

ISSN 1349-113X

JAXA-SP-15-013

宇宙航空研究開発機構特別資料

JAXA Special Publication

第47回流体力学講演会／

第33回航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム論文集

Proceedings of the 47th Fluid Dynamics Conference /
the 33rd Aerospace Numerical Simulation Symposium

開催日：平成27年7月2日（木）～3日（金）

開催場所：東京大学 生産技術研究所

2 July ~ 3 July , 2015

Institute of Industrial Science , the University of Tokyo

2016年3月

March 2016

宇宙航空研究開発機構

Japan Aerospace Exploration Agency

まえがき

今年度の第 33 回航空宇宙シミュレーション技術シンポジウム(ANSS)は、例年通り日本航空宇宙学会空気力学部門委員会による流体力学講演会(流力講演会)との合同開催という形で、東京大学生産技術研究所(東京都目黒区)にて開催し、参加登録人数は 287 名を数えることができました。本年は、ANSS 側、流力講演会側からの特別企画 10 テーマ及び一般講演について 130 件が集まり、さらに、新たな企画として”Aerodynamics Prediction Challenge”と銘うち第 1 回の CFD ワークショップ(APC-I)を立ち上げました。さらに、特別・招待講演につきましては、京都工芸繊維大学の松野謙一教授より「CFD から CFFD へ —数値航空機の実現に向けて—」、東京大学の加藤千幸教授より「京による最新の大規模流体シミュレーション」、Ecole Centrale Paris/EM2C(フランス)の Marc Massot 教授より「Eulerian models for the description of polydisperse sprays : from fundamental issues to industrial applications and HPC」、K.U.Leuven(ベルギー)の Wim Desmet 教授より「Efficient time- and frequency-domain simulation methods for vibro-acoustics and flow acoustics」との題目で最先端の研究成果について貴重な講演を頂きました。

企画セッションとしては、「EFD/CFD 融合技術」、「民間超音速機実現のための空力設計技術」、「非定常空力技術」、「航空宇宙の空力音響技術」、「低レイノルズ数流れ」、「航空宇宙における HPC の動向」、「宇宙輸送を支えるシミュレーション」、「先進流体計測技術」、「デトネーションおよび圧縮性反応流の応用」を設け、各々の技術分野における情報交流の活性化を試みました。また一般発表では、再突入・高温気体、乱流・渦・安定性、超音速流れなどに関する研究発表が多くみられ、シミュレーション技術のみならず、実験・計測による検証により流体现象解明に向けた研究成果が報告され、活発な議論が行われました。また、「航空教育支援フォーラム」と題したパネルディスカッションでは、多くの大学・高専が教育用に利用している JAXA の数値計算ツールに関し、提供者・利用者そして導入に興味のある参加者が一堂に会し、具体事例を踏まえながら、より使いやすい、より教育効果のあるツールを目指して様々な意見が交わされました。

最後に、本シンポジウムの運営に当たり、日本航空宇宙学会空気力学部門委員長の浅井圭介東北大学教授をはじめ同部門委員の方々、並びに日本航空宇宙学会事務局の方々等、関係者各位のご努力に謝意を表します。

平成 27 年 12 月吉日

航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム(ANSS)

運営委員長

柳原 正明

ANSS 運営委員会委員

柳原正明(委員長)、高橋 孝(幹事)、相曽秀昭、青山剛史、阿部浩幸、池田友明、齋藤健一、佐藤 茂、嶋 英志、清水太郎、長谷川進、藤田直行、牧田光正、牧野好和、松尾裕一、村上桂一、村山光宏、山根 敬

目 次

CDF から CFFD へ	1
ー「数値航空機」の実現に向けてー 松野謙一（京都工芸繊維大学）	
Efficient time- and frequency-domain simulation methods for vibro-acoustics and flow acoustics	19
Wim Desmet（K.U.Leuven）	
環状スリットノズルからの二次空気によるジェット騒音低減の試み	29
佐藤寛太／沢田恭兵（東京大学大学院）, 生沼秀司／石井達哉（JAXA）, 金子成彦（東京大学）	
低速度領域におけるバドミントン用シャトルコックの空力特性	35
板倉嘉哉／桑原直弘／古村文音（千葉大学 教育学部）	
スクラムジェットエンジン燃料最適化分布に向けた検討	41
佐藤 茂（宇宙航空研究開発機構角田）, 福井正明（スぺーサービス）, 渡邊孝宏／宗像利彦 （日立ソリューションズ東日本）	
JSS2 システム概要と活用・運用	47
藤田直行（宇宙航空研究開発機構）	
JAXA 新スーパーコンピュータ（SORA-MA）の性能評価	53
高木亮治（宇宙航空研究開発機構 宇宙科学研究所）	
PRIMEHPC FX100 の技術について	59
千葉修一（富士通株式会社）	
Spalart-Allmaras モデルへの標準的乱流モデリングによるアプローチ	65
松尾裕一（JAXA）, 吉澤徹（JAXA 客員）	

翼周り剥離流れ制御におけるシンセティックジェット駆動周波数と流れの不安定周波数の比較	73
阿部圭晃（東大院）／野々村拓（ISAS/JAXA）／藤井孝藏（ISAS/JAXA）	
Re = 30,000 における NACA0012 翼まわりの流れ場の数値計算	79
橋爪俊樹／大竹智久／村松旦典（日本大学大学院理工学研究科航空宇宙工学専攻）	
DNS による高 Mach 数・低 Reynolds 数の球周りの流れ場に対する Mach 数や温度比の影響把握	85
永田貴之（東海大），野々村拓（JAXA/ISAS），高橋俊／水野裕介／福田紘大（東海大）	
高クヌーセン数領域における極超音速希薄流数値解析	91
小澤宇志／鈴木俊之／藤田和央（宇宙航空研究開発機構）	
Weighted Compact Nonlinear Scheme における中心差分および低散逸な重みの適用	97
神谷朋宏（青学大院），朝原誠（青学大），野々村拓（宇宙機構宇宙研）	
PIV 圧力推定における速度データ計測誤差の影響解析シミュレーション	103
松島紀佐／南波遼大／山口銀河（富山大学），加藤裕之（宇宙航空研究開発機構）	
直交格子法における埋め込み境界法と Cut-Cell 法の比較	109
原田基至／今村太郎（東京大学大学院工学系研究科）	
計算格子に斜交する衝撃波の鋸歯状化現象の解析	115
相曾秀昭（宇宙航空研究開発機構航空技術部門数値解析技術研究ユニット）	
ヘリコプタの高速飛行時の空力性能予測	121
菅原瑛明／田辺安忠（（株）菱友システムズ／宇宙航空研究開発機構）	
超音速翼の空力特性に関する平面形状パラメトリックス数値シミュレーション	127
松島紀佐／小林大志（富山大学），金崎雅博（首都大東京），楠瀬一洋（JAXA）	
Multi-fidelity 評価を応用した超音速機エンジン統合設計	133
新井翔／金崎雅博（首都大学東京大学院），牧野好和（宇宙航空研究開発機構）	

超音速翼における空力性能の翼平面形依存性に関する検証	139
岸祐希／金崎雅博（首都大学東京大学院），松島紀佐（富山大学），牧野好和／楠瀬一洋 （宇宙航空研究開発機構）	
火星探査機のエアロシェル空力データベース開発に向けて	145
藤田和央／小澤宇志／高柳大樹／松山新吾／滝沢直美（宇宙航空研究開発機構）	
迎角再突入時での MHD Flow Control に与えるホール効果の影響	147
益田 克己／下澤 雄太／藤野 貴康（筑波大学）	
多様な飛行速度域での MHD Flow Control に及ぼすホール効果の影響	153
下澤雄太／益田克己／藤野貴康（筑波大学）	
火星突入における MHD パラシュート効果を適用した熱防御に関する数値解析	159
高橋知之／益田克己／下澤雄太／藤野貴康（筑波大学）	
表面摩擦抵抗分布の計測	165
栗田 充／飯島秀俊（宇宙航空研究開発機構）	
大気圏再突入時における ESAARD 周りのプラズマ流・電磁波解析	171
中里玲王（北海道大学大学院工学院），高橋裕介／大島伸行（北海道大学大学院工学研究院）	
スーパークリティカル翼における遷音速バフエットの数値解析	177
石田崇／石向桂一／橋本敦／青山剛史（JAXA），竹川国之（菱友システムズ）	
火星着陸探査に向けた大気突入モジュールのエアロシェル開発	183
鈴木俊之／滝沢直美／青木卓哉／石田雄一／小笠原俊男／渡邊泰秀／藤田和央 （宇宙航空研究開発機構）	

CFDからCFFDへ

—「数値航空機」の実現に向けて—

松野謙一

京都工芸繊維大学

共同研究者

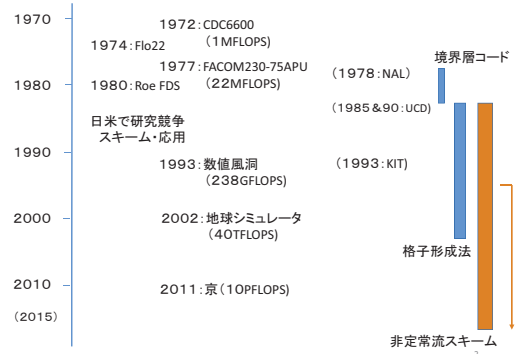
Harry A. Dwyer・山川勝史・浅尾慎一・井ノ本健・石原定典

坂下竜太・吉川俊樹・桂田真亮・河井友梨・渡邊広司・西川めぐみ

小谷亮一郎・山野光一・浅野善正・佐藤泰啓・三原清隆・中川雄策、他多数

1

CFDとコンピュータ（そして私）



1990頃の状況

- 定常問題・ほぼ解決 → 実用化へ
- 非定常問題
 - 本質的に非定常な現象
 - 物体の運動によって引き起こされる非定常な流れ
 - 特に移動境界問題
 - 格子の移動・変形、特に物体境界が大移動する場合
 - 移動格子スキームにたいする保存則、とくに幾何保存則
- 新しい対象 物体(または水滴等の)の分離・合体
 - 対応できるアルゴリズム
 - 格子点の処理

3

非定常流に対するスキーム

- 任意時間精度を保証したスキーム
 - 1987 新しい任意時間精度計算法の提案(AIAA CFD Conf. 89 and 93)
 - アルゴリズムの分離
 - Numerics]C=[Physics] (McCormack)
 - Numerics(スキームを左側)と Physics(右側側)の分離 (Numerics)C=[支配方程式の離散式]
 - 内部反復の導入 (同類: 擬似時間項の付加)
 - 各時間ステップにおいて内部反復を行う
- 移動境界の場合、格子の移動・変形を伴う
 - 1997 移動格子有限体積法の提案
 - 時間・空間を統一した空間にてコントロールボリュームを構成
 - 1999 移動格子有限体積法の展開
 - 格子の消滅・発生、格子点が物体を通り抜ける
 - 2002～ 非構造移動格子有限体積法
 - 格子セルの自由な分割・結合
 - 2007 移動計算領域法への展開

4

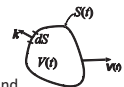
移動格子有限体積法の展開と応用

幾何保存則

- Geometric conservation laws(GCL)
 - Thomas and Lombard(1979)
 - Arbitrary moving grids do not affect the flow field. In other words, numerical methods must be able to reproduce exactly a constant solution on a moving grid.
 - Cell volumes must be closed by its surfaces (the surface conservation law, SCL)
 - The volumetric increment of a moving cell must be equal to the sum of the changes along the surfaces that enclose the volume (the volume conservation law, VCL)

$$V^{n+1} - V^n = \int_{t^n}^{t^{n+1}} \oint_{S(t)} \mathbf{v}(t) \cdot \mathbf{k} dS dt = \sum_i \Delta V_i$$

- The GCL usually means the VCL.
- Both the SCL and VCL might affect the accuracy and stability of the numerical schemes
- To check the GCL, simulate a constant flow field on a moving grid.



6

移動格子有限体積法

$$\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial z} = 0$$

時・空・統一空間における発散形表示

$$\tilde{\nabla} \cdot \tilde{\mathbf{F}} = 0 \quad \tilde{\nabla} = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}, \frac{\partial}{\partial t} \right) \\ \tilde{\mathbf{F}} = (\mathbf{E}, \mathbf{F}, \mathbf{G}, \mathbf{q})$$

時空統一空間におかれたコントロールボリュームについて積分表示

$$\int_V \tilde{\nabla} \cdot \tilde{\mathbf{F}} dV = 0 \rightarrow \oint_S (\mathbf{E}, \mathbf{F}, \mathbf{G}, \mathbf{q}) \cdot (n_x, n_y, n_z, n_t) dS = 0$$

7

移動格子有限体積法

一次元移動格子有限体積法

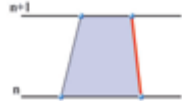
$$\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial x} = 0 \Rightarrow \iint \left(\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial x} \right) dx dt = 0$$
$$\sum_{l=1}^4 (\mathbf{q} n_t + \mathbf{E} n_x) S_l = 0$$
$$\mathbf{q}^{n+1} (nS)_4 + \mathbf{q}^n (nS)_3 + \sum_{l=1}^2 (\mathbf{q} n_t + \mathbf{E} n_x) \frac{1}{2} S_l = 0$$

8

移動格子有限体積法

$$\text{一次元} \quad \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial x} = 0$$

$$\Rightarrow \sum_{l=1}^4 (\mathbf{q} n_l + \mathbf{E} n_l) S_l = 0$$

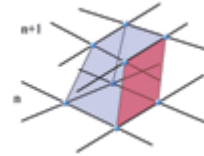


9

移動格子有限体積法

$$\text{二次元} \quad \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial y} = 0$$

$$\Rightarrow \sum_{l=1}^6 (\mathbf{q} n_l + \mathbf{E} n_l + \mathbf{F} n_l) S_l = 0$$

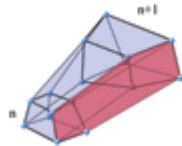


10

移動格子有限体積法

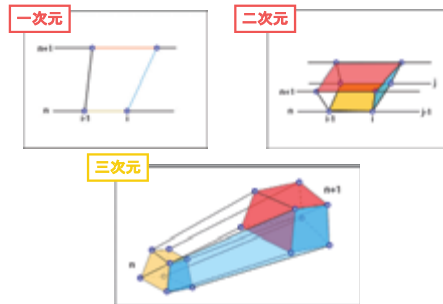
$$\text{三次元} \quad \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial z} = 0$$

$$\Rightarrow \sum_{l=1}^8 (\mathbf{q} n_l + \mathbf{E} n_l + \mathbf{F} n_l + \mathbf{G} n_l) S_l = 0$$



11

移動格子有限体積法



12

計算例

- 圧縮流
 - 非定常流の解適合格子解
- 非圧縮流
 - 心臓拍動流 典型的な移動境界問題

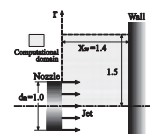
13

Combination of the MGFV method with elliptic adaptive grid method

- High resolution of shock waves; unsteady flow field
- Adaptive grid method : Use of elliptic grid generation method (JCP, 1987, Matsuno-Bwyer)

$$\alpha(\mathbf{r}_{\xi\xi} + P\mathbf{r}_{\xi}) + \beta(\mathbf{r}_{\eta\eta} + Q\mathbf{r}_{\eta}) + \gamma(\mathbf{r}_{\zeta\zeta} + R\mathbf{r}_{\zeta}) + 2\kappa\mathbf{r}_{\xi\eta} + 2\lambda\mathbf{r}_{\eta\zeta} + 2\mu\mathbf{r}_{\xi\zeta} = 0$$

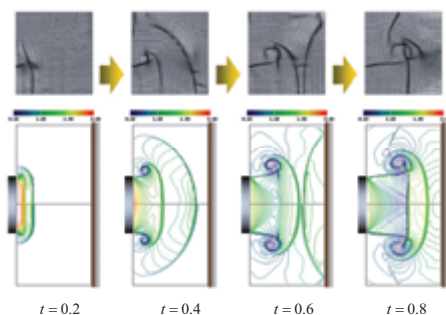
P, Q, R : Control function \Leftarrow Flow information for adapting gridding
- Applied to a flow field of an axisymmetric sonic jet impingement on a flat plat



Axisymmetric sonic jet :
 $p_0 / p_\infty = 3.0, T_0 / T_\infty = 1.0$
 71×76 grid points

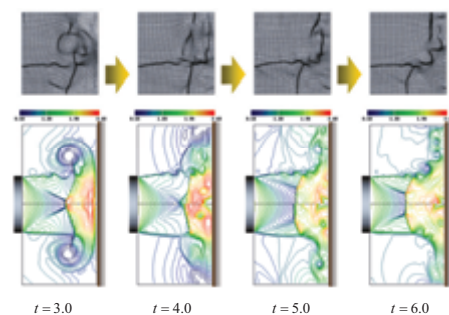
14

Jet impingement : adaptive grid and density contours 1 of 2
 upper: adaptive grid solution, lower: uniform grid solution



15

Jet impingement : adaptive grid and density contours 2 of 2
 upper: adaptive grid solution, lower: uniform grid solution



16

Incompressible flow : Pulsating flow in the heart

- The Navier-Stokes equation for incompressible flow

$$\nabla \mathbf{u} = 0$$

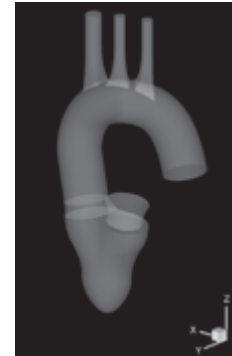
$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla(\mathbf{u}\mathbf{u}) = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{u}$$

- MAC/SMAC
 - Apply the MGV method to the momentum equations written in the conservative form (x,y,z,t)-四次元空間
 - Pressure Poisson equation is solved at (n+1) time step with BICGSTAB method (x,y,z)-三次元空間

17

Pulsating flow in the heart

- Simulation of a pulsating flow using the cardiovascular model which is composed of the left ventricle and the aorta



Iso-surfaces of blood flow speed

18

移動格子有限体積法の特徴から

- 時・空間-統一領域(四次元空間)におけるコントロールボリューム
 - 物理に忠実 ⇔ 完全な保存則
 - コントロールボリュームのn-時間段階の表面積がゼロでも可
 - 格子点の削除が可能
 - 逆に格子点を追加することも可能
 - コントロールボリュームの合併
 - 逆に格子点の結合番号の付け替えも可

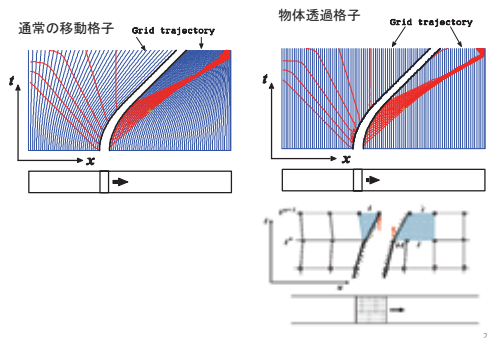
19

格子点の追加と削除

- 物体透過格子
- スライド格子
- 移動埋め込み格子

20

物体透過格子

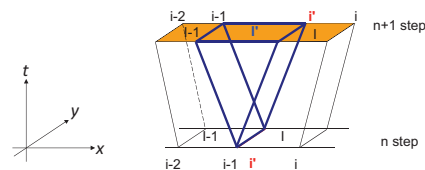


21

格子点の追加

n段階においてi-1番目の格子点にi'番目の格子点を重ね、
n+1段階においてi'番目の格子点を移動させる。

すると新たなi'番目のセルができる。



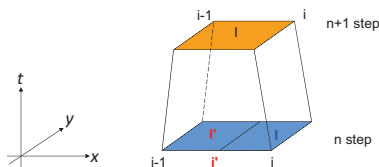
格子点の追加によって
解くべき離散式

$$\mathbf{q}^{n+1}(mS)_6 + \sum_{l=1}^4 \left[(\mathbf{F}_a n_a)^{n+1/2} S_l \right] = 0$$

22

格子点の削除

n段階におけるi'番目とi番目のセルが、
n+1段階において結合されたと考える。
するとn段階におけるi'番目の格子点は、n+1段階では削除される。



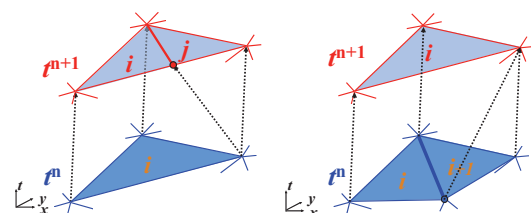
格子点の削除によって
解くべき離散式

$$\mathbf{q}^{n+1}(mS)_6 + \mathbf{q}^n(nS)_5 + \mathbf{q}^n(nS)_5$$

$$+ \sum_{l=1}^4 \left[(\mathbf{F}_a n_a)^{n+1/2} S_l \right] = 0$$

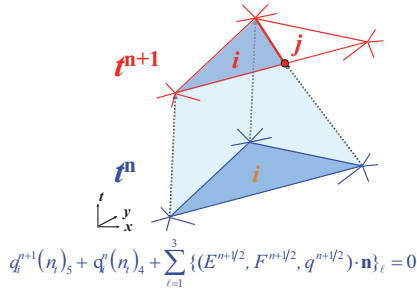
23

非構造格子セルの分割・消去



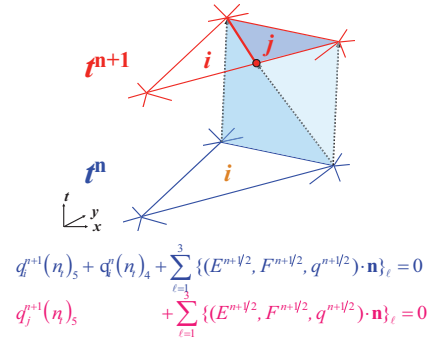
24

格子点追加におけるコントロールボリューム(1)



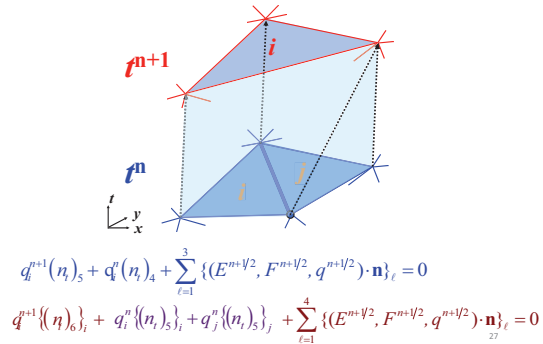
25

格子点追加におけるコントロールボリューム(2)

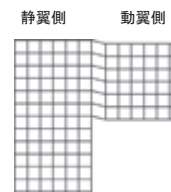


26

格子点消去におけるコントロールボリューム



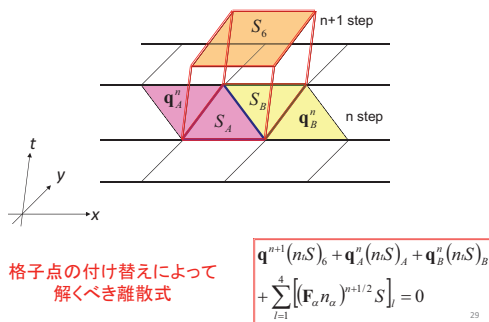
27

スライド
格子

移動するスライド格子法

28

格子点の付け替え



29

スライド格子: タービン翼列流れへの応用

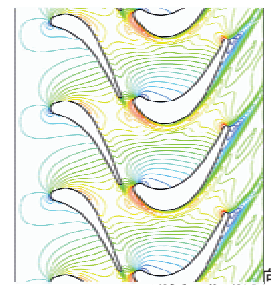
UTRC LSRRタービン
静翼: 22枚, 動翼28枚

流入マッハ数=0.1

動翼の回転速度

 $\omega = 0.1064$

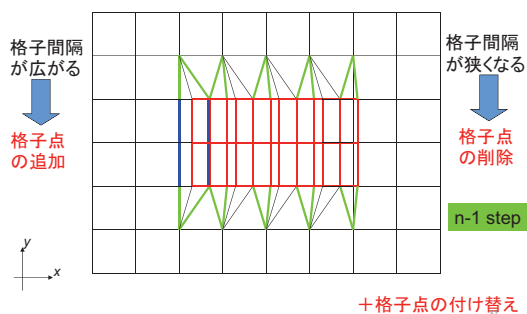
(非粘性計算)



等マッハ数線図 (t=0~t=69.2)

30

移動埋め込み格子法



+ 格子点の付け替え

検証問題

- 幾何保存則を満たしているかどうかの確認
- 計算アルゴリズムの検証 (大移動する角柱周り流れ)

32

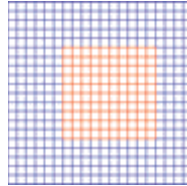
検証一幾何保存則

計算条件

格子点数 21×21
 レイノルズ数 $Re = 100$
 時間刻み幅 $\Delta t = 0.01$
 初期条件(一様流) $u = u_\infty, v = v_\infty, p = p_\infty$
 境界条件 $u = u_\infty, v = v_\infty, p$: 線形外挿

一様流との誤差

$$Error = \max_{i,j} \sqrt{\frac{(u - u_\infty)^2 + (v - v_\infty)^2}{2}}$$

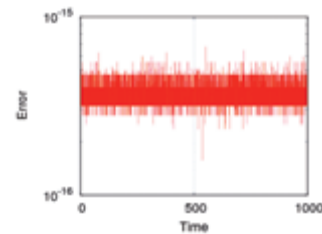


$$u_\infty = v_\infty = 1 \quad p_\infty = 1$$

33

結果: 検証一幾何保存則

一様流との誤差が 10^{-16} のオーダー(マシンゼロ)
 → 幾何保存則を満足



34

検証一角柱周り流れ

大移動する角柱周りの流れの解析



相対的に同じ流れ場になる

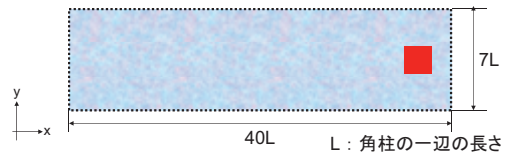
流れ場の比較



35

検証問題2一角柱周り流れ

角柱の動き方



角柱の初期位置: $x_0 = 30L$
 角柱の初期速度: $v_0 = 0$

角柱の速度: $-v_0$
 $0 < t < 10: v_0 = 0.1t$
 $10 < t: v_0 = 1.0$

36

検証一角柱周り流れ

計算条件



格子点数 401×141
 レイノルズ数 $Re = 50$
 時間刻み幅 $\Delta t = 0.01$
 初期条件 $u = 0, v = 0, p = p_\infty$
 $p_\infty = 1$

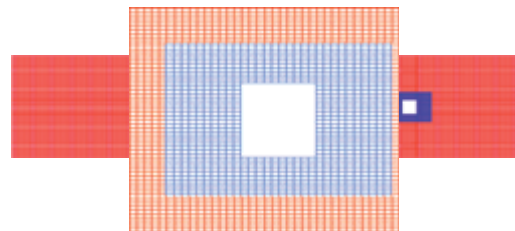
境界条件

壁面 速度: 線形外挿
 圧力: ノイマン型境界条件
 流入 速度: 線形外挿
 圧力: 0次外挿
 流出 速度: 線形外挿
 圧力: 固定($p = p_\infty$)

37

検証一角柱周り流れ

計算格子



格子点の追加・削除は等速運動しているときは
 10 step に1回行われている。

38

検証一角柱周り流れ

計算結果



等速度線図

正の渦度 負の渦度



等圧力線図

Re=50 に相当する双子渦が生成

39

検証一角柱周り流れ

角柱を止めて一様流を流したときの角柱周り流れと比較

t = 30において

角柱を動かした場合

一様流を流した場合

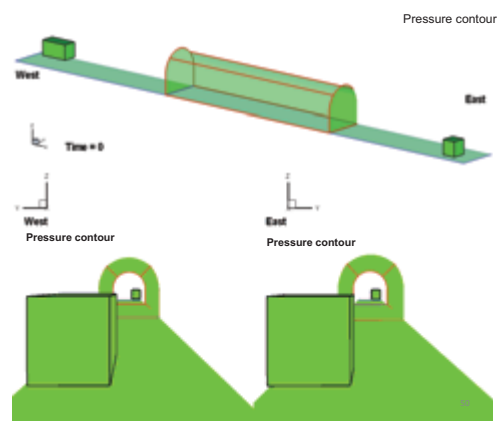
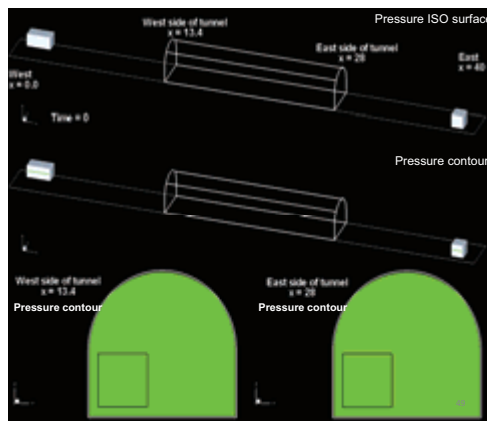


角柱を動かした場合

一様流を流した場合

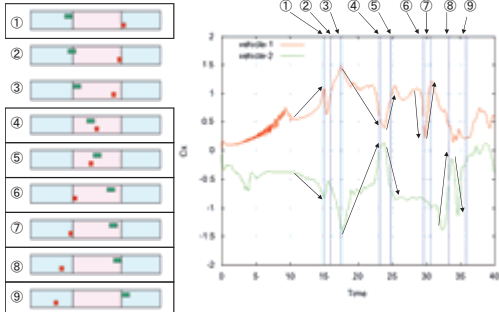


40



抗力係数の時間変化

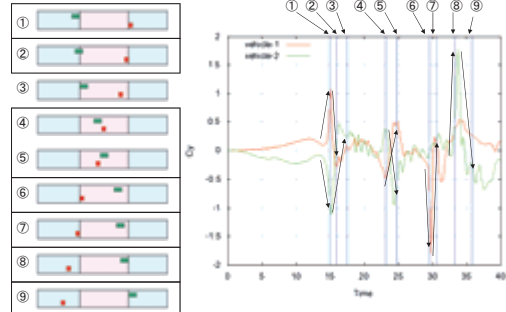
車両モデルとトンネルの位置関係



51

横力係数の時間変化

車両モデルとトンネルの位置関係



52

移動格子有限体積法の展開

- 離陸から着陸まで広大な領域を飛行
 - シミュレーションの対象領域は無限大の3次元空間
 - 移動計算領域法の導入
 - 実際の「計算領域」は飛行機周りの限定された領域（計算領域）
 - 飛行機は、長距離を飛行する（広大な飛行領域）
- ↓
- 飛行機と一緒に計算領域ごと移動させる
Moving Computational Domain approach

53

Moving computational domain (MCD) approach

- To simulate a flow driven by a body moving without limit of computational region size.
- Conventional approach
 - Body moves in a computational domain
- Moving computational domain
 - Computational domain with body inside moves in unlimited region



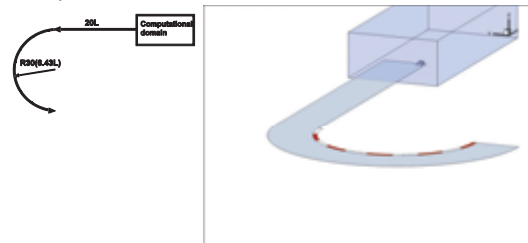
Conventional approach

MCD approach

54

Flow around a car passing through a hairpin curve

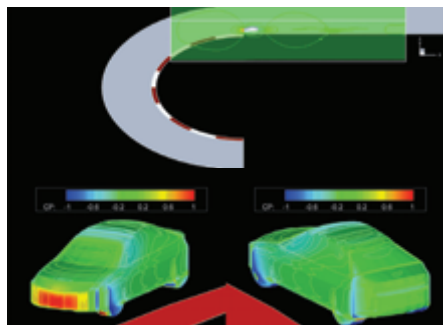
- Computational model:



55



56



57

複数台の走行（RANS・SAモデル）

計算条件(直線走行)

格子点数

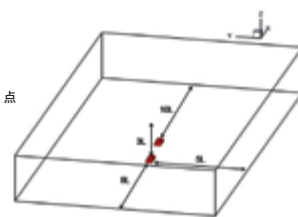
i方向 : 400点
j方向 : 136点
k方向 : 103点
合計 5,603,200 点

計算条件

速度120km/h(代表速度) 相当で
計算領域全体を移動させて解析。
レイノルズ数 1.66×10^6

境界条件

Z軸下面及び車体表面は粘着条件。
タイヤには回転条件。その他はリーマン境界を用いた。
計算領域の移動前方の既知な流れ場 静止流



58

計算結果(直線走行)

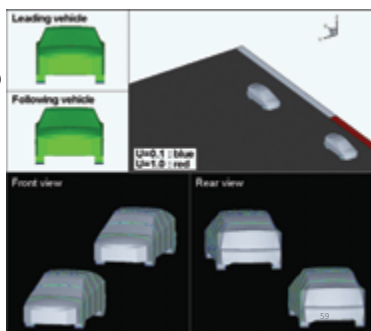
速度等値面

青 : $U = 0.1$ (12km/h)
赤 : $U = 1.0$ (120km/h)

表面圧力及び圧力分布

低 ← 高

先行車に比べ、
後続車は低圧
→ スリップストリーム現象



直線からカーブ走行へ移行する際のシミュレーション

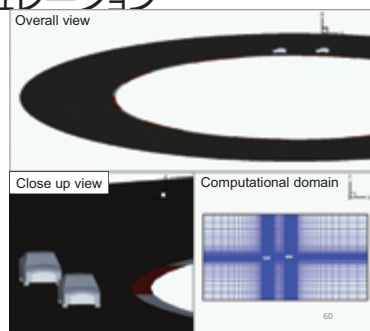
運動条件

R60mで
カーブ走行させる

計算領域を
先行車及び後続車が
カーブの円周の
接線方向を
向くように変化した

計算条件

直線走行時の結果
($t=100$)を初期条件として
用いた



60

計算結果(カーブ走行)

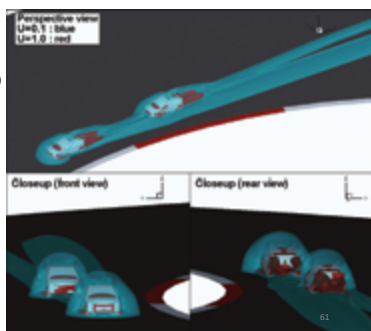
速度等値面

青 : $U = 0.1$ (12km/h)
赤 : $U = 1.0$ (120km/h)

一台の解析時と
同様、旋回流の発生が
確認できた。

回転半径
先行車 < 後続車

速度
先行車 < 後続車



61

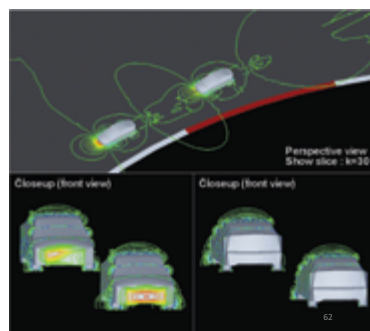
計算結果(カーブ走行)

圧力分布

低 ← 高
車体後方右側の
流れの乱れが
確認できる

後続車右側面

前方から伝播した
流体の影響を
受けている



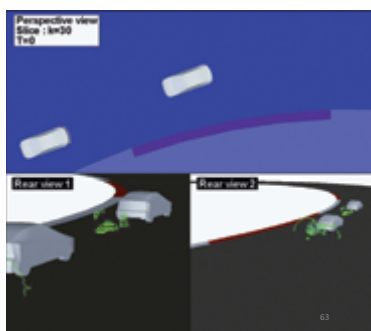
62

計算結果(カーブ走行)

速度勾配テンソルの 第二不変量Q2

上図 : 等高線
下図 : $Q2=25$ の
等値面(茶色)
及び
渦管周りの
圧力等高線

車体右後方に
強い渦の発生
また渦の中心では低圧
であることが確認できる



63

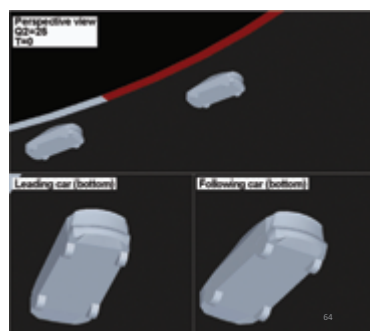
計算結果(カーブ走行)

速度勾配テンソルの 第二不変量Q2

上図 : $Q2=25$ の
等値面(緑色)
下図 : 上図と同様

タイヤ周辺

後方へ渦が伝播
していることが
確認できる



64

結果の考察(直線走行)

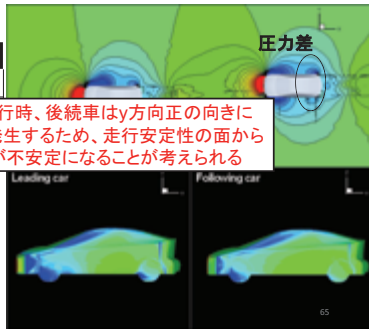
・抗力係数

	C_D
Leading car	0.26
Following car	0.25

・圧力等高線及
表面圧力より
後続車の車体後方に
圧力差

↓ 横力の発生

Following car :
 $C_s = 0.042$



結果の考察(カーブ走行)

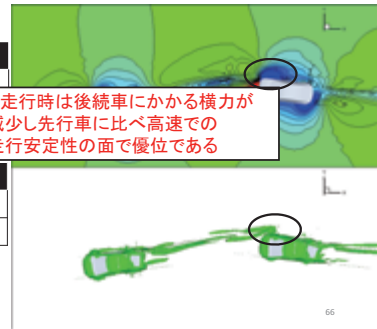
・抗力係数

	C_D
Leading car	0.25
Following car	0.25

・横力係数

	C_s
Leading car	-0.21
Following car	0.055

車体右側面において
負圧領域の拡大



そして CFD から CFFD へ

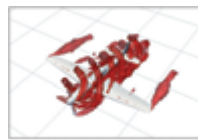
「数値風洞」(1990年代)

から

「数値航空機」

最終ゴール

「数値実地飛行試験」



67

前段階

- あらゆる飛行状態の流れシミュレーション
 - ・予め運動軌道を与えた状態での流れシミュレーション
 - ・物体の運動によって引き起こされる流れ・相互干渉
- 流体力学・運動力学連成シミュレーション
 - ・流体力学方程式
(移動格子有限体積法・移動計算領域法)
 - ・圧縮流 / 非圧縮流
 - ・構造格子 / 非構造格子
 - ・層流 / 乱流(RANS・LES)
 - ・6自由度運動方程式

68

シミュレーション例

- ・離陸・上昇・旋回・下降・着陸シミュレーション
- ・ティルトロータ機の飛行シミュレーション
- ・紙ヒコーキの飛行シミュレーション
 - ・重力と空力との連成シミュレーション
 - ・実験との比較検証
- ・「ブーメラン」飛行シミュレーション
 - ・6自由度運動方程式との連成シミュレーション
 - ・実験との比較検証

69

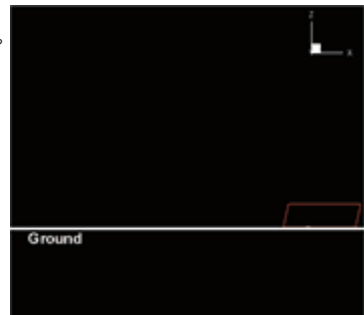
離陸から上昇運動する際のシミュレーション

運動条件

飛行機が静止した状態から
加速開始

滑走路79m地点で
一定速度となり上昇開始

その後上昇角10°を保ち
一定速度で上昇



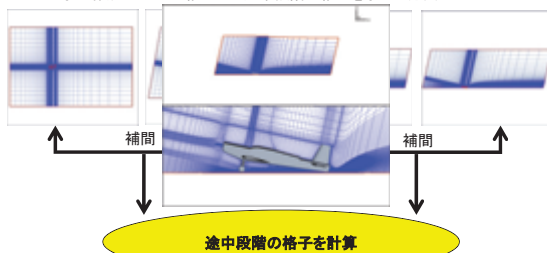
飛行機の移動とともに計算格子も変形

70

離陸から上昇運動する際のシミュレーション

・格子モーフィング

予め作成した2つの格子から途中段階の格子を求める方法



71

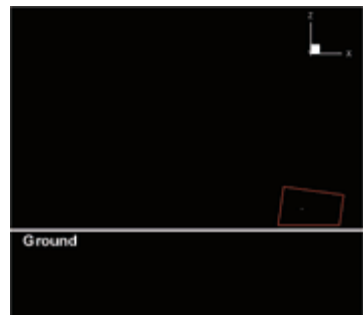
下降運動から着陸する際のシミュレーション

運動条件

飛行機を3°で下降運動

飛行機が着陸後、減速

滑走距離156mで静止

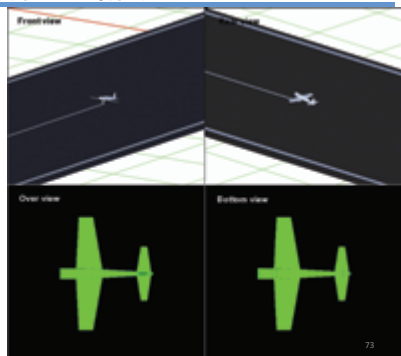


飛行機の移動とともに計算格子も変形

72

計算結果(離陸から着陸)

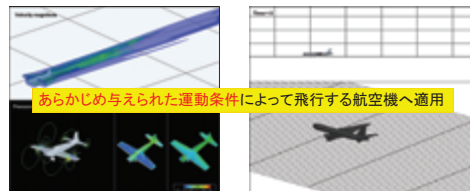
速度等値面
Blue : $U=0.1$
Red : $U=0.3$



73

■移動計算領域法を用いた計算例

- ・小型飛行機のアクロバット飛行シミュレーション
- ・エンジンナセルを含む航空機の飛行シミュレーション etc..



小空機のアクロバット飛行シミュレーション (小空)

エンジンナセルを含む航空機の飛行シミュレーション (松田)

74

オスプレイの飛行シミュレーション

エンジンナセル60度から0度への転換飛行

計算条件

初期条件

$$\rho = 1.0 \quad p = 1.0/\gamma$$

$$u = 0.0 \quad v = 0.0 \quad w = 0.0$$

境界条件

対称面 : シンメトリ境界

外部境界 : リーマン境界

物体表面 : 移動反射境界

移動条件

ローターの回転数 397rpm

(1) エンジンナセル60度でのホバリング

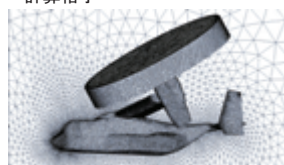
(2) $v = 0.15(183\text{km/s})$ まで加速し
エンジンナセル60度での直進飛行

(3) $v = 0.30(366\text{km/s})$ まで加速しながら
エンジンナセルを0度まで転換

75

オスプレイの飛行シミュレーション

計算格子



胴体

回転翼

・半截形状

・エンジンナセル30度で格子生成し、
60度まで転換したものを初期格子

・計算領域は半径15の球

要素数 胴体 : 1108424

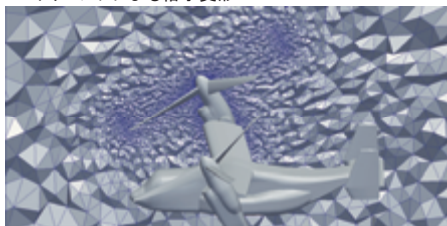
回転翼 : 477301

合計 : 1585725

76

オスプレイの飛行シミュレーション

モードチェンジによる格子変形



エンジンナセルが $d\theta$ 回転時、全空間格子を $d\theta/2$ 強制的に回転

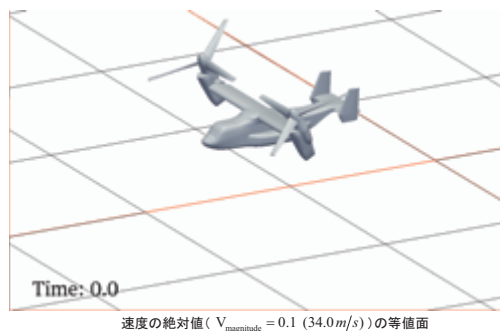
→ 格子変形の負荷を空間全体に分散

77

シミュレーション結果

$t < 65$ エンジンナセル60度でのホバリング

78



速度の絶対値 ($V_{\text{magnitude}} = 0.1 (34.0\text{m/s})$) の等値面

79



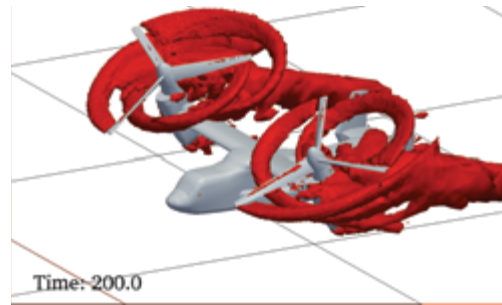
圧力の等高線 (回転軸部分の断面)

80

シミュレーション結果

200 < t 航空機モードへの転換

81

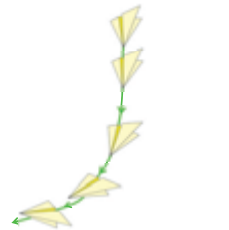
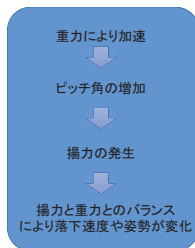


速度勾配テンソルの第二不変量 Q の等値面

82

紙ヒコーキの落下運動

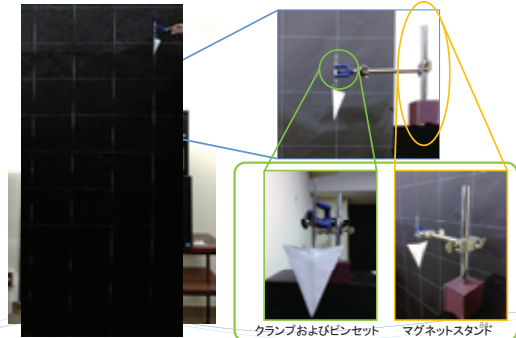
◆ 静止した状態から鉛直真下に紙ヒコーキを落下させる。



83

実験

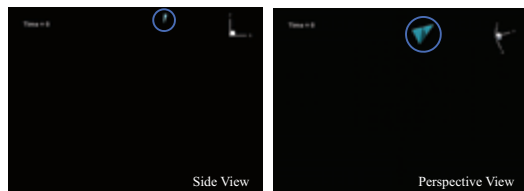
◆ 紙ヒコーキの落下飛行実験



クランプおよびピンセット マグネットスタンド

紙ヒコーキの軌道

■ 紙ヒコーキの運動の軌跡



紙ヒコーキは静止した状態から、重力の影響により徐々に加速しており、加速とともにピッチ角が増加している。ピッチ角の増加により失速するように飛行している。

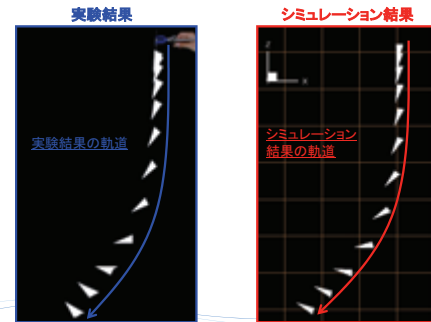


後縁にひねりを加えた紙ヒコーキモデル

84

実験との比較

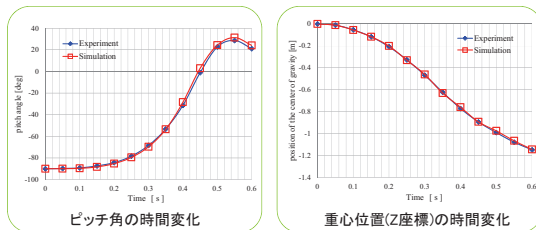
◆ 実験結果とシミュレーション結果の比較



85

紙ヒコーキ: 実験との比較

◆ 実験結果とシミュレーション結果の比較

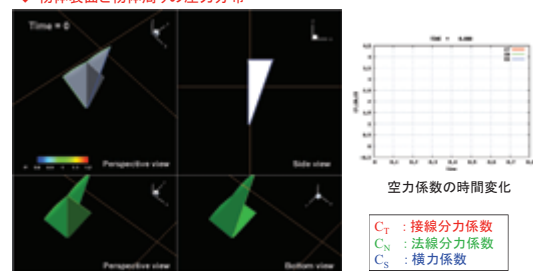


ピッチ角の時間変化をしてみると、初期条件における -90° から徐々にピッチ角が増加し時刻0.5付近における失速に伴うピークまで実験結果と良好な一致が得られた。シミュレーション結果と実験結果との値を比較したところ、ピッチ角の誤差が最大で4.5%、重心位置の誤差が最大で3.9%となっており、良好に一致していることを確認した。

87

紙ヒコーキ

◆ 物体表面と物体周りの圧力分布



空力係数の時間変化

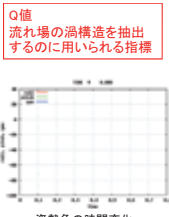
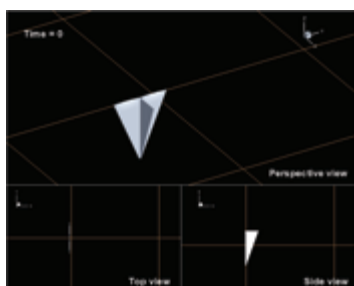
C_T : 接線分力係数
 C_N : 法線分力係数
 C_S : 横力係数

ピッチ角の増加に伴い、翼の上面と下面で圧力差が生じており、この圧力差により揚力を得ている。空力係数の時間変化から、ピッチ角の増加に伴い法線分力係数にピークが見られる。

88

紙ヒコーキ

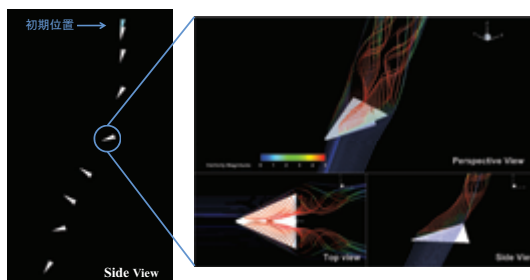
◆ 速度勾配テンソルの第二不変量(Q値)の等値面図



翼の上面においてQ値の変化
が見られることから、ピッチ角
が大きくなる事により渦が発生
していると考えられる。

89

紙ヒコーキ



迎角の増加により、翼上面において大きな双子渦が発生している
落下飛行に伴う、流れ場の渦構造を捉えることが出来た

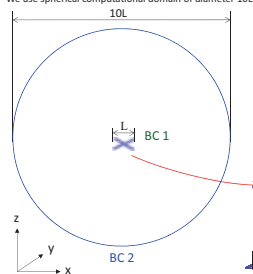
90

Boomerang's Flight 1

I explain the numerical simulation of boomerang's flight.

