航空研究所彙報

第二百十七號

昭和十七年九月

溫度場の光學的測定法に就て

囑託　玉　木　章　夫

靜止空氣中に水平に置かれた加熱圓柱の周圍の溫度場を干涉計及び定量的シュリーレン法によつて測定し，其の結果を，熱電對による測定，Koch,[1] Jodlbauer[2] 等の實驗及び Hermann[3] の理論と比較した．此の二つの光學的方法による測定値は良く一致する．そして，こゝに用ひた長さ 15cm，直徑 4.45cm の圓柱では兩端の影響の爲め光學的方法によつて求めた圓柱表面の溫度勾配は約 10% 過大である事が見出された．

序　　言

最近，壓縮性の流れの研究に光學的方法を用ひる事の必要性が增して來た．而して從來は主に定性的に流れを觀察する爲にのみ用ひられたのであるが今後は之を定量的な測定に迄推進める事が必要と思はれる．かゝる目的で深津所員の許に準備せられた Mach-Zehnder 干涉計及びシュリーレン法裝置に就て，其の實用性を確かめる意味で最も手近な本問題を調べて見た．加熱圓柱の自由對流に就ては，干涉計によるものとしては Schardin,[4] Kennard[5] の寫眞があるが，何れも主として Grashof 數が小さい場合であり，且つ他の測定との比較には殆ど觸れて居らず，シュリーレン法としては Schardin[6] が遮蔽格子による測定法を述べて居るが實際に溫度分布迄出して居ない．從つて以下に述べる結果は之等の方法の實用性を確める上に無意義ではないと考へるので御報告する次第である．

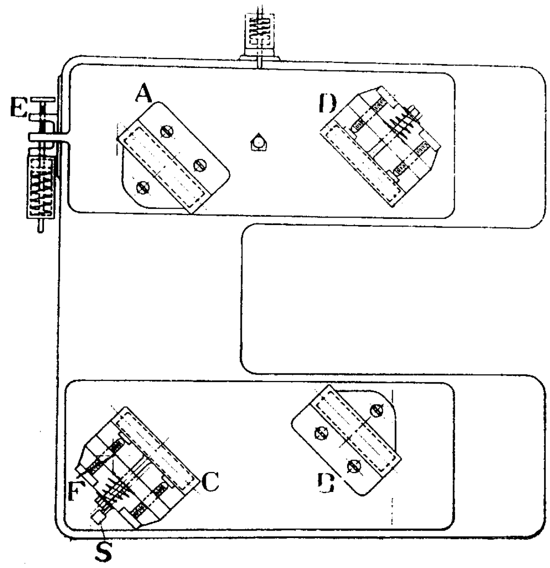
I. Mach-Zehnder 干涉計[7]

1. 原理及び調整法

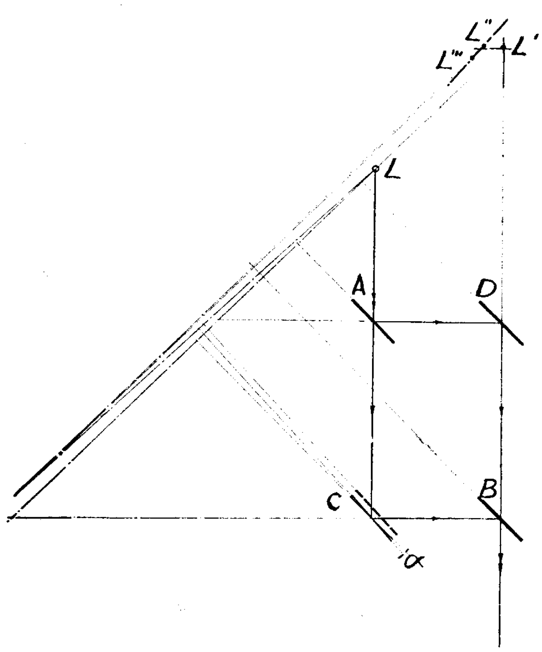
我々の用ひた干涉計は所謂 Mach-Zehnder 型のもので，其の概要は第1圖，第2圖及び

---

(1) W. Koch. Diss. Techn. Hochschüle München, 1926, 15.
(2) K. Jodlbauer, Forschg. Ing.-Wes. 4, 1933, 157.
(3) R. Hermann, V.D.I. Forschungsheft, 379, 1936.
(4) H. Schardin, Zeitschr. f. Instrumentenkde, 53, 1933, 396, 424.
(5) R. Kennard, Bur. Stand. J. Res. 8, 1932, 787.
(6) H. Schardin, V.D.I. Forschungsheft 367, 1934.
(7) (4) の外に，L. Zehnder, Zeitschr. f. Instrumentenkde, 11, 1891, 275.
L. Mach, Wiener Ber. 101, 1892, 5.
G. Hansen, Zeitschr. f. Techn. Physik, 12, 1931, 436.

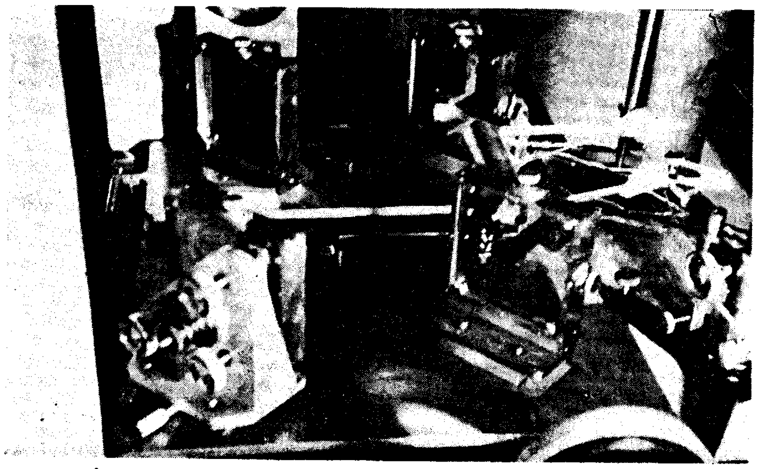


第1圖 干渉計



第2圖 干渉計原理圖

寫眞1に示される通りである．A，Bは光學硝子の平行平面板で，Aの光源測及びBの觀測者側の面は半透明の白金メツキを施してある．C，Dは表面鏡で，アルミニウム蒸發によつてメツキした．鏡面の大さは何れも 12×12cm の正方形である． A，D及びB，Cは夫々一枚の定盤の上に載せられ，A，Bは定盤に固定され，C，Dは裏面の三本のネヂによつて二つの軸のまはりに回轉し得る.[8] 更にCには鏡を平行移動させる微動裝置Sが付いてゐる．又ADの定盤はEによつて鉛直軸まはりに，BCの定盤は裏面のFによつて水平軸まはりに回轉し得る．



寫眞1 干渉計

Aに入射する光はAの表面で反射するものとAを透過するものとに分れる．此の分れた光はBに於て再び合して觀測者に達する．故に之等は互に聯結であるから兩者の光路に差があれば干渉が起り得る．M-Z干渉計に於て必要な光束は上述の如く硝子板中を唯一度通過するものであつて，硝子板內で二回以上反射する光はJamin型の干渉計に用ひられる

