 \tau^2$ を $\alpha^2 R_m$ としてもつ Hall 効果がない場合の流れに等しい.

(ii) z 方向の流れは, もし $\alpha^2 R_m / 1 + \omega^2 \tau^2 \ll 1$ ならば, すべて相似で $\alpha^2 R_m \omega \tau / 1 + \omega^2 \tau^2$ に比例する.

次に上述の相似法則の応用例として, よどみ点付近の流れや平板のまわりの流れが研究された.

最後に, 本研究を行なうにあたりまして, いろいろ有益な御教示, 御助言をいただきました東京大学今井功教授, 橋本英典助教授並びに桑原真二博士に厚く御礼申し上げます.

文 献

- [1] H. Sato: J.P.S.J. **16** (1961) 1427
- [2] S. Kuwabara: 日本物理学会第 15 回年会講演, 1960
- [3] I. Tani: J.A.S. **29** (1962) 297
- [4] T. Yamanishi: 日本物理学会第 17 回年会講演, 1962
- [5] B. Sonnerup: J.A.S. **28** (1961) 612
- [6] Г.А. Любимов: ПММ **26** (1962) 1077
- [7] H. Naruse: 日本物理学会第 7 回応数・力学分科会講演, 1962
" 第 18 回年会講演, 1963
- [8] J.L. Nauringer & W. McIlroy: J.A.S. **25** (1958) 194
- [9] V.J. Rossow: J.A.S. **25** (1958) 332
- [10] V.J. Rossow: NACA TN 3971, 1957