

航空研究雑誌

第三號

大正十一年二月

講話

飛行機の上昇率を推定する方法

海軍技師 野田哲夫氏

飛行機の上昇率は大氣の状態によりて異なる故に Standard atmosphere を規定する必要がある Standard atmosphere の定め方によりて異て居るが今茲で定めたのは

Z = 高度

p = 大氣壓

としたとき次の關係式に従ふものとする

$$-dp = \rho g dz \quad p = \frac{R}{273 + t_0} \rho g (273 + t)$$

$$k = \frac{p_0}{\rho g} \quad (\text{homogenous atmosphere の高さ})$$

而して temp = 15°C 大氣壓 = 760 mm とすれば

$$k = 8435 \text{ m}$$

$$-\frac{dp}{p} = \frac{dz}{R} \frac{273 + t_0}{273 + t}$$

高度による氣温の遞下率は以前は大體 100 m に對し 0.6°C の降下あるものと認められしも各國に於ける實際測定の結果によれば (1920 年 7 月 L'Aéronotique 所載) 11 km. 迄は

$$t = 15 - 0.0064 Z$$

それ以上では

$$t = -55.4^\circ\text{C}$$

である之の値を入れれば

$$\frac{P}{P_0} = \left(1 - \frac{Z}{45000}\right)^{5.335}$$

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \left(1 - \frac{Z}{45000}\right)^{4.335}$$

尚ほ之れを計算したるものは次の第一表の如し

第一表 標準大気

標準 高度(h) (km)	気温 (°C)	気圧(p) mm of mercury	気圧比 ($\frac{p}{p_0}$)	密度(ρ) kg/m ³	密度比 ($\frac{\rho}{\rho_0}$)
0.0	15.0	760.00	1.0000	1.226	1.0000
0.5	11.8	716.05	.9422	1.168	.9528
1.0	8.6	674.13	.8870	1.112	.9072
1.5	5.4	634.28	.8346	1.058	.8634
2.0	2.4	596.36	.7847	1.007	.8212
2.5	-1.0	560.28	.7372	.9570	.7806
3.0	-4.2	525.99	.6921	.9091	.7415
3.5	-7.4	493.44	.6493	.8631	.7040
4.0	-10.6	462.51	.6096	.8189	.6679
4.5	-13.8	433.25	.5701	.7765	.6334
5.0	-17.0	405.44	.5335	.7358	.6002
5.5	-20.2	379.14	.4989	.6968	.5683
6.0	-23.4	354.20	.4660	.6593	.5377
6.5	-26.6	330.65	.4351	.6234	.5085
7.0	-29.8	308.36	.4057	.5891	.4805
7.5	-33.0	287.33	.3781	.5562	.4537

M₀

8.0	-36.2	267.47	.3519	.5268	.4280
8.5	-39.4	248.75	.3272	.4947	.4035
9.0	-42.6	231.10	.3041	.4660	.3801
9.5	-45.8	214.49	.2822	.4386	.3578
10.0	-49.0	198.86	.2617	.4125	.3364
10.5	-52.2	184.16	.2423	.3875	.3161
11.0	-55.4	170.37	.2242	.3637	.2967
11.5	-58.6	157.27	.2072	.3408	.2787
12.0	-61.8	144.74	.1912	.3194	.2617
12.5	-65.0	132.74	.1761	.2994	.2456
13.0	-68.2	121.24	.1619	.2807	.2304
13.5	-71.4	110.24	.1486	.2632	.2160
14.0	-74.6	99.74	.1361	.2468	.2024
14.5	-77.8	89.74	.1244	.2314	.1895
15.0	-81.0	80.24	.1134	.2170	.1773
15.5	-84.2	71.24	.1031	.2035	.1657
16.0	-87.4	62.74	.0934	.1908	.1547
16.5	-90.6	54.74	.0842	.1788	.1442
17.0	-93.8	47.24	.0755	.1674	.1342
17.5	-97.0	40.24	.0672	.1565	.1247
18.0	-100.2	33.74	.0594	.1461	.1156
18.5	-103.4	27.74	.0520	.1362	.1069
19.0	-106.6	22.24	.0450	.1268	.0985
19.5	-109.8	17.24	.0384	.1178	.0904
20.0	-113.0	12.74	.0322	.1092	.0826

