No. 315

（昭和十九年十一月發行）

摩擦吸振器に就いて

（II. 連續的に辷る場合）

所員 中西不二夫
亘理厚
特別研究員 佐藤和郎

摘要

摩擦吸振器の連續的に辷つてゐる場合の作動狀態を調べたものである。連續的に辷つてゐて而も吸振器として有效な範圍は極めて狹い。そして外から働く周期的モーメントの或る値に對して摩擦モーメントを最適値に調整して置いても，外からのモーメントが大きくなると吸振器として効かなくなる危險があるから，調整には注意を要する。

1. 緒言

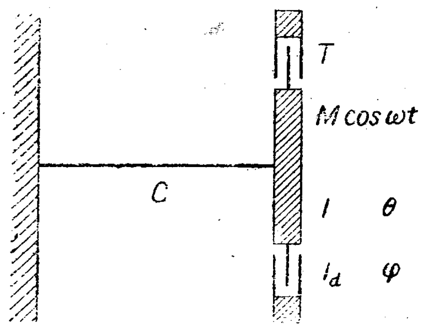
前の報告[(1)]で，摩擦吸振器が斷續的に辷つてゐる場合の作用狀態を明かにした。然し摩擦吸振器の性能全體を見渡すためには，連續的に辷つてゐる狀態をも併せて考へる必要がある。外から周期的に働くモーメントに對して，吸振器の摩擦モーメントが或程度以上小さいときには吸振器としての役に立たないし，また大きければ前に述べた斷續的の辷りになる。絕えず辷りながら而も吸振器として役に立つ範圍はさう廣くはない。

玆では摩擦吸振器が連續的に辷る範圍，そのときの作用狀態等を調べてみようと思ふ。

2. 摩擦モーメントと作動狀態

最も簡單な場合として第1圖のやうな振動系を考へる。即ち軸の一端にはクランク質量，他端には質量無限大のはずみ車があり，吸振器はクランク質量に直接に取付けてあるものとする。

今 I をクランク質量の慣性能率,
I_d を吸振器の慣性能率,
c を軸の剛さ,
$M\cos\omega t$ をクランク質量に働く周期的モーメント,
T を吸振器の摩擦モーメント,
θ をクランク質量の角變位,
φ を吸振器の角變位とする.



第 1 圖

(1) 摩擦吸振器に就いて.（I. 斷續的に辷る場合）. 航空研究所報告 第 314 號.

第2圖は連續的に廴つてゐる場合の作用狀態を示したものであつて，(a) はクランク質量に働くモーメント，(b) はクランク質量及び吸振器の角變位，(c) は角速度，(d) は角加速度である。運動の周期は，當然モーメントの周期に等しく，$2\pi/\omega$ である。そのうち半分は吸振器がある方向に廴り，後の半分は逆方向に廴る。

今一つの方向に廴つてゐる期間を考へ，第2圖 (d) に示すやうにその中央に原點 0_1 を採る。第2圖 (a) に示すやうに，0_1 に對するモーメントの位相差を α とすれば，0_1 に對してはモーメントは $M\cos(\omega t-\alpha)$ で表されることになる。この期間のクランク質量の角變位を θ_1 とすれば，運動方程式は

$$I\frac{d^2\theta_1}{dt^2}+c\theta_1=M\cos(\omega t-\alpha)-T. \quad \cdots(1)$$

この解は

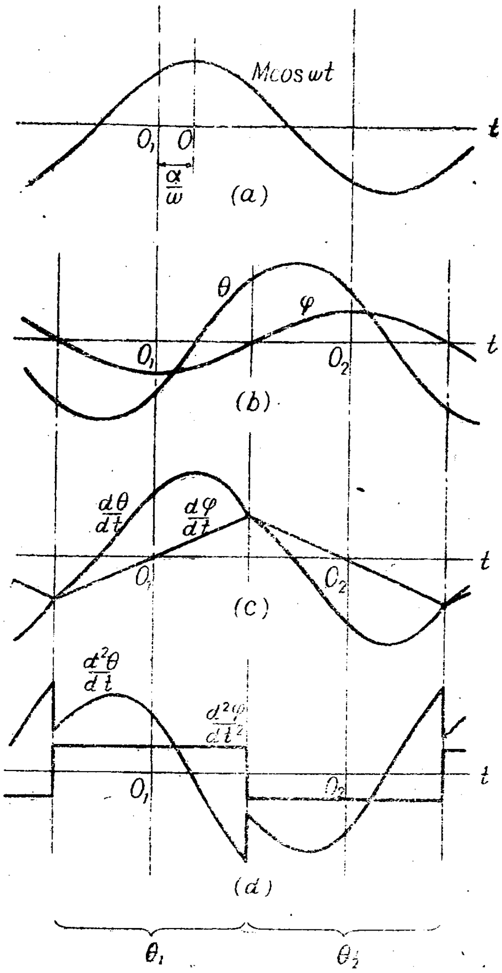
$$\theta_1=A\cos pt+B\sin pt+\frac{m}{p^2-\omega^2}\cos(\omega t-\alpha)-\frac{a}{p^2}, \quad \cdots\cdots(2)$$