Computational Domain

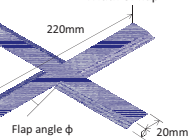
We use spherical computational domain of diameter 10L.



Conditions of Air and Boomerang

We use the following computational conditions.

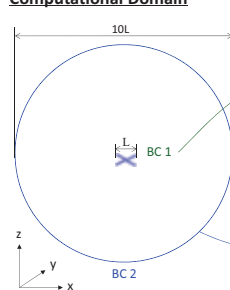
Air	Density	: 1.2kg/m ³
	Viscosity	: 1.8*10 ⁻⁵ Pa*s
Boomerang	Length of wing	: 220mm
	Initial velocity	: 5m/s
	Reynolds number	: 73,333
	Weight	: 5g
	Thickness	: 0.5mm
	Width of wing	: 20mm
	Width of flap	: 10mm



P91 / 36

Boomerang's Flight 2

Computational Domain



Boundary Condition

We use the following boundary conditions.

BC 1	Type	: Wall Boundary (Boomerang)
	Velocity	: Fixed to Velocity of boomerang
	Pressure	: Neumann boundary condition

BC 1 is the wall boundary of the boomerang.
The velocity is fixed to the velocity of the boomerang.
Neumann boundary condition for the pressure.

BC 2	Type	: External Boundary
	Velocity	: Fixed to $u=v=w=0$
	Pressure	: Neumann boundary condition

BC 2 is the external boundary.
The velocity is fixed to $u=v=w=0$
Neumann boundary condition for the pressure.

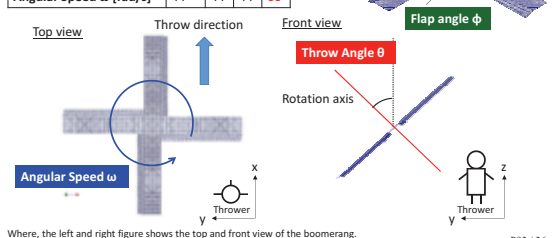
P92 / 36

Boomerang's Flight 3

We perform the numerical simulation of boomerang's flight different in conditions, flap angle, throw angle, angular speed.

Computational Conditions

Case	#1	#2	#3	#4
Flap angle ϕ [deg]	10	10	20	10
Throw Angle θ [deg]	60	45	60	60
Angular Speed ω [rad/s]	44	44	44	66



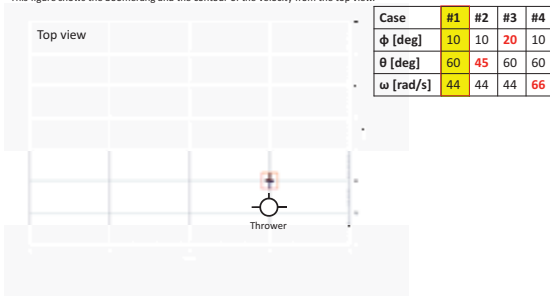
P93 / 36

Boomerang's Flight 4

We show the result of the simulation of case 1.

Result of Case 1

This figure shows the boomerang and the contour of the velocity from the top view.

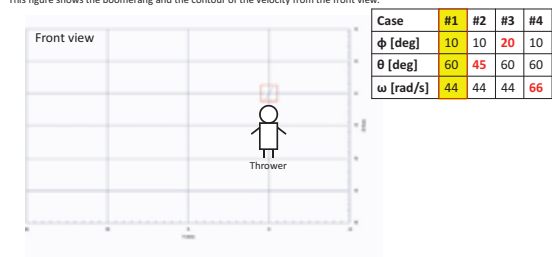


P94 / 36

Boomerang's Flight 5

Result of Case 1

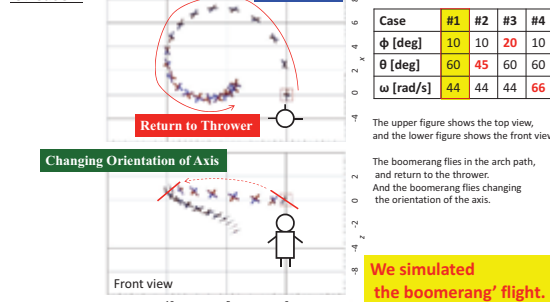
This figure shows the boomerang and the contour of the velocity from the front view.



P95 / 36

Boomerang's Flight 6

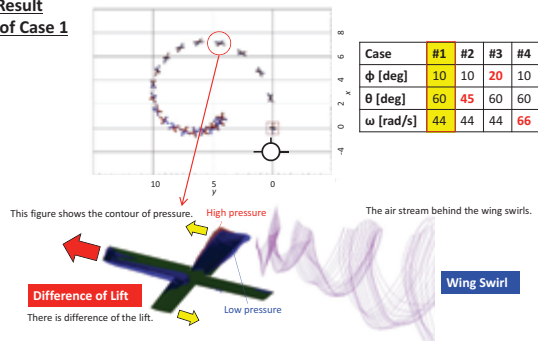
Result of Case 1



P96 / 36

Boomerang's Flight 7

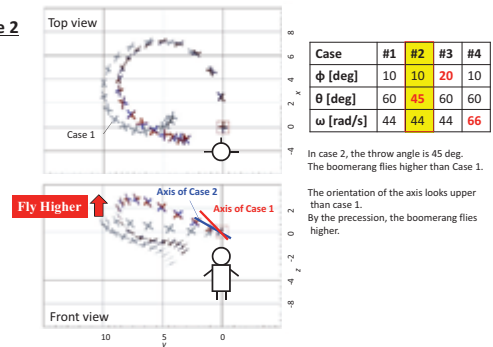
Result of Case 1



P97 / 36

Boomerang's Flight 8

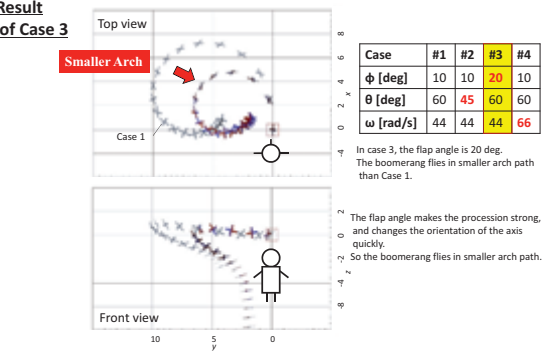
Result of Case 2



P98 / 36

Boomerang's Flight 9

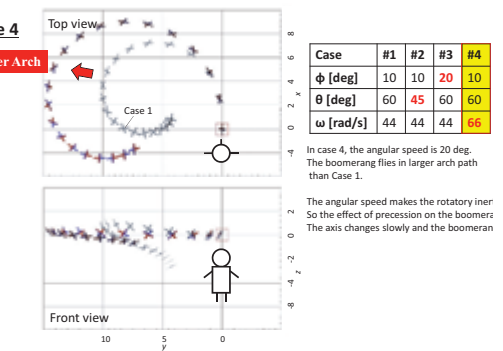
Result of Case 3



P99 / 36

Boomerang's Flight 10

Result of Case 4



P100 / 36

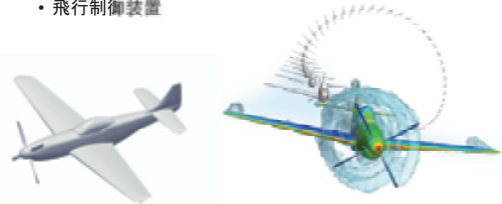
いよいよ CFFD へ

Computational Fluid-Flight Dynamics 「数値航空機」

101

「数値実地飛行試験」

- 「数値航空機」のプロトタイプ開発
 - 推進装置
 - 飛行制御装置



102

航空機

■航空機のダイナミクス

一方、航空機は可動な構造部分を自在に操ることで飛行を実施する

動力装置

- ジェットエンジン
- プロペラ・ローター

飛行操縦系統

- 操縦装置
- 主舵面(動翼)
昇降舵, 方向舵, 補助翼
- 2次舵面
フラップ, スポイラー, タブ



<http://kotobank.jp/word/>

可動な構造部分を計算に取り入れなければ様々な飛行を実施できない

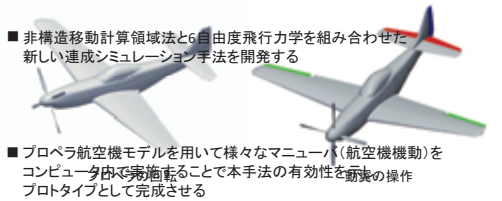
103

目標

- 飛行力学による飛行を可能にするため、プロペラ航空機のダイナミクス(プロペラ, 動翼の操舵)を再現する移動格子法を構築する

- 非構造移動計算領域法と6自由度飛行力学を組み合わせた新しい連成シミュレーション手法を開発する

- プロペラ航空機モデルを用いて様々なマニューバ(航空機機動)をコンピュータ内で実施することで本手法の有効性を示すプロトタイプとして完成させる



104

航空機の運動の基礎方程式

基礎方程式

並進運動(位置)

ニュートンの運動方程式

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \mathbf{f}$$

$$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} m\dot{x} \\ m\dot{y} \\ m\dot{z} \end{bmatrix}, \mathbf{f} = \begin{bmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z - mg \end{bmatrix}$$

 m

: 質量

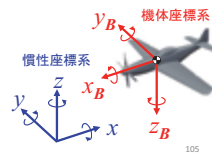
 r_x, r_y, r_z : 物体の重心位置 (x, y, z) f_x, f_y, f_z : 流体力 (x, y, z) g : 重力加速度 $I_{x_B}, I_{y_B}, I_{z_B}$: 慣性モーメント (x_B, y_B, z_B) $\omega_{x_B}, \omega_{y_B}, \omega_{z_B}$: 角速度 (x_B, y_B, z_B) $N_{x_B}, N_{y_B}, N_{z_B}$: トルク (x_B, y_B, z_B)

回転運動(姿勢)

オイラーのモーメントの方程式

$$\frac{d\mathbf{L}_B}{dt} + \boldsymbol{\omega}_B \times \mathbf{L}_B = \mathbf{N}_B$$

$$\mathbf{L}_B = \begin{bmatrix} I_{x_B} \omega_{x_B} \\ I_{y_B} \omega_{y_B} \\ I_{z_B} \omega_{z_B} \end{bmatrix}, \boldsymbol{\omega}_B = \begin{bmatrix} \omega_{x_B} \\ \omega_{y_B} \\ \omega_{z_B} \end{bmatrix}, \mathbf{N}_B = \begin{bmatrix} N_{x_B} \\ N_{y_B} \\ N_{z_B} \end{bmatrix}$$



105

機体座標系と慣性座標系

基礎方程式

離散化手法

Clank-Nicolson法

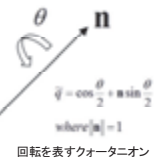
機体座標系 R_B から慣性座標系 R への座標変換

$$\mathbf{R}^{n+1} = \mathbf{A}^{n+1} \mathbf{R}_B^{n+1} + \mathbf{r}^{n+1}$$

姿勢 位置

◆クォータニオン(Quaternion)

$$\tilde{\mathbf{q}} = (q_0, q_1, q_2, q_3)$$



回転を表すクォータニオン

◆クォータニオンの時間微分

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & -\omega_x & -\omega_y & -\omega_z \\ \omega_x & 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_y & \omega_z & 0 & -\omega_x \\ \omega_z & -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix}$$

◆方向余弦行列 \mathbf{A}^{n+1}

$$\mathbf{A}^{n+1} = \begin{bmatrix} q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 & 2(q_1q_2 - q_0q_3) & 2(q_1q_3 + q_0q_2) \\ 2(q_1q_3 + q_0q_2) & q_0^2 - q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 & 2(q_2q_3 - q_0q_1) \\ 2(q_2q_3 - q_0q_1) & 2(q_2q_3 - q_0q_1) & q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 \end{bmatrix}^{n+1}$$

流体と運動の連成

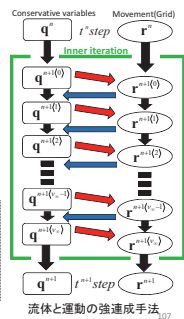
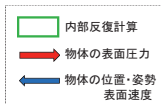
基礎方程式

強連成手法

- 流体と運動を同時に反復計算する手法
- 時間精度が良く、安定した収束解が得られる



非構造移動格子有限体積法の
内部反復計算に運動方程式を連成



流体と運動の強連成手法

107

計算モデル

プロペラ航空機の
ダイナミクス

航空ショーなどで活躍するプロペラ航空機P-51マスタングを採用



P-51 マスタング

<https://www.flickr.com/>

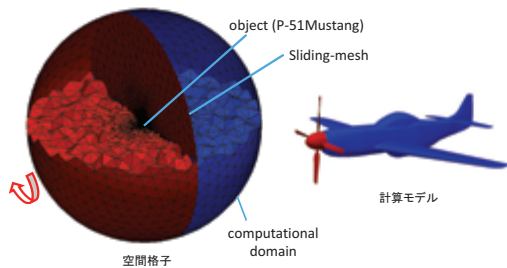
108

プロペラの回転

プロペラ航空機の
ダイナミクス

計算領域分割

プロペラ部と胴体部を平面で領域分割し、プロペラ部のみに回転運動を与える
スライド面でスライディングメッシュ法を適用する



空間格子

computational domain

計算モデル

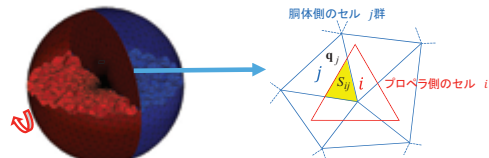
109

プロペラの回転

プロペラ航空機の
ダイナミクス

スライディングメッシュ法

領域界面のスライド面で保存量の補間を行う手法



仮想セルの保存量

$$q_{ghost\ i} = \frac{\sum_{j \in \text{隣接セル}} q_j S_{ij}}{\sum_{j \in \text{隣接セル}} S_{ij}}$$

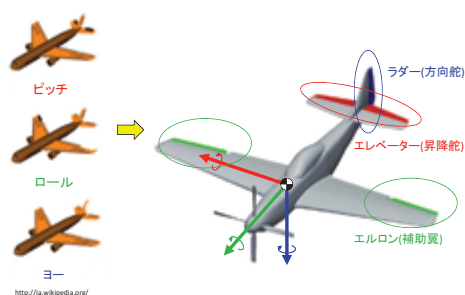
$\sum_{j \in \text{隣接セル}} q_j S_{ij}$: セル*i*に隣接するセル*j*の総和
 $\sum_{j \in \text{隣接セル}} S_{ij}$: セル*i*とセル*j*の隣接面積
 q_j : 隣接セル*j*の保存量

110

動翼の操舵

プロペラ航空機の
ダイナミクス

自由な飛行運動の為には操縦が必要



ピッチ

ロール

ヨー

<http://ja.wikipedia.org/>

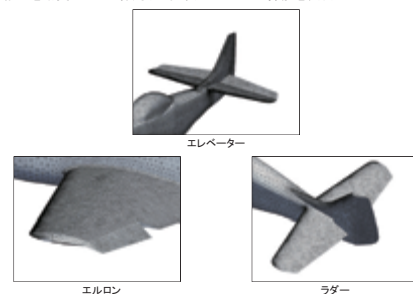
111

動翼の操舵

プロペラ航空機の
ダイナミクス

表面格子変形

表面格子を動翼のヒンジ線周りに回転させることで操舵を表現



エレベーター

エルロン

ラダー

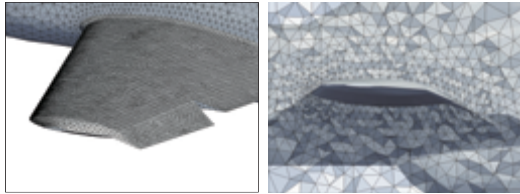
112

動翼の操舵

プロペラ航空機の
ダイナミクス

ねじりバネ移動格子法

表面格子の変形時、空間格子をねじりバネとして扱うことで格子の大変形が可能



表面格子

空間格子(断面)

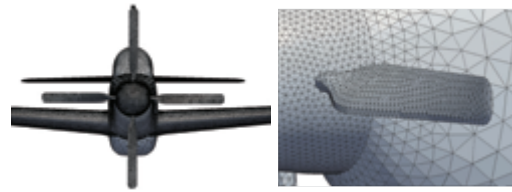
補助翼の動作に伴う表面・空間格子の変形

113

可変プロペラピッチ

プロペラ航空機の
ダイナミクス

ブレードのピッチを高速時には大きく、低速時には小さくして、プロペラの効率を高める空間格子変形にはねじりバネ移動格子法を用いる



表面格子の変形による可変プロペラピッチの再現

114

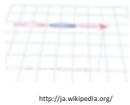
マニューバ(航空機機動)

アクロバット飛行
シミュレーション

本連成計算手法の応用として以下の3つのマニューバの再現を試みる

エルロンロール

ロール



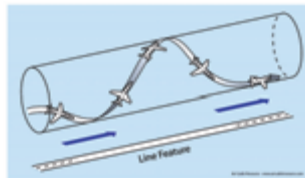
宙返り

ピッチアップ



バレルロール(高難易度技)

ロール+ピッチアップ



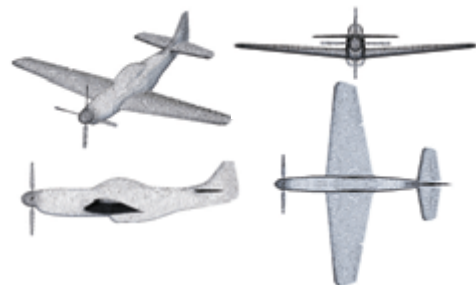
2自由度同時回転はオイラー角では再現できない

115

計算条件

アクロバット飛行
シミュレーション

■表面格子



計算モデルの表面格子(要素数68,255)

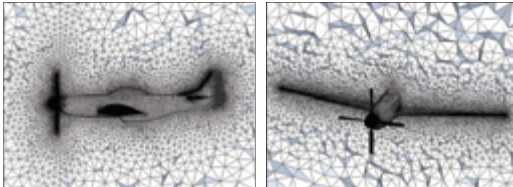
116

計算条件

アクロバット飛行
シミュレーション

■空間格子

要素数1,612,350. 計算領域は機体翼幅を1として直径30の球



計算モデルの空間格子(断面図)

■重心

空力平均翼弦の25%の位置(25%MAC)

■慣性モーメント

エンジン、燃料タンク、外皮から構成されると仮定して算出

117

計算条件

アクロバット飛行
シミュレーション

■初期条件

0.45(551km/h)で十分に直進飛行させた状態

■境界条件

- ・外部境界 : リーマン境界
- ・物体表面 : 反射境界
- ・スライド面 : スライド境界条件

■動翼の操作

- ・ $t \leq 100$ 無操舵
- ・ $t > 100$ 各マニューバに応じた操舵

■プロペラの回転

- ・ブレード先端速度 0.7
- ・飛行速度に応じて最大推力が得られるプロペラピッチを与える

118

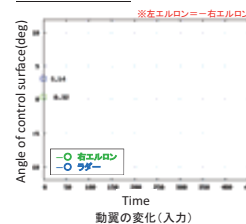
計算結果

119

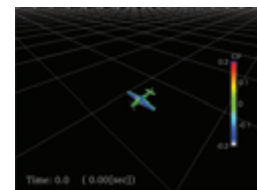
計算結果

アクロバット飛行
シミュレーション

■エルロンロール



動翼の変化(入力)



Time: 0.0 (0.00[m/s])

(初期位置を0)

速度計

高度計

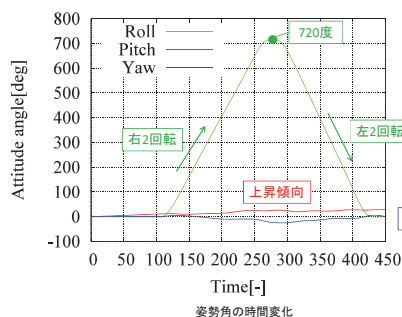
551Km/h

0 m

計算結果

アクロバット飛行
シミュレーション

■エルロンロール

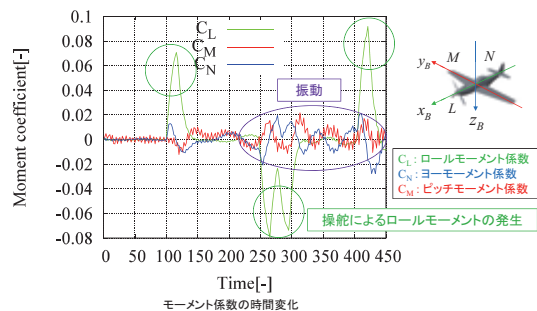


121

計算結果

アクロバット飛行
シミュレーション

■エルロンロール

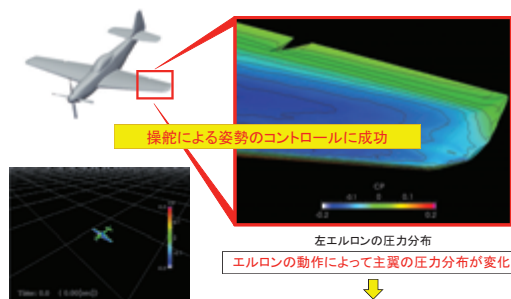


122

計算結果

アクロバット飛行
シミュレーション

■エルロンロール

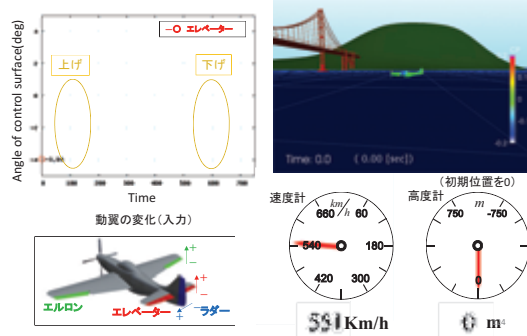


123

計算結果

アクロバット飛行
シミュレーション

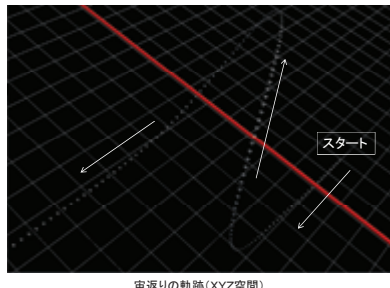
■宙返り



計算結果

アクロバット飛行
シミュレーション

■宙返り



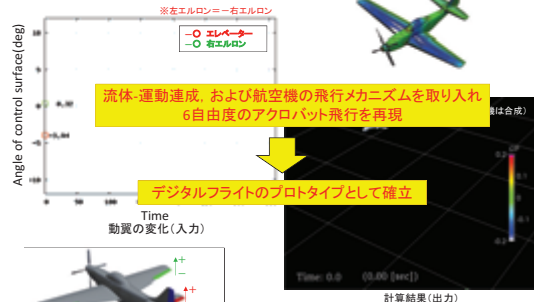
プロペラ後流の影響を考え、すべての動翼を用いた制御が必要

125

計算結果

アクロバット飛行
シミュレーション

■バレルロール

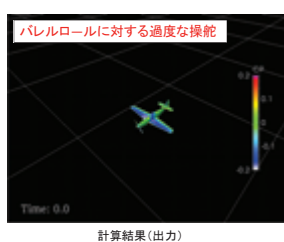


126

計算結果

失速飛行
シミュレーション

■不適切な操舵による飛行

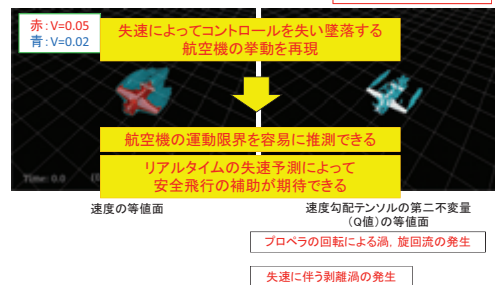


127

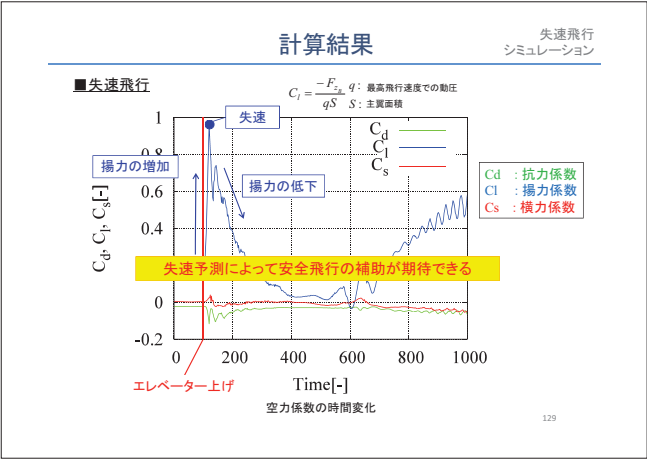
計算結果

失速飛行
シミュレーション

■不適切な操舵による飛行



128



おわりに

- 非定常流に対するスキーム、特に移動境界問題に適したスキームとして、格子の移動変形を基本として構成した移動格子有限体積法を紹介
- 移動格子有限体積法は、時間・空間を統一した4次元空間のコントロールボリュームを用いて定式化されているため、格子セルの追加・削除が可能で、柔軟な適用が可能
- 移動格子有限体積法をもちいた「数値航空機」開発の我々の取り組みを紹介した。
- コンピュータによる「数値実地試験」(CFFD)の可能性をしめせたのではないかな
- 紹介したシミュレーションはすべてパソコン上でなし得た成果で、コンピュータの発展に感謝！

130

KU LEUVEN

Efficient time- and frequency-domain simulation methods for vibro-acoustics and flow acoustics

Wim Desmet (*)
Noise and Vibration Research Group
KU Leuven – Department of Mechanical Engineering
Leuven, Belgium

(*) Antonio Ammirati, Anna Caiazzo, Hervé Denayer, Wim De Roeck, Maria Muriel Gracia, Stijn Jonckheere, Vyacheslav Korchagin, Bart Vanelderen, Thomas Toulorge,..... and many more



Overview

- Who we are
- Introduction:
 - Flow-induced acoustics and vibrations
 - Importance of virtual (acoustic) tools
- Mathematical formulations:
 - Flow-induced vibrations
 - Flow-induced acoustics
- Numerical solution strategies (@ KU Leuven):
 - for time-domain LEE
 - for frequency-domain vibro-acoustics
- Conclusions

KU LEUVEN

Overview

- Who we are
- Introduction:
 - Flow-induced acoustics and vibrations
 - Importance of virtual (acoustic) tools
- Mathematical formulations:
 - Flow-induced vibrations
 - Flow-induced acoustics
- Numerical solution strategies (@ KU Leuven):
 - for time-domain LEE
 - for frequency-domain vibro-acoustics
- Conclusions

KU LEUVEN

Who we are



KU LEUVEN

Our team

- KU Leuven (1425)
 - Department of Mechanical Engineering
 - Division of Production engineering, Machine design and Automation (PMA)
 - Noise and Vibration Research Group (MOD)
- Research staff
 - 5 academic and 1 associated
 - 1 industrial research manager
 - 11 postdoctoral researchers
 - 61 PhD incl. 10 industrial PhD res.
- Areas of research
 - vibro-acoustics
 - aero-acoustics
 - multi-body dynamics
 - smart system dynamics
 - structural reliability & uncertainty



Application domains

- energy and environment
- transport and mobility
- health
- advanced manufacturing

KU LEUVEN

Overview

- Who we are
- Introduction:
 - Flow-induced acoustics and vibrations
 - Importance of virtual (acoustic) tools
- Mathematical formulations:
 - Flow-induced vibrations
 - Flow-induced acoustics
- Numerical solution strategies (@ KU Leuven):
 - for time-domain LEE
 - for frequency-domain vibro-acoustics
- Conclusions

KU LEUVEN

Flow-induced acoustics and vibrations



KU LEUVEN

Importance of virtual (acoustic) tools

Modern product design:

- Ever expanding and often conflicting design criteria
- Shortening of the design cycle
- Acoustic performance: growing importance
 - Customer demands
 - Legal regulations

Numerical prediction techniques (virtual prototyping)

- (+) Faster and cheaper than real prototype testing
- (+) Sensitivity analyses
- (+) Acoustic evaluation at all stages of design

KU LEUVEN

Overview

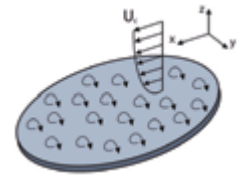
- Who we are
- Introduction:
 - Flow-induced acoustics and vibrations
 - Importance of virtual (acoustic) tools
- Mathematical formulations:
 - Flow-induced vibrations
 - Flow-induced acoustics
- Numerical solution strategies (@ KU Leuven):
 - for time-domain LEE
 - for frequency-domain vibro-acoustics
- Conclusions

KU LEUVEN

Mathematical formulation

Flow-induced vibrations

- Aerodynamic excitation:
 - Unsteady flow
 - Stationary
 - Homogeneous
 - Fully developed
 - Zero mean pressure gradient
- Structural vibrations:
 - Out-of plane bending



→ Weak (one-way) coupling between aerodynamic field and elastic vibrations in the structure

KU LEUVEN

Mathematical formulation

Flow-induced vibrations

- Procedure (weak coupling)

Identification of Turbulent Boundary Layer (TBL) wall pressure from CFD

Structural dynamic calculation using TBL loading function

→ Response PSD from TBL wavenumber-frequency PSD and wave admittance

$$S_{yy}(\mathbf{r}, \omega) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} S_{pp}(k_x, k_y, \omega) |H_y(\mathbf{r}, k_x, k_y, \omega)|^2 dk_x dk_y$$

$$\approx \frac{1}{4\pi^2} \sum_{k_x} \sum_{k_y} S_{pp}(k_{Fx}, k_{Fy}, \omega) |H_y(\mathbf{r}, k_{Fx}, k_{Fy}, \omega)|^2 \Delta N_{y_{k_x}} \Delta N_{y_{k_y}}$$

SPP: Corcos, Chase, Smol'yakov-Tkachenko, ...

KU LEUVEN

Overview

- Who we are
- Introduction:
 - Flow-induced acoustics and vibrations
 - Importance of virtual (acoustic) tools
- Mathematical formulations:
 - Flow-induced vibrations
 - Flow-induced acoustics
- Numerical solution strategies (@ KU Leuven):
 - for time-domain LEE
 - for frequency-domain vibro-acoustics
- Conclusions

KU LEUVEN

Mathematical formulation

Flow-induced acoustics

- Aerodynamic noise generation: unsteady flow features
- Acoustic waves: time-harmonic compressibility waves

governed by the same type of equations:
Navier-Stokes equations

KU LEUVEN

Mathematical formulation

Flow-induced acoustics

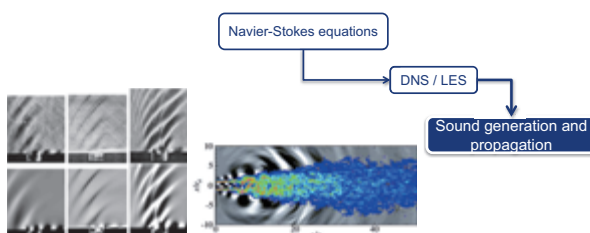
Compressible Navier-Stokes equations:

- Description of:
 - fluid motion
 - heat transport
 - compressibility effects: a.o. acoustic wave propagation
 - viscous effects
- All flow-acoustic interaction phenomena
 - aerodynamic noise generation
 - convective noise propagation
- Non-linear acoustic propagation effects
- Visco-thermal effects

KU LEUVEN

Direct Noise Computation (DNC)

- Use scale-resolved CFD techniques to solve the Navier-Stokes equations directly



KU LEUVEN

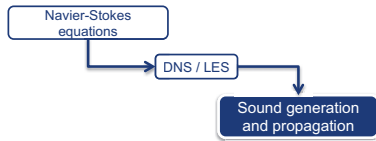
Scale discrepancies in CAA

	Aerodynamic field	Acoustic field
Smallest length scale	Turbulent structures: $l_\eta \approx D Re_D^{-3/4}$ (~1μm)	Acoustic wavelength: $\lambda = c/f$ (~1 cm)
Propagation speed	Convected with the mean flow velocity U_0 ($M = U_0/c_0 \sim 0.3$)	Propagating at the speed of sound: $U_0 + c_0$ ($c_0 \approx 340$ m/s)
Propagation distance	Short (~cm)	Long (~km)
Energy level	p' : 100-1000 Pa v' : 1.0 m/s	p' : 0.2 Pa (80dB) v' : $5e-4$ m/s (80 dB)

!! low Mach, high(er) Reynolds

KU LEUVEN

Direct Noise Computation (DNC)



- Most restrictive requirements of aerodynamic and acoustic variables:

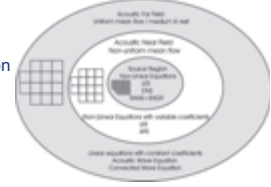
- Fine grid (turbulent length scales)
- Large grid (acoustic propagation distance)
- Numerical scheme with low dissipation and dispersion error
- ...

extremely demanding, not applicable for industrial applications

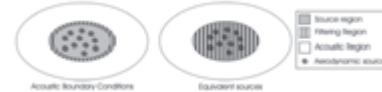
KU LEUVEN

Hybrid methodologies

- Domain decomposition:
 - Source region: noise generation
 - Acoustic domain: noise propagation



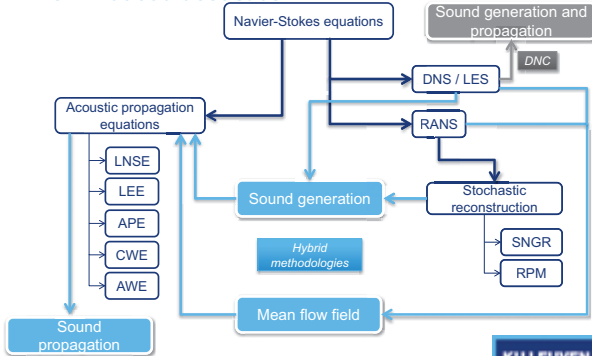
- Coupling technique:
 - Equivalent sources (Acoustic analogies)
 - Boundary conditions (Kirchhoff, Ffowcs Williams-Hawkings)



KU LEUVEN

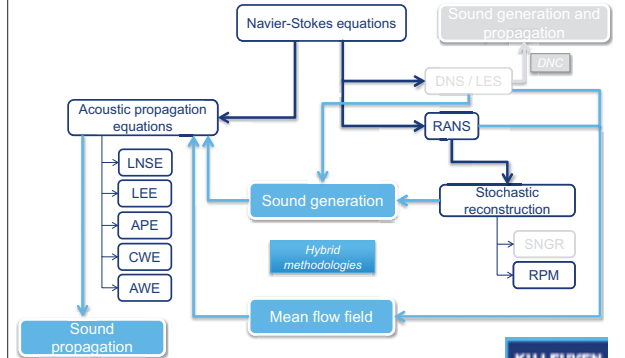
Mathematical formulation

Flow-induced acoustics



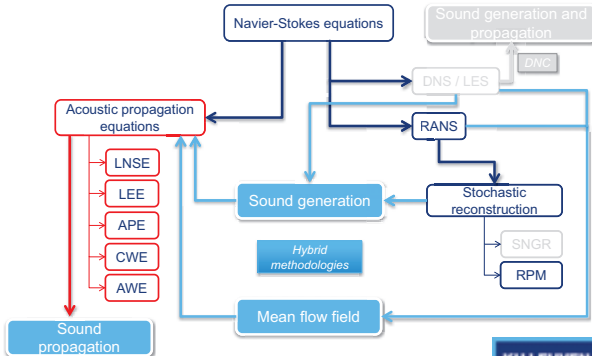
KU LEUVEN

KU Leuven research activities



KU LEUVEN

KU Leuven research activities

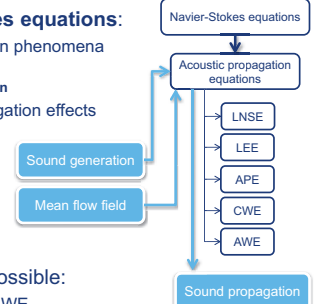


KU LEUVEN

Acoustic propagation equations

Compressible Navier-Stokes equations:

- All flow-acoustic interaction phenomena
- aerodynamic noise generation
- convective noise propagation
- non-linear acoustic propagation effects
- visco-thermal effects
- ...



- Often simplifications are possible:
 - LNSE, LEE, APE, CWE, AWE, ...

KU LEUVEN

Acoustic propagation equations

Linearized Navier-Stokes Equations (LNSE)

Assumptions:

- variable decomposition is possible and mean flow field is known (from e.g. RANS-simulation)

$$\begin{aligned}\rho(\vec{x}, t) &= \bar{\rho}(\vec{x}, t) + \rho'(\vec{x}, t) \\ \vec{u}(\vec{x}, t) &= \bar{\vec{u}}(\vec{x}, t) + \vec{u}'(\vec{x}, t) \\ p(\vec{x}, t) &= \bar{p}(\vec{x}, t) + p'(\vec{x}, t)\end{aligned}$$

- non-linear effects can be neglected: linearization of the equations
- the acoustic waves do not influence the mean flow field: one-way interaction
- viscous effects are considered small enough to assume isentropic flow

KU LEUVEN

Acoustic propagation equations

(isentropic) Linearized Navier-Stokes Equations (LNSE):

- Continuity:

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \frac{\partial (\rho_0 u'_r + \rho' u_{0r})}{\partial x_r} = 0$$

- Momentum:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \rho_0 u'_s}{\partial t} + \frac{\partial \rho_0 u'_s u_{0r}}{\partial x_r} + \frac{\partial p'}{\partial x_s} + (\rho_0 u'_r + \rho' u_{0r}) \frac{\partial u_{0s}}{\partial x_r} - \frac{\partial \tau'_{sr}}{\partial x_r} &= 0 \\ \tau'_{sr} &= \mu \left(\frac{\partial u'_s}{\partial x_r} + \frac{\partial u'_r}{\partial x_s} - \frac{2}{3} \frac{\partial u'_k}{\partial x_k} \delta_{rs} \right)\end{aligned}$$

- Energy: isentropic flow

$$\frac{\partial p'}{\partial \rho'} = c_0^2 = \frac{\gamma p_0}{\rho_0}$$

KU LEUVEN

Acoustic propagation equations

Linearized Euler Equations (LEE):

additional assumption: viscous effects negligible

- Einstein notation:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_0 u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho_0 u_i' U_{j0}) + \frac{\partial p'}{\partial x_i} + (\rho_0 u_j' + p' U_{j0}) \frac{\partial U_{i0}}{\partial x_j} = \Phi_{acoust,i}$$

$$\frac{\partial p'}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\gamma P_0 u_i' + p' U_{i0}) + (\gamma - 1)p' \frac{\partial U_{i0}}{\partial x_i} - (\gamma - 1)u_i' \frac{\partial P_0}{\partial x_i} = \Phi_{acoust}$$

- Vector notation: $\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{E}}{\partial x} + \frac{\partial \vec{F}}{\partial y} + \frac{\partial \vec{G}}{\partial z} + \vec{H} = \vec{S}$

- Matrix notation: $\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{A}_i \mathbf{U}}{\partial x_i} + \mathbf{C} \mathbf{U} = \mathbf{S}$

KU LEUVEN

Acoustic propagation equations

avoiding unstable solutions of the LEE (no viscous damping – vorticity and entropy modes):

- Neglecting terms containing mean flow gradients
= mean flow gradient suppression
- Alternative formulations based on the assumption of an irrotational and isentropic acoustic field = APE

$$\frac{\partial p'}{\partial t} + c_0^2 \nabla \cdot (\rho_0 \vec{u}' + \vec{U}_0 \frac{p'}{c_0^2}) = c_0^2 \Phi_{acoust}$$

$$\frac{\partial \vec{u}'}{\partial t} + \nabla (\vec{U}_0 \cdot \vec{u}') + \nabla \left(\frac{p'}{\rho_0} \right) = \frac{\vec{\Phi}_{acoust}}{\rho_0}$$

KU LEUVEN

Acoustic propagation equations

Convective Wave Equation (CWE):

additional assumption: uniform mean flow

$$\frac{D^2}{Dt^2} p' - c_0^2 \nabla^2 p' = c_0^2 \frac{D}{Dt} \Phi_{acoust} - c_0^2 \nabla \cdot \vec{\Phi}_{acoust}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} p' + \frac{\partial}{\partial t} \left(\underbrace{2(\vec{U}_0 \cdot \nabla) p'}_I - \underbrace{c_0^2 (1 - M_0^2) \nabla^2 p'}_{II} \right) = \Phi_{ac}$$

where:

I = convective amplification/dissipation

II = shift in wavenumber with factor $(1-M_0)$ or $(1+M_0)$

KU LEUVEN

Acoustic propagation equations

Linear acoustic wave equation:

additional assumption: quiescent medium

Acoustic Wave Equation (AWE):

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p'(\vec{x}, t)}{\partial t^2} - \nabla^2 p'(\vec{x}, t) = \Phi_{ac}(\vec{x}, t)$$

KU LEUVEN

Acoustic propagation equations

Comparison of propagation equations

	NS	Linearized NS	Euler	LEE	CWE	AWE
non-linear effects						
viscous effects						
type of mean flow	any	any	any	any	uniform	rest
convective: refraction						
convective: amplification						
convective: wavenumber shift						
convective: directivity change						

KU LEUVEN

Acoustic propagation equations

Simulation of acoustic propagation:

- equations defined in time-domain:
 - natural description of source mechanisms
 - convenient interfacing with source information from unsteady CFD
 - efficient formulation for broadband and transient phenomena
- assuming time-harmonic behaviour: frequency domain
 - faster
 - only steady-state behaviour

KU LEUVEN

Acoustic propagation equations time domain vs. frequency domain

- small perturbations
- no viscosity
- homogeneous (no flow, no (T,v) gradients)

- speed of sound c
- fluid density ρ_0
- source distribution q

$$\nabla^2 p(r, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p(r, t)}{\partial t^2} = -\rho_0 \frac{\partial q(r, t)}{\partial t}$$

Acoustic Wave Equation

time domain

$$\nabla^2 p(r) + k^2 p(r) = -j\rho_0 \omega q(r)$$

Helmholtz equation

frequency domain

$$k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$c = \lambda \cdot f$$

assuming steady-state response
for time-harmonic excitation:
 $p(x, y, z, t) = \text{Re}\{p(x, y, z) e^{j\omega t}\}$ 31

KU LEUVEN

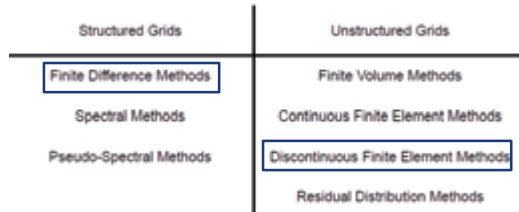
Overview

- Who we are
- Introduction:
 - Flow-induced acoustics and vibrations
 - Importance of virtual (acoustic) tools
- Mathematical formulations:
 - Flow-induced vibrations
 - Flow-induced acoustics
- Numerical solution strategies (@ KU Leuven):
 - for time-domain LEE
 - for frequency-domain vibro-acoustics
- Conclusions

KU LEUVEN

Modeling tools for the LEE

Overview spatial discretization:



33

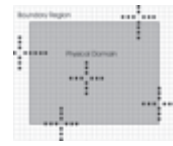
KU LEUVEN

Modeling tools for the LEE

Finite differences

Basic principle:

domain discretization



$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial A_i \mathbf{U}}{\partial x_i} + \mathbf{C} \mathbf{U} = \mathbf{S}$$

+ boundary conditions

$$\frac{\partial f(x)}{\partial x} \approx \frac{1}{\Delta x} \sum_{j=-N}^N a_j f(x + j\Delta x)$$

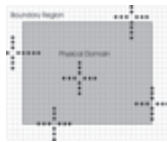
Add artificial selective damping to avoid 'unphysical' and 'unstable' high-frequency oscillations.