上記の大気中に於て上昇率を見んに飛行機が水平と θ なる角をなす徑路に沿ひ定常飛行をなすとき徑路に沿ふ indicated air speed を v_0 とすれば運動式は

$$W \cos \theta = k_e \rho_0 A v_0^2 \quad \dots \dots \dots (1)$$

$$T = k_r \rho_0 A v_0^2 + W \sin \theta$$

$$\sigma P = k_r \rho_0 A v_0^3 + W \sin \theta v_0 \quad \dots \dots \dots (2)$$

發動機の地上に於ける馬力 P が空気密度に比例して遞減するものとせば(2)式は次の如くなる

$$75 \sigma^3 \eta P = k_r \rho_0 A v_0^3 + W \sin \theta v_0 \dots\dots\dots (3)$$

上式の表はす傾斜飛行の攻角と同一攻角を以て行ふ水平飛行の速度を V とせば

$$W = k_e \rho_0 A V^2$$

となるを以て

$$\cos \theta = \left(\frac{v_0}{V} \right)^2 \dots\dots\dots (4)$$

傾斜飛行に於ける indicated air speed v_0 に對する true air speed を v とし v の垂直分速度を w とせば

$$w = v \sin \theta = \frac{v_0}{\sigma} \sin \theta \dots\dots\dots (5)$$

(3) と (5) とより

$$w = 75 \sigma^2 \eta \frac{P}{W} - k_r \frac{\rho_0}{\sigma} \frac{A}{W} v_0^3$$

此式に (1) の v_0 の値を入るれば

$$w = 75 \sigma^2 \eta \frac{P}{W} - \sqrt{\frac{k_r^2}{k_e^3}} \sqrt{\frac{\cos^3 \theta}{\rho}} \frac{W}{A}$$

上昇飛行の斜傾角 θ は 一般に小なるを以て $\cos \theta = 1$ とせば上式は

$$w = 75 \sigma^2 \eta \frac{P}{W} - \sqrt{\frac{k_r^2}{k_e^3}} \sqrt{\frac{1}{\rho}} \frac{W}{A} \dots\dots\dots (6)$$

一定の攻角の下に行ふ上昇飛行の上昇限度に於ける空氣密度を ρ_c とすれば其處に於ては $w=0$ となるべきを以て

$$75 \frac{\rho_c}{\rho_0} \eta \frac{P}{W} = \sqrt{\frac{k_r^2}{k_e^3}} \sqrt{\frac{1}{\rho_c}} \sqrt{\frac{W}{A}}$$

此の式と (6) とより

$$w = 75 \eta \frac{P}{W} \frac{\rho}{\rho_0} \left\{ 1 - \frac{\left(\frac{\rho_c}{\rho_0} \right)^{\frac{3}{2}}}{\left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{\frac{3}{2}}} \right\}$$

上式に於ける w の單位は m/sec なり之れを m/min に引直せば

$$w = 45 \times 100 \eta \frac{\rho}{W} \frac{P}{P} \left\{ 1 - \frac{\left(\frac{\rho_c}{\rho_0} \right)^{\frac{3}{2}}}{\left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{\frac{3}{2}}} \right\} \text{ m/min} \dots\dots\dots (7)$$

ρ_c を知れば此式より任意の高度に於ける上昇速度を計算することを得べし實用上は上昇速度を知るよりも寧ろ任意高度に達する迄に要する時間を知るを便利なりとす故に上昇時間を計算せん

$$w = \frac{dz}{dt}$$

$$t = \int \frac{dz}{w}$$

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \left(1 - \frac{z}{45000}\right)^{\frac{1.3}{3}} \quad \text{とすれば}$$

$$z = 45000 \left\{1 - \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{\frac{3}{1.3}}\right\}$$

$$dz = -45000 \times \frac{3}{13} \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{-\frac{1.0}{3}} d\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)$$

然るに

$$d\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right) = -\frac{d\left(\frac{\rho_0}{\rho}\right)}{\left(\frac{\rho_0}{\rho}\right)^2}$$