但し　$p^2=\dfrac{c}{I}$,

$a=\dfrac{T}{I}$,

$m=\dfrac{M}{I}$,

である。



第　2　圖

同様に今までと逆方向に廴る場合に就いても，その中央に原點 0_2 を採り，この範圍での變位を θ_2 で表せば，前のとは對稱的であるから

$$I\frac{d^2\theta_2}{dt^2}+c\theta_2=-M\cos(\omega t-\alpha)+T, \quad \cdots\cdots(3)$$

$$\theta_2=-A\cos pt-B\sin pt-\frac{m}{p^2-\omega^2}\cos(\omega t-\alpha)+\frac{a}{p^2}. \quad \cdots\cdots(4)$$

次に吸振器の運動に就いては，第2圖 (c) に見るやうに，その速度曲線は直線を繼いだ波形になる關係上，原點 0_1 及び 0_2 を過ぎる筈である。從つて角變位を φ_1, φ_2 で表せば

$$\frac{d^2\varphi_1}{dt^2}=\frac{a}{R}, \quad \cdots\cdots(5)$$

$$\frac{d\varphi_1}{dt}=\frac{a}{R}t, \quad \cdots\cdots(6)$$

但し　$R=\dfrac{I_d}{I}$.

同様に

$$\frac{d^2\varphi_2}{dt^2}=-\frac{a}{R}, \quad\cdots\cdots(7)$$

$$\frac{d\varphi_2}{dt}=-\frac{a}{R}t. \quad\cdots\cdots(8)$$

同じ運動を繰返してゐる狀態を考へれば，θ と φ との關係は，第2圖（c）に見るやうに

$$\left(\frac{d\theta_1}{dt}\right)_{t=-\frac{\pi}{2\omega}}=\left(\frac{d\varphi_1}{dt}\right)_{t=-\frac{\pi}{2\omega}}, \quad\cdots\cdots(9)$$

$$\left(\frac{d\theta_1}{dt}\right)_{t=\frac{\pi}{2\omega}}=\left(\frac{d\varphi_1}{dt}\right)_{t=\frac{\pi}{2\omega}}. \quad\cdots\cdots(10)$$

(2) 及び (5) をこの關係に入れて，A, B を求めれば，

$$\left.\begin{aligned}A&=-\frac{1}{p\sin\dfrac{p\pi}{2\omega}}\left(\frac{a}{R}\frac{\pi}{2\omega}+\frac{m\omega}{p^2-\omega^2}\cos\alpha\right),\\ B&=0.\end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots(11)$$

又 θ_1 と θ_2 との關係は，第2圖（d）に見るやうに，辷りの方向の變ると同時に吸振器に働くモーメントは摩擦モーメントの2倍だけ急に變化し，それに應じてクランク質量に働くモーメントも同じ量だけ反對方向に變化する譯であるから

$$\left(\frac{d^2\theta_1}{dt^2}\right)_{t=\frac{\pi}{2\omega}}+2a=\left(\frac{d^2\theta_2}{dt^2}\right)_{t=-\frac{\pi}{2\omega}}. \quad\cdots\cdots(12)$$

この關係に (2), (4) 及び (11) を入れて整理すれば

$$\cos\alpha=-\frac{1-\lambda^2}{\lambda}\frac{T}{M}\left(\tan\frac{\pi}{2\lambda}+\frac{1}{R}\frac{\pi}{2\lambda}\right), \quad\cdots\cdots(13)$$

