

No. 305.

(Published August, 1944.)

**On the Calculation of Lift Distribution of a
Monoplane Wing.**

By

Tetusi OKAMOTO.

- Chapter 1. Introduction.
- Chapter 2. A simple method of calculating lift distribution of the monoplane wings of arbitrary symmetrical plan-forms.
- Chapter 3. A method of determining the wash-out of a tapered wing.
- Chapter 4. A simple method of determining lift distribution of the wings with discontinuities along span.
- Chapter 5. The aerodynamic characteristics of the wing with a rectangular cut-out.
-

單葉翼の揚力分布の計算に就て*

岡 本 哲 史

目 次

第1章 緒 論	97
§ 1.	97
§ 2.	98
第2章 任意の對稱形の單葉翼の揚力分布の簡単な計算法	99
§ 3. 基礎式	99
§ 4. 誘導速度の計算	99
§ 5. 循環分布の計算	100
§ 6. 揚力係數及び誘導抗力係數	101
§ 7. 計算例並に精度の吟味	102
第3章 先細翼の振り下げの決定法	106
§ 8. 先細翼の振り下げ	106
§ 9. 翼幅に沿ふ有效迎角分布が一樣になるための條件	106
§ 10. 先細翼の有效迎角分布が一樣になるために必要な振り角	108
§ 11. 先細翼の振り下げの決め方と計算例	110
§ 12. 實驗による驗證	112
第4章 翼幅上に不連続點を有する翼の揚力分布を簡単に求める方法	116
§ 13. 計算の基礎	116
§ 14. ナセル、胴體又は切り欠きを有する無限翼幅の翼の揚力分布	118
§ 15. 下げ翼を有する無限翼幅の翼の揚力分布	120
§ 16. 補助翼の如き二つの不連続點を有する無限翼幅の翼の揚力分布	121
§ 17. 不連続點を有する有限翼幅の翼の揚力分布	122
第5章 矩形切り欠きを有する翼の特性	123
§ 18. 對稱翼型をもつ單純矩形翼に矩形切り欠きを施した時の特性の計算	123
§ 19. 實驗結果と計算結果との比較	126
結 語	129

第 1 章 緒 論

§1. 飛行機の翼が片持になるに及び翼幅に沿ふ荷重分布は翼桁の強度計算上に必要なものとなつた。翼を揚力線として扱つた Prandtl の翼理論は翼幅に沿ふ揚力分布の計算を可能にし而も計算結果が實驗結果とよく合致することはこの理論の實際應用上の價値を益々高からしめた。殊に先細翼が使はれるに至り新に翼端失速の問題が起り翼端失速の起る位置が揚力分布の計算結果から豫知することが出来るので、揚力分布の計算は設計室に於て益々使は

* 河田所員紹介

(1) L. Prandtl; Göttingen Nachrichten 1918.

れる様になつた。

かゝるわけで單葉翼の翼幅に沿ふ揚力分布の計算法は既に多數考究され、その主なるものとして Betz⁽²⁾, Trefftz⁽³⁾, Glauert⁽⁴⁾, Gates⁽⁵⁾, Lotz⁽⁶⁾, Multhopp⁽⁷⁾, Jaeckel⁽⁸⁾, Fage⁽⁹⁾, Crean⁽¹⁰⁾, 和田及豊田⁽¹¹⁾ 谷等⁽¹²⁾の論文が擧げられる。翼桁の強度計算に使ふ荷重分布を求める目的に對しては比較的精度の低い近似計算法でも充分役立つので、この觀點から Fage に依つて創められ Crean, 谷に依つて展開された近似計算法は便利である。然し翼端失速を判斷するために有効迎角分布を計算する場合はも少し精度の高い計算法が望ましく、殊に補助翼フラップを有する翼の如く不連続點を有する翼の場合に對しては益々精度の高い計算法が望まれ、この點 Lotz, Multhopp の方法は計算が著しく繁雜になる缺點はあるけれども計算結果の精度を必要に應じて高めることが出来るから最も信じ得べき結果を與へる方法と云ふことが出来る。

然し設計室に於て翼の揚力分布を計算することは各試作飛行機の翼毎に行はねばならぬからあまり計算に勞力と時間のかゝるものは適當でなく、そうかと云つて計算は簡單でも精度の低いものでは上述の理由で困るのである。従つて計算勞力が出来るだけ少く而も精度の比較的高い計算式が實際に於て欲求されてゐるのである。この論文はかゝる目的で書かれたものである。

§2. 次にこの論文の内容の梗概を述べる。第2章は翼幅に沿ひ不連続的變化のない様な單純な單葉翼の揚力分布を計算する方法を述べたもので計算勞力をあまり要せず而も精度のかなり高い結果が得られる方法を求めた。計算例を示して實用に便なる如く計算過程を示しておいた。この方法は漸近解法を使つたものであるが、谷の方法より條件點の数が多いにも拘らず收斂がかなりよいから實用には非常に便利である。第3章は第2章で述べた揚力分布計算法の應用例で、先細翼の振り下げの決定法を述べたものである。先細翼の振り下げは翼端失速防止のため必要なものにも拘らず之を決めるのに從來何ら目安がなく設計室では非常に不便を感じてゐた。本章に於ては振り下げの決定法を作り、實用に便なる如く代表的な先細翼に對して振り下げを計算して圖示して置いた。この方法で決められた振り下げをもつ翼は實驗に依つて翼端失速を起さないことが確證された。従つてこれに依り從來振り下げを決めるのに浪費されてゐた時間と勞力を著しく省くことが出来る。

第4章は翼幅上に不連続點を有する翼の揚力分布を簡單に求める方法を述べたものである。不連続點を有する翼に對しては從來の方法では計算に非常な勞力を要し實用には甚だ不便であつたので本章では近似計算ではあるが計算が極めて簡單に行はれ而もあまり精度を落さな

-
- (2) A. Betz ; Göttingen Dissertation 1919.
 (3) E. Trefftz ; Z. a. M. M. Bd. 1 (1921) S. 206.
 (4) H. Glauert ; The Elements of Aerofoil and Airscrew Theory. Cambridge 1928.
 (5) S. B. Gates ; A. R. C. R. & M. 1175 (1928).
 (6) I. Lotz ; Z. F. M. Jrg. 22 (1931). S. 189.
 (7) H. Multhopp ; Lufo. Bd. 15 (1938). S. 153.
 (8) K. Jaeckel ; Lufo. Bd. 16 (1939) S. 135 及 Bd. 17 (1940) S. 47.
 (9) A. Fage ; A. R. C. R. & M. 806 (1923).
 (10) J. R. Crean ; Aircraft Engng. Vol. 9 (1937). p. 45.
 (11) 和田—豊田 ; 日本航空學會誌 3卷(1936), 770頁.
 (12) 谷 ; 航研報告第111號(1934)及第197號(1940).

い様な計算法を求めた。而もこの方法では従來の方法に見られる様な不連続點の位置が計算中に於て曖昧である缺陷が除かれるので實際應用上非常に便利である。第5章は第4章で述べた計算法の應用例で矩形切り欠きを有する翼の特性を述べたものである。この計算の結果は Lotz の方法で Fourier 級數の 10 項までとつて計算した結果とよく合致し又計算結果は實驗結果ともよく合致するから第4章で述べた方法が充分な信頼性をもつことが證明された。

第 2 章 任意の對稱形の單葉翼の揚力分布の 簡単な計算法

§3. 基礎式

翼の中央に原點をとり翼幅方向に y 軸をとる。翼幅に沿ふ循環分布を $\Gamma(y)$ とし翼幅を b とすれば翼上の任意の點に於ける誘導速度 $w(y)$ は次式で與へられる。

$$w(y) = \frac{1}{4\pi} \int_{-\frac{b}{2}}^{+\frac{b}{2}} \frac{\partial \Gamma}{\partial y'} \cdot \frac{dy'}{y-y'} \dots\dots\dots (1)$$

翼の揚力が小さい時は誘導速度は一般流の速度 V に比べて非常に小さく誘導速度の影響は翼斷面の迎角が w/V だけ減少するものと考へることが出来る。即ち翼斷面の幾何學的迎角を $a(y)$ とすれば有效迎角 $a_e(y)$ は次の様になる。

$$a_e(y) = a(y) - \frac{w(y)}{V} \dots\dots\dots (2)$$

かくして翼斷面の流れは有效迎角に於ける二次元流と考へることが出来るから翼斷面の循環 $\Gamma(y)$ は Kutta-Joukowski の定理から次の様になる。

$$\Gamma(y) = c_1 V t_y a_e(y) \dots\dots\dots (3)$$

但し $c_1 = 1/2 (\partial C_{z\infty} / \partial a)$ 、及び迎角は零揚力の状態から測るものとする。(3)式を(2)式に代入すれば

$$\frac{\Gamma}{c_1 V t} = a - \frac{w}{V} \dots\dots\dots (4)$$

これが單葉翼の循環分布を求める基礎式である。

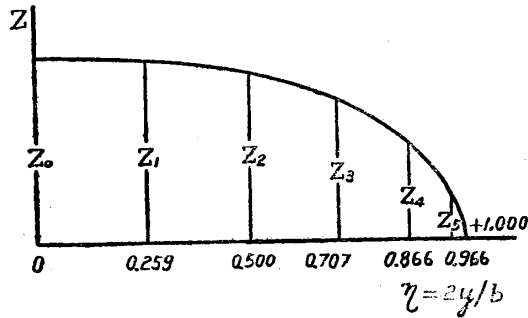
§4. 誘導速度の計算

與へられた翼の揚力分布を次の様にフーリエ級數で表はす。

$$Z = \frac{\Gamma}{C} = \sum_n A_n \sin n\theta \dots\dots\dots (5)$$

但し θ は $y = (b/2) \cos \theta$ で與へられる變數であり、 C は循環の次元をもつ數で例へば Glauert は $2bV$ とし Lotz は $c_1 V t_0$ としてゐる。翼が對稱形をもつとすれば級數の n は奇數だけを

(1) これは Prandtl の原文(Göttingen Nachrichten 1918)に於ては假定として述べられてゐるが Trefftz (Z. a. M. M. 1921) は問題をポテンシャル理論の境界値問題として扱ふことに依つてこの假定の合理的なることを立證し又この假定に基づいて得られる揚力分布は實驗的にも確證されてゐる。



第 1 圖

とればよい. 今この級数の初めの 6 項だけをと
り $\theta = 90^\circ, 75^\circ, 60^\circ, 45^\circ, 30^\circ, 15^\circ$
の 6 點 (即ち $\eta = 2y/b = 0, 0.259, 0.5, 0.707,$
 $0.866, 0.966$) に於て與へられた循環分布を満
足する様に係數 A_n (但し $n = 1, 3, 5 \dots 11$) を定
める. 即ち $Z_{(90^\circ)} = Z_0, Z_{(75^\circ)} = Z_1, Z_{(60^\circ)}$
 $= Z_2, Z_{(45^\circ)} = Z_3, Z_{(30^\circ)} = Z_4, Z_{(15^\circ)} = Z_5$ と
おけば次の 6 個の一次方程式を得る.

$$\begin{aligned} Z_0 &= A_1 - A_3 + A_5 - A_7 + A_9 - A_{11}, \\ Z_1 &= 0.96593 A_1 - 0.70711 A_3 + 0.25882 A_5 + 0.25882 A_7 - 0.70711 A_9 + 0.96593 A_{11}, \\ Z_2 &= 0.86603 A_1 - 0.86603 A_3 + 0.86603 A_5 - 0.86603 A_7 + 0.86603 A_9 - 0.86603 A_{11}, \\ Z_3 &= 0.70711 A_1 + 0.70711 A_3 - 0.70711 A_5 - 0.70711 A_7 + 0.70711 A_9 + 0.70711 A_{11}, \\ Z_4 &= 0.50000 A_1 + A_3 + 0.50000 A_5 - 0.50000 A_7 - A_9 - 0.50000 A_{11}, \\ Z_5 &= 0.25882 A_1 + 0.70711 A_3 + 0.96593 A_5 + 0.96593 A_7 + 0.70711 A_9 + 0.25882 A_{11}. \end{aligned}$$

これを解けば

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= (1/6) [+Z_0 + 1.93184 Z_1 + 1.73204 Z_2 + 1.41421 Z_3 + Z_4 + 0.51764 Z_5], \\ A_3 &= (1/6) [-Z_0 - 1.41421 Z_1 + 1.41421 Z_3 + 2 Z_4 + 1.41421 Z_5], \\ A_5 &= (1/6) [+Z_0 + 0.51764 Z_1 - 1.73204 Z_2 - 1.41421 Z_3 + Z_4 + 1.93184 Z_5], \\ A_7 &= (1/6) [-Z_0 + 0.51764 Z_1 + 1.73204 Z_2 - 1.41421 Z_3 - Z_4 + 1.93184 Z_5], \\ A_9 &= (1/6) [+Z_0 - 1.41421 Z_1 + 1.41421 Z_3 - 2 Z_4 + 1.41421 Z_5], \\ A_{11} &= (1/6) [-Z_0 + 1.93184 Z_1 - 1.73204 Z_2 + 1.41421 Z_3 - Z_4 + 0.51764 Z_5]. \end{aligned} \right\} \dots (6)$$

循環を (5) 式の様に表示せば誘導迎角 $\alpha_i (= w/V)$ は次の様になる.

$$\alpha_i = \mu \sum_{n=1}^{11} n A_n \frac{\sin n\theta}{\sin \theta}, \dots (7)$$

但し $\mu = \frac{C}{2bV}$ である. $\alpha_{i(90^\circ)} = \alpha_{i0}, \alpha_{i(75^\circ)} = \alpha_{i1}, \alpha_{i(60^\circ)} = \alpha_{i2}, \alpha_{i(45^\circ)} = \alpha_{i3}, \alpha_{i(30^\circ)} = \alpha_{i4},$
 $\alpha_{i(15^\circ)} = \alpha_{i5}$ とし且つ $\varphi_n = \frac{\alpha_{in}}{\mu}$ とかき, (6) 式を上式に代入して整理すれば次式を得る.

$$\left. \begin{aligned} \varphi_0 &= \frac{\alpha_{i0}}{\mu} = +6.00000 Z_0 - 4.80649 Z_1 - 0.47140 Z_3 - 0.09247 Z_5, \\ \varphi_1 &= \frac{\alpha_{i1}}{\mu} = -2.48804 Z_0 + 6.21163 Z_1 - 2.73204 Z_2 - 0.29188 Z_4, \\ \varphi_2 &= \frac{\alpha_{i2}}{\mu} = -3.04719 Z_1 + 6.92817 Z_2 - 2.82841 Z_3 - 0.21878 Z_5, \\ \varphi_3 &= \frac{\alpha_{i3}}{\mu} = -0.33333 Z_0 - 3.46409 Z_2 + 8.48524 Z_3 - 3.33333 Z_4, \\ \varphi_4 &= \frac{\alpha_{i4}}{\mu} = -0.56388 Z_1 - 4.71402 Z_3 + 12.00000 Z_4 - 4.33508 Z_5, \\ \varphi_5 &= \frac{\alpha_{i5}}{\mu} = -0.17862 Z_0 - 0.73205 Z_2 - 8.37478 Z_4 + 23.18213 Z_5. \end{aligned} \right\} \dots (8)$$

この式に依り誘導迎角従つて誘導速度の分布を計算することが出来る.

