No. 236.

(Published July, 1942.)

On the Characteristics of an Aero-Engine availing itself of Dynamic Pressure due to Air Speed.

By

Niiti NISIWAKI.

Member of the Institute.

Abstract.

A large number of modern airplanes avail themselves of dynamic pressure due to air speed with the object of increasing the rated altitude and of improving the performance of the airplane.

Although numerous researches have been made in connexion with this problem, the author restricts himself here to a presentation of a few points that came to mind.

1. The effect of dynamic pressure on the suction pressure of the supercharger.

From papers published on the subject thus far, it appears to be accepted that the whole of the dynamic pressure changes into static pressure and thus increase the boost pressure, but what can thus be utilized as static pressure is only a part of the dynamic pressure, it being impossible for the whole of the dynamic pressure to be utilized.

In connexion with this problem S. Ries proposed the following formula for the air-intake efficiency:

$$\eta_a = \frac{\text{pressure rise in duct in front of supercharger}}{\text{dynamic pressure}}$$

$$= \frac{p_2 - p_z}{\frac{1}{2}\rho_z w_z^2} = \frac{\Delta p}{\frac{1}{2}\rho_z w_s^2}$$

The author, however, prefers to write the above equation as follows:

$$\eta_a = \left(\frac{w_z'}{w_z}\right) - \left(\frac{w_2}{w_z}\right)^2 - Cr.\left(\frac{w_2}{w_z}\right)^2,$$

where w_z = speed of airplane,
w_z = velocity of propeller slip stream,
w_z = velocity of suction air in front of supercharger,
$Cr.$ = resistance coefficient of duct in front of supercharger.

Further, the approximate values of the temperature of the suction air in front of supercharger, and the density ρ_z are

$$\frac{T_2}{T_z} \doteqdot 1 + 0.288 \frac{\Delta p}{p_z}$$

where
$$\frac{\rho_2}{\rho_z} \doteqdot 1 + 0.711 \frac{\Delta p}{p_z}$$

2. Δp_d, the increase in the delivery pressure of supercharger due to the use of dynamic pressure.

The rise of boost pressure Δp_d is calculated by means of the formula

$$\Delta p_d = (0.712R + 0.288) \cdot \frac{1}{2} \rho_z w_z^2 \cdot \eta_a.$$

where R is the pressure ratio of supercharger.

3. HP', the horse power of the engine when the condition of the suction air has slightly changed.

$$\frac{HP_z'}{HP_z} \doteqdot (1+A)\left\{1 - B\left(\frac{3}{2} - \frac{1}{R}\right)\right\}\left(1 + \frac{\Delta p_z}{4270 - p_z}\right)$$

In the above equation, HP_z is the horse power when the dynamic pressure is not used,

whence
$$A = \frac{\Delta p_1}{p_z} - \frac{\Delta p_2}{p_z},$$

where $\Delta p_1 = \frac{1}{2} \rho_{z+\Delta z} \cdot w_{z+\Delta z}^2 \cdot \eta_a$ is the increase in pressure of suction air when dynamic pressure is used, and $-\Delta p_2$ is the decrease in atmospheric pressure resulting from an increase of Δz metre in the supercharged height.

$$B = \frac{\Delta t_1}{T_z} - \frac{\Delta t_2}{T_z}$$

where Δt_1 is the rise in temperature of the suction air due to dynamic pressure, and $-\Delta t_2$ is the decrease in atmospheric temperature due to increase in rated altitude.

The third term of the above formula corrects the change in horse power due to back pressure, resulting from the fact that the rated altitude increases as much as Δz, in consequence of which the atmospheric pressure decreases as much as Δp_z.

4. The change in rated altitude when dynamic pressure is used.

In order to obtain an increase in the rated altitude Δz when dynamic pressure has been used and when the delivery pressure of the supercharger has been kept constant, the approximate calculation is

$$\Delta z = 0.0448\, w_z^2 \cdot \eta_a \left(1 + \frac{0.1695}{R + 0.235}\right).$$

No. 236.

(昭和十七年七月發行)

動壓利用による發動機の性能

所員　西　脇　仁　一

目　次

1. 緒　言

この頃の航空發動機では飛行速度による動壓を活用して與壓高度の增大を圖り、以て飛行機が性能向上する樣に工夫してゐるものが多い。この點に關しては古くはシュナイダ・トロフィ・レースに出場したロールス・ロイス發動機、或ひは英國のジプシイ發動機の競爭用の物では吸入管を特に製作して飛行速度による動壓を有效に利用する事が試みられてゐる樣である。又、この頃の獨逸邊りの發動機性能表を見ると明瞭に飛行速度による動壓を利用した場合の發動機性能に關し記載してある。

更にこれ等の點に關し概して本所に於ても木村所員[(1)]、柴田囑託[(2)]の研究報告がある。

(1) 木村秀政、細井政吉：飛行中に於ける與壓高度、航研彙報第196號、447〜449頁。
(2) 柴田　浩：遠心過給機空氣取入口に於ける動壓の過給機の裝備效率及び發動機出力に及ぼす影響に就て、航研彙報第199號、55〜61頁。

