

No. 220.

(Published November, 1941.)

**On Cam Forms which induce no Surging
in Valve Springs.**

By

Fujio NAKANISHI,

Abstract.

A method to build up cam forms which do not induce surging in valve springs was explained. At first a simple cam form was assumed, and then correction terms were added to make the harmonics which synchronize with valve springs vanish practically. Examples were shown.

No. 220.

(昭和十六年十一月発行)

弁ばねに振動を誘起しない カム形に就て

所員 中西不二夫

目 次

1. 緒 言.....	271
2. カム A	273
3. カム B	273
4. カム C	275
5. カム D	276
6. カム E	278
7. 結 言.....	279

1. 緒 言

ある種の發動機では弁ばねが激しく振動し、場合によると破壊することもある。この振動は弁ばねの設計の仕方によつて幾らか防ぐことも出来るが、最も強く影響するのは弁の揚程曲線の形、即ちカムの形であるから、振動を起さないやうにするにはカム形の適當のものを採用することが必要である。

茲には著者が弁ばねに振動を誘起しないカム形として試みに作つたものに就て述べる。これは只一例であつて、こゝに述べるやうな方法を用ひれば、種々な似たカム、或はもつとよいカムも出来ることと思ふ。

弁ばねが振動して振幅が大きくなるのは、發動機 1 サイクルの周期が弁ばね固有振動の周期の整数倍になるときであつて、そのときの振幅は弁の揚程曲線をハーモニックスに分けたときに、その振動に相當するハーモニックスの價が大きい程大きくなるものである。

従つて弁ばねに振動を誘起しないやうにするにはこれ等のハーモニックスがなるべく小さくなるやうな揚程曲線を作ればよい。弁ばねの固有振動数の少し高いものを用ひれば、1 サイクルの間の弁ばねの振動は 9 或は 10 以上にすることが出来る

から、それ以下のハーモニクスで揚程曲線を作るやうにし、これ以上のものを小さくすればよいのである。

I サイクルの間の揚程曲線をハーモニクスに分ければ、その各々の大きさは弁が開いてから閉るまでの揚程曲線の形によつて異なるのは勿論であるが、たとへこの形が相似であつても開いてゐる角度によつて違つてくる。これではあまり變化が多すぎるので、今弁が開いてゐる間の揚程曲線の形と開いてゐる角度との二つに分けて考へることにすれば次のやうになる。

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(\varphi) \cos n\varphi d\varphi, \\ &= \frac{k}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} F(\theta) \cos n\theta d\theta, \\ &= k a_n, \quad \dots\dots\dots(1) \end{aligned}$$

但し

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} F(\theta) \cos n\theta d\theta, \quad \dots\dots\dots(2)$$

茲に a_m は I サイクルの間の揚程曲線をハーモニクスに分けたときの m 番目のハーモニクスの係数、

φ は I サイクルが 2π になるやうな角度、

$f(\varphi)$ は揚程曲線を φ の函數として表したもの、

k は弁の開いてゐる角度と I サイクルの角度との比で普通 0.3~0.4 程度のも、

θ は弁の開き始める點が $-\pi$ 、閉る點が π になるやうな角度、

$F(\theta)$ は揚程曲線を θ の函數として表したもの、

$n=km$ で、弁の開いてゐる間に弁ばねの振動する回數であるが、これは勿論整數とは限らない。

k は弁の開いてゐる角度だけの函數であり、 a_n は開いてゐる角度には關係なく開いてから閉るまでの形によつて決る値である。そこでもし n が 3.5~4.0 以上のところで a_n が非常に小さくなるやうな揚程曲線の形が得られれば、それに固有振動の相當高い弁ばねを用ひれば、實用範圍では弁ばねは殆んど振動を起さないことになる。