34

KU LEUVEN

Modeling tools for the LEE

Finite differences



some key properties

- + straightforward implementation
- difficult BCs on large stencils
- difficult to change integration scheme
- low to moderate geometrical complexities
- stability restrictions on time step

$$\frac{\partial f(x)}{\partial x} \approx \frac{1}{\Delta x} \sum_{j=-N}^N a_j f(x + j\Delta x)$$

35

KU LEUVEN

Modeling tools for the LEE

Discontinuous Galerkin

Basic principle:

domain discretization



$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial A_i \mathbf{U}}{\partial x_i} + \mathbf{C} \mathbf{U} = \mathbf{S}$$

+ boundary conditions

$$U_i^e(\vec{r}, t) = \sum_{k=1}^{N(p,d)} b_k(\vec{r}) U_{i,k}^e(t)$$

$$\frac{\partial U_i^e}{\partial t} = (M^{-1} A) \cdot F - \sum_j (M^{-1} B_j) F_j^{rn}$$

36

KU LEUVEN

Modeling tools for the LEE

Discontinuous Galerkin

Galerkin approach:

- o Multiplying LEE with base function b_k
- o Integrating over each element Ω
- o Weighted residual formulation + partial integration

$$\int_{\Omega} b_k \frac{\partial U_{i,j}^e}{\partial t} d\Omega - \int_{\Omega} \frac{\partial b_k}{\partial x_i} (A_i U^e) d\Omega + \int_{\partial\Omega} b_k F_{kr}^e (U^e, U^{nb}) d\Omega = 0, \quad k = 1, \dots, N$$

$$\left(\int_{\Omega} b b^T d\Omega \right) \frac{\partial (U^e)^T}{\partial t} - \left(\int_{\Omega} \frac{\partial b}{\partial x_i} b^T d\Omega \right) (A_i U^e)^T + \sum_{edge} \left(\int_{edge} b b^T d\Omega \right) (F_{kr}^e)^T = 0$$

M K_r B_{edge}

Only communication between elements through inter-element flux

37

KU LEUVEN

Modeling tools for the LEE

Discontinuous Galerkin



some key properties

- + easy parallelization
- + straightforward implementation of B.C.
- + arbitrary order of accuracy
- + grid flexibility
- + efficiency
- storage cost for 5 DOF's
- quadrature demands CPU-time

$$U_i^e(\vec{r}, t) = \sum_{k=1}^{N(p,d)} b_k(\vec{r}) U_{i,k}^e(t)$$

38

KU LEUVEN

Modeling tools for the LEE

time-integration

Time advancing: p-stage explicit Runge-Kutta scheme

$$\begin{aligned} U^0 &= U(t_n) \\ U^l &= U(t_n) + a_l \Delta t P^l(U^{l-1}), \quad \text{for } l = 1, \dots, p \\ U(t_n + \Delta t) &= U^p \end{aligned}$$

Spatial DG discretization: optimized Runge-Kutta integration:

- o High-order accuracy
- o Low dispersion and dissipation error

Time step imposed by stability considerations

39

Toulorge, T., Desmet, W. (2012). Optimal Runge-Kutta Schemes for Discontinuous Galerkin Space Discretizations Applied to Wave Propagation Schemes. *Journal of Computational Physics*, 231, 2067-2091

KU LEUVEN

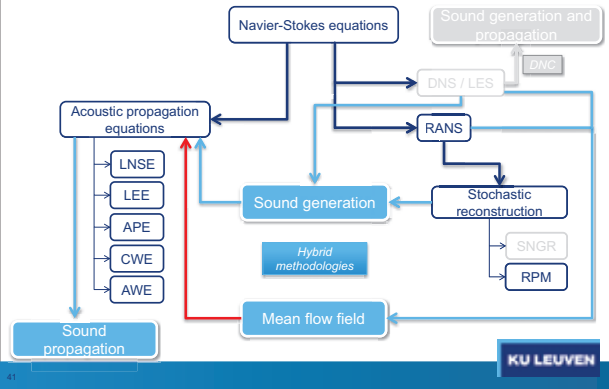
KU Leuven innovations

1. optimized Runge Kutta schemes
2. time domain impedance boundary condition based on recursive convolution
3. **source mean flow mapping** and filtering
4. **Random Particle Mesh (RPM) method**
5. modelling tools for the Linearized Navier-Stokes Equations (LNSE)

40

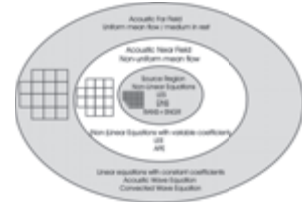
KU LEUVEN

KU Leuven research activities

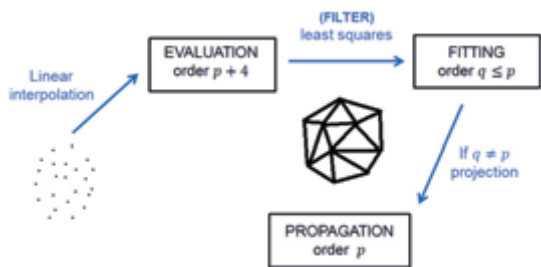


Hybrid methods: Coupling techniques

- Hybrid methods: domain decomposition
 - Fine CFD grid (source domain)
 - Coarser acoustic grid (propagation domain)
- Coupling: mapping of data from the CFD grid to the acoustic grid
 - Mean flow field
 - Source data

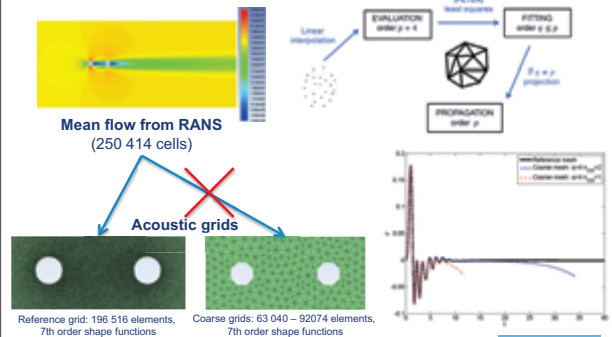


Interfacing schemes: Mean flow mapping



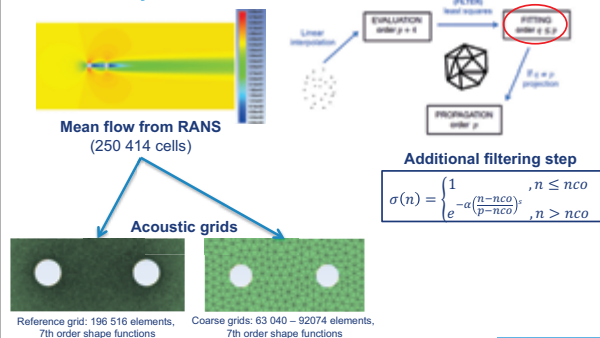
Interfacing schemes: Mean flow mapping

Tandem cylinders case



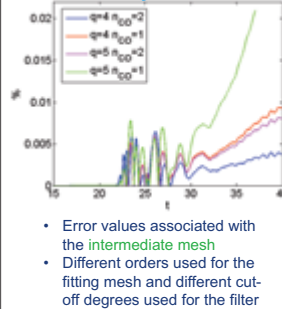
Interfacing schemes: Mean flow mapping

Tandem cylinders case



Interfacing schemes: Mean flow mapping

Tandem cylinders case



- $q - n_{co} \geq 4 \Rightarrow$ not working
- different mean flow approximations of the same order \Rightarrow similar results
- the lower the order of the mean flow approximation, the more stable the simulation
- error less than 0.1%

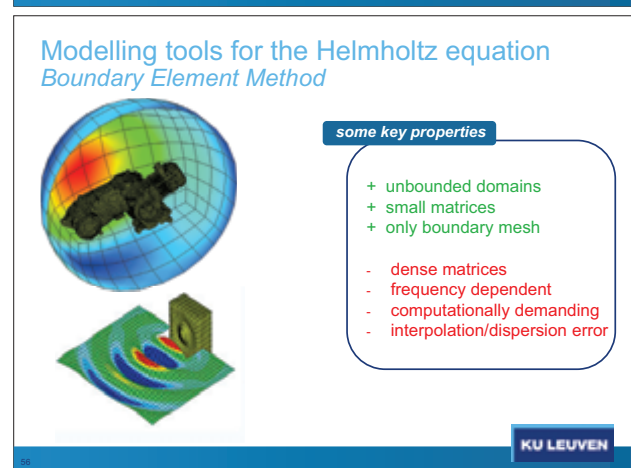
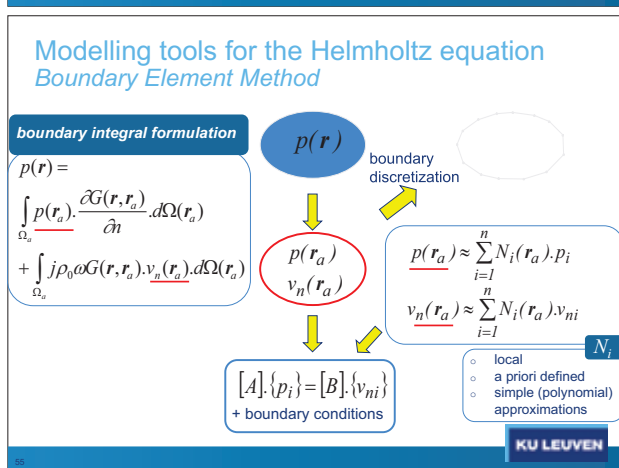
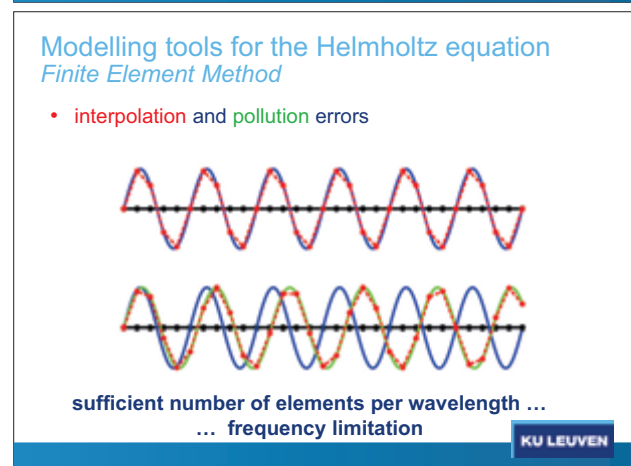
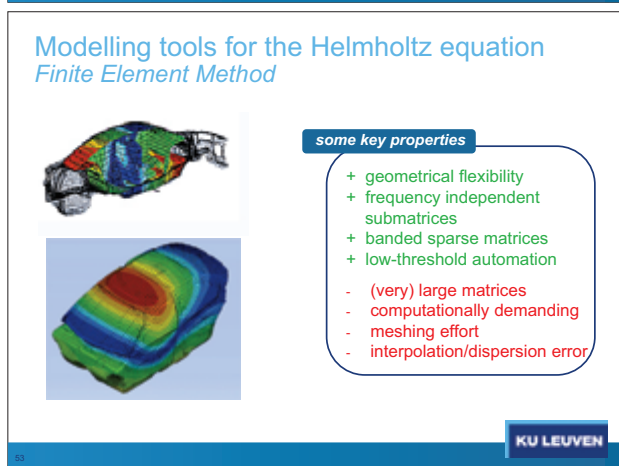
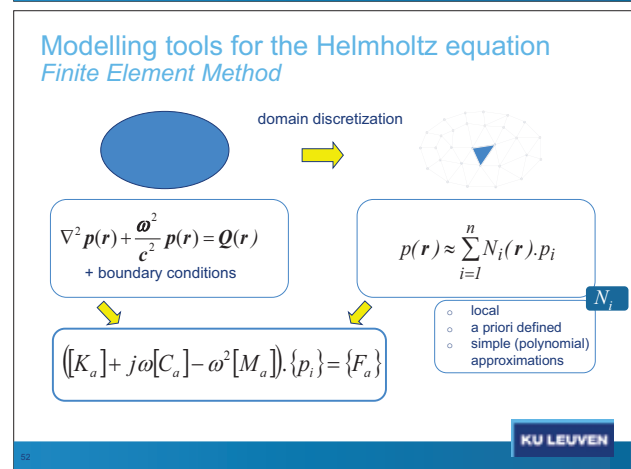
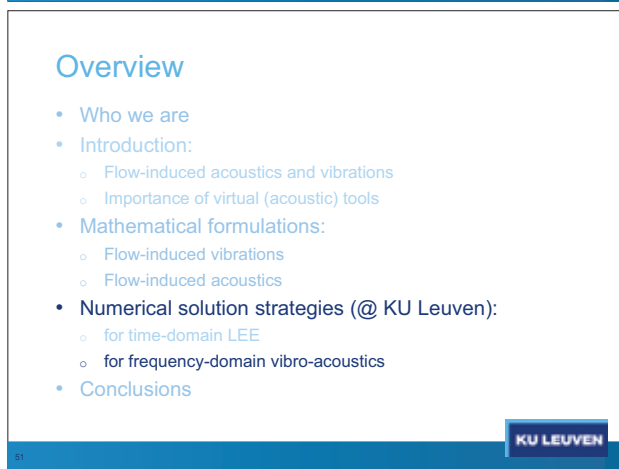
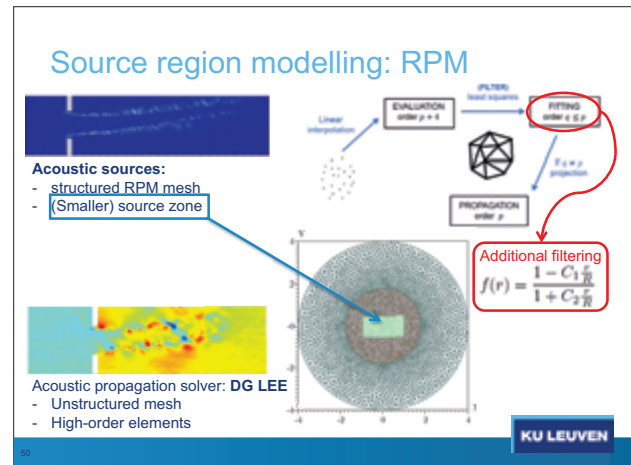
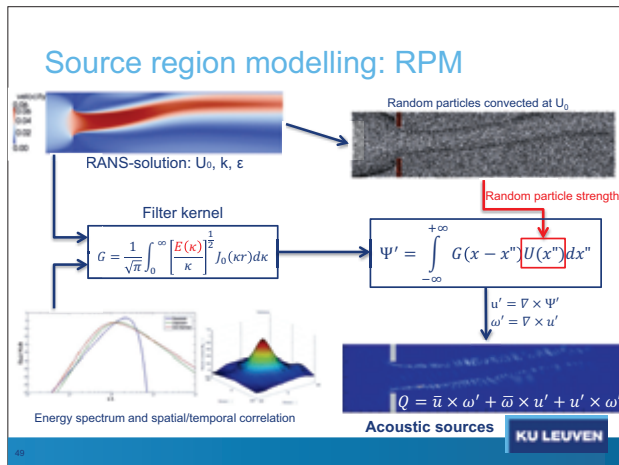
Source region modelling: Numerical

Noise generation: unsteady flow field

- scale-resolving simulations (DNS, LES)
 - computationally demanding
 - conservative interfacing scheme (mapping) needed
- steady flow simulations (RANS) + stochastic reconstruction
 - reconstruct unsteady variables from steady RANS

Stochastic Methods

- SNGR (frequency-domain)
- RPM (time-domain)



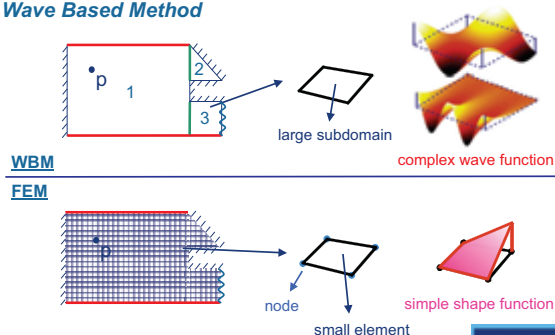
KU Leuven innovations

Modelling tools for vibro-acoustic simulation

1. efficient Wave Based Method (WBM) for Helmholtz problems
2. efficient inclusion of TBL excitation models

KU LEUVEN

KU Leuven innovations Efficient Wave Based Method Wave Based Method



55

KU LEUVEN

KU Leuven innovations Efficient Wave Based Method for acoustics

indirect Trefftz approach:
approximation of the field variables by expansions of globally defined, exact solutions:

$$p(\mathbf{r}) \approx \sum_{a=1}^{n_a} p_a \Phi_a(x, y) + \hat{p}_q(x, y)$$

acoustic wave functions:

$$\Phi_a(x, y) = \begin{cases} \cos(k_{xa}x) e^{-jk_{ya}y} \\ e^{-jk_{xa}x} \cos(k_{ya}y) \end{cases}$$

particular solution (point source):

$$\hat{p}_q(x, y) = \frac{\rho_0 \omega q}{4} H_0^2(kr_q)$$

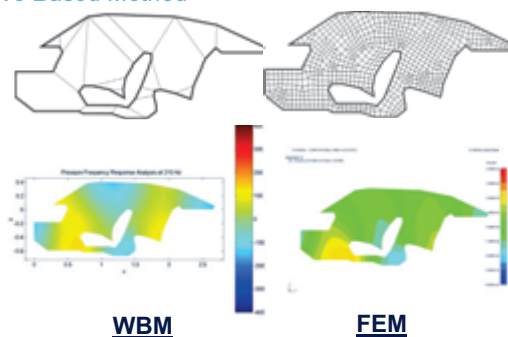
requirement:

$$k_{xa}^2 + k_{ya}^2 = k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \quad (! \propto \text{solutions} !)$$

Deckers, E., Atak, O., Cox, L., D'Amico, R., Devriendt, H., Jonckheere, S., Ku, K., Pluyms, B., Vandepitte, D., Desmet, W. (2014). The Wave Based Method: an overview of 15 years of research. *Wave Motion*, 51, 550-565

KU LEUVEN

Modeling tools for vibro-acoustics Wave Based Method



56

KU LEUVEN

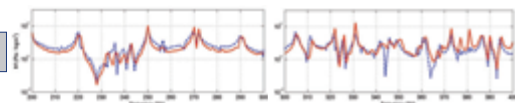
Modeling tools for vibro-acoustics Wave Based Method



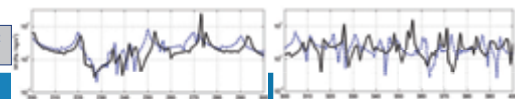
FEM and WBM:

Same computational efforts
(40 sec/frequency)

measurement
WBM

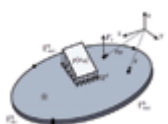


measurement
FEM



61

KU Leuven innovations Efficient Wave Based Method for thin plate bending



Kirchhoff equation:

$$\nabla^4 w(x, y) - k_b^4 w(x, y) = \frac{F}{D} \delta(x_f, y_f)$$

Out-of-plane bending

$$\hat{w}_2(\mathbf{x}) = \sum_{b=1}^{n_b} c_b \Psi_b(\mathbf{x}) + \hat{w}_F(\mathbf{x})$$

Bending wave functions:

$$\begin{cases} \Psi_{b1}(x, y) = \cos(k_{b1,x}x) \exp(-jk_{b1,y}y) \\ \Psi_{b2}(x, y) = \exp(-jk_{b2,x}x) \cos(k_{b2,y}y) \end{cases}$$

Particular solution (point force):

$$\hat{w}_F(\mathbf{x}) = -\frac{jF}{8k_b^4 D} [H_0^{(2)}(k_b r_f) - H_0^{(2)}(-jk_b r_f)]$$

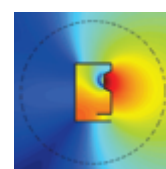
Requirement:

$$k_{b1,x}^4 + k_{b1,y}^4 = k_b^4 = \frac{\rho h \omega^2}{D} \quad (! \propto \text{solutions} !)$$

Deckers, E., Atak, O., Cox, L., D'Amico, R., Devriendt, H., Jonckheere, S., Ku, K., Pluyms, B., Vandepitte, D., Desmet, W. (2014). The Wave Based Method: an overview of 15 years of research. *Wave Motion*, 51, 550-565

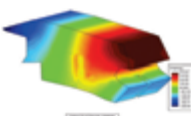
KU LEUVEN

KU Leuven innovations Efficient Wave Based Method



some key properties

- + small models
- + computationally efficient
- + no/reduced dispersion
- + easy refinement
- moderate geometries
- frequency dependent
- dense and complex matrices
- ill-conditioning



Deckers, E., Atak, O., Cox, L., D'Amico, R., Devriendt, H., Jonckheere, S., Ku, K., Pluyms, B., Vandepitte, D., Desmet, W. (2014). The Wave Based Method: an overview of 15 years of research. *Wave Motion*, 51, 550-565

KU LEUVEN

KU Leuven innovations Efficient inclusion of TBL excitation

Response PSD from TBL PSD and wave admittance

$$\begin{aligned} S_{vv}(\mathbf{r}, \omega) &= \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} S_{pp}(k_x, k_y, \omega) |H_v(\mathbf{r}, k_x, k_y, \omega)|^2 dk_x dk_y \\ &\approx \frac{1}{4\pi^2} \sum_{k_x} \sum_{k_y} S_{pp}(k_{Fx}, k_{Fy}, \omega) |H_v(\mathbf{r}, k_{Fx}, k_{Fy}, \omega)|^2 \Delta k_{Fx} \Delta k_{Fy} \end{aligned}$$

Improvement 1:
Faster calculation using WBM

- Complex wave functions
- High efficiency
- Multiple RHS

Improvement 2:
Generalised Corcos

- Tunable
- Low wavenumber decay
- Complex residue integration

→ Faster response prediction

Jonckheere, S., Vandepitte, D., Desmet, W. (2015). A Wave Based approach for the dynamic bending analysis of Kirchhoff plates under distributed deterministic and random excitation. *Computers & Structures*, 156, 42-57

KU LEUVEN

KU Leuven innovations

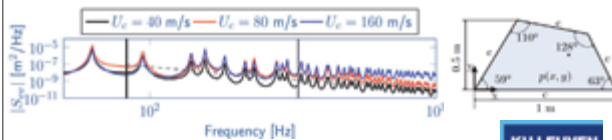
Efficient inclusion of TBL excitation

Response PSD from TBL PSD and wave admittance

$$S_{\eta\eta}(\mathbf{r}, \omega) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} S_{pp}(k_x, k_y, \omega) |H_v(\mathbf{r}, k_x, k_y, \omega)|^2 dk_x dk_y$$

$$\approx \frac{1}{4\pi^2} \sum_{k_1} \sum_{k_2} S_{pp}(k_{F,x}, k_{F,y}, \omega) |H_v(\mathbf{r}, k_{F,x}, k_{F,y}, \omega)|^2 \Delta S_{y_0,x} \Delta S_{y_0,y}$$

2mm clamped aluminium plate under Corcos TBL



66 Jorckheere, S., Vandeplite, D., Desmet, W. (2015) A Wave Based approach for the dynamic bending analysis of Kirchhoff plates under distributed deterministic and random excitation. Computers & Structures, 156, 42-57

KU LEUVEN

Overview

- Who we are
- Introduction:
 - Flow-induced acoustics and vibrations
 - Importance of virtual (acoustic) tools
- Mathematical formulations:
 - Flow-induced vibrations
 - Flow-induced acoustics
- Numerical solution strategies (@ KU Leuven):
 - for time-domain LEE
 - for frequency-domain vibro-acoustics
- Conclusions

KU LEUVEN

Conclusions

- Aerodynamic versus vibro-acoustics phenomena:
 - Large disparity in energy/length/time scales
- Numerical schemes:
 - Balance between accuracy – stability - efficiency
- Hybrid approaches:
 - noise/vibration generation – noise/vibration propagation
- KU Leuven approaches:
 - DG methods for LEE
 - mapping techniques (for mean flow and sources)
 - RPM for stochastic source reconstruction
 - Wave Based Method for (TBL excited) vibro-acoustics

67

KU LEUVEN

Thank you

Wim Desmet

Celestijnenlaan 300B – box 2420
3001 Leuven, Belgium
+32 16 32 25 27
wim.desmet@kuleuven.be

www.mech.kuleuven.be/mod



KU LEUVEN

環状スリットノズルからの二次空気によるジェット騒音低減の試み

佐藤寛太, 沢田恭兵 (東京大学大学院), 生沼秀司, 石井達哉 (JAXA), 金子成彦 (東京大学)

Jet Noise Reduction Using Secondary Air from Annular Slit Nozzle

by

Kanta Sato, Kyohei Sawada (The Univ. of Tokyo), Hideshi Oinuma, Tatsuya Ishii (JAXA), and Shigehiko Kaneko (The Univ. of Tokyo)

ABSTRACT

It is known that the microjet blowing secondary air to the jet shear layer is effective in reducing jet mixing noise. One of the considerations for the microjet is a nozzle shape for injecting the secondary air. In the previous studies, the flow rate and the arrangements of microjet nozzles under cold jet were investigated. Considering the application of the microjet to the actual engine, however, it is necessary to grasp the acoustic characteristics under heated jet. In this paper, we applied the microjet nozzle of annular slit shape to the model-scale turbojet engine with changing the split number and cross sectional area of microjet and evaluated the far-field noise reduction effect.

1. はじめに

現在、航空機が抱える問題の一つとして、騒音問題が挙げられる。国際民間航空機関 (International Civil Aviation Organization: ICAO) による航空機騒音基準は、1971 年に Chapter 2 が制定されて以降段階的に強化され、2013 年に承認された Chapter 14 では現在の Chapter 4 の規制値からさらに -7EPNdB 低減させる新基準が採択された⁽¹⁾。航空機の騒音規制は今後も強化されると予想されるため、今後新たに型式を取得する航空機には、既存の規制だけでなく、強化された規制を満たす十分な騒音低減技術が求められている。

航空機用ジェットエンジンの高速の排気ジェットによるジェット混合騒音は、エンジン推力の大きい離陸時において主要な騒音源である。ジェット騒音は高速の排気ジェットと低速の周囲空気との間のせん断層から発生する渦が音源とされ、その音響エネルギーは排気ジェット速度と強い相関があることが知られている⁽²⁾。従って、騒音低減においては排気ジェット速度を低下させることが有効である。ターボジェットエンジンからターボファンエンジンへの変遷と、エンジンの高バイパス比化によるジェット平均流速の低下から、現在の航空機は初期の航空機と比較して騒音は大きく低減されてきた。しかし、エンジンの高バイパス比化はエンジン径や重量の面で限界があるため、さらなるジェット騒音低減のために、ノズルに取り付けるミキサの研究開発が進められている。

ミキサは高速の排気ジェットに微小擾乱を与えることで低速の周囲空気との混合を促進し、ジェット平均流速を低下させることに加え、せん断力を低下させることで渦発生を抑制し、ジェット騒音を低減する。ミキサの付加により、ノズル後方では大規模構造渦の発生が抑制され、低周波数騒音が低減される。ミキサの代表例として、ノズルリップを波状に加工して内側に傾斜させたシェブロン⁽³⁾⁻⁽⁵⁾が実用化されている。

しかし、ミキサは低周波数騒音の低減に有効である一方で、推力損失とノズル近傍での乱れの増加による付加騒音が問題点として指摘されている。航空機において燃費は競争力に直結するため、推力損失の低減への要求は非常に強い。また、離陸時は一定の推力を必要とするため、推力の低下を補うためにエンジンレーティングを増加させた場合、かえって騒音を増加させてしまうおそれがある。従って、騒音低減効果に加え、エンジン運転への影響を抑えたミキサが要求されている。

推力への影響を抑制したデバイスとしては、ノズル端部の内側に複数の三角形の凸部を設けたノッチ⁽⁶⁾⁻⁽⁸⁾が提案さ

れている。ノッチはシェブロンと比較してジェット主流への構造の侵入を抑え、小さな擾乱を与えることでジェット本体への影響を低減することが期待されている。また、騒音低減の必要性が低い巡航中にミキサの機能を停止することで、推力への影響を抑えることを目的とした能動デバイスとして、可動式の爪を主流に挿入するネイルミキサ⁽⁹⁾が提案されている。

これらジェット主流に固体の構造物を挿入するデバイスのほかに、流体をジェット主流に噴射して擾乱を発生させるマイクロジェット⁽¹⁰⁾の研究も行われている。作動流体として、エンジンの圧縮機から抽気した空気を利用し、巡航中は抽気を行わないことでエンジン運転への影響を抑えることができると期待されている。一方で、マイクロジェットの作動中は付加騒音の増加のほか、抽気によるエンジン運転への影響が問題点として指摘されている。

マイクロジェットについては、これまでに外部圧縮機を用いた常温ジェットでの試験が行われてきた⁽¹¹⁾⁻⁽¹³⁾。しかし、実機への搭載を考慮した場合、加熱ジェットを用いた際の音響特性を把握する必要がある。本研究においては、模型用のターボジェットエンジンを高温ガス発生装置として用い、音響設備内で運転を行った。

マイクロジェットによる付加騒音への対処、および抽気空気量の削減には、マイクロジェットノズルの形状や入射数といった構造の最適化が必要である。過去の研究では、非加熱ジェットについてマイクロジェット流量のほか、マイクロジェットノズルの配置等の構造を変更した試験が行われてきたが、加熱ジェットについては、マイクロジェットの構造に焦点を当てた研究は少ない。そこで、本研究ではマイクロジェットの構造として、擾乱の発生数に関係するマイクロジェットの分割数、および流量あたりの擾乱の強さに関係するノズル断面積 (マイクロジェット流速) を変更して試験を行った。

2. 試験方法

2-1. 供試機関

本研究の試験装置は、Fig. 1 に示す模型用ターボジェットエンジン、運転架台、圧縮空気供給装置で構成される。模型用ターボジェットエンジンである JETCAT 社製 P160SX エンジンを、加熱ガス発生装置として用いた。エンジン入口側はカウルを取り外し、アクリル製インテークダクトと AL17S 製のベルマウスを取り付けた。エンジン後方には SUS304 製のサーベイレリング、テイルパイプ、コンカルノズル、マイクロジェットノズルを順に取り付けた。

インテークパイプとサーベイリング、テイルパイプには、圧力と温度を測定するプローブを差し込むための測定孔を設けた。基準ノズルとするコンカルノズルは、入口内径 69 mm、出口内径 49.4 mm、軸方向長さ 46 mm である。コンカルノズルとマイクロジェットノズルが接触しないよう、熱によるノズルの伸びを考慮して、マイクロジェットノズルはスリット部がノズル端から 3 mm 後方に位置するように取り付けた。供試エンジンおよびマイクロジェットノズルはサポートフレーム上の揺動架台によって支持し、サポートフレームとの接点にロードセルを取り付けることで、エンジンおよびデバイスから揺動架台に伝わる推力を測定できるようになっている。

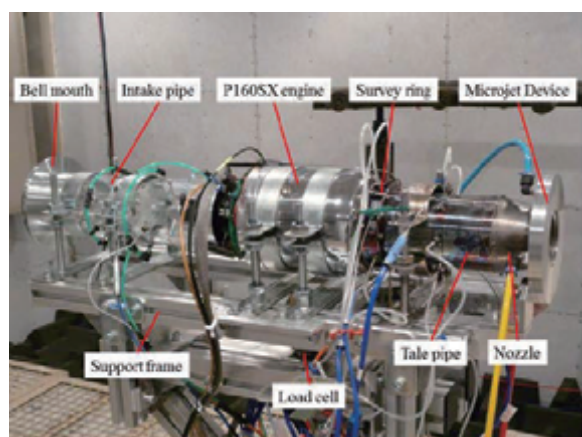


Fig. 1 Hot jet test equipment.

2-2. マイクロジェットノズル

本研究で用いるマイクロジェットノズルの概要を Fig. 2, 3 に示す。マイクロジェットノズルは、ベースとカバーの 2 枚の AL17S 製の部品を組み合わせたもので、部品の隙間を圧縮空気が通過し、出口は円環形状のスリットになっている。マイクロジェットノズル内部にはチャンバの役割をする空間が設けられており、供給された圧縮空気が直接出口に流れて不均一に噴き出すことを防いでいる。圧縮空気は外部のコンプレッサを用いて供給し、マイクロジェットノズル裏側に設けられた 4 本のチューブから導入する。円環スリットの直径は 50.9 mm、マイクロジェットの入射角度は過去の研究⁽¹⁴⁾を参考に 50°とし、スリット幅は 0.2 mm と 0.5 mm とした。

円環スリットの分割は、0.5 mm 幅の円環スリットノズルの出口に楔を埋め込むことで行った。分割数を変更する試験では、流速を分割前後で一定にするため、分割後のスリットの断面積が 0.2 mm 幅の円環スリットと等しい 32.0 mm² となるよう楔の大きさを調整した。マイクロジェットノズルの断面積を変更する試験では、分割後のスリットの断面積が 0.2 mm 幅の円環スリットの 1/2 である 16.0 mm² になるよう楔の断面積を調整した。楔の数は分割数を変更する試験では 0, 8, 16 であり、断面積を変更する試験では 8 である。

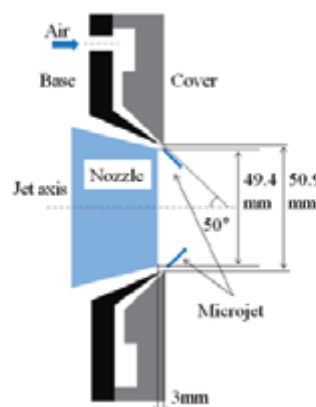


Fig. 2 Cross-sectional view of microjet nozzle.

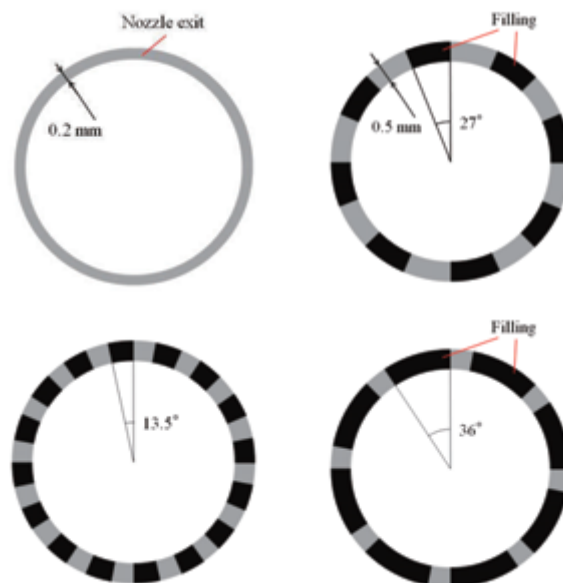


Fig. 3 Front view of the microjet nozzles.

Upper left: 0-split nozzle, upper right: 8-split nozzle, lower left: 16-split nozzle, lower right: 8-split thin nozzle.

2-3. エンジン運転試験

エンジン運転は供試エンジンおよび供試ノズルを防音処理された無響風洞内に設置して行った。無響風洞は JAXA 調布航空宇宙センター内の幅 5.5 m、長さ 13 m、高さ 2.5 m の吹出し式風洞であり、静止状態では 250 Hz 以上の周波数帯域で自由音場を確保している。運転中は排気とエンジン冷却のため、風洞上流の吹出しノズルから約 8 m/s の流速で送風を行った。

エンジンの制御は RC プロポによるパルス信号を用いて目標回転数を手動で設定し、付属の Engine Control Unit: ECU がエンジン本体の回転パルスを参照して燃料弁を制御することで回転数制御を行っている。試験は、目標回転数を 104.5 krpm に設定して運転を行った。運転試験は、エンジン回転数を目標回転数で安定させた後に、マイクロジェット流量を各試験条件の値に調整して計測を行った。計測は 2 回行った。

エンジンパラメータの取得は、圧力、温度等の測定データを 500 ms ごとの時系列データとして取得し、各試験条件について安定化後 30 s 以上の測定を行い、時間平均を取った。精度を高めるため、同一断面内に複数の測定点を設け、平均化した結果を解析に用いた。

マイクロジェットシステムの概要を Fig. 4 に示す．圧縮空気は日立社製オイルフリーベビコンから 0.9 MPa の圧力で供給し，チャンバに一時的に蓄えられる．その後レギュレータによって減圧され，流量計を經由して，電磁バルブで流量を調整された後にチューブで円環ノズルに運ばれる．本研究では電磁バルブを閉にした状態でレギュレータ開度を吐出圧力が 0.4 MPa の状態で固定し，電磁バルブによって流量を目標値に手動で設定した．流量の目標値は，ジェット主流に対して 0% (Baseline) , 1%, 2%, 3% とした．

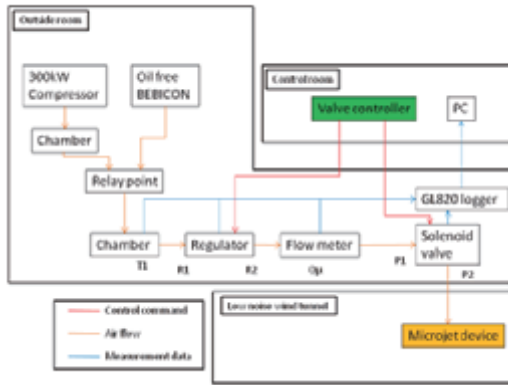


Fig. 4 Diagram of microjet injection.

2-4. 騒音計測

本研究では，二次空気の有無およびマイクロジェットノズルの構造による遠方場の騒音値の変化を計測した．試験条件を Table 1 に示す．計測には B&K 社製 Type 4939 1/4 インチコンデンサマイクロホンを用いた．マイクロホンには変換アダプタを用いて B&K 社製 Type2669 1/2 インチブリアンプを使用し，コンディショニング 4 アンプとして B&K 社製 4 チャンネル用 NEXUS を 2 台用いた．

マイクロホンはノズル端から 2 m の位置に四半円周上に設置した．概要を Fig. 5 に示す．ここで，コニカルノズルの直径は $D = 49.4 \text{ mm}$ であり，2 m ($40D$) は十分遠方である．マイクロホンはジェット軸からの角度が 20° から 90° の位置まで 10° 間隔に設置した．ただし，エンジンの排気が直接当たることを防ぐため， 20° の位置のマイクロホンはノズル端から 4 m の位置に設置し，解析時に距離による補正を行った．

データの収録，解析は，National Instrumental 製の PXI Express コントローラ PXIe-4497 および PXI Express シャーシ PXIe-1078 と同社ソフトウェア LabVIEW を使用して行った．音響計測のサンプリング周波数は 200,000 Hz，レンジは 10 Hz から 100,000 Hz，FFT 点数は 10,000 点とした．各運転条件で，計測結果として周波数間隔 20 Hz の FFT 解析データをそれぞれ 2 回ずつ保存し，2 回の測定値の平均をとった後に距離の補正および 1/3 オクターブバンド解析を行った．

Table 1 Test condition.

Rotation frequency	104,500 [rpm]
Microjet mass flow rate per main jet	0% (Baseline) , 1%, 2%, 3%
Number of split	0, 8, 16
Cross sectional area of microjet nozzles	32.0 (Default nozzles), 16.0 (Thin nozzle) [mm^2]

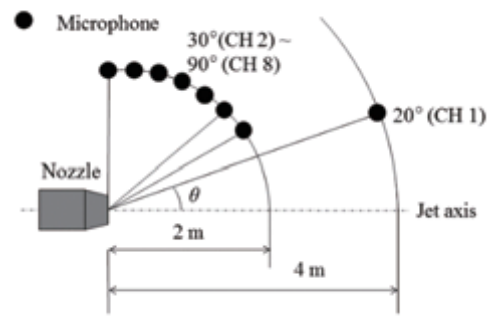


Fig. 5 Microphone arrangement.

2-5. エンジンパラメータ解析

エンジンの排気ジェットのマッハ数，排気ジェット速度，排気ジェット温度はノズル前後の圧力比 (NPR) を用いて以下の式により算出する．ここで，テイルパイプ全圧 $P_{t,7}$ ，大気圧 P_0 ，比熱比 κ ，テイルパイプ全温 $T_{t,7}$ ，排気ジェットマッハ数 M_j ，ノズル出口静温 $T_{s,8}$ ，排気ジェット速度 V_j である．

$$NPR = \frac{P_{t,7}}{P_0} \quad (1)$$

$$M_j = \sqrt{\frac{2}{\kappa - 1} \left(NPR^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} - 1 \right)} \quad (2)$$

$$T_{s,8} = T_{t,7} \left(1 + \frac{\kappa - 1}{2} M_j^2 \right)^{-1} \quad (3)$$

$$V_j = M_j \sqrt{\kappa R T_{s,8}} \quad (4)$$

エンジンは入口圧力や温度によってその特性が変化する．そこで，メインジェット流量 Q_m ，エンジン回転数 N_m ，推力 F_m について，標準状態の温度と圧力を用いてスケーリングした修正量を評価に用いる．修正回転数 N_c ，修正流量 $Q_{m,c}$ ，修正推力 $F_{m,c}$ は，式(5), (6)に示す温度補正係数 φ ，圧力補正係数 δ を用いて式(7)~(9)より算出する．ここで T^* と P^* は標準状態の温度と圧力， wfm は燃料流量である．

$$\varphi = \frac{T}{T^*} \quad (5)$$

$$\delta = \frac{P}{P^*} \quad (6)$$

$$N_c = \frac{N_m}{\sqrt{\varphi}} \quad (7)$$

$$Q_{m,c} = Q_m \frac{\sqrt{\varphi}}{\delta} + wfm \quad (8)$$

$$F_{m,c} = \frac{F_m}{\delta} \quad (9)$$

3. 結果および考察

3-1. 騒音値の補正

基準ノズルにミキサを付加した場合，ジェット主流に侵入させる構造物がブロッカーとなるため，ノズルを閉塞

させた場合と同様の効果を示す。これはマイクロジェットの場合も同様であり、本研究においても Fig. 6 に示す通り、ノズルの見かけ上の断面積の減少によって、マイクロジェット流量に応じた NPR および排気ジェット速度の上昇がみられた。ジェット騒音は排気ジェット速度と相関があるため、回転数を基準にして計測した騒音値を単純に比較した場合、マイクロジェットの騒音低減効果を過小評価してしまう。そこで、本研究では計測された音圧レベル (Sound Pressure Level: SPL) に速度による補正を行い、ジェット速度一定の条件で騒音低減効果の評価を行った。補正式を以下に示す。

$$SPL_c = SPL + 10 \times \log_{10} \left(\frac{V_{Base}}{V_j} \right)^6 \quad (10)$$

ここで SPL_c 、 SPL はそれぞれ補正後、補正前の音圧レベル、 V_{Base} は Baseline の排気ジェット速度である。式中の乗数としては、亜音速ジェットの放射音響パワーとして、Lighthill 方程式から導かれる 8 乗比例則が挙げられるが、実際に観測される騒音は低次の比例成分や速度依存性のない成分を含み、周波数や計測点の方向により速度依存性が低下する。そこで、本研究においては過剰な補正を防ぐため、乗数として 6 を採用している。

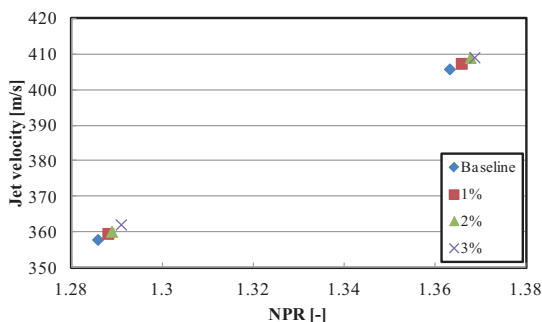


Fig. 6 Estimated exhaust jet velocity.

3-2. 分割数の変更

楔の数を変更し、マイクロジェットノズルの分割数を 0, 8, 16 と変更した場合について、ジェット軸からの角度が 40°および 90°の計測点における、1/3 オクターブバンドでの音圧レベルの変化量を Fig. 7, 8 に示す。マイクロジェット流量比は主流に対して 3% である。マイクロジェットノズルの分割数を 8 および 16 とした時に、16,000 Hz 以下の帯域で有意な騒音低減効果が得られたが、マイクロジェットノズルの分割数が 0 の完全円環形状の場合は、有意な騒音低減効果は得られなかった。これは、完全な円環形状のマイクロジェット入射では縦渦による擾乱が発生しにくいことによる。また、分割数を増加させた場合、側方より大きい騒音低減効果が得られた。これは、ノッチと同様に複数の小さい擾乱を与えることで、ジェット本体への影響が抑えられたためである。

計測点ごとに 1/3 オクターブバンドで 31,500 Hz 以下の全周波数帯域の音圧レベルの総和をとった全帯域音圧レベル (Overall Sound Pressure Level: OASPL) の Baseline からの変化量を Fig. 9 に示す。分割数を 16 とした場合は、エンジン側方を含めてすべての計測点で 0.5 dB 以上の騒音低減がみられた。

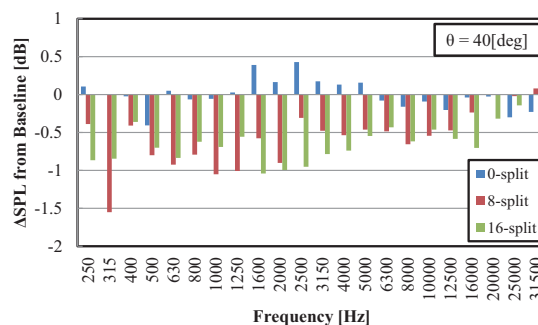


Fig. 7 Corrected SPL variation from Baseline. (θ=40deg)

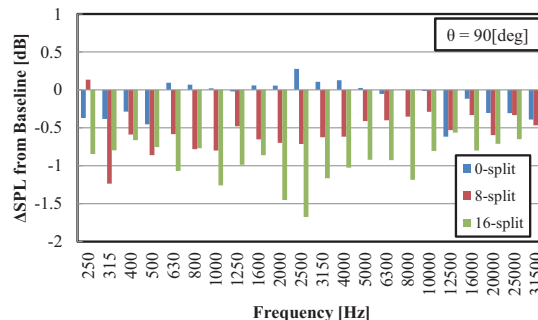


Fig. 8 Corrected SPL variation from Baseline. (θ=90deg)

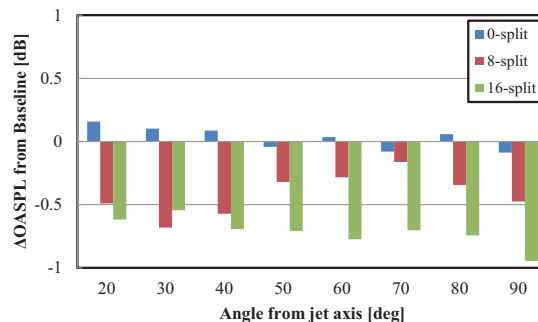


Fig. 9 OASPL variation from Baseline.

3-3. 断面積の変更

楔の大きさを変更し、マイクロジェットノズルの断面積を変更した場合の、ジェット軸からの角度が 40°および 90°の計測点における、周波数ごとの音圧レベルの変化量を Fig. 10, 11 に示す。マイクロジェット流量は主流に対し 2% と 3% である。マイクロジェット流量に対する騒音低減効果は、10,000 Hz 以下の低周波数帯域において、後方、側方ともにマイクロジェットノズルの断面積を小さくすることにより向上した。これは、断面積が小さくなることでマイクロジェットの流速が上昇し、同一流量条件でも強い擾乱が発生したためである。一方で、マイクロジェットノズルの断面積を小さくした場合、流量比 3% の条件では 20,000 Hz 以上の高周波数帯域で騒音が増大した。これは、他のミキサでの報告と同様の傾向である。

1/3 オクターブバンドで 31,500 Hz 以下の周波数領域の OASPL の変化量を Fig. 12 に示す。断面積を小さくすることにより、流量比を 2% とした場合でも、断面積が大きい場合の流量比 3% 以上の騒音低減効果が得られた。ジェット騒音が支配的となる後方での騒音低減効果は特に大きく、流量比 3% では最大で 1.8 dB の低減であった。

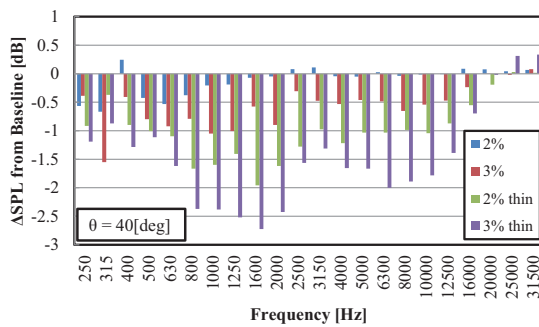
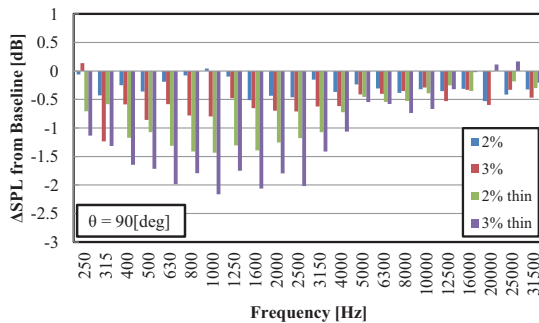
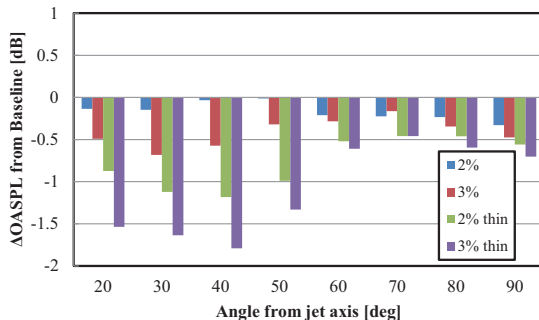
Fig.10 Corrected SPL variation from Baseline. ($\theta=40\text{deg}$)Fig.11 Corrected SPL variation from Baseline. ($\theta=90\text{deg}$)

Fig. 12 OASPL variation from Baseline.