(8) Mach 及び Zehnder の原型では，A，Bの方が回轉可能である．反射鏡を回轉させる樣にしたのは微動裝置の構造を簡單にする爲である．

種類のものであるから半透明メツキによつて之が邪魔にならぬ様に弱くしてある．第2圖に就て M-Z 干渉計の原理を說明する．

L を點光源とする．B の後方の觀測者から見れば，A 及び D にて反射する光は L′ から發する如く見える．C 及び B にて反射する光も，若し A, B, C, D が總て平行，且つ AD 間の距離＝BC 間の距離，AC 間の距離＝BD 間の距離ならば，やはり L′ から發する如くになる．然し，鏡 C を例へば紙面に垂直な軸まはりに僅かに回轉すると，A→C→B の光は觀測者から見て L″ から發する事となる．故に L′, L″ の垂直二等分面上に中心縞を有する干渉縞が見られる．中心縞は光路差零に相當するもので，白色光によつても其の近くに數本の縞が見られる．C を平行移動させると L″ は圖の鎖線に從つて移動するから中心縞も移動する．L が點光源の場合には干渉縞は眼を何處に合はせても鮮明に見えるが，L が有限の大きさを持つた場合には干渉縞の鮮明に生ずる位置は C 及び D の傾きによつて決定されるから丁度供試物體の位置に鮮明な縞を生ずる様に D をも適當に回轉する必要がある．

調整の順序は次の通りである．先づ物指によつて，AD 間の距離と BC 間の距離とを略ゝ等しくする．之には C, D の裏面のネヂを三本共動かすか或は C を S によつて平行移動させればよい．然る後，AD の定盤を基礎臺から外して屋上に持つて行く．そして出來るだけ遠方の煙突を，A, D の反射を經て ∞ に調節した望遠鏡で眺め，A 及び D の反射による煙突の像を一致させる．無限遠方よりの光は平行光線であるから，A と D とが平行ならばこの兩者の反射を經た煙突の像は一致するわけである．同じ操作を BC の定盤に就て行ふ．次に兩定盤を基礎臺上に載せて各ゝ裏面の三脚によつて水平を正す．次に E, F によつて C と D とを平行にすれば4枚の面が總て平行となる．我々の裝置では C と D とが一部分相對して居て，鏡の後から相對する鏡面を見ると，鏡の枠の像が無限に連つて見える．兩鏡が平行でない時はこの像の列は彎曲して居るから，之が一直線になる迄 E, F を動かせばよい．之だけの事をしてから，A の前方に單色の點光源を置いて B の後方から眺めると干渉縞が見える．直ぐには見えない場合でも C, D を僅か傾けるか S を動かすかして見ると干渉縞が現れる．最後に中心縞が視野の中央に入る樣に S によつて C を平行移動させる．以上の說明は紙面に垂直な縞を得る場合であるが，紙面に平行な縞を得る事は鏡を紙面に平行な軸まはりに傾ける事によつて容易に爲される．

我々の目的には供試物體に入射する光は平行光線である事が望ましいから，A の前方のレンズによつて平行光線と爲し，B の後方のレンズによつて之を收斂せしめた．寫眞撮影に必要な光量を得る爲には光源を少しく大きくすれば良いが，此の場合には前述の如く鮮明な縞の生ずる位置は限られて了ふ．こゝに取扱つた問題では流れが極めて安定で，5 乃至 10 秒の露出が可能なので，光源は常壓水銀燈の光を一度集光レンズで集め，直徑 0.35mm の小圓孔を通す事によつて殆ど點光源の形で用ひた．超高壓水銀燈によれば露出は遙かに短縮し得る．尙，寫眞撮影の際には理研ウルトラヂンフイルター No. 14 によつて水銀燈の綠色光（眞空中の波長 5462Å）を用ひた．

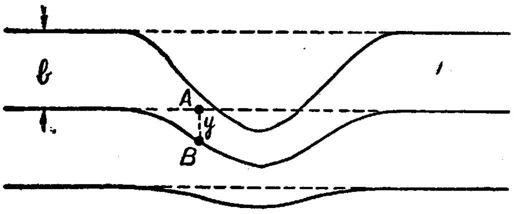
2. 光絡中にシユリーレを置いた時，干渉縞の移動からシユリーレの密度分布或は溫度分布を求める事

(9) 此の理由に就ては，Schardin (4) 參照

之に關する詳細は Schardin[(10)] の論文にあるので此處では結果のみを記す事にする.

シュリーレ即ち周圍と屈折率の異なるもの——本問題では加熱圓柱周圍の場——を一方の光路中に入れ, 其の位置に焦點を合はせて撮影した乾板上の干渉縞を第3圖とする.

シュリーレの存在せぬ時直線的であつた干渉縞はシュリーレの存在する時は變形する. 今 B 點に對して縞の零位置よりの移動量 y を讀取り, 一様な部分の縞の間隔を b, 周圍の媒質の屈折率を n_∞, B に於けるシュリーレの光線方向の長さを L, 屈折率を n とし, 使用光の眞空中の波長を λ_v とすれば, y を b で割つたもの, 即ち縞の數で表した移動量 ε は次の式で表される.



第3圖 干渉縞略圖

$$\varepsilon=\frac{y}{b}=\frac{n-n_\infty}{\lambda_v}.\ L\ .$$

こゝで注意すべきは, この移動量は B 點に對する量であつて A 點に對する量ではない事である.

此の式を本問題に應用する.

圓柱に入射する光は圓柱軸に平行な光線である. そこで, 次の二つの假定をする. 圓柱を加熱する事によつて其の周圍に生ずるシュリーレの圓柱軸方向の長さは圓柱の長さ L に等しいとし, 且つ光線のシュリーレ内での彎曲は無視し, シュリーレに入射してから出射する迄同じ屈折率の部分を長さ L だけ通過すると考へる.

氣體の屈折率と密度との間には所謂 Biot-Arago の式

$$\frac{n-1}{\rho}=\text{const.}$$

が成立つ. 今室溫の狀態に於ける空氣の屈折率, 密度, 絶對溫度を n_∞, ρ_∞, T_∞ とし, 加熱された部分では, n, ρ, T であるとすると, 上式を用ひて,

$$\varepsilon=(\rho-\rho_\infty)\frac{n_\infty-1}{\rho_\infty}\frac{L}{\lambda_v}$$

壓力は場全體に亘つて一定と考へてよいから, 狀態方程式より

$$\rho T=\text{const.}$$

之から

$$|\varepsilon|=\frac{1}{T}(T-T_\infty)\frac{n_\infty-1}{\lambda_v}.\ L\ .$$

こゝに, 考ふる場内では $\rho\leqq\rho_\infty$ であつて ε の正負は考へないでも間違は起らないから絶對値を取る事とする. 上の式を變形して

$$T-T_\infty=T_\infty\frac{|\varepsilon|}{\dfrac{n_\infty-1}{\lambda_v}L-|\varepsilon|}$$

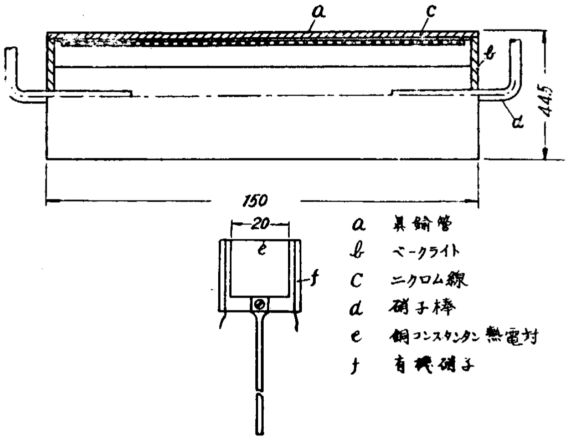
を得る. 使用光は水銀燈の綠色光 ($\lambda_v=5462$Å) 之に對する $n_\infty-1$ は, 0°C, 760mmHg に

(10) (4) 參照

於ける値 $(n-1)_0=293\times10^{-6}$, より $n_\infty-1=(n-1)_0\dfrac{b}{760}\cdot\dfrac{273}{T_\infty}$ (b は氣壓 mmHg) によつて計算した.