(1) 中西不二夫：カムの形と弁發條の振動、日本航空學會誌、第 6 卷第 55 號。

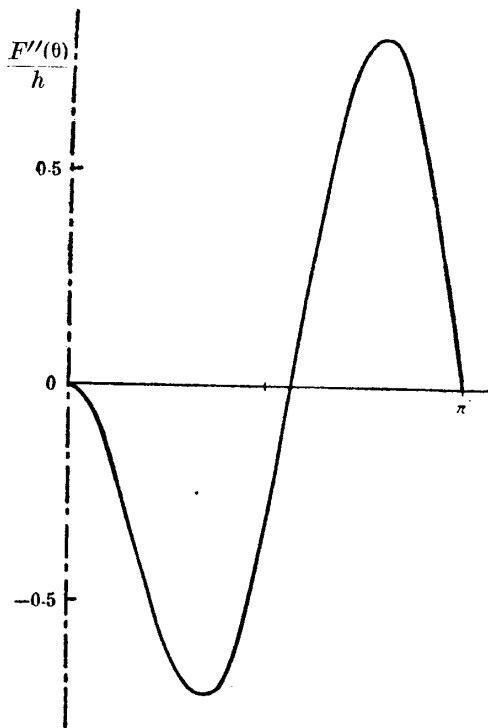
2. カム A

先づ正弦又は餘弦の簡単な形で揚程曲線らしいものを作つてみる。弁の速度曲線は $\theta = -\pi, 0, \pi$ で 0 でなければならないし、またこれは必要なことではないが出来るだけ滑かな曲線を作ると云ふ意味で假りに加速度曲線も 0 から始まるものとすると、速度曲線は $\theta = -\pi$, 及び π で 2 次の 0 になる筈である。

この条件にかなふ最も簡単なものは $\sin^2\theta$ であるが、これでは $0 < \theta < \pi$ の間でも正の値になるので、これが負になるやうに $-\sin\frac{\theta}{2}$ を掛けてみる。さうすると速度曲線 $F'(\theta)$ は次のやうになる。

$$F'_A(\theta) = -h \frac{15}{16} \sin\frac{\theta}{2} \sin^2\theta$$

$$= h \frac{15}{64} \left[-2\sin\frac{\theta}{2} - \sin\frac{3\theta}{2} + \sin\frac{5\theta}{2} \right], \dots\dots\dots(3)$$



第 1 圖

但し h は弁の揚程である。

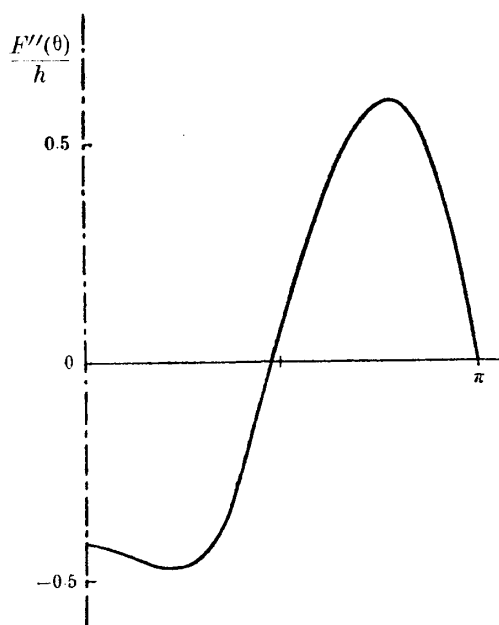
大體速度曲線らしい形ではあるが、加速度曲線 $F''(\theta)$ は第 1 圖のやうに $\theta = 0$ で 0 になつてしまふ。出来れば普通の加速度曲線のやうに負の加速度の部分をもつと平均に平らにしたいと思ふ。

3. カム B

加速度曲線が $\theta = 0$ で 0 になるのは速度曲線の $\sin^2\theta$ のためである。そこで速度曲線に、この他に $\theta = 0$ である値を持ち $\theta = \pi$ で 2 次の 0 になる $\cos^2\frac{\theta}{2}$ の項を加へてみる。即ち

$$F'_B(\theta) = -h \frac{15}{16 + 10a} \sin\frac{\theta}{2} \left(\sin^2\theta + a \cos^2\frac{\theta}{2} \right)$$

$$= h \frac{15}{4(16 + 10a)} \left[-(2+a)\sin\frac{\theta}{2} - (1+a)\sin\frac{3\theta}{2} + \sin\frac{5\theta}{2} \right], \dots\dots(4)$$



