

航空研究所彙報

第 二 百 三 號

昭 和 十 六 年 七 月

無尾翼飛行機に関する二三の問題

所 員 谷 一 郎
松 井 辰 彌
若 月 正 俊

序 言

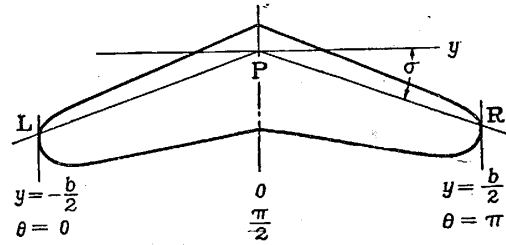
無尾翼飛行機が一つの理想形式として提唱されたのは決して新しい事ではない。併し従来實現された無尾翼飛行機は比較的小馬力のものに止まり、加之問題の追究も普通の飛行機の洺々たる状態に比べて微々たるものゝ様に思はれる。假に高速飛行機の空氣抵抗の内譯を主翼 1/2, 胴體 1/3, 尾翼 1/6 の見當とすれば、尾翼を取去る事は抵抗減少の立場から望ましい限りであるけれども、問題は嘗て脚引込の實現された場合程單純でないとは言ふ迄もない事である。“飛行機は飛ぶための機械、家は住むための機械”といふ Le Corbusier の建築原理の流行は、飛行機の抵抗の節減が巨視的手段によつて達せられた時代のことであり、今日の状態は寧ろ微視的な探求に待たねばならぬ點が多いのであるから、無尾翼飛行機の問題も最新の知識の水準に於て再検討されなければならぬものと思はれる。筆者は無尾翼飛行機を最上の理想と讃へるものではなく、さりどて考慮の價値なしと捨て去るものでもない。寧ろ斯かる褒貶をもなし得ざる程に見識の貧しさを感じたが故に、従來の資料を解析し、併せて小規模の實驗を行ひ、無尾翼飛行機の釣合安定等に関し些かなりとも數量的な検討を加へることを試みた次第である。尤もその方法は必ずしも斬新なものではなく、又得られた結果も完全なものではないけれども、従來數量的に明示されることの寡かつた問題であるが故に、その結果を茲に第一次的に報告するのも無駄ではなからうと考へられる。この機會に、この問題に觸れる契機を與へられたのは小川所員の御厚意によるものが多いことを記して、種々の御助言を頂いたことゝ併せて謝意を申述べたい。又實驗の遂行その他に關して援助を與へられた伊藤一、堀江鑛、栗崎正之、三石智、上田政文、内藤繁樹の諸君にも謝意を申述べたい。

後退角を持つ翼の計算の基礎

無尾翼飛行機に於ては、縦の釣合と復元性とを得る爲に、後退角と捩下げを持つ翼を使用

するのが普通である。この様な翼の計算は古く Glauert 及び Gates⁽¹⁾ によつて行はれてゐるが、先づその方法に倣つて、問題を稍一般的に取扱ふことにする。

翼幅に沿ふ迎角並に弦長の分布は任意、但し迎角の分布は中央断面に關して左右對稱的、又各断面の空氣力學的中心は左右夫々一本宛の直線 PL, PR に乗るものとする。P は中央断面の空氣力學的中心、之を通る左右軸を y 軸とし、これと PR との夾む角 σ によつて後退角を定義する。尙その他記號を次の様に規定する：



第 1 圖

- ρ : 空氣密度, V : 飛行速度,
- b : 翼幅, S : 翼面積,
- t : 任意の断面の弦長, t_0 : 中央断面の弦長,
- $t_m = S/b$: 平均弦長, $A = b/t_m$: 縦横比,
- $y = -(b/2)\cos\theta$ (左翼端, 中央断面, 右翼端は夫々 $\theta = 0, \pi/2, \pi$ に當る),
- $a = (dc_L/da)_\infty$: 断面の揚力傾斜 (翼幅方向に一定と假定する),
- c_{m_0} : 断面の無揚力モーメント係數 (一般に翼幅方向に變化する).

次に、翼の揚力は横切りが僅か存在しても殆ど變化せぬといふ實驗的事實を根據として、翼幅に沿ふ循環の分布は後退角によつて變化せぬものと假定する。即ち循環分布

$$\Gamma = bV \frac{2C_L}{\pi A} (\sin\theta + \frac{A_3}{A_1} \sin 3\theta + \frac{A_5}{A_1} \sin 5\theta + \dots) + bV \frac{at_0}{2b} (B_3 \sin 3\theta + B_5 \sin 5\theta + \dots)$$

に於て、正則分布の係數 $A_3/A_1, A_5/A_1, \dots$ 、並に零分布の係數 B_3, B_5, \dots は既に後退角のない翼に就いて決定されてゐるものと考へる。しかもこの循環の座は LPR であるから、 y 軸周りの縦揺モーメント係數 (頭上げ正) は

$$C_{mP} = \frac{2}{(\rho V^2/2) S t_m} \int_{-b/2}^0 \{ (-\rho V \Gamma) (-y \tan\sigma) + c_{m_0} \frac{\rho V^2}{2} t^2 \} dy$$

によつて與へられる。以後簡單のために

$$C_{mP} = r - s C_L$$

と記すことにすれば、 s 及び r は夫々

$$s = \frac{2}{\pi} A \tan\sigma \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{5} \frac{A_3}{A_1} - \frac{1}{21} \frac{A_5}{A_1} + \frac{1}{45} \frac{A_7}{A_1} - \dots \right),$$

$$r = -\frac{at_0}{2t_m} A \tan\sigma \left(\frac{1}{5} B_3 - \frac{1}{21} B_5 + \frac{1}{45} B_7 - \dots \right) + \int_0^{\pi/2} c_{m_0} \frac{t^2}{t_m^2} \sin\theta d\theta$$

によつて與へられる。この結果は、翼全體の空氣力學的中心が中央断面の空氣力學的中心の

(1) H. Glauert & S. B. Gates, *The characteristics of a tapered and twisted wing with sweep-back*. A.R.C., R. & M. No. 1226 (1928).

後方 st_m の距離に在り、しかもその周りのモーメント係数が r に等しいことを示すものである。従つて空気力学的中心位置を定めるものは、循環の正則分布だけであつて、翼幅に沿ふ迎角の變化はこれに與るところがない。迎角の變化は循環の零分布を通じて、断面の c_{m_0} と共に空気力学的中心の周りのモーメントに影響を與へるだけである。

以上の計算では、翼幅に沿ふ弦長並に迎角の分布が任意なのであるから、翼の平面形が如何様でも差支なく、又捩下げの他にフラップを操作する場合を考へてもよい譯である。たゞ各断面の空気力学的中心を結ぶ線が直線になるものと假定したが、これは計算を簡単にする必要から設けた制限であつて、若し數值的積分さへ厭はぬならば、空気力学的中心を結ぶ線が如何なる曲線であつても差支ない譯である。尤も實際上多く現はれるのは第11圖に示す様に、中央に後退角のない部分があり、その外側から直線的に後退が始まる場合であらうと思はれる。この場合の角度を σ_1 とし、中央部分の幅を $b \cos \varphi$ とすれば、上記と同様の計算を行ふことによつて、 σ_1 と同一の効果を生ずべき σ (第1圖参照) の値を定めることが出来る。簡単のために循環分布の級数の首項のみを考へ、即ち正則分布に於ては A_3, A_5, \dots を A_1 に對して省略し、又零分布に於ては B_3, B_5, \dots を B_1 に對して省略することにすれば、 s に對する効果を同一にするためには

$$\tan \sigma_1 \int_0^\varphi \sin^2 \theta (\cos \theta - \cos \varphi) d\theta = \tan \sigma \int_0^{\pi/2} \sin^2 \theta \cos \theta d\theta,$$

$$\text{即ち} \quad \frac{\tan \sigma}{\tan \sigma_1} = \frac{3}{2} \sin \varphi - \frac{1}{2} \sin^3 \varphi - \frac{3}{2} \varphi \cos \varphi = \tau_s;$$

又 r に對する効果を同一にするためには

$$\tan \sigma_1 \int_0^\varphi \sin 3\theta \sin \theta (\cos \theta - \cos \varphi) d\theta = \tan \sigma \int_0^{\pi/2} \sin 3\theta \sin \theta \cos \theta d\theta,$$

$$\text{即ち} \quad \frac{\tan \sigma}{\tan \sigma_1} = \sin^6 \varphi = \tau_r,$$

なる關係が得られる。例へば第11圖に示す翼では $\cos \varphi = 0.18$, $\tau_s = 0.624$, $\tau_r = 0.921$ であるから、 $\sigma_1 = 16.6^\circ$ に對して同一の効果を生ずべき σ の値は、 s に關して $\sigma = \tan^{-1}(\tau_s \tan \sigma_1) = 10.5^\circ$ 、又 r に關して $\sigma = \tan^{-1}(\tau_r \tan \sigma_1) = 15.3^\circ$ となる。この計算は勿論近似的であるけれども、實用上十分な精度を有するものである。

