

航空研究所彙報

第五十三號

昭和三年十二月

軟鋼柱體の振れに對する強さ

航空學科學生 谷 一 郎
北 村 菊 男

今年の夏、中西先生の研究室で弾性に關する種々の實驗をお手傳ひ致しました。柱體の振り試験も其の一部で、計算の結果を一寸書いて先生のお手許まで差上げたのですが、今度先生のおすゝめによりそれを少しく書直してこの彙報の片隅にのせていたゞくことになりました。懇切な御教示を賜つた先生と、それから夏の實驗をさせて戴くことについてはじめから御面倒を見て下さつた栖原先生とに、心からのお禮を申し上げたいと思ひます。

材料の降伏は剪斷應力のために起り、同一の材料に就て應力の分布が相似である場合には、

$$\text{最大剪斷應力} = \text{定數} \quad (1)$$

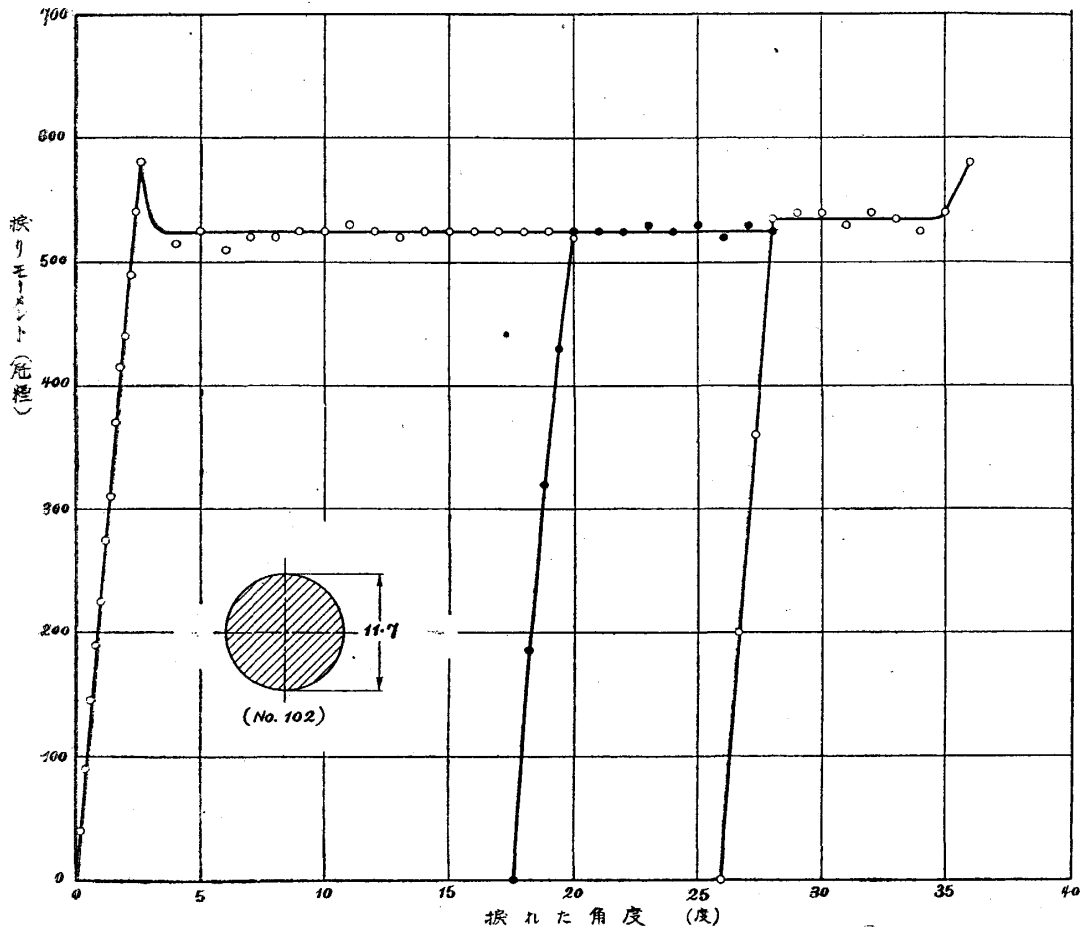
なる關係が成立つ事は、中西先生が彙報第四十六號で主張された通りであります。更に又、降伏の状態が進むのは既に降伏した部分はその上歪みを増すのではなくて、未だ降伏してゐない部分が段々に降伏して行くのである事に注意し、降伏點のモーメントを與へる式として