但し　$\lambda=\dfrac{\omega}{p}$

である。この式は摩擦モーメント T をある値に調整したときに，クランク質量に働くモーメントと辷りとの位相差がどうなるかを與へるものである。クランク質量の變位 θ_1 は

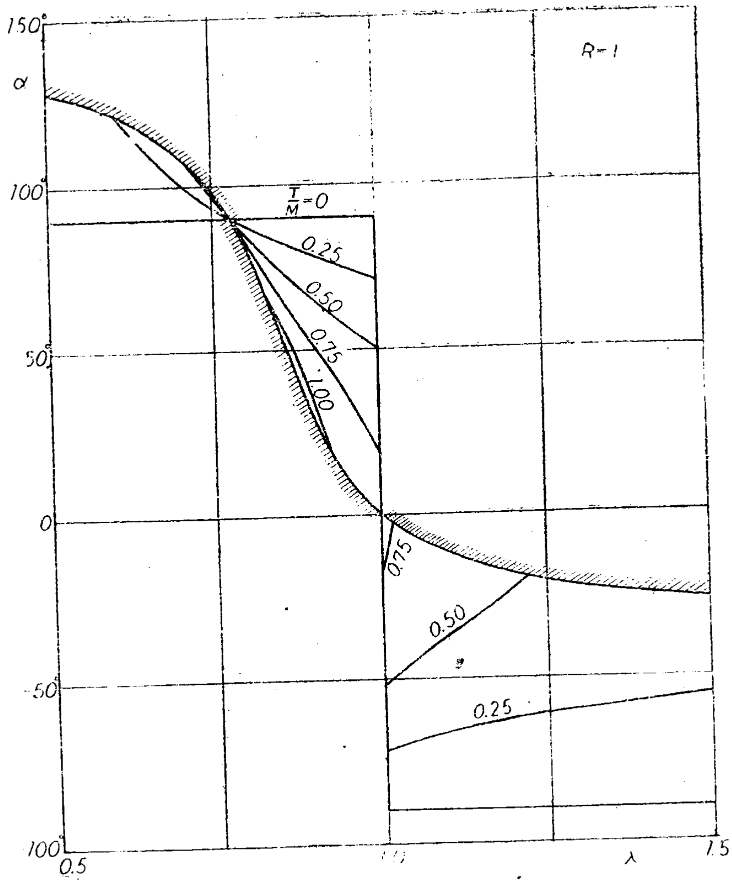
$$\frac{c}{M}\theta_1=-\frac{T}{M}+\frac{T}{M}\sec\frac{\pi}{2\lambda}\cos pt+\frac{1}{1-\lambda^2}\cos(\omega t-\alpha), \quad\cdots\cdots(14)$$

であつて，(13) の α の値をこれに入れさへすれば運動狀態，從つて吸振器の作用狀態も明かになる譯である。

一例として $I_a=I$ 即ち $R=1$ の場合の λ と α との關係を示せば第3圖のやうになる。$T/M=0$, 即ち吸振器が無いと同樣の場合には，$\lambda=1$ に於て共鳴し位相が $\pi/2$ から $-\pi/2$ に急に變る。これは當然であつて α は第2圖に示したやうな位相角であるから，$\alpha=\pi/2$ といふのは θ とモーメントとの位相が合つてゐることであり，$\alpha=-\pi/2$ といふのは位相が逆になつてゐることである。$T/M=0$ でなくても，$0<T/M<\pi/4$ の範圍であれば一般に $\lambda=1$ に於ては

$$\cos\alpha=\frac{4}{\pi}\frac{T}{M}, \quad\cdots\cdots(13)'$$

であつて，第3圖に見るやうに α はここで正の値から負の値に急に變る。位相が $\lambda=1$ で急に變るといふことは，こゝで振幅が非常に大きくなることであつて，$T/M<\pi/4$ では吸



第 3 圖

振器としての役に立たないのである。又 $T/M > \pi/4$ では，連續的に辷つてゐることは出來ないで，前の報告で述べた斷續的に辷る範圍になるのである。

(13) に於て

$$\tan\frac{\pi}{2\lambda}+\frac{1}{R}\frac{\pi}{2\lambda}=0, \qquad \cdots\cdots(15)$$