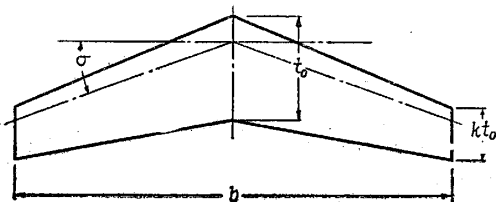
直線的捩下げを持つ後退梯形翼

前節では一般的な場合を取扱つたけれども、以下の數値計算は第2圖に示す様な梯形翼

(直線的先細翼)に限ることとする。斯様な翼に直線的捩下げが施された場合の計算は、前に引用した Glauert 及び Gates の論文に示されてゐるが、その結果を筆者の近似計算⁽¹⁾によつて補足し、

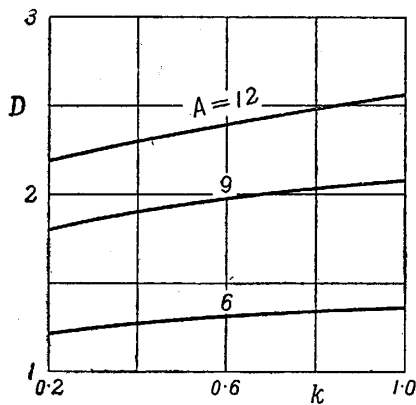
$$s = D \tan \sigma,$$

$$r = E \epsilon \tan \sigma + M c_{m_0}$$

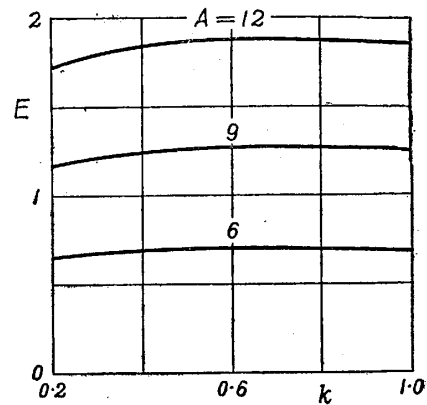


第 2 圖

(1) 谷 一郎, 單葉翼の空氣力学的特性を簡単に計算する方法. 本所報告 197 號 (1949), §20.



第 3 圖



第 4 圖

と表はした場合の D 及び E を夫々第3圖及び第4圖に示した。茲に

$$D = \frac{2A}{\pi} \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{5} \frac{A_3}{A_1} - \frac{1}{21} \frac{A_5}{A_1} + \frac{1}{45} \frac{A_7}{A_1} - \dots \right),$$

$$E = -\frac{Aa}{1+k} \frac{1}{\epsilon} \left(\frac{1}{5} B_3^* - \frac{1}{21} B_5^* + \frac{1}{45} B_7^* - \dots \right),$$

$$M = \frac{4}{3} \frac{1+k+k^2}{(1+k)^2};$$

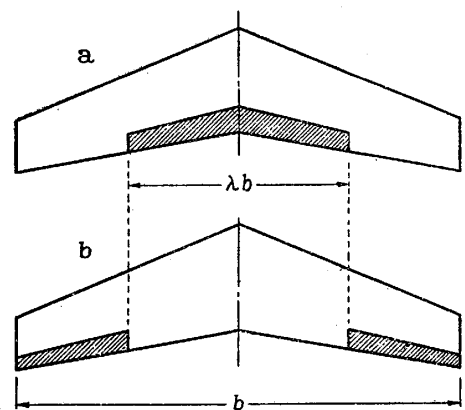
k は先細比 (第2圖参照), ϵ は捩下げ角 (翼根迎角—翼端迎角, 弧度) を表はし, B_3^*, B_5^*, \dots は捩下げに基く零分布の係数である。又揚力傾斜 a は 5.70 と採り, 断面の無揚力モーメント係数 c_{m0} は翼幅に沿うて一定と見做してある。 D 及び E の先細比による變化が僅かであることを考へると, この結果は梯形翼以外の翼に對しても, 大體の見當をつける目的に使用出來さうに思はれる。

後退梯形翼に於けるフラップ操作

次に, 梯形翼の翼幅の一部分にフラップを操作すれば, 循環の零分布に變化を生ずる。即ちそのフーリエ係数を B_3', B_5', \dots とすれば, 前節の r に $F\beta_F \tan \sigma$ なる項が添加される。茲に

$$F = -\frac{Aa}{1+k} \frac{1}{\beta_F} \left(\frac{1}{5} B_3' - \frac{1}{21} B_5' + \frac{1}{45} B_7' - \dots \right);$$

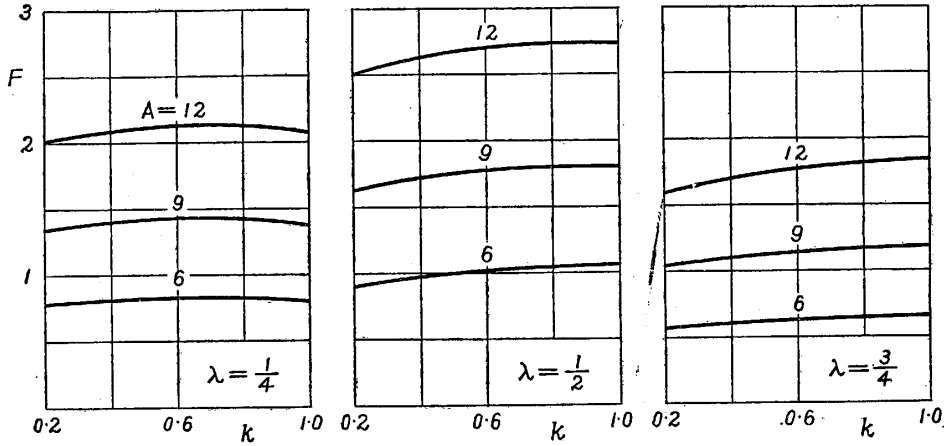
β_F はフラップ操作に基く断面としての無揚力角移動量 (弧度), フラップを下げた場合のものを正とし, 且フラップの翼幅に沿うて一定と見做す。第5圖 a に示すやうに, 翼の中央の幅 λb なる部分にフラップを操作した場合に就き, 筆者の近似計算⁽¹⁾から求めた F を第6圖に示す。第5圖 b に示すやうにフラップが残りの翼端部分にある場合には, F' の値は第



第 5 圖

(1) 谷, 前掲, §31.

6 圖のものと絶対値相等しく、符號反對となるものである。



第 6 圖

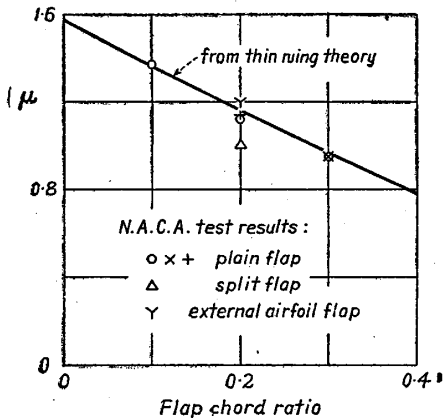
次に考へねばならぬのは、フラップ操作によつて断面の c_{m0} に變化を生ずる事である。この變化を Δc_{m0} とし、 $\Delta c_{m0} = -\mu\beta_F$ と記せば、 μ は第7圖に示すやうに、略フラップ弦長比のみに關係する。この變化によつて前節の r には更に $-\mu N\beta_F$ なる項が添加され、 N の値は第5圖 a の場合には

$$N = \int_{-\lambda}^0 \frac{t^2}{tm^2} d \frac{2y}{b} = \frac{4}{(1+k)^2} \left\{ \lambda - (1-k)\lambda^2 + \frac{1}{3}(1-k)^2\lambda^3 \right\},$$

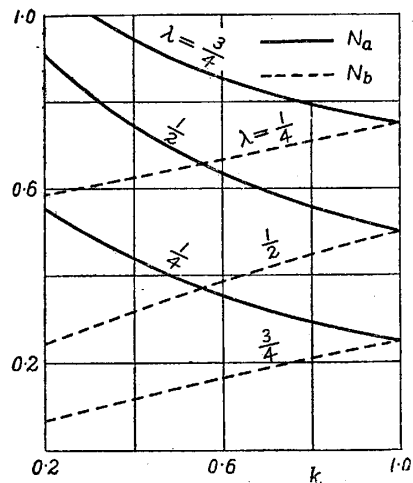
又第5圖 b の場合には

$$N = \int_{-1}^{-\lambda} \frac{t^2}{tm^2} d \frac{2y}{b} = \frac{4}{(1+k)^2} \left\{ \frac{1}{3}(1+k+k^2) - \lambda + (1-k)\lambda^2 - \frac{1}{3}(1-k)^2\lambda^3 \right\}$$