この問題に關し二三氣付いた事項を補遺として提出いたし、この種の問題の御參考に供したい。

2. 記號の說明

$p_z,\ w_z,\ \rho_z$: 大氣壓、飛行速度、大氣密度 （高度 z m）

$p_z',\ w_z',\ \rho_z'$: プロペラ洗流内での大氣壓、氣流速度、大氣密度

$p_1,\ w_1,\ \rho_1$: 空氣取入口での氣壓、氣流速度、密度

$p_2,\ w_2,\ \rho_2$: 過給機扇車入口での氣壓、氣流速度、密度

w_m : 吸入空氣導管内での平均速度

c_r : 吸入空氣導管の抵抗係數

η_a : 動壓利用效率

p_d : 過給機の吐出壓力

$R = p_d/p_2$. 過給機の壓力比

Δp : 吸入空氣の壓力上昇

Δt : 吸入空氣の溫度上昇

$$A = \frac{\Delta p}{p_z}$$

$$B = \frac{\Delta t}{T_z}$$

IP_e : 有效出力（過給機を驅動するに要する馬力を差引いてない場合の發動機の出力）

IP_s : 過給機の驅動馬力

IP_z : 發動機の正味馬力

Q : 吸入空氣量

η_{ad} : 過給機の斷熱溫度效率

$\eta_{o\cdot ad}$: 過給機の全斷熱效率

$a = \mathrm{IP}_s/\mathrm{IP}_e$:

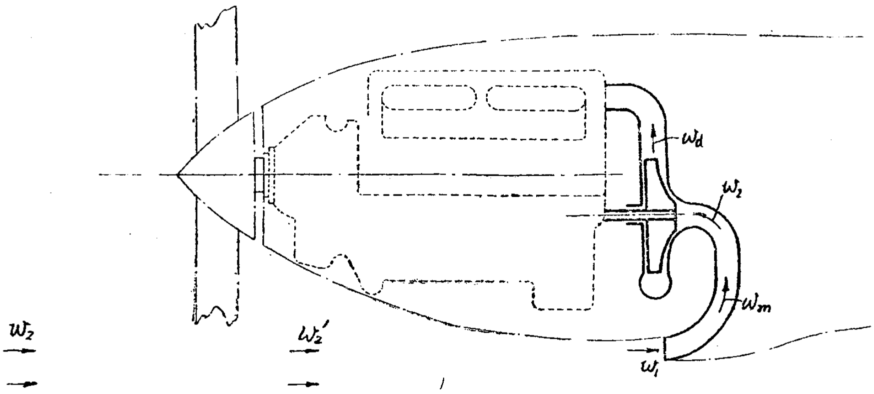
′ 印は $\Delta p,\ \Delta t$ のある場合を示してゐる。

3. 動壓の吸入空氣壓力に及ぼす影響

飛行速度に伴ふ動壓を吸入空氣壓として有效に利用することは誰しも考へつく事であるが、この場合一見すると動壓に相當する壓力だけ吸入空氣壓が高まるかの如く認識し勝ちであるが、詳しく考へると決してさうはならない。

この場合の考へ方は極めて簡單であつて今更らしく計算法を示すに當らないと思

ふが、参考のため示す事にする。



p_z, w_z, ρ_z：大氣壓、飛行速度、大氣密度　　p_z', w_z', ρ_z'：プロペラ洗流内での氣壓、速度、密度
p_1, w_1, ρ_1：空氣取入口での氣壓、速度、密度　p_2, w_2, ρ_2：過給機扇車入口での氣壓、速度、密度

3·1. 簡單な計算法

第1圖に示す流れの系を考へるに簡單のため一次計算として

$$\rho_z = \rho_z' = \rho_1 = \rho_2$$

とすれば、

$$p_z' + \frac{1}{2}\rho_z w_z'^2 = p_1 + \frac{1}{2}\rho_z w_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho_z w_2^2 + c_r \cdot \frac{1}{2}\rho_z \cdot w_m^2$$

但し w_m：空氣取入導管内での平均速度。

此等の諸式から p_2 を求めると、

$$p_2 = p_z' + \frac{1}{2}\rho_z w_z'^2\left\{1 - \left(\frac{w_2}{w_z'}\right)^2\right\} - c_r \cdot \frac{1}{2}\rho_z \cdot w_m^2 \qquad \cdots\cdots\cdots(3\cdot1)$$

この式から分る様に一般に

$w_2 = 55 \sim 100$m/sec
$w_z = 100$m/sec(360km/hr)~ 140m/sec(約500km/hr)~ 210m/sec(約750km/hr)

であり、又取入口や導管内での抵抗があるため

$$p_2 - p_z' \text{（壓力上昇）}$$

は必ずしも $\frac{1}{2}\rho_z w_z^2$ に等しくならぬ。

S. Riese は此等の關係に對し Air-Intake Efficiency[(3)] なる語を用ひてゐる。

(3) S. Riese : Air-Intake Efficiency : Aircraft Engng. No. 131, 1940/1.

