空氣力學的中心の決定法[1]

—谷所員の方法に關する覺書—

阿 阪 三 郎[2]

1° 曩に谷所員は空氣力學的中心を求めるのに最小自乘法を利用し然も簡單に計算し得る方法を提示せられた[3]. この計算公式を導く途中に現れる積分 $\int_0^H C_m C_N^k dC_N$ に對する近似公式を少しく變へると, 最後の結果の係數が簡單になり實用上便利である. 些細なことであるが, 谷所員のお勸めにより舊稿を發表させて頂くことゝする.

原論文では

$$\int_0^H C_m C_N^k dC_N = \sum_{n=0}^{4} \lambda_n^{(k)} (C_m)_n, \tag{T}$$

$k=0,\ 1,\ 2,$

$(C_m)_n$: $C_N = nH/4$ 對する C_m の値

と置いて Newton-Cotes の方式により $\lambda_n^{(k)}$ を定めてあるが, $(C_m C_N^k)$ を C_N の一つの函數と見做せば

$$\int_0^H C_m C_N^k dC_N = \sum_{n=0}^{4} \lambda_n^{(0)} (C_m C_N^k)_n = \sum_{n=0}^{4} \mu_n^{(k)} (C_m)_n \tag{A}$$

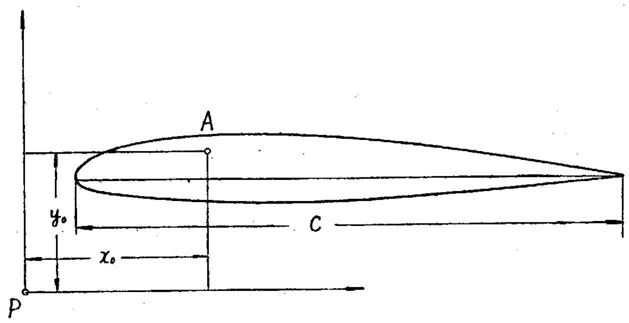
とすることが出來る. $k=0$ 及び 1 の場合には (T) も (A) も同じであるが, $k=2$ の場合には $\lambda_n^{(2)}$ と $\mu_n^{(2)}$ とは異つてくる. C_m が C_N の有理整式で表はされるものとすれば, 近似積分公式 (T) は $k=0$ の場合には C_m が C_N の 5 次以下, $k=1$ 及び 2 の場合には 4 次以下であれば誤差を含まない. 之に對し (A) では $k=0,\ 1$ 及び 2 に對して夫々 C_m が C_N の 5 次, 4 次及び 3 次以下の多項式である時にのみ正確である. 卽ち (A)は (T) に比べて近似度が低いわけであるが, 實用上は後述の如く C_m を C_N の二次式と見做すのであるから, 今の場合にはこのことは餘り重要でないと思はれる.

2° 翼の揚力係數 C_z, 抗力係數 C_x 及び任意の點 P の周りの縱搖モーメント係數(頭上げ正) C_m を知れば, 空氣力學的中心 A の位置 $(x_0,\ y_0)$ (附圖參照) 及びその周りのモーメント係數 $C_{m_{\mathrm{a.c.}}}$ は次の關係式から定められる.

$$C_m = C_{m_{\mathrm{a.c.}}} - \frac{x_0}{c} C_N + \frac{y_0}{c} C_C. \tag{1}$$

(1) 谷所員紹介.
(2) 川崎航空機工業株式會社岐阜工場.
(3) 彙報 166 號. 以下「原論文」として引用する.

玆に c は翼弦長, x_0 及び y_0 は P を原點として翼弦に夫々平行及び垂直に測つた A 點の座標, C_N 及び C_C は夫々翼弦に垂直及び平行な分力の係數で, 迎角を α とすれば



x : 翼弦に平行に測つた距離（後方を正）
y : 翼弦に垂直に測つた距離（上方を正）

$$\left.\begin{aligned} C_N &= C_z\cos\alpha + C_x\sin\alpha, \\ C_C &= -C_z\sin\alpha + C_x\cos\alpha. \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