によつて與へられる (μ はフラップ翼幅方向に一定と見做してある)。これらを夫々 N_a, N_b として第8圖に示す。



第 7 圖



第 8 圖

結局、フラップ操作によつて前節の r に添加される量は

$$\Delta r = (F \tan \sigma - \mu N) \beta_F$$

となる譯である。

縦の釣合

翼全體の空氣力學的 centers が中央斷面の空氣力學的 center の後方 st_m の距離に在り、しかもこの位置が捩下げ或はフラップ操作によつて影響されぬ事は既に述べた。若し重心が翼の空氣力學的 center の前方 ξt_m の距離に在るならば、重心を通る左右軸の周りのモーメント係数は

$$C_m = r - \xi C_L$$

となり、揚力係数 C_L に於て縦の釣合が保たれるためには

$$\xi C_L = r$$

となる必要がある。この條件は高速飛行或は巡航飛行の状態に於てはフラップを操作せずに満足されなければならぬ故、 C_L をその状態に相當する値として、捩下げ ϵ は

$$\xi C_L = E \tan \sigma + M c_{m_0}$$

なる條件から定められる事になる。 c_{m_0} は通常負であるから、 $|c_{m_0}|$, ξ , C_L が小さい程、又 σ が大きい程、必要な捩下げの量が僅かで済む譯である。具體的な數字を示すために、假に縦横比 $A=8.55$, 先細比 $k=0.5$, 後退角 $\sigma=20^\circ$ なる翼を考へ、釣合の揚力係数 $C_L=0.2$, 又 $c_{m_0}=-0.03$, $\xi=0.1$ とすれば、必要な捩下げは $\epsilon=0.12=6.9^\circ$ となる。又この状態での誘導抵抗係数は

$$\begin{aligned} C_{Di} &= 0.0381 C_L^2 - 0.008 \epsilon C_L + 0.180 \epsilon^2 \\ &= 0.0015 - 0.0002 + 0.0026 = 0.0039 \end{aligned}$$

となり、捩下げを施さぬ場合に比べて 0.0024 だけ増加する。この増加は決して看過出来ぬ量であるけれども、現在の高速飛行機に使用する C_L は 0.2 よりも小さいであらうし、又 $|c_{m_0}|$ の値も反轉型翼型の採用によつて減少出来ると思はれる。

次に、 C_L の他の値に於て釣合を保つ爲には、普通の飛行機の昇降舵に相當してフラップを操作せねばならぬ。 C_L の變化を ΔC_L と記せば

$$\xi \Delta C_L = (F \tan \sigma - \mu N) \beta_F$$

となる。 ΔC_L を正にする爲には右邊を正にする必要があり、若し第5圖 b の如く翼端に裝備したフラップを上げるとすれば、 $\beta_F < 0$, $F \tan \sigma - \mu N < 0$ となつて目的を達することが出来る。これに反して第5圖 a の如く中央に裝備したフラップを下げると思はれる。これはフラップ操作に基く斷面の c_{m_0} の變化が循環の零分布の効果に打克つためであるが、フラップを下げて使へぬといふ事は、現在の揚力増加装置を利用出来ぬ點で甚だ不利な條件となるのである。實際英國の無尾翼飛行機 Pterodactyl Mark IV は翼端フラップを上げて用ひ、最大揚力係数が漸く 1 を越す程度で

(1) 谷, 前掲, § 50.

あつたと報告されてゐる。⁽¹⁾

併し無尾翼飛行機に於てフラップを下げる事が絶対に許されぬ譯ではない。一つの簡単な打開策は、翼端フラップを上げると同時に中央フラップを下げることで、これは $F \tan \sigma - \mu N$ の負になる程度が、中央フラップでは翼端フラップ程著しくない點を利用するものである。前記の具體例に就いて、簡單のために $\lambda = 0.5$ 、即ち中央フラップと翼端フラップとが翼幅の半分宛を占めるものとし、而も $|\beta_F|$ の値が兩者共相等しいと考へる。フラップ弦長比を 20% とすれば $\mu = 1.16$ となり、中央フラップに對しては

$$F \tan \sigma - \mu N = +1.62 \times 0.364 - 1.16 \times 0.685 = -0.205,$$

翼端フラップに對しては

$$F \tan \sigma - \mu N = -1.62 \times 0.364 - 1.16 \times 0.352 = -0.998$$

となる故、結局

$$\xi \Delta C_L = (-0.205 + 0.998) |\beta_F| = 0.793 |\beta_F|$$

となつて ΔC_L を正にすることが出来る。しかも $\xi \Delta C_L / |\beta_F|$ の値は翼端フラップのみ操作する場合に比べて $0.793/0.998 = 0.8$ 倍に低下するに過ぎない。單純フラップ或は隙間フラップを 30° 近く開けば、 $|\beta_F| = 0.2$ を得る事は困難でなく、尙假に $\xi = 0.1$ とすれば

$$\Delta C_L = 0.793 \times 0.2 \div 0.1 = 1.6$$

が得られる。フラップを操作せぬ状態が $C_L = 0.2$ であるから、フラップ操作によつて $C_L = 1.8$ まで速度を減じ得る譯である。 $C_L = 1.8$ に於て断面揚力係数 c_L の翼幅方向の分布を計算すれば

$$\begin{array}{cccc} 2y/b = & 0.1, & 0.4, & 0.7, & 0.9, \\ c_L = & 2.5, & 2.3, & 0.9, & 0.7 \end{array}$$

となるが、フラップを 30° 下げて断面最大揚力係数 2.5、又 30° 上げて同係数 1.0 を得ることは不可能でなく、結局全翼の最大揚力係数 1.8 を實現することは出来さうに思はれる。この具體例計算は、數値の選擇には考慮の餘地があるであらうが、フラップを下げて C_L を増す可能性があることを示す目的には十分であらうと思はれる。

縦の復元性と減衰モーメント

重心を通る左右軸の周りのモーメント係数は $C_m = r - \xi C_L$ であるから、中央断面の迎角を α とすれば、縦の復元性の大きさは

$$m_w = \frac{1}{2} \frac{\partial C_m}{\partial \alpha} = -\frac{1}{2} \xi \frac{\partial C_L}{\partial \alpha}$$

によつて表はされ、重心が全翼の空氣力學的中心の前方に在る場合 ($\xi > 0$) には復元性が存在する。断面の揚力傾斜 α を 5.70 と採つた梯形翼の $\partial C_L / \partial \alpha$ は第 9 圖に示す通りであるが、この値の縦横比或は先細比による變化は僅少であるから、結局復元性の大きさは主とし

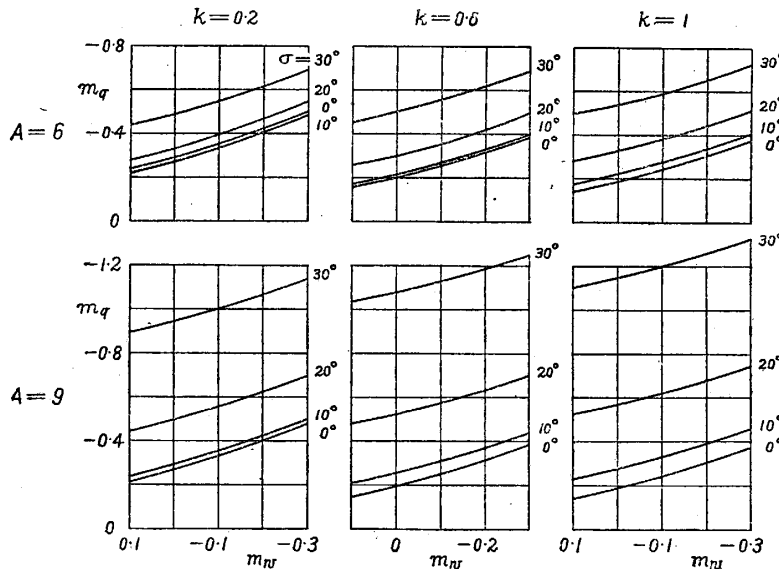
(1) A. S. Batson & J. E. Serby, *Westland-Hill Pterodactyl, Mark IV*. A. R. C., R. & M. No. 1577 (1933).