即ち

$$\eta_a=\frac{p_2-p_z}{\frac{1}{2}\rho_z w_z^2}=\frac{\varDelta p}{\frac{1}{2}\rho_z w_z^2} \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(3\cdot 2)$$

(3・1) 式を基とし、假りに $p_z'=p_z$ として η_a をあらはすと

$$\eta_a=\left(\frac{w'_z}{w_z}\right)^2-\left(\frac{w_2}{w_z}\right)^2-c_r\cdot\left(\frac{w_m}{w_z}\right)^2 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(3\cdot 2)'$$

今

$$w_m^2=c_2\cdot w_z^2$$

とすれば、

$$\eta_a=\left(\frac{w_z'}{w_z}\right)^2-\left(\frac{w_2}{w_z}\right)^2(1+c_r\cdot c_2) \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(3\cdot 2)''$$

3・2 近似計算法の吟味

3・1 の場合に於て $\rho_z=\rho_z'=\rho_1=\rho_2$ として求めた (3・1) 式の精度を調べるため、$c_r=0$ として p_2/p_z の價を求めると

$$\frac{p_2}{p_z}=\left[1+\frac{\gamma-1}{2}\cdot\left(\frac{w_2}{a}\right)^2\cdot\left\{1-\left(\frac{w_2}{w_z}\right)^2\right\}\right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad\cdots\cdots\cdots(3\cdot 3)$$

上式に於て

a : 音波の速度　　　$\gamma=1.405$

を表はす。

例 1. 今假りに地上標準狀況に於て

$w_z=w_z'=750,\ 700,\ 600,\ 500$ km/hr

$w_2=50$ m/sec

$c_r=0$

として (3・1) 式及び (3・3) 式から p_2/p_z を求めると

(i) $w_z=750$ km/hr の場合には

(3・1) 式から　$p_2/p_z=1.247$
(3・3) 式から　$p_2/p_z=1.269$
誤差　1.7%

(ii) $w_z=700$ km/hr の場合には

(3・1) 式から　$p_2/p_z=1.213$
(3・3) 式から　$p_2/p_z=1.231$
誤差　1.45%

(iii)　$w_z=600$ km/hr の場合には

$$\left.\begin{array}{ll}(3\cdot1)\ \text{式から} & p_2/p_z=1.158\\ (3\cdot3)\ \text{式から} & p_2/p_z=1.163\end{array}\right\}\quad \text{誤差}\quad 0.4\%$$

(iv)　$w_z=500$ km/hr の場合には

$$\left.\begin{array}{ll}(3\cdot1)\ \text{式から} & p_2/p_z=1.1015\\ (3\cdot3)\ \text{式から} & p_2/p_z=1.1054\end{array}\right\}\quad \text{誤差}\quad 0.35\%$$

3·3. 吸入空氣の溫度並びに密度

吸入空氣が過給機入口前までの間で斷熱變化するものとすれば、(例へば吸入導管等で受熱作用をうけないとする)、吸氣の溫度並びに密度は(3·1),(3·2)で求めた p_2/p_z を基として

(i)

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{T_2}{T_z}=\left(\dfrac{p_2}{p_z}\right)^{1-\frac{1}{\gamma}}\\[2ex] \dfrac{\rho_2}{\rho_z}=\left(\dfrac{p_2}{p_z}\right)^{\frac{1}{\gamma}}\end{array}\right\}\quad\cdots\cdots\cdots(3\cdot4)$$

(ii)　近似計算として

$$p_2=p_z+\Delta p$$

とすれば、

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{T_2}{T_z}=1+\left(1-\dfrac{1}{\gamma}\right)\cdot\dfrac{\Delta p}{p_z}=1+0.288\dfrac{\Delta p}{p_z}\\[2ex] \dfrac{\rho_2}{\rho_z}=1+\dfrac{1}{\gamma}\cdot\dfrac{\Delta p}{p_z}=1+0.711\cdot\dfrac{\Delta p}{p_z}\\[2ex] \dfrac{\Delta T}{T_z}=\left(1-\dfrac{1}{\gamma}\right)\dfrac{\Delta p}{p_z}\end{array}\right\}\quad\cdots\cdots\cdots(3\cdot4)'$$

例 2.　$\Delta p\ p_z=0.2$ とすれば

$$\left.\begin{array}{ll}(3\cdot4)\ \text{式から} & T_2/T_z=1.054\\ (3\cdot4')\ \text{式から} & T_2/T_z=1.058\end{array}\right\}\quad \text{誤差}\quad 0.34\%$$

$$\left.\begin{array}{ll}(3\cdot4)\ \text{式から} & \rho_2/\rho_z=1.139\\ (3\cdot4')\ \text{式から} & \rho_2/\rho_z=1.142\end{array}\right\}\quad \text{誤差}\quad 0.32\%$$

の程度となり、上述の程度の誤差を許す場合には(3·4')の近似式を用ひてよい。

例 3. 飛行速度 $w_0=750$ km/hr, 吸氣の速度 $w_2=50$ m/sec（地上標準狀況）の場合, $\Delta p/p_z=0.269$ であるから

(3·4) 式から	$T_2/T_z=1.0710$	誤差	0.62%
(3·4′) 式から	$T_2/T_z\fallingdotseq 1.0776$		
(3·4) 式から	$\rho_2/\rho_z=1.185$	誤差	0.51%
(3·4′) 式から	$\rho_2/\rho_z=1.191$		