なるを以て

$$dz = \frac{135}{13} \times 1000 \frac{d\left(\frac{\rho_0}{\rho}\right)}{\left(\frac{\rho_0}{\rho}\right)^{\frac{1.6}{3}}}$$

$$\frac{dz}{w} = \frac{135 \times 1000}{75 \times 13} \frac{\frac{W}{P}}{\eta} \frac{d\left(\frac{\rho_0}{\rho}\right)}{\left(\frac{\rho_0}{\rho}\right)^{\frac{3}{1.3}} \left\{1 - \left(\frac{\rho_c}{\rho_0}\right)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{\rho_0}{\rho}\right)^{\frac{3}{2}}\right\}}$$

此式を積分したるものは求むる昇騰時間を秒にて表したるものとなる故に時間を分を以て表す爲めに 60 を以て除せば

$$t = \frac{135 \times 1000}{60 \times 75 \times 13} \frac{\frac{W}{P}}{\eta} \int \frac{d\left(\frac{\rho_0}{\rho}\right)}{\left(\frac{\rho_0}{\rho}\right)^{\frac{3}{1.3}} \left\{1 - \left(\frac{\rho_c}{\rho_0}\right)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{\rho_0}{\rho}\right)^{\frac{3}{2}}\right\}} \text{min} \dots\dots\dots (11)$$

今

$$y = \left(\frac{\rho_0}{\rho}\right)^{\frac{1.0}{3}}, \quad a = \left(\frac{\rho_c}{\rho_0}\right)^{\frac{3}{2}} \quad \text{と置けば (11) 式は}$$

$$t(\text{min}) = \frac{3 \cdot \frac{W}{P}}{\eta} \int_0^z \frac{dy}{1 - ay^{1.35}} \dots\dots\dots (12)$$

となる此式を計算して昇騰時間を求むるを得べし

上昇速度及び上昇時間を求むる圖表の製作

(7) 及び (12) 式より w 及び t を算出することは甚だ手数を要するを以て圖表を用ひ簡単に其等の値を見出す方法を考案せり先づ (7) 式の對數を取れば

$$\log w = \log 45 + \log 100 \eta - \log \frac{W}{P} + \log \alpha$$

但し

$$\log \alpha = \log \frac{\rho}{\rho_0} + \log \left\{ 1 - \frac{\left(\frac{\rho_c}{\rho_0} \right)^{\frac{3}{2}}}{\left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{\frac{3}{2}}} \right\}$$

にして α は ρ_c が與へらるれば只高度 z のみの函數なり

然るときは fig A 及び B の如き二つの圖を用ゆれば ρ_c の値を知るとき w の値を圖式に求むるを得

fig A は横軸に高度 z を縦軸に上昇速度 w を表すものなり、尙縦軸には $\frac{W}{P}$ を表はす目盛ありて $\frac{W}{P}=1$ と $w=45$ の點と一致し目盛り下方に増加す

fig B は横軸に z をとり z の函數として ρ_c の種々の値に對する α の値を曲線にて示したるものなり

尙縦軸には推進器の效率 η の目盛を有す

上の A 又は B の内の一方例へば A 圖を透明なる紙上に印刷せよ上昇を推定せんとする飛行機の上昇限は K.K.S. 圖表により求めよ、而して A 圖を B 圖上に重ね其飛行機の $\frac{W}{P}$ の値が η の値と相一致する如く置け然る後其飛行機の上昇限に相當する B 圖上の曲線上の點を A 圖の目盛にて讀む時は各高度に於ける上昇速度を得るなり

次に上昇時間を求むる圖表を製作する爲めに (12) 式の對數をとる

$$\log t = \log 3 + \log \frac{1}{\eta} + \log \frac{W}{P} + \log \beta \dots\dots\dots (14)$$

