Die Schmierung von Öllagern

(A. Michels V. D. I. Bd. 67 Nr. 49. 8 Der. 1923.)

海軍技師　實 吉 金 郎　紹介

此論文は圓い軸が軸承の中に廻轉するとき其等の間に存する潤滑油膜に起る壓力の分布狀態（主として circumferential の）及び由て生ずる力の釣合等に就て少しく理論的に取扱ふものである。

1. Osborn Reynolds の式

二つの平行板の間の液體の層を考へる、二つの板の隔りを h とし、何れかの板例へば下の板が自身に平行に動きつゝあるものとして座標を圖の如くとる。

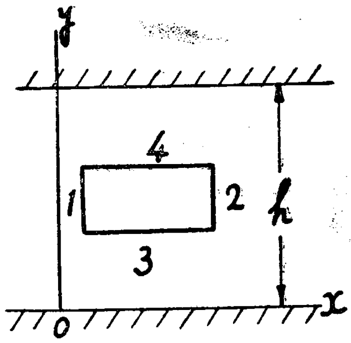

Fig. 1

假定： 1) 液體の慣性に依る影響を省く

2) z 軸の方向（紙面に垂直の方向）の運動なし

液體の微量 $dx \times dy \times 1$ に作用する力を考へる。

こゝに　η＝液體の粘度

V＝運動する板の速度

v＝液體の速度

p＝液體內の壓力

とすれば

側面 1 及 2 に作用する壓力は pdy 及 $-\left(p+\frac{\partial p}{\partial x}dx\right)dy$

從て x 方向に於ける壓力は　$-\frac{\partial p}{dx}dxdy$

側面 3 及 4 には摩擦が起る即ち

$$-\eta\frac{\partial v}{\partial y}dx \text{ 及 } \eta\left(\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}dy\right)dx$$

故に x 方向の力は　$\eta\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}dxdy$

液體の流動が一定であれば $\dfrac{\partial p}{\partial x}=\eta\dfrac{\partial^2 v}{\partial y^2}$ ・・・・・・・・・・・・・・・・(1)

y 軸の方向に運動なき故 $\dfrac{\partial p}{\partial y}=o$

從て $\dfrac{dp}{dx}=\eta\dfrac{d^2 v}{dy^2}$

$$v=\frac{1}{\eta}\frac{dp}{dx}\cdot\frac{y^2}{2}+ay+b \quad\cdots\cdots\cdots\cdots (2)$$

Reynolds の假定に從ひ、板に接する液體の層は板と共に動くものとすれば

$y=o$ なるとき $v=V$ 及 $y=h$ なるとき $v=o$

從て

$$a=-\frac{1}{2\eta}\frac{dp}{dx}h-\frac{V}{h}$$

$$b=V$$

即ち

$$v=V\left(1-\frac{y}{h}\right)-\frac{1}{2\eta}\frac{dp}{dx}yh\left(1-\frac{y}{h}\right) \quad\cdots\cdots\cdots (3)$$

今 x 軸に直角な斷面を單位時間に通過する液體の量を Q とすれば $\dfrac{dQ}{dx}=o$ なる故に

$$Q=\int_o^h vdy=V\frac{h}{2}-\frac{dp}{dx}\frac{h^3}{12\eta}$$

$$\therefore\quad V\frac{dh}{dx}=\frac{Q}{dx}\left(\frac{h^3}{6\eta}\frac{dp}{dx}\right) \quad\cdots\cdots\cdots\cdots (4)$$

$$\frac{h^3}{6\eta}\cdot\frac{dp}{dx}=Vh+c$$

今 $\dfrac{dp}{dx}=o$ なるとき $h=h_o$ とすれば

$$-c=Vh_o$$

從て

$$\frac{dp}{dx}=6\eta V\frac{h-h_o}{h^3} \quad\cdots\cdots\cdots\cdots (5)$$

之が Reynolds の式で今日の諸問題は何れも此式に立脚して論ぜられて居る。

2. 壓力の分布

實際に起る最も重要なものは一つの圓い軸が圓い軸承の中に廻轉する場合である多くの實驗研究も此場合に就て行はれて居るので今こゝには Sommerfeld に從て考へを進める