第 2 圖

但し a は任意の数である。

例へば $a=2$ と置いたカム $B-2$ では加速度曲線は第 2 圖のやうになつて、これならば実際にも使へさうである。

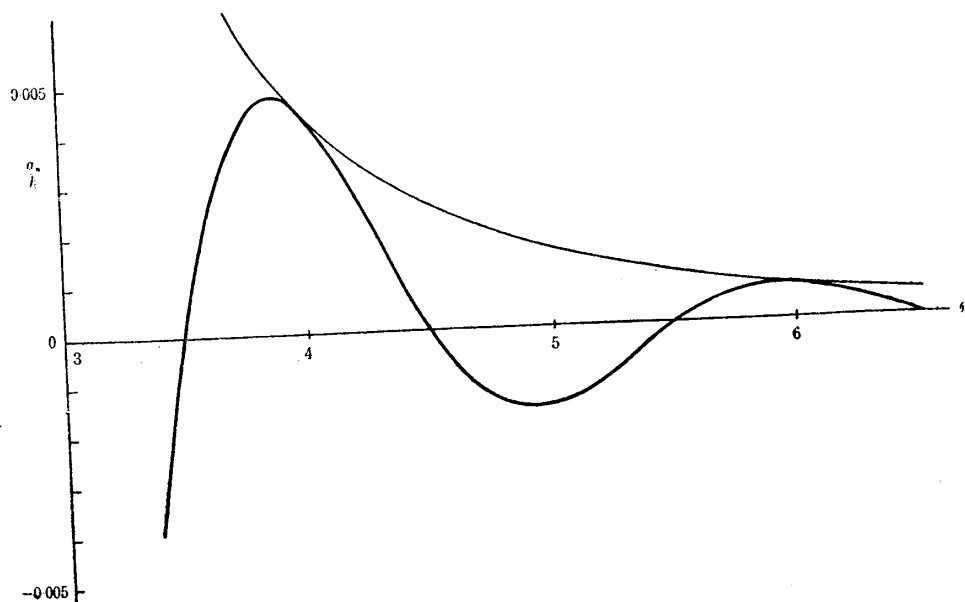
そこでこの揚程曲線を用ひる場合の弁ばねの振動を調べるために、(2) 式の a_n を求めてみる。(2) 式はまた次のやうにも書き表せる。

$$a_n = -\frac{1}{\pi n} \int_{-\pi}^{\pi} F''(\theta) \sin n\theta \, d\theta. \quad (2)'$$

従つてカム B では

$$\frac{a_n}{h} = \frac{15}{4(16+10a)\pi} \left[-\frac{2(2+a)}{n^2-0.25} + \frac{2(1+a)}{n^2-2.25} + \frac{2}{n^2-6.25} \right] \cos n\pi. \quad (5)$$

カム $B-2$ に就てこれを圖に表すと第 3 圖のやうになる。これを定加速度カムや



第 3 圖

切線カムの最もよいもの⁽¹⁾と比較すると大體同じ程度である。

4. カ ム C

(4)式と(5)式とを比較すれば、速度曲線の中に $\sin \frac{\theta}{2}$ の頃があれば a_n 中に $\frac{2}{n^2-0.25} \cos n\pi$ の頃が出てくるし、 $\sin \frac{3\theta}{2}$ の頃からは $-\frac{2}{n^2-2.25} \cos n\pi$ が出てくることが分る。これ等を表にしてみると第 I 表のやうになる。

カム B の速度曲線は $\sin \frac{\theta}{2}$, $\sin \frac{3\theta}{2}$ 及び $\sin \frac{5\theta}{2}$ の頃で出来てゐるが、云ふまでもなく $\theta = \pi$ に於ては 0 になるやうな組合せでなければならぬし、又現にさうなつてゐる。そして(5)式に見るやうに $\cos n\pi$ の係数は正の値になつてゐるが、これは速度が $\theta = \pi$ に於て 0 になるやうな組合せでは $\sin \frac{5\theta}{2}$, $-\sin \frac{3\theta}{2}$ からくる頃の方が $-\sin \frac{\theta}{2}$ からくる頃より大きいからである。

第 I 表に $\frac{\theta}{\pi}$, $\frac{\theta}{\pi} \cos \theta$, ……等の頃を示したのは、これ等の頃を速度曲線に小し加へ