4. 結論

本研究では加熱ジェット試験装置にて、構造を変更したマイクロジェットノズルの運転試験を行った。得られた知見は以下の通りである。

- 1] マイクロジェットの騒音低減効果は流体を離散的に噴射することで得られた。
- 2] マイクロジェットの分割数を増加させることは、側方の騒音低減に有効であった。
- 3] マイクロジェットノズルの断面積を絞り、流速を増加させることで、流量あたりの騒音低減効果は向上し、最大1.8 dB程度の騒音低減がみられた。
- 4] マイクロジェットノズルの断面積を絞った場合、高周波数帯域では他のミキサと同様に騒音は増大した。

参考文献

- 1) 藤巻吉博 “民間航空機用ジェットエンジンに係る安全・環境基準と最近の動向について”, ガスタービン学会誌, Vol.42, No.1, 2014, pp.8-11.
- 2) Lighthill, M. J., “On Sound Generated Aerodynamically. I. General Theory”, Proc. Roy. Soc. Lon. (A), 211, 1952, pp.564-587.
- 3) Callender, B., Gutmark, E., and Martens, S., “Far-Field Acoustic Investigation into Chevron Nozzle Mechanisms

- and Trends”, AIAA-journal, Vol.43, No.1, 2005, pp.87-95.
- 4) Schlenger, R. H., Simonich, J. C., Shannon, D. W., Reba, R. A., Colonius, T., Gudmundsson, K., and Ladeinde, F., “Supersonic Jet Noise from Round and Chevron Nozzles: Experimental Studies”, AIAA 2009-3257, 2009.
- 5) Rask, O., Harrison, S., Munday, D., Harris, C., Mihaescu, M., and Gutmark, E., “Jet Aircraft Propulsion Noise Reduction Research at University of Cincinnati”, AIAA 2007-5631, 2007.
- 6) 大石勉 他, “シンプル低騒音化技術”, IHI技報, Vol.47, No.3, 2007, pp.127-133.
- 7) 石井達哉 他, “ノッチノズルのエンジン騒音試験”, 第40回日本ガスタービン学会の講演会 (釧路) 講演論文集, 2012.
- 8) 石井達哉 他, “Noise Test of Revised Notched Nozzle Using a Jet Engine”, ASME GT2013-94833, 2013.
- 9) 石井達哉 他, “クローミキサのエンジン騒音試験”, 第40回日本ガスタービン学会定期講演会 (釧路) 講演論文集, 2012.
- 10) Rife, M. E., and Page, G. J., “Large eddy simulation of high reynolds number jets with microjet injection”, AIAA 2011-2882, 2011.
- 11) Castelain, T., Béra, J. C., and Sunyach, M., “Noise reduction of a Mach 0.7–0.9 jet by impinging microjets”, C. R. Mecanique 334, 2006, pp.98-104.
- 12) Castelain, T., Sunyach, M., Juvé, D., and Béra, J. C., “Jet noise reduction by impinging microjets: an aerodynamic investigation testing microjet parameters”, AIAA 2007-3419, 2007.
- 13) Castelain, T., Sunyach, M., Juvé, D., and Béra, J. C., “Effect of microjets on a high-subsonic jet. Parametric study of far-field noise reduction”, AIAA 2006-2705, 2006.
- 14) 福本 将太 他, “模型エンジンを利用したマイクロジェットデバイスの騒音低減性能評価に関する研究”, 第42回日本ガスタービン学会定期講演会 (熊本) 講演論文集, 2014.

低速度領域におけるバドミントン用シャトルコックの空力特性

板倉嘉哉, 桑原直弘, 古村文音
千葉大学 教育学部

Aerodynamic Characteristics of Badminton Shuttlecocks at Low Speed Range

by
Yoshiya ITAKURA, Naohiro KUWAHARA and Ayane KOMURA
Chiba University, Faculty of Education

ABSTRACT

As you know, badminton is a well-known sport that young and old can play. The reason why everyone can enjoy is in strong deceleration of the shuttlecock, but its aerodynamic characteristics have not been elucidated well. In the present work, using a low speed wind tunnel, static drag and rolling moment acting on a feather shuttlecock were measured for a range of Reynolds number $4,000 < Re < 40,000$ at angle of attack 0° . Dynamic drag and number of revolution in free flight were also measured with vertical wind tunnel for a range of Reynolds number $11,000 < Re < 15,000$. Dependencies of Reynolds number on aerodynamic characteristics of feather and synthetic shuttlecock are discussed.

主な記号

C_A : 軸力係数
 C_N : 法線力係数
 C_l : ローリングモーメント係数
 Re : レイノルズ数 ($Re = U_\infty L / \nu$)
 Ro : ロスビー数 ($Ro = U_\infty / (2 \omega L)$)
 Sr : 回転速度比 ($Sr = \omega L / U_\infty$)
 L : 代表長, m
 F_A : 軸力, N
 m : シャトルコック質量, kg
 N : 回転数, rpm
 U_∞ : 一様流流速, m/s
 α : 迎角, degree
 ω : 角速度, rad/s

1. 緒論

バドミントン用シャトルコックにはガチョウの羽を使用した水鳥球と、ナイロン製の樹脂球が存在する。樹脂球は安価であり耐久性もあるが、競技者からは「打球時の感覚が違う」、「飛びが違う」との指摘があり、試合でも練習でもほとんど使用されていない。「飛びの違い」は流体力学的視点から見ると、シャトルコックに作用する抵抗の速度依存性に起因するものであり、抵抗のレイノルズ数依存性や飛行特性の違い等、航空工学的な観点からも興味の尽きない対象である。

バドミントン用シャトルコックに関するスポーツ工学的な先行研究としては、榎原¹⁾が風洞試験により、抵抗の速度依存性、羽根破折や変形の影響を調べている。また、綿貫²⁾は YONEX 社からの受託研究として、水鳥球と樹脂球の空気力学的特性の相違点を明らかにしている。国外においても、水鳥球の代替となる樹脂球の開発に向けて、Cooke³⁾が風洞及び水槽を使用した試験を実施し、その空気力学的特性を取得している。また、Alam⁴⁾らは高レイノルズ数領域での水鳥球と樹脂球の風洞試験を行い、羽根の構造の変形が抵抗特性に与える影響を明らかにしている。筆者らも、水鳥球及び樹脂球の静的状態（無回転）における空気力学的特性を、3 分力測定、シャトル内部の静圧分布測定、後流における静圧・総圧分布測定及び内部流れの可視化実験等により明らかにし、羽根基部の隙間の存在による、大きな抵抗の発生機構を解明してきた⁵⁾。これまでの筆者らの風洞試験は静的試験であり、風洞内でシャトルコックを支持し、無回転及び流速一定（約 23 m/s）の条件下

で空気力を測定してきた。しかし、シャトルコックを固定した静的風洞試験では、回転による影響が考慮されておらず、実際の飛行状態の流れ場を十分に再現していない可能性があった。

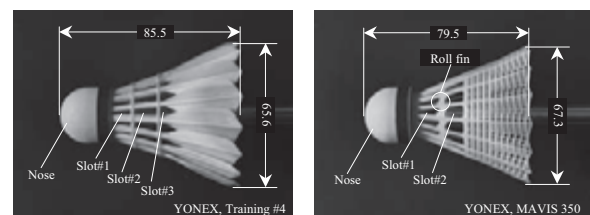
本論文では、これまでにない低速度領域（約 2 ~ 23m/s）における風洞試験を実施し、静的状態（無回転）における抵抗及びローリングモーメントのレイノルズ数依存性を明らかにした。また、垂直風洞を製作し、シャトルコックを風洞内で自由飛行させる動的試験も実施し、回転を伴う飛行時の抵抗及び回転数特性のレイノルズ数依存性も明らかにした。両者の比較により、低速度領域におけるシャトルコックの静的及び動的な空力特性の相違について検討した。

2. 風洞試験の概要

2.1 風洞試験用模型

風洞試験には YONEX 社製の水鳥球（Feather）及び樹脂球（Synthetic）の実物を使用した。図 1 にシャトルコックの構造及び各部の代表寸法を示す。水鳥球は 16 枚の羽根が交互に重なるようにコルク製 Nose 部に植え込まれており、羽根骨部の 2 箇所が糸で固定されている。羽根を交互に重なるように植え込むことにより、ローリングモーメントが発生し、シャトルコックは飛行方向に向かって反時計回りに回転することになる。また、樹脂球では、羽根補強部に設けられた小翼（Roll fin）と羽根メッシュ部のピッチを非対称にすることにより、ローリングモーメントを発生させ、シャトルコック飛行時に反時計回りに回転するように製作されている。

なお、シャトルコックの羽根基部にある隙間（以下 Slot と呼ぶ）が空力特性に与える影響を検証するために、それぞれの模型に対して、Slot#1 及び Slot #2 をテープで塞いだもの（Filled）と塞がない通常形態（Normal）について実験を行なった。



(1-A) 水鳥球

(1-B) 樹脂球

図 1 風洞試験用模型

2.2 静的風洞試験

風洞試験には、千葉大学教育学部機械工学研究室が所有する測定部寸法 250mm 角の吹き出し型低速風洞を使用した。なお、風洞は自作であるが、最大風速 23m/s、最大乱れは 0.8% 以内の性能を有している。模型に作用する空気力は、模型支持用支柱後端に接続された汎用 6 軸力覚センサー（ニッタ株式会社製：IFS-20E12A15-I25-EX）により検出され、DSP レシーバーボードを介して PC に取り込まれ処理される。

静的風洞試験では模型を風洞内で固定した状態で、主流の風速を 2~23m/s に変化させ、図 2 に示す機体軸により空気力を測定し、 C_N 、 C_A 、 C_l の各空力係数を算出した。一様流のレイノルズ数は Nose 部直径 D を基準とすると、約 4,000 ~ 40,000 となる。

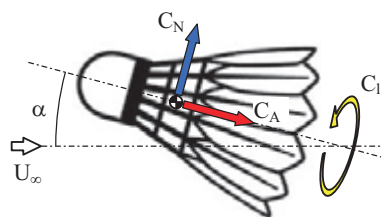


図2 機体軸座標系と空力係数

2.3 動的風洞試験

シャトルcockの動的風洞試験では、質量を変化させた模型を製作し、垂直風洞内で自由飛行させ空力特性を取得した。模型の質量はノーズ部のコルクをくり貫き、錘の量により変化させた。その模型を図3に示すように重力 mg と軸力 F_A がつり合い、回転しながら定位置を維持できるように風速を調整し、その時の重力を軸力として軸力係数 C_A を算出した。また、自由飛行するシャトルcockを高速度カメラで撮影し、画像解析により各風速における定常飛行時の回転数 N も算出した。

なお、垂直風洞による動的試験では、軸力と重力がつり合うようにして自由飛行させるため、必然的に迎角 0° でしか実験することができない。

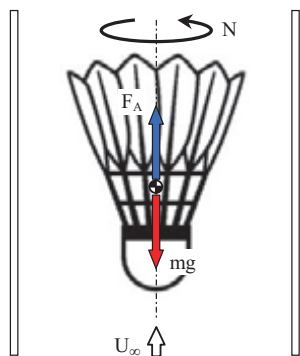


図3 自由飛行するシャトルcockの軸力計測

3. 結果及び考察

3.1 軸力係数の迎角依存性（静的風洞試験）

図4に水鳥及び樹脂球における、通常形態（Normal）と Slot を塞いだ（Filled）シャトルcockの軸力係数の迎角依存性を示す。なお、 Re 数は約 40,000 で実験を行った。

軸力係数は迎角 0° で最大値を取り、その値は水鳥球で 3.58、樹脂球で 3.72 と非常に大きな軸力が作用していることがわかる。また、両者とも軸力係数の迎角依存性は鈍く、迎角変化に対し原点を中心とした緩やかな山形分布を形成しており、迎角依存性に大きな相違は無いと言える。

一方、両シャトルcockの Slot #1, #2 を塞いだものでは、迎角に対して軸力はほとんど変化を示さず、ほぼ一定値で推移しており、水鳥球で約 2.4、樹脂球で 2.1 と、通常形態の 6~7 割程度に減少している。この現象は榊原¹⁾や綿貫²⁾の実験でも報告されており、その結果と良く一致している。この軸力の減少を、榊原¹⁾は羽根骨部や固定用糸からの渦発生によるものと推測しているが、その検証はなされていない。直感的には、「スロットを塞ぐと主流に対する投影面積が増大するとともに、塞いだ部分の圧力上昇により軸力は増大するのでは？」と考えられるが、事実はその逆である。この軸力発生メカニズムは、以下に述べる内部圧力分布測定及び可視化結果から説明することができる。

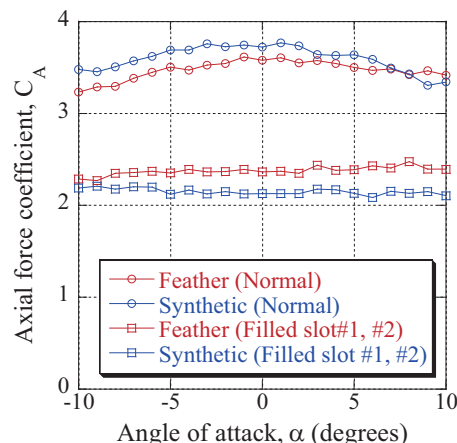


図4 水鳥球及び樹脂球における軸力の迎角依存性

スロット部分を塞ぐとなぜ軸力は減少するのか？（もしくは、スロットのある通常形態の方が、なぜ軸力は増大するのか？）をシャトルcock周り及び内部の可視化画像、シャトル内部正中面での静圧力分布測定から検証する。なお、如何なる迎角においても、スロットを塞ぐことにより軸力は減少することになるが、その流体力学的なメカニズムは本質的に同じであると考えられるので、迎角 0° での実験結果により検証することにする。なお、本節の詳細については、引用元である文献5を参照されたい。

図5は、正中面における流れ場をスモークワイヤ法で可視化したものである。図(5-A)の Normal 形態では Nose 部近傍を過ぎた流れは剥離することなく、Slot #1 及び#2 から吸い込まれるように内部へ流れ込んでいるのがわかる。また、それよりも Nose 部上方を過ぎた流れは、Slot #3 から羽根内側へいくものと、外側に沿って流れるものとに分かれており、その羽根内外の圧力差により、シャトルを回転させる反時計回りのローリングモーメントを生み出している。一方、図(5-B)の Filled 形態では、Nose 部を過ぎる流れは肩部で剥離を起こし、分離流線は Slot #3 前部（スロットを塞ぐテープ後端近傍）で再付着しており、テープ部上方に剥離泡を形成しているのがわかる。すなわち、スロットを塞いでも、その部分の圧力は著しく上昇することは無く、通常形態以上の軸力増加には結び付かないのである。

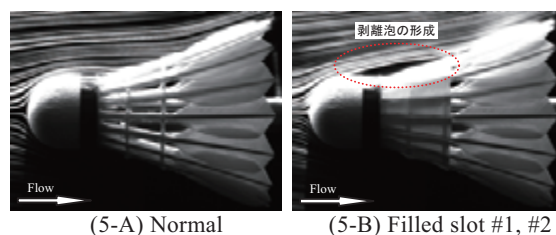


図5 シャトルcock周りの流れ場（ $\alpha = 0^\circ$ ）

シャトル内部の流れ場の構造を検証するために、正中面で切断した半裁模型（正中面は透明アクリルシートにより遮蔽）による可視化結果を図 6 に示す。シャトル内部の流れ場は 3 次元旋回流（シャトル後方から見て時計回り）となるため、このような半裁模型では実際の流れ場を忠実に再現することはできないが、Slot #3 より前方の流れ場では基本的な構造に大きな差異は無いと考えられる。

図(6-A)の通常形態では、Slot #1 からの流れは中心軸方向へ引き込まれるようになり、スロット前端からの分離流れ線により、Nose 部背後に三角錐状の死水域が形成されているのがわかる。Slot#2 からの流れは羽根方向と中心軸方向へ向かうものに分かれるが、大きく方向を変化させることは無く、下流へと流れ去っている。また、Slot #3 からの流れは、Slot #2 からの流れと合流するものと、羽根方向へ流れるものとに分かれ、羽根面に沿った旋回流を形成する。

図(6-B)の Filled 形態でも、Slot #3 からシャトルコック内部へ入り込む流れは存在するが、その流れは非常に弱く、中心部へ向かうことなく羽根方向へ沿うようになる。これは、後述するシャトルの内部圧力に起因するもので、スロットを塞ぐと羽根内外の圧力差が小さくなるからであり、その結果シャトル内部の流れは全域に亘って緩慢となり、淀んでいる。

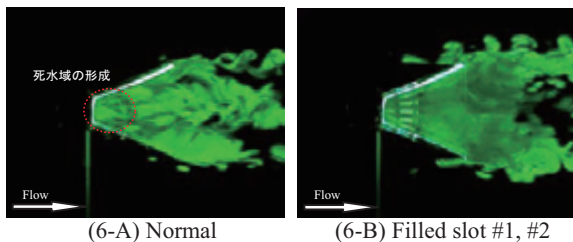


図 6 シャトルコック内部正中面の流れ場 ($\alpha = 0^\circ$)

図 7 は正中面に 47 個の圧力孔を設けた半裁模型により、シャトル内部の静圧分布を測定したものである。Nose 部後方にある 2 本の白い縦線は羽固定用糸の位置を示している。図(7-A)の通常形態で特徴的なのは、Nose 部背後に低圧領域が形成されることと中心軸上の圧力上昇領域の存在である。これらは、Nose 部背後に形成される三角錐形状の死水域の底面と頂点に対応している。slot #1 前端から剥離した流れは加速され内部へと流れ込み、Nose 部背後に低圧領域を形成するとともに、中心軸上に集中するため圧力は上昇し、このような静圧分布が形成されるものと考えられる。スロットによる Nose 部背後の低圧領域の存在こそが、大きな軸力発生の主因と考えるのが妥当である。

一方、Slot を塞いだ(7-B)では、通常形態で現れた Nose 部背後の低圧領域と、その後方に現れる高圧領域は消失し、内部全域に亘り大きな変化の無い、平坦な圧力分布となる。また、その圧力値も通常形態よりは高くなるため、その結果、Slot を塞ぐと通常形態よりも軸力は小さくなる。

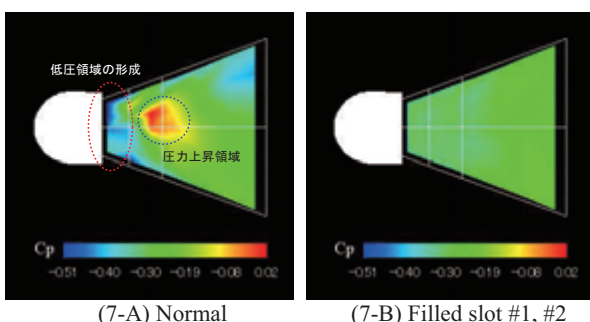
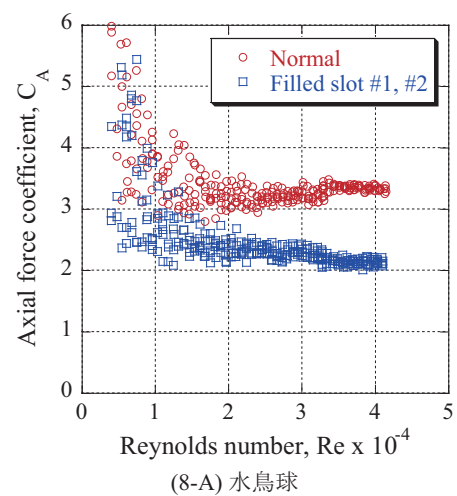


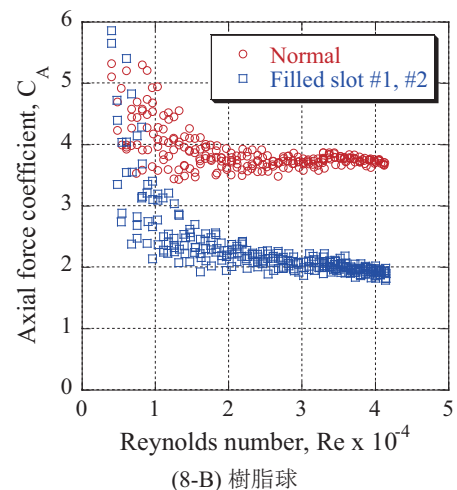
図 7 シャトルコック正中面での圧力分布 ($\alpha = 0^\circ$)

3.2 軸力係数の Re 数依存性（静的風洞試験）

図 8 は、迎角 0° における水鳥球及び樹脂球の軸力係数の Re 数依存性である。なお、Re 数 10,000 以下ではロードセル及びマノメータの測定限界に近いので、ばらつき大きくデータの信頼性は低いと考えられる。水鳥球及び樹脂球ともに、軸力係数は Re 数約 15,000 以上ではほぼ一定となり、レイノルズ数の変化に対し急激に変化することは無く、動圧に比例した軸力が作用しているのがわかる。また、その値は通常形態の水鳥球で 3.4、樹脂球では 3.7、Slot を塞ぐと両シャトルコックとも低下し水鳥球で 2.3、樹脂球では 2.1 であり、3.1 節の Re 数 40,000、迎角 0° における軸力係数とほぼ一致する。どの速度領域においても、Slot を塞ぐことにより軸力は通常形態よりも低下しており、前述した大きな軸力の発生メカニズムである流れ場の構造は大きく変化することは無いことを示している。



(8-A) 水鳥球



(8-B) 樹脂球

図 8 軸力係数の Re 数依存性 ($\alpha = 0^\circ$)

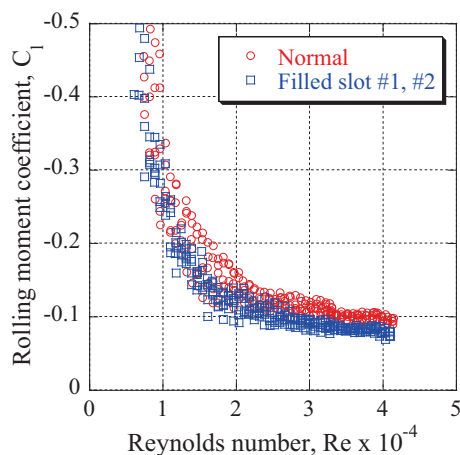
3.3 ローリングモーメント係数の Re 数依存性（静的風洞試験）

シャトルコックは進行方向に対して反時計方向に回転しながら飛行する。水鳥球では 16 枚の羽根が交互に重なった構造で、樹脂球では、Roll fin 及び羽根メッシュ部ピッチの非対称により、ローリングモーメントを発生させているからである。このシャトルコックの回転を生み出すローリングモーメント係数の Re 数依存性を図 9 に示す。

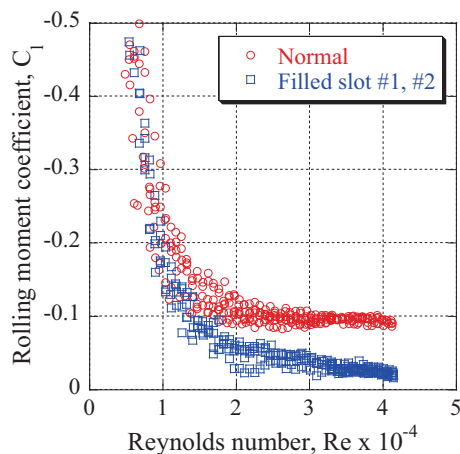
図(9-A)の水鳥球のローリングモーメント係数は Re 数の増加に対し緩やかに減少していることがわかる。また、Re 数の減少に伴っては、ローリングモーメント自身は小さく

なるが、係数算出における分母である動圧が小さくなるため、反比例的に係数は増大することになる。一方、Slot を塞いだ形態のローリングモーメント係数は通常形態よりも小さい値になっている。ローリングモーメントは羽根部内外の圧力差により発生することになるが、Slot を塞ぐとシャトルcock内部の静圧は通常形態の静圧ほど低下しないため、このような差が生ずるものと考えられる。また、前述した Slot を塞いだシャトルcockの軸力係数低下も、ローリングモーメントの低下と関係していると考えられる。すなわち、Slot #3 から内部へ入り込む流れは、羽根の重なりにより、流れは周方向へ偏向され、その反作用としてローリングモーメントが発生する。Slot を抜けた流れは旋回流を形成することになるが、その際、エネルギー損失が無視できるものとしても、速度は周方向へ偏向されることにより、機体軸方向の運動量に損失が発生する。この機体軸方向の運動量の損失が小さいほど（すなわちローリングモーメントが小さいほど）ウィンドミル効果は減少し、軸力は低下すると考えられる。

図(9-B)の樹脂球では、水鳥球と同様に Slot を塞ぐことによりローリングモーメント係数は低下するが、その減少幅は非常に大きいことがわかる。樹脂球の場合、ローリングモーメントの主たる発生源は Slot #1 と #2 の間にある Roll fin であるが、Slot が塞がれることにより、Roll fin が機能しなくなるため、ローリングモーメントは著しく低下することになる。ローリングモーメントの低下はウィンドミル効果を減少させるため、図 4 に示されるように Slot を塞いだときの軸力低下は水鳥球より樹脂球の方が大きくなる。



(9-A) 水鳥球



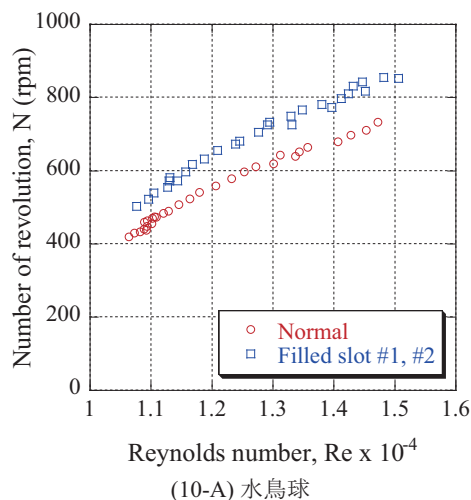
(9-B) 樹脂球

図 9 ローリングモーメント係数の Re 数依存性 ($\alpha = 0^\circ$)

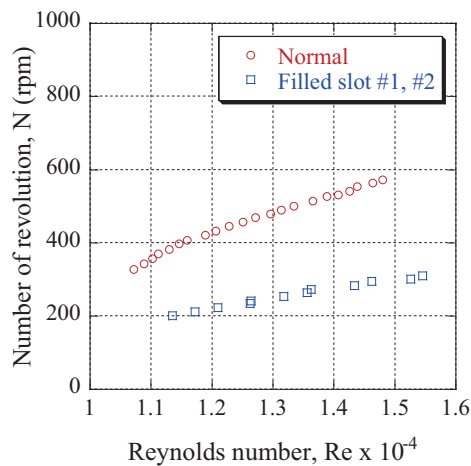
3.4 シャトルcock回転数の Re 数依存性 (動的風洞試験)

図 10 は、垂直風洞でシャトルcockを自由飛行させ測定した回転数の Re 数依存性である。図(10-A)の水鳥球の場合、Re 数の増加に対し回転数も増加するが、その関係は必ずしも一次関数的ではないことがわかる。また、Slot を塞いだシャトルcockの方が通常形態よりも回転数は約 100 rpm 増加している。前節の静的試験におけるローリングモーメントの測定では、Slot を塞ぐとローリングモーメント係数は低下しており、動的試験の回転数の大小関係とは矛盾することになる。シャトルcockが回転することにより、Nose 部で形成された旋回流が Slot #3 後方の羽根先端に到達するときに静的試験では再現できない何らかの動的効果が作用し、ローリングモーメントを増大させていると考えられるが、現時点ではその流体力学的なメカニズムは未解明である。

図(10-B)に示す樹脂球における回転数の Re 数依存性も、水鳥球と同様な特性を示している。その回転数は通常形態で水鳥球の約 8 割程度の回転数しかなく、飛行中は水鳥球よりもかなり遅い回転状態となっている。また、Slot を塞いだ場合、水鳥球とは異なり、回転数は著しく低下することになり、通常形態の半分以下となる。静的試験による、Slot を塞ぐことによりローリングモーメントが低下することからも予想できる結果であるが、なぜ水鳥球のような逆転現象が生じないかは疑問の残るところである。水鳥球の羽根と樹脂球のメッシュ状羽根の構造的な違いが、動的効果に及ぼす影響については、今後の研究課題である。



(10-A) 水鳥球

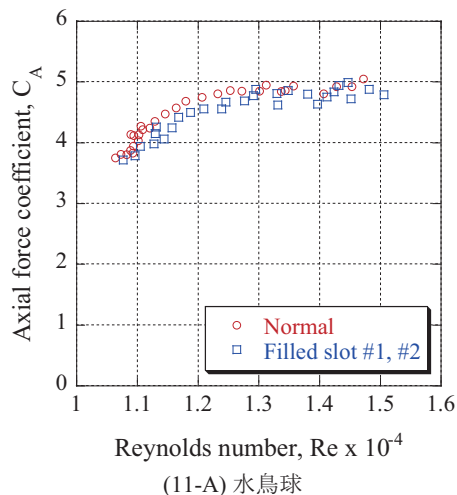


(10-B) 樹脂球

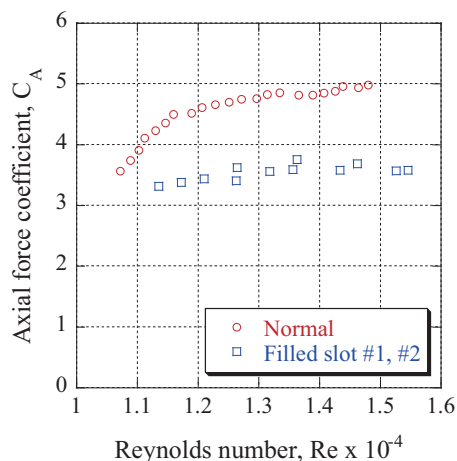
図 10 回転数の Re 数依存性 ($\alpha = 0^\circ$)

3.5 軸力係数の Re 数依存性（動的風洞試験）

図 11 に軸力係数の Re 数依存性を示す。水鳥球の通常形態の静的試験において、軸力係数が Re 数に依存せず、ほぼ一定となる時の値は約 3.2 であった。しかし、図(11-A)の動的試験で得られた軸力係数は Re 数により変化し 3.7~5.0 で推移しており、シャトルcock回転の影響により軸力係数は著しく増大している。また、静的試験で観察された Slot を塞ぐことによる軸力の大幅な低下は動的試験では現れず、軸力の低下は Re 数全域にわたり極微小である。前述したように Slot を塞ぐと通常形態よりも回転数は増加することになり、ローリングモーメントが増加していることを意味している。ローリングモーメントの増加は機体軸方向の運動量の損失を増大させ、軸力を増加させる。このように、Slot を塞いだ水鳥球ではウィンドミル効果が強まることにより軸力は増大し、通常形態との差が無くなると考えられる。また、水鳥球の両形態の軸力係数は Re 数 11,000~12,000 範囲で約 3.7 から 4.8 へと急激に変化しており、静的試験とは異なる Re 数依存性を示している。軸力係数がこのような Re 数依存性を示す原因としては、シャトルcockの回転による Nose 部近傍の流れ場が変化していることが考えられる。



(11-A) 水鳥球



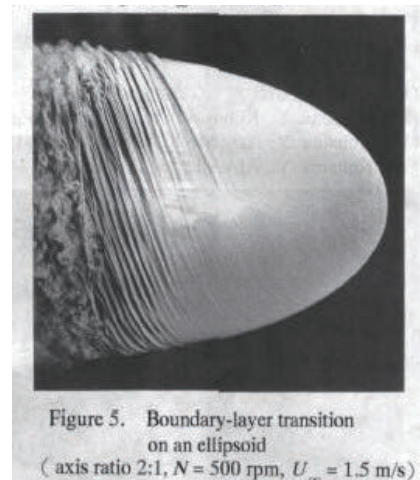
(11-B) 樹脂球

図 11 軸力係数の Re 数依存性 ($\alpha = 0^\circ$)

図(11-B)の樹脂球においては、静的試験と同様に Slot を塞ぐことにより、軸力係数は大幅に低下している。Roll fin が機能しなくなることにより回転数が低下し、ウィンドミル効果が弱まるためと考えられる。また、通常形態の Re 数依存性は水鳥球と同様な特性を示しており、軸力係数は Re 数

11,000~12,000 の範囲で急激に変化している。しかし、Slot を塞いだ形態では、軸力係数が急激に変化することは無く、フラットな変化を示しており、水鳥球の特性とはかなり異なることがわかる。

水鳥球の両形態及び樹脂球の通常形態で軸力係数が急激に変化する Re 数領域が存在することが確認された。このような Re 数依存性を示す原因としては、シャトルcockの回転により Nose 部近傍の流れ場が大きく変化していることが考えられる。図 12 は小濱、小林⁶⁾による、回転する長短軸比 2:1 の楕円体表面の流れを可視化したものであり、遠心力不安定による境界層の乱流遷移が鮮明に捉えられている。シャトルcockの動的試験で軸力が急激に変化する回転数領域は約 400~600 rpm であり、ほぼ同様な回転状態であると考えられる。シャトルcockの Nose 部は半球であり楕円体とは形状が異なるため断言はできないが、遠心力不安定により Nose 部で境界層が乱流に遷移し、流れ場の構造が大きく変化するため、軸力係数が急激に変化すると考えられる。

図 12 回転楕円体周りの流れの可視化⁶⁾

ここで、この現象を整理するために、式(1)に示す流れの慣性力と回転による遠心力の比となる無次元数を考えると、流れの慣性力と回転によるコリオリ力の比であるロスビー数 Ro の自乗、一様流の流速と回転による周速度の比である回転速度比 Sr の逆数の自乗となることがわかる。回転速度比は遠心力不安定を支配する無次元数であり、当然の帰結である。

$$\frac{F_{\text{flow inertia}}}{F_{\text{centrifugal}}} = \frac{mU_{\infty}^2/L}{mL\omega^2} = \left(\frac{U_{\infty}}{L\omega}\right)^2 \propto Ro^2 \propto \left(\frac{1}{Sr}\right)^2 \quad (1)$$

この $(1/Sr)^2$ を導入し、水鳥球及び樹脂球の通常形態における Re 数依存性をグラフ化したものが図 13 である。Re 数の変化に対し $(1/Sr)^2$ は一次関数的に変化するが、その勾配が変化する Re 数が存在するのがわかる。水鳥球及び樹脂球の動的試験において、軸力係数が急激に変化するのは Re 数が 11,000~12,000 の範囲であり、慣性力と遠心力の比である $(1/Sr)^2$ の傾きが変化する領域と一致している。無次元数の観点からも、遠心力の作用が大きく変化する Re 数領域が確認され、流れ場の状態が遷移する Re 数の存在が示唆される。

シャトルcockが回転している動的状態と静的状態では、その空力特性に大きな違いが存在することが明らかになった

た。現時点では、回転するシャトルコック近傍の流れ場の構造を把握するには至っていないが、自由飛行するシャトルコック周りの流れ場の可視化を準備している。

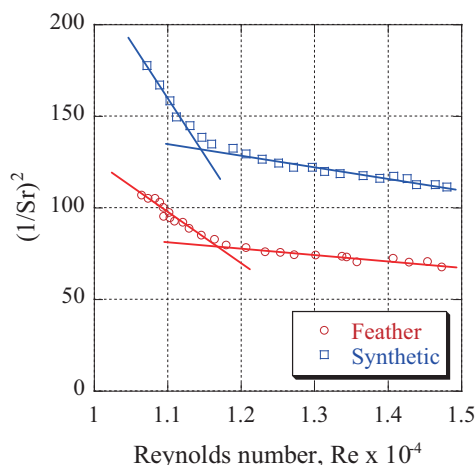


図 13 $(1/Sr)^2$ の Re 数依存性 (通常形態, $\alpha = 0^\circ$)

参考として、慣性力と遠心力の比である $(1/Sr)^2$ と軸力係数の関係を図 14 に示す。どの球種及び形態においても、軸力係数は $(1/Sr)^2$ と線形な関係にあるのがわかる。この線形関係は実験を行った比較的速度の遅い Re 数 10,500~15,000 の範囲でのみ確認できたものであり、広範囲な Re 数領域でも成立するかは未検証である。現在、実験可能な Re 数範囲を拡大するべく垂直風洞の改修を進めており、更なる軸力及び回転数の測定、回転するシャトルコック周りの流れの可視化を計画している。

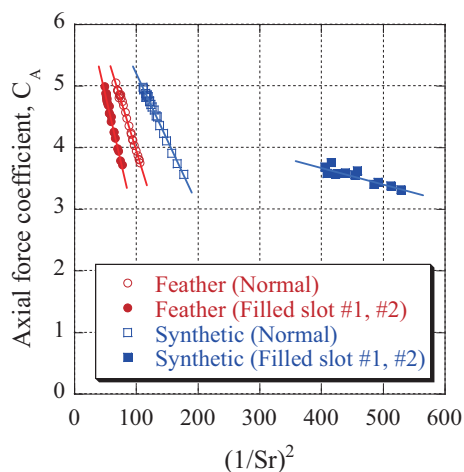


図 14 軸力係数の $(1/Sr)^2$ 依存性 ($\alpha = 0^\circ$)

4. 結論

バドミントンで使用される水鳥及び樹脂製シャトルコックに対する低速度領域における静的及び動的風洞試験により、軸力、ローリングモーメント及び回転数の Re 数依存性を明らかにした。本研究の遂行により、以下なる知見が得られた。

1. シャトルコックを固定した静的試験では、低速度領域においても Slot を塞ぐことにより、どの球種でも軸力は低下する。
2. 静的試験では、Slot を塞ぐことによりローリングモーメントは低下する。特に樹脂球で低下が著しいが、これは Roll fin が機能しなくなるからである。
3. シャトルコックを垂直風洞内で自由飛行させた動的試験では、 Re 数の増加により回転数も増加するが、その関係は必ずしも一次関数的ではない。
4. 水鳥球の静的試験では Slot を塞ぐとローリングモーメントは減少したが、動的試験ではむしろ回転数は上昇し、矛盾する結果となった。何らかの動的な効果が作用していると考えられるが、現時点では未検証である。
5. 水鳥球の動的試験では、静的試験のように Slot を塞ぐことにより軸力が低下することはなかった。水鳥球では回転数が上昇することにより、ウィンドミル効果が強まるためと考えられる。
6. 水鳥の両形態及び樹脂球の動的試験において、軸力係数は Re 数 11,000~12,000 の範囲で急激に変化する。遠心力不安定による境界層の乱流遷移が考えられるが、可視化実験等による検証が必要である。
7. 動的試験の Re 数範囲で、軸力係数は慣性力と遠心力の比である $(1/Sr)^2$ に比例することが確認された。その流体力学的なメカニズムは未解明であるが、実験範囲を拡大した測定等により検証する必要がある。

参考文献

- 1) 榊原芳夫, シャトルコックの空気力学的性質について, 幾徳工業大学研究報告 B-2, 1977.
- 2) 綿貫忠晴, 鈴木宏二郎, バドミントン用シャトルコックの基礎的空力特性, 第 38 回流体力学講演会講演論文集 (日本航空宇宙学会), 2006.
- 3) Cooke, A. J., Shuttlecock Aerodynamics, Sports Engineering, 2, 1999.
- 4) F. Alam H. Chowdhury et al., Measurements of Aerodynamic Properties of Badminton Shuttlecocks, 8th Conference of the ISEA, 2010.
- 5) 板倉嘉哉, 古村文音, シャトルコックの空力特性, 宇宙航空研究開発機構特別資料, SP-10-012, 2011.
- 6) 小濱泰昭, 小林陵二, 三次元境界層における乱流遷移の可視化, 可視化情報学会誌 Vol. 14, Suppl. No. 2, 1994.

スクラムジェットエンジン燃料最適化分布に向けた検討 — 流線溯上法による探索

佐藤 茂

宇宙航空研究開発機構角田

福井正明

スペースサービス

渡邊孝宏、宗像利彦

日立ソリューションズ東日本

Consideration for Optimization of Fuel Distribution in a Scramjet Engine — Search by means of Tracing back along Streamlines

SATO Shigeru

Kakuda Space Center, Japan Aerospace Exploration Agency, Kimigaya, Kakuda-shi, Miyagi 981-1525,
JAPAN

FUKUI Masaaki

Space Service, Kimigaya, Kakuda-shi, Miyagi 981-1525, JAPAN

WATANABE Takahiro and MUNAKATA Toshihiko

Hitachi Solutions East Japan, Honcho, Aoba-ku, Sendai-shi, 980-0014, JAPAN

ABSTRACT

Japan Aerospace Exploration Agency (JAXA) has been investigating scramjet engines in Kakuda Space Center using RamJet Engine Test Facility (RJTF) et al. The engine tested at the flight condition of Mach 6 showed very steep fuel distribution. The authors are researching the influence of cowl shock wave on the fuel distribution by using CFD based on RJTF tests, and have found advantages of strut in the engine. Here describe the authors the result of virtual experiments for optimization trial of fuel distribution in the engine by means of tracing back along streamlines in the view point where to set the fuel injection points in order to let the fuel go into high mass flux area in the engine.

1. 始めに

スクラムジェットエンジンとは、空気吸い込み式超音速燃焼エンジン (Supersonic Combustion Ramjet Engine) のことであり、将来の極超音速推進機関として、米国、西欧、ロシア、豪州、中国等で研究が進められ、基礎的研究から飛行試験まで広範に亘っている。比較的最近の例では米国 NASA が実施した X51A の飛行試験が印象深い⁽¹⁾。また、豪州等では国際共同研究が活発である。一例を文献⁽²⁾に示す。

当宇宙航空研究開発機構角田宇宙センター (以下『当所』と略記) では、スクラムジェットエンジンの技術確立を目指し、旧航空宇宙技術研究所以来ラムジェットエンジン試験設備 (RJTF)⁽³⁾を用いた 2 m 級サブスケールエンジン試験を中心として飛行条件 Mach 4、6、8 等の研究を重ねて来、多くの知見を得ている。一部を文献⁽⁴⁾⁻⁽¹⁵⁾に示す。

その RJTF エンジン試験の過程において、エンジン側壁か

ら垂直に噴射される燃料は流路断面全体には拡がらず、側板や天板に貼り付く様な強い偏りを有することが判明している⁽⁴⁾。これがエンジン性能発揮への障害となっている。

当所で実施のスクラムジェットエンジン試験の結果を踏まえ、エンジン内に生ずる衝撃波が燃料当量比分布に与える影響を数値流体力学 (CFD) 援用にて調べている⁽¹⁶⁾⁻⁽¹⁹⁾。

特に、ストラット及びカウルの組み合わせが形成する衝撃波構造がエンジン内流れの構造を決定付けており、その詳細を CFD にて解析している。その過程でストラットの効果を見出し概念化を行い応用法を検討している⁽²⁰⁾⁻⁽²³⁾。そこで、当報告ではストラット周りの流れ場の考察を行う手段として、流線の可視化及び遡り法 (遡上法) により、燃料当量比分布適正化への可能性を論ずる。

2. ストラットが形成する流れ場と当量比分布

ストラットはエンジン空気吸込み圧縮過程の流路中央部に取り付けられるもので、圧縮過程を短くし得、それによりエンジンの小型化、曳いては軽量化に繋がる等の利点がある。当所の試験結果の精査により次の効果を見出している。①高温三角域の形成⁽²⁰⁾、②ストラット背後の滞在時間の拡大⁽²²⁾、③ストラット背後の流体輸送^(22, 23)。『高温三角域』とはエンジン内燃焼を、出力が増大する強燃焼に移行させるのに有効な温度分布である。ストラット背後の流体滞在時間は長く取することで補炎に有効である。また、ストラット背後の流体輸送は噴射後の燃料の混合促進に有効である。これらの活用がエンジン性能の向上に資するものと期待出来る。

当報告では気流状態の流れ場を用いて検討を行う。エンジン試験結果について燃焼の影響か否かの議論がある。燃焼の影響と言い切るにも気流状態のエンジン内流れを把握する必要がある。又、CFD では非燃焼条件の方が速やかに解を得易く、設計時に形状等の修正を繰り返す際の判断に有利である。勿論、燃焼状態に移行すればエンジン内流れ場が大きく変化することも判明しているが、電算機の性能が飛躍的に向上した現在でも形状等を変更する度に逐一 CFD で燃焼計算を行うのは必ずしも現実的ではない。計算負荷の大きい燃焼状態の CFD は条件を絞り込んだものを対象とするのが適切であり、別途計算を進めている。

尚、気流状態と燃焼状態との流れ場の違いに就いては佐藤らが、燃焼によりエンジン内当量比分布が均されるということを示している^(24, 25)。この検討結果に基づき、気流状態からの類推は定性的範囲に於いて可能と考えている。

3. エンジン形態と性能

図 1 は当所で供試したエンジンで、インレット、分離部、燃焼器、燃焼器拡大部、ノズルより成り、正面断面が幅 200mm、高さ 250mm で、全長が 2100mm、側板が全体に 45 度の後退角を有し、天板・両側板・カウルの 4 枚より構成される矩形断面型のものである。分離部の出口には後向きの段差があり、その段差の下流 32mm の所に燃料垂直噴射孔 12 本が並ぶ。また、エンジン流路中程にはストラットが装着され、当形態では天板からカウルに亘る 5/5 高さストラットが装着されている。RJTF 試験では試験番号 M6S43 等一連のものに該当する。

RJTF における試験条件は、飛行条件 Mach 6 相当（エンジン入口 Mach5.3）、総温 1500K、機体下面境界層込み等である。

この 5/5 高さストラットエンジン形態は、RJTF 試験 (M6S43 等) にて速やかな強燃焼移行と高い燃焼効率等を示し、比較的低い当量比で発生推力 1620N を出し、比較優位な形態であることが確認されている⁽⁴⁾。また、良好な性能と流れ場の関係については佐藤らが検討し報告している^(20, 26)。

4. 比較形態—試験済み形態と想定形態

4-1 計算対象

図 2 には 5/5 高さストラット形態とそれに対比するボートテイル形ストラット形態の詳細を示す。何れのストラットも

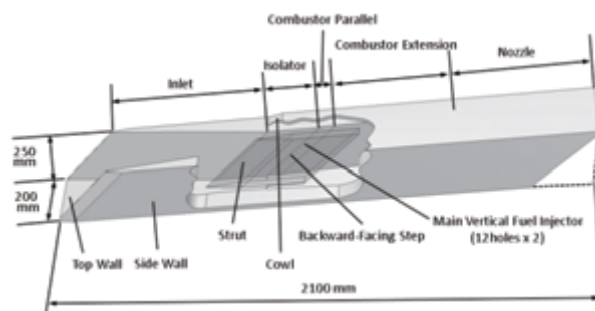
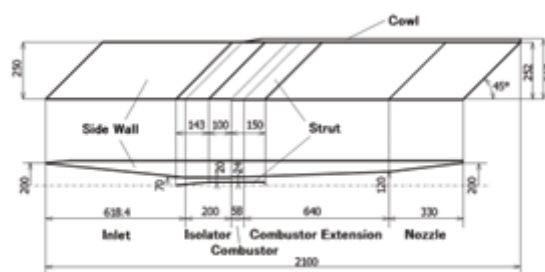
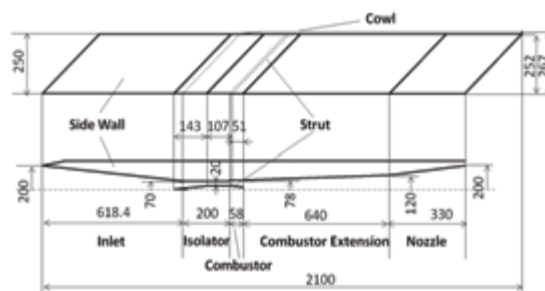


Fig. 1 Outline of scramjet engine tested.⁽⁴⁾ The engine is set upside-down on the test bed.



a) 5/5H Strut configuration



b) Boat-tail Strut configuration

Fig. 2 Two types of struts. The 5/5H Strut configuration (a) and the Boat-tail Strut (b) are compared by means of CFD.