$$M_y = \tau_y K \quad (2)$$

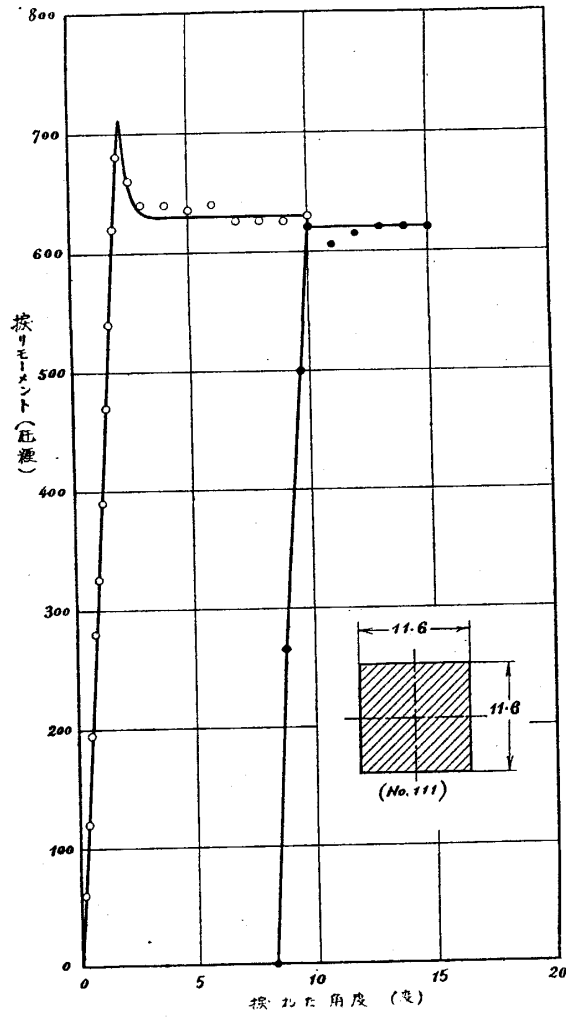
を得られたのでした。但し M_y は振りモーメント、 τ_y は材料に特定な剪斷應力の値、 K は斷面の面積モーメントであります。

先生が實驗をおやりになつたのは圓形の斷面でしたが、面積モーメントの微片を τ_y の方向にとることに定めておけば、(2)の關係は點對稱を持つ柱體の斷面に一般にあてはまるものであります。従て假りにかくの如く K を定め得たとし、種々の應力分布に關し同一の材料が同一の τ_y を與へることを確めれば、「スタビリティー」としての先生の提唱をこの方面からも止揚出来るであります。この振り試験はその目的から行はれました。