但し

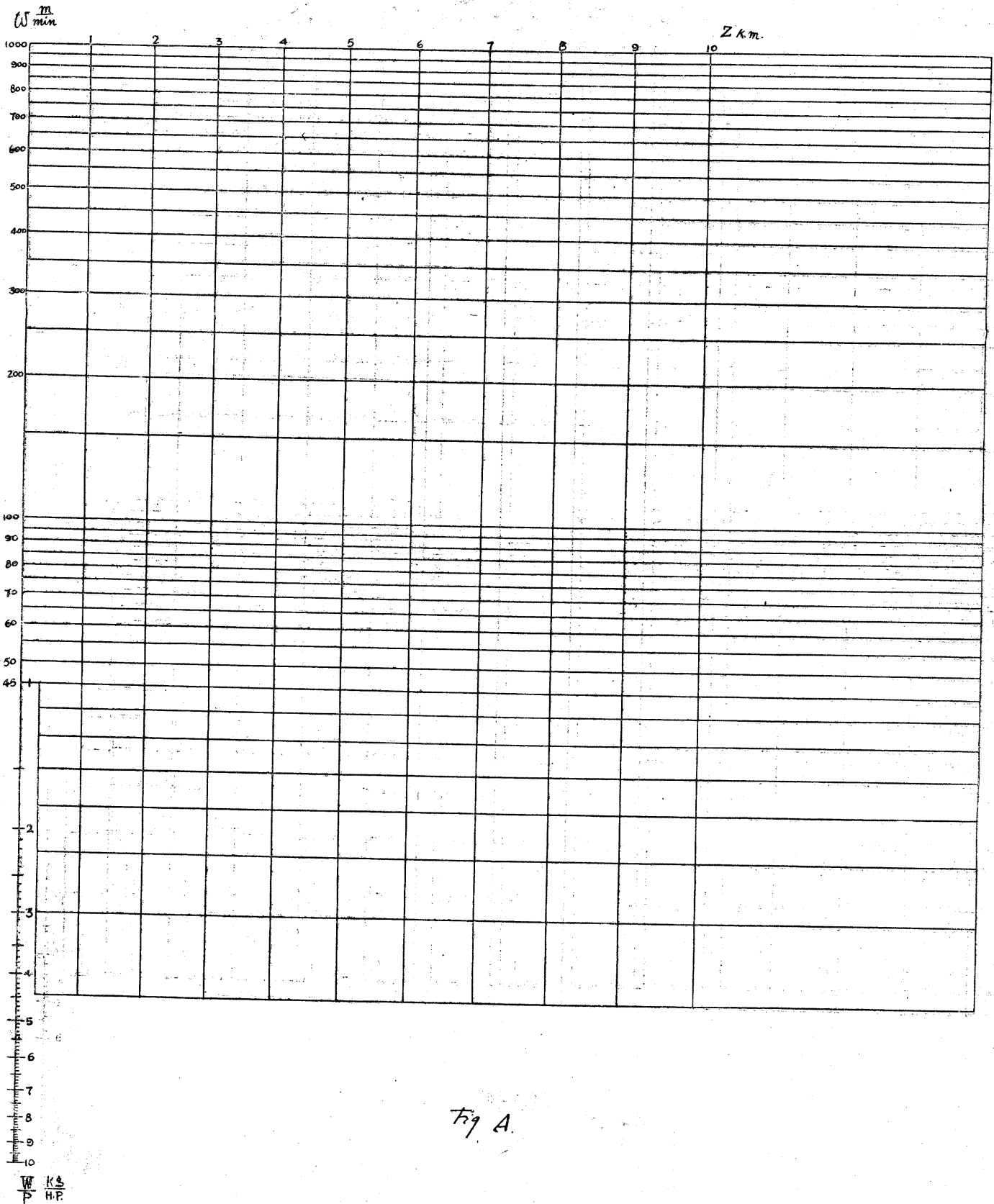
$$\beta = \int \frac{dy}{1 - ay^{1.95}}$$

にして ρ_c が與へられたるときは只高度 z のみの函數なり

fig C は t を横軸に z を縦軸にとりたるものにして横軸上には $t=3$ に相當する點より始まる $\frac{W}{P}$ の目盛あり

fig D は z を縦軸にとり z の函數として種々の ρ_0 に對する β の値を與ふる曲線を畫きたるものなり、尙ほ横軸上には η の目盛を有す、 D 又は C 圖の内の一方例へば C 圖を透明紙上に畫け、而して C, D 圖を重ね上昇率を推定せんとする飛行機の $\frac{W}{P}$ の値と η の値とが一致する如く置け然る後其の飛行機は上昇限に相當する D 圖上の曲線の點を C 圖の目盛にて讀むことにより上昇時間を知ることを得 (終り)