軸が承軸のの中で或偏心の位置にあるものとする

$$\left.\begin{array}{ll}\text{偏心の量 (eccentricity)} & =e\\ \text{軸の半徑} & =r\\ \text{軸承の半徑} & =R\end{array}\right\}\ \text{とし}$$

$$R-r=\delta \qquad \text{とおけば}$$

$r+h=e\cos\varphi+R$　即ち　$h=\delta+e\cos\varphi$

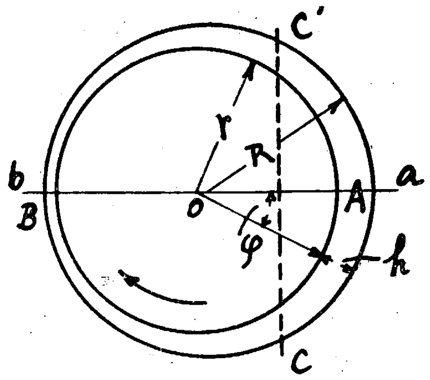

Fig. 2.

(5) に於て　$x=r\varphi$　とすれば

$$\frac{dp}{d\varphi}=6\eta Vr\frac{h-h_o}{h^3}$$

AB 線に對稱の點に於ては h は等しく $\dfrac{dp}{d\varphi}$ も等しい

今 A に於ける壓力を p_o とすれば

$$\left.\begin{array}{l}c\ \text{點に於ける壓力は}\\ p_c=p_o+\displaystyle\int_o^{\varphi}\frac{dp}{d\varphi}d\varphi=p_o+p_1\\ c'\ \text{點に於ける壓力は}\\ p_{c'}=p_o+\displaystyle\int_o^{-\varphi}\frac{dp}{d\varphi}d\varphi=p_o-p_1\end{array}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(7)$$

そこで　$p(\varphi)=p(\varphi+2\pi)$　である故

B に於て　$p(-\pi)=p(\pi)$

從て　　$p_o+p_1=p^o-p_1$　　即ち　$p_1=o$

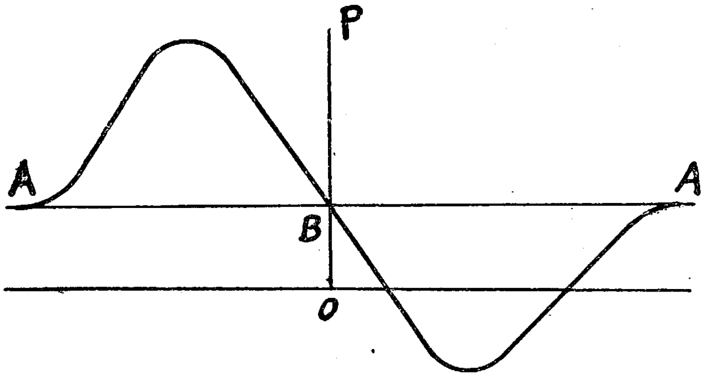

Fig. 3

故に B に於ける壓力も p_o に等し

今壓力の分布を考へれば、A と B との間に最大壓力の點があり其と對稱の位置に最小壓力の點があること第三圖に示す如くなる可きである然るに實際には $+p$ は極めて大きい値をとることあるけれども $-p$ は餘り大きくなり得ず　實驗上測り得た例として $p=0.12$ 氣壓　程度のものである。

斯く軸承の上半部は幾分でも低壓となる爲に外部から氣泡が浸入し油膜を害すること

となり、從て今迄多くの實驗は下部のみに軸承を置いて行ふことを餘儀なくされた。

3. 軸に作用する力

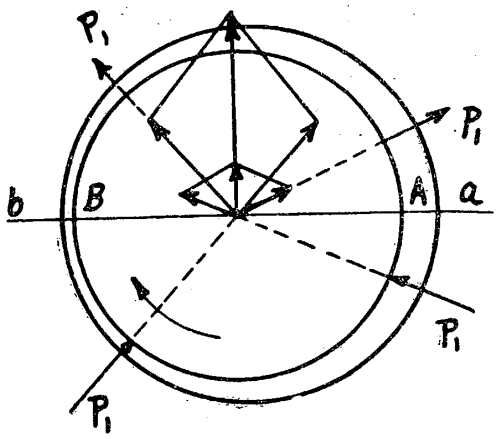

Fig. 4

以下通常の軸承に就て空氣の侵入等ないものとして考へる。軸に作用する力の中 p_0 の總和は零となり。又任意の點の壓力 p_1 は AB に就て對稱の位置に圖の樣な向きに作用し AB に垂直で軸の中心に働く一つの力に合成される。同樣にして軸に作用する全體の力は結極二つの圓の中心を通る線（假に偏心線といふ）に垂直な一つの力で代表されることとなる、斯くして得たものは hydrostatic の力であつて此他に摩擦に基く力が作用する。