こゝで

$$C_C = D + EC_N + FC_N^2 \tag{3}$$

が成立つものとすれば

$$C_m = p + qC_N + rC_N^2, \tag{4}$$

但し

$$p = C_{m\,\mathrm{a.c.}} + \frac{y_0}{c}D, \quad q = -\frac{x_0}{c} + \frac{y_0}{c}E, \quad r = \frac{y_0}{c}F. \tag{5}$$

D, E, F 及び p, q, r は C_z, C_x 及び C_m の成可く多くの測定値から最小自乘法によつて決定するのが望ましい. その爲に C_z, C_x から C_N, C_C を計算し, $C_N \sim C_C$ 及び $C_N \sim C_m$ をプロットして之を整形した曲線を描く. C_N の範圍を $0 \sim H$（H は例へば $C_z \sim \alpha$ 曲線の直線より外れ始める時の C_N とする）に定め, $C_N = 0$, ${}^1/_4H$, ${}^1/_2H$, ${}^3/_4H$, H に對する C_C 及び C_m の値, C_{C_1}, C_{C_2}, C_{C_3}, C_{C_4}, C_{C_5} 及び C_{m_1}, C_{m_2}, C_{m_3}, C_{m_4}, C_{m_5} を夫々の曲線から讀み取る. 然る時は前述の近似積分公式（A）を利用して最小自乘法を適用すれば, D, E, F, 及び p, q, r は次の如く求められる.（この式の導き方の詳細は原論文參照).

$$\left.\begin{aligned} D &= \frac{1}{30}(21C_{C_1} + 20C_{C_2} - 6C_{C_3} - 12C_{C_4} + 7C_{C_5}), \\ E &= \frac{2}{15H}(-21C_{C_1} + 2C_{C_2} + 15C_{C_3} + 18C_{C_4} - 14C_{C_5}), \\ F &= \frac{1}{3H^2}(7C_{C_1} - 4C_{C_2} - 6C_{C_3} - 4C_{C_4} + 7C_{C_5}); \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

$$\left.\begin{aligned} p &= \frac{1}{30}(21C_{m_1} + 20C_{m_2} - 6C_{m_3} - 12C_{m_4} + 7C_{m_5}), \\ q &= \frac{2}{15H}(-21C_{m_1} + 2C_{m_2} + 15C_{m_3} + 18C_{m_4} - 14C_{m_5}), \\ r &= \frac{1}{3H^2}(7C_{m_1} - 4C_{m_2} - 6C_{m_3} - 4C_{m_4} + 7C_{m_5}). \end{aligned}\right\} \tag{7}$$

之等から空氣力學的中心の位置 (x_0, y_0) 及びその周りのモーメント係數 $C_{m_{a.c.}}$ を出せば

$$\frac{y_0}{c}=\frac{r}{F'},\quad \frac{x_0}{c}=\frac{y_0}{c}E-q,\quad C_{m_{a.c.}}=p-\frac{y_0}{c}D. \tag{8}$$

3° この式の精度を見る爲に，原論文の第一例の結果とそのデータを基にして前述の公式で計算したものとを比較すれば下表の如くなる．

	原論文の公式による	本文の公式による
p	-0.0741	-0.0740
q	0.0234	0.0245
r	-0.0078	-0.0088
D	0.009	0.008
E	0.100	0.101
F	-0.181	-0.160
$C_{m_{a.c.}}$	-0.075	-0.075
x_0	-0.019	-0.019
y_0	0.04	0.05

原論文に述べられた如く，空氣力學的中心の位置並びにその周りのモーメント係數の値を與へる數字の最終桁は餘り信用出來ないし，叉翼弦に垂直な方向の距離はモーメントの値に僅かしか影響を與へないことを考慮すれば，この公式は原論文と同程度に精確であると言ふことが出來る．しかも (6),(7) 式の係數は原論文のものに比べて簡單であつて一例へば (6) 式の E は原論文では $E=(1/105H)(-219C_{c_1}-272C_{c_2}+660C_{c_3}-48C_{c_4}-121C_{c_5})$ 一實用上便利であると考へられる．單に便利であるばかりでなく，C_c, C_m の桁數には限度があることを考へると，係數が小さい簡單な數で與へられることは望ましい條件と思はれる．

終りに本稿を發表する機緣を與へられた谷所員，並びに川崎航空機會社山下課長に厚く御禮を申上げる．

（昭和16年5月）