第 I 表

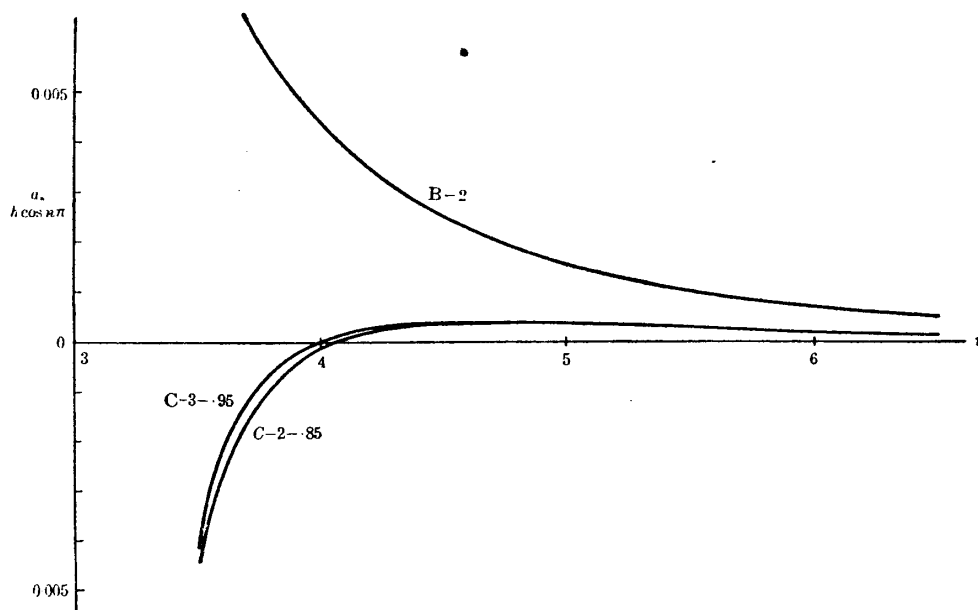
$F'(\theta)$ 中の頃	$\theta = \pi$ の値	a_n 中の $\cos n\pi$	a_n 中の $\sin n\pi$
$\sin \frac{\theta}{2}$	I	$\frac{2}{n^2-0.25}$	
$\sin \frac{3\theta}{2}$	-I	$-\frac{2}{n^2-2.25}$	
$\sin \frac{5\theta}{2}$	I	$\frac{2}{n^2-6.25}$	
$\frac{\theta}{\pi}$	I	$\frac{2}{n^2}$	$-\frac{2}{n^3\pi}$
$\frac{\theta}{\pi} \cos \theta$	-I	$-\frac{2}{n^2-1}$	$\frac{2(n^2+1)}{n(n^2-1)^2\pi}$
$\frac{\theta}{\pi} \cos 2\theta$	I	$\frac{2}{n^2-4}$	$-\frac{2(n^2+4)}{n(n^2-4)^2\pi}$
$\frac{\theta}{\pi} \cos 3\theta$	-I	$-\frac{2}{n^2-9}$	$\frac{2(n^2+9)}{n(n^2-9)^2\pi}$
$\sin \theta$	0		$\frac{2}{n(n^2-1)}$
$\sin 2\theta$	0		$-\frac{4}{n(n^2-4)}$
$\sin 3\theta$	0		$\frac{6}{n(n^2-9)}$

(1) 前掲

ることによつて a_n 中の $\cos n\pi$ の係数を更に小さくしたいと思つたからである。それには $\frac{\theta}{\pi} \cos 3\theta$ が適當と思ふが、これだけでは $\theta = \pi$ に於て 0 にならない。そこで $\frac{\theta}{\pi} + \frac{\theta}{\pi} \cos 3\theta$ を用ひることとする。即ちカム C の速度曲線を次のやうに置いてみる。

$$F'c'(\theta) = \frac{h}{\frac{64+40a}{15} - \beta\left(\frac{\pi}{2} - \frac{2}{9\pi}\right)} \left[-(2+a)\sin\frac{\theta}{2} - (1+a)\sin\frac{3\theta}{2} + \sin\frac{5\theta}{2} + \beta\left(\frac{\theta}{\pi} + \frac{\theta}{\pi} \cos 3\theta\right) \right] \dots\dots(6)$$