上昇速度推定圖 (I)



上昇速度推定圖(Ⅱ)

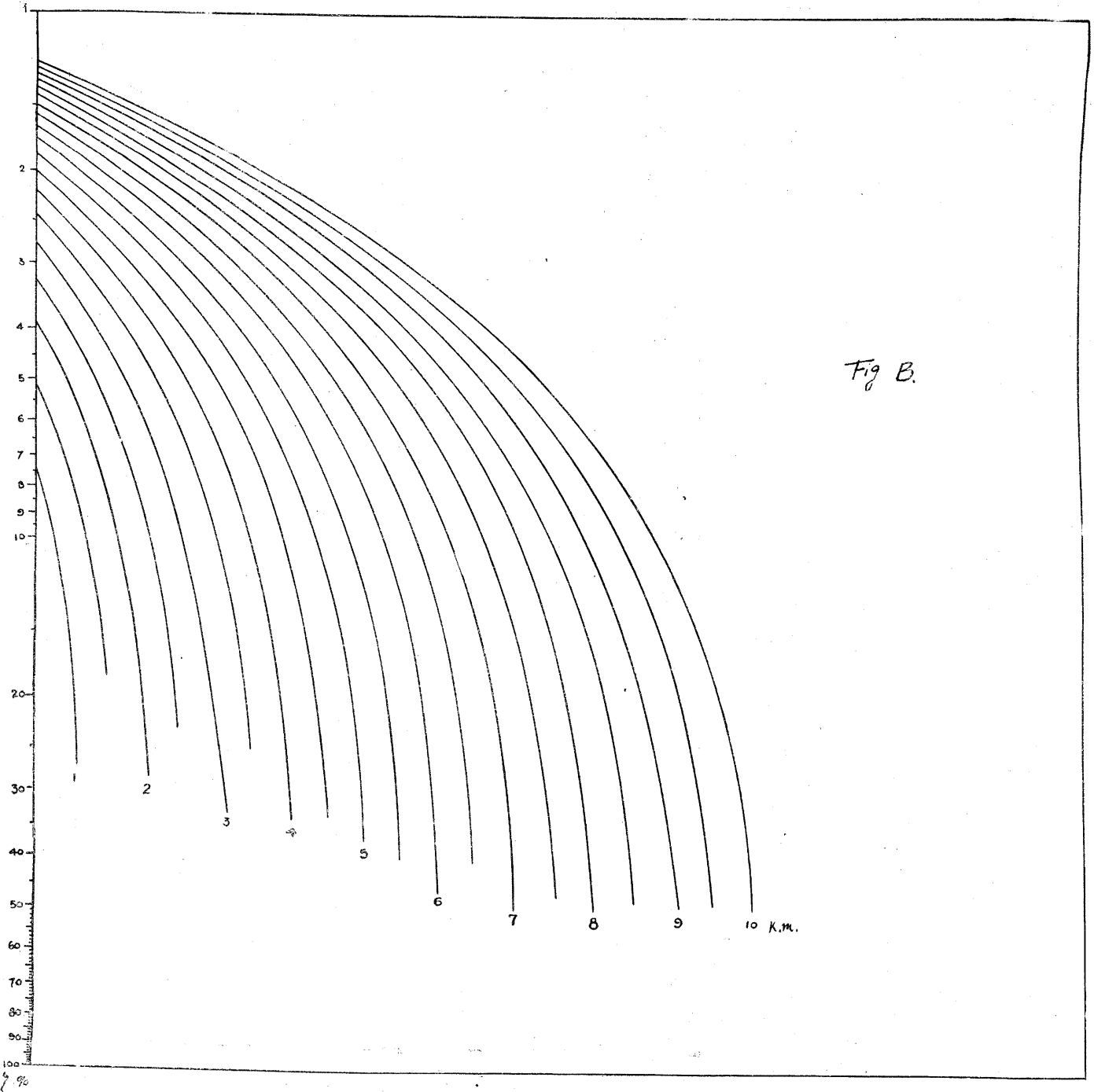