4. 動壓による過給機吐出壓力の增加

今　　p_z : 過給機の吸入壓力

p_d : 過給機の吐出壓力

R : 過給機の壓力比 $=p_d/p_z$

′印は吸入空氣の壓力 p_s 及び溫度 T_s が Δp, Δt だけ上昇した場合の狀況を示す過給機の吸入壓力 p_z が $p_z+\Delta p$, 溫度 T_z が $T_z+\Delta t$ になつたとすれば

$$\frac{p_d'}{p_z}=\left(1+\frac{\Delta p}{p_z}\right)R' \qquad \cdots\cdots(4\cdot 1)$$

$$R'=\frac{(R-1)}{\left(1+\dfrac{\Delta T}{T_z}\right)}+1 \qquad \cdots\cdots(4\cdot 2)$$

である。前節の計算例でも分る樣に

$$\frac{\Delta T}{T_z}\leqq 0.07$$

の程度であるから、

$$R'\fallingdotseq R\left(1-\frac{\Delta T}{T_z}\right)+\frac{\Delta T}{T_z}$$

となる。從つて (4·1) 式は

$$\frac{p_d'}{p_d}\fallingdotseq 1+\frac{\Delta p}{p_z}-\frac{\Delta T}{T_z}\left(1-\frac{1}{R}\right)-\frac{\Delta p}{p_z}\left(1-\frac{1}{R}\right)\frac{\Delta T}{T_z} \qquad \cdots\cdots(4\cdot 1)'$$

上式の最後の項に於て

$$\frac{\Delta p}{p_z}\leqq 0.25, \qquad R\leqq 3, \qquad \frac{\Delta T}{T_z}\leqq 0.07$$

の order であるとすると

$$\frac{\Delta p'}{p_z}\left(1-\frac{1}{R}\right)\frac{\Delta T}{T_z}\leqq 0.012$$

であるから、この項を省略して $(4\cdot1)'$ 式を書き直すと

$$\frac{p_d'}{p_d}\fallingdotseq 1+\frac{\Delta p}{p_z}-\frac{\Delta T}{T_z}\left(1-\frac{1}{R}\right) \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots(4\cdot1)''$$

となる。然るに溫度の變化は斷熱的に行はれるとし、

$$\frac{\Delta T}{T_z}\fallingdotseq\left(1-\frac{1}{\gamma}\right)\cdot\frac{\Delta p}{p_z}$$

と假定すれば $(4\cdot1)''$ 式は更に

$$\frac{p_d'}{p_d}\fallingdotseq 1+\frac{\Delta p}{p_s}\left\{1-\left(1-\frac{1}{\gamma}\right)\left(1-\frac{1}{R}\right)\right\}$$

$$\fallingdotseq 1+\frac{\Delta p}{p_z}(.712+.288/R) \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots(4\cdot1)'''$$

或ひは動壓を利用しない場合に比べての吐出壓力の增加 Δp_d 即ち $\Delta p_d=p_d'-p_d$ は

$$\Delta p_d=(.712\,R+.288)\,\Delta p$$

$$\boxed{\Delta p_d=(.712\,R+.288)\cdot\frac{1}{2}\rho_z w_z^2\cdot\eta_a} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots(4\cdot3)$$

5. 吸入空氣の狀態が少し變つた場合の發動機の出力

5·1 吸入空氣の狀態

吸入空氣の壓力 p_z が動壓及び與壓高度の影響をうけて $p_z'=p_z(1+A)$ に變化し又吸入空氣の溫度 T_z も $T_z'=T_z(1+B)$ になつたものとする。

(i) $p_z'=p_z(1+A)$ の吟味

吸入空氣の壓力が動壓及び與壓高度の兩者により變つたものとすれば、

$$A=\frac{\Delta p_1}{p_z}-\frac{\Delta p_2}{p_z} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(5\cdot1)$$

$\Delta p_1=\frac{1}{2}\rho_{z+\Delta z}\cdot w^2_{z+\Delta z}\cdot\eta_a$ ………動壓による壓力の增加

$-\Delta p_2$ ……………與壓高度が增したための大氣壓の減少

例 4. 高度 8000m で $w_{z+\Delta z}=750$ km/hr, $\eta_a=1$ とすれば

$$\frac{\Delta p_z}{p_z} \fallingdotseq 0.31$$

の程度である。又與壓高度が假りに約 1500m 程增したとすると

$$\frac{\Delta p_1}{p_z} \fallingdotseq 0.13$$

の程度となり、結局

$$A \fallingdotseq 0.18$$

の程度となる（現在ある飛行機では A はこれより一般にもう少し小さいのではないかと想像する）。

（ii）$T_z' = T_z(1+B)$ の吟味

吸入空氣の溫度が動壓及び與壓高度の兩者により變つたものとすれば、

$$B = \frac{\Delta t_1}{T_z} - \frac{\Delta t_2}{T_z} \qquad \cdots\cdots(5\cdot2)$$