例として $a=2, \beta=0.85$ 即ちカム B-2 に $\beta=0.85$ の修正を加へたカム C-2-.85, 及び $a=3, \beta=0.95$ 即ちカム B-3 に $\beta=0.95$ の修正を加へたカム C-3-.95 に就て $\frac{a_n}{h}$ の $\cos n\pi$ の係数を計算してみると第 4 圖のやうになる。即ち $\cos n\pi$ の頃は實用範圍に於て非常に小さくすることが出来た。



第 4 圖

5. カム D

カム C では a_n 中の $\cos n\pi$ の頃は小さくすることが出来たが、第 1 表に見る通り $\frac{\theta}{\pi}$ 及び $\frac{\theta}{\pi} \cos 3\theta$ からは $\sin n\pi$ の頃も出てくる。そしてこれが比較的大きいから更にこれをも修正してみよう。この修正に $\sin 3\theta$ を用ひれば修正頃は

$$\beta\left(\frac{\theta}{\pi} + \frac{\theta}{\pi} \cos 3\theta - \gamma \sin 3\theta\right)$$

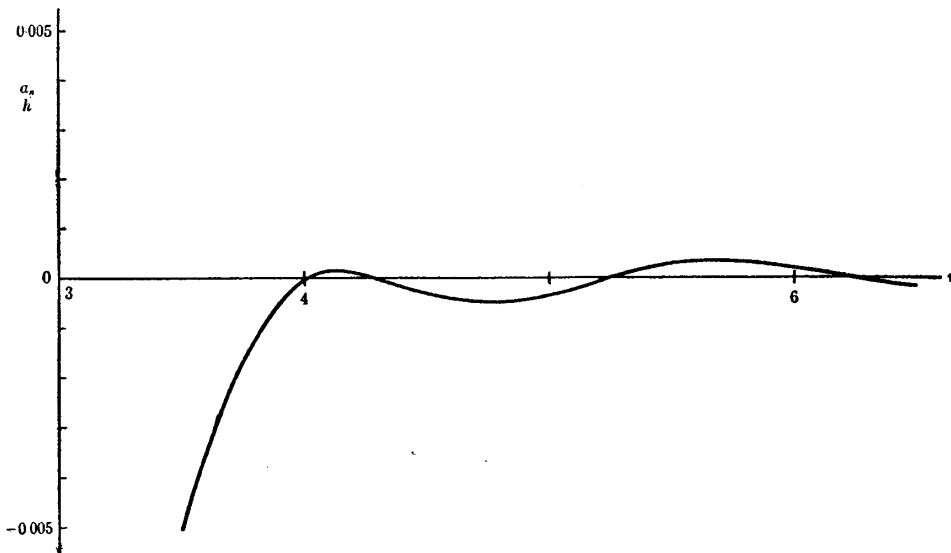
となる。γ=0.32 くらひにすると $\sin \pi$ の頃も非常に小さくなる。即ち速度曲線は

$$F_D'(\theta) = \frac{h}{\frac{64+40\alpha}{15} - 1.287\beta} \left[-(2+\alpha)\sin\frac{\theta}{2} - (1+\alpha)\sin\frac{3\theta}{2} + \sin\frac{5\theta}{2} + \beta\left(\frac{\theta}{\pi} + \frac{\theta}{\pi} \cos 3\theta - 0.32\sin 3\theta\right) \right]. \quad (7)$$

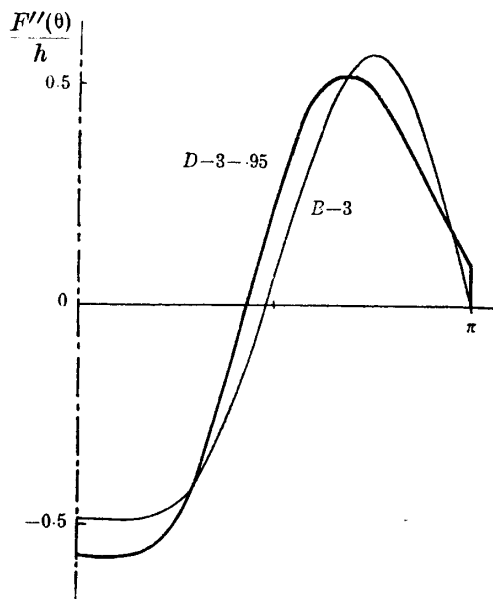
従つて揚程曲線は

$$F_D(\theta) = \frac{h}{\frac{64+40\alpha}{15} - 1.287\beta} \left[2(2+\alpha)\cos\frac{\theta}{2} + \frac{2(1+\alpha)}{3}\cos\frac{3\theta}{2} - \frac{2}{5}\cos\frac{5\theta}{2} + \beta\left(-1.287 + \frac{\theta^2}{2\pi} + \frac{\theta}{3\pi}\sin 3\theta + 0.142\cos 3\theta\right) \right]. \quad (7)'$$