側板と同じ高さのストラットではあるが、当論文では上の様に呼び分ける。5/5 高さストラットは後縁部分が矩形であり、ボートテイル形ストラットは後縁手前で絞られた形であり全長も短い。全長は、5/5 高さストラットが 393mm (図 3a)、ボートテイル形ストラットは 301mm である (図 3b)。この形状とした狙いは後縁を絞り抗力を下げることと後縁下流にて流体の滞在時間を確保することの両立である⁽²⁷⁾。

4-2 数値計算方法

計算には当所の非構造格子系計算コードを用いた。最小格子幅は燃料噴射孔位置の 0.11mm である。計算ではエンジン左右中央断面を対称面とする左舷半裁を対象とし、格子数は 311 万、対流項評価の数値流束は AUSM-DV-EF 法、制限関数は二次精度、時間積分は陰的解法、乱流モデルは Spalart - Almaras である。等温壁 (300K : 主流温度) 仮定とした。

尚、数値計算には当機構の統合スーパーコンピュータ“JSS”を用いた。

5. 結果及び検討

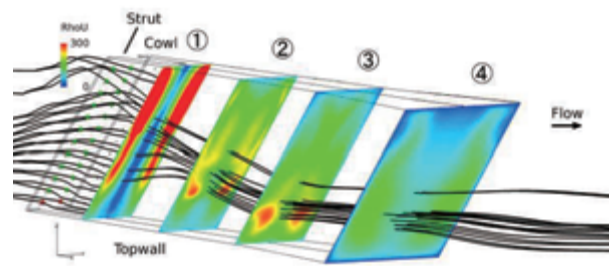
燃料当量比分布の偏りを是正する方策としてストラットからの燃料噴射を考える。その場合、ストラットのどの位置から噴射するのが適切なのか CFD を用いて仮想的に検討する。

5-1 質量流率 ρu の断面分布

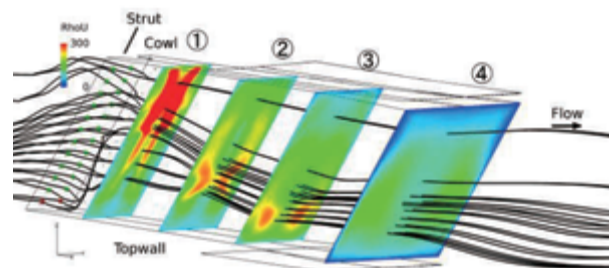
空気の流れが豊富に有る領域、即ち高密度の空気が高速で流れている領域に十分な燃料が拡散して行けば、燃焼が促進され推進力の増進に貢献し得る。そこで、エンジン内の気流の質量流率 ρu の高い領域に燃料がどれ程拡散し得るか数値計算結果から可視化を行う。エンジン内気流の質量流率 ρu も一様分布ではなくエンジン形態に依存したものとなっている^(19,28)。そうしたエンジン内気流の質量流率分布に適合する噴射方式を模索している⁽¹⁷⁾。質量流率 ρu の分布とエンジン内気流の流線の重なり具合がどれ程なのかという見地から以下考察する。

図 3 に両形態のエンジン各断面における質量流率分布⁽¹⁸⁾を色分け等高線分布で示す。図 3a は 5/5 高さストラット形態、図 3b はボートテイル形ストラット形態のものである。図中の断面、①はストラット直下流 (エンジン天板前縁から 1m の位置)、②は燃焼器拡大部の途中 (同 1.25m)、③は燃焼器拡大部の出口近傍 (同 1.5m)、④はエンジン出口 (同 1.8m) である。

図 3 の質量流率 ρu の色分け等高線分布に着目する。①ストラット下流 (天板前縁より 1m) では、5/5 高さストラット形態の方は質量流率分布が既に左右の側板側に分かれて分布しているが、ボートテイル形ストラット形態ではエンジン断面中央寄りで大きな塊のまま流れている。図中の赤色領域がそれである。このボートテイル形ストラット形態の分布に着目する。①のストラット直下流位置では質量流率 ρu がまだ纏まっている段階である。高質量流率分布が太い一本の流れとして存在している。この流れにこの段階で巧妙に燃料を混ぜ込めば、良好な下流を決定付けることが可能と考える。



a) 5/5-Height Strut configuration



b) Boat-tail Strut configuration

Fig. 3 Streamlines from the Strut and mass fluxes ρu in the engines.⁽¹⁸⁾ Cross sections: ①downstream of the strut (1m from the top wall leading edge), ②midway of the combustor expansion (1.25m as the above), ③near the exit of the combustor extension (1.5m as the above) and ④near the engine exit (1.8m as the above).

図 3 に併せ示されている各流線は、このストラット周辺位置の流体が何処へ流れて行くのか調べたものである⁽¹⁸⁾。具体的には、ストラット側面の表面において、側板の段差位置 (燃焼器入口部) と x 軸方向に同一位置で、側板垂直噴射孔と同じ高さにある 12 個所の位置で、ストラット側面の表面から 5 mm 離れた点を通る 12 本の流線 (左右で 24 本、以下同様) である。これらはストラット噴射とした場合の仮想流線である。

図 3 のこのストラット周りの 12 本の流線はどちらの形態でもストラット通過後天板側に寄せられる。これはカウル前縁より生ずる衝撃波 (カウル衝撃波) の影響である。両形態の違いは、5/5 高さストラット形態では 12 本の流線が束のまま出口を通過するのに対して、ボートテイル形ストラット形態では相対的に広がりながら出口に向かうことである。燃料のストラット噴射を行った場合、こちらの方の方がより広範囲に燃料が拡散することを期待させるものである。

5-2 高質量流率領域に燃料を向かわす方策

又、5/5 高さストラット形態では質量流率 ρu が両側板側に寄っており、中心部天板寄りの質量流率 ρu の乏しいところに流線が向かっている。(図 3a の断面①及び②参照。) 一方、ボートテイル形ストラット形態の方では質量流率 ρu が断面中央に一塊になっており、且つ上記 12 本流線が高質量流率領域に向かっている。(図 3b の断面①及び②参照。) こ

の中央の高質量流率領域に流線が入って行くようにするためにもストラット噴射は有効ではないかと考えている。

ボートテイル形ストラット形態では、ストラット周りの12本の流線が向かって行く先を見ると、確かにこの中央の高質量流率領域に向かって行くものが多いが、それでも充分とは言いがたい。(図3b参照) これを更に増やす方法を模索するため、一定の考えの下で仮想の位置から流線を描く。

上流側を起点として流線を可視化する方法だけでは燃料の行き先を見通すのには限界がある^(29,30)。点を置く位置を変える必要が有ると考え、そこでより適切な手法として質量流率の高い所に点を置き、そこから流線を上流へ遡る方法を試みたので、その方法を次節にて述べる。

5-3 ストラット直下流の高質量流率領域からの遡り

上流側に噴射点を設定すると、必ずしも期待通りの領域には向かわないことが分かった²⁹⁾ので、改善策を立てる。質量流率 ρu の値の高い領域に左右対称となる様に点を5点置き、その点を通る流線を遡る。『遡上法』として具体的に試みる。

こうすることで高質量流率領域に入る流体がどこから来るのか特定できる。その特定結果を噴射孔位置の設定に生かすことが出来ると期待する。

可視化対象の流線の位置5点は、エンジン天板先端から1m、ストラット直下流位置で、エンジン左右対称線上で天板から0.2mの1点、その上下0.0125mの1点ずつ、又左右0.01mの1点ずつの計5点とする。要は、十字型に5点配置することである³⁰⁾。

図4にこれら5点を示し、便宜上次のように呼称する。エンジン左右対称線上で天板から0.2mの1点が十字の中心で、これを点⑤。その上下0.0125mに1点ずつ、上(カウル側)を点④、下(天板側)を点③、又左右0.01mに1点ずつ、左を点②、右を点①とする。

図5には遡り流線の追跡結果を示す。図5bのボートテイル形ストラット形態の方を先に観る。高質量流率領域であるストラット直下流(天板先端から1m)に置いた5点を通る流線を遡ると、左の点②と右の点①の流線はストラット側面を通って来る流線と分かる。その通り道は、ストラット側面で既設カウル寄り仮想⑩噴射孔と同⑪噴射孔の間である。図6に⑩で示す。この位置に増設孔を設けることは有効である可能性が示唆されている。増設位置の候補とする。

点⑤の下点③及び上点④の流線は遡ると、ストラット後流域辺りで途切れてしまい追跡困難となる。後流域の中の循環流に紛れているためである。

中心の点⑤の流線も、ストラット後流域辺りで途切れてしまい追跡困難となる。これも後流域の中の循環流に紛れているためである。

今度は図5aの5/5高さストラット形態の方を観る。観測点5点は上述のボートテイル形ストラット形態と共通にした。そもそも5/5高さストラット形態では、この5点の設定位置は高質量流率領域ではないが、比較のため共通の設定とした。

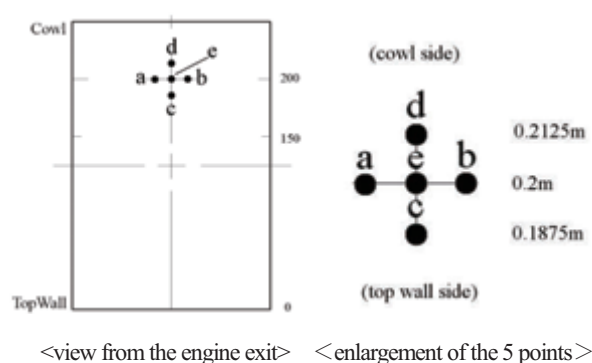
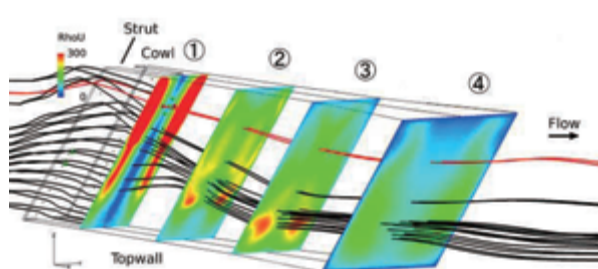
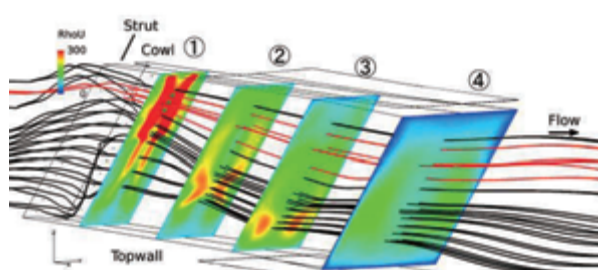


Fig. 4 Points set for streamline visualization.



a) 5/5-Height Strut configuration



b) Boat-tail Strut configuration

Fig. 5 Trace of streamlines penetrating the high mass flux area.

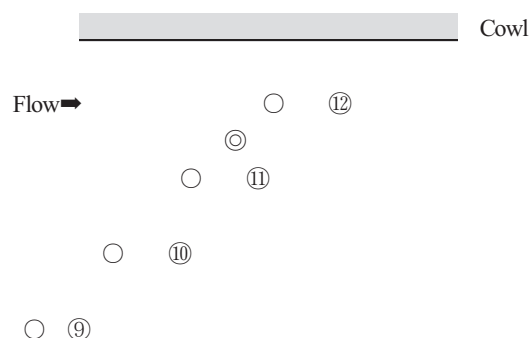


Fig. 6 Existing injector holes and a candidate injector holes. The open circles ○ stand for the existing, and the double circles ◎ for the candidates respectively.

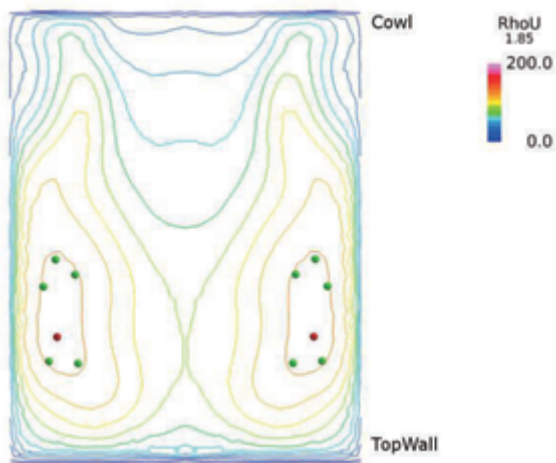
左の点④と右の点⑤の2本は上流まで追跡可能であるが、他3点はストラット後流にて追跡が困難となる。ストラット後流域の循環域に巻き込まれているためである。

この5/5高さストラット形態の場合は、仮にストラット噴射としても、燃料が高質量流率領域には届き難い可能性が有る。

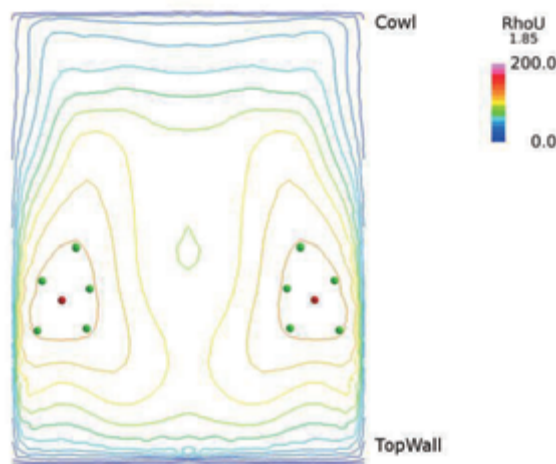
5-4 出口高質量流率域からの遡上

以上はストラット直下流の高質量流率領域に仮想的に点を置いて遡った検討であった。今度はエンジン出口に着目し、同出口における気流条件下質量流率分布を基に仮想点を定める。

図7はエンジン出口における仮想点位置である。図7aは5/5高さストラット形態、図7bはボートテイル形ストラット形態である。等高線で示された最高質量流率領域の輪郭に5



a) 5/5-Height Strut configuration



b) Boat-tail Strut configuration

Fig. 7 Mass flux distribution and 5 virtual points at the engine exit. Green points are put at the fringe of high mass flux area, and the red points shows the highest position of mass flux.

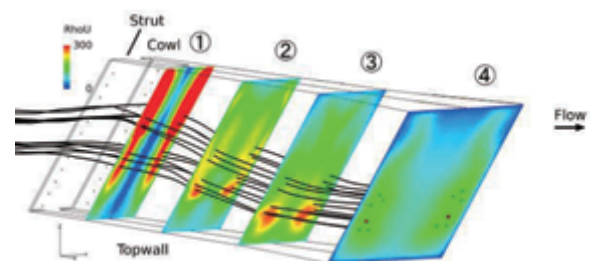
点（左右で10点、以下同様）定め、そこから流線を描き上流へ遡った。

図7aに示す5/5高さストラット形態では最高質量流率領域は比較的天板寄り且つ側板寄りであり、領域自体が小さ目である。中程にある赤点は質量流率の最高値の位置である。一方、図7bのボートテイル形ストラット形態では最高質量流率領域は比較的天板から離れ側板寄りである。側板寄りという点は上の5/5高さストラット形態と共通ではあるものの、カウル寄りの箇所にまで比較的広がりをもっている。中程の赤点は同様に最高値の位置である。

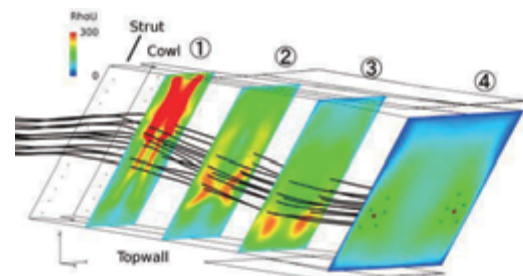
図8には流線を遡った結果を示す。図8aは5/5高さストラット形態、図8bはボートテイル形ストラット形態である。

5/5高さストラット形態では、流線5本を遡ると、ストラット周辺で概ね上下二手に分かれている様子が分かる。又、何れの流線も側板寄りの空間を通ることも分かる。この様子から言えるのは、この5/5高さストラット形態の場合は、その高質量流率領域自体天板側に寄っているが、側板噴射でも高質量流率域に達するということと、天板寄りの噴射孔は不使用でも良いということである。

一方、ボートテイル形ストラット形態では、流線5本を遡ると、比較的纏まったままストラット高さ中程を通っている様子が分かる。又、何れの流線もストラット寄りの空間で且つ質量流率 ρu の高い領域を通ることも分かる。この様子から言えるのは、このボートテイル形ストラット形態の場合は、



a) 5/5-Height Strut configuration



b) Boat-tail Strut configuration

Fig. 8 Mass flux distribution and 5 virtual points at the engine exit. Green points are put at the fringe of high mass flux area, and the red points shows the highest position of mass flux.

その高質量流率領域自体比較的広がっており、ストラット側からの噴射とすれば高質量流率域に達し易い可能性があるということと、こちらも天板寄りの噴射孔は不使用でも良いということである。

尚、上記は何れも気流条件下での検討である。燃焼条件下となれば、又流れ場は変わるので燃焼条件とした計算の下でも検討が必要である。

5-5 有効流線

以上から、ボートテイル形ストラットの直下流に現れる高質量流率領域に燃料を向かわすべく燃料噴射を行うことに意義を見出し得る。それには高質量流率領域から流線を遡上することにより、燃料の向かうべき有効流線が把握可能となり、燃料噴射の適正化に資するものと考ええる。

6. 終わりに

質量流率分布をエンジン断面で可視化し、質量流率 ρu の値の高い領域に点を置き、そこから流線を遡することで噴射位置の候補を探ることができる。

謝辞

角田から調布 JSS (JAXA Super computer System) 遠隔利用に際しては角田計算センター高橋正晴氏の支援を得た。又、計算に関しては小寺研究員の助言等を得た。紙面を借り謝辞申し上げる。

参考文献

- (1) Rondeau, C., and Jorris, T., 44th International/SETP Southwest Flight Test Symposium, 2013.
- (2) Glass, D.E., et.al., AIAA 2014-3089, 2014.
- (3) RJTF 建設グループ NAL TR-1347, 1998 年 2 月, 航空宇宙技術研究所資料.
- (4) 佐藤茂他, 日本航空宇宙学会論文集, 47 (1999).
- (5) Kobayashi, K., et.al., J. Propul. Power, 20 (2004).
- (6) 小林完他, 日本航空宇宙学会論文誌, 51 (2003).
- (7) 三谷徹他, 航空宇宙学会北部支部 1999 年講演会, 平成 11 年 3 月 (仙台).
- (8) 三谷徹他, 第 38 回燃焼シンポジウム, 平成 12 年 11 月 (福岡).
- (9) 植田修一, 宇宙航空研究開発機構平成 17 年度公開研究発表会, 平成 17 年 12 月 7 日.

- (10) 平岩徹夫他, 第 38 回航空原動機・宇宙推進講演会, 平成 10 年 1 月 (仙台).
- (11) 五十嵐康隆他, 日本航空宇宙学会北部支部 1999 年講演会, 平成 11 年 3 月 (仙台).
- (12) 小寺正敏他, 航空原動機・宇宙推進講演会, 平成 10 年 1 月 (仙台).
- (13) Ueda, S., et.al., A., AIAA Paper 2006-1027, 2006.
- (14) Kanda, T., et.al., J. Propul. Power, 13, 4 (1997).
- (15) 小寺正敏他, 航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム 2001 論文集, NAL SP-53, 2001 年, 航空宇宙技術研究所.
- (16) 佐藤茂他, 日本航空宇宙学会北部支部 2011 年講演会, 平成 23 年 3 月 (仙台).
- (17) 佐藤茂他, 平成 25 年度衝撃波シンポジウム, 平成 26 年 3 月 (相模原).
- (18) 佐藤茂他, 第 46 回流体力学講演会/航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム 2014(弘前) 論文集, JAXA-SP-14-010, 2015 年, 宇宙航空研究開発機構.
- (19) Sato, S., et.al., AIAA Paper 2014-2144, 2014.
- (20) Sato, S., et.al., AIAA Paper 2010-7037, 2010.
- (21) Sato, S., et.al., AIAA Paper 2011-2314, 2011.
- (22) Sato, S., et.al., AIAA Paper 2012-5836, 2012.
- (23) Sato, S., et.al., AIAA Paper 2013-3750, 2013.
- (24) 佐藤茂他, 平成 22 年度衝撃波シンポジウム, 平成 23 年 3 月.
- (25) 佐藤茂他, 平成 23 年度衝撃波シンポジウム, 平成 24 年 3 月.
- (26) 佐藤茂他, 第 42 回流体力学講演会/航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム 2010(米子) 論文集, JAXA-SP-10-012, 2011 年, 宇宙航空研究開発機構.
- (27) 佐藤茂他, 第 43 回流体力学講演会/航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム 2011(東京) 論文集, JAXA-SP-11-015, 2012 年, 宇宙航空研究開発機構.
- (28) 佐藤茂他, 第 45 回流体力学講演会/航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム 2013(東京) 論文集, JAXA-SP-13-011, 2014 年, 宇宙航空研究開発機構.
- (29) 佐藤茂他, 日本航空宇宙学会北部支部 2015 年講演会, 平成 27 年 3 月 (能代).
- (30) 佐藤茂他, 平成 26 年度衝撃波シンポジウム, 平成 27 年 3 月 (伊香保).

JSS2システム概要と活用・運用

藤田直行（宇宙航空研究開発機構）

Overview of the JSS2 system and its utilization/operation (JAXA)

Abstract

JAXA Supercomputer System generation 2 (JSS2) has begun to work from October 1, 2014. When we think back to history of a supercomputer of JAXA, FACOM-230-75APU promotes a CFD study, FACOM VP400 makes a practical use of RANS equation simulation, Numerical Wind Tunnel (NWT) realized parametric study using steady flow simulation. By JSS2, we are going to do unsteady flow parametric study, data processing which is new comer for JAXA supercomputer system, and so on. JSS2 consists of computing facility named SORA (Supercomputer for earth Observation, Rockets, and Aeronautics) and archival system named J-SPACE (Jaxa's Storage Platform for Archiving, Computing, and Exploring).

1. はじめに

宇宙航空研究開発機構(以下、JAXAと記す)にとって、二代目のスーパーコンピュータシステムJSS2: Jaxa Supercomputer System generation2 が2014年10月1日から稼働を開始した。数値シミュレーションの航空宇宙分野での活用促進や利用分野の拡大に伴い、慢性的に計算資源が不足していたが、この状況はひとまず解消すると期待されている。本稿はまず、JAXAにおいてCFD: Computational Fluid Dynamics の発展に大きく寄与した3つのスーパーコンピュータ(以下、スパコンと記す)システム、FACOM230-75APU、FACOM V400及び、数値風洞について述べ、それらが解決した課題を振り返る。続いて、JSS2のシステム概要と運用方針及び、今後取り組んでいく課題を述べる。

2. JAXAスパコンの歴史と課題

図1に、JAXAスパコンの年表を、その計算能力と共に示す。1960年のBurroughs社製Datatron-205から始まったスパコンは、システム換装の度に性能を向上していったが、中でも、FACOM-230-75APU、FACOM VP400及び数値風洞(NWT)のCFD発展への寄与は大きかった。

2. 1 FACOM-230-75APUとCFD研究の推進^[1]

FACOM-230-75APUは1972年末より科学技術庁 航空宇宙技術研究所(以下、航技研と記す)と富士通(株)の間で検討が開始され、1977年に導入された我が国初めてのベクトル計算機であり、我が国のスーパーコンピュータ開発の引き金となった計算機である。主なハードウェア仕様は以下の通りである。

- (1) 汎用大型計算機FACOM-230-75と非対称な密結合多重計算機を構成する。
- (2) マシンサイクルタイム90[ns]、加算(単精度22M[FLOPS])、乗算(単精度11M[FLOPS])及び、論理演算の3本のパイプラインを持つ。
- (3) 固定小数点及び浮動小数点(単精度、倍精度、4倍精度)のデータ形式を扱う。
- (4) 256個の汎用レジスタ、1792words(1wordは36bit)のベクトルレジスタ、2048wordsのキャッシュメモリを持つ。
- (5) 主記憶は、1,048,576wordsで、32wayインターリーブ構成である。

ピーク性能と実効性能の比である実効効率は平均約30%、絶対性能では以前の計算機と比較して20～30倍の高速性を実現した。

このシステムと、その後継システムであるFACOM-M380+FACOM-M180 II AD×2において、遷音速微小擾乱ポテンシャル方程式及び完全ポテンシャル方程式を用いた翼型、主翼及び主翼-胴体結合体周りの外部流、航空エンジン内部流及びレイノルズ平均ナビエ-ストークス方程式(以下、RANS方程式と記す)を用いた翼型周りの各シミュレーションが盛んに行われた。

2. 2 FACOM VP400とRANS方程式CFD^[1]

ベクトル計算機によるCFD研究推進の成功を背景に、航技研は1987年に、RANS方程式により主翼周りの遷音速の数値シミュレーションを1時間程度で処理することを目標として、ピーク性能1GFLOPS、主記憶容量128～256MBのベクトル計算機の開発を国内外の計算機各社に呼びかけた。これに応じて国内

3. JSS2とそこで取り組む課題

2014年10月1日からJSS2のサブシステムの一部が、2015年4月1日からは全てのサブシステムが稼働を開始した。また、2016年4月1日からは、後述するSORA-MAが1.31[PFLOPS]から3[PFLOPS]以上に増強されJSS2のフル稼働が始まることになっている。本章では、JSS2のシステム概要を最初に述べ、運用及びJSS2で取り組もうとしている課題について述べる。

3. 1 JSS2システム概要

JSS2はスパコン部分のSORA: Supercomputer for earth Observation, Rockets, and Aeronautics と、アーカイバ部分のJ-SPACE: Jaxa's Storage Platform for Archiving, Computing, and Exploring 及び遠隔部の3つ主要な部分からなる。これらは、スーパーコンピュータネットワークにより相互接続されると共に、JAXA既設ネットワークとも相互接続される。なお、遠隔地との相互接続は、国立情報学研究所が運用しているSINET4^[3]のL2-VPN機能を用いてプライベートネットワークを構築し実現している。

3. 1. 1 SORA/JSS2

図2にJSS2のシステム概要図を示す。SORA/JSS2は、6つのサブシステムで構成されている。

(1) 計算システム(SORA-MA)

計算システムとは、スパコンシステムの中で最大の演算性能を持つ部分である。高度にチューニングされたプログラム資産をユーザに負担をかけることなく、例えばリコンパイル程度の移行作業で高速に実行することが必要であり、高並列で大規模にバッチ型実行するためのものである。

(2) プレポストシステム(SORA-PP)

プレポストシステムとは、格子生成、可視化アプリケーション及び、ソルバー等の市販アプリケーションをバッチ型及び会話型で実行するためのものである。

また、大規模化する可視化作業等を効率的に実施するために、SORA-MAで行った数値シミュレーションやデータ処理の結果ファイルを他の場所にコピーすることなく直接操作する遠隔可視化機能を備える。

(3) 大メモリ計算システム(SORA-LM)

大メモリ計算システムとは、分散メモリ並列化が困難で大きなメモリを必要とするアプリケーションをバッチ型ないしは会話型で実行するためのものである。また、プレポストシステムと同様の目的で、遠

隔可視化機能を備える。

(4) ログインシステム(SORA-LI)

ログインシステムは、SORA-MA、SORA-PP、SORA-LMで実行するプログラムの編集やコンパイルを行い、バッチジョブとして投入するためのものである。

(5) ファイルシステム部(SORA-FS)

ファイルシステム部は、大規模な数値シミュレーションやデータ処理のファイル操作及び、ソースコードの保存等を行うための高速・高可用なクラスター型のファイルシステムである。ディレクトリ単位、ユーザ単位、グループ単位でのQuotaの設定が可能である。

(6) 管理・制御部

管理・制御部とは、ジョブ管理、課金・統計管理、空調設備や冷却設備等の外部設備を制御する自動運転機能を提供するものである。ユーザが直接利用することは無い。

3. 1. 2 J-SPACE/JSS2

アーカイバ部であるJ-SPACE/JSS2は、階層管理型ストレージシステムとして提供され、計算エンジン部やファイルシステム部等とは独立して稼働するクラスター型のアーカイブ装置で、大規模ファイルや長期保存が必要なファイルの保管庫であり、高速なファイル入出力能力と複数のユーザインターフェースを持つ。

3. 1. 3 遠隔部(SORA-TPP, TLI, TFS, SFS, KFS/JSS2)

遠隔部とは、JAXAのつくば事業所、角田事業所、相模原事業所から、SORAやJ-SPACEを効果的に利用するためのものである。

3. 2 JSS2の運用

本節では、JSS2の提供するサービス、JSS2の有効利用のための新規機能について述べる。

3. 2. 1 JSS2の提供するサービス

JSS2で提供するサービスは、大きく4つある。計算サービス、可視化サービス、ストレージサービス、ファイル操作・コンパイル等である。表1に各サービスの利用形態や利用可能なサブシステム等を整理した表を示す。

利用形態とは、JSS2をどのように使うかを示すもので、スパコンの伝統的な使い方であるバッチジョ

ブをはじめとして、インタラクティブにスパコンのノードを使用する会話型ジョブ、手元の端末をクライアント、スパコンをサーバとして使用するクライアント・サーバ実行、スパコンノードのコンソールを使えるリモートデスクトップ等がある。なお、ユーザ端末実行とは、スパコンの計算資源は使用せず、ソフトウェアライセンスのみを使用する利用形態のことである。

即時性とは、JSS2の資源やソフトウェアライセンスを即時に使えるのか、キューイングシステムで管理して使うのかの区別を示している。

図2に示していないが、JSS2ポータルというWebブラウザ経由でJSS2を使うシステムがある。JSS2ポータルからの利用とは、このシステムからの利用の可否を示している。

SORA-MAは32個、SORA-PPは12個、SORA-LMは16個のコアを各ノードに持つマルチコアノードになっている。これらのコアをひとつのジョブないしは一人のユーザで専有するか、複数で共有するかを示しているのがノードの専有/共有/TSSの欄である。

利用サブシステムの欄には、各サービスを使用可能なサブシステムを星取表の形で示している。

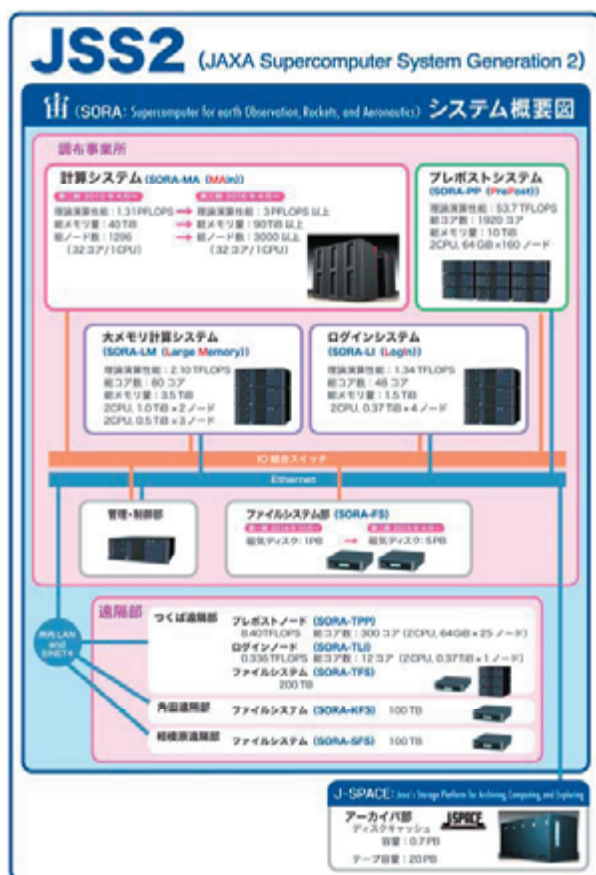


図2 JSS2システム概要図

表1 JSS2の提供サービス

サービス・目的	利用形態	即時性		JSS2ポータルからの利用	ノードの専有/共有/TSS (※1)	利用サブシステム				
		JSS2資源	ソフトウェアライセンス			LI, TLI	MA	PP, LM	TPP	J-SPACE, SFS, KFS
計算サービス	バッチジョブ	キューイング	予約 (※2,3)	あり	専有 or 共有		○	○	○	
	会話型ジョブ	予約 or 即時 (※4)		なし	専有 or 共有			○	○	
可視化サービス	バッチジョブ	キューイング	予約 (※3)	あり (※5)	専有 or 共有			○	○	
	クライアント・サーバ実行	予約 or 即時 (※4)		なし	専有 or 共有			○	○	
	リモートデスクトップ	即時	予約 or 即時	あり	専有			○		
	ユーザ端末実行	—	予約 or 即時	なし	(JSS2サブシステムは利用しない)					
ストレージサービス	リモートログイン	即時	—	なし	TSS					○ (※6)
ファイル操作、コンパイル等	リモートログイン	即時	—	あり	TSS	○				

※1 「ノードの専有」とは、ノード単位のユーザ割付でのノード利用を、
「ノードの共有」とは、コア単位のユーザ割付でのノード利用を、
「ノードのTSS」とは、Time Sharing System でのノード利用を、それぞれ指す。

下線はデフォルトを示す。

※2 MAで実行するバッチジョブは、ソフトウェアライセンスの予約を行えない。(ライセンス自体は使用可能)

※3 MA以外で実行する場合、ソフトウェアライセンスは、ジョブの開始時刻・要求経過時間で自動予約される。

※4 予約 or 即時の選択は、JSS2資源と供用ライセンスを一体で行う。

※5 FieldViewのみJSS2ポータルから使用可能。

※6 J-SPACEの使用はhpchofuのみ。

3. 2. 2 JSS2の新機能

(1) 事業別集計機能

JSS2では、その利用状況をきめ細かく分析し、効率的運用、利便性やユーザサポートの向上に資するため、事業別集計という機能を実現している。JSS2で実行される各ジョブと予め登録された事業コード(JAXAの事業を一定の細かさで整理したもの)を関連付け、各事業でのJSS2の利用状況を集計できるようにするものである。また、事業コードとは別に、利用分類という軸での整理も行う。これは、JSS2の利用において、戦略的な取り組みでの利用、一般的な利用、試験的・萌芽的な利用、大学共同利用設備としての利用、設備貸付利用等、利用に際して優先度や仕組みの異なるジョブを分類するためのものである。表2に、具体的な利用分類の一覧を示す。これにより、次に述べるJSS2で取り組む課題に対してメリハリのある運用の実現を目指している。

表2 利用分類一覧

名称		説明	記号*
重点利用		戦略的な取り組みでの利用	SP
一般利用		重点利用に紐付られない計算テーマのうち、事業コードが設定されているもの	GE
小規模利用		新規利用を見据えた試験的・萌芽的な小規模計算。事業コードの必要なし	BS
JSS2大学共同利用		大学共同利用	AC
設備貸付	設備貸付	スパコン資源をJAXA外部の利用者が有償で利用するもの	RS
	トライアル・ユース	設備貸付を利用する前の利用可否を判断するために利用するもの	TU

*:記号とは、ジョブ投入時に利用分類を指定するために用いる2桁の文字列のこと。

(2) 可視化機能

パーソナルコンピュータやGPUボードの急速な高性能化に伴い、研究室レベルのワークステーションで可視化作業を行うことができるようになったJSSの時代には、スパコンシステム内に可視化機能は含まれなかった。しかし、非定常計算が行われるようになり、数千コアから出力される計算結果をユーザの手元の可視化環境で処理することが、処理の巨大化やデータ転送ネック等の理由から、だんだん難しくなっていた。そこで、JSS2ではデータを移動

することなくスパコン内で可視化まで行えるシステム構成を採用した。可視化処理を主として担当するのは、SORA-PPである。ソルバーを実行するのは主としてSORA-MAであり、これら二つのサブシステムはファイルシステムを高速なインターコネクトで共有しているため、データを移動することなく可視化処理ができるようになっている。また、表1で示したように、可視化処理のインタラクティブ性を確保するための利用形態も用意し、解析環境の向上に努めている。

3. 3 JSS2で取り組む課題

2章で述べた通り、FACOM-230-75APUではCFD研究を推進し、VP400ではRANS方程式によるCFDを実用化し、数値風洞(NWT)やその後のシステムではRANS計算によるパラメトリックスタディや乱流/燃焼モデル確立のための計算を現実のものにした。しかし同時に、最近のスパコン利用において、以下の問題点も明らかになってきた。

- (1) 空力定常計算のパラメトリックスタディは、航空機・宇宙機とも設計に不可欠なツールとして実用化されている一方、音響・振動等の非定常計算パラメトリックスタディは計算能力の不足を主たる原因として、実用には至っていない。今後の詳細な分析が必要だが、JSSの10倍ないしは100倍の計算能力が必要と考えられる。
- (2) スパコンの主たる用途が、数値シミュレーションであることは暫く変わらないと考えているが、それ以外の、例えば、データ解析や大量データの蓄積・分析等今までとは違った利用ニーズが出てきており、多様なユーザジョブや利用形態への対応がシステムに求められている。

これらが解決できると、JAXA事業に対するスーパーコンピュータの大きな寄与が期待できる。

従来は、一般利用の中から希望する課題を募り、内容・緊急性の観点で優先的な実行(特別利用)を毎月調整・運用してきたが、審議時間の関係で、内容の吟味は必ずしも十分ではなかった。そこで、研究開発成果最大化の観点で、JSS2で重点的に取り組む課題を予め審議・決定し、明確かつ透明性のある運用を行うことで、課題選定に関する上記の従来の問題点を解決することにした。この際、上述2つの問題点を考慮し、今年度については、以下の3つの視点でスパコンを重点的に利用する(重点利用)課題を26種類の計算テーマを分析し選定した。

- (a) プロジェクトの成功に不可欠なもの
- (b) 航空宇宙分野の計算科学を先導するもの
- (c) JSS2 を利用する効果が見込まれるもの

選定された課題は以下の3つである。なお、重点利用

の対象となる課題については、その選定基準も含めて、定期的に見直しを行っていく予定である。

1. H3 ロケットプロジェクト
2. FQUROH/aFJR プロジェクト
3. 地球観測データ高速処理

JSS2ではこれらの新たな課題に取り組み、非定常現象の数値シミュレーションの設計ツールとしての実用化、ビックデータ等データ処理系研究の促進を目指していく。

4. まとめ

JAXAの過去のスパコンシステムの特徴と果たした役割を整理しつつ、2014年10月1日から運用を開始したJSS2について、そのシステム構成・運用・取り組む課題について述べた。今後も、2016年4月1日のフル稼働に向け、利用者の意見を積極的に収集しシステム及び運用の改善に努めていきたい。

参考文献

- [1] 三好 甫、“航空機空力設計推進の為に計算機性能”、第6回「原子力におけるソフトウェア開発」研究会報告集JAERI-M 91-015、1991
- [2] 三好 甫、“航技研超高速数値風洞(UHSNWT)の構想—第二期数値シミュレータ計画—”、航空宇宙技術研究所報告1108号、1991
- [3] 学術情報ネットワーク[サイネット・フォー]、<http://www.sinet.ad.jp/>

JAXA 新スーパーコンピュータ (SORA-MA) の性能評価

高木亮治

宇宙航空研究開発機構 宇宙科学研究所

Performance Evaluation of the JAXA's New Supercomputer System: SORA-MA

by

Ryoji Takaki

ABSTRACT

JAXA has started operation of SORA-MA, which is a core system of JAXA Supercomputer System 2:JSS2. SORA-MA is FUJITSU Supercomputer PRIMEHPC FX100, which is many-core based scalable parallel cluster. Each compute node has one SPARC64TMXIfx chip which contains 32 computational cores and 2 assistant cores, and 32GByte HMC memory. Many-core and SIMD architecture are key features of FX100 and their applications are important for user programs. This paper reports brief overview and preliminary performance evaluation of SORA-MA.

1. はじめに

平成 27 年度から JAXA の新スーパーコンピュータシステム (JAXA Supercomputer System 2:JSS2) ¹⁾の中核となる SORA-MA (Supercomputer for earth Observation, Rockets and Aeronautics - MAin) が稼働を開始した。SORA-MA は FUJITSU Supercomputer PRIMEHPC FX100²⁾ (以後 FX100 と呼称) で構成されており、これまでの主計算機システム (富士通製ハイエンドテクニカルコンピューティングサーバ FX1) との比較で考えると SIMD (Single Instruction Multiple Data) 演算器の採用、メニーコアといった特徴を有している。ここでは、SORA-MA の性能評価を基礎的なベンチマークプログラムである STREAM³⁾で実施した。また汎用的な圧縮性流体解析プログラム UPACS⁴⁾のベンチマーク版プログラム UPACS-Lite を用いて性能評価および高速化チューニングを実施したので、それらの結果について報告する。

2. SORA-MA(FX100)

JSS2 は計算リソースを提供する SORA とデータアーカイバである J-SPACE から構成されている。SORA は計算システム (SORA-MA)、プレポストシステム (SORA-PP (PrePost)), 大規模メモリ計算システム (SORA-LM (Large Memory)), ログインシステム (SORA-LI (LogIn)), ファイルシステム部 (SORA-FS(FileSystem)) などから構成された複合システムである。SORA-MA を構成する FX100 は、富士通製ハイエンドテクニカルコンピューティングサーバ FX1, スーパーコンピュータ「京」および PRIMEHPC FX10 のアーキテクチャーを継承しつつ 100PFLOPS 以上のシステム構成が可能なスーパーコンピュータである。FX100 では各ノードに 20nm プロセスで製造される SPARC64TMXIfx プロセッサを 1 つ搭載し、それらのノードを Tofu (Torus Fusion) インターコネクト 2 で接続した超並列計算機である。メモリには 3 次元積層メモリである HMC (Hybrid Memory Cube) を採用し、メモリバンド幅は 480GB/s となっている。Tofu2 は 12.5GB/s でノード間を 6 次元メッシュ/トラスで接続している。SPARC64TMXIfx プロセッサは 32 個の演算コアの他に 2 つのアシスタントコアを有し 1TFLOPS 以上の理論性能を有している。アシスタントコアはシステムデーモン、ファイル I/O 処理、通信処理 (特に非同期通信) を担当し大規模システムの性能向上に寄与している。

SPARC64TMXIfx プロセッサは 2 つの CMG (Core Memory Group), Tofu2 コントローラ, PCI Express コントローラなどで構成されている。1 つの CMG は 16 個の演算コア, 1

個のアシスタントコア, これら 17 コアで共有される 12MiB の L2 キャッシュ, メモリコントローラで構成される。各コアは 8 つの FMA (Floating-point Multiply and Add) を有し 4-wide SIMD により 1 サイクルあたり 16 個 (=2 倍精度浮動小数点演算/FMA×4FMA/SIMD×2SIMD/サイクル), ノード (32 演算コア) あたり 512 個の倍精度浮動小数点演算が実行可能となっている。ちなみに, 単精度浮動小数点演算であれば, 1 サイクルあたり 2 倍の演算が可能である。SPARC64TMXIfx プロセッサで性能を出すためには 32 個の演算コアおよび SIMD を如何にうまく活用するかが重要となる。

3. 性能評価

SORA-MA (FX100) の性能評価を, 基礎的なベンチマークプログラムである STREAM³⁾および汎用的な圧縮性流体解析プログラム UPACS⁴⁾のベンチマーク版プログラム UPACS-Lite を用いて実施した。ここでは主にノード性能に着目した。測定に用いた SORA-MA, 比較のために用いたインテル CPU のマシン (SORA-PP) の諸条件を表 1 に示す。

表1 測定環境 (一部に推定値あり)

	SORA-MA (FX100)	SORA-PP
マシン	PRIMEHPC FX100	PRIMERGY RX350S8
CPU	Fujitsu SPARC64 TM XIfx	Intel Xeon E5-2643V2
周波数	1.975GHz	3.5GHz
CPU/ ノード	1	2
コア/CPU	32	6
コア/ ノード	32	12
理論性能	1.011TFLOPS	0.336TFLOPS
メモリ 性能	431GB/s	119.4GB/s

3.1 STREAM

STREAM は主にメモリ性能を測定するベンチマークプログラムである。STREAM では 1 次元配列に対して COPY (配列コピー), SCALE (スカラー値の掛け算), ADD (2 つの配列の足し算), TRIAD の性能を測定できるが, ここでは TRIAD を用いた。TRIAD は

```
do i=1,N
  a(i) = b(i) + S * c(i)
enddo
```

となる。a,b,c は 1 次元配列, S はスカラーである。図 1 に TRIAD の測定結果を示す。

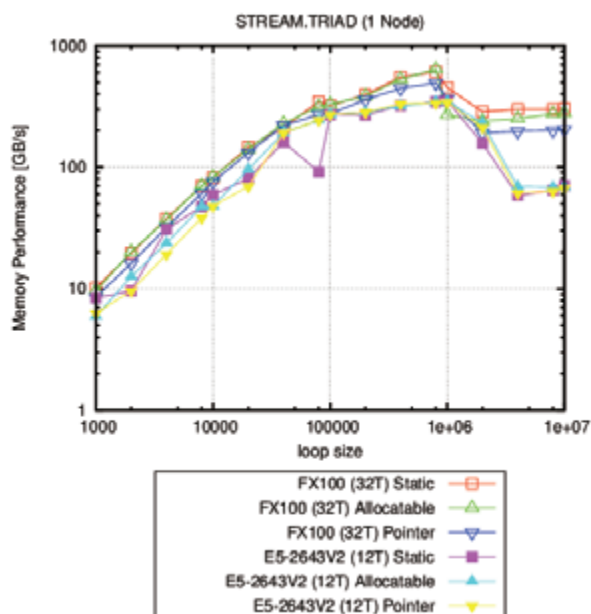
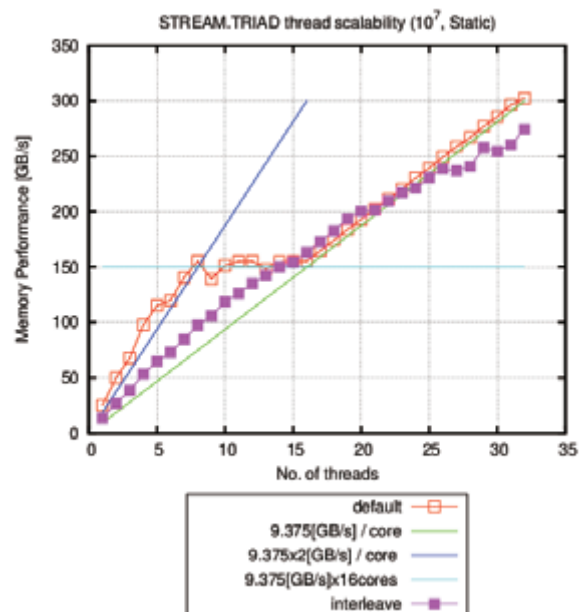


図1 TRIADによるメモリ性能 (SORA-MA, PP)

SORA-MA (FX100), SORA-PP (図中では E5-2643V2 と表記) とともにノード内の全コアを使用している。SORA-MA, SORA-PP とともにループ長が 10^6 付近 (メモリ容量としては 24Mbyte 程度で L2 キャッシュの容量程度) まではキャッシュによるアクセスであるが、それを超えるとキャッシュが溢れ、 10^7 では完全なメモリアクセスになっていると考えられる。SORA-MA の場合、利用する配列 (静的配列, ポインター, アロケータブル) によって性能が異なることがわかる。今後改善されることが期待されるが、現状では静的配列が 302GB/s で一番性能が高く、次にアロケータブル配列が 278GB/s, ポインターがかなり遅く 206GB/s となった。なお、この結果を得るためにはラージページオプション (具体的には `lpgparm -l demand`) を指定する必要がある。指定しないと動的配列 (アロケータブル, ポインターともに) は 100GB/s 程度の性能となる。

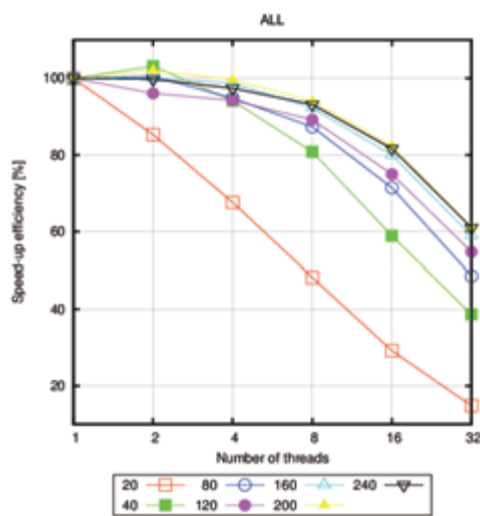
図2に SORA-MA のスレッドスケーラビリティを示す。静的配列のケースで、ループ長は 10^7 で固定 (キャッシュは溢れてメモリ性能を計測) してスレッドを1から32まで増やしたときのメモリ性能の変化を示している。図よりスレッドの増加に伴って特異な傾向を示していることがわかる。ここで、32スレッド時のメモリ性能をコア数32で割った値が 9.375 GB/s である。1スレッドから8スレッドまではスレッドの増加にともない線形に性能が向上。8スレッドから16スレッドまでは性能が頭打ちになっていることから、8スレッド以下では1コア当たり最大で2コア分のメモリ性能を使っていると推測できる。JSSの主計算機システムであったFX1で同種の計測を行った場合、ノード内で1スレッド実行を行うと、そのスレッドはノードの全メモリ性能を占有することがわかっており、それと似た状況である。16スレッドを超えると再び線形 (増加率は1コア当たりの性能である 9.375GB/s) に増加している。16コアが 1CMG に所属しているため、16スレッドを超えると別の CMG へのアクセスが発生する (いわゆる NUMA 構成) ためと考えられる。実際、`numactl -interleave=all` を使うことでほぼ線形な挙動を得ることができる。

図2 TRIAD (ループ長は 10^7) のスレッドスケーラビリティ (SORA-MA)