§ 5. 循環分布の計算

今 $C = c_{10} V t_0 a_0 \dots\dots\dots (9)$

とすれば $\mu = \frac{c_{10} t_0}{2b} a_0 \dots\dots\dots (10)$

となる。但し添字 0 は翼中央に於ける値を示す。従つて基礎式 (4) は次の様に書き直ほすことが出来る。

$$Z_\nu = \frac{c_{1\nu}}{c_{10}} \cdot \frac{t_\nu}{t_0} \cdot \frac{a_\nu}{a_0} \left(1 - \mu \frac{\varphi}{a_\nu}\right), \quad (\nu = 0, 1, 2 \dots 5), \dots\dots\dots (11)$$

今 $T_\nu = \frac{c_{1\nu} t_\nu}{c_{10} t_0}, \quad \Theta_\nu = \frac{a_\nu}{a_0}, \quad p = \frac{c_{10} t_0}{2b} \dots\dots\dots (12)$

とおけば (11) 式は次の様になる。

$$Z_\nu = T_\nu \Theta_\nu \left(1 - p \frac{\varphi_\nu}{\Theta_\nu}\right) \dots\dots\dots (13)$$

翼の形が與へられれば T_ν, Θ_ν, p の値が與へられ、循環分布は上の基礎式に依つて計算される。

(8) 式を (13) 式に代入すれば次の式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} (y_0 + 6.00000)Z_0 &= x_0 + 4.80649 Z_1 + 0.47140 Z_3 + 0.09247 Z_5, \\ (y_1 + 6.21163)Z_1 &= x_1 + 2.48804 Z_0 + 2.73204 Z_2 + 0.29188 Z_4, \\ (y_2 + 6.92817)Z_2 &= x_2 + 3.04719 Z_1 + 2.82841 Z_3 + 0.21878 Z_5, \\ (y_3 + 8.48524)Z_3 &= x_3 + 0.33333 Z_0 + 3.46409 Z_2 + 3.33333 Z_4, \\ (y_4 + 12.00000)Z_4 &= x_4 + 0.56388 Z_1 + 4.71402 Z_3 + 4.33508 Z_5, \\ (y_5 + 23.18213)Z_5 &= x_5 + 0.17862 Z_0 + 0.73205 Z_2 + 8.37478 Z_4 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (14)$$

但し

$$x_0 = \frac{1}{p}, \quad x_1 = \frac{\Theta_1}{p}, \quad x_2 = \frac{\Theta_2}{p}, \quad x_3 = \frac{\Theta_3}{p}, \quad x_4 = \frac{\Theta_4}{p}, \quad x_5 = \frac{\Theta_5}{p}$$

$$y_0 = \frac{1}{p}, \quad y_1 = \frac{1}{pT_1}, \quad y_2 = \frac{1}{pT_2}, \quad y_3 = \frac{1}{pT_3}, \quad y_4 = \frac{1}{pT_4}, \quad y_5 = \frac{1}{pT_5}$$

この式は漸近解法 (iteration) に依つて解くことが出来る。即ち翼の形が與へられると x_ν, y_ν の値がわかる。そこで (14) 式の右邊で「印をつけた所までの項を探つてその後の項を無視すれば第一番目の式から Z_0 が求まり、これを第二番目の式に代入して計算すれば Z_1 が求まる。この様にすれば Z_ν が凡て求まるのである。これは第 1 次解である。次に「印をつけた所から後ろの項に今求めた第 1 次解を代入すれば第一番目の式から第 2 次解の Z_0 が求まり、第二番目の式に今求めた Z_0 と前に求めた第 1 次解の Z_2, Z_4 を代入すれば第 2 次解の Z_1 が求まる。この様にして第 2 次解 Z_ν が求まる。この様な操作を繰返へして Z_ν の値がもはや變らなくなる迄行へばその Z_ν の値が求める値になるのである。

この計算操作は極めて簡単で § 7 の計算例で示す如く 8 回程繰返へせば宜しいからあまり時間はかゝらぬ。

§ 6 揚力係数及び誘導抗力係数

以上の様にして循環分布 Z_ν が求まれば (6) 式から係数 A_n を計算することが出来る。 A_n

の値がわかれば揚力 L 及び誘導抗力 D_i は夫々次の式で計算することが出来る。

$$L = \int_{-\frac{b}{2}}^{+\frac{b}{2}} \rho V \Gamma dy = \frac{1}{4} \pi c_{10} \rho V^2 b t_0 a_0 A_1, \dots\dots\dots (15)$$

$$D_i = \int_{-\frac{b}{2}}^{+\frac{b}{2}} \rho \omega \Gamma dy = \frac{L^2}{1/2 \pi b^2 \rho V^2} \cdot \frac{\sum n A_n^2}{A_1^2} \dots\dots\dots (16)$$

係数の形で表はせば

$$C_z = \frac{1}{2} \pi c_{10} \frac{t_0}{t_m} a_0 A_1, \dots\dots\dots (17)$$

$$C_{x_i} = \frac{C_z^2}{\pi \lambda} (1 + \delta) \dots\dots\dots (18)$$

となる。但し t_m は平均弦長、 λ は縦横比、 S を翼面積とすれば

$$t_m = \frac{S}{b}, \quad \lambda = \frac{b^2}{S}.$$

となり又

$$1 + \delta = \frac{\sum n A_n^2}{A_1^2} \dots\dots\dots (19)$$

である。(6)式を(17)式に代入すれば

$$C_z = 0.2618 c_{10} \frac{t_0}{t_m} a_0 [Z_0 + 1.9318 Z_1 + 1.7320 Z_2 + 1.4142 Z_3 + Z_4 + 0.5171 Z_5],$$

(但し a_0 はラジアンで表はす)

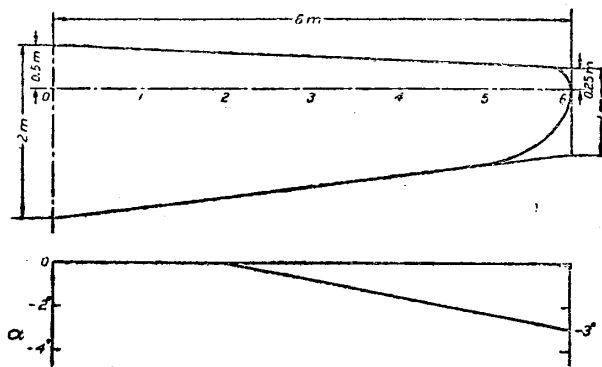
又は

$$= 0.00457 c_{10} \frac{t_0}{t_m} a_0 [Z_0 + 1.9318 Z_1 + 1.7320 Z_2 + 1.4142 Z_3 + Z_4 + 0.5176 Z_5],$$

(但し a_0 は度で表はす)

(17a)

§ 7 計算例並に精度の吟味



第 2 圖

計算例として第 2 圖に示す様な翼端で 3° の振り下げを有する先細翼に就て翼中央に於

ける幾何學的迎角 $\alpha_0 = 5^\circ$ に對する揚力分布を計算して見る. この翼の諸元は翼幅 $b = 12$ m, 翼面積 $S = 176.2$ m², 縦横比 $\lambda = b^2/S = 8.17$, 翼中央の弦長 $t_0 = 2$ m, 平均弦長 $t_m = 1.468$ m, 先細率 $\tau = 0.5$ である.

$c_{10} = c_1 v = 0.85\pi$ とすれば $p = 0.2225$ となり $T_v = \frac{c_1 v t_v}{c_{10} t_0}$ 及び $\Theta_v = \frac{\alpha_v}{\alpha_0}$ は次の様になる.

$$T_0 = 1.000, T_1 = 0.870, T_2 = 0.750, T_3 = 0.645, T_4 = 0.555, T_5 = 0.345,$$

$$\Theta_0 = 1.000, \Theta_1 = 1.000, \Theta_2 = 0.850, \Theta_3 = 0.660, \Theta_4 = 0.520, \Theta_5 = 0.440.$$

$x_v = \frac{\Theta_v}{p}, y_v = \frac{1}{p T_v}$ を計算すれば

$$x_0 = 4.4944, x_1 = 4.4944, x_2 = 3.8202, x_3 = 2.9663, x_4 = 2.3371, x_5 = 1.9775,$$

$$y_0 = 4.4944, y_1 = 5.1660, y_2 = 5.9925, y_3 = 6.9681, y_4 = 8.0980, y_5 = 13.0272$$

となる. これらの値を (14) 式に代入すれば Z_v が計算されるが, 第1次から第10次までの各計算段階に於ける Z_v の値を示せば第2表に示す様になり, 第9次解までとれば小數點以下5位まで精確な値が得られる. 精度を小數點以下4位までに留めれば第8次解で宜しい.

第2表 計算の各段階に於ける Z_v の値

次 Z_v	第1次	第2次	第3次	第4次	第5次	第6次	第7次	第8次	第9次	第10次
Z_0	0.42827	0.66624	0.74091	0.76102	0.76611	0.76739	0.76770	0.76776	0.76778	0.76778
Z_1	0.48867	0.64448	0.68667	0.69744	0.70012	0.70076	0.70090	0.70094	0.70094	0.70094
Z_2	0.41091	0.51375	0.53948	0.54581	0.54724	0.54758	0.54765	0.54766	0.54766	0.54766
Z_3	0.29330	0.63438	0.38145	0.38505	0.38586	0.38606	0.38610	0.38610	0.38610	0.38610
Z_4	0.19880	0.24378	0.25192	0.25366	0.25406	0.25415	0.25417	0.25418	0.25418	0.25418
Z_5	0.11101	0.12467	0.12744	0.12807	0.12822	0.12825	0.12826	0.12826	0.12826	0.12826

以上の様にして求めた Z_v の値を (6) 式に代入すれば係數 A_n が得られる. 即ち

$$A_1 = 0.6548, A_3 = -0.0864, A_5 = 0.0224, A_7 = -0.0014, A_9 = -0.0008, A_{11} = -0.0007.$$

これらを (19), (18) 及び (17) 式に代入すれば誘導抗力係數及び揚力係數が得られる. 即ち

$$\delta = \frac{3A_3^2 + 5A_5^2 + 7A_7^2 + 9A_9^2 + 11A_{11}^2}{A_1^2} = 0.0583,$$

$$Cx_c = \frac{C_x^2}{\pi \lambda} \times 1.0583 = 0.0412 C_x^2, C_x = 0.327.$$

次に種々の揚力係數に對する循環分布を求めよう. 上述の先細翼で捩れのない場合の循環分布 Z_v を計算すれば

$$Z_0 = 0.788, Z_1 = 0.729, Z_2 = 0.641, Z_3 = 0.541, Z_4 = 0.421, Z_5 = 0.237$$

となり, この値は迎角從つて揚力係數には無關係である. $\alpha_0 = 5^\circ$ に於ける揚力係數を (17a)

式で計算すれば $C_z=0.384$ になる. 従つて任意の C_z (これを假りに A とする) に對する迎角は $\alpha_0=5^\circ \times A/0.384$ になる. この様にして $C_z=0, 0.3, 0.6, 0.9, 1.2$ に對する迎角を計算すれば $\alpha^0=0^\circ, 3.91^\circ, 7.81^\circ, 11.72^\circ, 15.62^\circ$ になる.

次に

$$Z' = Za_0 = \frac{\Gamma}{c_{10} V t_0}$$

と置けば捩れのある場合の $\alpha_0=5^\circ, (C_z=0.327)$ に對する Z' 分布は

$$Z'_0=0.0669, Z'_1=0.0611, Z'_2=0.0477, Z'_3=0.0337, Z'_4=0.0222, Z'_5=0.0112$$

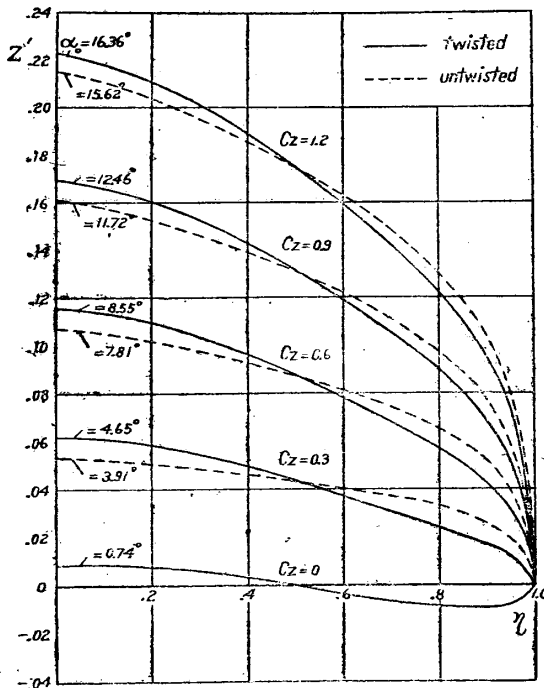
となり, 捩れない翼の $\alpha_0=5^\circ, (C_z=0.384)$ に對する Z' 分布は次の様になる.

$$Z'_0=0.0688, Z'_1=0.0636, Z'_2=0.0561, Z'_3=0.0472, Z'_4=0.0367, Z'_5=0.0207.$$

この Z'_v にある數 a を掛ければ $C_z=0.384a$ に對する捩れない翼の循環分布が得られるから, 上の Z'_v の値に $0.327/0.384$ を掛ければ $C_z=0.327$ に對する捩れない翼の循環分布即ち正則分布が得られる. この時の迎角は $\alpha_0=5^\circ \times 0.327/0.384=4.26^\circ$ になる. 前に求めた $C_z=0.327$ に對する捩れのある翼の Z'_v と今求めた捩れない翼の Z'_v (即ち正則分布) の差をとれば $C_z=0$ に對する循環分布即ち零循環分布が得られる. 即ち

$$Z'_0=0.0083, Z'_1=0.0069, Z'_2=-0.0001, Z'_3=-0.0065, Z'_4=-0.0091, Z'_5=-0.0064.$$

零循環分布に對する迎角即ち零揚力角は $5^\circ-4.26^\circ=0.74^\circ$ になる.



第 3 圖

任意の C_z に對する捩れのある翼の循環分布はその C_z の値に對する正則分布に零循環分布を附加することに依つて得られる. この様にして $C_z=0, 0.3, 0.6, 0.9, 1.2$ に對する循環分布 Z' を求めれば第3圖に示す通りである. これらの C_z に對する迎角 α_0 は捩れない場合の迎角 α_0 に零揚力角を加へて求めることが出来る. 即ち夫々 $\alpha_0=0.74^\circ, 4.65^\circ, 8.55^\circ, 12.46^\circ, 16.36^\circ$ になる.

次にこの計算法による結果の精度を吟味するため縦横比5の單純矩形翼について循環を表はすフーリエ級數を10項までとつて *Lots* の方法で計算した非常に精度の高い結果と比較して見よう. この比較は第3表に示す通りでこの計算法によれば精度のかなり高い結果が得られることがわかる.

第3表 縦横比5の単純形翼の循環分布

Z_v	本章の方法	Lotzの方法(フーリエ級数10項)
Z_0	0.8217	0.8219
Z_1	0.8112	0.8115
Z_2	0.7762	0.7764
Z_3	0.7045	0.7048
Z_4	0.5724	0.5727
Z_5	0.3437	0.3443

以上述べて来た様にこの計算法は計算が簡単で初等技術者に依つても容易に行はれ計算に要する時間は初心者でも三時間程度であり、而もその結果の精度はかなり高いものであるから實用上極めて便利であつて、この點在來の諸方法より優れてゐると云へよう。

次に前述の計算で條件點を増すことに依り精度及び收斂が如何に變るかを察知する上便利であるし、又揚力分布を概算でよいから早く知りたい場合に使ふためこゝに4點法を求めて置く。今 $\theta=90^\circ, 67.5^\circ, 45^\circ, 22.5^\circ$ ($\gamma=0, 0.382, 0.707, 0.924$) の4點に於ける無次元循環を順に Z_0, Z_1, Z_2, Z_3 とし前と同様な方法に依りフーリエ級数の係數 A_1, A_3, A_5, A_7 を求めれば次の様になる。

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= +0.25000 Z_0 + 0.46194 Z_1 + 0.35355 Z_2 + 0.19134 Z_3, \\ A_3 &= -0.25000 Z_0 - 0.19134 Z_1 + 0.35355 Z_2 + 0.46194 Z_3, \\ A_5 &= +0.25000 Z_0 - 0.19134 Z_1 - 0.35355 Z_2 + 0.46194 Z_3, \\ A_7 &= -0.25000 Z_0 + 0.46194 Z_1 - 0.35355 Z_2 + 0.19134 Z_3. \end{aligned} \right\} \dots\dots (6a)$$

これを(7)式に代入して φ_v を求めれば次の様になる。

$$\left. \begin{aligned} \varphi_0 &= +4.00000 Z_0 - 3.15432 Z_1 - 0.22416 Z_3, \\ \varphi_1 &= -1.70710 Z_0 + 4.32957 Z_1 - 1.82842 Z_2, \\ \varphi_2 &= -2.38896 Z_1 + 5.65682 Z_2 - 2.07192 Z_3, \\ \varphi_3 &= -0.29288 Z_0 - 3.82845 Z_2 + 10.45260 Z_3. \end{aligned} \right\} \dots\dots (8a)$$