Δt_1 ……………動壓による吸入空氣の溫度上昇

$-\Delta t_2$ ……與壓高度が增したための大氣溫の減少

例 5.（i）の場合と同樣の狀況につき B の價を求めると、

$$\frac{\Delta t_1}{T_z} \fallingdotseq 0.08$$

$$-\frac{\Delta t_2}{T_z} \fallingdotseq -0.04$$

故に

$$B \fallingdotseq 0.04$$

5·2 有效出力

過給機を驅動するに要する馬力を差引いてない場合の發動機の出力（有效出力と假に名付ける）HP_e は大體に於て發動機の吸入空氣量 Q に比例するものと假定する。即ち

$$\mathrm{HP}_e \propto Q$$

′ 印を以て、吸入空氣の壓力、溫度が少しく變つた場合をあらはすものとする。

$$\mathrm{HP}_e' \propto Q'$$

添字 d を以て過給機からの吐出空氣の狀態をあらはすものとし、

$$Q = C\frac{p_d}{\sqrt{T_d}}$$

$$Q' = C\frac{p_d'}{\sqrt{T_d'}}$$

と假定する。

$$T_d = T_z\left\{\left(R^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}-1\right)\eta_{ad}^{-1}+1\right\}$$

$$T_d' = T_z'\left\{\left(R'^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}-1\right)\eta'^{-1}_{ad}+1\right\}$$

但し　R ：過給機の壓力比

η_{ad}：過給機の斷熱溫度效率

であるから、

$$\frac{Q'}{Q}=\frac{p_d'}{p_d}\sqrt{\frac{T_z\cdot\left\{\left(R^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}-1\right)\eta_{ad}^{-1}+1\right\}}{T_z'\cdot\left\{\left(R'^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}-1\right)\eta'^{-1}_{ad}+1\right\}}}\qquad\cdots\cdots(5\cdot3)$$

なる關係式を得る。（5·3）式で更に

$$\eta'_{ad}=\eta_{ad}$$

$$\frac{T_z}{T_z'}=(1+B)^{-1}$$

$$\frac{p_d'}{p_d}=(1+A)R'/R$$

$$R'=(R-1)(1+B)^{-1}+1$$

とすれば、

$$\frac{Q'}{Q}=(1+A)\cdot\frac{\{(R-1)(1+B)^{-1}+1\}}{R(1+B)^{\frac{1}{2}}}\cdot\frac{\left(R^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}-1+\eta_{ad}\right)^{\frac{1}{2}}}{\left[\{(R-1)(1+B)^{-1}+1\}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}-1+\eta_{ad}\right]^{\frac{1}{2}}}\qquad\cdots\cdots(5\cdot4)$$

5·1 節の例で示した樣に B は小さい數であるから B^2 の項を省略して（5·4）式を簡單にすると

$$\frac{\mathrm{HP}_e'}{\mathrm{HP}_e}=\frac{Q'}{Q}\fallingdotseq(1+A)\left\{1-B\left(\frac{3}{2}-\frac{1}{R}\right)\right\}\cdot\left\{1-\frac{R^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\cdot\frac{\gamma-1}{\gamma}\cdot B\cdot\left(1-\frac{1}{R}\right)}{R^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}-1+\eta_{ad}}\right\}^{-\frac{1}{2}}$$

$$\fallingdotseq(1+A)\left\{1-B\left(\frac{3}{2}-\frac{1}{R}\right)+\frac{1}{2}\,\frac{\gamma-1}{\gamma}\cdot B\cdot\left(1-\frac{1}{R}\right)\Big/\left(1-\frac{1-\eta_{ad}}{R^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}\right)\right\}$$

更に近似計算を施すと

$$\boxed{\frac{\mathrm{IP}_e'}{\mathrm{IP}_e}=\frac{Q'}{Q}\fallingdotseq(1+A)\left\{1-B\left(\frac{3}{2}-\frac{1}{R}\right)\right\}} \qquad \cdots\cdots(5\cdot4)'$$

若し A が小さい場合には

$$\boxed{\frac{\mathrm{IP}_e'}{\mathrm{IP}_e}=\frac{Q'}{Q}=1+A-B\left(\frac{3}{2}-\frac{1}{R}\right)} \qquad \cdots\cdots(5\cdot4)''$$

5·3 軸　馬　力

發動機の軸馬力を IP_z, 過給機の驅動馬力を IP_s とすれば

$$\mathrm{IP}_z=\mathrm{IP}_e-\mathrm{IP}_s$$

今　$$\frac{\mathrm{IP}_s}{\mathrm{IP}_e}=a$$　と置けば

$$\frac{\mathrm{IP}_z}{\mathrm{IP}_e}=1-a$$

（i）　過給機の驅動馬力

$\eta_{o\cdot ad}$：過給機の全斷熱效率

とすれば、

$$\frac{\mathrm{IP}_s'}{\mathrm{IP}_s}=\frac{Q'\cdot T_z'\cdot\left(R'^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}-1\right)\eta_{o\cdot ad}}{Q\cdot T_z\cdot\left(R^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}-1\right)\eta'_{o\cdot ad}}$$

$$\frac{\mathrm{IP}_s'}{\mathrm{IP}_s}=\frac{Q'}{Q}\cdot(1+B)\cdot\left\{1-\frac{\gamma-1}{\gamma}\cdot B\cdot\left(1-\frac{1}{R}\right)\cdot\left(1-R^{-\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right)^{-1}\right\}\cdot\frac{\eta_{o\cdot ad}}{\eta'_{o\cdot ad}}$$