例として $\alpha=3, \beta=0.95$ なるカム $D-3-0.95$ に就て a_n を計算すると第5圖のやうになる。 $n > 3.8$ では非常に小さくなつてゐるので、このカムと固有振動數の相當高い弁ばねとを併せ用ひるならば、弁ばねの振動は殆んど起らないと云つてよいだらう。



第 5 圖



第 6 圖

尙この場合の加速度曲線は第 6 圖のやうになる。

6. カム E

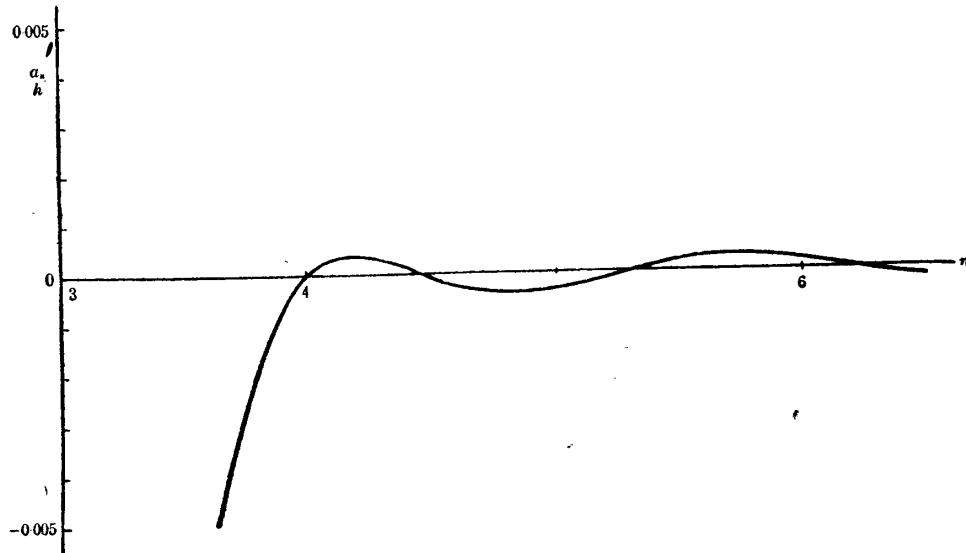
カム D では $\sin n\pi$ 頃の修正に $\sin 3\theta$ を用いたが、何も $\sin 3\theta$ に限つた譯ではないから、カム E として $\sin 2\theta$ を用ひて修正してみよう。

即ち修正項を

$$\beta \left(\frac{\theta}{\pi} + \frac{\theta}{\pi} \cos 3\theta + r \sin 2\theta \right)$$

とし、 $r=0.5$ と置くと速度曲線、揚程曲線は夫々次のやうになる。

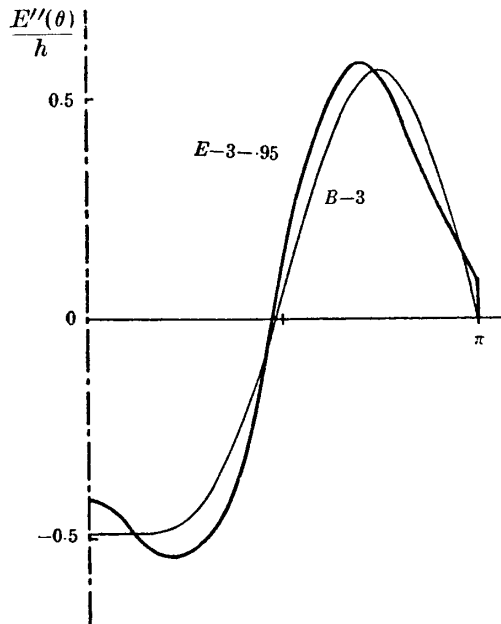
$$F_E'(\theta) = \frac{h}{\frac{64+40a}{15} - 1.500\beta} \left[-(2+a) \sin \frac{\theta}{2} - (1+a) \sin \frac{3\theta}{2} + \sin \frac{5\theta}{2} + \beta \left(\frac{\theta}{\pi} + \frac{\theta}{\pi} \cos 3\theta + 0.5 \sin 2\theta \right) \right]. \dots (8)$$