これを基礎式(13)式に代入して整理すれば

$$\left. \begin{aligned} (y_0 + 4.00000) Z_0 &= x_0 + 3.15432 Z_1 + 0.22416 Z_3, \\ (y_1 + 4.32957) Z_1 &= x_1 + 1.70710 Z_0 + 1.82842 Z_2, \\ (y_2 + 5.65682) Z_2 &= x_2 + 2.38896 Z_1 + 2.07192 Z_3, \\ (y_3 + 10.45260) Z_3 &= x_3 + 0.29288 Z_0 + 3.82845 Z_2. \end{aligned} \right\} \dots\dots (14a)$$

となり漸近解法で解ける。前と同様に第2圖に示した翼を計算例に採れば

$$\begin{aligned} T_0 &= 1.000, T_1 = 0.808, T_2 = 0.645, T_3 = 0.490, \\ \theta_0 &= 1.000, \theta_1 = 0.950, \theta_2 = 0.660, \theta_3 = 0.460. \end{aligned}$$

となり従つて

$$\begin{aligned} x_0 &= 4.4944, x_1 = 4.2697, x_2 = 2.9663, x_3 = 2.0674, \\ y_0 &= 4.4944, y_1 = 5.5624, y_2 = 6.9681, y_3 = 9.1722 \end{aligned}$$

となる。この値を(14a)式に代入して計算し、各計算段階に於ける結果を示せば第2a表に示す様になる。

第2a表 4点法に於ける各計算段階に於ける Z_n の値

次 Z_n	第1次	第2次	第3次	第4次	第5次	第6次	第7次
Z_0	0.52910	0.72799	0.76399	0.76956	0.77029	0.77039	0.77039
Z_1	0.52294	0.61899	0.63398	0.63583	0.63606	0.63609	0.63609
Z_2	0.33390	0.38137	0.38621	0.38679	0.38688	0.38688	0.38688
Z_3	0.17838	0.19062	0.19209	0.19230	0.19232	0.19232	0.19232

4点法の場合では6点法の場合より収斂が早くなり計算が非常に簡単になり、第7次まで計算するのに要する時間は一時間程度である。結果の精度を小数点以下4位までに留めれば第5次解で宜しく、小数点以下3位までに留めれば第4次解でよいから計算手数は益々省かれる。

この4点法と前の6点法の結果を見ると翼の条件点の数を増す程精度は増すが収斂は幾分悪くなり計算労力が多少増すことがわかる。然し条件点を4点から6点に増しても収斂はさうひどく悪くなるわけではないから、この様子では8点、9点と増して行つても到底実行出来ぬやうな計算にはなりさうもない。實用上は6点で充分であるけれども何等かの必要上点数を増してもどうか実行できるだらうといふ見込があることに本解法の長所が認められる。

第3章 先細翼の振り下げの決定法

§8. 先細翼の振り下げ

次に前節で述べた計算法の應用例として先細翼の振り下げの問題を考究して見よう。

先細翼に於ては若し振れがなければ有効迎角の最大點は翼端に近い所に現はれ、こゝから早期失速を起し最大揚力の減少は云ふ迄もなく補助翼の利きを害するのでこれを防ぐため普通は翼に振り下げを施してゐる。

飛行機を設計するに當り先づ翼の平面形が定つた後これにどの位の振り下げを施したらよいかと云ふことは設計の當初に一番問題になる所であるが、從來これに對する適當な指針がなく大部分の人は初めいゝ加減な見當で振り下げを與へて見て有効迎角分布を計算し振り下げが足りなければこれを増すと云ふ様なやり方をしてゐる。この様なやり方は無駄な労力と時間を費し又振り方も慣習に倣ひ直線的振り下げを採つてゐる状態であるから、こゝに於て合理的な振り下げの決定法が是非とも必要になる。

翼端失速を起さない様にするためには先づ有効迎角の最大點が翼端部分に起らぬ様にせねばならぬから翼幅に沿ふて有効迎角が一定になる場合を翼端失速を起さないための振れの限界と考へることが出来る。従つて有効迎角分布が一様になるために要する振り角の分布を計算しておけば、これから翼端失速を防ぐために必要な振り下げを知ることが出来る。

§9. 翼幅に沿ふ有効迎角分布が一様になるための條件

有効迎角は(3)式から

$$a_{ev} = \frac{F_v}{c_{1v} V t_v} = \frac{Z_v}{T_v} a_0$$

となるから翼中央に於ける有効迎角 a_{e0} との比をとれば

$$\frac{a_{ev}}{a_{e0}} = \frac{Z_v}{Z_0} \cdot \frac{1}{T_v} \dots\dots\dots (20)$$

有効迎角が翼幅に沿ふて一定なる時は $a_{ev}/a_{e0} = 1$ であるから上式は次の様になる。

$$\frac{Z_v}{Z_0} = T_v \dots\dots\dots (21)$$

これが有効迎角分布が一樣になるための条件である。但し $T_v = c_{1v} t_v / c_{10} t_0$ である。

次に翼幅に沿ふ翼型の配置が與へられ従つて揚力曲線の傾き及び弦長分布が與へられた時有効迎角分布が一樣になるために要する振り角分布を求めよう。(13) 式を (21) 式に代入すれば

$$\frac{Z_v}{Z_0} = \frac{T_v(\Theta_v - p\varphi_v)}{1 - p\varphi_0} = T_v$$

故に有効迎角分布が一樣になるための条件は次の様に書き直ほすことが出来る。

$$\frac{\Theta_v - p\varphi_v}{1 - p\varphi_0} = 1 \dots\dots\dots (21a)$$

今振り角を

$$\varepsilon_v = \alpha_v - \alpha_0 \dots\dots\dots (22)$$

とすれば (21a) 式は次の様になる。

$$\frac{\varepsilon_v}{a_0} = p(\varphi_v - \varphi_0), \dots\dots\dots (23)$$

但し $p = c_{10} t_0 / 2b$ であり、 ε が正の時は振り上げ、負の時は振り下げを示す。

今

$$\psi_v = \frac{\varphi_v}{Z_0} \dots\dots\dots (24)$$

とおけば (23) 式は次の様になる。

$$\frac{\varepsilon_v}{a_0} = Z_0 p (\psi_v - \psi_0) \dots\dots\dots (25)$$

Z_v/Z_0 は (21) 式に依つて與へられるから ψ は (8) 式に依つて計算することが出来る。

従つて $\varphi_0 = Z_0 \psi_0$ なる式と (13) 式から導出される $Z_0 = 1 - p\varphi_0$ なる式から Z_0 を求めることが出来る。即ち

$$Z_0 = \frac{1}{1 + p\psi_0} \dots\dots\dots (26)$$

これを (25) 式に代入すれば

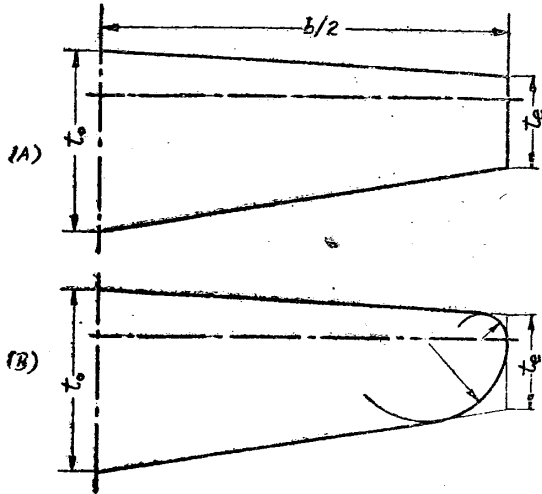
$$\frac{\varepsilon_v}{a_0} = \frac{p}{1 + p\psi_0} (\psi_v - \psi_0). \dots\dots\dots (27)$$

この式に依つて有効迎角分布が一樣になるために要する振り角を求めることが出来る。

§10. 先細翼の有効迎角分布が一様になるために必要な振り角

楕圓翼に於ては $T_v = \sqrt{1-\eta^2}$ であるから有効迎角分布が一様になる場合に對する循環分布は (21) 式から $Z_v/Z_0 = \sqrt{1-\eta^2}$ なる楕圓形分布になる. この場合は $\psi_v = 1$ となるから (27) 式から振り角は零になる. 即ち捩れない楕圓翼に於ては有効迎角分布が一様になる. このことは既によく知られてゐる所である.

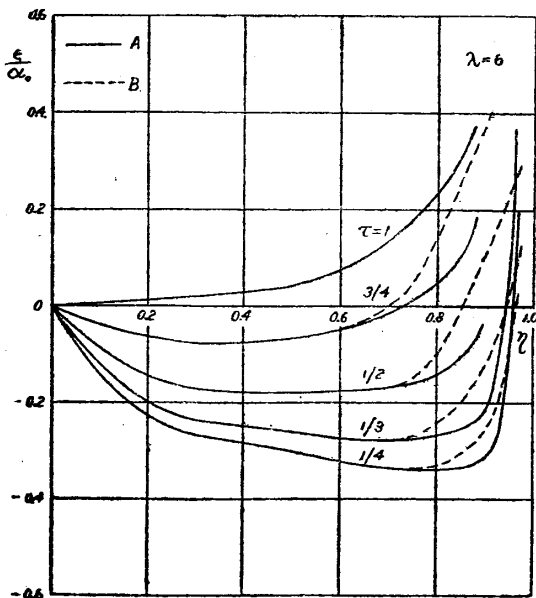
次に第 4 (A) 圖に示す様な梯形翼について有効迎角分布が一様になるために必要な捩れ



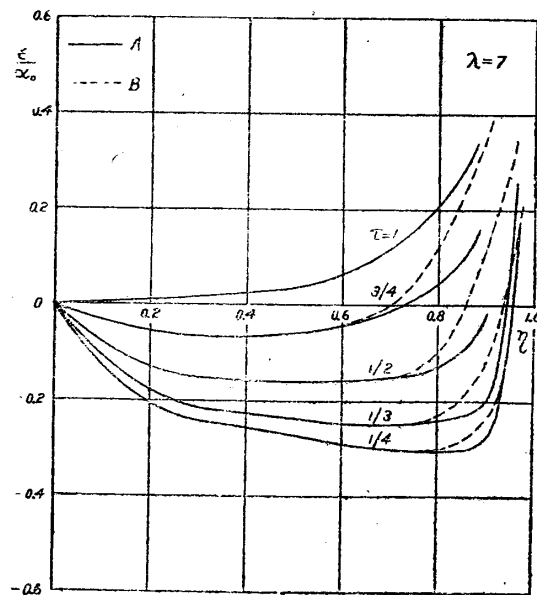
第 4 圖

を計算して見る. 翼端弦長と翼中央弦長の比即ち先細率 $\tau = t_c/t_0$ を $\tau = 1, 3/4, 1/2, 1/3, 1/4$ と變へてその各々の場合について縦横比を $\lambda = \frac{2b}{(t_0+t_c)} = 6, 7, 8, 9, 10$ と變へて e_v/a_0 を計算した. 又第 4 (B) 圖に示す様な二つの内接圓で翼端に丸味をつけた場合についても前と同様な計算をして見た. 後者の場合は實際の縦横比即ち $\lambda_r = b^2/S$ (但し S は翼面積) は前の梯形翼より幾分大きくなる. この計算結果は第 5 圖~第 9 圖に示す通りで、 $\tau = 1$ の場合即ち矩形翼に於ては振り上げを必要とするが、先細翼の場合は大部分は振り

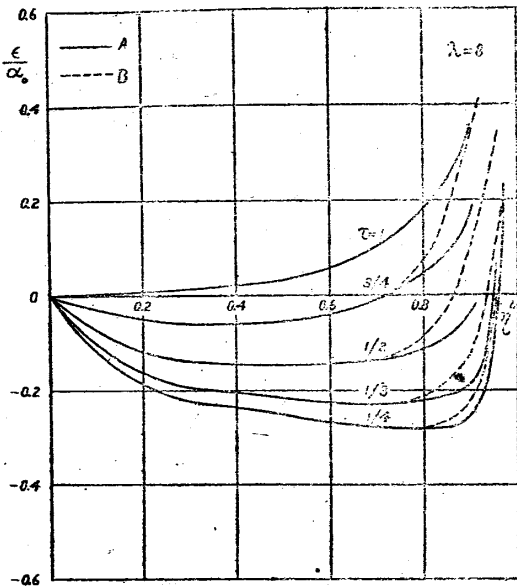
下げを必要とし只翼端部分で逆に振り上げを行はねばならぬ. 同じ縦横比について云へば τ が減少するに従ひ振り下げを増さねばならぬ. 又同じ τ の値について云へば縦横比が増大する程振り下げは少なくて済む. 翼端に丸味をつければ圖に於て點線で示す様に翼端部分に於ける振り上げが變るだけで他は殆んど梯形翼と變らない.



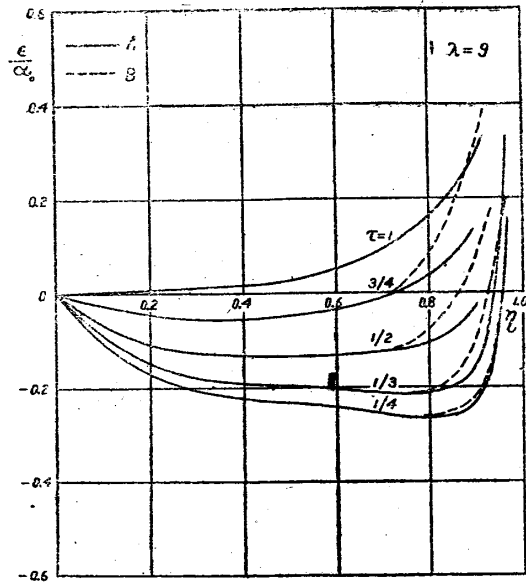
第 5 圖



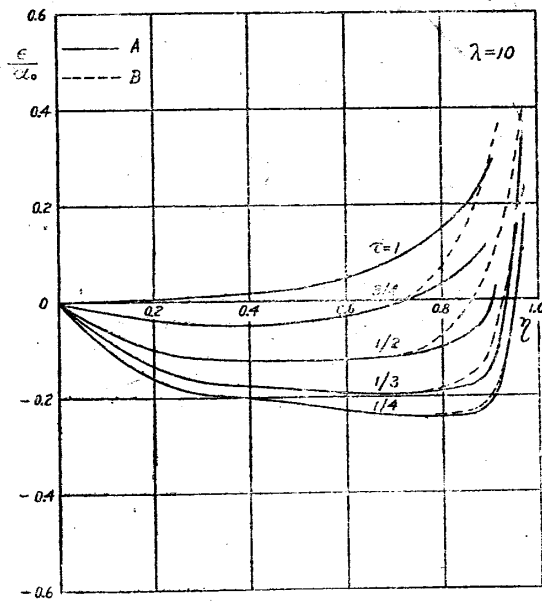
第 6 圖



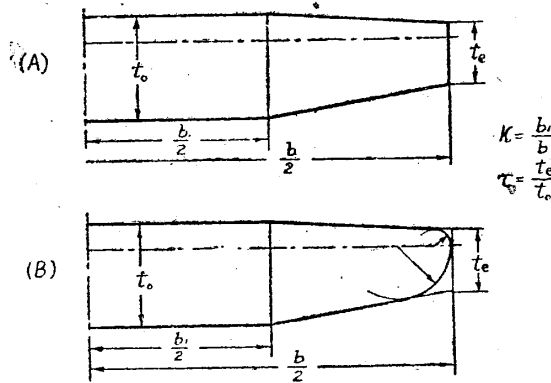
第 7 圖



第 8 圖



第 9 圖



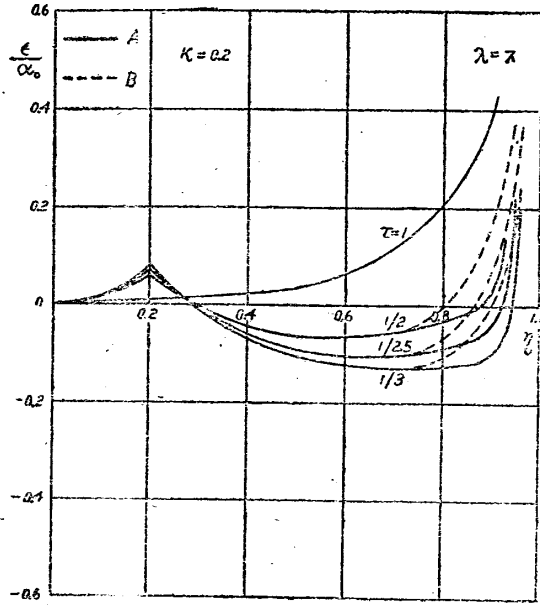
第 10 圖

次に第 10 圖に示す様な翼の中央部に平行部分を持つ翼について有効迎角が一樣になるために必要な捩れを計算して見る。平行部分の幅 b_1 と翼幅 b との比 $k = b_1/b$ を $k = 0.2, 0.4$ に變へ、夫々に對して先細率を $\tau = t_e/t_0 = 1/2, 1/2.5, 1/3$ に變へその各々の場合について縦横比を $\lambda = b/t_m = 7, 8$ に變へて ϵ/α_0 を計算した。但し t_m は (A) 圖に示した翼の平均弦長で