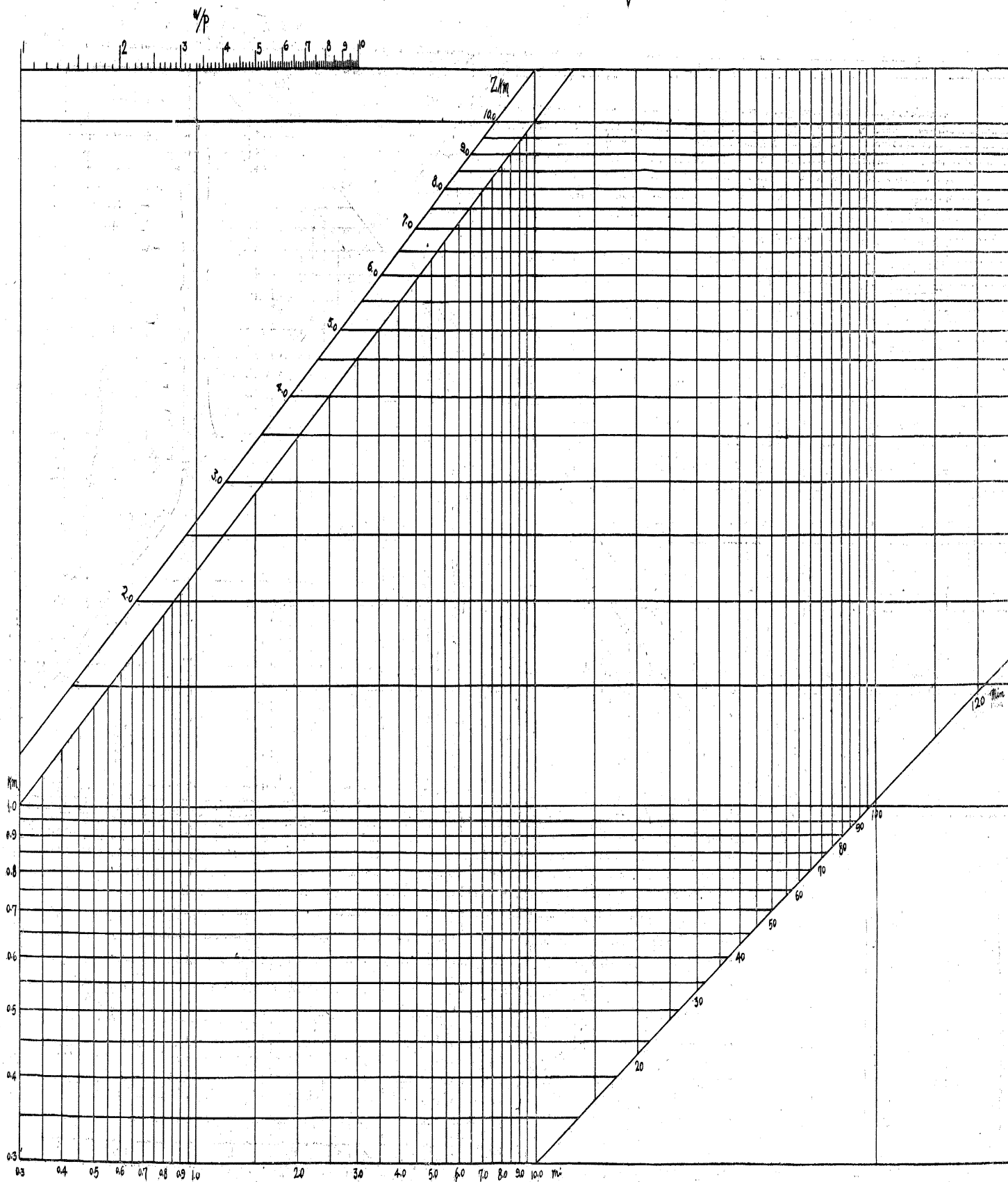


Fig B.

上昇時間推定図 (I) Fig C.



上昇時間推圖 (Ⅱ) *Fig D.*