今液體の爲に軸の單位表面に超る摩擦を q とする

$$q=\eta\frac{dv}{dy}$$

(3) 式から

$$\frac{dv}{dy}=-\frac{V}{h}-\frac{1}{2\eta}\cdot\frac{dp}{dx}h\left(1-\frac{y}{h}\right)+\frac{1}{2\eta}\cdot\frac{dp}{dx}y \quad \cdots\cdots (8)$$

軸に對して　$y=o$　なる故

$$q=\eta\left(-\frac{V}{h}-\frac{1}{2\eta}\ \frac{dp}{dx}h\right) \quad \cdot (9)$$

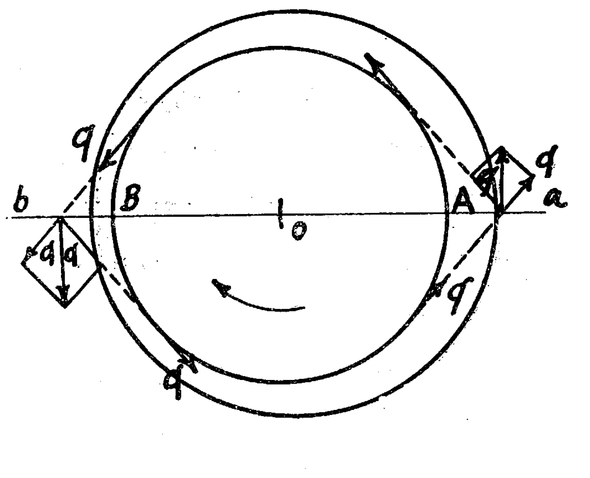

Fig. 5

(5) 及 (9) 式から

$$q=-\eta\ V\frac{4h-3h_0}{h^2} \quad \cdot\cdot (10)$$

圖に於て AB に就て對稱の位置にある點のは摩擦等しく前と全く同樣にして全體の力の合成すれば AB 線上の或點に作用して其に垂直な一つの偶力を得る。

4. 力の釣合ひ

上の樣にして得られた二種類の力と釣合のものは軸に作用する重力と軸を廻轉させる外力とである。

今軸承が正しく水平に置かれ軸には上記の他に力が作用しないものとすれば摩擦と偶力との和は零で、偏心線に垂直な力（之を“Lagerdruck”といふ）のみが殘る。即ち此 System の釣合ひに對しては水平な偏心線と共に垂直な Lagerdruck とを必要とする。

Sommerfeld は此 Lagerdruck の大さを偏心量の函數として求めたのであるが結果だけを記せば

$$P=\frac{6\eta r^2 U}{\delta^2}\beta \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (11)$$

ここに

$$\left\{\begin{array}{l} \beta=\dfrac{2\pi}{\sqrt{a^2-1}}\cdot\dfrac{a^2}{2a-1} \\ \delta=R-r \\ a=\dfrac{\delta}{e} \end{array}\right.$$

$P=$ Lagerdruck,　　$U=$ 廻轉速度

P は廻轉速度、軸承面積及液體の粘度に比例し、又偏心の量と共に或割合で增す。

又　$e=o$　なるとき　$P=o$

實際には必要の P の値に相當する e の大さが定り此 system が釣合ひを得るものと Sommerfeld は云て居る。

今此 systam が釣合ひの狀態に達する筋道及其釣合が安定であるか否かを考へて見る。

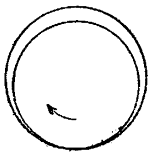
Fig. 6

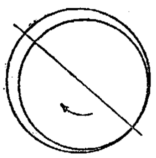
Fig. 7

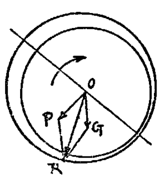

Fig. 8

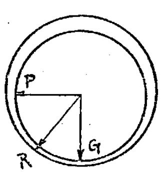

Fig. 9

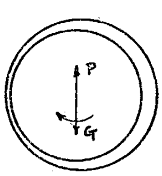

Fig. 10.