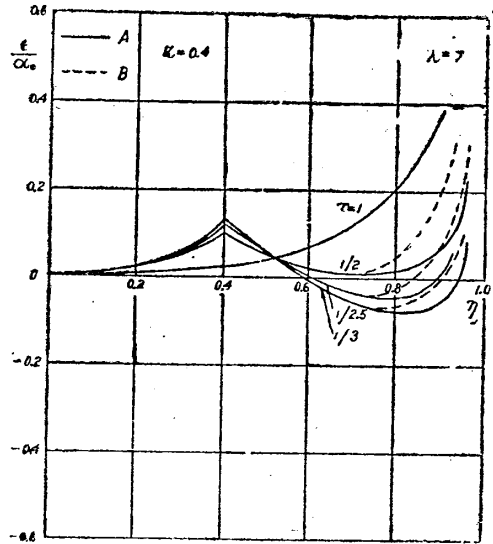
$$t_m = \frac{t_0}{2} \{k(1-\tau) + (1+\tau)\}$$

で與へられる。従つて (B) 圖の様な二つの内接圓で翼端に丸味をつけた翼の實際の縦横比は上の λ の値より幾分大きくなる。この計算結果は第 11 圖～第 14 圖に示す通りで之を第

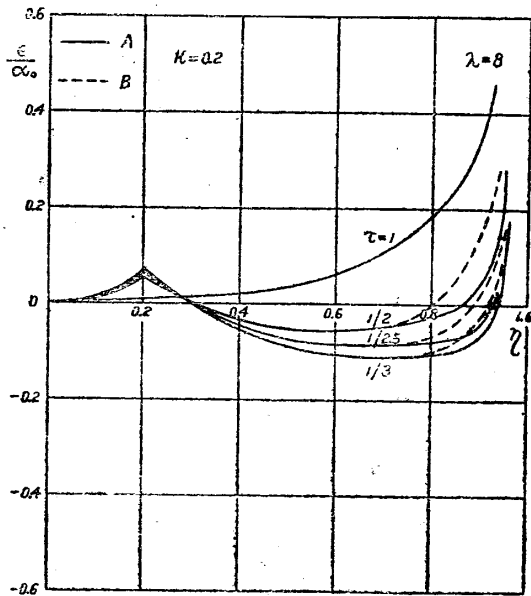
6, 7 圖と比較すれば翼の中央部に平行部分を作れば振り下げは著しく少なくて済むことがわかる。平行部分は $k=0.2$ の場合より $k=0.4$ の場合の方が振り下げは更に少なくて済む。いずれの場合も平行部分には振り下げを施す必要はなく只先細部分だけを振り下げれば宜しい。



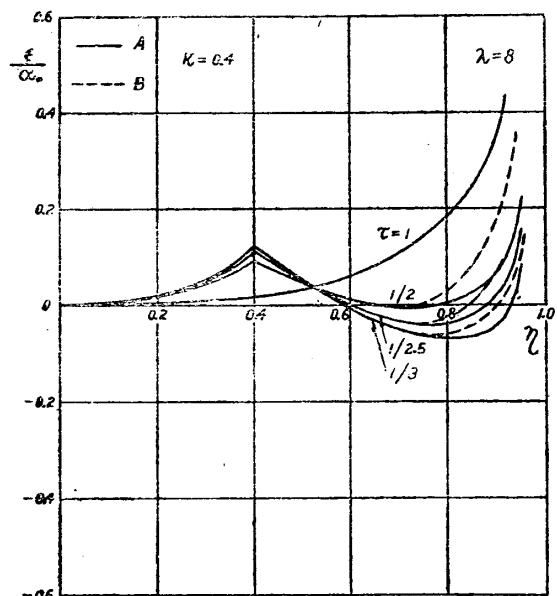
第 11 圖



第 12 圖



第 13 圖



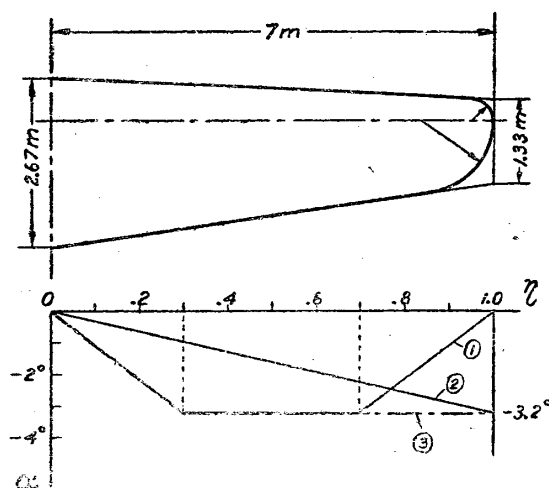
第 14 圖

§ 11. 先細翼の振り下げの決め方と計算例

以上で有効迎角が一定になるために要する ϵ/α_0 の値を計算したが振り角 ϵ は中央翼断面の迎角 α_0 に依つて變つて来る。今中央翼断面の迎角 α_0 が失速角になつた時有効迎角分布

が一様になるか又はこの場合でも有効迎角の最大點が翼中央部にある様に振れを決めれば α_0 がこれ以下の角度である時は有効迎角の最大點は常に翼中央にあるから翼端失速を防止することが出来る。高レイノルツ數に於ける風洞試験結果に依れば普通使はれてゐる翼型の零揚力状態から測つた失速角は略々 20° 又はそれ以下になつてゐるから、今その最大限の 20° を以て中央翼断面の迎角として採ることとする。 $\alpha_0 = 20^\circ$ に於て有効迎角分布が一様になるための振れ角は前節の諸圖から直ちに求めることが出来る。例へば普通使つてゐる先細翼は $\tau = 1/2$ 又は $1/2.5$ のものが多いのであるが、これについて最大振り角を見るに縦横比6の場合に對しては $\tau = 1/2$ では -3.6° , $\tau = 1/2.5$ では -4.6° の振り下げを必要とし縦横比7の場合について見れば $\tau = 1/2$ で -3.2° , $\tau = 1/2.5$ では -4.0° の振り下げを必要とする。これらの數字は設計室で行つてゐるものに略々類似してゐる。この事は振り下げを決めるのに $\alpha_0 = 20^\circ$ と採つて大なる誤のないことを示してゐる。翼端失速を防ぐにはこの様にして求めた振り下げを使へばよいが尙一層の安全を望む時はこれ以上の振り下げを施せばよい。

次に計算例として第15圖に示す様な $\lambda = 7$, ($\lambda_r = 7.12$), $\tau = 1/2$ の先細翼に就て振れを①



第 15 圖

の様な形にしたもの (これは第6圖に示した有効迎角が一様になるための振れを近似表示したもの), ②で示す様に普通行はれてゐる直線的振り下げにしたもの, 及び③で示す様に①の振れに於て翼端部分の振り上げをなくしたものの、三種類について計算して見る。各々の場合に對する零循環分布 Z' を第2章で述べた方法に依つて計算すれば

振れ①; $Z'_0 = +0.0146, Z'_1 = -0.0015,$
 $Z'_2 = -0.0067, Z'_3 = -0.0047,$
 $Z'_4 = +0.0028, Z'_5 = +0.0046$
 振れ②; $Z'_0 = +0.0112, Z'_1 = +0.0052,$
 $Z'_2 = -0.0019, Z'_3 = -0.0064,$
 $Z'_4 = -0.0079, Z'_5 = -0.0055$

振れ③; $Z'_0 = 0.0175, Z'_1 = 0.0011, Z'_2 = -0.0048, Z'_3 = -0.0050, Z'_4 = -0.0042, Z'_5 = -0.0025,$ となり零揚力角は夫々 $\alpha_0 = 2.26^\circ, 1.33^\circ, 2.51^\circ$ になる。又振れのない時の $\alpha_0 = 5^\circ$, ($C_z = 0.364$) に於ける循環分布 (即ち正則分布) を計算すれば次の様になる。

$Z'_0 = 0.0672, Z'_1 = 0.0624, Z'_2 = 0.0550, Z'_3 = 0.0465, Z'_4 = 0.0364, Z'_5 = 0.0200,$

$C_z = 0.3, 0.6, 0.9, 1.2$ に對する各々の場合の循環分布 Z' を求めれば第16圖に示す様になりこの時の迎角 α_0 は次の様になる。

$C_z = 0.3$ の場合

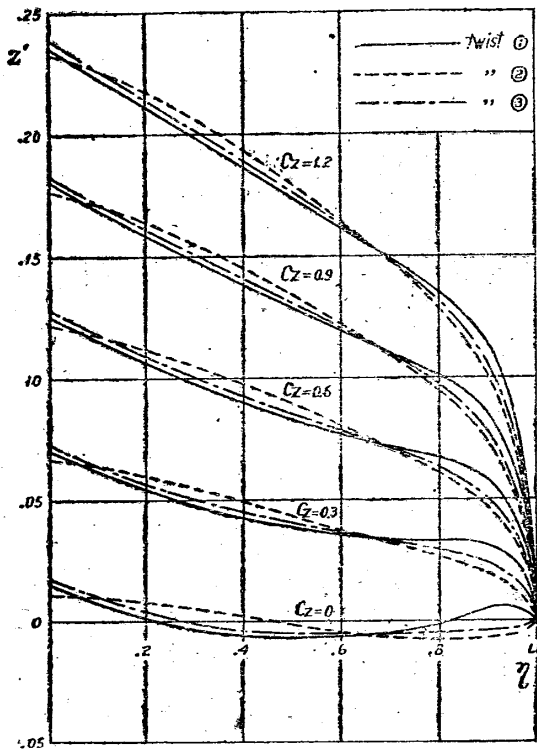
振れなし; $\alpha_0 = 4.12^\circ$
 振れ ① ; $= 6.38^\circ$
 振れ ② ; $= 5.45^\circ$

$C_z = 0.6$ の場合

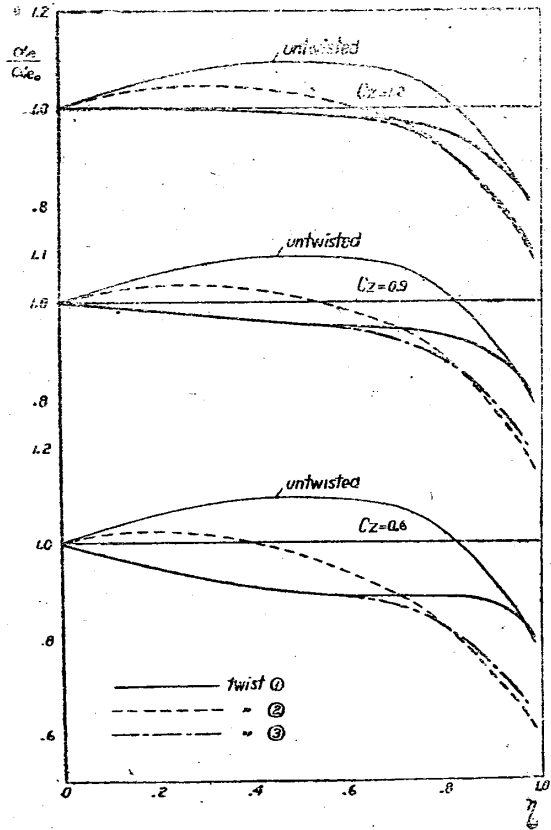
振れなし; $\alpha_0 = 8.24^\circ$
 振れ ① ; $= 10.50^\circ$
 振れ ② ; $= 9.57^\circ$

換れ ③ ; $= 6.63^\circ$
 $C_z = 0.9$ の場合
 換れなし ; $\alpha_0 = 12.36^\circ$
 換れ ① ; $= 14.62^\circ$
 換れ ② ; $= 13.69^\circ$
 換れ ③ ; $= 14.86^\circ$

. . . ③ ; $= 10.75^\circ$
 $C_z = 1.2$ の場合
 換れなし ; $\alpha_0 = 16.43^\circ$
 換れ ① ; $= 18.74^\circ$
 換れ ② ; $= 17.81^\circ$
 換れ ③ ; $= 18.99^\circ$



第 16 圖



第 17 圖

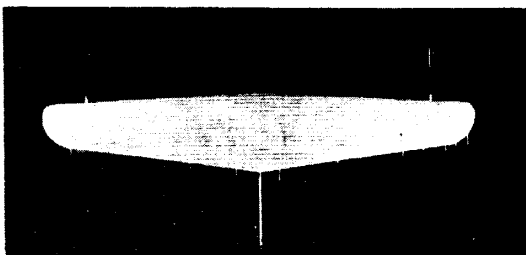
$Z = \frac{Z'}{a_0}$ に依り Z 分布を求め $\frac{a_{ev}}{a_{e0}} = \frac{Z_v}{Z_0} \cdot \frac{1}{T_v}$ に依り有効迎角分布 $\frac{a_{ev}}{a_{e0}}$ を計算すれば第 17 圖に示す様になる. この圖でわかる様に換れのない場合は略々 $\eta = 0.5$ に於て有効迎角は最大となり, 直線的換り下げの場合は $C_z = 0.9$ では略々 $\eta = 0.25$ に於て, $C_z = 1.2$ では略々 $\eta = 0.3$ に於て有効迎角は最大となる. これに對し換れ ① 及び ③ の場合は $C_z = 1.2$ に達する迄有効迎角の最大點は翼中央にあり, 従つて翼端失速は起らぬと見ることが出来る. 先細翼の換り下げは従來行はれてゐる様な直線的換り下げよりは ① 又は ③ の様な換り下げにした方が効果的である様に思はれる.