ならば，T/M の如何に拘らず $\alpha=\pi/2$ である。$R=1$ のときに，(15) の關係の成立するのは

$$\lambda=0.776 \qquad \cdots\cdots(15')$$

のところである。即ち第 3 圖に見るやうに總ての曲線がこの點に集つてゐる。

3. 連續的に辷る限界

辷らないで，吸振器がクランク質量と一緒に動くものとすれば，吸振器を動かすに必要なモーメントは $I_a\frac{d^2\theta_1}{dt^2}$ である。吸振器とクランク質量と速度が等しくなつた點，即ち 0_1 を原點として $t=-\frac{\pi}{2\omega}$ の點に於て，摩擦モーメントが若しも $I_a\frac{d^2\theta_1}{dt^2}$ より大きければ，これから先は辷らないで一緒に動くであらう。若しまた摩擦モーメントの方が小さければ，吸振器

を一緒に動かすことが出來ないで，辷りを起すであらう。即ち絶えず辷つてゐる條件は

$$I_d\left(\frac{d^2\theta_1}{dt^2}\right)_{t=-\frac{\pi}{2\omega}}>T, \qquad\cdots\cdots(16)$$

この關係に (14) を入れて，連續的に辷る場合の限界を求めれば

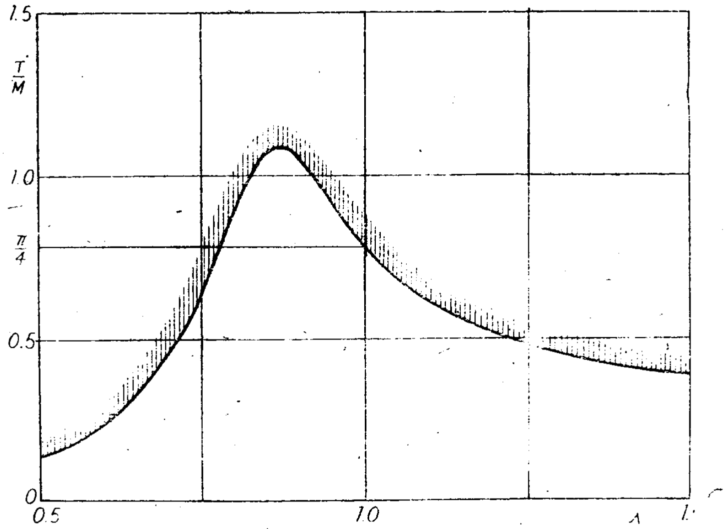
$$\frac{T}{M}=\frac{\lambda R}{1-\lambda^2}\frac{\cot\frac{\pi}{2\lambda}\cos\alpha+\lambda\sin\alpha}{1-\frac{\pi}{2\lambda}\cot\frac{\pi}{2\lambda}}. \qquad\cdots\cdots(17)$$

これと (13) とより

$$\frac{T}{M}=-\frac{\lambda}{1-\lambda^2}\frac{\cos\alpha}{\tan\frac{\pi}{2\lambda}+\frac{1}{R}\frac{\pi}{2\lambda}}, \qquad\cdots\cdots(18)$$

$$\tan\alpha=-\frac{1+\frac{1}{R}}{\lambda\left(\tan\frac{\pi}{2\lambda}+\frac{1}{R}\frac{\pi}{2\lambda}\right)}, \qquad\cdots\cdots(19)$$