て重心位置によつて決定される。前に引用した Pterodactyl Mark IV では $\xi=0.11$, $m_w=-0.25$ であつて, m_w の値は普通の飛行機と同程度のものである。重心を前に出せば復元性は容易に増加出来るが, このことが釣合の條件を困難にすることは前節に述べた通りである。

次に, 重心を通る左右軸の周りの縦揺角速度 q に基づく減衰モーメントの値は前に引用した Glauert 及び Gates の論文に示されたものを借用する。減衰モーメント微係数

$$m_q = \frac{1}{2} \frac{\partial C_m}{\partial \frac{qt_m}{V}}$$

を直接重心位置に關して與へる代りに, 重心位置を復元性 m_w によつて表はし, m_q と m_w

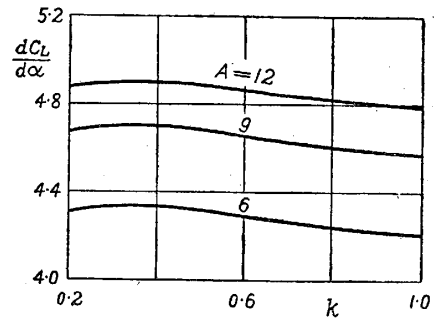


第 10 圖

前進角を持つ翼に就いて

後退角の代りに前進角がある場合には, 前述の諸式の σ を負と考へればよい。従つて高速飛行状態の釣合を得るためには, ϵ を負にすればよく, 即ち振下げの代りに振上げを施せばよい譯である。 C_L を増すためのフラップの操作も逆になり, 中央フラップは之を上げ, 翼端フラップは之を下げて操作すればよい。又重心を空氣力學的中心より前方に置き得る限り, 復元性に關しては後退角をもつ翼の場合と異なるところがない。減衰モーメント微係数 m_q の表示には $\tan\sigma$ と $\tan^2\sigma$ とが含まれるために, 後退角の場合から直ちに推定し難いが, その絶対値は一般に同じ大きさの後退角の場合に比べて幾分増加するものである。

筆者の知る範圍では, 前進角を持つ無尾翼飛行機の提唱された例を聞かないけれども, 筆



第 9 圖

との關係として第10圖に示す。この關係は翼幅に沿ふ迎角の分布(振下げ, フラップ操作等)に無關係に成立つものであり, 又先細比による變化も極めて僅かである。與へられた m_w の値に對し, 縦横比或は後退角を増せば $|m_q|$ の値は増加するが, それにしても水平尾翼をもつ普通の飛行機の値に比べると, 著しく小さいものである。

者はこの様な形式が離着陸の際に迎角を如何程にも大きく採り得る點に期待を抱くものである。何故なら境界層吸込み、或はこれに類似する揚力増加法を全力的に働かせるためには、普通の飛行機では實現出來ぬ程度に迎角を増す事が必要となるからである。現用のフラップを使用するものとして考へれば、操作の効果は明かに前進角の場合に不利であり、又方向の復元性を得ることも困難であるけれども、單にその様な理由だけで前進角を考慮の外に捨てるのは早計のやうに思はれる。

計算法の精度の裏書其の他

上記の計算は、その最後の段階に於て精度を吟味することが望ましいのであるが、筆者自身斯かる目的に適ふ風洞實驗を行つて居らぬので、從來行はれた實驗の結果を解析して、計算によるものと比較することにした。これは計算法の精度を中間の個々の段階に於て吟味することになるが、以下に記すやうに、その結果は大體に於て満足すべきものと言ふことが出来る。

(1) 古い Göttingen の實驗⁽¹⁾。弦長並に翼断面が翼幅方向に不變、縦横比 $A=8.25$ 、後退角 $\sigma=23^\circ$ 、捩下げ $\varepsilon=0^\circ, 4.5^\circ, 10^\circ$ の三種類。實驗結果を解析して $s=0.84$ 、 $\partial r/\partial \varepsilon=0.36$ が得られるが、計算によると夫々 $0.81, 0.46$ である。兩者の一致は餘りよい方ではないが、反りの大きい舊式の翼断面でレイノルツ數が低いために、無揚力角附近の曲線に複雑な迂曲が見られ、このやうな目的には適合せぬやうに思はれる。

(2) 岡本の實驗⁽²⁾。1 と同様に弦長並に翼断面が翼幅方向に不變、縦横比 $A=5$ 、捩下げなく、後退角の他に前進角の場合 ($\sigma < 0$) もある。後退角なしの翼の實驗から $a=5.0$ となるが、この値は本論文で使用する $a=5.7$ に比べて可成小さいから、第4圖の D には a の相違による修正を加へて計算した。實驗結果から求めた s の値は、下に示す様に計算値とよく一致する。

σ	:	10°	20°	30°	-10°	-20°	-30°
s (實驗)	:	0.205	0.420	0.675	-0.210	-0.415	-0.640
s (計算)	:	0.200	0.414	0.656	-0.200	-0.414	-0.656

尙中央に後退のない部分のある場合 (幅 $b \cos \varphi$ 、 $\cos \varphi=0.25, 0.50$ の二種類) も實驗されてゐる。これに對しては、前に述べた係數 τ_s を使つて計算すると

$\cos \varphi$:	0.25	0.25	0.25	0.50	0.50	0.50
σ_1	:	10°	20°	30°	10°	20°	30°
s (實驗)	:	0.100	0.225	0.360	0.045	0.090	0.145
s (計算)	:	0.101	0.208	0.331	0.038	0.078	0.124

のやうになり、 $\cos \varphi=0$ の場合に比べて一致が幾分不良である。これは $\cos \varphi$ が可成大きく、且先細比が1であるために、 A_3 以下の係数を省略することが許されぬことに因るのである。試みに A_3 を考慮に入れて計算すると

(1) Ergebnisse der Aerodynamischen Versuchsanstalt zu Göttingen Lief. 2:(1923), S. 53.

(2) 岡本哲史, 無尾翼飛行機の翼に関する風洞實驗. 本所彙報 154 號 (1937) 及び 170 號 (1938).

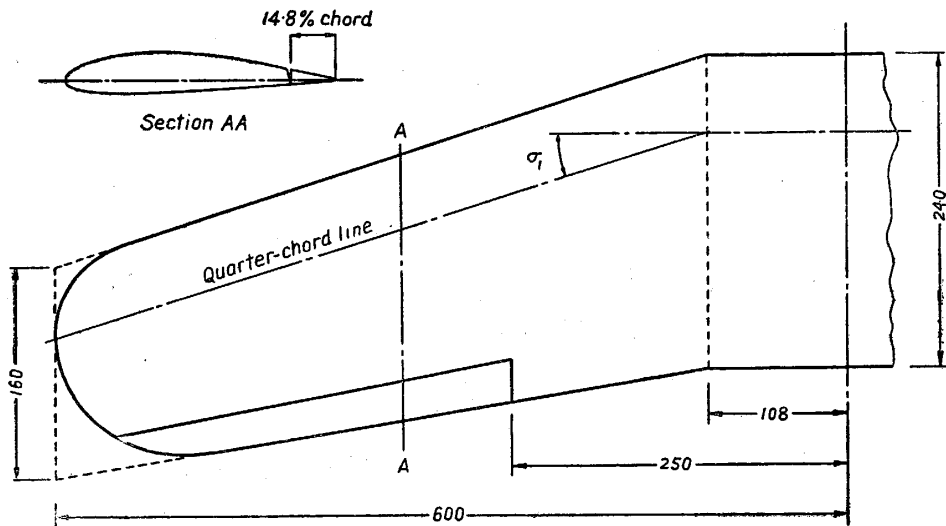
s (計算): 0.106 0.219 0.347 0.042 0.087 0.137

となり、実験値に接近する傾向が見える。

(3) Anderson の実験⁽¹⁾。米國高壓風洞に於ける実験。縦横比 $A=6$, 平面形は先細比 $k=0.5$ の梯形翼の端を圓めてある。翼厚は中央で 15%, 翼端で 9%, 捩下げは嚴密に直線的ではない。この様な變異を考慮に入れて計算を行ひ、下に示す様に実験値とよく一致する結果が得られた。

σ	:	15°	30°	30°	15°	15°	15°
ϵ	:	0	0	8.5°	8.5°	0	3.45°
翼型中心線:		24	24	24	$2R_1$	$2R_2$	00
s (実験)	:	0.352	0.775	0.786	0.348	0.351	0.346
s (計算)	:	0.345	0.744	0.744	0.345	0.345	0.345
r (実験)	:	-0.043	-0.042	0.002	0.003	0.004	0.007
r (計算)	:	-0.043	-0.043	0.010	0.006	0.004	0.010

(4) 小野・田中の実験⁽²⁾。第 11 圖に示す平面形の翼、縦横比 $A=6$, 中央に平行部分があり、後退角は $\sigma_1 = -2.3^\circ, 7.0^\circ, 16.6^\circ, 25.9^\circ$ の四種類、捩下げなし。翼端にあるフラップは -25° から $+10^\circ$ まで操作される。 s 及び $\xi \partial C_L / \partial \beta_F$ の形で実験結果を計算値と比較すると、第 12 圖に示すやうに良い一致が得られる。実験結果から $\xi \partial C_L / \partial \beta_F$ を導くには、先づフラップの各開度に対して $C_m=0$ を與へる C_L を見出し、これを β_F に對して描いて $\partial C_L / \partial \beta_F$



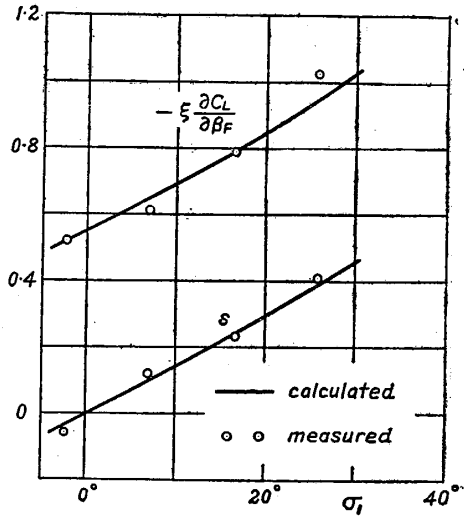
第 11 圖

(1) R. F. Anderson, *Determination of the characteristics of tapered wings*. N.A.C.A Tech. Rep. No. 572 (1936).