§ 12. 實驗による驗證

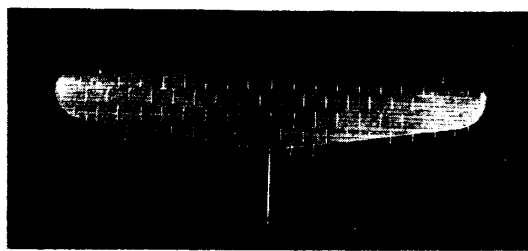
以上の所論の結果を驗證するため實驗結果と比較して見る. 第 15 圖に示した平面形をもち Clark Y 断面 (厚比は翼中央で 13%, 翼端から 4 cm 離れた所で 9%) をもつ翼幅 1 m の先細翼模型を作り, 之に換り下げ ① 及び ② を施して翼上面に絹絲を取着け風速約

30 m/s の下に風洞試験して失速状況を調べた。試験結果は第 18~31 圖に示す通りで、計算結果が示す如く振り下げ ① 及び ② はいづれも翼端失速を起さず失速は略々翼中央部から始つてゐる。又振り下げ ① は振り下げ ② の様な直接的振り下げよりは一層効果的であることが實驗的にも確證された。即ち直線振り下げ ② では迎角 13° で翼中央に近い所から失速を起し迎角 19° では翼全體が完全な失速状態に入つてゐるのに對し、振り下げ ① に於ては 15° 位で漸く翼中央から失速を起し 19° ではまだ翼の半分が失速してゐるに過ぎず 22° になつて漸く略々全體が失速状態に入つてゐる。

この様に計算による結論は實驗結果と非常によく合致して居り、この振り下げの決定法の●實用上の價値を立證してゐる。

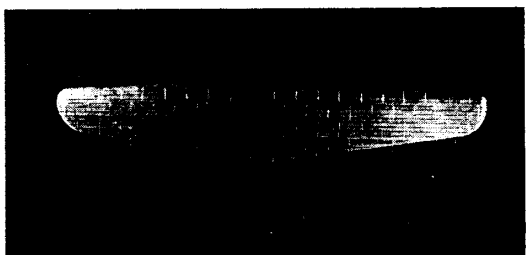


振り下げ (1)

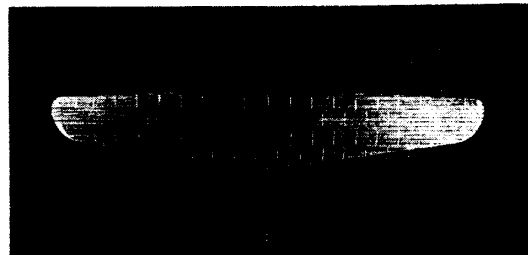


振り下げ (2)

第 18 圖 迎角 -6°

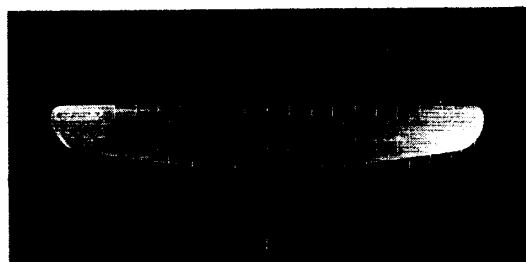


振り下げ (1)

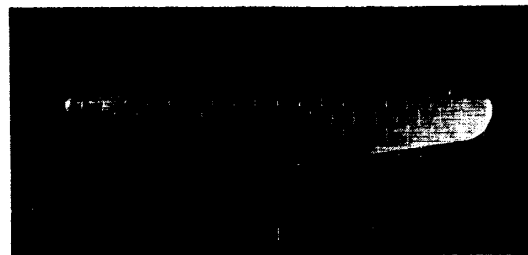


振り下げ (2)

第 19 圖 迎角 0°



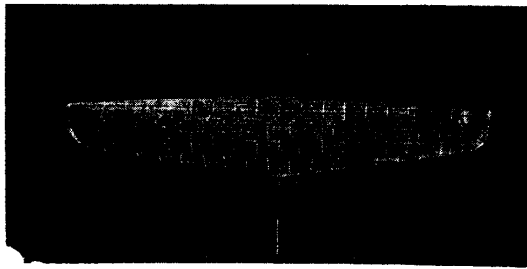
振り下げ (1)



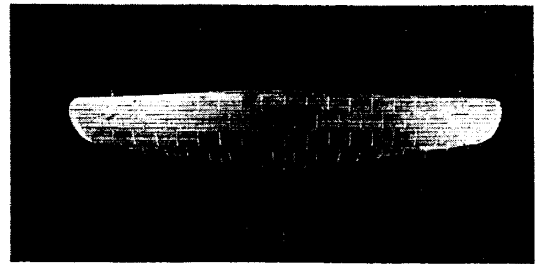
振り下げ (2)

第 20 圖 迎角 6°

(1) この迎角は中央に於ける迎角で、慣用の如く翼弦からとつたものである。

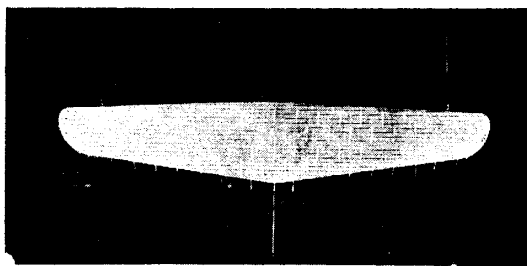


振り下げ(1)

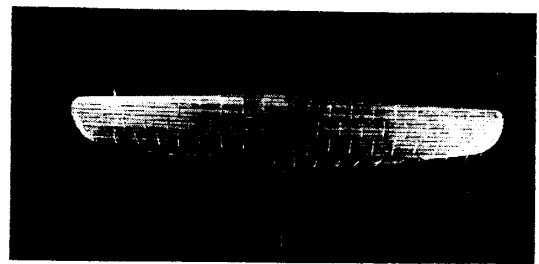


振り下げ(2)

第 21 圖 迎角 10°

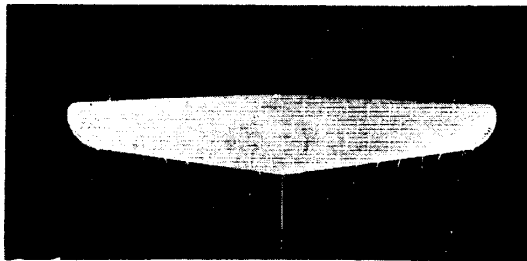


振り下げ(1)

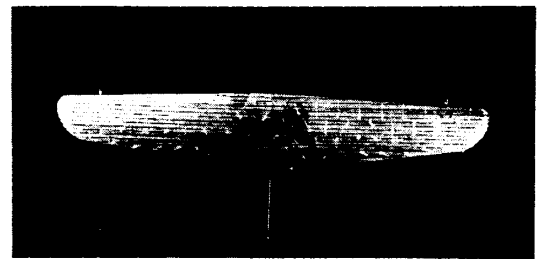


振り下げ(2)

第 22 圖 迎角 12°

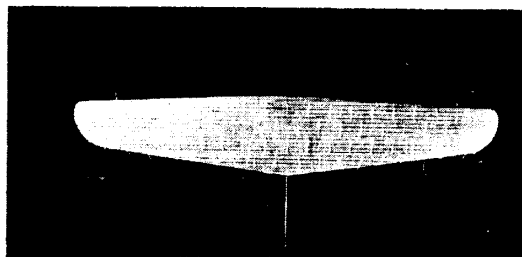


振り下げ(1)

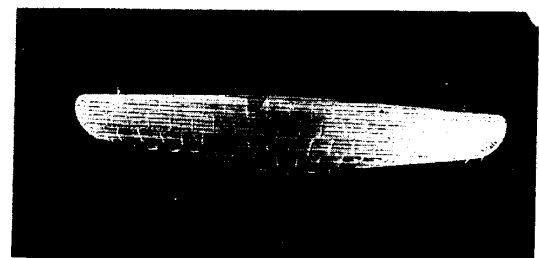


振り下げ(2)

第 23 圖 迎角 13°

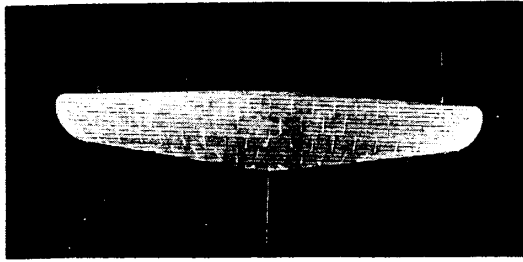


振り下げ(1)

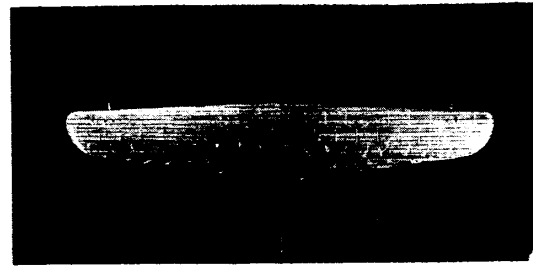


振り下げ(2)

第 24 圖 迎角 14°



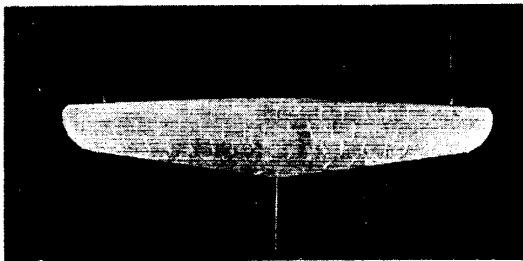
振り下げ(1)



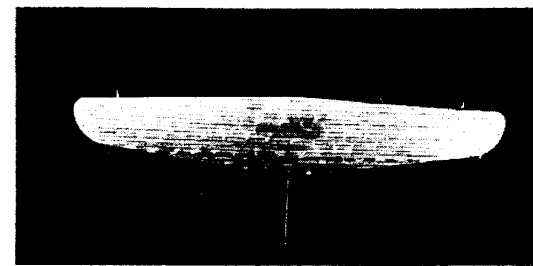
振り下げ(2)

第 25 圖

迎角 15°



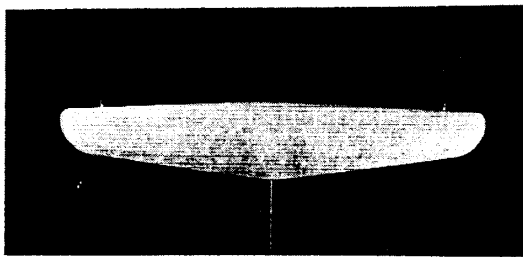
振り下げ(1)



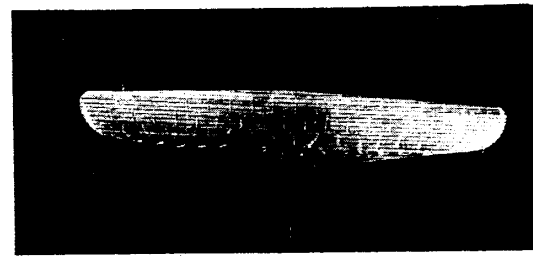
振り下げ(2)

第 26 圖

迎角 16°



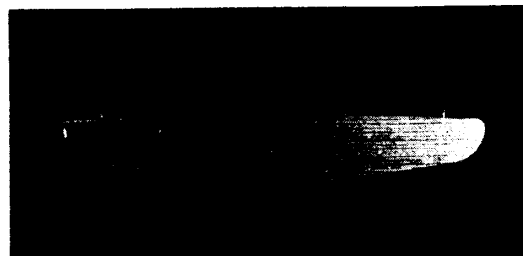
振り下げ(1)



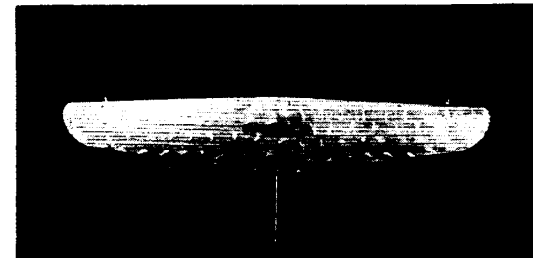
振り下げ(2)

第 27 圖

迎角 17°



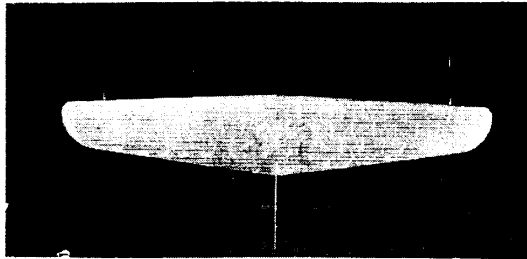
振り下げ(1)



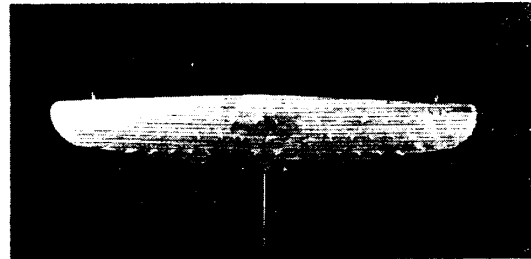
振り下げ(2)

第 28 圖

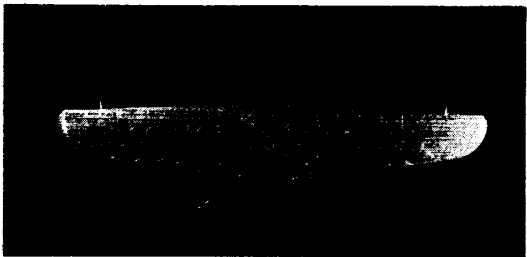
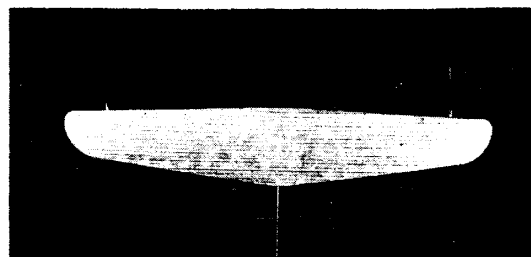
迎角 18°



振り下げ(1)



振り下げ(2)

第 29 圖 迎角 19° 振り下げ
第 30 圖 迎角 22° 振り下げ
第 31 圖 迎角 24°

第 4 章 翼幅上に不連続点を有する翼の揚力 分布を簡単に求める方法

§13. 計算の基礎

翼が翼幅上のある點に於て不連続的に變化する場合は翼の揚力分布を求めるのに従來の方法ではかなりの勞力を要しそれにも拘らず計算の精度は普通の矩形翼又は先細翼の如き場合に比し著しく低い。殊に不連続點の位置が比較的曖昧であることは在來の計算法に於ける最も大きな缺點である。翼幅に沿ふて翼が不連続的に變化する事は下げ翼及び補助翼又は發動機ナセル、胴體を有する翼等の如く實際に於て極めて多く起る事であるから、計算は多少近似的であつても在來の計算法の如く手數のかゝるものでなく簡単に計算が出来、而も不連続點がはつきりと與へられる様な計算法を見出す事が飛行機設上計極めて必要である。

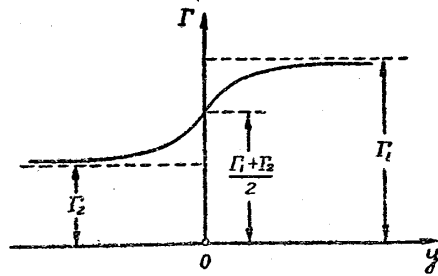
下げ翼、胴體、補助翼等の如き二つの不連続點を有する翼について考察する前に、その計算の基礎として一つの不連続點を有する無限翼幅の翼の揚力分布を近似的に計算する方法を述べよう。

迎角が翼幅上の一點に於て不連続的變化をなす無限翼幅の翼の揚力分布は嘗て Betz 及び Petersohn⁽¹⁾ に依つて計算されたものがあるが、迎角のみならず弦長及び揚力曲線勾配が不連続的に變化する様な一般的な場合は未だ計算されてゐない。こゝでは一般的な不連続的變化

(1) A. Betz u. E. Petersohn, Zur Theorie der Querruder. Z. a. M. M. 1928, p. 253.

をなす翼を取扱ひ近似的ではあるが Betz の方法より非常に取扱の簡単な計算法を述べる。

今第 32 圖に示す様に原点に於て翼が不連続的に變化し $y > 0$ に對する翼断面は二次元流に於て $\Gamma_1 = c_{11} V t_1 a_1$ なる循環を有し又 $y < 0$ に對する翼断面は二次元流に於て $\Gamma_2 = c_{12} V t_2 a_2$ なる循環を有し且 $\Gamma_1 > \Gamma_2$ なりとする。かゝる場合に於ては $y > 0$ に對する翼断面は $y < 0$ に對する翼断面に依つて生ずる誘導速度場にあるため實際の循環分布は圖に於て實線で示す様な曲線となり、 $y \rightarrow \infty$ に於て $\Gamma \rightarrow \Gamma_1$ 、又 $y \rightarrow -\infty$ に於て $\Gamma \rightarrow \Gamma_2$ となり、今 Γ_2 が Γ_1 に比しあまり小さ過ぎないと假定して置けば原点に於ける循環は略々 $\Gamma = (\Gamma_1 + \Gamma_2)/2$ になる。



第 32 圖

この様な諸條件を満足する循環分布曲線の一つの形として次式で表はされる分布がある。

$$\Gamma = \frac{\Gamma_1 + \Gamma_2 e^{-py}}{1 + e^{-py}} \dots \dots \dots (28)$$

この式に於ける p は原点に於ける曲線の勾配を支配する正の数である。この式はパラメーターを一つだけ持つため境界條件を一個所で満足するに過ぎないからこの式で表はされる揚力分布の近似度は非常に低いのであるが、こゝではこの様に簡単に循環分布を假定しておく。そうすれば揚力分布を求める我々の問題は即ち翼上の一點で境界條件を満足する様子を決定する事になる。

y 軸上の任意の點に於ける誘導速度 $w(y)$ は

$$w = \frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial \Gamma}{\partial y'} \cdot \frac{dy'}{y - y'} \dots \dots \dots (29)$$

に依つて計算される。この式に (28) 式を代入すれば次の様になる。

$$w = \frac{p(\Gamma_1 - \Gamma_2)}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-py'}}{(1 + e^{-py'})^2} \cdot \frac{2y}{y^2 - y'^2} dy'$$

こゝで $Z = (1 - e^{-py})/2$ とおけば

$$\frac{e^{+py}}{(1 + e^{-py})^2} = \frac{e^{-py}}{4} (1 - Z)^{-2} = \frac{e^{-py}}{4} (1 + 2Z + 3Z^2) = \frac{e^{-py}}{4} (2.75 - 2.5e^{-py} + 0.75e^{-2py})$$

となり上式の積分を計算すれば誘導速度は次の様になる。

$$w = \frac{p(\Gamma_1 - \Gamma_2)}{4\pi} I(y),$$

こゝで

$$I(y) = 0.6875 \phi_1 - 0.6250 \phi_2 + 0.1875 \phi_3 \dots \dots \dots (30)$$

但し

$$\phi_n = e^{-npy} Ei(npy) - e^{npy} Ei(-npy), \quad (n = 1, 2, 3)$$

上式に於て $Ei(x)$ は指數積分で表から求めることが出来る。

(1) Bierens de Haan ; Nouvelles Tables d'Intégrales définies. p. 132.
 (2) E. Janke u. F. Emde ; Funktionentafeln mit Formeln and Kurven.