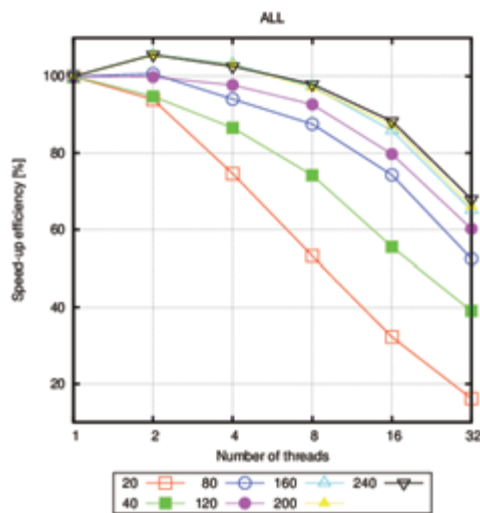
3.2 UPACS-Lite

汎用的圧縮性流体解析プログラム UPACS をベースに、基本的な機能だけに絞って性能評価や高速化チューニングのためのプラットフォームとして整備したものが UPACS-Lite である。UPACS-Lite では対流項は MUSCL+SHUS, 時間積分は 2 時精度 Euler 陰解法とし、MFGS で内部反復を 2 回、MFGS のスレッド並列化には Block Red-Black 法を利用、乱流モデルはなしの粘性計算、MPI と OpenMP を用いたハイブリッド並列としている。UPACS-Lite では、支配方程式を有限体積法で離散化した離散方程式を解くことになるが、その際の主要な構成要素としては、時間積分 (左辺), 対流項, 粘性項が存在する。それぞれの計算は全てステンシル計算となるが、ステンシルの形 (メモリアクセスパターン, 量) や演算パターン, 量が異なる。また、UPACS では複数ブロックの構造格子を用いているため、通常の計算ではブロックの大きさ, 形が異なり、その結果プログラム中では様々なループ長, 特にインデックス毎にループ長が異なることになり、高速化の際に注意する必要がある。

まず初めに、図3に SORA-MA のスレッドスケーラビリティの結果を示す。ループ長が短い場合はスレッドスケーラビリティが悪いが、ループ長の増加にともない改善されている。interleaveを使うことでスケーラビリティは若干向上しているように見えるが、これは1スレッド時の性能が低下したためである。図4にハイブリッド並列とフラット MPI 並列との比較を示す。ノードに対して同一規模の計算をプロセス数とスレッド数の組み合わせを変えて測定を行った。32プロセス×1スレッドがフラット MPI 実行となる。図4 a)はノード内、図4 b), c)は 64 ノードまでの多ノードでの結果である。1ノードの結果ではブロックサイズが小さい (40^3), もしくはある組み合わせの時にハイブリッド並列が高速な場合があった。80³ のケースではフラット MPI が常に高速という結果になった。1ノードでの傾向は 64 ノードまであまり変化はなかった。もっと大規模ノードでの評価が必要と考えている。

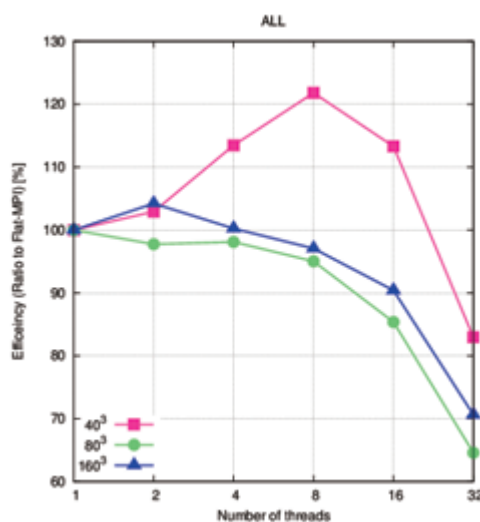


a) default



b) interleave

図3 UPACS-Liteのスレッドスケラビリティ (SORA-MA)



a) ノード内

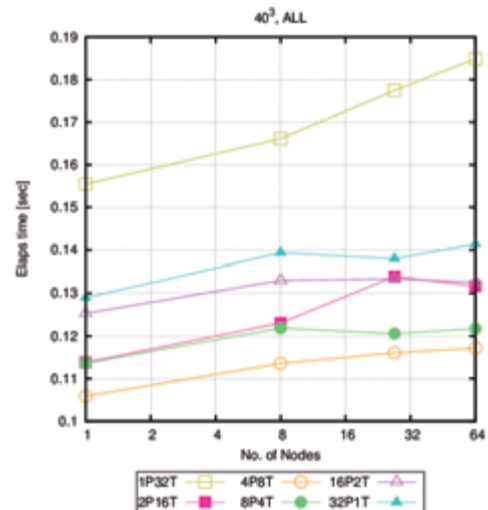
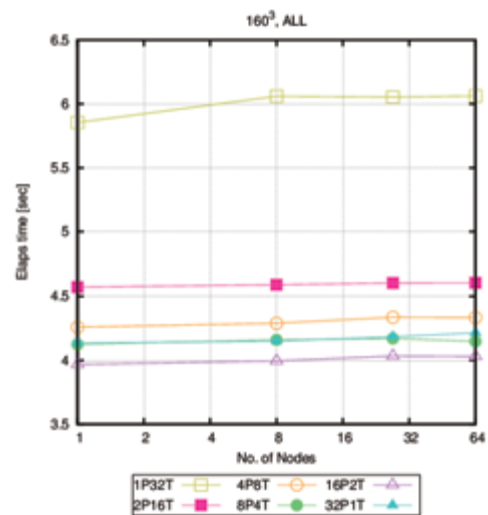
b) 多ノード (40³)c) 多ノード (160³)

図4 ハイブリッド並列とフラットMPIとの比較

JSS (FX1), FX10, JSS2 SORA-MA (FX100) 間での比較を図5に示す. 図5 a)では基準となるプログラム A を使ってシステムの差だけを比較した場合, 図5 b)ではシステムの変更にとともに, それに対応した高速化チューニングの効果も込みで比較している. 二つの図において, 赤い棒グラフは計算時間を, ●シンボル付折れ線グラフは, JSS (FX1) を 1 とした時の計算速度向上比を, ■シンボル付折れ線グラフは JSS(FX1)を基準とした理論性能の向上に対する実際の計算速度向上の比率 (理論性能が 10 倍になれば, 本来は 10 倍速くなるはずだが, 5 倍にしか早くならなかった場合は 50%) を示す. どのケースもハイブリッド並列を使っており JSS (FX1) では 4 コア/Node なので 1 プロセス 4 スレッド (1P4T), FX10 は 16 コア/Node なので 1 プロセス 16 スレッド (1P16T), SORA-MA (FX100) は 16 コア/CMG×2CMG/Node なので 1 プロセス 32 スレッド (1P32T), SORA-MA の標準モデルである 2 プロセス 16 スレッド (2P16T), フラット MPI モデルの 32 プロセス 1 スレッド (32P1T), SORA-PP では 6 コア/CPU×2CPU/Node なので 2 プロセス 6 スレッド (2P6T) とした. SORA-MA 向けの現時点での最速版 (Gt) は FX1(O, 1P4T)の約 32 倍高速となっている. ちなみにフラット MPI (32P1T) で比較すると約 37 倍となった. 同じプログラム (基準となる A) を用いた場合

SORA-MA (JSS2) は FX1 に対して約 11 倍、フラット MPI では約 16 倍高速となった。

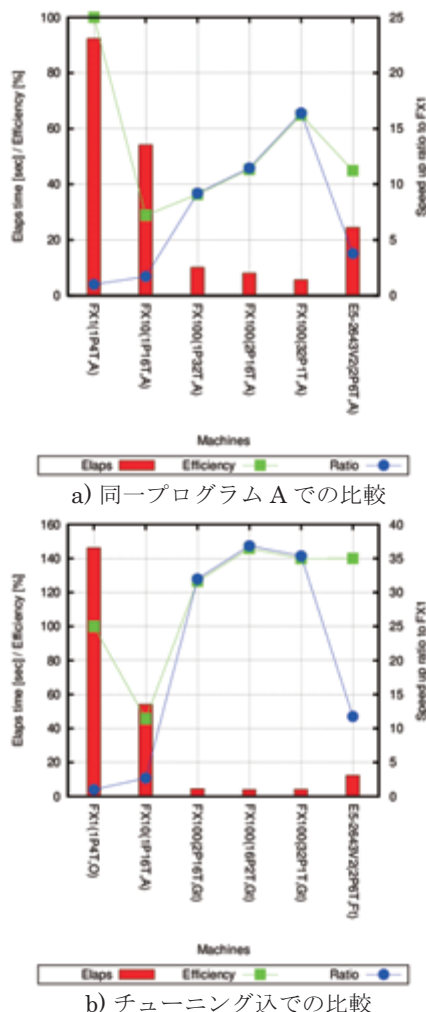


図5 JSS(FX1), FX10, JSS2 SORA-MA(FX100)の比較

4. UPACS-Lite の SORA-MA 向け高速化チューニング

UPACS-Lite を用いて SORA-MA 向けに高速化チューニングを実施した。表 2 に高速化チューニングの実施内容を示す。

表 2 高速化チューニングの実施項目概要

Version	Tuning
O	オリジナル (FX1 で利用)
A	flux 配列の構造体の変更 + SIMD 化促進
B	jk ループの融合 (スレッド並列数の確保)
C	MFGS の書き下し + OCL の挿入
D	flux 配列のインデックス変更 (i,j,k,:) → (:,i,j,k)
E	flux 配列のインデックスの変更 (C と D の比較で高速版を選択) 対流項: (i,j,k,:) → (:,i,j,k) 粘性項: (:,i,j,k)
F	手動アンローリング 初期化のベクトル記述: dq=0 → OpenMP で並列化 保存量ループの展開 (do n=1,nPhys を削除)
G	2 重ループの一重化をやめて OpenMP の collapse(2) を利用

	データ通信の前後処理部の OpenMP 化 nPhys ループの位置の変更 MFGS (時間積分) で使われている Block Red-Black のブロック分割の最適化
?t	?={C,D,E,F,G} の cell 配列インデックスの変更 (i,j,k,:) → (:,i,j,k)

これらの高速化チューニングは大きく分けると

- 配列のインデックスの変更
 - データ構造 (構造体) の変更
 - SIMD 化の促進
- に分けられる。

a) の配列に関しては、プログラムの主要な配列としては有限体積法のセルで定義される cell 配列と、セル面の流束で定義される flux 配列がある。cell 配列はプログラムの中で大域的に使われる配列であるのに対し、flux 配列は対流項、粘性項の flux を計算する時だけに使われる配列である。これらの配列のインデックスが所謂ベクトル型 (i,j,k,n) なのかスカラー型 (n,i,j,k) が最適なのかを比較した。ここで、i,j,k が空間のインデックスを、n が物理量 (乱流モデルなしの完全気体では 5 となる) を示す。

b) の構造体に関しては flux 配列で使われるが、Structure of Array:SOA (配列の構造体) か Array of Structure:AOS (構造体の配列) のどちらが適切かを確認した。図 6 に具体例を示す。

O (AOS)
<pre> type cellFaceType real(8) :: area real(8), dimension(5) :: flux end type type(cellFaceType), dimension(:, :, :), pointer :: cface do n; do k; do j; do i cface(i,j,k)%flux = ... enddo </pre>
A (SOA)
<pre> type cellFaceType real(8) :: area real(8), dimension(:, :, :), pointer :: flux end type type(cellFaceType) :: cface do n; do k; do j; do i cface%flux(i,j,k,n) = ... enddo </pre>

図 6 データ構造 (AOS, SOA) の例

c) に関しては現状のコンパイラの最適化性能に依存する部分が多いが、ソースを書き換えることで SIMD 化を促進する。この部分に関しては、今後コンパイラの成熟とともに書き換えが不要になることが期待される。

1) O から A

主に FX10 向けに高速化チューニングとして流束 (対流項、粘性項) の計算部分に関して

- flux 配列を AOS から SOA に変更
- SIMD 化を促進するためにループ内の一時配列をスカラー化: a(3,3) を a_11, a_12, a_13, a_21, a_22, a_23, a_31, a_32, a_33 に修正
- 組み込み関数の手動展開

を実施した。特に SIMD 化に関しては現状では最内ループに SIMD 化が適用されるため、ループボディに配列のベクトル表記があるとその部分が SIMD 化されてしまい他のループボディが SIMD 化されない状況となる。例えば


```

allocate(a(imax,5),b(imax,5),c(imax,5))
do i=1,imax
  u = a(i,2)/a(i,1)
  v = a(i,3)/a(i,1)
  a(i,:) = b(i,:) + c(i,:)    ←ここだけ SIMD 化
enddo

```

の場合、 $a(i,:)$ = ...の部分だけが SIMD 化されてしまい、残りの $u = \dots, v = \dots$ などが SIMD 化されない。この場合

```

allocate(a(imax,5),b(imax,5),c(imax,5))
do i=1,imax
  u = a(i,2)/a(i,1)
  v = a(i,3)/a(i,1)
  a(i,1) = b(i,1) + c(i,1)
  a(i,2) = b(i,2) + c(i,2)
  ...
  a(i,5) = b(i,5) + c(i,5)
enddo

```

のように書き下してベクトル表記をなくすとループ内全てが SIMD 化される。

2) A から B

OpenMP によるスレッド並列は最外の k ループで実施するが、ループ長がスレッド数より短い場合はスレッド数が確保できないので手動で j, k ループを融合してループ長を稼いだ。(二重ループの一重化)

3) B から C

MFGS に関して

- 一時配列のスカラー化
- OCLの挿入により依存関係を無視(計算は早くなるが収束性が悪化するため、トータルでみた場合にどちらが良いかは未確認)

を実施した。

4) C から D

flux 配列のインデックスを $(i,j,k,:)$ から $(:,i,j,k)$ へ変更した。

5) D から E

C と D を比較したところ対流項、粘性項のそれぞれで適したインデックスが異なることがわかった。そのためそれぞれに適したインデックスとして対流項は $(i,j,k,:)$ 、粘性項は $(:,i,j,k)$ を採用した。この理由であるが、粘性項は速度の差分を多く計算するため、物理量 ($N=1\sim 5$ 、特に 2,3,4) の再利用性が高く、そのためスカラー型のインデックスが適している。一方対流項は物理量の再利用性が多いではないのでベクトル型のインデックスが適していると推測している。

6) E から F

flux 配列はローカルな配列で毎回初期化を行っており、その部分は自動並列に任せていたが、コンパイラが十分な最適化を実施できないことが判明したので OpenMP 化を実施した。更に、3次元空間の3重ループに追加して物理量のループ ($n=1, nPhys$, 計4重ループ) がある部分に関して物理量ループをアンロールした。変更前は

```

do n=1,nPhys
!$omp parallel do private(jk,i,j,k)
do jk=1,jkmax
  k = (jk-1)/jmax+1
  j = jk-jmax*(k-1)
  do i=1,imax
    q(i,j,k,n) = ...
  ...
enddo

```

```

enddo
!$omp end parallel do
enddo

```

となっており、この場合 OpenMP のオーバーヘッドが $nPhys$ 分発生するなどのデメリットが考えられる。そのため

```

!$omp parallel do private(jk,i,j,k)
do jk=1,jkmax
  k = (jk-1)/jmax+1
  j = jk-jmax*(k-1)
  do i=1,imax
    q(i,j,k,1) = ...
    q(i,j,k,2) = ...
    ...
  enddo
enddo
!$omp end parallel do

```

とすることで n のループに対しても最適化が適用され性能の向上が期待できる。

7) F から G

B で行ったスレッド数確保のために j, k ループの手動融合を OpenMP の collapse を使う方式に変更した。ちなみに両方式で性能面での変化は見られなかった。MPI を使ったデータ通信部の前後処理部に関して自動並列が未対応な部分があり、その部分を OpenMP を用いたスレッド並列化を行った。F で実施した $nPhys$ ループの書き下しは、汎用的なプログラムでは適用が難しいので $nPhys$ ループの位置を変更することでベストではないがベターな性能を得ることができた。時間積分の MFGS (ガウスザイデル法の変形) をスレッド並列化する際に用いている Block Red-Black 法のブロック分割に関してパラメトリックスタディを行い、ブロック数の最適化を行った。図7に 160^3 の例を示す。理由は不明だが、ブロック数がスレッド数の2倍の時に最速となった。

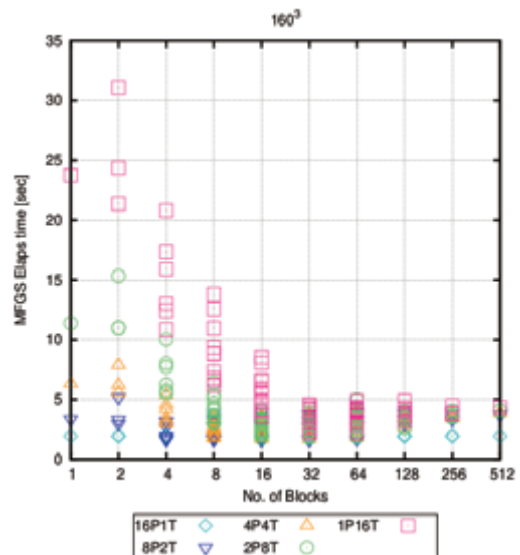
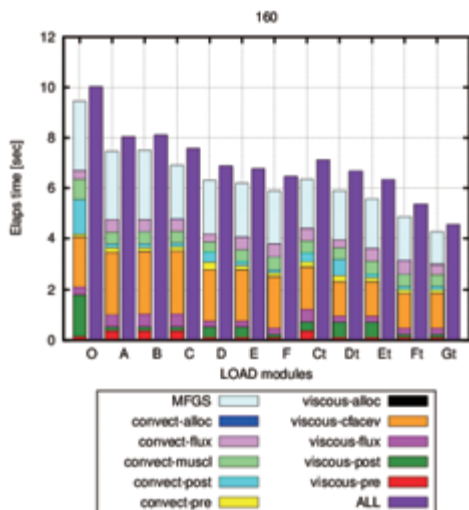


図7 Block Red-Blackのブロック分割による性能への影響

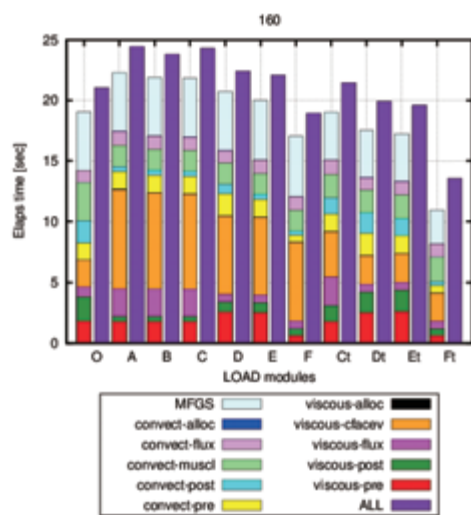
8) ?t

高速化チューニングは主に flux 配列のインデックスに着目していたが、cell 配列のインデックスを $(i,j,k,:)$ から $(:,i,j,k)$ に変更したものを $?t$ とした。これによりケースによっては cell 配列と flux 配列のインデックスが異なる場合もある。

図8にこれらの高速化チューニングの結果を示す。



a) SORA-MA (FX100)

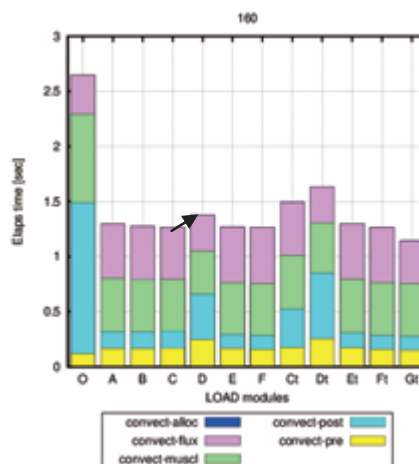


SORA-PP (Intel)

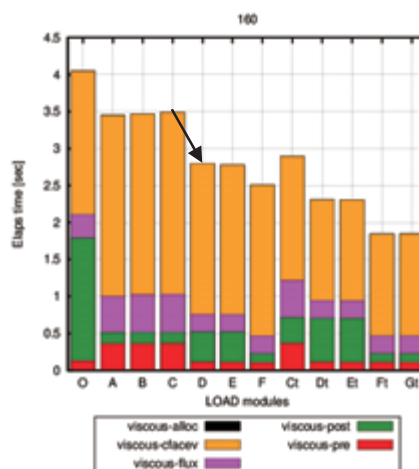
図8 高速化チューニング結果 (ブロックサイズは160³)

Aの修正はSORA-MAにとっては高速化になっているがSORA-PPに対しては逆に遅くなっていることがわかる。SORA-MAもSORA-PPも同じスカラCPUであるがチューニングによっては正反対の結果になる場合があることがわかった。また、ある高速化チューニングによって、ある部分は高速になるが、他の部分は逆に遅くなるという事が発生することもわかった。図9に示すように対流項と粘性項に関して比較を行うと、CからDでflux配列のインデックスを変化させると、対流項は遅くなり、粘性項は速くなっていることがわかる。この結果を受けてEでは対流項と粘性項のflux配列のインデックスをそれぞれ最適なものとした。この違いが発生した原因は前述したように、粘性項は速度の差分を多く計算するため物理量(N=1~5、特に2,3,4)の再利用性が高くスカラ型のインデックスが適しているが、対流項は物理量の再利用性が多くはないのでベクトル型のインデックスが適していると推測している。

プログラム全体では時間積分(陰解法)、粘性項、対流項が大体3分割しており、その中でもviscous_clacev(粘性流束の計算のため各種物理量の微分を計算する部分)、MFQS(時間積分)が比較的大きな割合を占めている。所謂ホットスポットが存在するようなプログラムとは異なるため、高速化チューニングではより多くの部分を対象とする必要がある。



a) 対流項



b) 粘性項

図9 対流項と粘性項の比較

5. おわりに

平成27年度から稼働したJAXAの新スーパーコンピュータシステムJSS2の中核であるSORA-MA(FUJITSU Supercomputer PRIMEHPC FX100)について紹介すると同時にステンシル系アプリケーションによる性能評価、高速化チューニングについて紹介した。本報告ではノード性能に注目して性能評価・高速化チューニングを実施したが、今後は更なる高速化とノード間での性能評価・高速化チューニングを実施する予定である。

参考文献

- 1) 藤田直行, JSS2 システム概要と活用・運用, 第47回流体力学講演会/第33回航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム 1C08, 2015
- 2) <http://www.fujitsu.com/jp/products/computing/servers/supercomputer/primehpc-fx100/>
- 3) STREAM: Sustainable Memory Bandwidth in High Performance Computers, <http://www.cs.virginia.edu/stream/>.
- 4) R.Takaki, K. Yamamoto, T. Yamane, S. Enomoto, and J. Mukai. The Development of the UPACS CFD Environment. Vol. 2858 of Lecture Notes in Computer Science, pp.307-319. Springer, 2003.

PRIMEHPC FX100 の技術について

千葉 修一（富士通株式会社）

Key Technology of PRIMEHPC FX100

by

Shuichi Chiba (FUJITSU LIMITED)

ABSTRACT

Combining high performance, scalability, and reliability with superior energy efficiency, FUJITSU Supercomputer PRIMEHPC FX100 further improves Fujitsu's supercomputer technology employed in the K computer and PRIMEHPC FX10. The system, from hardware to software, has been fully developed by Fujitsu, thereby delivering high levels of reliability and operability. The system can be flexibly configured to meet customer needs, capable of scaling to over 100 petaflops.

1. はじめに

FUJITSU Supercomputer PRIMEHPC FX100 は、2011 年に 2 期連続で世界一の性能^{*1}を達成したスーパーコンピュータ「京」（以下「京」）^{*2}、及び PRIMEHPC FX10 に適用した技術をさらに向上させたスーパーコンピュータである。高性能、高拡張性、高信頼性をあわせもち、省電力性に優れている。ハードウェアからソフトウェアまでを富士通で開発しており、利用者の要件にあわせて柔軟にシステム構築が可能で、最大構成 100PFLOPS を超える高いスケラビリティを実現する。本稿では、PRIMEHPC FX100 の技術について述べ、その評価結果を報告する。



Fig.1 Inheritance and Enhancement

2. PRIMEHPC FX100 の概要

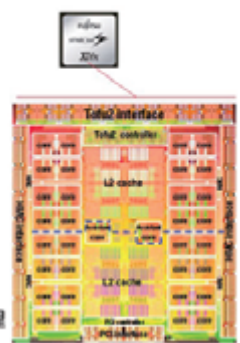
2. 1. 超高速・超大規模の計算環境

PRIMEHPC FX100 のプロセッサである SPARC64TM XIfx は、最先端の 20nm プロセスで製造され、32 演算コア+2 アシスタントコアを実装し、1TFLOPS 以上の性能を発揮する。SPARC-V9 命令セットを HPC 向けに拡張した HPC-ACE2 (High Performance Computing - Arithmetic Computational Extensions 2) を導入することで利便性を大きく向上した。また、コアあたり 2 個の 256 ビット幅 SIMD ユニットの備えて演算スループットの高速化を図っている。1 ノードは 1 プロセッサから構成され、メモリに HMC (Hybrid Memory Cube) を採用したことにより、ノードあたり 480 GB/sec という圧倒的なメモリバンド幅を実現した。

Key Technology (1)

■ SPARC64TM XIfx

- HPC-ACE2
- L1 キャッシュ、Way を 2 倍
- スーパースカラーの強化
 - ・アウトオブオーダー資源の増加
 - ・分岐予測の強化
- 256 bit wide SIMD
 - ・単精度倍幅モード
 - ・8 バイト整数命令
- アシスタントコア
 - ・IO・OS・通信のデーモンを処理

Fig.2 SPARC64TM XIfx

アシスタントコアは、OS やシステムソフトウェアの割り込み処理を行う。これにより、演算コアが演算処理に専念できる環境を提供する。また MPI のノンブロッキング通信に関しても、通信処理をアシスタントコアが処理することで、非同期処理の効率を高めている。

Key Technology (2)

■ Assistant core

- OS やシステムソフトウェアによる割り込み処理
- MPI ノンブロッキング通信

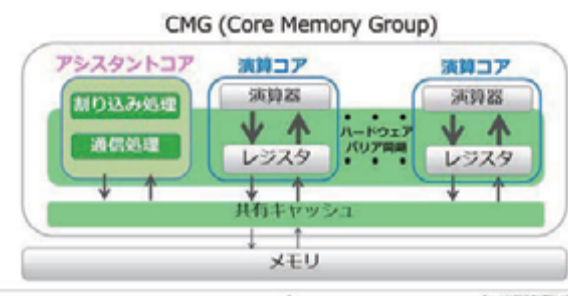


Fig.3 Assistant core

Tofu インターコネクト 2 (以下 Tofu2) は SPARC64™ XIfx プロセッサに統合されている。これにより、低遅延で実現されるノード間通信バンド幅はリンクあたり 12.5 GB/sec と高速化している。スケーラブルな Tofu2 により、10 万ノードを超える規模のシステム構築が可能である。

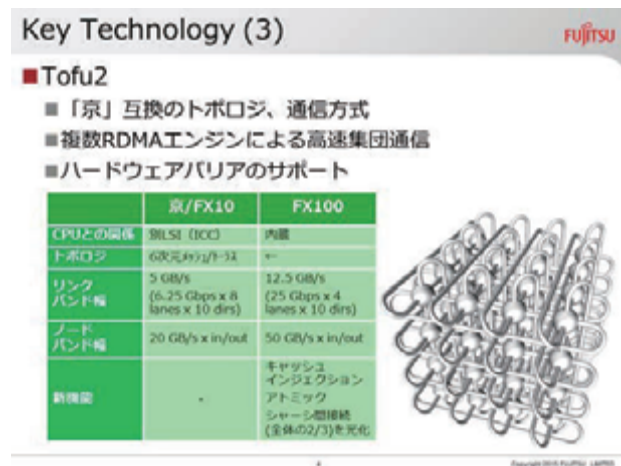


Fig.4 Tofu2

2. 2. 高密度実装と水冷方式

2U の本体装置に 12 ノード、19 インチの専用ラックに本体装置を最大 18 台 (216 ノード) 搭載可能である。ノードを含め部品の 90% を直接水冷することで高密度と高信頼性を両立している。水冷により部品温度を下げることで、リーク電流の減少による消費電力の低減と同時に、部品の故障発生率の低減を実現する。

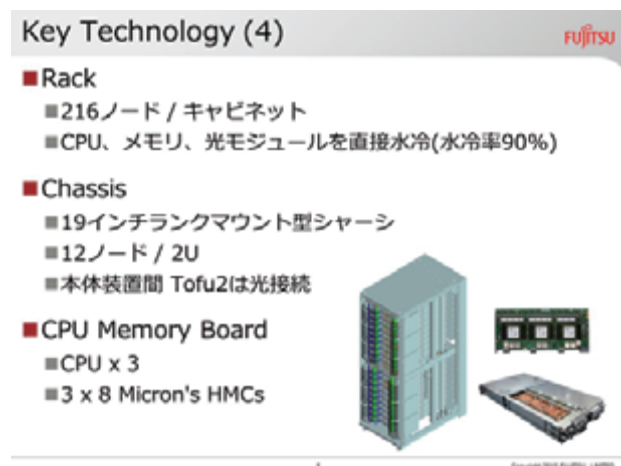


Fig.5 Rack/Chassis/CPU Memory Board

2. 3. プログラミング開発環境

MPI 並列にスレッド並列を組み合わせたハイブリッド並列により、プロセス間通信やメモリ容量を効率的に活用することが可能になる。反面、ハイブリッド並列のプログラムは複雑になり開発コストが課題となる。

この課題に対して、VISIMPACT (Virtual Single Processor by Integrated Multi-core Parallel Architecture) はハイブリッド

並列を容易に実現することを可能とする。FUJITSU Software Technical Computing Suite のコンパイラにより MPI プログラムはハイブリッド並列に自動変換される。

また、ジョブ実行時にはプロセッサ内のハードウェアバリア、共有 L2 キャッシュにより高い実行性能を発揮する。FX100 では、「京」で課題であったキャッシュが大きく拡張されている。

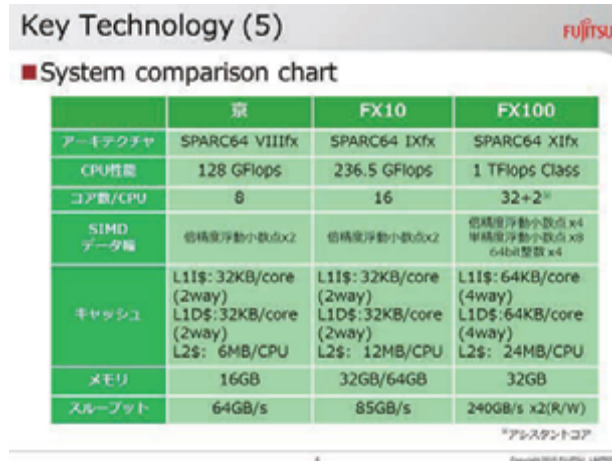


Fig.6 System comparison chart

3. HPC-ACE2

PRIMEHPC FX100 では、256 bit wide SIMD が搭載されている。倍精度浮動小数点演算に対する拡張に加え、整数型の SIMD 化を実現するための新命令、単精度浮動小数点演算を 8 演算同時実行するための新命令を追加している。また、HPC-ACE で搭載した三角関数補助命令、逆数近似命令 (除算、SQRT) に加え、新たに拡張命令を追加することで、命令レベルの並列性を高めることができる。以下に代表的な新命令を示す。

- Exponential Auxiliary 命令
- Stride Load/Store 命令
- Indirect Load/Store 命令
- Broadcast Load 命令

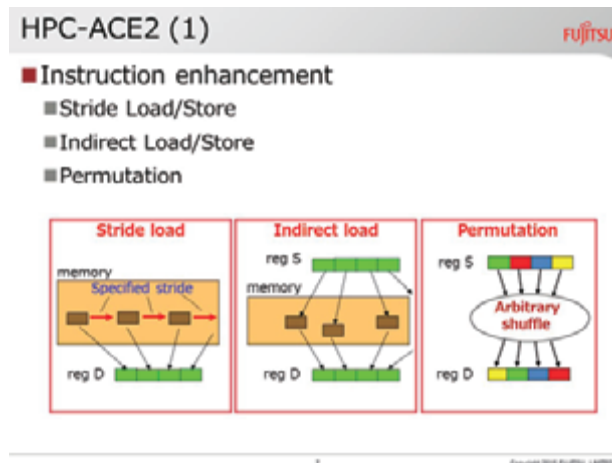


Fig.7 Instruction enhancement

3. 1. Stride Load/Store

等間隔のストライド幅でメモリをアクセスする場合、Stride Load/Store 命令を利用しメモリアクセス処理を同時実行することができる。この命令を利用することで、FX10 に比べ約 4 倍の性能向上が確認できている。これは SIMD 幅が 2 倍になったことに加え、命令レベルの高速化の効果である。特に連続体コードなどの間隔アクセスに対して性能効果が期待できる。

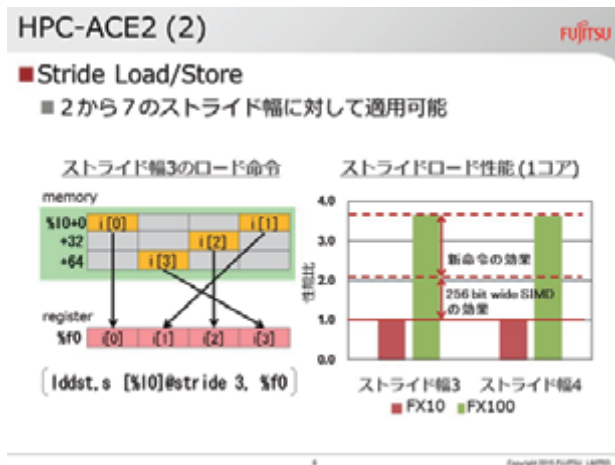


Fig.8 Stride Load/Store

3. 2. Indirect Load/Store

ストライド幅が異なるメモリをアクセスする場合、Indirect Load/Store 命令を利用しメモリアクセス処理を同時実行することができる。メモリアドレスの計算処理が複雑になるため、Stride Load/Store 命令に比べて効果は弱い、コンパイラなどが適切な場所に適用することで大きな効果を得られる。流体解析、FEM などのリストアクセスに対して性能効果が期待できる。

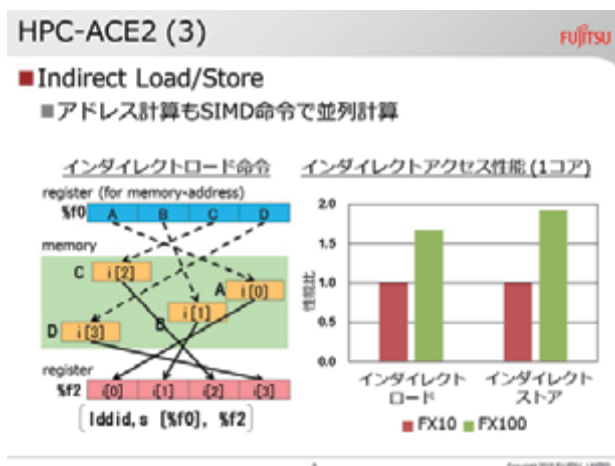


Fig.9 Indirect Load/Store

3. 3. Unaligned SIMD Store

「京」、および FX10 では SIMD Store 命令にデータ境界の制約があった。そのため、コンパイラが境界補正処理を挿入することで SIMD 化を適用可能としていた。FX100 では SIMD Store 命令がデータ境界に影響を受けることなく実行できるため、境界補正処理を削減することができる。これにより分岐命令などが削減され、命令レベルの最適化が促進する。また、コードサイズが削減されることで、命令キャッシュの効率的な利用にもつながる。

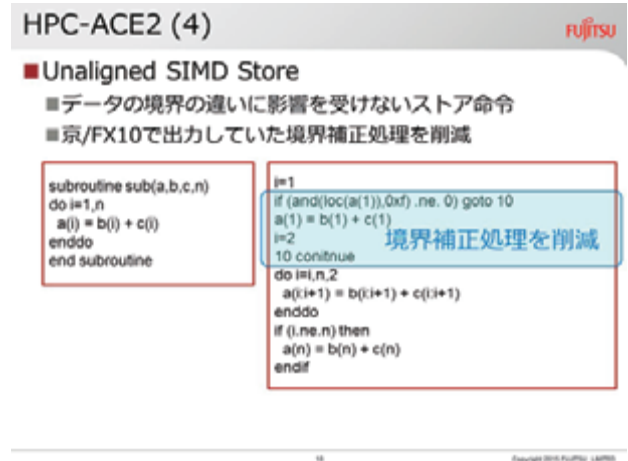


Fig.10 Unaligned SIMD Store

3. 4. Integer Condition Branch

「京」、および FX10 では整数型の条件判定の IF 構文を含むループを SIMD 化することができなかった。そのため、条件判定を実数型に変形することで SIMD 化を適用していたが、型変換を行うコストが必要となっていた。FX100 では、整数型の新命令を用意することで型変換を削減できる。これにより、命令レベルの並列性が向上し高速化が期待できる。

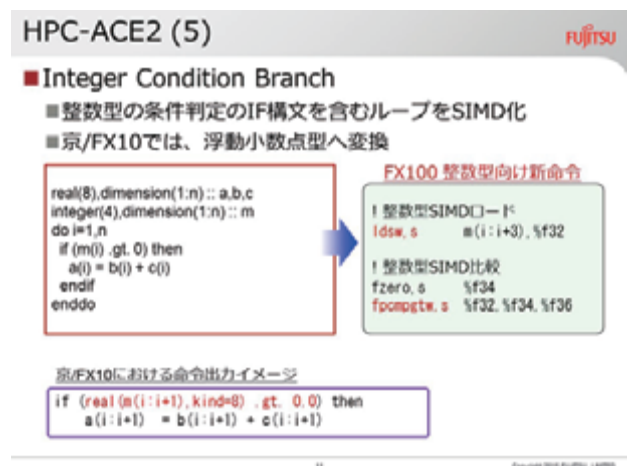


Fig.11 Integer Condition Branch

3. 5. New Complex-number Model

「京」、および FX10 では複素数の乗算処理に対して、隣接するメモリアクセスを SIMD 化し 11 命令で処理してい

た。FX100 では先述した Stride Load/Store 命令を利用し 7 命令で処理することが可能となる。

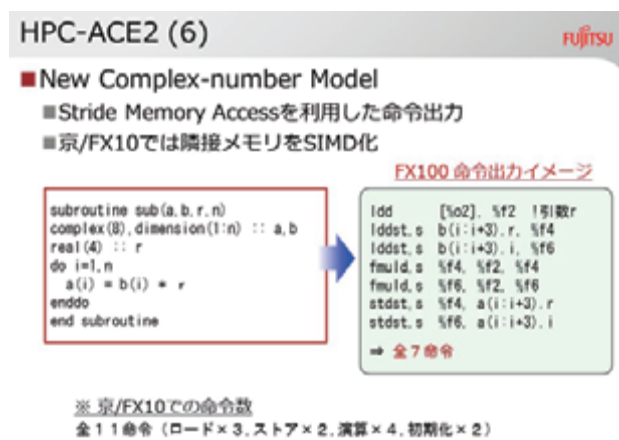


Fig.12 New Complex-number Model

3. 6. Concatenation Shift

Concatenation Shift 命令は SIMD レジスタの内容をシフトし結合する命令である。この命令を利用することで、ステンスル計算のような隣接したメモリアクセスを複数回行うコードのロード命令を削減することが可能となる。メモリ要求が多いコードに対して大きな効果が期待できる。

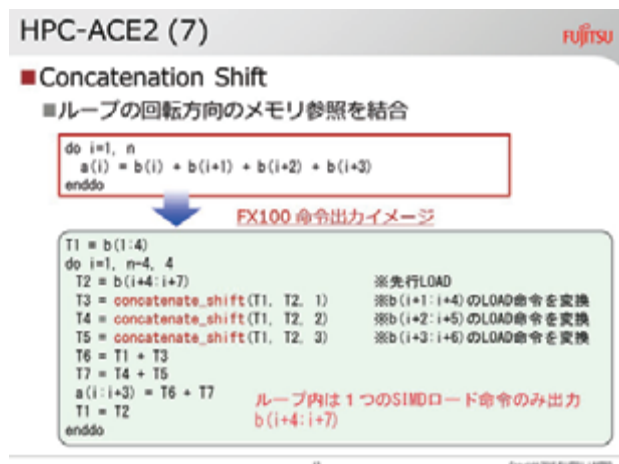


Fig.13 Concatenation Shift

3. 7. Element Compress

Element Compress 命令は、マスクを利用して SIMD レジスタの内容を圧縮することができる。この命令を利用することで、IF 構文を利用した配列データの収集処理から分岐命令を削除でき、ループに対して SIMD 化を適用することが可能となる。配列圧縮コードなどに対して高速化が期待できる。

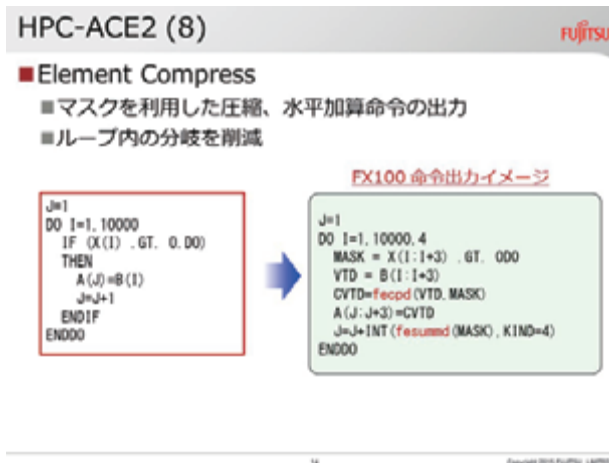


Fig.14 Element Compress

3. 8. Masking Loop SIMD

ループ処理に対して SIMD 化を適用した時、SIMD 幅に応じて余りの回転分の処理が必要となる。そこで、マスク演算を利用して余りの回転分の処理も SIMD 化し、コストを削減する。この処理は、演算が冗長実行となるため、最適化オプションを利用した場合のみ適用される。

今後、SIMD 幅の増加が考えられる HPC 分野では、余りの回転分の処理もコストに大きく影響する。Masking Loop SIMD により一定のコストで処理することが可能となる。

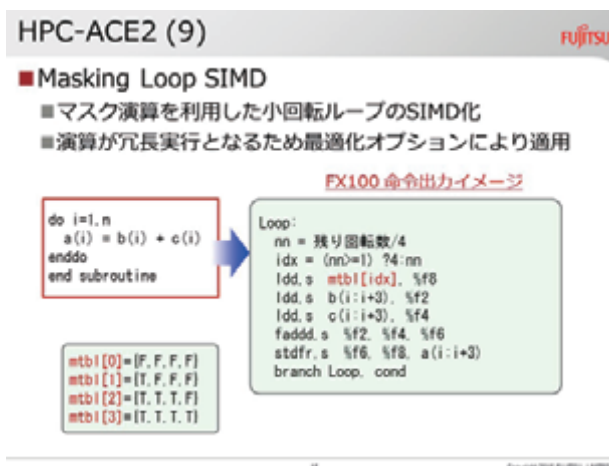


Fig.15 Masking Loop SIMD

4. 性能評価

4. 1. ノード内性能

NAS Parallel Benchmarks FT コードを用いて、FX10 と FX100 における実行時間を比較検証する。比較検証する実行データは、以下の 2 つとする。

- シングルスレッド実行
- マルチスレッド実行(CPU 内の最大コア数)

実行時間はシングルスレッド実行で 2 倍、マルチスレッド実行で 3.3 倍の性能向上となっている。シングルスレッド実行では、キャッシュ待ち、および演算待ちのコストが大きく削減されている。また、マルチスレッド実行では、メ

Spalart-Allmaras モデルへの標準的乱流モデリングによるアプローチ

松尾裕一（JAXA），吉澤徹（JAXA 客員）

Standard turbulence modeling approach to the Spalart-Allmaras model

by
Yuichi MATSUO, and Akira YOSHIKAWA

ABSTRACT

Spalart-Allmaras (S-A) model is one of the most widely used turbulence models in RANS-CFD. The S-A model is of one-equation model type, where the eddy viscosity transport equation is solved. However, the S-A model is constructed by including his intuition, analogy and empiricism. This makes it difficult to understand the model formalism and to modify the model so as to be applied to the practical problems. In this paper, the S-A model is analysed from the standard and conventional turbulence modeling approach, and the features of the model are clarified.