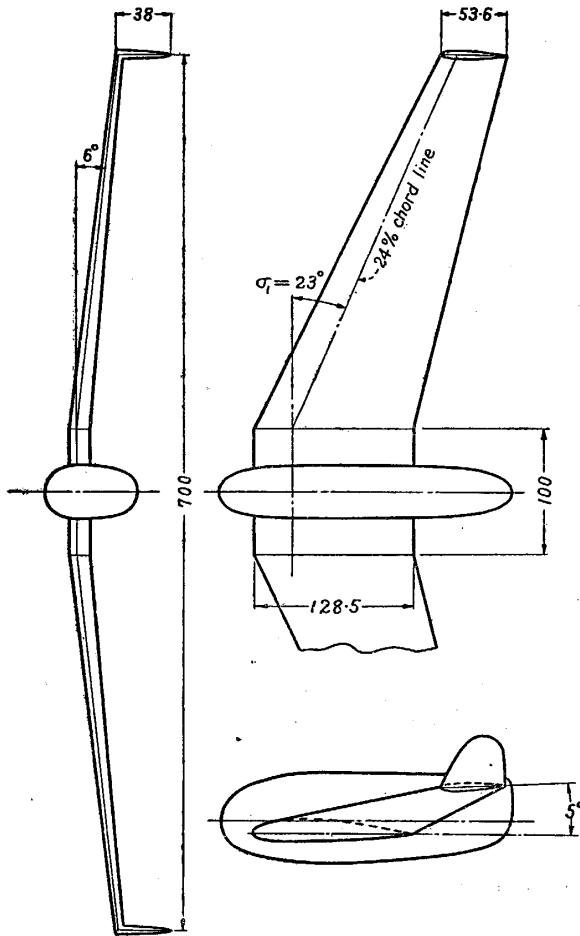
(2) 小野正三・田中太三郎, 尾なし飛行機の研究(第一報). 川西航空機株式會社研究報告 271 號及び 369 號.

を求める。重心位置を二三通り變へて $\xi \partial C_L / \partial \beta_F$ を求め、その平均を採れば、信頼出来る數字が得られる。

(5) 翼端垂直緒の影響。以上の比較の結果を総合すれば、計算は實用上十分に正確な數字を與へるものと考へる事が出来る。尤も本論文の數値計算には種々の制限が設けてあるが、その多くは根本的な問題ではないから、實際の計算に當つて之を適宜變形して使用する必要のあるのは言ふ迄もない。例へば一律に $a=5.70$ と採つたこと、 c_{m_0} 、 β_F 、 μ 等を翼幅方向に一定と見做したこと、平面形を直線的先細とし、捩下げを直線的と限定したこと、重心及び空氣力學的中心の上下位置を顧慮せぬこと等の制限は、必要に應じて之を取除くことは困難でない。



第 12 圖



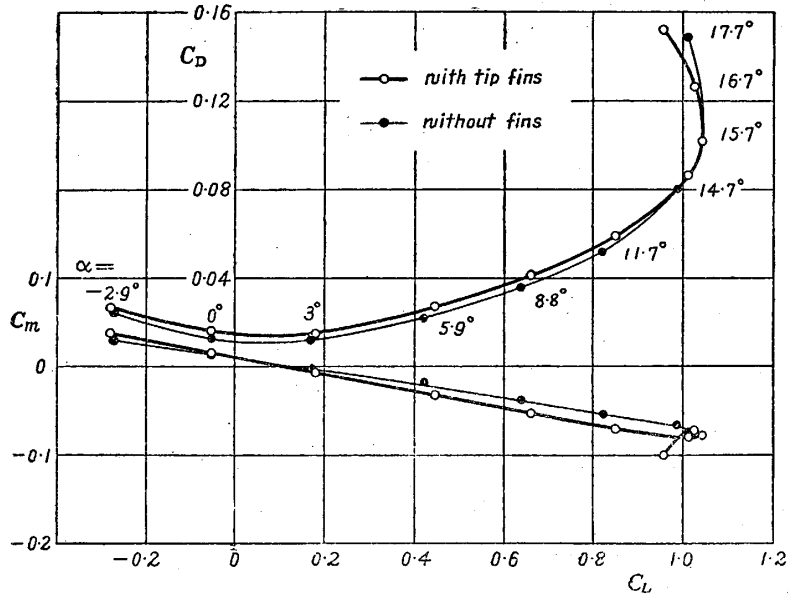
第 13 圖

横の安定並に操縦の立場から、翼端に垂直の緒を取付ける場合があり、その影響を一應考慮して置く必要もあるやうである。併しこの問題に関しては殆ど資料がないので、小規模の風洞實驗を行つたが、模型は旋回腕用のものを流用した爲にレイノルズ數が低く、計算との比較をするのに好適のものとは言ひ難い。模型は第13圖に示す様に、短い胴體と、主翼面積の 2.5% 宛の翼端緒を有する。三分力測定の結果は第14圖に示す通りで、緒の影響が可成り著しく現はれた。 C_m は假想重心(中央翼前縁の後方翼弦方向に $0.75t_m$ 、上方に $0.08t_m$)を通る左右軸の周りの値であるが、空氣力學的中心はその後方 $0.10t_m$ 、緒のない場合には $0.08t_m$ 、その周りのモーメント係數 r は緒の有無に拘はらず 0.010 である。緒及び胴體の存在を考慮に入れず、たゞ後退角 $\sigma_1=23^\circ$ も捩下げ 5° も中央部分の外側から始まることを考慮に入れて計算を行ふと、空氣力學的中心位置 $0.03t_m$ 、 $r=0.016$ となり、實驗値との間に多少の

開きが残る。これは恐らく鰭と胴體の影響に因るものであらうと思はれる。

縦の安定
小振動の吟味

無尾翼飛行機の減衰モーメント微係數 m_q が普通の飛行機の値に比べて著しく小さいことは既に述べた。この事から當然懸念されるのは、縦の動搖の減衰が弱められるであらうといふことであるが、



第 14 圖

左右軸の周りの慣性モーメントの値も同時に減少し、且減衰作用は m_q 以外に x_u, z_w 等によつても與へられるものであるから、實際に減衰が如何に變化するかは、一々具體的に計算せねば判断が出来ない。尤も m_q の影響が意外に小さいことは、Zimmerman⁽²⁾ の線圖から推察することが出来るけれども、一層これを明確に示すために、一つの具體例に就いて小振動の方法による吟味を行ふことにした。簡單のために滑空状態を考へて $m_u=0$ 、又 z_q 及び m_w の項は省略する。又四次の特性方程式を嚴密に解く代りに近似的な因數分解を利用し、減衰の悪い振動の周期 P 及び振幅半減時間 T を夫々

$$P = \frac{2\pi\tau}{\sqrt{\frac{a_0}{a_2} - \frac{(a_1 a_2 - a_0 a_3)^2}{4a_2^4}}}, \quad T = \frac{0.693\tau}{\frac{a_1 a_2 - a_0 a_3}{2a_2^2}}$$

によつて計算する。茲に

$$\tau = \frac{m}{\rho S V}, \quad \mu_1 = \frac{m}{\rho S t_m}, \quad i_B = \frac{B}{m t^2 m};$$

$$a_3 = -(x_u + z_w + \frac{m_q}{i_B}),$$

$$a_2 = (x_u z_w - x_w z_u) + \frac{m_q}{i_B} (x_u + z_w) - \mu_1 \frac{m_w}{i_B},$$

$$a_1 = -\frac{m_q}{i_B} (x_u z_w - x_w z_u) + \mu_1 \frac{m_w}{i_B} (x_u - \frac{1}{2} C_D),$$

(1) 安定微係數の記號は英國で新しく制定された方式に従ふ。L. W. Bryant & S. B. Gates, *Nomenclature for stability coefficients*, A.R.C., R. & M. No. 1801 (1937) 参照。

(2) C. H. Zimmerman, *An analysis of longitudinal stability in power-off flight with charts for use in design*, N.A.C.A. Tech. Rep. No. 521 (1935).