與へられた翼の循環を求める基礎式は(4)式即ち

$$\Gamma(y) = c_1(y)Vt(y)a(y) - c_1(y)t(y)w(y) \dots\dots\dots (31)$$

である。従つてパラメーター p は翼上の一 點に於て上式を満足する様に決定すればよい。今適當に選んだ翼上の一 點の座標を y_1 (但し正とする) とし $py_1 = A$ とすればこの點に於ては $c_1(y_1) = c_{11}$, $t(y_1) = t_1$, $a(y_1) = a_1$, $\Gamma_{\infty}(y_1) = \Gamma_1 = c_{11}t_1Va_1$ であるから基礎式(31)式は次の様になり

$$\frac{\Gamma_1 + \Gamma_2 e^{-A}}{1 + e^{-A}} = \Gamma_1 - \frac{c_{11}t_1}{4\pi} p (\Gamma_1 - \Gamma_2) I(y_1)$$

これから p を求めれば

$$\left. \begin{aligned} p &= \frac{4\pi k}{c_{11}t_1}, \\ k &= \frac{e^{-A}}{1 + e^{-A}} \cdot \frac{1}{I(y_1)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (32)$$

但し

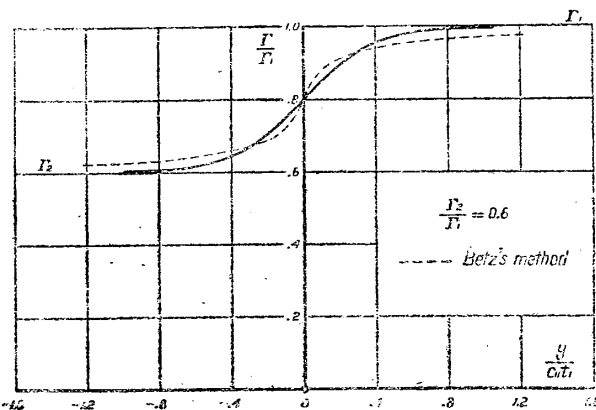
となる。今 $A = 1.5$ に採ることにすれば

$$p = \frac{5.27}{c_{11}t_1} \dots\dots\dots (33)$$

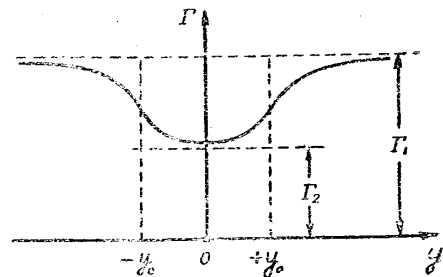
となる。この様にして p の値を決定して求めた循環分布を Betz の解と比較すれば第 33 圖に示す通りで、近似度の高い Betz の解とはかなりの差が見られるが Betz の解の如く不連続的變化が迎角に於てのみに限られず又取扱ひが非常に簡單であるから、設計室で使ふ近似計算には便利であると思ふ。

次にこの計算の要領を應用して胴體、下げ翼、補助翼等の如き二つの不連続點を有する翼の場合を取扱つて見よう。

§ 14 ナセル、胴體又は切り欠きを有する無限翼幅の翼の揚力分布



第 33 圖



第 34 圖

ナセル、胴體又は切り欠きを有する翼に見られる様な第 34 圖に示す如き $y = \pm y_0$ に於て

(1) $py = 1.5$ の點は誘導速度が最大になる點に相當する。

翼が不連続的に變化し $|y| > y_0$ に對する断面は二次元流に於て $\Gamma_1 = c_{11} V t_1 a_1$ なる循環を有し $|y| < y_0$ に對する断面は二次元流に於て $\Gamma_2 = c_{12} V t_2 a_2$ なる循環を有し $\Gamma_1 > \Gamma_2$ になる様な場合を考へる。前節で行つた循環分布 (28) 式の求め方をこの場合にも適用すれば循環分布の式として次式を得る。

$$\Gamma = \frac{\Gamma_1 - \Gamma_2}{1 + e^{-p(y-y_0)}} + \frac{\Gamma_2 + \Gamma_1 e^{-p(y+y_0)}}{1 + e^{-p(y+y_0)}} \dots\dots\dots (34)$$

この様に表はせば

$$\begin{aligned} y = \pm \infty ; & \quad \Gamma = \Gamma_1, \\ y = \pm y_0 ; & \quad \Gamma = \frac{\Gamma_1 + \Gamma_2}{2} + \frac{(\Gamma_1 - \Gamma_2)e^{-2py_0}}{1 + e^{-2py_0}}, \\ y = 0 & \quad ; \quad \Gamma = \Gamma_2 + \frac{2(\Gamma_1 - \Gamma_2)e^{-py_0}}{1 + e^{-py_0}} \\ y_0 \rightarrow \infty ; & \quad \Gamma \rightarrow \Gamma_2, \end{aligned}$$

となり循環分布曲線が具備すべき諸條件を満足してゐる。前と同様に我々の問題は翼上の一點で境界條件を満足する様に p を決定する事になる。

(34) 式を (29) 式に代入すれば

$$w = \frac{p(\Gamma_1 - \Gamma_2)}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{e^{-p(y'-y_0)}}{\{1 + e^{-p(y'-y_0)}\}^2} - \frac{e^{-p(y'+y_0)}}{\{1 + e^{-p(y'+y_0)}\}^2} \right] \frac{dy'}{y-y'}$$

となる。この式に於ける二つの積分は §13 に於て求めた積分 $I(y)$ と同じ形で只 y の代りに $(y-y_0)$ 又は $(y+y_0)$ と置き換へたものであるから

$$w = \frac{p(\Gamma_1 - \Gamma_2)}{4\pi} \{I_{(y-y_0)} - I_{(y+y_0)}\} \dots\dots\dots (35)$$

と書くことが出来る。前と同様に $p(y-y_0) = A$ なる如き適當なる正の値 A を選び之に對應する y の値を y_1 とすれば此點に於ては (31) 式は次の様になり

$$\frac{\Gamma_1 - \Gamma_2}{1 + e^{-p(y_1 - y_0)}} + \frac{\Gamma_2 + \Gamma_1 e^{-p(y_1 + y_0)}}{1 + e^{-p(y_1 + y_0)}} = \Gamma_1 - \frac{c_{11} t_1}{4\pi} p(\Gamma_1 - \Gamma_2) \{I_{(y_1 - y_0)} - I_{(y_1 + y_0)}\}$$

この式から p を求めれば

$$p = \frac{4\pi k}{c_{11} t_1} \dots\dots\dots (36)$$

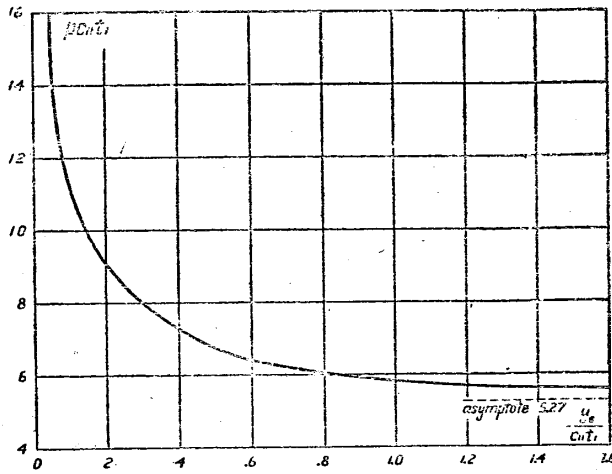
但し

$$k = \frac{e^{-p(y_1 - y_0)} - e^{-p(y_1 + y_0)}}{1 + e^{-p(y_1 + y_0)} + e^{-p(y_1 - y_0)} + e^{-2py_1}} \cdot \frac{1}{I_{(y_1 - y_0)} - I_{(y_1 + y_0)}}$$

となる。前と同様に $p(y_1 - y_0) = 1.5$ なる點に於て境界條件を満足する様にして色々の py_0 の値に對する p を求めれば第 4 表及び第 35 圖に示す結果を得る。

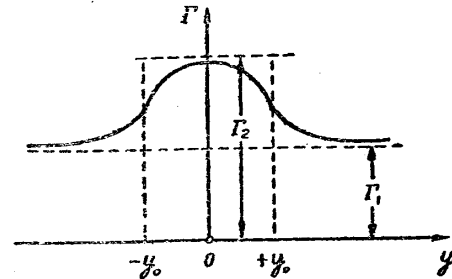
第 4 表 種々の y_0 に對する p の値

$\frac{y_0}{c_{11} t_1}$	0	0.05	0.19	0.37	0.58	0.78	0.98	1.18	1.38	∞
$pc_{11} t_1$	∞	15.51	9.20	7.52	6.46	6.08	5.86	5.72	5.62	5.27



第 35 圖

§ 15. 下げ翼を有する無限翼幅の翼の揚力分布



第 36 圖

次に $-y_0 \leq y \leq +y_0$ の間に下げ翼を有する翼に見られる如く第 36 圖に示す様に $y = \pm y_0$ に於て翼が不連続的に變化し $-y_0 \leq y \leq y_0$ に對する断面は二次元流に於て $\Gamma_2 = c_{12} V t_2 a_2$ なる循環を有し $|y| > y_0$ に對する断面は二次元流に於て $\Gamma_1 = c_{11} V t_1 a_1$ なる循環を有し $\Gamma_2 > \Gamma_1$ になる場合を考へる。この場合も前と同様な方法で循環分布は次式で表はし得る。

$$\Gamma = \frac{\Gamma_1 + \Gamma_2 e^{-p(y-y_0)}}{1 + e^{-p(y-y_0)}} + \frac{(\Gamma_1 - \Gamma_2) e^{-p(y+y_0)}}{1 + e^{-p(y+y_0)}} \dots \dots \dots (37)$$

この式に依れば

$$\begin{aligned} y = \pm \infty & ; \Gamma = \Gamma_1 \\ y = 0 & ; \Gamma = \Gamma_2 - \frac{2(\Gamma_2 - \Gamma_1) e^{-py_0}}{1 + e^{-py_0}}, \\ y = \pm y_0 & ; \Gamma = \frac{\Gamma_1 + \Gamma_2}{2} - \frac{(\Gamma_2 - \Gamma_1) e^{-2py_0}}{1 + e^{-2py_0}}, \\ y_0 \rightarrow \infty & ; \Gamma = \Gamma_2 \end{aligned}$$

となり循環分布曲線が具備すべき諸条件を満足して居る。(37) 式を (29) 式に代入すれば

$$\begin{aligned} w &= \frac{p(\Gamma_2 - \Gamma_1)}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{e^{-p(y'/+y_0)}}{\{1 + e^{-p(y'/+y_0)}\}^2} - \frac{e^{-p(y'/-y_0)}}{\{1 + e^{-p(y'/-y_0)}\}^2} \right] \frac{dy'}{y-y'} \\ &= \frac{p(\Gamma_2 - \Gamma_1)}{4\pi} \{I_{(y+y_0)} - I_{(y-y_0)}\} \end{aligned}$$

となる。p を決定するため前と同様に $p(y-y_0) = A$ なる如き適當なる正の値 A を選び之に對應する y の値を y_1 としこの點に於て (31) 式を満足する様にすれば

$$\frac{\Gamma_1 + \Gamma_2 e^{-p(y_1-y_0)}}{1 + e^{-p(y_1-y_0)}} + \frac{(\Gamma_1 - \Gamma_2) e^{-p(y_1+y_0)}}{1 + e^{-p(y_1+y_0)}} = \Gamma_1 - \frac{c_{11} t_1}{4\pi} p(\Gamma_2 - \Gamma_1) \{I_{(y_1+y_0)} - I_{(y_1-y_0)}\}$$

となり、これから

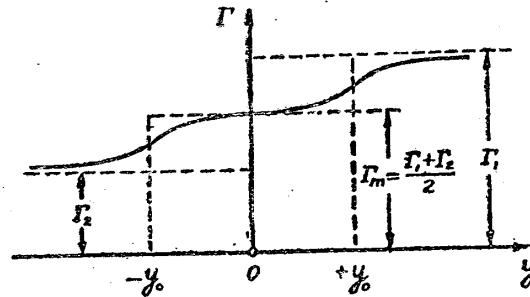
$$\left. \begin{aligned} p &= \frac{4\pi k}{c_{11} t_1}, \\ k &= \frac{e^{-p(y_1+y_0)} - e^{-p(y_1-y_0)}}{1 + e^{-p(y_1+y_0)} + e^{-p(y_1-y_0)} + e^{-2py_1}} \cdot \frac{1}{I_{(y_1+y_0)} - I_{(y_1-y_0)}} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (38)$$

但し

を得る。これは (36) 式と全く同一であるから p の値は前節に於ける第 4 表及び第 35 圖に示した値と全く同じである。

§ 16. 補助翼の如き二つの不連続点を有する無限翼幅の翼の揚力分布

次に補助翼を有する翼に見られる如く第 37 圖に示す様に $y = \pm y_0$ に於て翼が不連続的に變化し $y > y_0$ に對する断面は二次元流に於て $\Gamma_1 = c_{11} V t_1 a_1$ なる循環を有し $y < -y_0$ に對する断面は二次元流に於て $\Gamma_2 = c_{12} V t_2 a_2$ なる循環を有し、 $-y_0 \leq y \leq y_0$ に對する断面は二次元流に於て $\Gamma_m = \frac{\Gamma_1 + \Gamma_2}{2}$ なる循環を有し、 $\Gamma_1 > \Gamma_2$ なる場合を考へる。この場合の循環分布は前と同様な方法で次の様に表はし得る。



第 37 圖

$$\Gamma = \frac{\Gamma_1 + \Gamma_m e^{-p(y-y_0)}}{1 + e^{-p(y-y_0)}} - \frac{(\Gamma_m - \Gamma_2) e^{-p(y+y_0)}}{1 + e^{-p(y+y_0)}} \dots \dots \dots (39)$$

この式に依れば

$$\begin{aligned} y = +\infty & ; \Gamma = \Gamma_1 \\ y = -\infty & ; \Gamma = \Gamma_2 \\ y = 0 & ; \Gamma = \Gamma_m \\ y = +y_0 & ; \Gamma = \frac{\Gamma_1 + \Gamma_m}{2} - \frac{(\Gamma_1 - \Gamma_m) e^{-2py_0}}{1 + e^{-2py_0}} \\ y = -y_0 & ; \Gamma = \frac{\Gamma_2 + \Gamma_m}{2} + \frac{(\Gamma_m - \Gamma_2) e^{-2py_0}}{1 + e^{-2py_0}} \end{aligned}$$

となり循環分布曲線が具備すべき諸条件を満足して居る。(39) 式を (29) 式に代入すれば

$$\begin{aligned} w &= \frac{p(\Gamma_1 - \Gamma_m)}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{e^{-p(y'-y_0)}}{\{1 + e^{-p(y'-y_0)}\}^2} + \frac{e^{-p(y'+y_0)}}{\{1 + e^{-p(y'+y_0)}\}^2} \right] \frac{dy'}{y-y'} \\ &= \frac{p(\Gamma_1 - \Gamma_m)}{4\pi} \{I_{(y-y_0)} + I_{(y+y_0)}\} \end{aligned}$$