第六圖の樣に軸が軸承の中に靜止して居るとき、軸が矢の方向に廻轉し始めるとする。こゝに軸には偶力の他に重力のみが作用するものと考へる。軸及軸承の面は完全に圓滑でないから一時第七圖の樣な位置に來て後其處に滑油あれは廻轉の爲に兩者は互に離れ第八圖の樣になる。斯くて直ちに Lagerdruck P が起るが、此時は上側に壓力が加る爲に偏心線に垂直に下向きに作用する而して重力 G との合力 R が起て軸を動かし第九圖を經て第十圖の樣な位置に來て P と G とが釣合ひ此 system は釣合ひの狀態となる。之は $P<G$ のときの經過であるが、もし $P>G$ であつたとして見れば軸は上に動

き第十一圖の樣になつて R は右に向く。從て軸が右に寄て偏心の量が減る故に P の値が小さくなり軸が一時下方に動く。かくすれば R は再び左方に向ひ偏心の量從て P を大きくする故に軸は上に動き第十圖の樣な位置に戻る。即ち此釣合ひは安定であると考へられる。

もし P に釣合ふ樣な力がない場合には軸は軸承の中で一定の位置を取り得ず不安定の狀態となる理で、之が實驗された例もある。

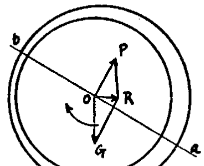

Fig. 11.

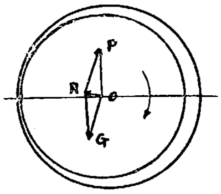

Fig. 12

5. 滑油に壓力を加へる場合。

高速度の軸承には通常壓力を加へて給油する事が多いこれは普通の給油法では油の注口の位置が潤滑の效果を大いに左右するので其不平均を緩和し確實を期する爲である。

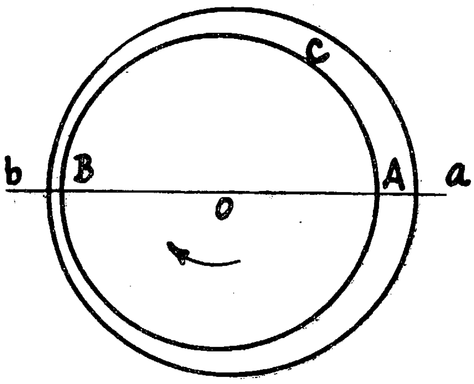

Fig. 13.

第十三圖に於て c に最小壓力の點が存在するとすれば理論上 c に油の注口を持來せば油を壓入する事なしに充分效果を擧げる事が出來る譯であるが實際には最小壓力の點は軸の廻轉速度、油の粘度、從て溫度及軸への荷重等に依て異る故其點を求める事は困難である。

又軸は齒輪調革等の爲に他の力に作用される事が多い。此場合に軸の中心に作用する力の方向が重力と 90° 以上の角を爲す時、即ち水平軸ならば之を水平より上向きに引上げる力がある時は、重力に釣合ふ可き Largerdruck は小さく偏心量も少くて足りる故、軸に偶力のみが作用する場合よりも有利であると云へる、又之に反する場合に不利益となる。例へば第十四圖の樣に調革の爲に軸の中心に K の樣な方向の力が作用するとすれば K と G とは合力 R に釣合ふ可き Largerdruck P が圖の樣に生じ、前に述べた樣な徑路をとつて軸は AB の方向に移動し或偏心の位置を保て釣合ふ。此場合に潤滑を有效にする爲には油の注口は B と C との間に來なければならない、但し實際には A B の方

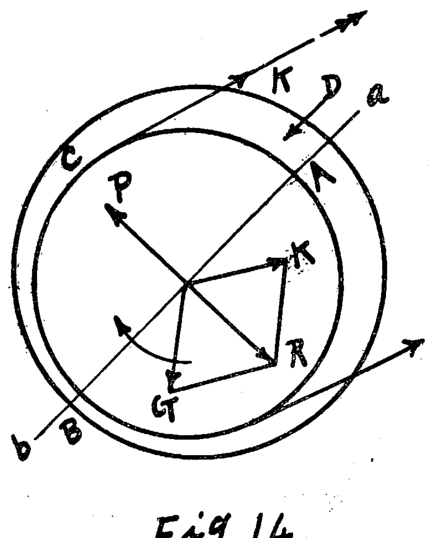

Fig. 14.

向が色々な條件に依て左右されるから最も有效な注口の位置は求めるのに困難である。就中油の粘度は溫度に依りて變り、其溫度は軸承の材料及 fit の程度に關係する。

猶實際には軸承面に種々の油溝を切る事が廣く行はれて居る。此場合に油溝は種々の異る壓力の點を貫くから高壓部の油溝に沿ひ流れ去る故其部分の軸承能力を減ずる結果となる。從て油溝の事實上の效力は一般に信ぜられて居る程度にあるか否か疑問であり少くとも壓力のかゝる側に油溝を切る事は避ける可きであると思はれる。 (終)