（ii）　軸馬力

$\eta_{o\cdot ad}\fallingdotseq\eta'_{o\cdot ad}$ と假定すれば

$$\frac{\mathrm{IP}_z'}{\mathrm{IP}_z}=\frac{Q'}{Q}\cdot\left[1-(1+B)\left\{1-\frac{\gamma-1}{\gamma}\cdot B\cdot\left(1-\frac{1}{R}\right)\cdot\left(1-R^{-\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right)^{-1}\cdot\right\}a\right]\Big/(1-a)$$

$$a=0.1\sim0.2\sim0.3$$

の程度であるから、$a\cdot B$ 等の項は省略してもよい。從つて

$$\frac{\mathrm{IP}_z'}{\mathrm{IP}_z} \fallingdotseq \frac{Q'}{Q}$$

$$\boxed{\frac{\mathrm{IP}_z'}{\mathrm{IP}_z} \fallingdotseq (1+A)\left\{1-B\left(\frac{3}{2}-\frac{1}{R}\right)\right\}} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(5\cdot5)$$

上式が本項に於て求めんとする關係式である。

(iii) 背　壓　修　正

今假りに與壓高度が少し增したため背壓が Δp_z だけ下つたとする Brooke の式を用ひ

$$(\text{背壓による馬力修正}) \propto \left\{1+\frac{760-(p_z-\Delta p_z)}{3510}\right\}$$

とする。然るときは與壓高度が Δ_z だけ增したための背壓修正を施した式を示すと

$$\frac{\mathrm{IP}_z'}{\mathrm{IP}_z} \fallingdotseq (1+A)\left\{1-B\left(\frac{3}{2}-\frac{1}{R}\right)\right\}\left(1+\frac{\Delta p_z}{4270-p_z}\right) \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots(5\cdot5)'$$

但し Δp_z : 背壓の下り高（與壓高度の增し）mm 水銀柱

6. 動壓による高空性能の變化

6·1 速度の變化

飛行機が水平飛行をしてゐるものとすれば、

$$\mathrm{IP}_z \cdot \eta_p = \frac{1}{2}\rho_z w_z^2 \cdot C_w F \cdot w_z / 75$$

但し

η_p : プロペラの推進效率

$C_w F$: 飛行機の抵抗係數

與壓高度 (Z) が變つて ($Z+\Delta Z$) になつた場合、η_p, $C_w F$ 等は變らぬものと假定すれば、

$$\mathrm{IP}'_z \cdot \eta_p = \frac{1}{2}\rho'_z{}^2 \cdot w'_z{}^2 C_w F \cdot w'_z / 75$$

但し

$$\rho'_z = \rho_0\left(1-\frac{Z+\Delta Z}{44308}\right)^{4\cdot253} = \rho_z \cdot \left\{1-4.253\frac{\Delta Z}{44308}\left(1-\frac{Z}{44308}\right)^{-1}\right\}$$

故に

$$\frac{\mathrm{IP}'_z}{\mathrm{IP}_z} = \frac{\rho'_z \cdot w'_z{}^3}{\rho_z \cdot w_z^3}$$

$$\frac{w'_z}{w_z}=1+\frac{\Delta w}{w_z}=(1-A)^{\frac{1}{3}}\left\{1-B\left(\frac{3}{2}-\frac{1}{R}\right)\right\}^{\frac{1}{3}}\cdot\left(1+\frac{\Delta p_z}{4270-p_z}\right)^{\frac{1}{3}}\cdot\left(\frac{\rho_z}{\rho'_z}\right)^{\frac{1}{3}}$$

$$\frac{\Delta w}{w_z}\doteqdot\frac{1}{3}A-B\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3R}\right)+\frac{\Delta p_z}{12800-3p_z}+\frac{\Delta Z}{31260}\cdot\left(1-\frac{Z}{44308}\right)^{-1}, \quad (6\cdot1)$$

例 6. 前と同様の例につき $\Delta w/w_z$ の價を求めるに $R=3$, $A\doteqdot0.18$, $B\doteqdot0.04$, $\Delta Z=1500$, $Z=8000$ とすれば、

$$\frac{\Delta w}{w_z}\doteqdot0.10$$

の *order* である。又この場合の動壓の比は

$$\frac{\rho'_a\cdot w'^2_z}{\rho_a\cdot w_z^2}\doteqdot1.00$$

6·2 與壓高度の變化（吐出壓力を一定に保つた場合）

6·1 の例からも分る様に、與壓高度が Z から $Z+\Delta Z$ に變つても、動壓は大して變らぬから、一次計算として、この影響を省略して考へを進める事にする。

(4·1)″ 式から

$$\frac{p'_d}{p_d}\doteqdot1+\frac{\Delta p}{p_z}-\frac{\Delta T}{T_z}\left(1-\frac{1}{R}\right) \quad\cdots\cdots\cdots\cdots(6\cdot2)$$

然るに、與壓高度が變つた場合の A, B の價は (5·1), (5·2) 式から

$$A=\frac{\Delta p}{p_z}=\frac{\Delta p_1}{p_z}-\frac{\Delta p_2}{p_z}$$

$$=\frac{1}{2}\rho_z\cdot w_z^2\cdot\eta_a/p_z-\frac{\Delta Z}{8440}\Big/\left(1-\frac{Z}{44308}\right)^{(4)}$$