になる。前と同様に $p(y-y_0) = A$ なる如き適當なる正の値 A を選びこれに對應する y の値を y_1 とすればこの點に於ては (31) 式は次の様になり

$$\frac{\Gamma_1 + \Gamma_m e^{-p(y_1-y_0)}}{1 + e^{-p(y_1-y_0)}} - \frac{(\Gamma_1 - \Gamma_m) e^{-p(y_1+y_0)}}{1 + e^{-p(y_1+y_0)}} = \Gamma_1 - \frac{c_{11} t_1}{4\pi} p(\Gamma_1 - \Gamma_m) \{I_{(y_1-y_0)} + I_{(y_1+y_0)}\}$$

この式から p を求めれば

$$p = \frac{4\pi k l}{c_{11} t_1} \dots \dots \dots (40)$$

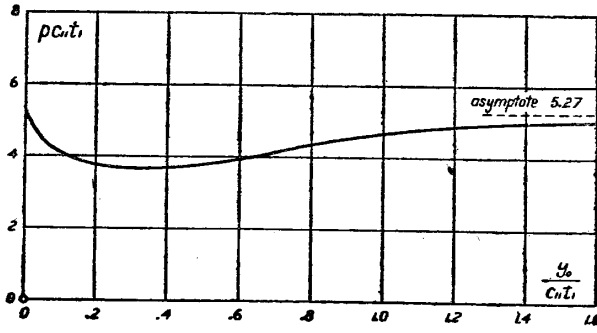
但し

$$k = \frac{e^{-p(y_1-y_0)} + e^{-p(y_1+y_0)} + 2e^{-2py_1}}{1 + e^{-p(y_1-y_0)} + e^{-p(y_1+y_0)} + e^{-2py_1}} \cdot \frac{1}{I_{(y_1-y_0)} + I_{(y_1+y_0)}}$$

となる。今 $p(y_1-y_0) = 1.5$ なる點に於て境界条件を満足する様にして、種々の py_0 の値に對して p の値を計算すれば第 5 表及び第 38 圖に示す様になる。

第 5 表 種々の y_0 に対する p の値

$\frac{y_0}{c_{11}t_1}$	0	0.06	0.20	0.46	0.68	0.85	1.01	1.19	1.36	∞
$pc_{11}t_1$	5.27	4.40	3.79	3.77	4.07	4.44	4.68	4.85	4.95	5.27



第 38 圖

§ 17. 不連続点を有する有限翼幅の翼の揚力分布

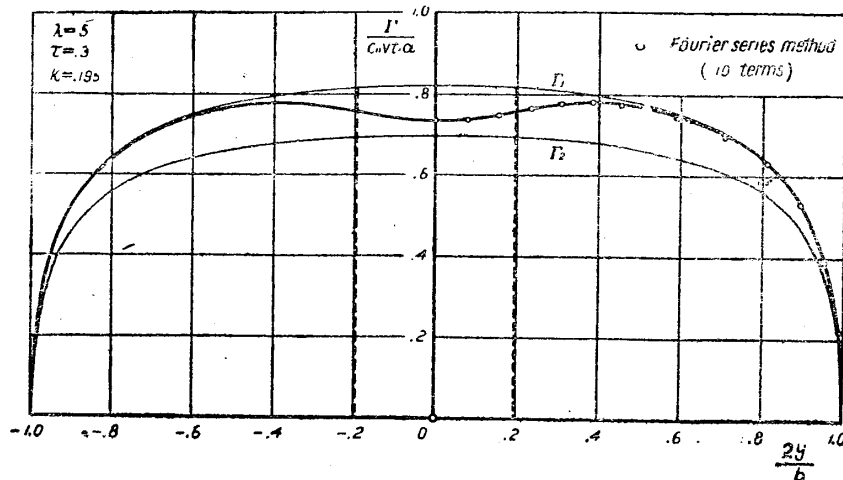
以上述べた計算は無限翼幅の翼の場合に就てであつたが、これは又有有限翼幅の翼の場合にも適用する事が出来る。即ち (28), (34), (37), (39) 式中に於ける Γ_1 及び Γ_2 は二次元流に於ける循環で夫々 $c_{11}Vt_1a_1$ 及び $c_{12}Vt_2a_2$ であるが、この代りに

$$\Gamma_1 = c_{11}Vt_1a_1 \sum_{n=1}^{\infty} A_{1,n} \sin n\theta, \quad \Gamma_2 = c_{12}Vt_2a_2 \sum_{n=1}^{\infty} A_{2,n} \sin n\theta$$

(但し $y = b/2 \cos \theta$) と置き換へれば前出の諸式はそのまゝ有限翼幅の場合に適用することが出来る。茲で Γ_1 及び Γ_2 は第 2 章に述べた方法で計算する。

この様にして誘導速度を計算し前と同様に基礎式 (31) 式に依つて p を決定すればよろしい。然し近似計算には p の値として § 13, § 14, § 16 で求めた値をそのまま使つても差支ない。この様にして求めた揚力分布がどの程度の精度をもつかを驗するため對稱断面をもつ縦横比 5 の單純矩形翼に $\tau = (\text{切り缺きの深さ}) / (\text{原翼弦長}) = 0.3$, $k = (\text{切り缺きの幅}) / (\text{原翼幅}) = 0.195$, なる矩形切り缺きを施した翼に就てフーリエ級数の 10 項までをとつて計算した結果と比較して見よう。

この場合は $y_0/c_{11}t_1 = 0.183$ となりこれに対する p の値を第 35 圖から求めれば $p = 9.30/c_{11}t_1$ となる。かくして (34) 式に依つて揚力分布を計算しこれをフーリエ級数の 10 項までとつた結果と比較すれば第 39 圖に示す通りで、両者は非常によく一致してゐる。



第 39 圖

従つて p の値として §13, §14, §16 に於て求めた値を使つて一向差支ないことがわかり又この計算は近似計算ではあるがその精度はかなり高いものでフーリエ級数の 10 項迄をとつた計算結果と大差ないことがわかつた。この様にこの計算法は取扱ひが簡単で而も精度の比較的高い結果が得られるから實用上極めて便利であると思ふ。又従來の計算法では不連続の位置を明確に與へることが出来なかつたが、この方法ではそれが可能となつたのである。

この様にして不連続點を有する翼の循環分布が求められた時揚力係數及び誘導抗力係數を計算するには第 2 章 §6 で述べた式を使へば宜しいが、更に詳しく計算したい場合は次の様にすればよい。即ち求めた循環分布を次の様にフーリエ級數に表はせば

$$Z = \frac{\Gamma}{c_{10} V t_0 a_0} = \sum_1^{\infty} A_n \sin n\theta.$$

係數 A_n はよく知られてゐる様に

$$A_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} Z(\theta) \sin n\theta d\theta$$

で計算することが出来る。 $\theta=0$ から π までの間を s 等分して $Z(\frac{\pi}{s}r) = Z_r$ と表はせば $Z_0 = Z_s = 0$ となり、従つて A_n は次の様になる。

$$A_n = \frac{2}{s} \sum_{p=1}^{s-1} Z_r \sin\left(r \frac{n\pi}{s}\right) \dots\dots\dots (41)$$

これを(17), (18)式即ち

$$C_z = \frac{1}{2} \pi c_{10} \frac{t_0}{t_m} a_0 A_1,$$

$$C_{x_i} = \frac{C_z^2}{\pi \lambda} \cdot \frac{\sum n A_n^2}{A_1^2}$$

に代入すれば C_z 及び C_{x_i} が計算される。

第 5 章 矩形切り欠きを有する翼の特性

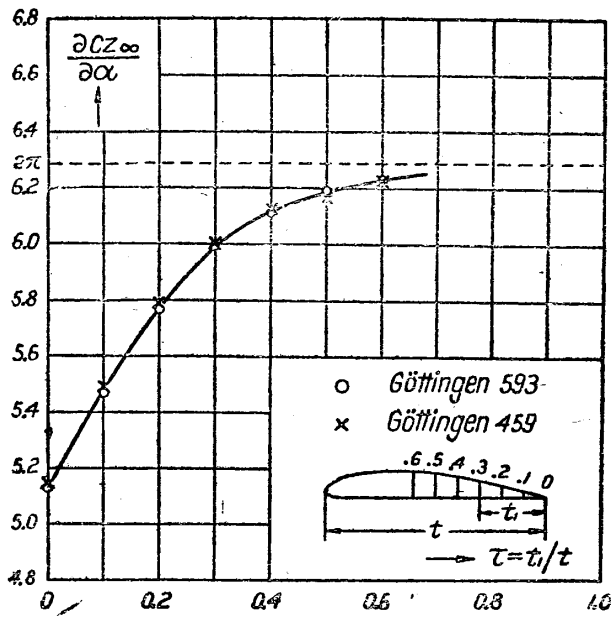
前章で述べた不連続點を有する翼の揚力分布の計算法の應用例として矩形切り欠きを有する翼の問題を考察して見よう。矩形切り欠きを有する翼は弦長が不連続的に變化すると共に切り欠いた部分の翼型の揚力曲線の傾きが不連続的に變化し、又翼型が非對稱翼型であれば切り欠いた部分で迎角も不連続的に變るから、不連続點を有する翼の實例としては最も好適なものである。

§18. 對稱翼型をもつ單純矩形翼に矩形切り欠きを施した時の特性の計算

對稱翼型(こゝでは Göttingen 459 を採ることにする)をもつ縦横比 5 の單純矩形翼に矩形切り欠きを施せば、幾何學的迎角は翼幅に沿ふて一定であるが、弦長分布及び $\partial C_{z\infty} / \partial a$ の分布が不連続的に變化する場合が得られる。即ち後縁を切り欠いた翼型の揚力曲線の傾き $\partial C_{z\infty} / \partial a$ は第 40 圖に示す如く切り欠きの深さが増すに従ひ増大するから、切り欠いた部分に於て弦長は急激に減少し $\partial C_{z\infty} / \partial a$ は急激に増大する。切り欠きの深さ t_1 と弦長 t の比

(1), (2) 岡本啓史, 航研報告. 第 131 號. (1935).

を τ , 切り欠きの幅 b_1 と翼幅 b との比を k で表はすことにする.



第 40 圖

次に切り欠きの深さを $\tau=0.3$ に一定にして切り欠きの幅を $k=0.2, 0.4, 0.6, 0.8$ と變へた場合について前章で述べた計算法を使つて揚力分布を計算して見よう. この様にすれば翼の境界条件は

$$0 \leq \eta \leq k; \quad t_{(y)}/t_0 = 0.7, \quad c_{1(y)}/c_{10} = 1.167^{(3)}$$

$$k < \eta \leq 1; \quad t_{(y)}/t_0 = 1.0, \quad c_{1(y)}/c_{10} = 1.0$$

となる. 但し $\eta = \frac{y}{b/2}$, $c_1 = \frac{1}{2} \frac{\partial C_{z\infty}}{\partial \alpha}$, 添字 0 は原翼の値を示す. 今 § 14 で述べた諸式を使ふに當り, 前に添字 1 及び 2 で表はしたものを夫々添字 0 及び 1 で置き換へ, 添字 0 は原翼の値を

添字 1 は $\tau=0.3, k=1.0$ の翼の値を表はすことにする.

$$Z = \frac{\Gamma}{c_{10} V t a_0} \dots \dots \dots (42)$$

とおき, § 14 で求めた揚力分布式 (34) 式に於て Γ_1 及び Γ_2 を夫々 Γ_0, Γ_1 で置きかへ兩邊を $c_{10} t_0 V a_0$ で割れば

$$Z = \frac{Z_0 - Z_1}{1 + e^{-p(y-y_0)}} + \frac{Z_1 + Z_0 e^{-p(y+y_0)}}{1 + e^{-p(y+y_0)}} \dots \dots \dots (43)$$

となる. 但し Z_0 は原翼の無次元形にした循環分布, Z_1 は $\tau=0.3, k=1.0$ の翼の無次元形にした循環分布を示し, y_0 は切り欠きの位置を示し我々の記號を使へば $y_0 = b_1/2$ である.

$$\frac{y}{c_{10} t_0} = \frac{\lambda}{2c_{10}} \eta, \quad \frac{y_0}{c_{10} t_0} = \frac{\lambda}{2c_{10}} k, \quad (\text{但し } \lambda = \frac{b}{t_0} \text{ 即ち原翼の縦横比})$$

なる關係を使へば (43) 式は次の様に書き直ほすことが出来る.

$$Z = \frac{Z_0 - Z_1}{1 + e^{-\frac{m\lambda}{2c_{10}}(\eta-k)}} + \frac{Z_1 + Z_0 e^{-\frac{m\lambda}{2c_{10}}(\eta+k)}}{1 + e^{-\frac{m\lambda}{2c_{10}}(\eta+k)}} \dots \dots \dots (44)$$

但し $m = p c_{10} t_0$ で, k の色々の値に對する m の値を第 35 圖から求めれば

$$k = 0.2, \quad 0.4, \quad 0.6, \quad 0.8$$

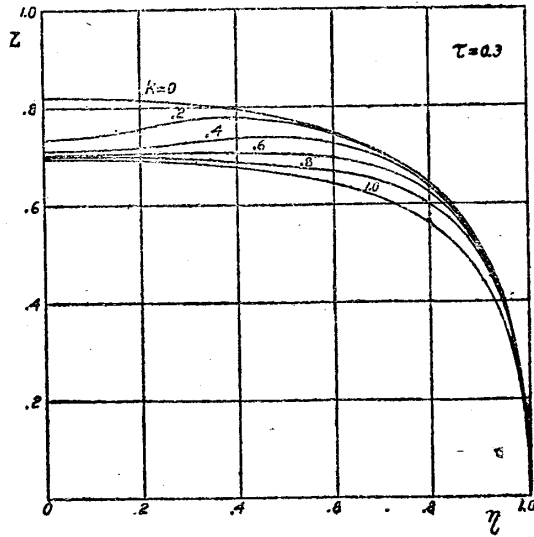
$$m = 9.25, \quad 7.46 \quad 6.49, \quad 6.13$$

となる.

さて Z_0 及び Z_1 はいづれも單純矩形翼であるから第 2 章で述べた方法で容易に求めることが出来る. この Z_0 及び Z_1 の値を (44) 式に入れて計算すれば k の色々の値に對する循

(3) この値は第 40 圖から求めた.

環分布 Z を求めることが出来る. この様に
して求めた循環分布を圖示すれば第 41 圖に
示す通りである. この分布曲線から $\eta=0,$
 $0.259, 0.500, 0.707, 0.866, 0.966$ に於ける Z
の値を求め, これを (6) 式に代入すれば各翼
に対する Fourier 級数の係数 A_n が求まり,
これらを (15), (16) 式に代入すれば揚力及
び誘導抗力が求まる.



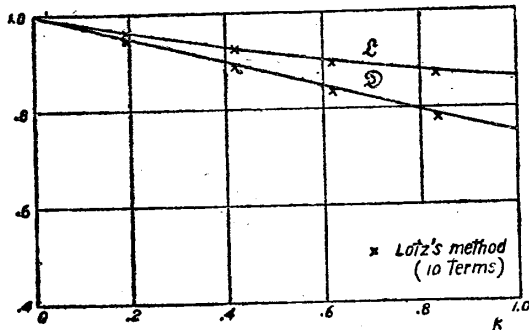
第 41 圖

従つて與へられた迎角に対する切り欠きの
ある翼の揚力 L と原翼の揚力 \bar{L} の比を \mathcal{L} と
し兩者の誘導抗力の比を \mathcal{D} とすれば

$$\mathcal{L} = \frac{L}{\bar{L}} = \frac{A_1(\text{切り欠き})}{A_1(\text{原翼})} \dots\dots (45)$$

$$\mathcal{D} = \frac{D_i}{\bar{D}_i} = \left(\frac{L}{\bar{L}}\right)^2 \frac{\left[\frac{\sum n A_n^2}{A_1^2}\right]_{\text{切り欠き}}}{\left[\frac{\sum n A_n^2}{A_1^2}\right]_{\text{原翼}}} = \frac{[\sum n A_n^2]_{\text{切り欠き}}}{[\sum n A_n^2]_{\text{原翼}}} \dots\dots (46)$$

となる. 種々の切り欠きの大きさに對する \mathcal{L} 及び \mathcal{D} の値を計算すれば第 42 圖に示す様になる.



第 42 圖

同圖には Lotz の方法で Fourier 級数の 10
項までをとつて計算した結果を附け加へて置い
たが, 之は今の方法で求めた値とかなりよく合
致してゐる. これからでも前章で述べた計算方
法がかなり確かな値を與へることが證明される.