3. 實　驗

供試圓柱は外徑 4.45cm, 長さ 15cm, 肉厚 2mm の眞鍮管で，其の內に電熱器用の石綿管にクロム線を卷いたものを挿入し，石綿紙によつて正しく中心にある樣に支へた．兩端には厚さ 6mm のベークライト製の圓板をはめ之に孔を穿つて硝子棒で支へた．(第4圖)



第 4 圖　加熱圓柱及び熱電對

周圍の溫度分布を測る爲には 第 4 圖の熱電對 (直徑 0.08mm の銅・コンスタンタン) を用ひた．測定しようとする場所以外で導線を熱的に絕緣する爲に，有機硝子製の枠の中を通した．表面溫度を測る目的で表面にハンダ付けした熱電對はハンダが表面に盛上つた爲めに上記の熱電對を表面に押着けて測つた溫度より 4° 乃至 5° 低い事がわかつたので，數個の溫度に對して兩者の關係を求め，表面にハンダ付けのものの讀みに補正を行つた．又上記のコの字形熱電對によつて圓柱表面の種々の點の溫度を測つた結果は，水平方向は鉛直下方より大きい場合でも 1° 高い程度であるので，其の平均を 表面溫度とした．軸方向の溫度は一定で，端から[11] 1mm の所でも中央部分より (表面溫度)−(室溫) の形で 3% 低いに過ぎないので長さ全體に對して考へれば問題にならない．

4. 結果並に檢討

數個の圓柱表面溫度に對して干涉縞を撮影し，コンパレーターによつて圓柱周圍の點に對して縞の零位置からの移動量を讀んだ．一枚の寫眞によつて溫度場全體を決定し得るのであるが，こゝでは單に鉛直下方及び水平方向の溫度分布のみを求めた．

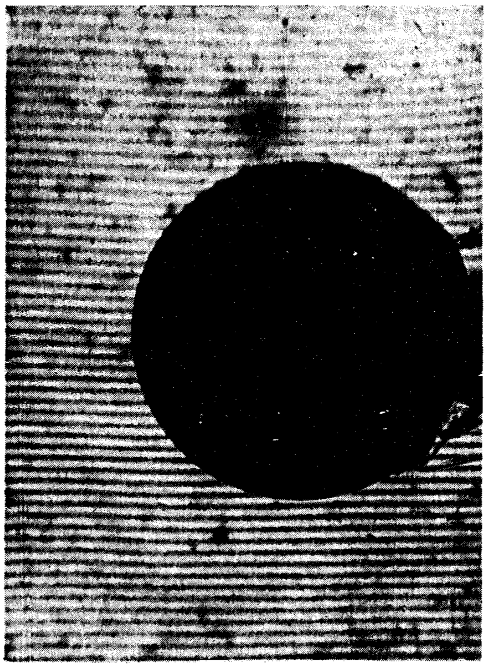
測定結果の解析に必要な諸量を以下に簡單に說明する．

圓柱周圍の點の位置を表すには，中心角 θ と表面からの距離 y とを用ひる．θ は鉛直下方を $\theta=0°$ とし，水平方向を $\theta=90°$，鉛直上方を $\theta=180°$ とする．

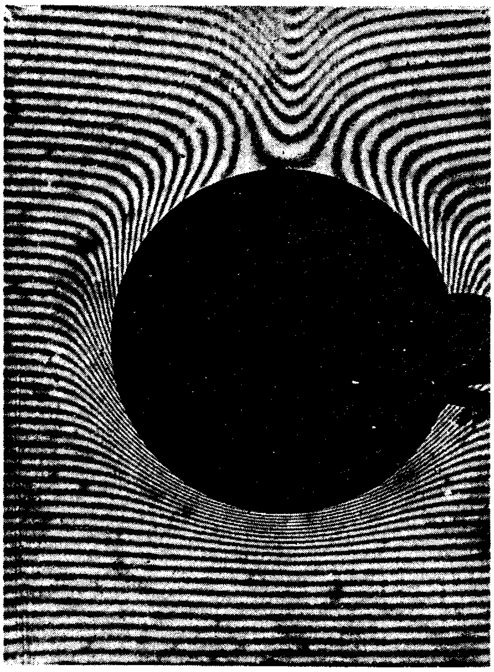
$d,\ r$	圓柱直徑及び半徑
$t_w,\ T_w$	圓柱表面の溫度
$t_\infty,\ T_\infty$	室　溫
$t,\ T$	考ふる點の溫度
g	重力の加速度

(11) 端の方の溫度を測るには上のコの字形熱電對では半分が圓柱から外れて了ふので別に露出部分が 5mm のものを作つた．

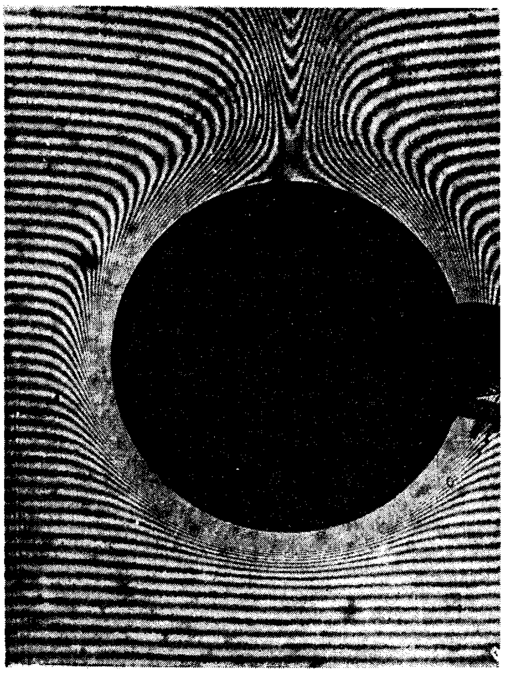
寫眞 2 干渉縞



加熱せず



$t_W=41.7^\circ C$, $t_\infty=12,4^\circ C$



$t_W=83.8^\circ C$, $t_\infty=13.4^\circ C$

ν_W　表面溫度に對する動粘性係數
λ_W　〃　〃　熱傳導率

とすれば，加熱による密度減少の爲の浮力の大さを表す無次元のパラメーター Grashof 數は

$$Gr=\frac{d^3g(T_W-T_\infty)}{\nu_W{}^2T_\infty}$$

にて表される.[12]

Hermann の理論[13]によれば，$Gr=10^4\sim10^9$ の範圍に於て溫度分布は $\frac{t-t_\infty}{t_W-t_\infty}$ 對 $\frac{y}{r}\frac{Gr^{1/4}}{8^{1/4}}g(\theta)$ として無次元の形で表される．こゝに $g(\theta)$ は中心角 θ の函數で

$\theta=0°$　に對して　$g(\theta)=0.760$
$\theta=90°$　〃　$g(\theta)=0.664$

である.