---

(4) $$p_z=p_o\left(1-\frac{Z}{44308}\right)^{5\cdot253}$$

であるから、

$$p_z-\Delta p_z=p_o\left(1-\frac{Z+\Delta Z}{44308}\right)^{5\cdot253}$$

$$\doteqdot p_o\left(1-\frac{Z}{44308}\right)^{5\cdot253}\left\{1-5.253\frac{\Delta Z}{44308}\Big/\left(1-\frac{Z}{44308}\right)\right\}$$

$$\frac{\Delta p_z}{p_z}=\frac{\Delta Z}{8440}\Big/\left(1-\frac{Z}{44308}\right)$$

$$B=\frac{\Delta t_1}{T_z}-\frac{\Delta t_2}{T_z}=\frac{\Delta t_1}{T_z}-\frac{0.0065\Delta Z}{T_z}$$

動壓の變化の吐出壓力に及ぼす影響は第2次の *order* であるから省略し、$\frac{1}{2}\rho'_z\cdot w'_z\doteqdot\frac{1}{2}\rho_z\cdot w_z^2$ と假定すれば

$$A=\frac{\Delta p}{p_z}=\frac{1}{2}\rho_z\cdot w_z^2\cdot\eta_a/p_z-\frac{\Delta Z}{8440}\bigg/\left(1-\frac{Z}{44308}\right)$$

$$B=\frac{\Delta T}{T_a}=\left(1-\frac{1}{\gamma}\right)\cdot\frac{1}{2}\rho_z\cdot w_z^2\cdot\eta_a/p_z-\frac{6\cdot5}{T_z}\cdot\frac{\Delta Z}{1000}$$

吐出壓力を一定に保つた場合即ち (6・2) 式に於て $p'_a=p_a$ とすれば

$$\frac{\Delta p}{p_z}=\frac{\Delta T}{T_z}\left(1-\frac{1}{R}\right)$$

即ち

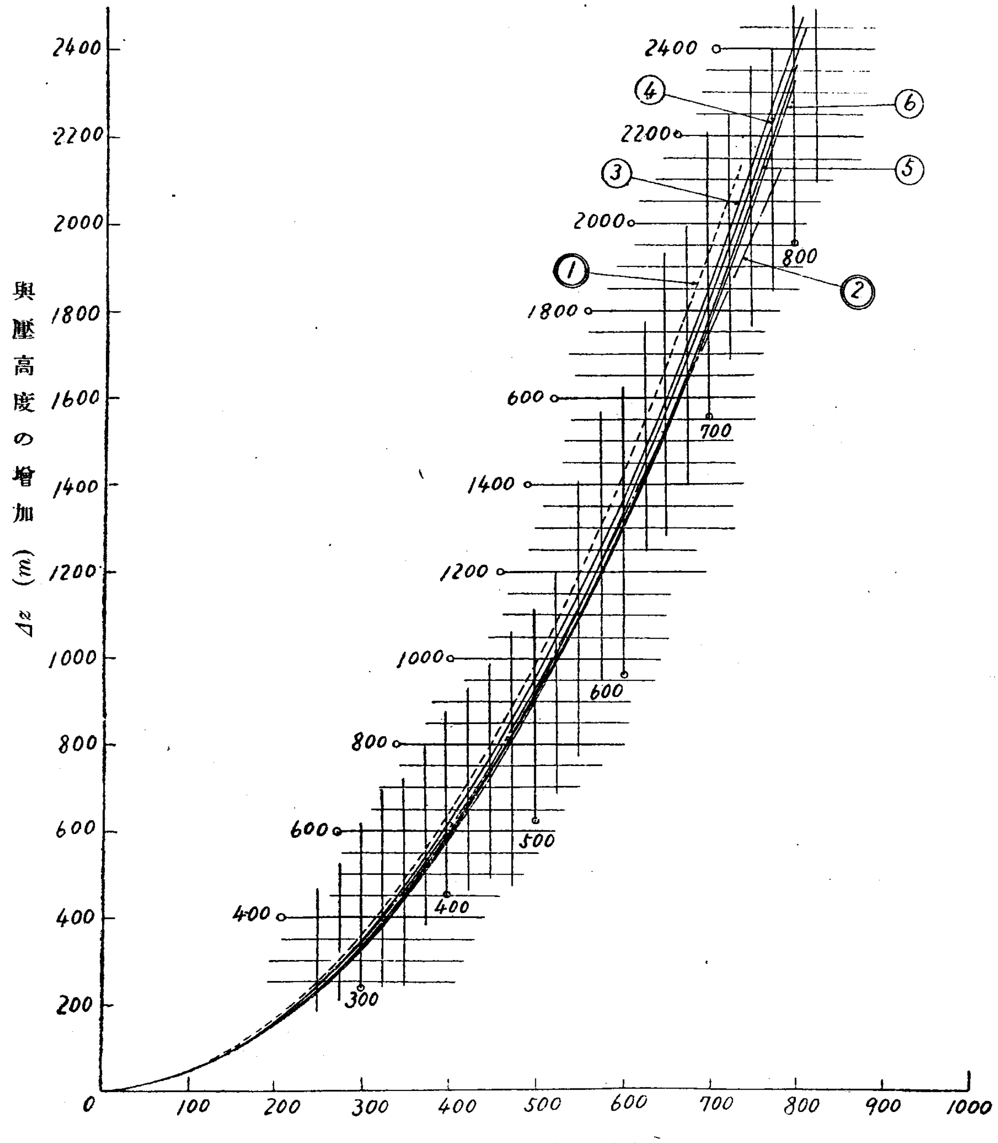
$$\frac{1}{2}\rho_z\cdot w_z^2\cdot\eta_a/p_z-\frac{\Delta Z}{8440}\bigg/\left(1-\frac{Z}{44308}\right)=\left(1-\frac{1}{\gamma}\right)\cdot\frac{1}{2}\rho_z\cdot w_z^2\cdot\eta_a/p_z\left(1-\frac{1}{R}\right)-\frac{6\cdot5}{T_z}\cdot\frac{\Delta Z}{1000}\cdot\left(1-\frac{1}{R}\right)$$