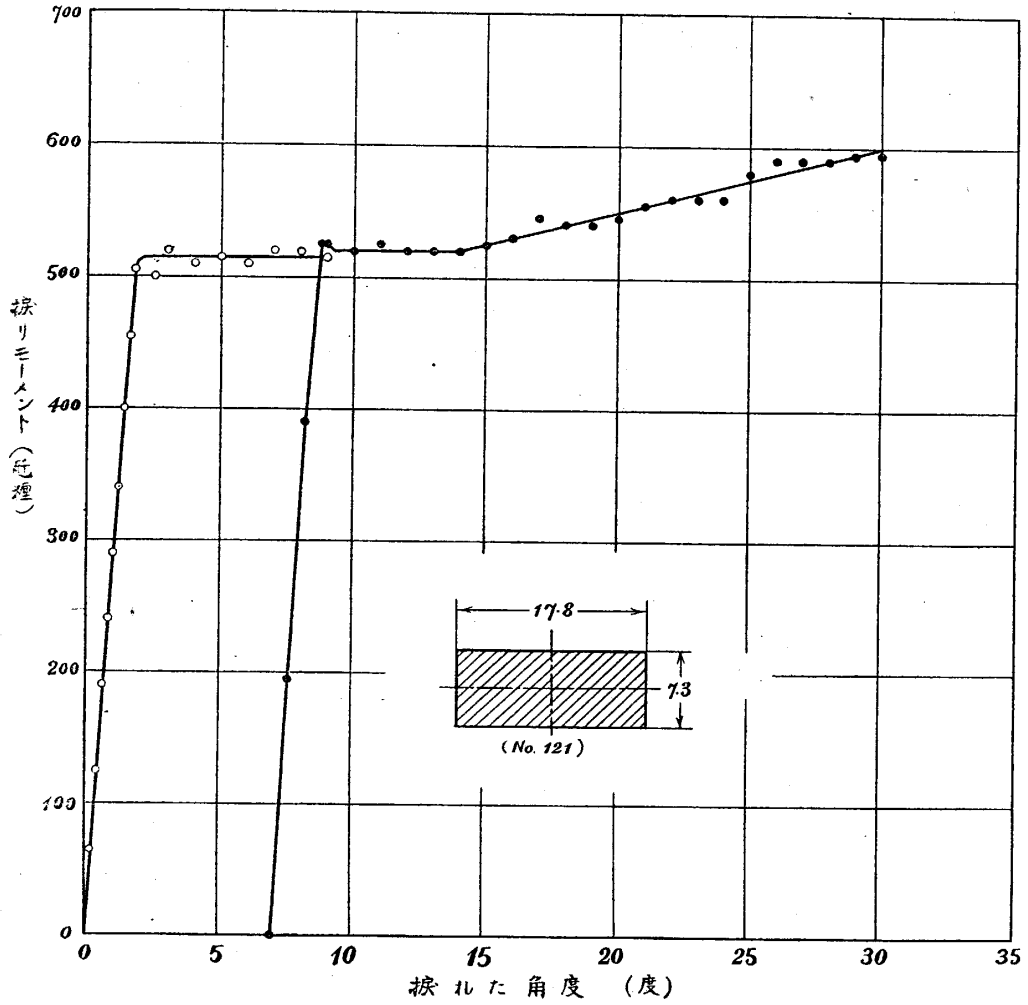
前の實驗と同様に、一本の軟鋼材から斷面が圓形正方形矩形である三種の柱狀試験片を切出し、井口山中式振り試験機を使つて靜かに振りを加へました。第一乃至三圖がその結果で、すべて同様な傾向を示して居ります。(圖の中央を過る線は荷重を取去つて又そこから始めたために出來たので、降伏の途中の状態をしらべる目的からでした。茲には關係がありません。



第一圖

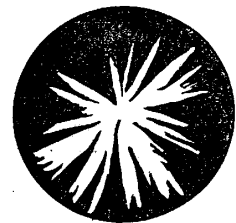
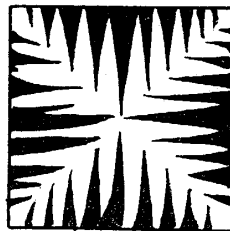
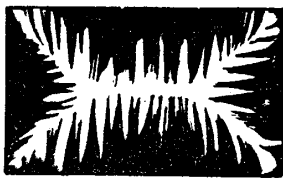


第二圖



第三圖

降伏した断面を腐蝕させて見ますと、降伏した部分としない部分とが鮮かな對照を作つて居ります。第四圖はこの典型的な例を表徴したもので、楔形に深く喰ひ込んだのが既に降伏した部分であります。此の喰ひ込み方は正方形にしても矩形にしても明瞭に四つの區域に分れ、その限界が角の二等分線と一致して居ます。このこと、及び表面ではそれに平行な剪斷應力より存在し得ないこ