中心角 (θ) の表面の單位面積から單位時間に放出される熱量を Q とする時，$Q=\alpha(\theta)(T_W-T_\infty)$ とすれば，對流による熱傳達の大さを表す無次元の數，Nusselt 數は次の形で表される.

$$N_u(\theta)=\frac{\alpha(\theta)d}{\lambda_W}=\frac{d}{t_W-t_\infty}\left(\left|\frac{\partial t}{\partial y}\right|_W\right)_\theta$$

而して，Hermann によれば Nu と Gr との間には

$$Nu(\theta)=0.604g(\theta)Gr^{1/4}$$

の關係がある.

從來の實體値も $Nu\infty Gr^{1/4}$ の關係は略ゝ滿足するから，以後 $Nu\infty Gr^{1/4}$ として其の係數の比較を行つて見る.

干渉計によつて得た溫度分布を次の三項目に從つて吟味した.

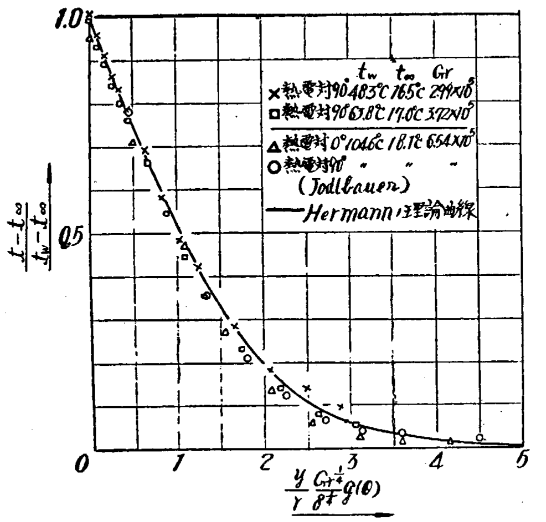
(i)　t_W-t_∞

熱電對による t_W-t_∞ 測定値と，干渉縞の移動から T_∞ を基として求めた溫度分布曲線による t_W-t_∞ とを比較すれば第1表の如くである．兩者の差は最大 8% で概して干渉計の方が大なる t_W-t_∞ を與へる．$\theta=0°$ 方向と $\theta=90°$ 方向と若干異なる事の原因は明かでないが，兩端の影響が異なる爲かと思はれる.

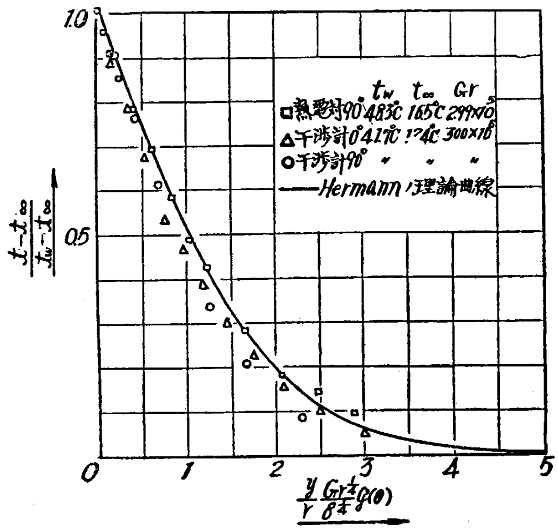
(ii)　溫度分布

溫度分布を $\frac{t-t_\infty}{t_W-t_\infty}$ 對 $\frac{y}{r}\frac{Gr^{1/4}}{8^{1/4}}g(\theta)$ の曲線に書表し，之を Hermann の理論曲線，我々の行つた熱電對による測定値，及び Jodlbauer の熱電對による測定と比較した．但し，t_W-t_∞ としては熱電對による溫度差を用ひた.（第5, 6, 7, 8圖）表面から若干離れたところで熱電對干渉計何れも理論曲線より僅かに下に出る樣であり，干渉計の方が其の傾向が著しい．此の事は次項に示す樣に表面の溫度勾配或は Nu を求めると明かになる.

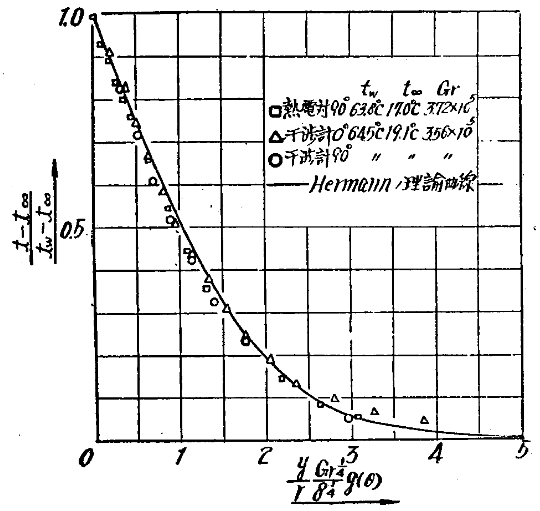
(12)　Hermann に從つて，Gr. Nu 等に入つて來る ν, λ 等は表面溫度に對する値を取る.
(13)　(3) 參照．圓柱周圍の自由對流に就て，$Gr=10^4\sim10^9$ に對して層流境界層の假定を用ひた．但し λ, ν は場全體に亘つて一定とし，密度 ρ の變化は浮力の項に取入れる以外は ρ 一定としてある.



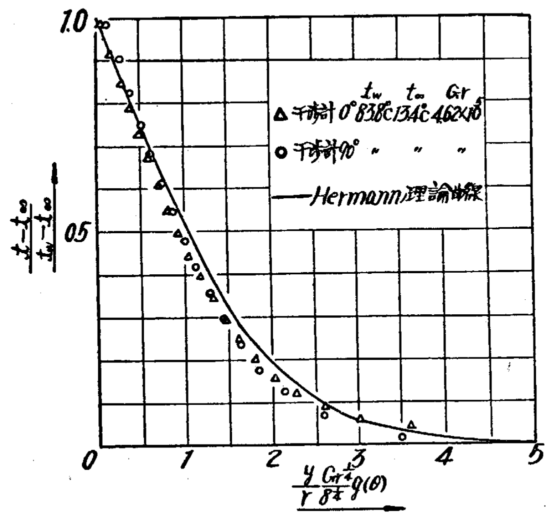
第5圖　溫度分布，熱電對による測定と理論との比較



第6圖　溫 度 分 布



第7圖　溫 度 分 布



第8圖　溫 度 分 布

(iii)　$Nu(\theta)/Gr^{1/4}$

干涉計による値，熱電對，後述のシュリーレン法による値，Hermann の理論値を比較すると第3表の樣になる．光學的方法による値と理論値との差はかなり大きいが熱電對とは 10% 程度の差である．實際，圓柱表面全體の平均 Nusselt 數 Nu_m に對する從來の實驗結果は何れも Hermann の理論値よりも 10 乃至 18% 大きい事から考へて光學的方法の誤差は 10% 程度と推定される．此の原因は主として兩端の流れが假定通りになつて居ない，即ち，圓柱の長さに等しい墻形の場となつて居ない爲である．兩端に於ては外側から流込む空氣の爲に溫度勾配が中央部より急になつてゐると考へられる．何れにせよ，干涉計とシュリーレン法とが殆ど一致した結果を與へる事は兩者が共通な計算假定に基づく事から豫想される通りである．