$$\therefore\quad\frac{\frac{1}{2}\rho_z\cdot w_z^2\cdot\eta_a}{p_z}\cdot\left\{1-\left(1-\frac{1}{\gamma}\right)\left(1-\frac{1}{R}\right)\right\}=\Delta Z\left\{\frac{1}{8440}\cdot\frac{1}{\left(1-\frac{Z}{44308}\right)}-\frac{6\cdot5}{T_z}\cdot\frac{1}{1000}\cdot\left(1-\frac{1}{R}\right)\right\}$$

$$\Delta Z=\frac{\frac{1}{2}\rho_z\cdot w_z^2\cdot\eta_a}{p_z}\cdot\left\{1-\left(1-\frac{1}{\gamma}\right)\left(1-\frac{1}{R}\right)\right\}\bigg/\left\{\frac{1}{8440}\cdot\frac{1}{\left(1-\frac{Z}{44308}\right)}-\frac{6\cdot5}{T_z}\cdot\frac{1}{1000}\cdot\left(1-\frac{1}{R}\right)\right\}\quad\cdots\cdots(6\cdot3)$$

又は

$$\Delta Z=0.0363w_z^2\cdot\eta_a\left(1+\frac{0.4045}{R}\right)\bigg/\left\{1-\frac{54.8}{T_z}\cdot\left(1-\frac{1}{R}\right)\left(1-\frac{Z}{44308}\right)\right\}$$



第 2 圖　　飛行速度と與壓高度の增加との關係

① $\Delta Z = 0.051 w_z^2$ (K. Kollmann の與へた圖表)

② $R=1$, 木村氏報告の第 2 圖 ($\eta=100\%$)

③ $R=1.5$
④ $R=2$
⑤ $R=2.5$
⑥ $R=3$

$$\Delta Z = 0.0448 w_z^2 \left(1 + \frac{0.1695}{R+0.235}\right)$$

---

(4) K. Kollmann: Grenzen zur einstufigen Verdichtung in Schleuderladern für Flugmotoren; Luftwissen, Bd 7, Nr. 3; 1940/3.

然るに $T_z=288\left(1-\dfrac{Z}{44308}\right)$ であるから、上式は

$$\Delta Z=0.0363w_z^2\cdot\eta_a\left(1+\frac{0.4045}{R}\right)\Big/\left\{1-0.1903\left(1-\frac{1}{R}\right)\right\}$$

$$\boxed{\Delta Z=0.0448w_z^2\cdot\eta_a\left(1+\frac{0.1695}{R+0.235}\right)}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots(6\cdot4)$$

$R=2.5$ とすれば

$$\boxed{\Delta Z=0.0476w_z^2\cdot\eta_a}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots(6\cdot4)'$$

平均として (6·4)′ 式を用ひて與壓高度の增し ΔZ を計算しても大した誤り無く算出することが出來る。 $R=1$ の場合には

$$\Delta Z=0.051w_z^2\cdot\eta_a$$ [5]

となる。

例 5.

(6·4) 式を元とし、$\eta_a=1$ として、飛行速度と與壓高度の增しとの關係を求めると第 2 圖の樣になる。

以上の樣にして、第一次近似計算として (6·4) 式を用ふれば、與壓高度 ΔZ_1 を計算により求める事が出來るが、更に詳しく調べるには (6·1) 節で述べた (6·1) 式を用ひて速度の增加 $\dfrac{\Delta w}{w_z}$ を求むれば次式により

$$\Delta Z=\left\{1-\frac{4.253\Delta Z_1}{44308-Z}\right\}\cdot\Delta Z_1\cdot\left(1+\frac{\Delta w}{w_z}\right)^2$$

但し ΔZ_1 : (6·4) 式から求めた近似値

上式により ΔZ を算出すればより正しい與壓高度の增しを求める事が出來る。

7. 結　　語

この種の問題は航空發動機としては可成り重要な事であつて、未だ大いに硏究すべき餘地があることと思ふが、これに關しては今後とも硏究して行きたいと思ふ。

例へば與壓高度が上つた際に固定ピッチ・プロペラで、發動機の回轉が增した場合或ひは飛行機の抵抗も變化した場合等についても一應調べて置くべきであるが、これも次ぎの機會に譲りたい。

(5) これは木村秀政、細井政吉 : 前揭論文中の (2) 式に相當する。