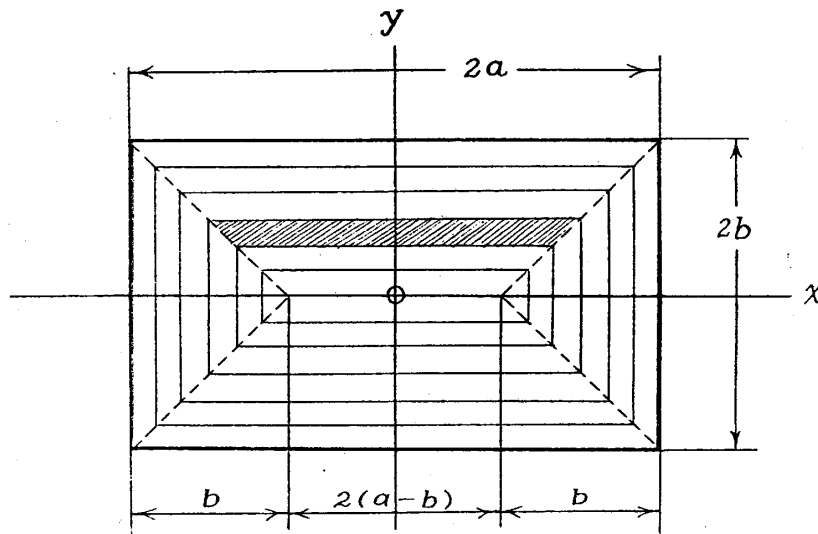


第四圖

とに着目すれば、降伏點に於ける應力の分布はこの四つの區域に於て夫々表面に平行してゐるものと見做して差支ありません。勿論このことは表面を遠く離れた内部では嚴密には成立たないところもあるかも知れませんが、その邊はモーメントも小さいから大した問題ではありますまい。従て第一近似として上の假定を認めてよいであります。

斯くすれば K の計算は容易に出來ます。第五圖に示した記號に依つて

$$\frac{1}{2} K = \int_{a-b}^a 2\{x-(a-b)\}x dx + \int_0^b 2\{y+(a-b)\}y dy, \therefore K = 4b^2 \left(a - \frac{b}{3} \right). \quad (3)$$



第五圖

圓形斷面に對しては上記の彙報にある通り、微片を同心圓にとつて

$$K = \int_0^{\frac{d}{2}} 2\pi r dr \cdot r = \frac{\pi}{12} d^3.$$

試験片によつて定まる K と實驗から得た M_y とを (2) 式に入れて、 τ_y を別々に計算して見ると次表の通りであります。この程度の一致は τ_y が定數なる事を證するに足りるであります。

斷面	寸法 (mm)	K (mm ³)	M_y (kg cm)	τ_y (kg/mm ²)
圓形	直徑 $d=11.7$	419	525	12.5
正方形	$2a=2b=11.6$	520	630	12.1
矩形	$2a=17.8, 2b=7.3$	409	515	12.6

降伏點に達しても未だ降伏し始めない時には、その時の最大應力 τ_s は M_y から計算して出すことが出来ます。圓の場合は簡單で

$$M_y = \frac{\pi}{16} d^3 \tau_s.$$

他の場合には Saint-Venant の理論を用ひますと、* $a \geq b$ なる矩形断面（第五圖）に對し、最大の剪斷應力は長邊の中點に起りその大いさは、

$$\tau_s = G\theta \cdot 2b \left[1 - \frac{8}{\pi^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} \operatorname{sech} \frac{(2n+1)\pi a}{2b} \right]; \quad (4)$$

又振りモーメントは

$$M = G\theta \cdot ab^3 \left[\frac{16}{3} - \frac{b}{a} \left(\frac{4}{\pi} \right)^5 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^5} \tanh \frac{(2n+1)\pi a}{2b} \right]. \quad (5)$$

茲に G は剛性率、 θ は單位の長さに対する捩れの角度であります。使用した試験片に就いて是等の級數を勘定しますと。

正方形 ($a : b = 1$)

$$\tau_s = (0.6753) \cdot 2a \cdot G\theta,$$

$$M = (2.2492) \cdot a^4 \cdot G\theta.$$

矩形 ($a : b = 2.44$)

$$\tau_s = (0.9649) \cdot 2b \cdot G\theta,$$

$$M = (3.9561) \cdot ab^3 \cdot G\theta.$$

此の τ_s と M との間で $G\theta$ を消去し、且 M に降伏點に於ける値 M_y を代入すれば、 τ_s が計算出来ます。私達の場合には τ_s の値は kg/mm^2 で

圓形	16.7
正方形	19.4
矩形	21.2

でありました。之は τ_y よりも遙かに大きなものであり、且同一材料であつても應力分布を異にするが故にまちまちの値を示して居ります。相似の條件を入れなければ決して (1) の關係式が成立つ訣のない事、従つて所謂最大剪斷應力學説の當を得てゐない事が、この一例を以てしても強調されると思ひます。

* Love, The Mathematical Theory of Elasticity, 4th ed., ch. xix.

Todhunter & Pearson, A History of the Theory of Elasticity, vol. II., part I., ch x.