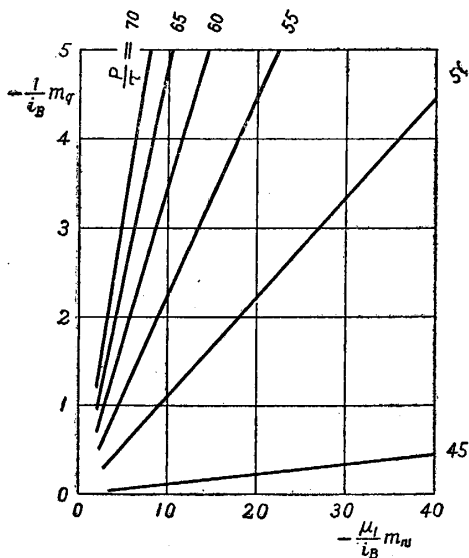
$$a_0 = -\frac{1}{2} C_L \mu_1 \frac{m_w}{i_B} (z_u + \frac{C_D}{C_L} x_u);$$

$$x_u = -C_D, \quad x_w = \frac{1}{2} C_L - \frac{1}{2} \frac{\partial C_D}{\partial \alpha}, \quad z_u = -C_L, \quad z_w = -\frac{1}{2} C_D - \frac{1}{2} \frac{\partial C_L}{\partial \alpha},$$

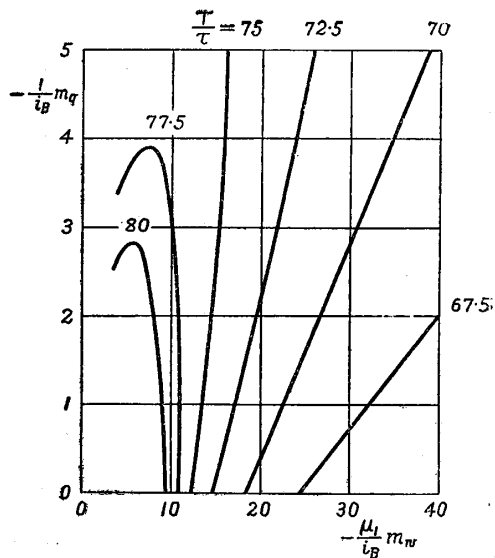
$$m_w = \frac{1}{2} \frac{\partial C_m}{\partial \alpha}, \quad m_q = \frac{1}{2} \frac{\partial C_m}{\partial \frac{qt_m}{V}};$$

m は飛行機の質量, B は左右軸周りの慣性モーメント, その他の記號は既に説明した通りである. 二つの揚力係数 $C_L=0.2$ 及び 1.5 を選び, $C_L=0.2$ に対しては

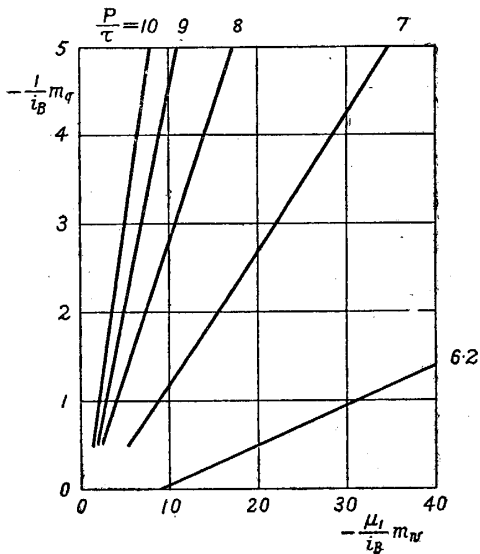
$$C_D=0.015, \quad \frac{\partial C_L}{\partial \alpha}=4.65, \quad \frac{\partial C_D}{\partial \alpha}=0.07;$$



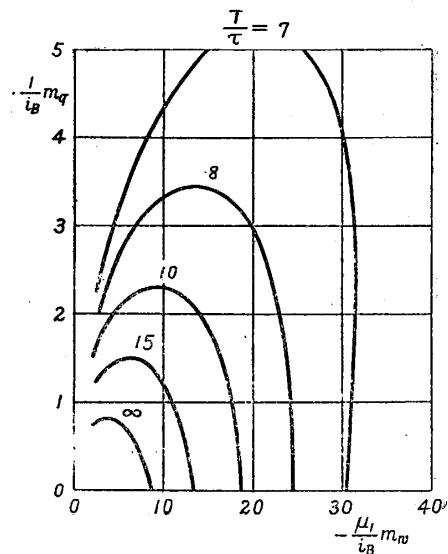
第 15 圖 (a) $C_L=0.2$



第 15 圖 (b) $C_L=0.2$



第 15 圖 (c) $C_L=1.5$



第 15 圖 (d) $C_L=1.5$

又 $C_L=1.5$ に対しては

$$C_D=0.20, \quad \frac{\partial C_L}{\partial \alpha}=4.65, \quad \frac{\partial C_D}{\partial \alpha}=0.60$$

と採る。これらの数字は“縦の釣合”の項で考へた具體例無尾翼飛行機に略該當するものである。計算の結果は P/τ 及び T/τ の等しい値を示す線圖として第15圖に掲げる。又 $i_B=0.5$ とし、⁽¹⁾ μ_1 の値を二通りに採つて第10圖を書直したものを第16圖に示す。 $\mu_1=100, C_L=0.2$ は概數的に例題の飛行機が翼荷重 $200\text{kg}/\text{m}^2$ 、速度 $600\text{km}/\text{h}$ で 6000m の高度を飛行する状態に相當し、時間の單位は $\tau=1.7\text{sec}$ である。 $C_L=1.5$ では $\tau=4.7\text{sec}$ となり、又 $\mu_1=50$ では $C_L=0.2, 1.5$ に対して夫々 $\tau=1.2, 3.3\text{sec}$ である。これらの圖を比較検討すれば、 $|m_w|$ が或る程度以上に大きい場合には、 $|m_q|$ を増しても減衰は極めて僅かに好轉するに過ぎぬことが窺はれる。例へば $\mu_1=75, m_w=-0.2$ とすれば、後退角なしの場合には

$$C_L=0.2: P=70\text{sec}, T=104\text{sec}, T/P=1.48,$$

$$C_L=1.5: P=26\text{sec}, T=30\text{sec}, T/P=1.17;$$

後退角 30° の場合には

$$C_L=0.2: P=74\text{sec}, T=106\text{sec}, T/P=1.44,$$

$$C_L=1.5: P=27\text{sec}, T=30\text{sec}, T/P=1.10$$

であつて其の差は極めて僅かである。要するに、減衰の悪いのは μ_1 が大きく C_D が小さい飛行機に通則的なことなのであつて、 $|m_q|$ を多少増加しても大勢を變へることは出来ぬやうに思はれる。

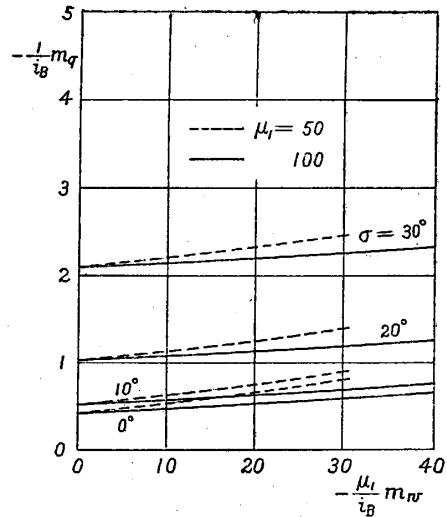
横の安定. 安定微係數

最後に、横の安定に対しても同様の計算を行ふ。計算はすべて前節の具體例に採つた無尾翼飛行機に關するものである。この目的のためには、先づ安定微係數に就いて合理的な推定をして置かねばならぬ。

(1) 翼理論の計算から推定し得る微係數. 横揺角速度に基く横揺及び偏揺モーメント

$$l_p = \frac{\partial C_l}{\partial \frac{pb}{2V}}, \quad n_p = \frac{\partial C_n}{\partial \frac{pb}{2V}};$$

並に偏揺角速度に基く横揺モーメント



第 16 圖

(1) 前に引用した Pterodactyl Mark IV では $m=90\text{kgsec}^2\text{m}^{-1}, i_B=0.62$ である。