1. はじめに

Spalart-Allmaras モデル（S-A モデル）[1]は、航空宇宙の RANS-CFD 解析において、Baldwin-Lomax モデル（B-L モデル）[2]や Menter のモデル（SST モデル）[3]と並んで最もしばしば用いられる乱流モデルである。S-A モデルは 1 方程式モデルの範疇に属するが、方程式の各項や関数の形に特徴があり、一般的な乱流モデルの知識からは、各々の項や関数の持つ意味や挙動を連想するのが難しい。これは、Spalart 氏のオリジナル論文[1]の中で述べられているように、当該モデルが直感やアナロジー、経験則に基づいて構築されたという事情による。しかし、そのことは、S-A モデルのフォーマリズムの直感的理解や実問題への適用に際しての見通しの良い改善や改良を、ある意味難しくしているのも事実であろう。

（ただし、S-A モデルが既存の乱流モデリングの基本にある枠組み（例えば、乱れの変化は乱れの移流、生成、消散、散逸に依存するという考え方）から逸脱しているわけではないことに注意。）また、これだけ各所で使われ、成功を収めている乱流モデルでありながら、基本的な特徴や特性についてあまり知られていないという印象が筆者らにはある[4]。

そこで本稿では、標準的乱流モデリングのアプローチから、S-A モデルの成り立ちや特徴について考察・評価し、S-A モデルを使っている実務家の参考としたい。S-A モデル自体は、文献[1]によれば、ロバスト性、境界層厚さ等の大局的な量を使わない、非構造格子にも使える、といった数値的な配慮もされて作られているようではあるが、本稿では S-A モデルのあくまで物理的な側面だけを対象にする。

2. 質量加重レイノルズ平均乱流モデリング

慣例的なレイノルズ平均モデリングにおいては、平均操作を上付きバーで表わし、量 f を

$$f = \bar{f} + f' \quad (2.1)$$

のように、平均とそのまわりの揺らぎに分解する。これに対して、航空宇宙で扱う圧縮性流れ、すなわち密度変化を伴う流れにおいては、単位体積当たりの運動量に準拠した平均、すなわち質量加重レイノルズ平均と揺らぎ

$$\hat{f} = \langle f \rangle_M = \frac{\bar{\rho f}}{\bar{\rho}}, \quad f'' = f - \hat{f} \quad (2.2)$$

を導入する。運動量を用いて平均を定義することの必然性は、異なる質量の粒子からなる多粒子系を考えると、その平均速度は全運動量を全質量で除して求められることから容易に理解できる。

密度変動を伴う流れに質量加重平均を適用した基礎式は

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\rho} \hat{\mathbf{u}}) = 0 \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \bar{\rho} \hat{u}_i + \frac{\partial}{\partial x_j} \bar{\rho} \hat{u}_i \hat{u}_j + \frac{\partial}{\partial x_j} \bar{\rho} \hat{R}_{ij} = - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \overline{\mu [s_{ij}]_{tri}} \quad (2.4)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \bar{\rho} \hat{e} + \nabla \cdot (\bar{\rho} \hat{e} \hat{\mathbf{u}}) + \nabla \cdot \hat{\mathbf{H}}_e = - \overline{p \nabla \cdot \mathbf{u}} + \nabla \cdot (\overline{\kappa \nabla \theta}) \quad (2.5)$$

と表される。上式で、レイノルズ応力 \hat{R}_{ij} と乱流内部エネルギーフラックス $\hat{\mathbf{H}}_e$ は、それぞれ

$$\hat{R}_{ij} = \langle u_i'' u_j'' \rangle_M \quad (2.6)$$

$$\hat{\mathbf{H}}_e = \langle e'' \mathbf{u}'' \rangle_M \quad (2.7)$$

で定義される。ここで、 ρ : 密度、 $\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3)^t$: 速度、 e : 内部エネルギー、 p : 圧力、 μ : 分子粘性率、 s_{ij} : 速度歪み、等は通常定義による。また、

$$s_{ij} = \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (2.8)$$

であり、トレース零部分は

$$[s_{ij}]_{tri} \equiv s_{ij} - \frac{1}{3} s_{\ell\ell} \delta_{ij} = \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{2}{3} \nabla \cdot \mathbf{u} \delta_{ij} \quad (2.9)$$

で与えられる。

式 (2.6) と (2.7) に代表されるように、質量加重平均は密度変動流れの平均方程式を著しく簡素化する。ただし、この簡素化の裏面として、分子粘性項 [式 (2.4) の右辺第 2 項]、膨張・圧縮に関わる仕事率 [式 (2.5) の右辺第 1 項]、分子温度拡散項 [式 (2.5) の右辺第 2 項] に見られるように、質量加重平均量だけでは表現できない項が残ることに注意する。

密度変動流れのレイノルズ平均モデルは、密度一定流れのモデルの拡張形として提案されることが多い。実際、S-A モデルも、密度変化を考慮することなく構成されており、その後、慣例的レイノルズ平均量を質量加重平均量に読み替えて、式 (2.3) - (2.5) などに適用されている。

3. Spalart-Allmaras (S-A) モデル

Spalart-Allmaras (S-A) モデル[1]は、乱流粘性率 ν_T の輸送方程式を直接扱う 1 方程式モデルであり、レイノルズ応力などの 2 次統計量の輸送方程式を直接扱わない「陽的代数モデル」に分類される。S-A モデルは、提案されて以来、様々な変更や修正が加えられているが、ここでは原型モデル（遷移項のない SA-nof2 版）について考える。S-A モデルは、Nee-Kovaszney の乱流粘性率 1 方程式モデル[5]が元になっており、Secundov らのモデル[6]や Baldwin-Barth モデル[7]の影響を受けている。Baldwin-Barth モデルは、 $K-\varepsilon$ モデルが元になっているが、S-A モデルは特に元になるものではなく新規に開発されている。

S-A モデルでは、乱流粘性率 ν_T を

$$\nu_T = \hat{\nu} f_V \quad (3.1)$$

と書き、 f_V を

$$f_V = \frac{\chi^3}{\chi^3 + C_V^3}, \quad \chi = \frac{\hat{\nu}}{\nu} \quad (3.2)$$

で定義する。分子粘性効果の弱い領域では、 $\hat{\nu} \gg \nu$ より $f_V \cong 1$ となるため、 $\hat{\nu}$ は ν_T の高レイノルズ数部分（分子粘性の影響を直接受けない部分）と言える。

高レイノルズ数部分 $\hat{\nu}$ は、以下の輸送方程式

$$\begin{aligned} \frac{D\hat{\nu}}{Dt} = C_P \hat{\nu} \hat{S} - C_{\varepsilon 1} f_\varepsilon \left(\frac{\hat{\nu}}{d} \right)^2 \\ + \frac{1}{\sigma} (\nabla \cdot ((\nu + \hat{\nu}) \nabla \hat{\nu}) + C_D (\nabla \hat{\nu})^2) \end{aligned} \quad (3.3)$$

で記述される。上式で、 d は計算点から壁面までの距離であり、 \hat{S} と f_ε は

$$\hat{S} = \frac{1}{\sqrt{2}} |\bar{\omega}| + \frac{\nu}{(\kappa d)^2} f_P \quad (3.4)$$

$$f_\varepsilon = g \left(\frac{1 + C_{\varepsilon 2}^6}{g^6 + C_{\varepsilon 2}^6} \right)^{1/6} \quad (3.5)$$

で与えられる。式 (4.4) と (4.5) で、 f_P と g は

$$f_P = 1 - \frac{\chi}{1 + f_V \chi} = \frac{\chi^3 - C_V^3 \chi + C_V^3}{\chi^4 + \chi^3 + C_V^3} \quad (3.6)$$

$$g = r + C_{\varepsilon 3} (r^6 - r), \quad r = \frac{\hat{\nu}}{\hat{S}(\kappa d)^2} \quad (3.7)$$

で定義される。モデル定数は

$$\begin{aligned} \sigma = \frac{2}{3}, \quad C_V = 7.1, \quad \kappa = 0.41, \quad C_P = 0.13, \quad C_D = 0.62, \\ C_{\varepsilon 1} = \frac{C_P}{\kappa^2} + \frac{1 + C_D}{\sigma}, \quad C_{\varepsilon 2} = 2, \quad C_{\varepsilon 3} = 0.3 \end{aligned} \quad (3.8)$$

4. レイノルズ平均モデリングにおける基本概念

4.1. 乱流中の特性時間スケール

密度一定流れの平均量方程式中の R_{ij} を

$$\begin{aligned} R_{ij} = \frac{1}{3} R_{\ell\ell} \delta_{ij} + B_{ij} \\ B_{ij} = R_{ij} - \frac{1}{3} R_{\ell\ell} \delta_{ij} = R_{ij} - \frac{2}{3} K \delta_{ij}, \quad K = \left\langle \frac{1}{2} \mathbf{u}^2 \right\rangle \end{aligned} \quad (4.1)$$

と書く。トレイス零部分 B_{ij} を

$$B_{ij} = L_{ij} + N_{ij} \quad (4.2)$$

と分解し、第 1 項の L_{ij} に対して、乱流粘性率 ν_T と平均速度歪み \bar{s}_{ij} を用いて

$$L_{ij} = -\nu_T \bar{s}_{ij}, \quad \bar{s}_{ij} = \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} + \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \quad (4.3)$$

と乱流粘性表現を行う。第 2 項の N_{ij} は、同表現からのずれを与える様々な効果から成る。

乱流粘性率 ν_T の代表例として、乱流運動エネルギー K と散逸率 ε を用いた

$$\nu_T \propto \frac{K^2}{\varepsilon} \quad (4.4)$$

がある。この表現を単なる次元解析ではなく、乱流の時間スケールの視点で見ると

$$\nu_T \propto K \tau \quad (4.5)$$

と書き直す。このとき、 τ は

$$\tau = \tau_E \equiv \frac{K}{\varepsilon} \quad (4.6)$$

となり、量 K の運動エネルギーが、単位時間当たり ε の割合で粘性作用によって失われる際に要する時間を意味する。揺らぎを波数分解して考えると、 K は一般に低波数領域に、 ε は逆に高波数領域にその起源をもつ。これより、 τ_E はエネルギーカスケードによって、運動エネルギーが熱として失われる機構を特徴づける時間スケールと言える。

乱流中の時間スケールと言うと τ_E を特定しがちであるが、これは揺らぎ部分に密接に関係した量である。これに加えて、乱流の平均量部分と関連するものとして、平均歪み及び渦度時間スケール

$$\begin{aligned} \tau_S = \frac{1}{|\bar{S}|}, \quad \tau_V = \frac{1}{|\bar{\omega}|} \\ |\bar{S}| = \sqrt{\bar{s}_{ij} \bar{s}_{ij}} = \sqrt{\bar{s}_{ij}^2}, \quad |\bar{\omega}| = \sqrt{\bar{\omega}_{ij} \bar{\omega}_{ij}}, \quad \bar{\omega}_{ij} = \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} - \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \end{aligned} \quad (4.7)$$

を挙げることができる。テンソル量 s_{ij} と ω_{ij} は、「歪み」と「回転」という幾何学的な描像で通常捉えられるが、レイノルズ平均モデリングでは、歪みと回転に伴う時間の逆次元量という視点が重要となる。

式 (4.5) の乱流粘性率中の特性時間 τ を、式 (4.6) の τ_E に限定せず、広く

$$\tau = \frac{\tau_E}{\Gamma(\tau_E, \tau_S, \tau_V, \tau_X)} \quad (4.8)$$

と書くとする。上式で、 Γ は τ_E などから構成される無次元汎関数であり、その中の τ_X は、式 (4.6), (4.7) と異なる未知の時間スケールである。

特性時間 τ として τ_E を用いる代表的モデルとして、標準 $K-\varepsilon$ モデルがあるが、各種流れへの適用能力を向上させるために式 (4.8) の形式が工夫されており、その多くは

$$\begin{aligned} \Gamma = 1 + C_S \left(\frac{\tau_E}{\tau_S} \right)^2 + C_V \left(\frac{\tau_E}{\tau_V} \right)^2 + C_{SS} \left(\frac{\tau_E}{\tau_S} \right)^4 \\ + C_{VV} \left(\frac{\tau_E}{\tau_V} \right)^4 + C_{SV} \left(\frac{\tau_E}{\tau_S} \right)^2 \left(\frac{\tau_E}{\tau_V} \right)^2 \\ = 1 + C_S \left(\frac{K}{\varepsilon} |\bar{S}| \right)^2 + C_V \left(\frac{K}{\varepsilon} |\bar{\omega}| \right)^2 + C_{SS} \left(\frac{K}{\varepsilon} |\bar{S}| \right)^4 \\ + C_{VV} \left(\frac{K}{\varepsilon} |\bar{\omega}| \right)^4 + C_{SV} \left(\frac{K}{\varepsilon} |\bar{S}| \right)^2 \left(\frac{K}{\varepsilon} |\bar{\omega}| \right)^2 \end{aligned} \quad (4.9)$$

の形に書くことができる．ここで，奇数次項が含まれないのは関数形を解析的にするためである．式 (4.9) を構成するときの方法論的差異が，定数 C_S などの差異となる[8]．

一方，乱流を特徴づける長さスケール ℓ を用いると， ℓ と K を用いて時間スケールは

$$\tau = \frac{\ell}{\sqrt{K}} \quad (4.10)$$

と書けるので，式 (3.5) は

$$v_T \propto \sqrt{K} \ell \quad (4.11)$$

とも表わすことができる．長さスケールに関しても，時間スケールと同様，さまざまな選択がある．しかし，時間スケールは，式 (4.6), (4.7), (4.8) のように，乱流量あるいは平均流から比較的容易に構成できるのに対し，長さスケールは，(固体壁からの距離などを乱流粘性率に直接組み入れるときは極めて有用な概念ではあるものの，) 異方性，すなわち方向依存性があり，その定義は一義的ではない．よって，以下では，主に時間スケールを基本概念として採用する．

4.2. 乱流量方程式

式 (4.6) の時間スケールを評価するには，乱流量に対する方程式が必要となる．もっとも基本的な方程式は， R_{ij} に対するものであり

$$\frac{DR_{ij}}{Dt} = P_{ij} + \Pi_{ij} - \varepsilon_{ij} + D_{ij} \quad (4.12)$$

と書かれる．上式で，右辺各項は，生成項，再配分 (圧力・歪み相関) 項，消散 (散逸) 項，拡散項であり，それぞれ

$$P_{ij} = -R_{jk} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_k} - R_{ik} \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_k} \quad (4.13)$$

$$\Pi_{ij} = \left\langle \frac{p'}{\rho} s'_{ij} \right\rangle, \quad s'_{ij} = \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \quad (4.14)$$

$$\varepsilon_{ij} = 2\nu \left\langle \frac{\partial u'_i}{\partial x_\ell} \frac{\partial u'_j}{\partial x_\ell} \right\rangle \quad (4.15)$$

$$D_{ij} = \frac{\partial}{\partial x_\ell} \left(- \left(\langle u'_i u'_j u'_\ell \rangle + \left\langle \frac{p'}{\rho} u'_j \right\rangle \delta_{i\ell} + \left\langle \frac{p'}{\rho} u'_i \right\rangle \delta_{j\ell} \right) \right) + \nu \nabla^2 R_{ij} \quad (4.16)$$

で定義される．式 (4.12) から， K と R_{ij} のトレイス零部分の方程式は，それぞれ

$$\frac{DK}{Dt} = P - \varepsilon + D \quad (4.17)$$

$$\frac{DB_{ij}}{Dt} = [P_{ij}]_{trl} + \Pi_{ij} - [\varepsilon_{ij}]_{trl} + [D_{ij}]_{trl} \quad (4.18)$$

となる．式 (4.17) の右辺各項は

$$P = -R_{ij} \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \quad (4.19)$$

$$\varepsilon = \nu \left\langle \left(\frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \right)^2 \right\rangle \quad (4.20)$$

$$D = \nabla \cdot \left(- \left\langle \left(\frac{1}{2} \mathbf{u}'^2 + \frac{p'}{\rho} \right) \mathbf{u}' \right\rangle \right) + \nu \nabla^2 K \quad (4.21)$$

5. S-A モデルの標準的乱流モデリングからの考察

5.1. レイノルズ応力方程式と乱流粘性表現の輸送方程式

乱流粘性率は，直接測定できる量ではなく，その意味では通常の物理量とは言えない．このような量に対する輸送方程式の導出方法としては，以下の2通りが考えられる：

- 式 (4.4) のような代数モデル表現をもとに，その構成要素である K などの輸送方程式を用いて，乱流粘性率方程式を求める．
- 式 (4.12) ないしレイノルズ応力のトレイス零部分の方程式 (4.18) から乱流粘性率表現，すなわち式 (4.3) の L_{ij} の方程式を構成し，これから乱流粘性率方程式を導出する．

後者の方法は，乱流粘性率に対する代数的な表現に直接依存しないため，輸送方程式を導出するという目的に合っていると考えられる．本稿では，文献[9]にもとづくこの定式化を採用し，S-A モデルに関する議論の出発点とする．

5.1.1. レイノルズ応力方程式のモデル化

レイノルズ応力方程式 (4.12) においては，式 (4.14) の Π_{ij} (再配分項)，式 (4.15) の ε_{ij} (消散項)，式 (4.16) の D_{ij} (拡散項) のモデル化が必要となる．消散項 ε_{ij} の対角成分は，乱流強度の粘性散逸と関係するが，非対角成分は非等方性の消散ないし崩壊という性質が強いため， Π_{ij} と合わせて

$$\begin{aligned} \Pi_{ij} - [\varepsilon_{ij}]_{trl} = & -C_{\pi 1} \frac{1}{\tau} B_{ij} + C_{\pi 2} K \bar{s}_{ij} \\ & + C_{\pi 3} [B_{i\ell} \bar{s}_{\ell j} + B_{j\ell} \bar{s}_{\ell i}]_D \\ & + C_{\pi 4} (B_{i\ell} \bar{\omega}_{\ell j} + B_{j\ell} \bar{\omega}_{\ell i}) \end{aligned} \quad (5.1)$$

とモデル化する ($C_{\pi 1}$ などは，モデル定数)．式 (5.1) において，特性時間 τ として，式 (4.6) すなわち K/ε を採用すると，もっとも標準的なモデルを得る．議論を一般化するため，本稿ではこの選択を行わない．実際，陽的代数モデリングを考察する際， τ の選択にさまざまな余地を残すことが重要となる．

残る拡散項 D_{ij} のモデル化に関しては，もっとも簡潔なモデル

$$[D_{ij}]_{trl} = \frac{\partial}{\partial x_\ell} \left(\nu_D \frac{\partial B_{ij}}{\partial x_\ell} \right) + \nu \nabla^2 B_{ij} \quad (5.2)$$

を採用する．ここで， ν_D は拡散係数であり，後にこれを特定する．式 (5.1) と (5.2) を B_{ij} に対する式 (4.18) に代入し，さらに B_{ij} の分解 (4.2) を用いると以下を得る．

$$\begin{aligned} \frac{DL_{ij}}{Dt} + \frac{DN_{ij}}{Dt} = & - \left(\frac{2}{3} - C_{\pi 2} \right) K \bar{s}_{ij} \\ & - C_{\pi 1} \frac{1}{\tau} L_{ij} + \nabla \cdot \left((\nu + \nu_D) \nabla L_{ij} \right) \frac{\nu_T}{\sigma_\nu} \\ & - C_{\pi 1} \frac{1}{\tau} N_{ij} + \nabla \cdot \left((\nu + \nu_D) \nabla N_{ij} \right) \\ & - \left(\frac{1}{2} - C_{\pi 3} \right) [L_{i\ell} \bar{s}_{\ell j} + L_{j\ell} \bar{s}_{\ell i}]_{trl} \\ & - \left(\frac{1}{2} - C_{\pi 4} \right) (L_{i\ell} \bar{\omega}_{\ell j} + L_{j\ell} \bar{\omega}_{\ell i}) \\ & - \left(\frac{1}{2} - C_{\pi 3} \right) [N_{i\ell} \bar{s}_{\ell j} + N_{j\ell} \bar{s}_{\ell i}]_{trl} \\ & - \left(\frac{1}{2} - C_{\pi 4} \right) (N_{i\ell} \bar{\omega}_{\ell j} + N_{j\ell} \bar{\omega}_{\ell i}) \end{aligned} \quad (5.3)$$

5.1.2. 乱流粘性率輸送方程式の導出

式 (5.3) を, L_{ij} と N_{ij} のそれぞれに対する方程式に分解する. L_{ij} は, レイノルズ応力の乱流粘性表現部分であり, 平均速度歪み \bar{s}_{ij} と直結するため, 式 (5.3) において

$$\frac{DL_{ij}}{Dt} = -\left(\frac{2}{3} - C_{\Pi 2}\right) K \bar{s}_{ij} - C_{\Pi 1} \frac{1}{\tau} L_{ij} + \nabla \cdot \left((v + v_D) \nabla L_{ij} \right) \quad (5.4)$$

とする.

式 (4.3) の第 1 式 (乱流粘性表現) を式 (5.4) に代入し, 拡散項中の v_D を

$$v_D = \frac{v_T}{\sigma_v} \quad (5.5)$$

とモデル化する (σ_v はモデル定数). その後, \bar{s}_{ij} との内積を取ると, 乱流粘性率方程式

$$\frac{Dv_T}{Dt} = P_v - \varepsilon_v + D_v + A_v \quad (5.6)$$

を得る. 上式で, 右辺各項は

$$P_v = C_{vP} K \quad (5.7)$$

$$\varepsilon_v = C_{v\varepsilon} \frac{1}{\tau} v_T \quad (5.8)$$

$$D_v = \frac{\partial}{\partial x_\ell} \left(\left(v + \frac{v_T}{\sigma_v} \right) \frac{\partial v_T}{\partial x_\ell} \right) + \frac{1}{4\sigma_v} \frac{\partial v_T^2}{\partial x_\ell} \frac{1}{|\bar{s}|^2} \frac{\partial |\bar{s}|^2}{\partial x_\ell} + \left(v + \frac{v_T}{\sigma_v} \right) \left(\frac{\partial v_T}{\partial x_\ell} \frac{1}{|\bar{s}|^2} \frac{\partial |\bar{s}|^2}{\partial x_\ell} + v_T \frac{1}{|\bar{s}|^2} \bar{s}_{ij} \nabla^2 \bar{s}_{ij} \right) \quad (5.9)$$

$$A_v = -\frac{1}{2|\bar{s}|^2} \frac{D|\bar{s}|^2}{Dt} v_T \quad (5.10)$$

で定義される. 定数部分は

$$C_{vP} = \frac{2}{3} - C_{\Pi 2} \left(= \frac{4}{15} \right), \quad C_{v\varepsilon} = C_{\Pi 1} \quad (5.11)$$

となる.

式 (5.7) - (5.9) の各項は, 乱流運動エネルギー方程式 (4.17) にならって, 乱流粘性率の生成項, 消散項, 拡散効果を含む項 (拡散的な項) と呼ぶことができるであろう. 式 (5.7) の生成項は, v_T の発生が乱れの強度を特徴づける乱流運動エネルギー K と密接に関係していることを示している. v_T の代数表現 (4.5) は, 式 (5.6) の右辺第 1 項と 2 項から導出できる. この事実から, 乱流粘性率方程式を用いるときは, K 方程式をさらに導入するか, あるいは K を的確にモデル化する必要がある. 式 (5.10) は, 流れ方向の非一様性と関わり, いわゆる曲率ないし流線効果を意味している. 流れが物体に衝突する際などこの効果が重要となると予想される.

5.2. S-A モデル表現の物理的意味の考察

§5.1. の議論をもとに, §3. のモデル方程式 (3.3) を考察する. 式 (3.2) における χ は, 基準速度 U_R と基準長 L_R を用いると

$$\chi = \frac{Re}{Re_T} \quad \left(Re = \frac{U_R L_R}{\nu}, Re_T = \frac{U_R L_R}{v_T} \right) \quad (5.12)$$

と書け, レイノルズ数と乱流レイノルズ数の比となる. 高レイノルズ数乱流においては, 壁面近傍を除くと, 一般に $\chi \gg 1$ となる. §5.1. の議論においては, ν の効果は直接取り入れられていないため, $\hat{\nu}$ と §5.1. の v_T に対して

$$v_T \Leftrightarrow \hat{\nu} \quad (5.13)$$

の対応関係を付けることができる.

以下の議論では, 時間スケールが重要な概念となり, その主たるものは

$$\tau_v \left(= \frac{1}{|\bar{\omega}|} \right), \quad \tau_v = \frac{d^2}{\nu}, \quad \tau_{\hat{\nu}} = \frac{d^2}{\hat{\nu}} \quad (5.14)$$

である. ここで, τ_v は式 (4.7) の渦度時間スケールであり, 後 2 者は距離 d だけ分子粘性ないし乱流粘性により拡散するのに要する時間である.

5.2.1. 生成項

式 (3.3) の右辺第 1 項, すなわち生成項は, 式 (5.7) に対応する. 前者において

$$\begin{aligned} \chi \gg 1: \\ f_v \rightarrow 1, \quad f_p \rightarrow 0 \\ \hat{S} \rightarrow \sqrt{\frac{1}{2} \bar{\omega}_{ij}^2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{\tau_v} \end{aligned} \quad (5.15)$$

$\chi \ll 1:$

$$\begin{aligned} f_v = \frac{1}{C_v^3} \left(\frac{\hat{\nu}}{\nu} \right)^3, \quad f_p \rightarrow 1 \\ \hat{S} \rightarrow \frac{1}{\tau_{v\nu}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{\tau_v} + \frac{1}{\kappa^2} \frac{1}{\tau_v} \end{aligned} \quad (5.16)$$

を得る.

式 (5.15), すなわち分子粘性効果が弱い領域では, 式 (5.7) は,

$$C_{vP} K \rightarrow \frac{C_P}{\sqrt{2}} \frac{\hat{\nu}}{\tau_v} \quad (5.17)$$

とモデル化されたことに対応する. S-A モデルでは, $\hat{\nu}$ が唯一の乱流量であるため, 他の物理量として, 渦度に注目して τ_v を採用している. 次元解析的には, τ_s などの時間次元量も可能である. 混合距離の視点で, $|\bar{s}|$ の代わりに $|\bar{\omega}|$ を採用すると

$$\hat{\nu} \propto \ell^2 |\bar{\omega}| = \frac{\ell^2}{\tau_v}, \quad K \propto (\ell |\bar{\omega}|)^2 = \left(\frac{\ell}{\tau_v} \right)^2 \quad (5.18)$$

となるので, これより

$$K \propto \frac{\hat{\nu}}{\tau_v} \quad (5.19)$$

を得る. 式 (5.19) は, 式 (5.18) のもとでの生成項であり, 混合距離近似に類似した K の評価と言える.

5.2.2. 消散項

式 (3.3) の右辺第 2 項の消散項を考える. 式 (5.8) とは

$$C_{\Pi 1} \frac{1}{\tau} v_T \Leftrightarrow C_{\varepsilon 1} f_\varepsilon \left(\frac{\hat{\nu}}{d} \right)^2 = C_{\varepsilon 1} \frac{\hat{\nu}}{\tau_v / f_\varepsilon} \quad (5.20)$$

の対応関係にある. §5.1. の段階では, 特性時間 τ は特定されていなかったが, S-A モデルでは, 乱流拡散時間 $\tau_{\hat{\nu}}$ に直結した τ_v / f_ε が消散に関わる時間スケールとなっている.

式 (3.5) の f_ε の挙動を考える. まず, 式 (3.7) の r を

$$r = \frac{1}{\kappa^2} \frac{1/\hat{S}}{\tau_v} \quad (5.21)$$

と書く. 式 (5.15) より

$$\chi \gg 1: r \rightarrow \frac{\sqrt{2} \tau_v}{\kappa^2 \tau_{\hat{\nu}}} \quad (5.22)$$

を得る．これより， $\chi \gg 1$ の領域では，2つの状況

$$\begin{aligned} \chi \gg 1, \quad \tau_V \gg \tau_{\hat{v}}: \\ r \gg 1, \quad g \rightarrow O(r^6), \quad f_\varepsilon \rightarrow 1 \\ C_{\varepsilon 1} f_\varepsilon \left(\frac{\hat{v}}{d} \right)^2 \rightarrow C_{\varepsilon 1} \frac{\hat{v}}{\tau_{\hat{v}}} \end{aligned} \quad (5.23)$$

$$\begin{aligned} \chi \gg 1, \quad \tau_V \ll \tau_{\hat{v}}: \\ r \rightarrow 0, \quad g \rightarrow 0, \quad f_\varepsilon \rightarrow 0 \\ C_{\varepsilon 1} f_\varepsilon \left(\frac{\hat{v}}{d} \right)^2 \rightarrow 0 \end{aligned} \quad (5.24)$$

に分類される．

式 (5.23) に該当する領域では，乱流拡散時間 $\tau_{\hat{v}}$ の重要性から， \hat{v} の消散は $\tau_{\hat{v}}$ で支配されることは合理的である．他方，式 (5.24) の場合は，分子粘性も乱流粘性も重要でないことから，該当する流れは層流と見なされ， \hat{v} の消散項が消えることになる．

式 (5.22) と逆の状況では，式 (5.16) より

$$\chi \ll 1: r \rightarrow \frac{1}{\kappa^2} \frac{\tau_{VV}}{\tau_{\hat{v}}} \quad (5.25)$$

となる．ここで， τ_{VV} は式 (5.16) の最終関係式より

$$\tau_V \gg \tau_{\hat{v}}: \tau_{VV} \rightarrow \tau_1, \quad r \rightarrow \frac{1}{\kappa^2} \frac{\tau_V}{\tau_{\hat{v}}} \quad (5.26)$$

$$\tau_V \ll \tau_{\hat{v}}: \tau_{VV} \rightarrow \tau_V, \quad r \rightarrow \frac{1}{\kappa^2} \frac{\tau_V}{\tau_{\hat{v}}} \quad (5.27)$$

と分類される．

式 (5.25) - (5.27) を合わせると， $\chi \ll 1$ 領域では，4つの状況

$$\begin{aligned} \chi \ll 1, \quad \tau_V \gg \tau_{\hat{v}} \gg \tau_{\hat{v}}: \\ r \gg 1, \quad g \rightarrow O(r^6), \quad f_\varepsilon \rightarrow 1 \\ C_{\varepsilon 1} f_\varepsilon \left(\frac{\hat{v}}{d} \right)^2 \rightarrow C_{\varepsilon 1} \frac{\hat{v}}{\tau_{\hat{v}}} \end{aligned} \quad (5.28)$$

$$\begin{aligned} \chi \ll 1, \quad \tau_V \gg \tau_V \gg \tau_{\hat{v}}: \\ r \gg 1, \quad g \rightarrow O(r^6), \quad f_\varepsilon \rightarrow 1 \\ C_{\varepsilon 1} f_\varepsilon \left(\frac{\hat{v}}{d} \right)^2 \rightarrow C_{\varepsilon 1} \frac{\hat{v}}{\tau_{\hat{v}}} \end{aligned} \quad (5.29)$$

$$\begin{aligned} \chi \ll 1, \quad \tau_V \gg \tau_{\hat{v}}, \quad \tau_{\hat{v}} \gg \tau_{\hat{v}}: \\ r \rightarrow 0, \quad g \rightarrow 0, \quad f_\varepsilon \rightarrow 0 \\ C_{\varepsilon 1} f_\varepsilon \left(\frac{\hat{v}}{d} \right)^2 \rightarrow 0 \end{aligned} \quad (5.30)$$

$$\begin{aligned} \chi \ll 1, \quad \tau_V \gg \tau_V, \quad \tau_{\hat{v}} \gg \tau_{\hat{v}}: \\ r \rightarrow 0, \quad g \rightarrow 0, \quad f_\varepsilon \rightarrow 0 \\ C_{\varepsilon 1} f_\varepsilon \left(\frac{\hat{v}}{d} \right)^2 \rightarrow 0 \end{aligned} \quad (5.31)$$

となる．式 (5.28) では，乱流拡散時間 $\tau_{\hat{v}}$ がもっとも重要となり， \hat{v} の消散もこれで支配される．式 (5.29) の場合も同様に \hat{v} の消散は $\tau_{\hat{v}}$ で決まる．これに対して，式 (5.31) では，粘性拡散時間 τ_V がもっとも重要となる．このような領域は固体壁近傍と考えられ， \hat{v} の消散は式 (43.3) の第2項ではなく，第3項の第1部分と関係することになる．式 (5.22) では，乱流拡散も分子粘性拡散も重要でないことから，層流状態が該当し， \hat{v} の消散がないことは合理的である．以上の考察から，消散項のモデルは，定性的には物理的矛盾はないと言える．

5.2.3. 拡散項

式 (3.3) の右辺第3項の拡散項は，式 (5.9) に対応する．前者の第1部分が後者の第1部分に相当し，両者とも純粋の拡散項と言える．式 (5.9) で拡散項以外の項が発生しているのは，式 (5.4) 中の L_{ij} に関する拡散項 (右辺第3項) を v_T を用いて表わしたためであり，当然と言える．

式 (3.3) の右辺第3項の第2部分は，拡散項という描像からかなりかけ離れた構造をしている．本来，拡散効果は正負いずれの値も取ることができる．実際，式 (5.9) の第1項以外もこの性質をもっている．これに対して，上記第2部分は非負であり，式 (5.9) 中には対応する項はなく，レイノルズ応力方程式の視点では説明できない．

非負の量という意味では，同部分は，第1項の生成項と同等であり

$$C_p \hat{v} \hat{S} + \frac{C_D}{\sigma} (\nabla \hat{v})^2 \quad (5.32)$$

とまとめる方が合理的と思われる．式 (5.32) 中の2項の差異は， \hat{v} を生成する機構の差と考えられる．前者は平均速度歪みに，後者は発生した \hat{v} の空間的非一様性と関連する．翼まわりの流れを念頭に置けば，前者は \hat{v} の発生の始まる前縁近傍の速度勾配の大きい領域で，後者は発生した \hat{v} の空間分布に直結し，後縁に近い領域で重要と考えられる．いずれにしろ，式 (5.32) の第2部分を拡散項と位置づけることは，標準的な乱流モデリングの観点からは議論の余地がある．

5.3. 付言

S-A モデルは，§5.1.のレイノルズ応力方程式モデリングから，その主たる骨格を解釈することができるが，両者が整合する部分とそうでない部分が混在する．その主たる理由として，S-A モデルでは，計算コストの軽減と関連して，乱流粘性率が唯一の乱流量として採用されていることがあげられる．通常のレイノルズ平均モデリングでは，少なくとも2つの乱流量が必要となる．これに対して，S-A モデルでは，壁面と計算点間の距離 d が重要な有次元量として導入されている．この方法は，壁面周囲を扱うには適しているが，これを乱流量の代替として用いると，モデルの普遍性の点で問題が生じることは否定できないであろう．

式 (3.8) の定数中で $C_{\varepsilon 1}$ に関わる第6式は，対数速度則から得られる式 $v_T = \kappa u_\tau y$ を，分子粘性の重要でない領域で用いることによって得られる．式 (3.5) - (3.7) は，壁面近傍の粘性効果の強い領域から離れた領域への漸近挙動と密接に関係している．これらの表現を§5.1.の視点で説明することは難しく，様々な流れへの適用を通して得られた経験式と考えるのが適当と考えられる．

6. S-A モデルの特性評価

以下では，圧力勾配の無い平板境界層の RANS 計算結果を元に S-A モデルの特性について考える．格子や計算条件等は文献[4]に合わせている．

6.1. 基本的特性

図1は，平板境界層の局所摩擦係数を B-L モデル[2]，S-A モデル[1]，SST モデル[3]で相互比較したものである．文献[4]から取った計算参考値と Wiegardt[10]の実験値も同時にプロットした．どのモデルの結果も互いに良い一致を示し，参考値・実験値とも極めて良く一致している．

図2は， $Re_x = 5 \times 10^6$ の位置における速度プロファイル U/U_∞ ，乱流粘性率分布 v_T をモデル間で比較したものである．図2(a)は縦軸に境界層厚さで正規化した壁距離を取ったものの，図2(b)は横軸に壁座標を取ったものである．実験値[10]

もプロットした。

図 2(a)では、内層の速度分布はほぼ完全に一致しているが、外縁の分布にわずかな相違が見られる。図 2(b)では、バッファ領域に軽微な差が見られるものの、対数領域では対数速度分布 $u^+ = (1/\kappa) \log y^+ + A$ (ただし、 $\kappa = 0.41, A = 5.0$) が良く再現されているのがわかる。(対数表示では、図 2(a)の外縁の差は小さい。)

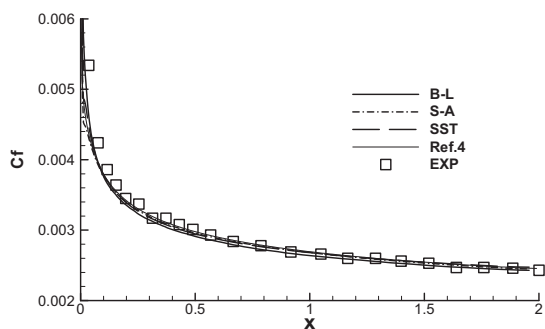
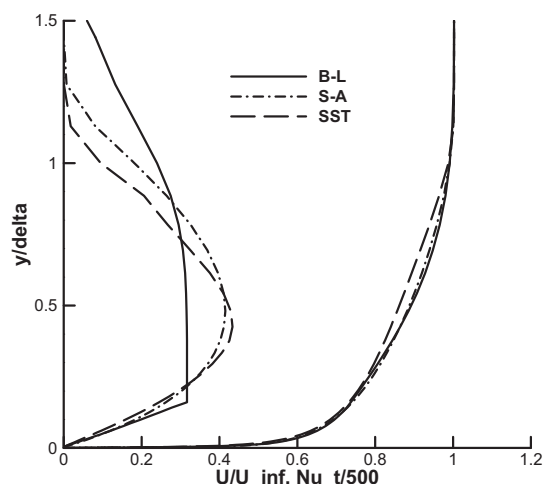
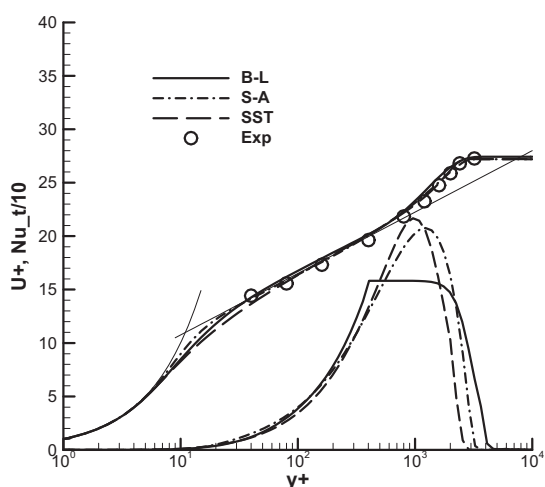


図 1 平板に沿った壁面摩擦係数の相互比較



(a) 縦軸を壁距離 y/δ で表示した場合

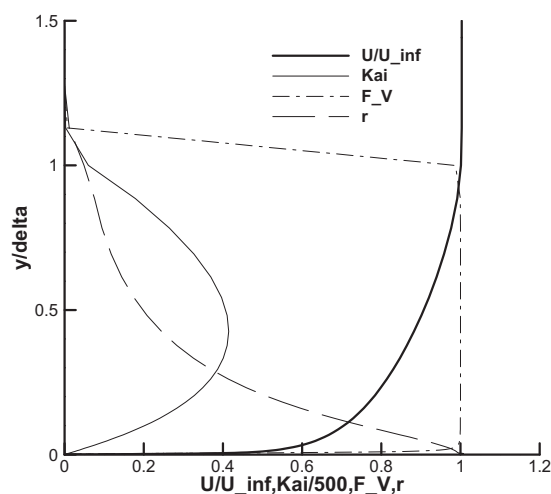


(b) 横軸を壁座標 $y^+ (= u_\tau y/\nu)$ で表示した場合

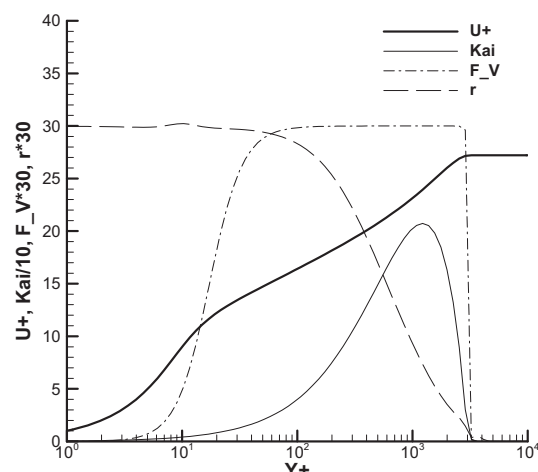
図 2 平板境界層のプロファイルの相互比較 ($Re_x = 5 \times 10^6$)

6.2. 関数の挙動など

図 3 は、平板境界層における S-A モデルの主な関数の挙動をプロットしたものである。 $Re_x = 5 \times 10^6$ の位置における速度プロファイル U/U_∞ 、関数 χ [式 (4.2)] 及び関数 f_V [式 (4.2)], 関数 r [式 (4.7)] を、それぞれ境界層内全体 3(a)と壁近傍 3(b)で示した。関数 F_V は、対数領域で 1 の値を取り、壁面では 0 に漸近している。この関数は、壁面によるブロッキング効果を与えるものであるが、良く知られているように S-A モデルでは $v_t = O(y^4)$ であり、解析的条件 $v_t = O(y^3)$ を満たしていない。一方、関数 r は、壁で 1、境界層外縁で 0 に漸近するような関数である。関数 f_ε [式 (4.5)] は一見複雑そうに見えるが、 $r \rightarrow f_\varepsilon$ への対応は文献[1]の Figure 3 に与えられている。



(a) 境界層内における関数の挙動



(b) 壁近傍における関数の挙動

図 3 平板境界層における関数挙動 ($Re_x = 5 \times 10^6$)

表 1 S-A モデルと 3 方程式モデルの各項係数の比較

	生産項	消散項	拡散項
S-A	$C_P = 0.1355$	$C_{\varepsilon 1} = 3.238$	$\sigma = 0.667$
3 方程式	$C_{VP} = 0.267$	$C_{V\varepsilon} = 3.5$	$\sigma_v = 3.03$

6.3. 定数系について

S-A モデルは、§5.の考察により高レイノルズ数領域では

$$\frac{D\hat{v}}{Dt} = C_P \hat{v} \hat{S} - C_{\varepsilon 1} \frac{\hat{v}}{\tau_v} + \frac{1}{\sigma} (\nabla \cdot (\hat{v} \nabla \hat{v}) + C_D (\nabla \hat{v})^2) \quad (6.1)$$

となる。§5.2.3 の考察に従い項を並び変えると

$$\frac{D\hat{v}}{Dt} = \left(C_P \hat{v} \hat{S} + \frac{C_D}{\sigma} (\nabla \hat{v})^2 \right) - C_{\varepsilon 1} \frac{\hat{v}}{\tau_v} + \frac{1}{\sigma} \nabla \cdot (\hat{v} \nabla \hat{v}) \quad (6.2)$$

一方、Yoshizawa らの3方程式モデル[9]においては、 v_T の輸送方程式

$$\frac{Dv_T}{Dt} = C_{vP} f_v K - C_{v\varepsilon} \frac{\Gamma}{\tau_E} v_T + \nabla \cdot \left(\left(v + \frac{v_T}{\sigma_v} \right) \nabla v_T \right) \quad (6.3)$$

を解く。高レイノルズ数領域では、 $v_T \gg v$ より

$$\frac{Dv_T}{Dt} = C_{vP} K - C_{v\varepsilon} \frac{v_T}{\tau_E} + \frac{1}{\sigma_v} \nabla \cdot (v_T \nabla v_T) \quad (6.4)$$

となる。式(6.2)と(6.4)からS-Aモデルと3方程式モデルの各項の係数を比較すると表1となる。大きな違いは拡散項の係数であり、寄与率からすると、S-Aモデルは3方程式モデルの4.5倍程度大きいことになる。

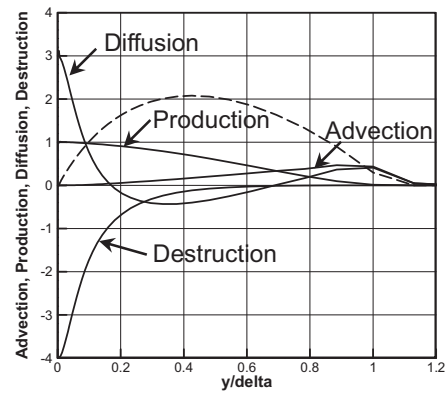
図4は、境界層内における各項、すなわち対流(Advection)、生産(Production)、消滅(Destruction)、拡散(Diffusion)の収支(バジェット)を比較したものである。横軸は境界層厚さで正規化した壁距離である。図4(a)は、S-Aモデルにおける収支を示し、縦軸は $C_P \tau_{wall}$ を基準に数値化している。この図は、文献[1]のFigure 6に相当する。図4(b)は、3方程式モデルにおける収支を示し、縦軸は $C_{vP} \tau_{wall}$ を基準に数値化している。図4(a)(b)における点線は、渦粘性率を100で割った値を示している。

図4(a)と(b)を比較すると、S-Aモデルと3方程式モデルの差として顕著なのは、境界層全体にわたる分布の差と生成項と拡散項の大きさの差である。(渦粘性率の分布は良く似ている。)S-Aモデルでは、生成項は全体的に小さく、壁近傍で拡散項が大きくなり、拡散項と消滅項がバランスしている状況なのに対して、3方程式モデルは生成項が全体的に大きく、拡散項は全体的に小さく、生成項と消滅項が境界層全体でバランスしている。Hamba[11]は、S-Aモデルの生成項は \hat{S} ではなく、 \hat{S}^2 がより適切であると提案している。

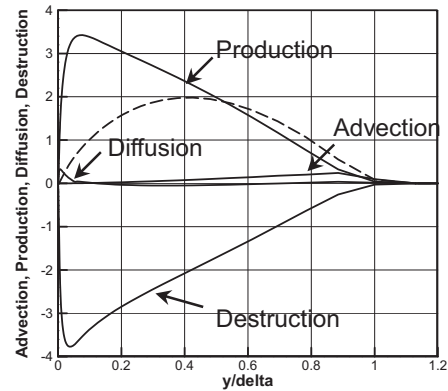
一方、図4(c)は、S-Aモデルで生成項を $C_P \hat{v} \hat{S} + C_D / \sigma (\nabla \hat{v})^2$ 、拡散項全体から $C_D (\nabla \hat{v})^2 / \sigma$ を引いたものの収支分布であり、図4(d)は、3方程式モデルで、拡散項の係数をS-Aモデルと同じ($=2/3$)にしたときの収支分布である。図4(c)と(d)を比べてみると、S-Aモデルの生成項は壁近傍で大きく、拡散項は小さくなっている。また、拡散項の分布が、S-Aモデルと3方程式モデルで全体として形が似てきているのが見てとれる。

7. おわりに

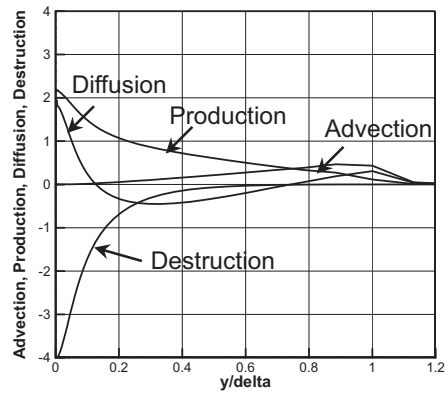
本稿では、標準的乱流モデリングのアプローチから、S-Aモデルの成り立ちや特徴・特性について考察し評価した。§5.で述べたように、レイノルズ応力方程式モデリングから、S-Aモデルの主な骨格を解釈することができる。ただ、両者が整合しない部分(拡散項など)も存在する。この部分の解釈、重要性についてはさらなる検討が必要である。一方、§6.におけるS-AモデルとYoshizawaらの3方程式モデルの比較から、原型版では両者は拡散項の差が特に顕著であることがわかる。関数形については、形は複雑であるものの、主に壁の効果を表しているものと解釈される。実際に、S-Aモデルの各種バリエーション[4]をみても、関数形に手を入れているものは少ない。今後の課題として、平板境界層以外のもっと実用的な流れでの検証・検討があげられる。なお、本稿における考察の詳細は、文献[12]を参照されたい。



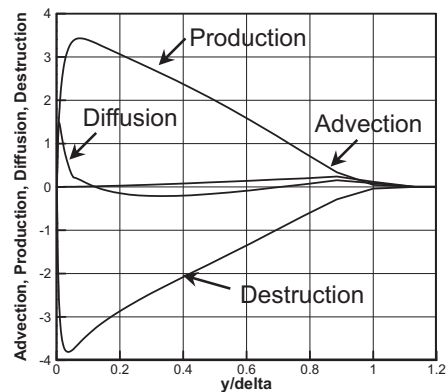
(a) S-A モデル



(b) 3 方程式モデル



(c) S-A モデルで生成項と拡散項を調整



(d) 3 方程式モデルで拡散係数の調整

図4 平板境界層における各項の収支 ($Re_x = 5 \times 10^6$)

参考文献

- [1]Spalart, P. R. and Allmaras, S. R.: A one-equation turbulence model for aerodynamic flows, AIAA Paper 92-0439, 1992.
- [2]Baldwin, B. and Lomax, H: Thin layer approximation and algebraic model for aerodynamic flows, AIAA Paper 78-257, 1978.
- [3]Menter, F. R.: Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications, *AIAA Journal*, Vol. 32, pp.1598-1605, 1994.
- [4]Turbulence Modeling Resource, NASA Langley Research Center, <http://turbmodels.larc.nasa.gov>.
- [5]Nee, V. W., and Kovasznay, L. S. G.: Simple phenomenological theory of turbulent shear flows, *Physics of Fluids*, Vol. 12, No. 3, 1969, pp.473-484.
- [6]Shur, M., Strelets, M., Zaikov, L., Gulyaev, A., Kozlov, V., and Secundov, A.: Comparative Numerical Testing of One- and Two-Equation Turbulence Models for Flows with Separation and Reattachment, AIAA Paper 95-0863, 1995.
- [7]Baldwin, B. S., and Barth, T. J.: A one-equation turbulence transport model for high Reynolds number wall-bounded flows, AIAA Paper 91-0610, 1991.
- [8]吉澤 徹：乱流の巨視的構造と乱流モデリング，第 3 章 乱流輸送とレイノルズ平均モデリング，ながれ（日本流体力学会誌），第 30 巻, 241-261, 2011.
- [9]Yoshizawa, A., Abe, H., Matsuo, Y., Fujiwara, H., and Mizobuchi, Y.: A Reynolds-averaged turbulence modeling approach using three transport equations for the turbulent viscosity, kinetic energy, and dissipation rate, *Physics of Fluids*, Vol. 24, 075109, 2012.
- [10]Wieghardt, K. and Tillmann, E.: On the turbulent friction layer for rising pressure, NACA TM 1314, 1951.
- [11]Hamba, F.: Exact transport equation for local eddy viscosity in turbulent shear flow, *Physics of Fluids*, Vol. 25, 085102, 2013.
- [12]吉澤徹，松尾裕一：航空工学におけるレイノルズ平均乱流モデルの概観と時間スケールによる物理的意味の考察，宇宙航空研究開発機構研究開発報告，JAXA-RR-14-010, 2015.

翼周り剥離流れ制御におけるシンセティックジェット駆動周波数と流れの不安定周波数の比較

阿部圭晃（東大院），野々村拓（ISAS/JAXA），藤井孝藏（ISAS/JAXA）

Flow instability and actuation frequency of a synthetic jet for separated flow control

Yoshiaki Abe, Taku Nonomura, and Kozo Fujii

Abstract

The large-eddy simulation (LES) of separation control using a synthetic jet is conducted around an NACA0015 airfoil of the chord Reynolds number 63,000. The linear stability analysis is together conducted to detect the unstable mode of the wall-normal fluctuation in the separation controlled flows. In the highly controlled cases, the harmonic modes of the input frequency directly enhances the KH instability modes which linearly develop in the separated shear layer. The other modes of both the higher and lower frequencies grow following the most unstable modes (the nonlinear growth regime), which effectively promotes the turbulent transition and the generation of large vortex structures.