第 1 表 干渉計による測定値

氣　壓 mmHg	表面溫度 t_W°C	室　溫 t_∞°C	溫度差 $t_W - t_\infty$	干渉計による溫度差*	差 %	$\left\lvert\frac{\partial t}{\partial y}\right\rvert_W$ $\frac{°C}{mm}$	$Nu(\theta)$	Gr	$\frac{Nu(\theta)}{Gr^{1/4}}$
758.6	41.7	12.4	29.3	29.0 30.0	−1.0 +2.4	8.7 7.5	13.2 11.4	3.00×10^5	0.564 0.487
758.6	44.5	12.7	31.8	31.8 32.3	0 +1.6	9.4 8.1	13.2 11.3	3.15×10^5	0.558 0.477
758.6	45.8	12.6	33.2	31.5 32.0	−5.1 −3.6	10.0 9.6	13.4 12.9	3.25×10^5	0.561 0.540
758.2	61.5	13.0	48.5	48.0 52.2	−1.0 +7.6	15.2 13.7	13.9 12.6	4.01×10^5	0.552 0.501
758.2	61.5	13.0	48.5	48.5 51.5	0 +6.2	16.4 13.7	15.0 12.6	4.01×10^5	0.596 0.501
759.5	72.1	13.6	58.5	59.5 63.8	+1.7 +8.0	18.5 17.9	14.1 13.6	4.32×10^5	0.550 0.531
758.2	83.8	13.4	70.4	71.0 75.0	+0.9 +6.5	22.0 19.9	13.9 12.6	4.62×10^5	0.534 0.483
758.2	83.8	13.4	70.4	72.0 75.6	+2.3 +7.4	22.6 20.4	14.3 12.9	4.62×10^5	0.549 0.495
755.3	64.5	19.1	45.4	46.5 45.4	+2.4 0	13.2 11.3	12.9 11.1	3.56×10^5	0.528 0.454

* 各列上段は $\theta=0°$, 下段は $\theta=90°$ に對する値

平均 $\theta=0°$ 0.555±0.005
　　 $\theta=90°$ 0.497±0.006

第 2 表 熱電對による測定値

氣　壓 mmHg	表面溫度 t_W°C	室　溫 t_∞°C	$\left\lvert\frac{\partial t}{\partial y}\right\rvert_W$ $\frac{°C}{mm}$	$Nu_{(\theta=90°)}$	Gr	$\frac{Nu_{(\theta=90°)}}{Gr^{1/4}}$
762.9	48.3	16.5	7.2	10.1	2.99×10^5	0.434
762.9	63.8	17.0	12.0	11.4	3.72×10^5	0.462

平均 0.45

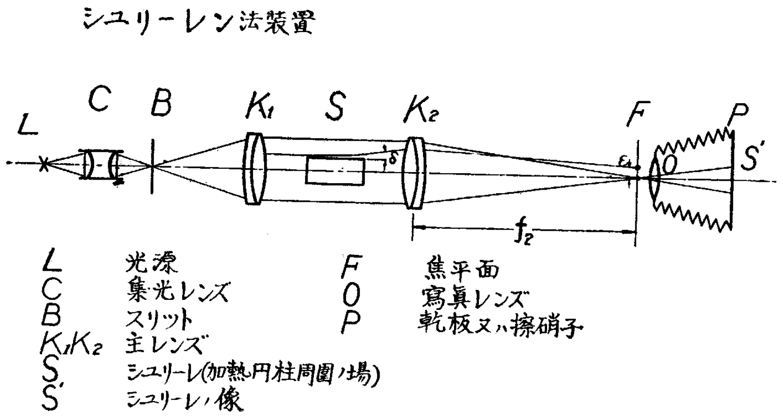
第 3 表 $Nu(\theta)/Gr^{1/4}$ の比較

θ	干 渉 計	シュリーレン法	熱 電 對	理　論
0°	0.56	0.56	—	0.459
90°	0.50	0.52	0.45	0.401

II. シユリーレン法

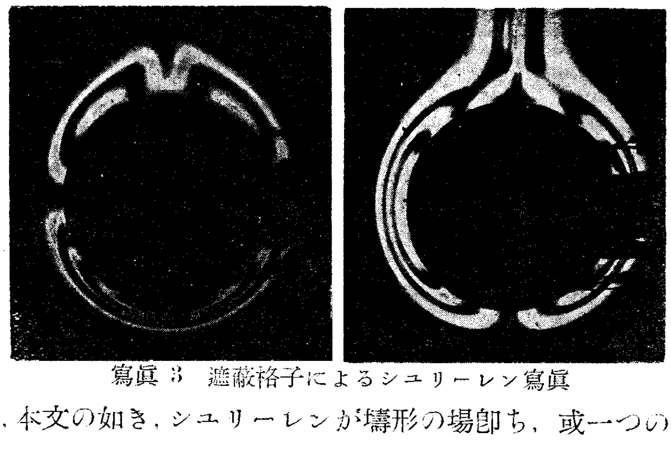
1. 理 論

シユリーレン法は既に高速氣流の觀察に必要不可缺のものとなつて居るが，多くの場合單に定性的觀察に止まつて居る．Schardin[14] はシユリーレン法が定量的に用ひられる事を示した．今第9圖の裝置に就て其の方法を述べる．



第9圖 シユリーレン法裝置略圖

光源 L から發する光は一旦集光レンズによつて B に集められ，小圓孔又は紙面に垂直な線狀のスリツトによつて點光線の形に爲される．K_1 によつて平行光線とし，K_2 によつて再び收斂させれば K_2 の焦點に B の像を生ずる．さて K_1 K_2 間にシユリーレを置き，寫眞機はシユリーレの位置に焦點を合はせる．シユリーレの無い時は K_2 の焦點に細い針金を紙面に垂直に置いて光を全部遮れば擦硝子は眞暗になる．然し，シユリーレが存在すれば其の一點で小さな角 δ だけ偏向した光は焦平向上で光軸から $\varepsilon=f_2\delta$ だけ離れた點を通るから S' 上の共軛點は明くなる．次に針金を ε だけ移動させると，丁度上記の光だけが遮られる事となるから，結局シユリーレンの中で δ なる偏向を與へる點の軌跡が，擦硝子上に一本の暗線として現れる．一本の針金にて遮蔽する代りに格子狀の遮蔽板を用ひれば ε が格子常數の整數倍になる諸點は夫々一本の暗線を形成するから一度に數本の暗線を生じ針金を移動する手數が省ける．然し本例の如く ε が小さい場合には，數本の暗線を出す爲には格子間隔を狹くする必要があり，其の爲廻折によつて暗線がぼけて了ふ．寫眞3は其の一例で格子常數は 1.2mm である．之では暗線の位置を精密に測る事が出來ないから一本の針金を移動させる方法が良い．加熱圓柱の強制對流に對しては，既に Joukowsky[15] が此の方法を用ひてゐる．



寫眞3 遮蔽格子によるシユリーレン寫眞

さて $\varepsilon=f_2\delta$ をマイクロメーターにて讀み，f_2 を知れば δ が求まる．δ は屈折率の勾配に關する量であつて，本文の如き，シユリーレンが壔形の場卽ち，或一つの

(14) (6) 參照
(15) V. Joukowsky & A. Kirejew, Techn. Phys., U.S.S.R. 4, 1936, 754.