(2) 安定微係數の記號は英國で新しく制定された方式に従ふ。L. W. Bryant & S. B. Gates, *Nomenclature for stability coefficients*. A.R.C., R. & M. No. 1801 (1937) 参照。

$$l_r = \frac{\partial C_l}{\partial \frac{rb}{2V}}$$

の三つの微係数は、翼理論の計算によつて比較的に正しく推定が出来る。縦横比 8.55, 先細比 0.5 の梯形翼に對しては

$$l_p = -0.520, \quad n_p = -0.069C_L, \quad l_r = 0.245C_L^{(1)}$$

但しこれらの値は翼端緒の存在を考へず、且翼幅方向に迎角の變化がない場合のものである。“縦の釣合”の項で考へたやうに、直線的捩下げ ε が施され、且中央部のフラップを下げ、翼端部のフラップを上げて操作し、兩フラップの翼幅が相等しく、フラップ操作に基く斷面の無揚力角移動量が β_F であるものとすれば、 l_p には變化なく、他の二係数は夫々

$$\Delta n_p = 0.02\varepsilon + 0.08\beta_F, \quad \Delta l_r = -0.25\varepsilon - 0.83\beta_F$$

だけ變化を受けることになる。 $\varepsilon = 0.12$ とし、 $C_L = 0.2$ に於てはフラップを操作せぬものとすれば

$$l_p = -0.520, \quad n_p = -0.011, \quad l_r = 0.019;$$

又 $C_L = 1.5$ に於ては $\beta_F = 0.17$ だけフラップを操作するものとすれば

$$l_p = -0.520, \quad n_p = -0.087, \quad l_r = 0.198$$

となる。

(2) 實驗的に推定せねばならぬ微係數。横込に基く横力、横揺及び偏揺モーメント

$$y_v = \frac{1}{2} \frac{\partial C_y}{\partial \beta}, \quad l_v = \frac{\partial C_l}{\partial \beta}, \quad n_v = \frac{\partial C_n}{\partial \beta};$$

並に偏揺角速度に基く偏揺モーメント

$$n_r = \frac{\partial C_n}{\partial \frac{rb}{2V}}$$

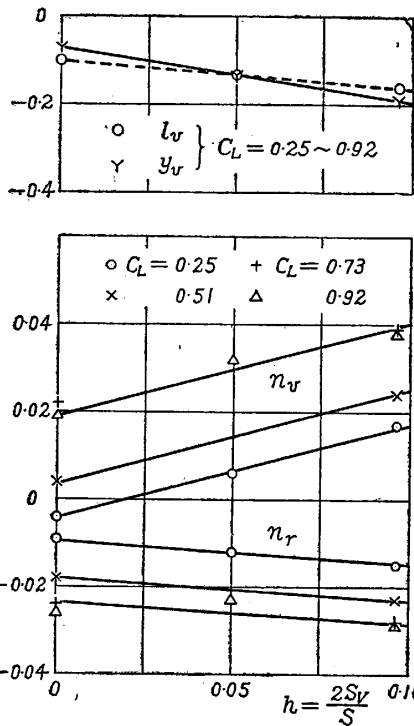
の四つの微係數は實驗的に推定せねばならぬものである。併しその基礎となるべき資料が極めて寡いので、第 13 圖の模型に就いて風洞並に旋回腕による實驗を行つた。模型の大きさは極めて小さく、平均翼弦に關するレイノルズ數は風洞實驗の場合 2.3×10^5 、旋回腕實驗の場合 10^5 の程度に過ぎぬ。 n_v は兩方の實驗から得られるが、斯様な小規模の風洞實驗では、 n_v の値の精度が低いので、 n_r と共に専ら旋回腕によることとし、 y_v 及び l_v のみを風洞實驗から求めた。第 13 圖に示す模型の他に、翼端垂直緒の高さを増した場合、並に全然緒を取除いた場合に就いても測定を行つた。實驗の結果は緒の面積 (兩側合計 $2S_r$) と主翼面積 S との比

$$h = \frac{2S_r}{S}$$

を横軸に採つて第 17 圖に掲げる。モーメントの基準軸は所謂風軸であつて、その原點は中央翼前縁から後方翼弦方向に $0.85t_m$ 、上方に $0.08t_m$ (t_m は平均翼弦) の點に在る。尙この

(1) 谷, 前掲, § 33.

點から翼端緒の空氣力學的中心までの前後軸方向の距離は $L=0.81l_m=0.112b$ である。

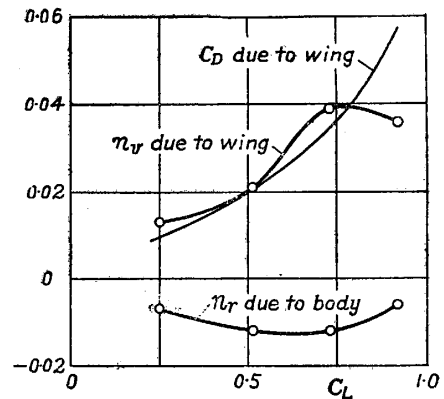


第 17 圖

第 17 圖の結果から、翼端緒に基く微係數として

$$y_v = -1.2h, \quad l_v = -0.6h, \\ n_v = +0.22h, \quad n_r = -0.05h$$

が得られる。一枚の緒に働く横力を $(1/2) \rho V^2 S_v C_{yv}$ と書き、 $\partial C_{yv} / \partial \beta = \chi$ と置けば、 $y_v = (1/2) \chi h$, $n_v = -(L/b) \chi h$, $n_r = 2(L/b)^2 \chi h$ と表はすことが出来るから、 χ の値は夫々 $-2.4, -1.9, -2.0$ と



第 18 圖

推定され、これらの値は大體に於て一致するものと考へられる。又緒なしの模型、即ち主翼と胴體に基くものは

$$y_v = -0.07, \quad l_v = -0.10$$

であるが、従來の實驗結果を参照すると、 y_v の中の約半分が主翼に基くものやうである。 l_v の計算による推定値は -0.08 の程度であつて、實驗の結果はこれよりも幾分大きい。次に胴體による n_v を Diehl の公式⁽²⁾で -0.017 と推定して差引くと、主翼による n_v は第 18 圖に示すやうになり、又主翼による n_r を $-0.35 C_{Dw}$ ⁽³⁾ として差引くと、胴體による n_r は第 18 圖に示すやうになる。これらの推定は甚だ蕪雜であるけれども、分析された個々の數値は従來の實驗結果から考へて妥當な範圍に入るやうである。

さて具體例計算の無尾翼飛行機は胴體のない理想的な形式と考へ、且後退角 $\sigma = 20^\circ$, $L/b = 0.11$ と假定する。上記の結果を参照すれば

(1) 例へば F. H. Imlay, *The estimation of the rate of change of yawing moment with sideslip*. N.A.C.A. Tech. Note No. 636 (1938).

(2) W. S. Diehl, *Engineering Aerodynamics* (1936), p. 203.

(3) C_{Dw} は主翼の抵抗係數、第 14 圖の結果から胴體に因る分 0.005 を差引いて求める。又 0.35 なる値は翼理論の計算によるものであるが、この計算は實驗値とよく一致することが知られてゐる。例へば Th. Troller & F. Rokus, *Pressure-distribution measurements on a tapered wing with a full-span split flap in curved flight*. N.A.C.A. Tech. Note No. 683 (1939).

$$\begin{aligned} y_v &= -0.03 - h, & l_v &= -0.7\delta, \\ n_v &= n_{vw} + 0.22h, & n_r &= -0.35C_{Dw} - 0.05h \end{aligned}$$

と採つて大過ないであらう。 δ は弧度で表はした有効上反角, n_{vw} は主翼による n_v の値で, 小さい C_L に対しては 0, 大きい C_L に対しては 0.04 の程度のものである。

(3) 機體軸に関する微係数. 上記の微係数はすべて風軸に関する値である。風軸と機體軸とのなす角度は $C_L=0.2$ の場合には 0, $C_L=1.5$ の場合には 0.3 rad. と見做し, 機體軸に関する微係数として次の値を採ることとする。

	$C_L=0.2$	$C_L=1.5$
y_v	$-0.03 - h$	$-0.03 - h$
l_v	-0.7δ	-0.7δ
n_v	$+0.22h$	$+0.04 + 0.22h - 0.2\delta$
l_p	-0.52	-0.51
n_p	-0.01	-0.23
l_r	$+0.02$	$+0.06$
n_r	$-0.003 - 0.05h$	$-0.06 - 0.05h$

横の安定. 小振動の吟味

小振動の吟味は滑空状態に就いて行ふ。四次の特性方程式 $\lambda^4 + a_3\lambda^2 + a_2\lambda^2 + a_1\lambda + a_0 = 0$ を厳密に解く代りに, 近似的な因数分解

$$(\lambda + a_3)(\lambda + \frac{a_0}{a_1})(\lambda^2 + \frac{R}{a_1 a_3^2} \lambda + \frac{a_1}{a_3}) = 0$$