第 7 圖

$$F_E(\theta) = \frac{h}{\frac{64+40a}{15} - 1.500\beta} \left[2(2+a) \cos \frac{\theta}{2} + \frac{2(1+a)}{3} \cos \frac{3\theta}{2} - \frac{2}{5} \cos \frac{5\theta}{2} \right. \\ \left. + \beta \left(-1.250 + \frac{\theta^2}{2\pi} + \frac{\theta}{3\pi} \sin 3\theta + \frac{1}{9\pi} \cos 3\theta - 0.25 \cos 2\theta \right) \right] \dots (8)'$$

例として $a=3, \beta=0.95$ と置いたカム $E-3-.95$ に就て a_n を調べてみると第7圖のやうになり、弁ばねの振動はやはり非常に小さく、殆んど振動は起らないと云つてよい程である。尙このカムの加速度曲線は第8圖のやうになる。



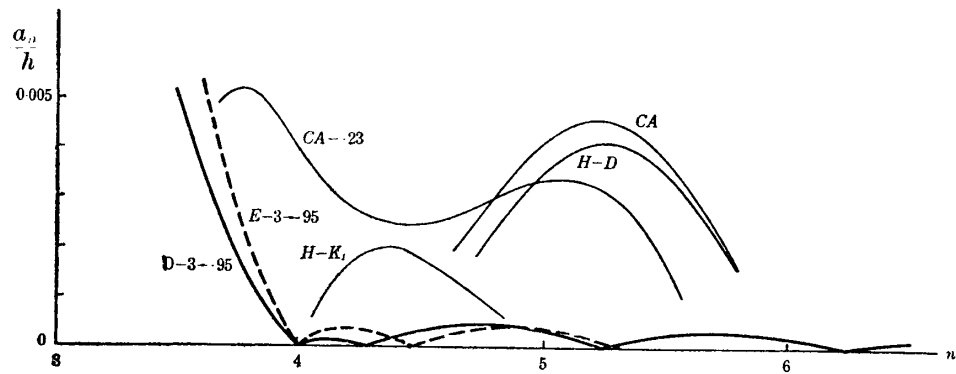
第 8 圖

7. 結 言

$D-3-.95$ にしても $E-3-.95$ にしても弁ばねに振動を誘起しないといふ點では相當優秀なカムである。第9圖には他のカムの例も出して置いたが、これ等と比較してみればよく分るであらう。CAは正の加速度も負の加速度も同じ大きさの定加速度カムであるが、これでも振動に對しては非常によい方で、普通に使はれてゐるカムでは a_n の値はもつと大きい。CA-.23 はやはり定加速度カムであるが最初の正の方向の加速度の働

いてゐる時間が弁が開いてゐる全體の時間の 0.23に相當するもので、かなり廣い範圍で振動の小さくなるやうなカムである。 $H-K_1, H-D$ は共に獨逸の Hußmann のカムで、 $H-K_1$ は全般的に a_n が非常に小さいと云はれてゐるカム、 $H-D$ は $m=9(n=3.6), 10(n=4.0), 11(n=4.4)$ のところで性能の非常によいカムである。

(2) A. Hußmann, Jahrbuch 1938 der deutschen Luftfahrtforschung, II.



第 9 圖

弁ばねの振動に就ては理論と実験とはよく合ふものであるから、別に実験してみないでも著者の試作したカムが弁ばねの振動に對しては優れたものであることは明瞭であると思ふ。

カムの形としては、弁ばねの強さの點からみて負の加速度がもつと小さくなつて呉れる方がよい。又吸入効率の點からみて初めの加速度はもつと大きい方がよいであらう。只このカムは一例であつて、この報告は弁ばねの振動に對して優れた性質を持つカムを試作する経過を述べたものである。この方法で色々試みて行けば更に優れたカムを作ること出来ると思ふ。

終りに計算を手傳つて呉れた佐藤和郎君に謝意を表する。