方向には空氣の狀態が一定で且つ光線が總て此の方向に平行に入射する場合には簡單に此の關係が求まる.

壔形の軸を x-軸に取り，之と直角に y, z 軸を取る．光線は x-軸に平行に入射するものとする．今，(y_0, z_0) に入射する光線が y 及び z 方向へ偏向された角度を夫々 δ_y, δ_z とすれば，壔形の長さを L，屈折率を n とする時

$$\delta_y=\left(\frac{1}{n}\left|\frac{\partial n}{\partial y}\right|\right)_{y_0,z_0}\cdot L\,,\qquad \delta_z=\left(\frac{1}{n}\left|\frac{\partial n}{\partial z}\right|\right)_{y_0,z_0}\cdot L\,.$$

但し，光線のシユリーレ内での彎曲は無視し，シユリーレに入つてから出る迄 y_0, z_0 を通過すると假定する.[16]

尙，シユリーレが光線方向に長さを有する場合，上の假定の許される範圍內では，寫眞機はシユリーレの長さの中央に焦點を合はせればよい.

屈折率 n と密度 ρ との間の關係式

$$\frac{n-1}{\rho}=\text{一定}$$

と狀態方程式 $\frac{p}{\rho}=RT$ とを組合せれば，0°, 760mmHg に於ける屈折率を n_0，氣壓を b mmHg とすれば，

$$\frac{n-1}{n_0-1}=\frac{273}{T}\cdot\frac{b}{760}$$

水銀燈の綠色光に對して $n_0-1=293\times10^{-6}$ とすれば

$$n=1+\frac{0.0800}{T}\,\frac{b}{760}$$

本例では壓力は到る處一定と考へてよいから n は溫度 t のみの函數となる．y を x 軸に直角な任意の方向とする時，

$$\frac{1}{n}\,\frac{\partial n}{\partial y}=\frac{1}{n}\,\frac{dn}{dt}\,\frac{\partial t}{\partial y}$$

然るに，

$$\frac{1}{n}\,\frac{dn}{dt}=\frac{d(\ln n)}{dt}=-\frac{0.0800}{T^2}\,\frac{b}{760}$$

$$\left(\frac{0.0800}{T}\cdot\frac{b}{760}\ \text{は小さいから}\ \ln n\ \text{の第一項を取る}\right)$$

故に y 方向への遮蔽針金の移動量を ε_y とすれば

$$\delta_y=\frac{\varepsilon_y}{f_2}=-\frac{0.0800}{T^2}\cdot\frac{b}{760}\cdot\frac{\partial t}{\partial y}\cdot L$$

$$\therefore\ \left|\frac{\partial t}{\partial y}\right|=\frac{\varepsilon_y}{f_2}\,\frac{T^2}{0.0800}\cdot\frac{760}{b}\cdot\frac{1}{L}\,.$$

(16) 實際には光線は少しづゝ y_0, z_0 と異なる點を通過するのであるが，本文の場合を例にとると，$\delta\approx\frac{3}{1{,}800}$，シユリーレン內での平均偏向角を此 $\frac{1}{2}$ として，$L=150$mm に對して y, z 面上に於て光線の入射點と出射點との距離は 0.1mm の程度であるから，此の間の屈折率勾配の變化は無視して差支ない.

我々の装置では f_2=1800mm である．以後考ふる方向を常に y を以て表すから ε_y は單に ε で表す事とする．

2. 實驗

供試物體は干渉計の場合と同じ圓柱（長さ L=15cm, 外徑 d=4.45cm）である．光源スリット B には直徑 0.2mm の圓孔，遮蔽用には直徑 0.35mm の鋼線を用ひた．

(i) 表面熱傳達

加熱された圓柱表面は等溫度であると考へれば，溫度勾配は面に垂直であるから表面に入射する光線は面に垂直に偏向する．此の方向を y に取れば表面の溫度勾配は

$$\left|\frac{\partial t}{\partial y}\right|_W=\frac{\varepsilon}{f_2}\cdot\frac{T_W^2}{0.0800}\cdot\frac{760}{b}\cdot\frac{1}{L}\,.$$

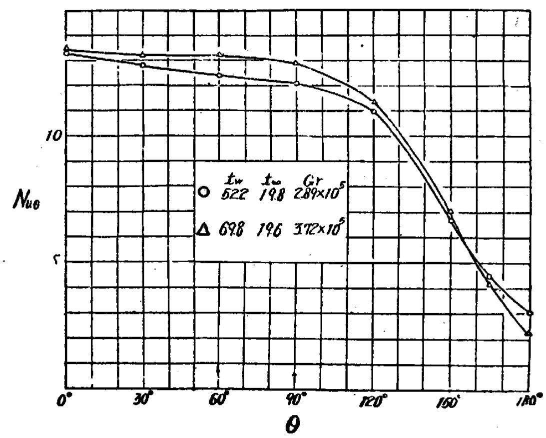
又，I の 4 に示した $Nu(\theta)$, $\alpha(\theta)$ は，

$$Nu(\theta)=\frac{\alpha(\theta).d}{\lambda_W}=\frac{d}{t_W-t_\infty}\left|\frac{\partial t}{\partial y}\right|_W=\frac{d}{t_W-t_\infty}\,\frac{\varepsilon}{f_2}\,\frac{T_W^2}{0.0800}\cdot\frac{760}{b}\cdot\frac{1}{L}\,.$$

$$\alpha(\theta)=\frac{\lambda_W}{t_W-t_\infty}\left|\frac{\partial t}{\partial y}\right|_W=\frac{\lambda_W}{t_W-t_\infty}\,\frac{\varepsilon}{f_2}\,\frac{T_W^2}{0.0800}\,\frac{760}{b}\cdot\frac{1}{L}\,.$$

θ は中心角で鉛直下方を $\theta=0°$ とする．

シユリーレン法で $Nu(\theta)$ を求めるのは甚だ簡單である．即ち寫眞機の擦硝子上の像を眺めながら ε を次第に增して行くと暗線は表面に近づいて行く．それが丁度表面に達した時の ε を讀めばよいのである．この爲に，遮蔽鋼線は枠と共に任意の角度に向けられ ε を測らうとする表面に平行に鋼線を置き表面の法線方向に微動し得る樣に作られてゐる．たゞ此の測定の際に遮蔽鋼線に太さがある爲暗線に若干の幅があるので，表面に對する ε としては，暗線の一端が表面に達した時と暗線が消滅した時との讀みの平均を取つた．第 10 圖に $Nu(\theta)$ の測定結果を示す．各測定點は二回測定の平均値である．此の圖から表面全體の平均値 Nu_m 或は α_m が求められる．