ある迎角に於ける原翼の揚力係数及び誘導抗
力係数を夫々 \bar{C}_z, \bar{C}_{xi} とすれば同じ迎角に於け
る切り欠きのある翼の揚力係数及び誘導抗力係
数は夫々次式で與へられる.

$$C_z = \bar{C}_z \mathcal{L} \dots\dots (47)$$

$$C_{xi} = \bar{C}_{xi} \mathcal{D}$$

今 $\tau=0.3, k=1.0$ に對する翼の翼型抗力係数(原翼の翼面積について算出せるもの)を C'_{xp}
とし原翼の翼型抗力係数を \bar{C}_{xp} とすれば切り欠きのある翼の翼型抗力は

$$D_p = \bar{C}_{xp} q t (b - b_1) + C'_{xp} q t b_1, \text{ (但し } q \text{ は動壓)}$$

となり翼型抗力係数(原翼の翼面積について算出せるもの)を求めれば

$$C_{xp} = \bar{C}_{xp} (1 - k) + C'_{xp} k$$

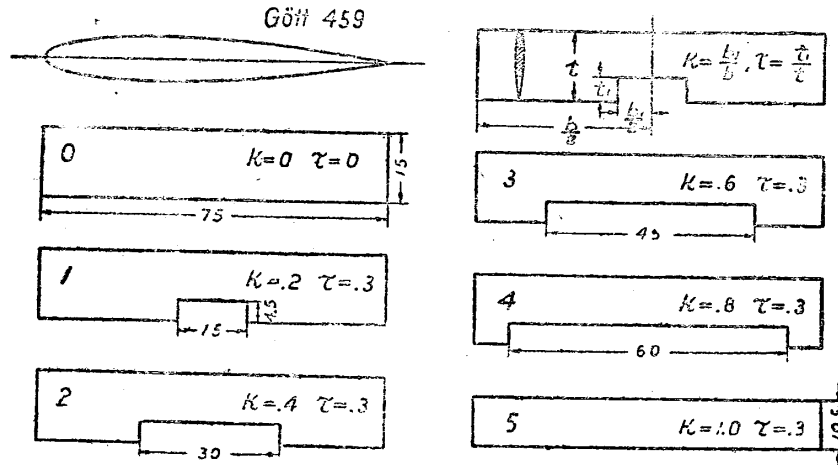
になる. 従つて切り欠きのある翼の抗力係数は次の様になる.

$$C_x = C_{xi} + C_{xp} = \bar{C}_{xi} \mathcal{D} + \bar{C}_{xp} (1 - k) + C'_{xp} k. \dots\dots (48)$$

(47), (48)式に依り切り欠きのある翼の特性を計算することが出来る。

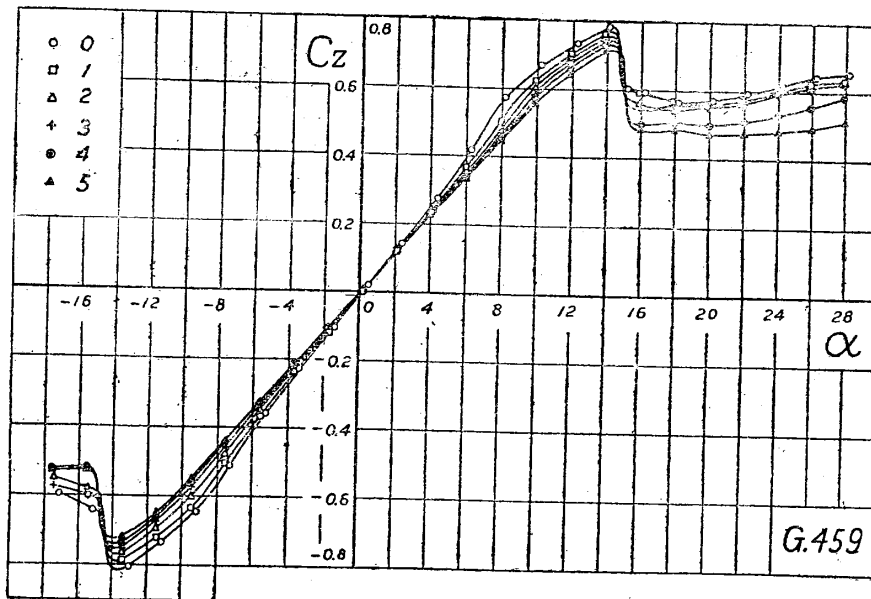
§ 19. 実験結果と計算結果との比較

次に前節に於て特性を計算した翼について実験を行つて見る。即ち第 43 圖に示す様な Göttingen 459 翼型をもつ 75cm × 15 cm の単純矩形翼に矩形切り欠きを施し、切り欠きの深さを $\tau=0.3$ に一定にして幅を $k=0.2\sim 1.0$ の間で變へた。切り欠いた部分の断面に圖に示す如く切口は翼弦に直角に切り下ろしたまゝである。

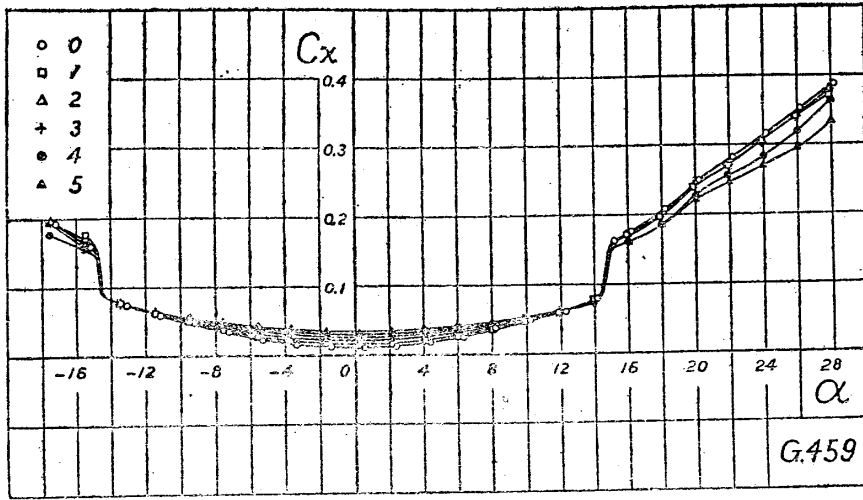


第 43 圖

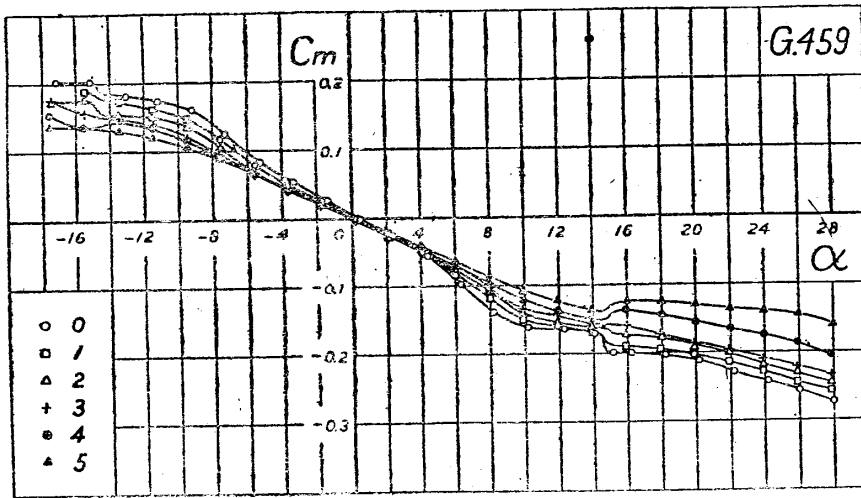
これらの翼を風速約 30 m/s (レイノルズ数約 0.3×10^6) の下で風洞試験し特性の諸係数を原翼の翼面積又は原翼弦長について算出した。実験結果は第 44 圖～第 49 圖に示す通りである。



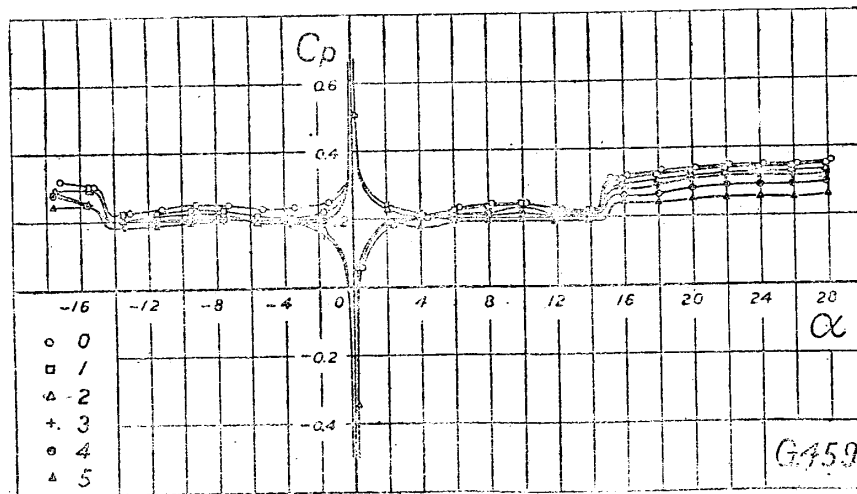
第 44 圖



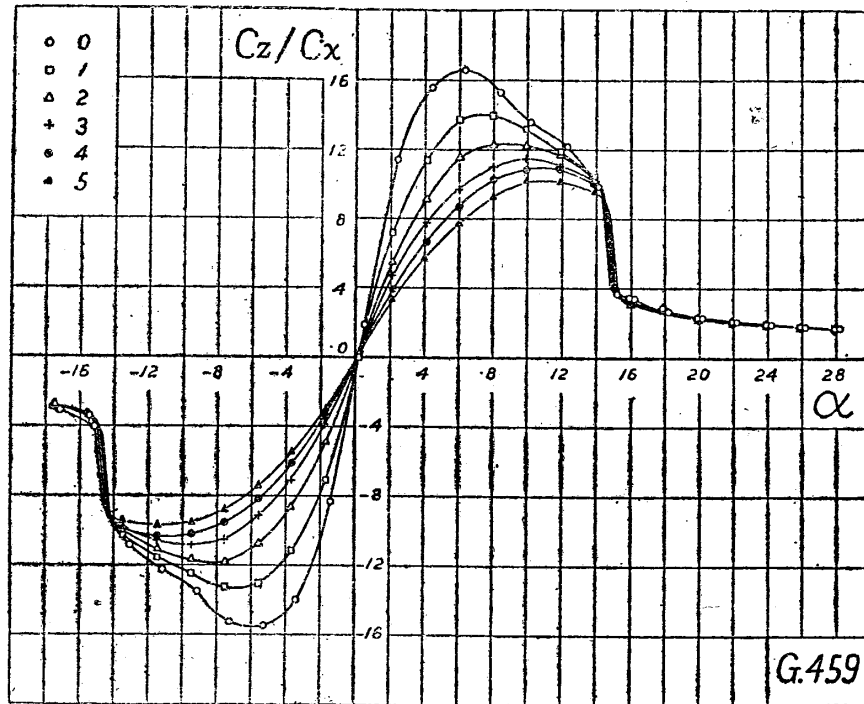
第 45 圖



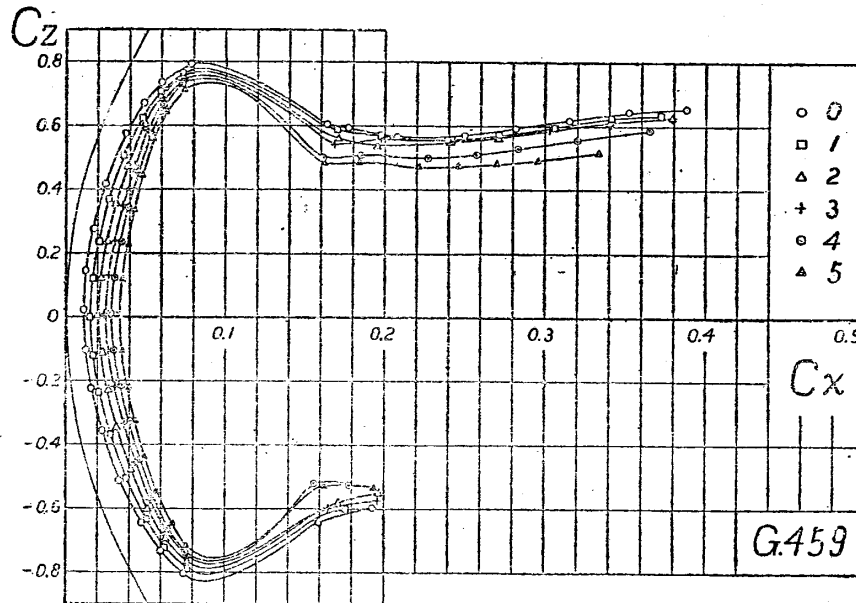
第 46 圖



第 47 圖



第 48 圖



第 49 圖

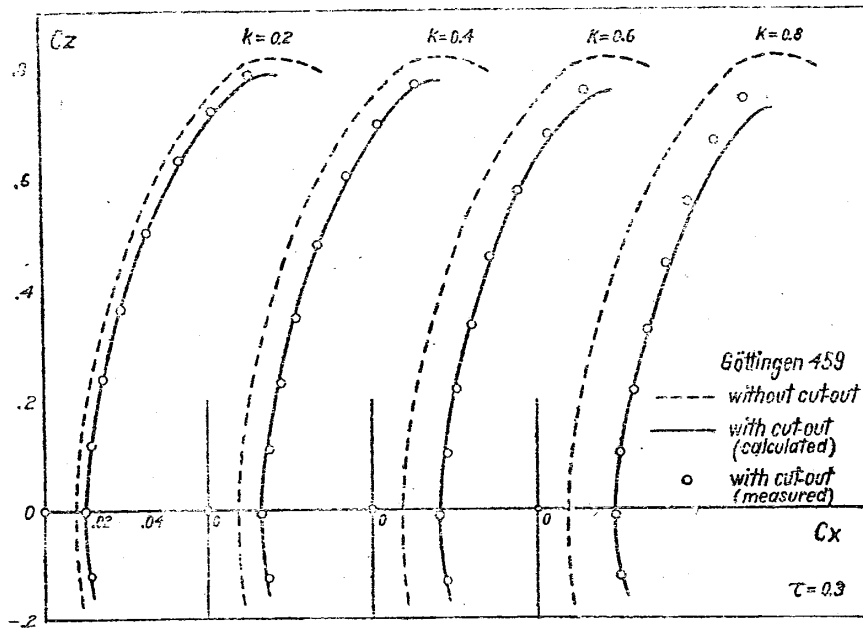
この結果を見ると切り欠きが増大するに従ひ最大揚力係数及び揚力曲線の傾きは共に減少するが零揚力角は變化しない。後縁部分の揚力減少のため前縁周りのモーメントは減少し壓力中心は前進する。切り欠きのため最小抗力係数は増大するが、之は切口のため壓力抗力が

(1) 零揚力角が變らぬのは對稱翼型の場合に限られ矢高をもつ翼型では變つて來る。(岡本哲史, 航研報告第 113 號. (1934) 参照)

増大するためである。抗力増加のため揚抗比は著しく低下する。

次にこの実験結果と計算結果を比較して見る。(47)式及び(48)式を使つて原翼及び $\tau=0.3, k=1.0$ の翼の特性から種々の切り欠きのある翼の揚力及び抗力を計算し、之を実験結果と比較すれば第50圖に示す通りで計算と実験はかなりよく合致してゐる。

斯の様に前章で述べた計算法は Lotz の方法で求めた詳しい計算の結果とよく合致し而も実験結果ともよく合致するから充分な信頼性を以て實用し得ることが實證されたわけである。



第 50 圖

結 語

本論文で述べた任意對稱形をもつ單葉翼の揚力分布の計算法は從來の方法に比し計算勞力を節減し得ると共に精度の比較的高い結果を與へるので實用に便利である。

この應用例として先細翼の振り下げの決め方を考究したが、この決め方に依れば翼端失速を防止し得ることが實驗的に明らかにされた。又本文で述べた不連続點を有する翼の揚力分布の計算法は從來不連続點の位置が曖昧であつた缺點を除き而も計算が簡單で精度の比較的高い結果が得られる。このことは切り欠きを有する翼の計算例に依つて確證された。

終りに臨み御助言を頂いた河田、谷兩博士並びに風洞試験で御世話にあつた福井悌吉氏に感謝の意を示す。