これは前報告の連續的に辷る場合の辷り率を 1 と置いたときと全く同じである。



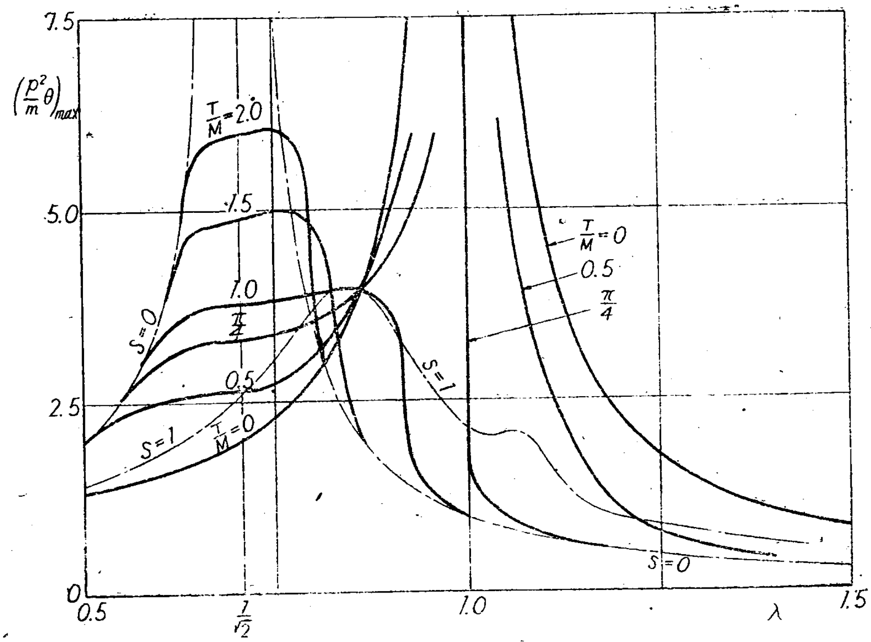
第　4　圖

第4圖は $R=1$ のときの限界を圖示したものである。$T/M>1.09$ ならば，λ の値に拘らず連續的に辷る狀態は存在しない。又 $T/M<\pi/4$ のとき，$\lambda=1$ の附近では吸振器としての役に立たないことは既に前にも述べた。從つて連續的に辷つてゐて而も吸振器として役に立つ範圍は極めて狹く，僅かに $\pi/4<T/M<1.09$ の範圍である。第3圖にも連續的辷りから斷續的辷りに移る限界線を書いて置いたが，これは (19) の關係である。

4，振　　幅

振動の形は (14) から容易に計算することが出來る。第2圖はその一例であつて，$R=1$, $T/M=1$, $\lambda=0.9$ の場合を示したものである。

振動の形が分れば，振幅も容易に求めることが出來る。$R=1$ のときの振幅と λ との關係を圖示すれば第5圖のやうになる。尙この圖には，斷續的に辷る場合の關係をも入れて置いた。



第　5　圖

圖に見るやうに，振幅曲線は $\lambda=0.865$, $\left(\frac{c}{M}\theta\right)_{max}=3.95$ の邊で殆んど一點に集る。一點に集るといふことは，摩擦モーメントをある値に調整して，そのときの振幅曲線がこの點で極大になるならば，その調整が最良であるといふことである。圖で見ると $R=1$ のときの最良の調整は T/M が 1 に近い値である。

5. 結　　言

摩擦吸振器の作動狀態はこれで一通り分つた。主な點を擧げれば

1. 連續的に辷つてゐる狀態で，吸振器として役に立つ範圍は極めて狹い。$R=1$ のときには
$$\frac{\pi}{4}<\frac{T}{M}<1.09$$
の範圍である，T/M が大きくなる方は，斷續的の辷りに移るだけであるが，小さい方は $\pi/4$ 以下になると $\lambda=1$ に於て振幅が非常に大きくなるから注意を要する。
2. 摩擦モーメントの種々の調整に就いて，振幅と λ との關係を表す曲線は大體ある一點に集る。このことから最良の調整を見出し得る。$R=1$ のときの最良調整は T/M の値が1に近いときである。

實際の使用に當つては，この最良の調整を用ひるとして，吸振器として効く範圍が狹いことは注意を要する點である。尙この最良調整値が摩擦モーメント T の絕體値で與へられな

いで，外から働く周期的モーメントの大さ M との比で與へられることは特に注意を要する。即ち最初 T/M を適當な値に採つたつもりでゐても，働くモーメントが少し大きくなると吸振器として効かなくなる危險があるのである。

摩擦吸振器に對して，粘性吸振器は數學的の取扱ひが非常に簡單であるから，理論上の性能はよく分つてゐる。今兩者の性能の比較をしてみよう。

1. 摩擦吸振器では吸振器がありながら振幅が非常に大きくなることがあり得るが，粘性吸振器にはさういふことはない。
2. 粘性吸振器では，最良の調整は外から働くモーメントの大さには無關係である。
3. 粘性吸振器で最良の調整を行つたときの最大の振幅は摩擦吸振器の場合より小さい。例へば $R=1$ のときには次のやうになる。

摩擦吸振器 $\left(\dfrac{c}{M}\theta\right)_{\max}=3.95$

粘性吸振器 $\left(\dfrac{c}{M}\theta\right)_{\max}=3.$

以上のことを考へれば，性能の點から見れば粘性吸振器の方が遙かに優つてゐると言ひ得る。