第 10 圖 $Nu(\theta)$ 曲線

Nu_m, α_m は定常狀態に於ては加熱に要する電力からも求められる．之を Nu_{mE} とする．又 Koch の實驗式[(17)]から α_m を求め，之に d/λ_W を乘じたものを Nu_{mK} とする．之に對してシユリーレン法によるものを Nu_{mS} とする．

Nu_{mE} の算出には消費電力から次の熱量を差引いて α_m を求め，それから Nu_m を求めた．

(1) 眞鍮表面よりの輻射

$$Q_S=Cf[(T_W/100)^4-(T_\infty/100)^4]$$

(17) Koch のを實驗式 α_m[kcal/m²h] は，d を m，p を氣壓で表す時 $\alpha_m=1.137d^{-0.226}p^{0.516}(1-0.0011t_\infty)(t_W-t_\infty)^{0.24}$

$$C=1.05\frac{\text{kcal}}{\text{m}^2.\text{h}.(\text{Grad}/100)^4},\quad f=\text{表面積}$$

(2) ベークライト端板の熱傳達

端板溫度を實測し，平板の熱傳達係數を用ひて計算した．

(3) 同端板輻射

ベークライトの輻射能が不明なので黑體の $\frac{1}{2}$ 即ち $C=2.45\frac{\text{kcal}}{\text{m}^2.\text{h}(\text{Grad}/100)^4}$ とした．此の量は全消費熱量の 4% 程度であるから之が若干違つても差支ない．

尙，兩端の支柱は布を卷いて熱の逃げるのを防いだだけで其の熱量は小さいものとして計算に入れなかつた．

この様にして得た Nu_m を前と同樣に $Nu_m/Gr^{1/4}$ の形にして比較すると第5表の通りである．シユリーレン法の結果は Koch の値より約10%大，理論値は Koch の値より 10% 以上小さい．消費電力による値は Koch の値に近い．

$\theta=0°$, $\theta=90°$ に對する $Nu(\theta)/Gr^{1/4}$ の比較は第3表の如くである．

之等の結果を綜合すれば，シユリーレン法による Nu は約 10% 過大であつて，干涉計による値と良く一致するものに考へられる．

(ii) 溫度場の測定

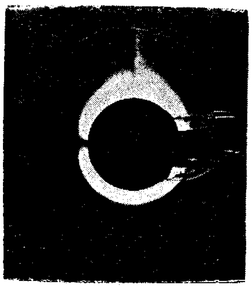
$\theta=0°$, $\theta=90°$ の二方向に對して種々の ε に對する寫眞を取り，暗線の位置から溫度分布を求めた．シユリーレン法で溫度分布を求めるには先づ溫度勾配を求めるのであるが，其の計算式に見る通り溫度勾配の計算には其の點の絕對溫度が必要である．そこで次の様な逐次計算を行つた．先づ圓柱表面からの距離 y 對 ε の曲線を引き，それを延長して $\varepsilon=0$ になる $y=y_0$ を求める．この點では $t=t_\infty$ である．次に $y=y_1$ に對して $\varepsilon=\varepsilon_1$ とすれば，$y_0<y<y_1$ では $\varepsilon=\frac{\varepsilon_0+\varepsilon_1}{2}=\frac{\varepsilon_1}{2}$ とし，$T=T_\infty$ として $\left|\frac{\partial t}{\partial y}\right|$ を求め，$\left|\frac{\partial t}{\partial y}\right|\times(y_0-y_1)=\Delta t$ によつて T_1 を求める．次に $y=y_2$ で $\varepsilon=\varepsilon_2$ とすれば，$y_1<y<y_2$ では $\varepsilon=\frac{\varepsilon_1+\varepsilon_2}{2}$, $T=T_1$ として $\left|\frac{\partial t}{\partial y}\right|$, Δt を求める．即ち一般に T_i から T_{i+1} を求めるのに $\varepsilon=\frac{\varepsilon_i+\varepsilon_{i+1}}{2}$, $T=T_i$ として計算するのである．T_i と T_{i+1} とがあまり違はぬ間は之で大體良いが，表面の近くでは兩者の差が 20° 位になり得るから，T_i を用ひて計算した $\left|\frac{\partial t}{\partial y}\right|$ は小さ過ぎるわけであり，其の結果此の計算による t_W-t_∞ は小に過ぎる筈である．そこで，第二段階として，上記の方法で一度 T の分布を求めた後，$\varepsilon=\frac{\varepsilon_i+\varepsilon_{i+1}}{2}$ に對して $T=\frac{T_i+T_{i+1}}{2}$ を用ひて改めて T の分布を求める．之で前よりは正しい値に近づくと考へられる．

以上は圓柱の外側から圓柱表面へと逐次に溫度を求めたのであるが，實側の表面溫度を起點として外側へ逐次計算を行つて室溫を出す事も出來る．外→表面の計算による t_W-t_∞ と表面→外の計算による t_W-t_∞ とは計算の第一段階では 5 乃至 10% 異るが，第二段階では殆ど一致するから之で實用上充分と思はれる．其の結果を第4表に示す．此の結果は干涉計の場合と略〻同程度のものである．

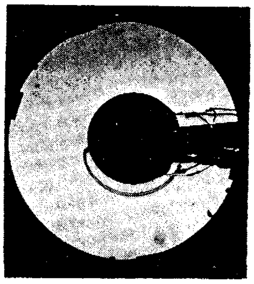
溫度分布を外→表面の計算値に就て前と同樣に $\frac{t-t_\infty}{t_W-t_\infty}$ 對 $\frac{y}{r}\,\frac{Gr^{1/4}}{8^{1/4}}g(\theta)$ の形で表したものが第 11, 12 圖である．t_W-t_∞ としては熱電對による値を用ひた．此の結果も干涉計の場合と同樣のものである．

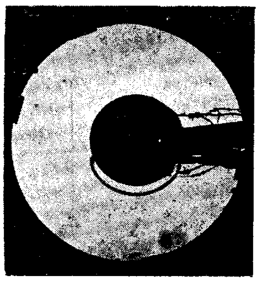
寫眞 1　シュリーレン寫眞　$t_W=69.8^\circ\mathrm{C}$,　$t_\infty=16.6^\circ\mathrm{C}$