を利用すれば, 周期的動搖の周期及び振幅半減時間は夫々

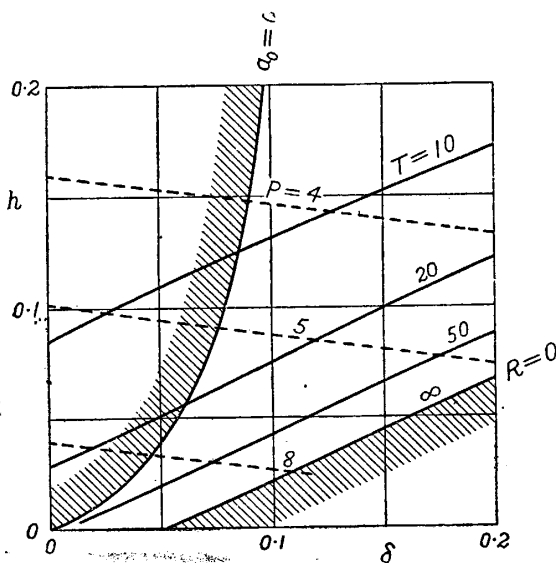
$$P = \frac{2\pi\tau}{\sqrt{\frac{a_1}{a_3} - \frac{R^2}{4a_1^2 a_3^4}}}, \quad T = \frac{0.693\tau}{\frac{R}{2a_1 a_3^2}}$$

によつて計算出来る。茲に

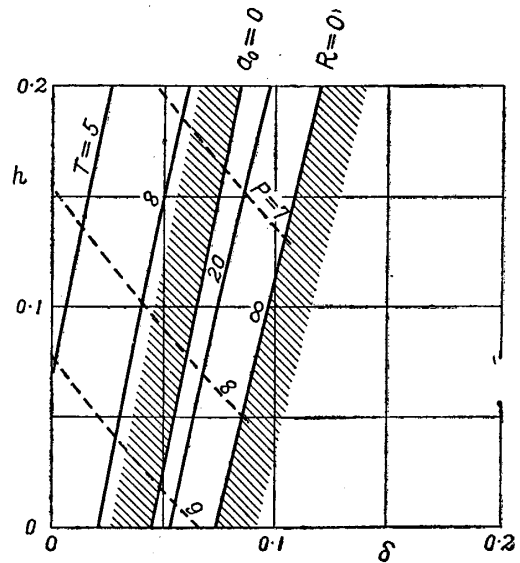
$$\begin{aligned} \tau &= \frac{m}{\rho S V}, \quad \mu_2 = \frac{2m}{\rho S b}, \quad i_A = \frac{4A}{mb^2}, \quad i_C = \frac{4C}{mb^2}; \\ a_3 &= -y_v - \frac{l_p}{i_A} - \frac{n_r}{i_C}, \\ a_2 &= y_v \left(\frac{l_p}{i_A} + \frac{n_r}{i_C} \right) + \frac{l_p n_r - l_p n_p}{i_A i_C} + \mu_2 \frac{n_v}{i_C}, \\ a_1 &= -y_v \frac{l_p n_r - l_p n_p}{i_A i_C} + \mu_2 \frac{l_p n_p - l_p n_v}{i_A i_C} - \frac{1}{2} \mu_2 \left(C_L \frac{l_v}{i_A} - C_D \frac{n_v}{i_C} \right), \\ a_0 &= \frac{1}{2} \frac{\mu_2}{i_A i_C} \left\{ C_L (l_v n_r - l_r n_v) + C_D (l_v n_p - l_p n_v) \right\}, \\ R &= a_3 a_2 a_1 - a_1^2 - a_3^2 a_0; \end{aligned}$$

m は飛行機の質量, A 及び C は夫々前後軸及び上下軸周りの慣性モーメント, その他の記號は既に説明した通りである。翼荷重 150kg/m^2 (“縦の安定”の項の $\mu_1=75$) に相当

する値として $\mu_2=17.5$ と採り、又無尾翼飛行機では質量が翼幅方向に分散することを考慮に入れて $i_A=i_C=0.1$ と採る。前節の安定微係数を用ひて $C_L=0.2$ 及び 1.5 に就いて計算を行ひ、その結果を有効上反角 δ (弧度) 及び翼端鱗面積比 $h=2S_v/S$ を兩軸とする線圖として第19圖に示す。 P 及び T の等しい線を示す他に、 $a_0=0$ 並に $R=0$ に相當する安定中性線をも記入した。 $a_0=0$ の左側の斜影領域は螺旋的不安定を示し、 $R=0$ の右側の斜影領域は方向的に不安定を示すものである。



第 19 圖 (a) $C_L=0.2$



第 19 圖 (b) $C_L=1.5$

第19圖によれば、 h を増すと P も T も減少し、 δ を増すと P は減少し、 T は増加する。この傾向は普通の飛行機の場合と同様であるが、たゞ同一の l_v 及び n_v を持つ普通の飛行機と比較すると、 P は餘り變らぬが、 T は數倍の長さに延び、且方向的安定中性線 $R=0$ が δ の小さい値から現はれる。即ち無尾翼飛行機は一般に方向的に不安定に陥り易い譯であつて、これは n_v の増加に伴ふ $|n_r|$ の増加が普通の飛行機に比べて小さい事に因るものである。併し一方に於て、無尾翼飛行機は螺旋的不安定に近づき難い傾向をもつことを指摘したい。第19圖の結果は、普通に行はれる習慣に従つて $C_D=0$ として計算したものであるが、若し C_D を考慮に入れるとすれば、その影響は a_0 に著しく現はれるために、 P 及び T には殆ど影響がなく、たゞ螺旋的安定中性線 $a_0=0$ が δ を負にせぬ限り現はれぬことになる。これは主として振下げ或はフラップ操作によつて l_r の値を著しく減少し得る點に負ふものである。

Zimmerman の線圖⁽¹⁾によれば、 n_v が正である限り方向的に不安定は現はれぬことになるが、これは $R=0$ を $a_1=0$ と混同したための誤謬であつて、翼荷重を増し且質量の翼幅分散を

(1) C. H. Zimmerman, *An analysis of lateral stability in power-off flight with charts for use in design*. N.A.C.A. Tech. Rep. No. 589 (1937).

増しつゝある最近の傾向は、寧ろ方向的不安定に接近するものと言はねばならない⁽¹⁾。この傾向が増大すれば、 C_L の大きい状態では、方向的不安定中性線と螺旋的不安定中性線との間にはさまれる安定な領域が消失することになり、比較的危険の少ない螺旋的不安定はこれを黙過せざるを得ない場合が多くなるのではなからうか。無尾翼飛行機の場合には、 C_L の大きい状態でも ζ を著しく減少し得る故に、この點に關しては條件が有利になるのである。

こゝに具體的に取扱つた例題、殊に採用した數値の一般性に關しては議論の餘地があるであらうが、それにしても無尾翼飛行機に對しては、周期的動搖の減衰時間が延びる代りに、螺旋的不安定に陥り難い傾向があることを認めてよいやうである。この意味に於て、無尾翼飛行機の上反角は幾分小さく採ることが望ましいやうに思はれる。

結 言

以上の諸節で得られた結論を要約すれば次の通りである。

(1) 揚力係数の與へられた値に於て縦の釣合を得るためには、後退角と捩下げとを適當に組合はせて與へる必要がある。揚力係数の値が小さければ、捩下げに基く誘導抵抗の増加は左程著しいものではない。

(2) 前項の揚力係数よりも大きい揚力係数を得るためには、翼端フラップを上げて操作すればよい。併しそれだけでは最大揚力を高められぬ憾みがある故、同時に中央フラップを下げて操作することを提唱したい。このやうにして、最大揚力係数2を得ることは困難ではなからうと思はれる。

(3) 縦の復元性を得るためには、重心を全翼の空氣力學的な中心より前方に置けばよい。その距離に比例して復元性は増加するが、縦の釣合を得ることは復元性が大きい程困難を増す。

(4) 縦の釣合及び復元性の推定に用ひる計算は、實用上十分な信頼度をもつ。但しこれは單純な翼の場合であつて、胴體、ナセル、翼端鰭等が添加される場合には幾分の不安があり、特別に風洞實驗を行ふことが望ましい。

(5) 縦の小振動の周期及び減衰は、普通の飛行機に比べて殆ど差違が認められない。

(6) 横の安定に關しては、普通の飛行機に比べて、一般に方向的不安定に入り易く、螺旋的不安定に入り難い傾向が見られる。この意味に於て、上反角には幾分小さい値を與へたい。併しそれにしても、蹠蹠動搖 (Taumelschwingung, Dutch roll) の減衰が低下することは、無尾翼飛行機に固有な缺陷のやうに思はれる。

これらの結論は具體的な數値計算を通じて得られたものであり、採用した數値の一般性に關しては尙議論の餘地が多いけれども、概略的な傾向を知る意味に於ては差支ないであらうと思はれる。

昭和16年5月

(1) L. W. Bryant & A. G. Pugsley, *The lateral stability of highly loaded aeroplanes*. A.R.C., R. & M. No. 1840 (1938).