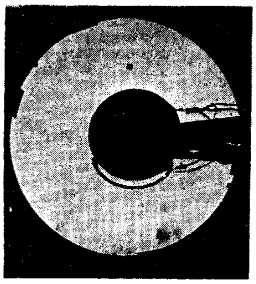
$\theta=0^\circ$

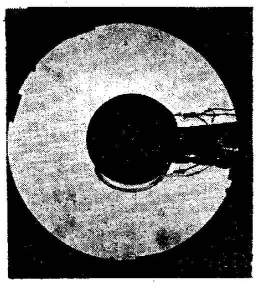

$\varepsilon=0$

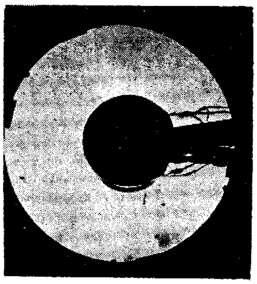

$\varepsilon=0.4$mm


$\varepsilon=0.8$mm

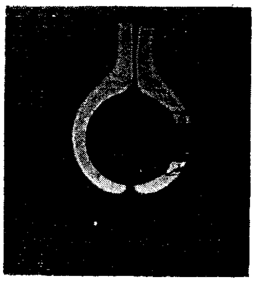

$\varepsilon=1.2$mm

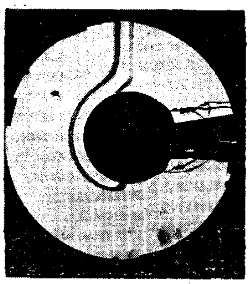

$\varepsilon=1.6$mm

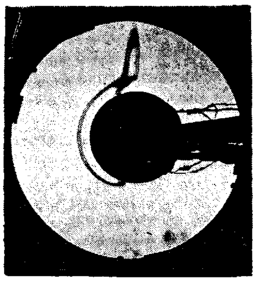

$\varepsilon=2.0$mm

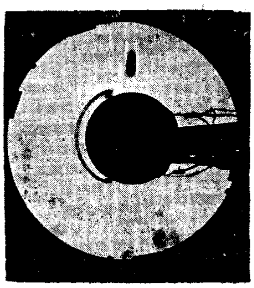

$\varepsilon=2.4$mm

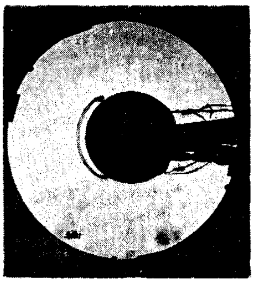
$\theta=90^\circ$

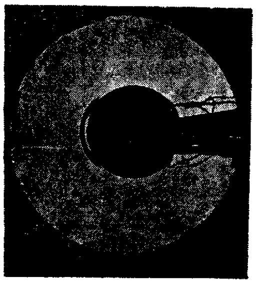

$\varepsilon=0$

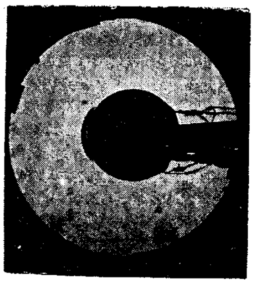

$\varepsilon=0.4$mm

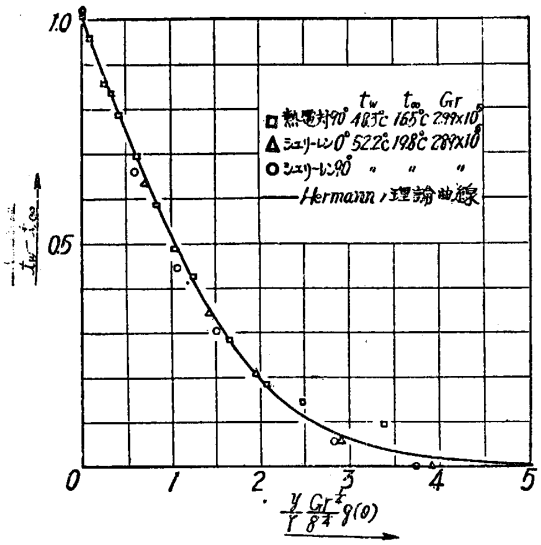

$\varepsilon=0.8$mm


$\varepsilon=2.4$mm

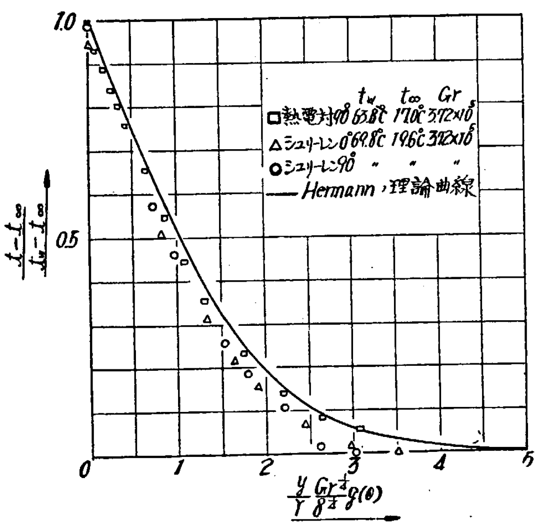

$\varepsilon=1.6$mm


$\varepsilon=2.0$mm


$\varepsilon=2.4$mm



第 11 圖　溫度分布



第 12 圖　溫度分布

第 4 表　シユリーレン法による測定値

氣壓 mmHg	表面溫度 t_w°C	室溫 t_∞°C	溫度差 t_w-t°	シユリーレン法による溫度*	差 %	$\left\lvert\frac{\partial t}{\partial y}\right\rvert_w$ °C/mm	$Nu(\theta)$	Gr	$\frac{Nu(\theta)}{Gr^{1/4}}$
757.4	52.2	19.8	32.4	33.1 33.1	+2.1 +2.1	9.7 8.8	13.3 12.1	2.89×10^5	0.574 0.522
760.2	69.8	19.6	50.2	47.2 49.6	−6.0 −1.2	15.2 14.5	13.5 12.9	3.72×10^5	0.547 0.523
							平均	$\theta=0°$ $\theta=90°$	0.56 0.52

* 溫度差は外→表面の計算値　　各列上段は $\theta=0°$, 下段は $\theta=90°$ の値を示す

第 5 表　Nu_m の比較

氣壓 mmHg	表面溫度 t_w°C	室溫 t_∞°C	Gr	Nu_{mS}	Nu_{mK}	Nu_{mE}	$\frac{Nu_{mS}}{Gr^{1/4}}$	$\frac{Nu_{mK}}{Gr^{1/4}}$	$\frac{Nu_{mE}}{Gr^{1/4}}$	理論 $\frac{Nu_m}{Gr^{1/4}}$
757.4	52.2	19.8	2.89×10^5	10.9	9.8	10.4	0.470	0.423	0.45	
760.2	69.8	19.6	3.72×10^5	11.4	10.4	10.5	0.462	0.425	0.43	
						平均	0.466	0.424	0.44	0.372

結　　び

以上の結果を要約すれば次の如くである．

(i) 温度場の測定に對して，干渉計とシユリーレン法とは良く一致した結果を與へる．そして，こゝに取扱つた様な長さと直徑の比が3程度の加熱圓柱の自由對流の場合には何れも表面の温度勾配が10％程度過大に出る．之は主として兩端の流れの影響と考へられる．此の影響による誤差を小さくするには長さを今少し長くすればよいと思はれる．勿論別な理由から之には制限がある．(17)

又，本問題と別種の問題に光學的方法を用ひる場合には，豫め何等かの方法で兩端の影響を調べる事が必要であるが，恐らく多くの場合其の量はあまり大きくはならず，光學的方法は充分實用性があるものと思はれる．

(ii) 温度場全體を求めるには干渉計の方が都合が良いが，温度の知れた表面の温度勾配を求めるだけならばシユリーレン法の方が手輕である．又，干渉計は機械的振動に對して敏感過ぎるのに對してシユリーレン法はそれ程でない．

終りに，この實驗に用ひた光學裝置は文部省科學研究費によつて作られた。干渉計は深津先生の御計畫に成つたものであり，先生の御指導御鞭韃に對して厚く謝意を表する次第である．又，西川技手には光學裝置に關して幾多の御助力をいたゞいた事を感謝すると共に，製圖，實驗，整理に協力された風洞部荒木清光，玉置善春，會田定市の諸君に感謝する．．

昭和17年7月18日　於風洞部

(17) (16) 參照