1. はじめに

翼周りの流れの剥離は揚力の低下や抗力の増加を伴い、重大な航空機事故の原因となる。近年、局所的に微小な流体変動を与える事で、剥離制御効果を得られる能動制御手法が注目されている。本稿ではシンセティックジェット（以下 SJ と略記）による剥離流れ制御メカニズムを解明する事を目的に、数値計算による解析を行う。図 1 に SJ の模式図を示す。翼面に埋め込まれた SJ は、キャビティ底面が振動する事により、オリフィス出口から流体を流出入させる装置である。キャビティ底面の駆動には圧電素子やスピーカーを用い、機器の大きさや流体に与える運動量は非常に小さい事が特徴である。

数値計算を用いた SJ の研究は実験との比較やパラメトリックスタディを目的とした 2 次元の RANS 解析が中心であり、その多くが定常的な制御特性の導出に留まっている [1]。本研究では翼面上とキャビティ内部流れに現れる非定常性の強い乱流渦を捉える LES を用いた数値解析を行う。これまでの研究 [2] により、乱流混合による主流方向運動量の交換を担うレイノルズ応力は非周期成分が支配的である事、これらは制御時の翼面上に生成する大規模な渦構造が連行する事が明らかになっている。しかし、SJ の入力周波数の違いが剥離制御効果に及ぼす影響は、乱流遷移に至る擾乱の成長過程の観点から十分に議論されていない [3] [4]。本研究では、SJ の入力周波数の違いが制御性能に及ぼす影響をこれまでより広い範囲で調べ、1) 剥離制御時の流れ場における擾乱の空間発展率を線形安定性理論の結果と比較、2) 擾乱の空間発展過程を周波数毎に整理し、高い剥離制御性能を得る入力周波数と不安定周波数の関係を明らかにする。

2. 解析対象

2-1 制御対象とする翼周り流れ

翼型には NACA0015 翼型を採用し、一様流マッハ数 M_∞ を殆どの領域で圧縮性の効果を見逃出来る 0.2

とする。また、コード長 c_h^* と一様流速 u_∞^* を基準としたレイノルズ数を 63,000 とし、迎え角はこのレイノルズ数で大規模な剥離を生じる 12 度とする。流体には空気を想定し、比熱比を 1.4、プラントル数を 0.72 に設定した。

2-2 SJ の形状と制御パラメータ

現象を単純化する為、SJ は図 1 に示すような、スパン方向に 2 次元的なオリフィスとキャビティを有する形状とする。オリフィス幅 d^* に対し、オリフィス高さを d^* 、振動中心時のキャビティ深さ $z_{L0}^* = 10d^*$ 、キャビティ幅 $x_L^* = 15d^*$ とした。なおオリフィス幅 d^* は翼コード長 c_h^* の 0.5% とする。また本研究では、SJ を NACA0015 翼型の前縁にオリフィスが翼面に垂直になるよう取り付けた。

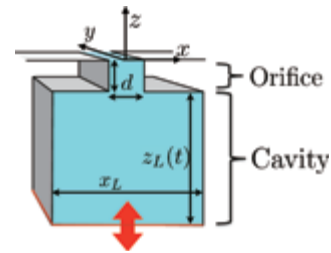


図 1 Geometric configuration of synthetic jet

以下、* の付いていない値は明記しない限り、コード長 c_h^* と一様流速 u_∞^* で無次元化した量とする。本研究では、キャビティ底面の振動には式 (1) を仮定する。この際、 f^* はキャビティ底面の振動周波数である。 A は壁面振動の振幅、 t は時間、 $z_L(t)$ を時間的に変化するキャビティ深さとする。

$$z_L(t) = z_{L0} + A \cos(2\pi F^+ t), \quad (1)$$

$$C_\mu = \frac{\rho u_{\max}^2 d}{\rho u_\infty^2 c_h}, \quad F^+ = \frac{f^* c_h^*}{u_\infty^*} \quad (2)$$

$$u_{\max} d = x_L \max \left(\frac{dz_L(t)}{dt} \right) = 2\pi x_L A F^+. \quad (3)$$

また、単位時間当たりに SJ から及ぼされる運動量と一様流の運動量の比を運動量係数 C_μ とし、式 (2) で定義する。ここで、SJ の運動量 ρu_{\max} はキャビティ内を非圧縮流体と近似し、キャビティ内の体積変化率に比例してオリフィス出口の流速が決まるとした。

2-3 計算ケース

本稿に示す計算ケースは以下の通りである。ここで設定した C_μ の 2.0×10^{-3} , 2.0×10^{-5} という値は、既往研究 [5] に比べ 10 分の 1 から 100 分の 1 程度の小さい値を取った。このように小さな運動量係数を設定する事で、剥離流れに対してデバイスから直接的に大きな運動量を与える効果 [6] を極力排除し、既存の定常ジェット等の剥離制御メカニズムとの切り分けを図った。

表 1 Synthetic jet parameters

C_μ	F^+	Position of SJ
2.0×10^{-3}	1.0, 6.0, 10, 15, 20	L.E. (0%)
2.0×10^{-5}	1.0, 6.0, 10, 15, 20	L.E. (0%)

3. 数値計算法

3-1 計算格子

計算には重合格子を用い、格子間の物理量のやり取りには解強制置換法 [7] を適用する。SJ 駆動時には、キャビティ底面の振動に合わせて格子 (緑色: ZONE4) が変形する。キャビティ底面の振動を再現する際には、キャビティ格子のみを Melville らの手法 [8] に基づいて代数的に滑らかに変形させた。総格子点数は約 3000 万点である。

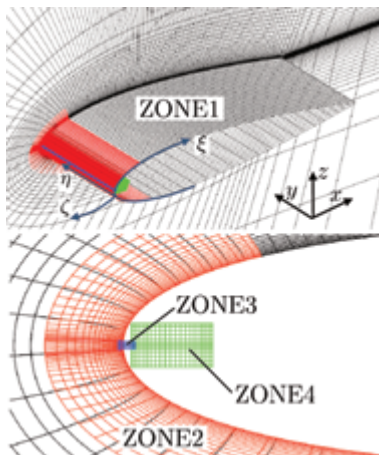


図 2 Computational grids

3-2 流体解析ソルバー

流体解析ソルバーとして、ISAS/JAXA で開発された LANS3D [9] を用いた。支配方程式は 3 次元圧縮性 Navier-Stokes 方程式とし、空間の離散化には、6 次精度コンパクト差分法 [10] と 10 次精度 3 重対角フィルター (フィルター係数は 0.495) [10] を用いた。時間方向の離散化は 2 次精度 3 点後退差分で行い、時間積分には ADI-SGS 陰解法 [11] (内部反復 5 回) を用いた。無次元時間ステップは 2.0×10^{-4} とし、最大クーラン数が 1.8 程度になるように設定した。前述した高次精度フィルターが、数値的に解像出来ていない高周波の

波のみを選択的に取り除くと考え、陽的なサブグリッドスケールモデルを導入しないILES [12]を採用した。なお本計算では時間に応じて変形する格子を用いるが、高次精度差分の下でも幾何学的保存則を満足する為に、対称保存型メトリックを用いた [13]。流出境界には境界の 1 点手前から外挿 (圧力は一様流圧力に固定) を行い、壁面上では粘着条件を適用した。さらに、スパン方向には周期境界条件を適用した。

4. 剥離制御性能と制御時の流れ場

数値計算は無次元時間 $0 \leq tu_\infty/c_h \leq 28$ で行い、制御は $16 \leq tu_\infty/c_h \leq 28$ の間に行った。

4-1 空力係数

ここでは、 $20 \leq tu_\infty/c_h \leq 28$ の間の時間平均値を示す。強い運動量入力時 ($C_\mu = 2.0 \times 10^{-3}$) には、全ての F^+ で揚抗比が高くなり剥離制御が可能である。しかし、 $F^+ = 1, 30$ の 2 ケースは $F^+ = 6, 10, 15, 20$ よりも抗力係数が高く、揚抗比が低くなる。弱い運動量入力時 ($C_\mu = 2.0 \times 10^{-5}$) には、 $F^+ = 1, 30$ の 2 ケースを除いて剥離制御が可能である。以上をまとめると、投入運動量が大きい程揚抗比が高く、特に $F^+ = 6.0$ から 20 の揚抗比が高い。

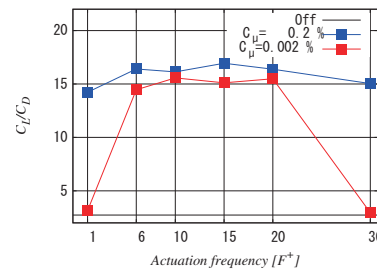


図 3 C_L/C_D arranged by F^+ . Red and blue lines show the cases with input momentum of $C_\mu = 2.0 \times 10^{-3}$ and 2.0×10^{-5} , respectively.

4-2 剥離制御時の流れ場

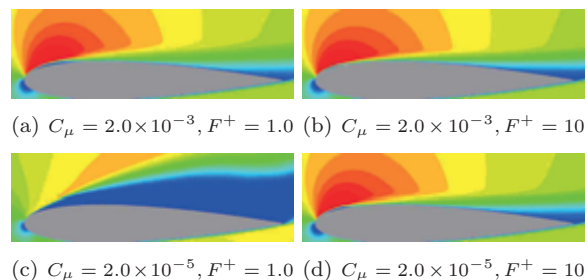


図 4 Time average of the chordwise velocity u/u_∞ .



(a) $C_\mu = 2.0 \times 10^{-5}$, $F^+ = 6.0$ (b) Zoom view of (c)

図 5 Instantaneous flow field: contour plane is colored by chordwise velocity u/u_∞ ; isosurfaces is the second invariant of the velocity gradient tensor (colored by chordwise vorticity).

次に、 x 方向の流速 u/u_∞ の時間平均場を図 4 に示す。前節で示した制御可能なケースでは、前縁付近に逆流領域が形成されている (図 6 も参照)。揚抗比の高いケースでは剥離泡が小さくなり、前縁における負圧のピークが強くなる為に圧力抵抗が下がる。図 5 には制御時の瞬時流れ場を示す。いずれも前縁付近に 2 次元性の強い剥離剪断層が現れる。剪断層からはスパン方向に軸を持つ 2 次元的な渦が放出され、3 次元的な渦構造へと崩壊していく。これは層流剥離、乱流遷移、再付着を伴う層流剥離泡に近い構造であり、翼面上には乱流境界層が形成される。このように本解析の流れ条件の下では、より上流で乱流遷移を生じさせ剥離泡を小さくする事が高い揚抗比を得る為に重要である。

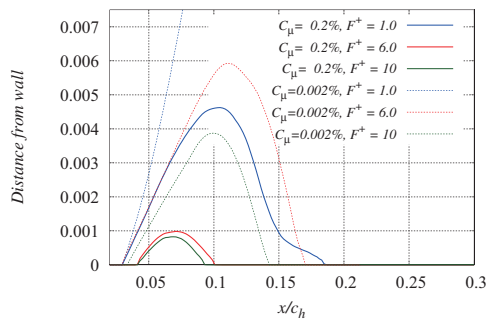


図 6 Reversed flow region near the leading edge

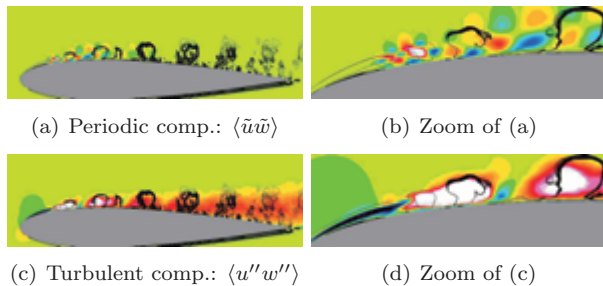


図 7 Phase-averaged Reynolds shear stress of $C_\mu = 2.0 \times 10^{-5}$, $F^+ = 6.0$; left top shows periodic and turbulent component.

4-3 位相平均レイノルズ応力の周期・非周期成分

主流の運動量交換を担うレイノルズ応力の周期・非周期成分の位相平均場を示す。図 7 は $\varphi/2\pi = 1/10$ の位相・スパン方向平均場を示しており、黒色の等高線は速度勾配テンソルの第 2 不変量を表す。いずれの制御時も、前縁付近の剥離剪断層から放出される細かい渦構造が合体する事で駆動周波数に応じた大規模渦構造が翼面上に現れる [2]。また図中で、主流方向運動量の交換作用を示すレイノルズ応力の周期・非周期成分を面塗りで表す。翼面付近の乱流境界層ではレイノルズ応力の非周期成分が支配的であり、周期成分は殆ど現れない。一方で、大規模渦構造の周囲でレイノルズ応力の非周期成分が強められる。このことから、翼面上の剥離制御を担う主要なメカニズムは乱流混合による運動量交換であり、駆動周波数に応じて生成される大規模渦構造がそれらを連行する。このような観点から効率の良い制御を行う為には、より上流で乱流遷移を生じさせ剥離泡を小さく保つと共に、大規模渦構造

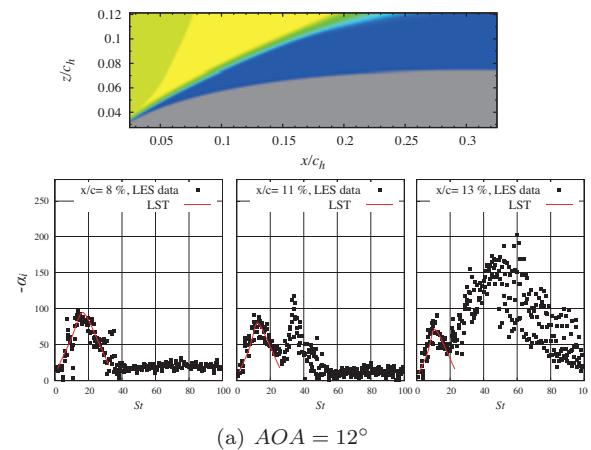
の生成に寄与する低周波擾乱を投入する事が重要と考えられる。

5. 線形安定性解析

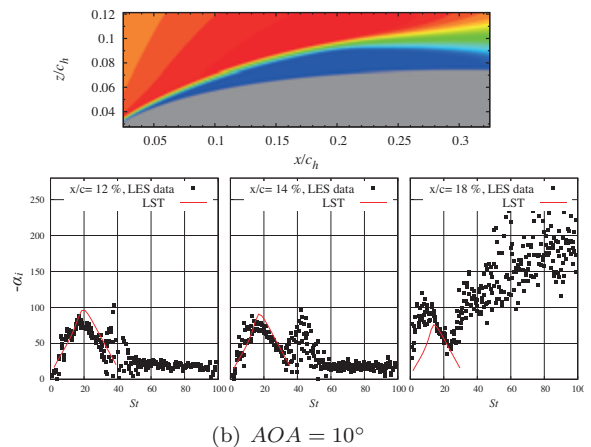
以下では x_w, z_w を壁面接線、垂直方向とする。壁面垂直方向の速度変動成分を $u'_n(x_w, z_w, t) = \hat{u}'_n(z_w) \exp[i(\alpha x_w + \omega t)] + c.c.$ と表現する。 \hat{u}'_n は複素関数、 α は空間波数、 ω は時間波数を表す。本解析では壁面接線方向に局所平行流を仮定し、非圧縮非粘性流れの線形近似である Rayleigh 方程式 (4) を用いて u'_n の空間発展問題を解いた。ここで、時間平均速度は Tanh 近似で与えた。また、式 (4) は 2 点境界値問題となる為、これを Shooting 法で解いた。なお、境界条件として壁面において変動速度が 0、無限遠では漸近解を与えた。

$$\frac{d^2 \hat{u}'_n}{dz_w^2} - \left(\frac{1}{U_w - \omega/\alpha} \frac{d^2 U_w}{dz_w^2} + \alpha^2 \right) \hat{u}'_n = 0 \quad (4)$$

以下では各 ω (ストロハル数: St に換算) について求めた空間不安定モードと波数: \hat{u}'_n 及び α を示す。



(a) $AOA = 12^\circ$



(b) $AOA = 10^\circ$

図 8 Control off cases: top figure shows time-averaged u/u_∞ ; bottom figures show the spatial growth rate α_i estimated by LST and FFT analysis for LES data.

5-1 非制御時の流れ場における不安定周波数の比較

空間の不安定周波数を議論する。 $\alpha = \alpha_r + i\alpha_i$ と書ける為、 $-\alpha_i$ が大きい程、 u'_n は空間 x_w 方向に速く発達する。まず、非制御時の流れ場の結果を示す。ここでは、前縁付近から大きく剥離する迎角 12° と、前縁

から翼弦長 30% 付近にかけて層流剥離泡を形成し再付着する迎角 10° の 2 ケースを示す。図 8 は、時間平均場 u/u_∞ と対応する空間発展率 $-\alpha_i$ の分布を示す。図中の赤線は線形安定性解析の結果 (linear stability theory: LST), 黒色の点は LES の結果に FFT を施し算出した結果 ($\alpha = \partial/\partial x_w \log ||\hat{u}_n||$) を示す。なお, LES の結果では剪断層における擾乱成長を議論する為に, 各 x/c の断面で乱流エネルギーが最大値を取る z_w での速度変動に FFT を施した。

まず図 8(a) の迎角 12° では, $x/c = 8\%$ においては両者が良く一致しており, $St = 15$ から 20 の擾乱が選択的に線形成長すると考えられる。一方, $x/c = 11\%, 13\%$ と後方に移るにつれ, LST で予測した不安定周波数よりも高い周波数 ($St > 30$) が大きな成長率を示す。これらの位置では, 線形不安定性に基づく擾乱がここまで十分に成長してきており, 他の波数の擾乱の成長を促す非線形成長となる。なお, このような領域においても, 線形不安定周波数の成長率は比較的大きい。 $-\alpha_i$ の空間分布を St - x/c 平面で可視化した図 9(a) は, これらの傾向をより明確に示す。

次に図 8(b) の層流剥離泡が形成される迎角 10° のケースでは, $x/c = 18\%$ では $St > 40$ の高周波擾乱の成長率が大きくなると共に, 線形不安定周波数よりも低い $St \sim 10$ の擾乱の成長率が大きくなる。このような低周波擾乱が高い成長率を持つ事は, 先の迎角 12° のケースと異なる点である。

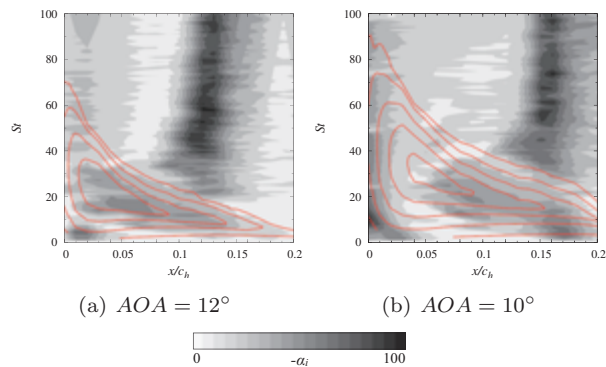


図 9 Control off cases: spatial distributions of α_i ; black-to-white contour and red contour lines show LES and LST results, respectively.

5-2 制御時の流れ場における不安定周波数の比較

本節では, 制御時の流れ場での不安定周波数を議論する。まず, 図 10(a),(b) は強い入力運動量 ($C_\mu = 2.0 \times 10^{-3}$) で制御した時の不安定周波数の分布である。図 10(a) の $F^+ = 1.0$ のケースでは, $x/c = 3\%$ で LST と LES の結果が良く一致する。その後, $x/c = 6\%, 7\%$ と後方に移ると LST の予測より低い周波数の擾乱成長率, および高周波数擾乱の成長率が大きくなる。これらは, 前節で示した層流剥離泡を形成する迎角 10° の結果と定性的に一致する。なお紙面の都合上省略するが, より弱い入力運動量 ($C_\mu = 2.0 \times 10^{-5}$) でも, ほぼ同様の傾向となる。

すなわち特定の周波数擾乱を導入する制御時でも, 「線形領域: 線形不安定周波数」→「非線形領域 A: 線形不安定周波数よりも低い周波数, 非線形領域 B: 線

形不安定周波数よりも高い周波数」という順に擾乱成長率の大きい領域が遷移し, 非制御時の層流剥離泡と同様の傾向を持つ。なお, 非線形領域 A に示した線形不安定周波数よりも低い周波数は, 剥離泡形成時に剥離剪断層から放出される渦同士合体によると考えられる。これは, Sec.4-3 で議論したように剥離制御時の乱流境界層には, 不安定周波数よりも低い F^+ に対応する大規模な渦構造が存在する事, 及びそれらの大規模渦構造は層流剥離泡から放出される細かい渦同士が合体して生成する事に基づく。しかし, 本解析で用いた局所平行流を仮定した線形近似 (特に流れ方向の圧力勾配を無視した点) が妥当でない可能性もあり, 更なる検証が必要である。以上の事から本解析での流れ条件において, 制御時に乱流遷移をより上流で生じさせる為には, 前縁付近で線形不安定周波数に相当する擾乱を導入し, その後渦同士の合体を促す低周波の擾乱を導入する事が肝要と考えられる。

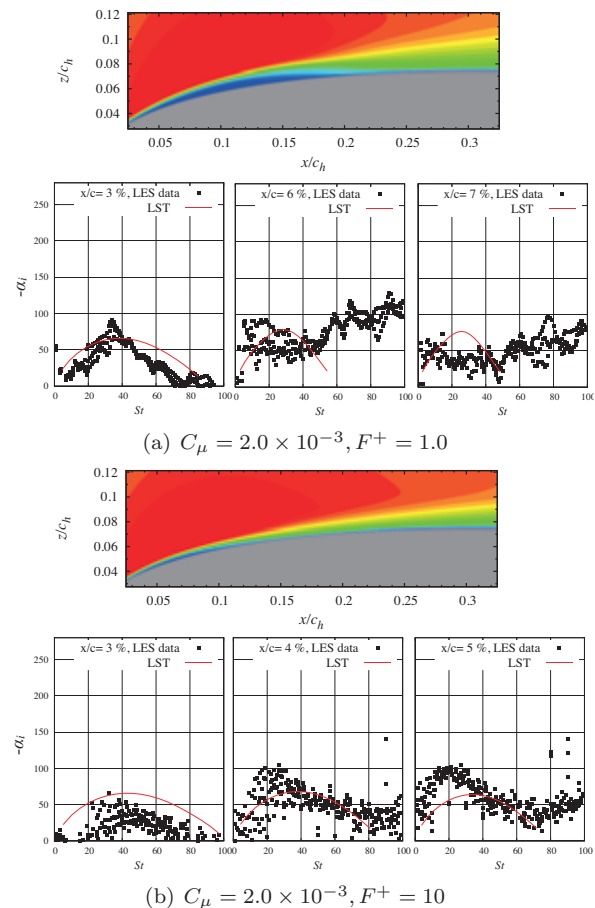


図 10 Controlled cases: top figure shows time-averaged u/u_∞ ; bottom figures show the spatial growth rate α_i estimated by LST and FFT analysis for LES data.

5-3 制御時の線形成長モードの比較

ここでは, 制御時の流れ場における擾乱の空間モードを LST による線形成長モードと比較し, これらを線形成長過程とみなす事の妥当性を検証する。まず, ある St 数 (St_{target} 数と呼ぶ) における空間発展モード

$\tilde{u}'_n(x_w, z_w)$ を LST の結果を用いて求める [14] :

$$\tilde{u}'_n(x_w, z_w) = \hat{u}'_n(z_w) \exp \left[i \int_0^{x_w} \alpha(x'_w) dx'_w \right]. \quad (5)$$

各 x_w における不安定モード \hat{u}'_n は、最大値が 1 となるように規格化してある。なお、 x_w に関する線積分は翼表面に沿った曲線上で行った。また、これに対応する空間モードを LES の結果から得るために、壁面垂直方向の速度変動成分に対して DFT をかけた。この時、制御時の流れ場は時間方向に F^+ の周期性を持つと仮定し、各位相の始まりから St_{target} 数で 4 周期分の期間を DFT の対象とした [15]。得られたモードを位相平均した実部は、LES の結果から直接得た擾乱の空間モード \tilde{u}'_n となる。図 11 は、前節で示した制御時の擾乱の空間発展モードを示す。それぞれのモードを白黒の色付きコンターで表し、瞬時場の剪断層 (Q 値) を赤色の等高線で示す。 $F^+ = 1.0$ では $St_{\text{target}} = 40$, $F^+ = 10$ では $St_{\text{target}} = 36.92$ とし、線形成長の領域で成長率が高くなる線形不安定周波数とした。いずれも LST と DFT の結果は比較的良く合うが、DFT の結果よりも LST が少し空間波数を高めに見積もる (空間変動の間隔が狭い) 傾向にある。これは LST において、曲率や流れ方向の圧力勾配を無視した局所平行流近似を行った事が原因の一つと考えられる。

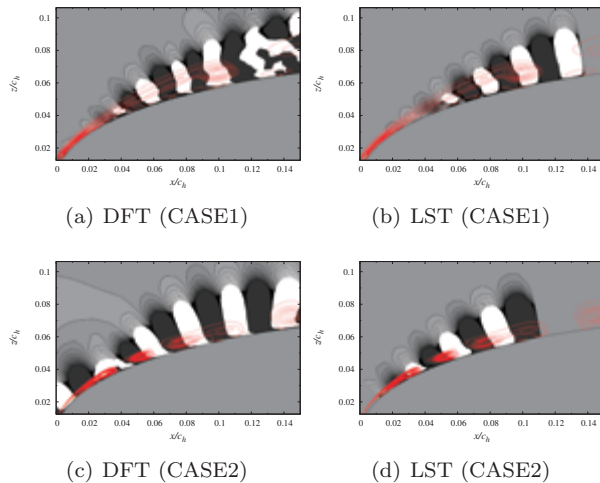


図 11 Comparison of mode shapes (real part) for wall-normal velocity fluctuation (the range is arbitrarily set). (a) and (b) show the CASE1: $St = 40.00$ in $C_\mu = 2.0 \times 10^{-3}$ with $F^+ = 1.0$ case; (c) and (d) show the CASE2: $St = 36.92$ in $C_\mu = 2.0 \times 10^{-3}$ with $F^+ = 10$ case. Red contour lines show the instantaneous vortices.

6. 擾乱の空間発展

ここでは制御時の流れ場における擾乱の空間発展を議論する。まず、 $C_\mu = 2.0 \times 10^{-3}$, $F^+ = 1.0$ の結果を図 12(a) に示す。前縁付近では入力周波数に相当する $St = 1$ が強く、 $x/c = 5\%$ 付近まで速く成長し、そのまま後方まで強いエネルギーを保持する。これは、制御時に入力周波数に応じた大規模な渦構造が翼面上に生成する事に対応する。また、前節で示した線形不安定周波数付近の $St = 36, 40$ は前縁付近ではエネ

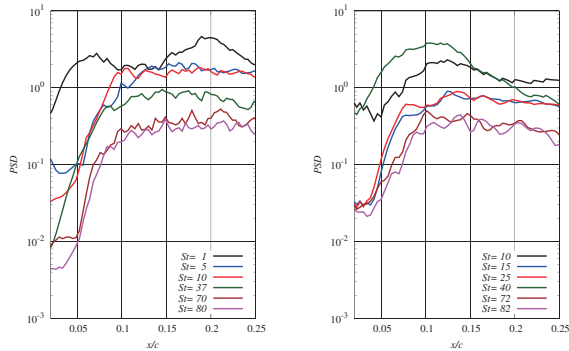
ギーが小さいが、 $x/c = 5\%$ 付近にかけて一気に成長する。これは、成長率の観点では線形不安定周波数付近の擾乱が大きい (線形成長領域) 事に対応する。一方、入力擾乱の高調波成分である $St = 5$ は、SJ から導入される流体変動に含まれる為に前縁付近では強く生じる。しかし $x/c = 5\%$ 付近までは成長せず、線形不安定周波数の擾乱 ($St = 37$) が十分に成長するのを待って成長を始める (非線形成長 A)。また、より高周波の $St = 70, 80$ の擾乱も、線形不安定周波数の擾乱が十分に成長した後に強く成長する (非線形成長 B)。このような擾乱の空間発展の模式図を図 12(e) に示す。 $F^+ = 10$ の場合 (図 12(b))、先の入力周波数 $F^+ = 1.0$ の場合よりも線形不安定周波数に相当する擾乱が入力周波数に近い高調波成分として強く投入され、より上流で高いエネルギー状態まで線形成長する。この為、他の周波数帯の非線形成長がより上流で始まり、速やかに乱流遷移に至ると考えられる。なお、弱い制御時 ($C_\mu = 2.0 \times 10^{-5}$, $F^+ = 6.0$; 図 12(c)) には、前縁で SJ により入力される擾乱のエネルギーが数桁小さく、線形不安定周波数の成分が高いエネルギー状態に達する位置も下流にずれる。その為、乱流遷移の起こる位置も下流にずれ、剥離泡が大きくなる。

このように、乱流遷移に繋がる高周波の擾乱の成長と、大規模渦構造の生成に寄与する入力周波数付近の低周波擾乱の成長を速める為には、まず線形不安定周波数の擾乱を速く成長させる事が重要である。ゆえに、線形不安定周波数の擾乱 ($St = 30$ から 40 程度) が入力周波数の高調波として高いエネルギー状態で投入される場合: $F^+ = 1.0$ よりも $F^+ = 6, 10$ 等の高い入力周波数のケース; SJ の入力運動量 C_μ がより強いケースにおいて、乱流遷移が上流で生じ高い制御性能を得られると考えられる。なお、入力周波数を $F^+ = 30$ とすると制御性能 (制御時の揚抗比) が低下する (図 3) が、これは制御時の翼面上に生成する大規模渦構造に相当する低周波成分が直接投入されない為と考えられる。

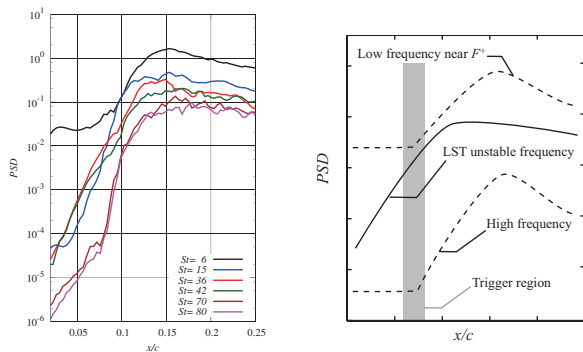
7. 結論

シンセティックジェットを用いた翼周り剥離流れの制御 (NACA0015 翼型, $Re = 63,000$, $AOA = 12^\circ$, SJ は前縁に取り付け) について、制御時の不安定周波数と高い制御性能を与える入力周波数の関係を調べ、以下の結論を得た: 1) 不安定周波数の空間分布と空間発展モードを線形安定性理論に基づく予測値と比較した。特定の入力周波数を持つ剥離制御時の流れ場においても、非制御時に層流剥離泡を形成する流れ場と同様に、前縁付近に線形成長する領域が存在する事が分かった; 2) 乱流遷移に寄与する高周波成分と、大規模渦構造の生成に寄与する入力周波数付近の低周波成分は、線形不安定周波数付近の擾乱が高いエネルギーを持つまで成長した後に成長を始める事を示した (非線形成長領域)。以上から、剥離制御時の乱流遷移を上流で生じさせる観点からは線形不安定周波数の擾乱を速やかに成長させる事が重要であり、不安定周波数付近の成分が入力周波数に近い高調波として高いエネルギー状態で投入されるケース ($St = 6.0$ から 20) で制

御性能が高くなる事が分かった。



(a) $C_\mu = 2.0 \times 10^{-3}$, $F^+ = 1.0$ (b) $C_\mu = 2.0 \times 10^{-3}$, $F^+ = 10$



(c) $C_\mu = 2.0 \times 10^{-5}$, $F^+ = 6.0$ (d) Schematic of PSD growth

図 12 Spatial growth of PSD of wall-normal velocity fluctuation ((a) to (d)); (e) the schematic of the PSD growth.

謝辞

本研究では JSPS 科研費 258793 の助成を受けた。また数値計算には、文部科学省の「HPCI 戦略プログラム 分野 4 次世代ものづくり 課題 1 『輸送機器・流体機器の流体制御による革新的効率化・低騒音化に関する研究開発』 (課題番号 hp120296, hp130001, hp140207)」の支援のもとに理化学研究所計算科学研究機構が保有するスーパーコンピュータ「京」を用いた。

参考文献

- 1) Donovan, J. F., Kral, L. D., and Cary, A. W., “Active Flow control Applied to an airfoil,” *AIAA-1998-210*, 1998.
- 2) Abe, Y., Okada, K., Nonomura, T., and Fujii, K., “The Effects of Actuation Frequency on the Separation Control over an Airfoil using a Synthetic Jet,” *EUCASS Flight Physics Book*, Vol. 7, 2013.
- 3) Sato, M., Okada, K., Nonomura, T., Aono, H., Yakeno, A., Asada, K., and Fujii, K., “Massive Parametric Study by LES on Separated-flow Control around Airfoil using DBD Plasma Actuator at Reynolds Number 63,000,” *to appear in AIAA journal*, 2015.
- 4) Marxen, O., Kotapati, R. B., Mittal, R., and Zaki, T., “Stability analysis of separated flows

subject to control by zero-net-mass-flux jet,” *Physics of Fluids*, Vol. 27, 2015, pp. 68–89.

- 5) You, D. and Moin, P., “Active control of flow separation over an airfoil using synthetic jets,” *Journal of Fluids and Structures*, Vol. 24, 2008, pp. 1349–1357.
- 6) Nonomura, T., Aono, H., Sato, M., Yakeno, A., Okada, K., Abe, Y., and Fujii, K., “Control Mechanism of Plasma Actuator for Separated Flow around NACA0015 at Reynolds Number 63,000—Separation Bubble Related Mechanisms,” *AIAA 2013-0853*, 2013.
- 7) Fujii, K. and Ogawa, T., “Aerodynamics of High Speed Trains Passing by Each other,” *Computers & Fluids*, Vol. 24, 1995, pp. 897–908.
- 8) Melville, R. B., Moiton, S. A., and Rizzetta, D. P., “Implementation of a fully-implicit, aeroelastic Navier-Stokes solver,” *AIAA-1997-2039*, 1997.
- 9) Fujii, K., Endo, H., and Yasuhara, M., *Activities of Computational Fluid Dynamics in Japan: Compressible Flow Simulations, High Performance Computing Research and Practice in Japan*, JOHN WILEY & SONS, 1990.
- 10) Lele, S. K., “Compact Finite Difference Schemes with Spectral-like Resolution,” *Journal of Computational Physics*, Vol. 103, No. 1, 1992, pp. 16–42.
- 11) Fujii, K., “Simple Ideas for the Accuracy and Efficiency Improvement of the Compressible Flow Simulation Methods,” *Proceedings of the International CFD Workshop on Supersonic Transport Design*, 1998.
- 12) Visbal, M. R. and Rizzetta, D. P., “Large-eddy Simulation on General Geometries Using Compact Differencing and Filtering Schemes,” *AIAA-2002-288*, 2002.
- 13) Abe, Y., Iizuka, N., Nonomura, T., and Fujii, K., “Conservative metric evaluation for high-order finite difference schemes with the GCL identities on moving and deforming grids,” *Journal of Computational Physics*, Vol. 232, 2013, pp. 14–21.
- 14) Rowley, C. W., Colonius, T., and Basu, A. J., “On self-sustained oscillations in two-dimensional compressible flow over rectangular cavities,” *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 455, 2002, pp. 315–346.
- 15) Suzuki, T., Bodony, D., Ryu, J., and Lele, S. K., “Noise Sources of High-Mach-number Jets at Low Frequencies Studied with a Phased-array Approach Based on LES Database,” *Annual research briefs 2007*, Center for Turbulence Research, NASA Ames and Stanford University, 2007.

Re = 30,000 における NACA0012 翼まわりの流れ場の数値計算

橋爪俊樹, 大竹智久, 村松旦典
日本大学大学院理工学研究科航空宇宙工学専攻

Numerical analysis of flow field around a NACA0012 airfoil at Re = 30,000

by
Toshiki Hashizume, Tomohisa Ohtake and Akinori Muramatsu

ABSTRACT

We calculated flow field around a NACA0012 airfoil at angle of attack 7 degrees in $Re = 30,000$ by using OpenFOAM to investigate a separation bubble on the upper surface side. In $Re = 30,000$, the laminar separation was formed and the flow on the leading edge was affected by a separation bubble. The pressure distribution from the leading edge to 30% chord was constant. The flow on 50% chord reattached to a wing surface. In lower-Reynolds-number ($Re = 20,000$), the pressure distribution on the upper surface was approximately constant from 20% chord to 80% chord. The flow on the trailing edge changed three-dimensionally. The flow field in higher-Reynolds-number ($Re = 40,000$) was similar to the flow field in $Re = 30,000$. We confirmed a difference in the flow on the upper surface by changing of the Reynolds number.

1. はじめに

過去に行われてきた翼の空力特性に関する研究は主に旅客機などの大型航空機の翼を対象とし、これらの航空機の運用時の Re 数は $10^6 \sim 10^7$ 程度となる。近年では、従来の航空機よりも低い $10^4 \sim 10^5$ 程度の Re 数領域を飛行する MAV や UAV が数多く登場し、災害現場や環境観測などで活躍が期待されている。これらの小型飛行体が飛行する低い Re 数領域では境界層の層流剥離や剥離泡の形成により高い Re 数領域とは異なる空力特性を示す。

低い Re 数領域における翼の空力特性の大きな特徴は低い迎角の範囲で揚力係数が非線形性をもつことである。また、翼の失速特性も変化することが知られている¹⁾。低い Re 数領域での流れ場は、翼前縁より発達した境界層が層流から乱流に遷移する前に層流状態のまま翼表面から剥離を起こす層流剥離が生じる。その後、剥離した境界層が乱流へと遷移し、翼面上に剥離泡が形成される²⁾。この層流剥離泡の挙動が翼の空力特性に影響を与えることが報告されている³⁾。

剥離泡を伴う乱れた流れ場は三次元非定常な流れ場であり、迎角の増加により流れ場の三次元性が強く現れる領域では二次元流れ場の数値計算結果に比べて三次元流れ場の数値計算結果から算出される揚力係数や抗力係数などの空力特性値が実験値と近くなることが報告されている⁴⁾。このことから剥離泡を伴う流れ場の構造や剥離泡の挙動を調べるためには、三次元計算を行う必要があると言える。

本研究では OpenFOAM⁵⁾を用いて NACA0012 翼型周りの三次元非定常非圧縮性流れ場の数値計算を行い、翼面上の圧力分布や流れ場の可視化結果から、剥離泡を伴う流れ場の構造について考察を行ったので報告する。

2. 計算手法

2.1. 基礎方程式

基礎方程式は以下の三次元非圧縮性 N.S.方程式および連続の式からなる。

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \mathbf{U} \cdot \nabla \mathbf{U} - \nu \nabla^2 \mathbf{U} = -\frac{1}{\rho} \nabla p \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{U} = 0 \quad (2)$$

ここで、 \mathbf{U} は主流流速、 p は圧力、 ν は動粘性係数、 ρ は密度を表す。OpenFOAM では偏微分方程式の離散化方法に有限体積法を採用している。

2.2. 計算条件

計算条件の Re 数は $Re = 20,000$, $30,000$, $40,000$ とした。各ケースの時間刻みの大きさは計算が発散しないようにクーラン数から決定し、 $\Delta t = 1.0 \times 10^{-4}$, 2.0×10^{-5} , 5.0×10^{-5} s とした。検査流体は空気とし、密度 $\rho = 1.225$ kg/m³、動粘性係数 $\nu = 1.5 \times 10^{-5}$ m²/s、流速 $|\mathbf{U}|$ は 2.0, 3.0, 4.0 m/s とした。

使用した翼型は NACA0012 とし、翼弦長 $c = 150$ mm、翼幅 $b = 150$ mm の諸元を持つ。翼型の迎角は $\alpha = 7^\circ$ に固定とする。 $Re = 30,000$ を基準にして、 Re 数変化による翼面上の流れ場について比較を行った。 $Re = 30,000$ における迎角 $\alpha = 7^\circ$ の流れ場は翼面上に層流剥離が生じ、乱流へと遷移するが、乱流モデルは使用せず、ソルバは OpenFOAM の標準ソルバである pisoFOAM を使用した。pisoFOAM は piso 法 (pressure implicit with splitting of operators^{6,7)}) に基づいたソルバである。

2.3. 計算領域および境界条件

図 1 に作成した翼近傍の計算格子を示す。計算格子の作成は OpenFOAM の blockMesh を使用した。blockMesh で定義した翼面上の格子点と、その放射上における外部境界点の 2 点間の分割数および拡大率を設定することで計算格子を作成した。放射方向の設定は翼面からの垂線を外部境界へ接続するように設定を行った。計算格子は翼型近傍で格子間隔が密に、翼型から離れるにつれ間隔を疎となる不等間隔格子とした。翼型と外部境界までの距離は翼弦長の 10 倍、格子点は翼型周方向を 250 分割、放射方向を 50 分割、後流方向を 100 分割、翼幅方向を 25 分割とした。放射方向の格子はブラジウスの速度分布⁸⁾より $Re = 30,000$ における平板上の層流境界層厚さを参考にして、前縁から 150mm 位置での境界層を 15 分割する設定をした。放射方向最小格子幅は 150mm 位置の境界層厚さの 1/25 とした。 Re 数が異なるケースでも $Re = 30,000$ で作成した計算格子を使用した。

境界条件は、図 2 の上下左右の境界面で遠方境界とし、紙面方向の境界面で周期境界とした。

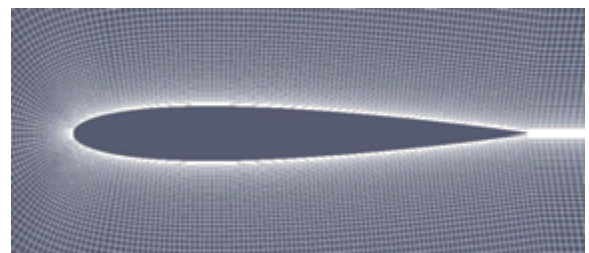


図 1 翼近傍

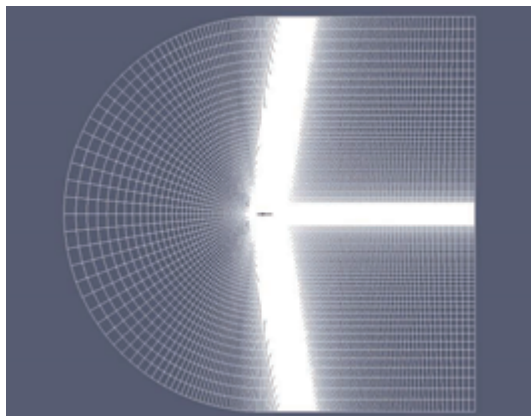


図2 計算領域全体図

3. 結果および考察

3.1. 揚力係数, 抗力係数の比較

$Re = 20,000, 30,000, 40,000$, 迎角 $\alpha = 7^\circ$ の三次元非圧縮性非定常の NACA0012 翼型周りの流れ場の数値計算について報告する. 各ケースの計算時間は実時間で $Re = 20,000$ のとき 0~10 秒, $Re = 30,000, 40,000$ で 0~5 秒である. まず平均流れ場について揚力係数 C_l , 抗力係数 C_d を比較する. 各係数の時間変化から, 流れ場が安定したと考えられる時間 (計算終了時間までの 2 秒間) で時間平均を求めた. 各係数値と実験値との比較を図 3, 4 に示す.

OpenFOAM で得られた計算結果と実験値との誤差率は各 Re 数で 20% 以内に収まっており, 計算の設定は妥当であったと言える.

次に図 5, 9, 13 に翼面圧力分布, 図 6, 10, 14 にせん断応力分布, 図 7, 11, 15 に流跡線, 図 8, 12, 16 に等 Q 値面を示す.

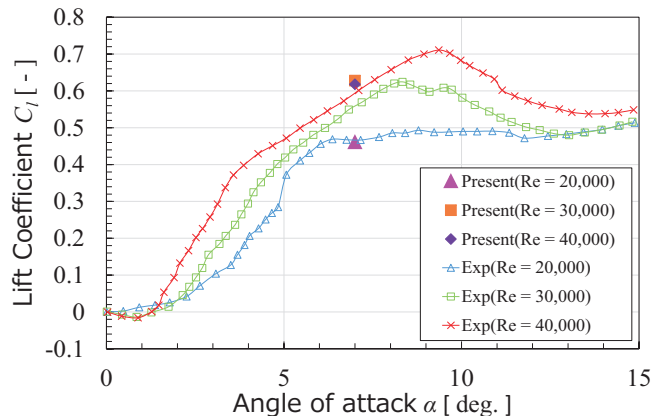


図3 揚力係数

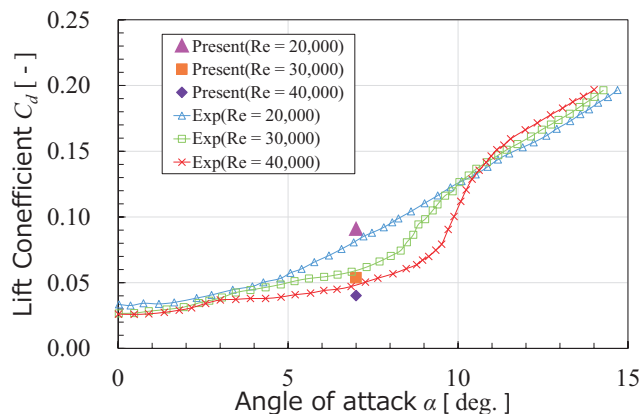


図4 抗力係数

3.2. $Re = 30,000$ の流れ場

図 5 の翼上面の圧力分布は前縁 10%~30% で一定値を示し, 40% 付近から後縁に向かって緩やかに圧力回復が起こっている. 図 6 より翼前縁から約 5~50% の間で翼幅方向に様なせん断応力分布を示し, 周期的にせん断応力の正負が逆転している. 図 7 から翼前縁の流れは層流となっており, 前縁から 30~40% 付近で渦を形成していることが確認できる. 後縁での流れ場は乱れた流れとなっている. 図 8 より翼前縁で周期的に渦を形成し, 翼前縁から 30~40% 付近で渦構造は崩れ始めている. $Re = 30,000$ では翼前縁で周期的に翼幅方向に様な渦を形成し, 30~40% 付近で渦構造は崩れることで流れは 3 次的に変化し, 後縁で乱れた流れとなっている. 前縁で周期的に放出される渦はせん断応力分布に示すように剥離と再付着を繰り返している.

3.3. $Re = 20,000$ の流れ場

図 9 から前縁で圧力最小後は翼後縁まで圧力分布はほぼ一定値になっている. 図 10 から翼前縁 10% 付近で流れは剥離を起こし, 前縁から 50~70% 付近で再付着を起こしている. 図 11 から再付着付近で渦が形成され, 図 12 より翼前縁から 50% 付近で翼幅方向に様な渦構造が見られる. $Re = 20,000$ では翼前縁で周期的な渦の形成は見られず, 翼面上の圧力分布は $Re = 30,000$ に比べて高くなっている. 後縁で渦の形成が強く現れており, 流れ場に 3 次元化の影響は少なく翼幅方向に様な渦構造を形成している.

3.4. $Re = 40,000$ の流れ場

図 13 より前縁から 30% 付近に圧力一定となる領域が存在しているが $Re = 30,000$ より区間は約 10% 狭くなっている. また図 14 より翼前縁で周期的にせん断応力の正負が逆転している. 図 15, 16 より $Re = 30,000$ と同じく前縁で翼幅方向に様な渦構造が形成している. $Re = 40,000$ の流れ場は $Re = 30,000$ に似た流れ場となっており, 前縁で周期的に形成される渦の影響によりせん断応力は変動し, 渦構造が崩れた後縁で圧力回復が起こっている.

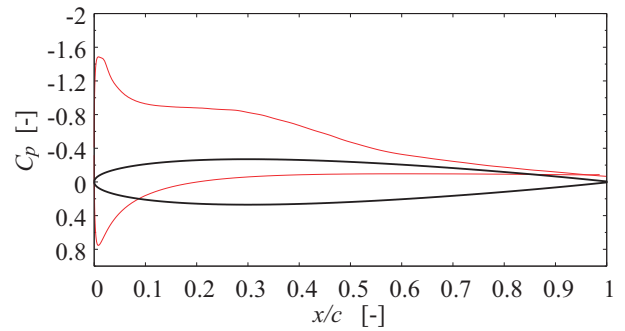
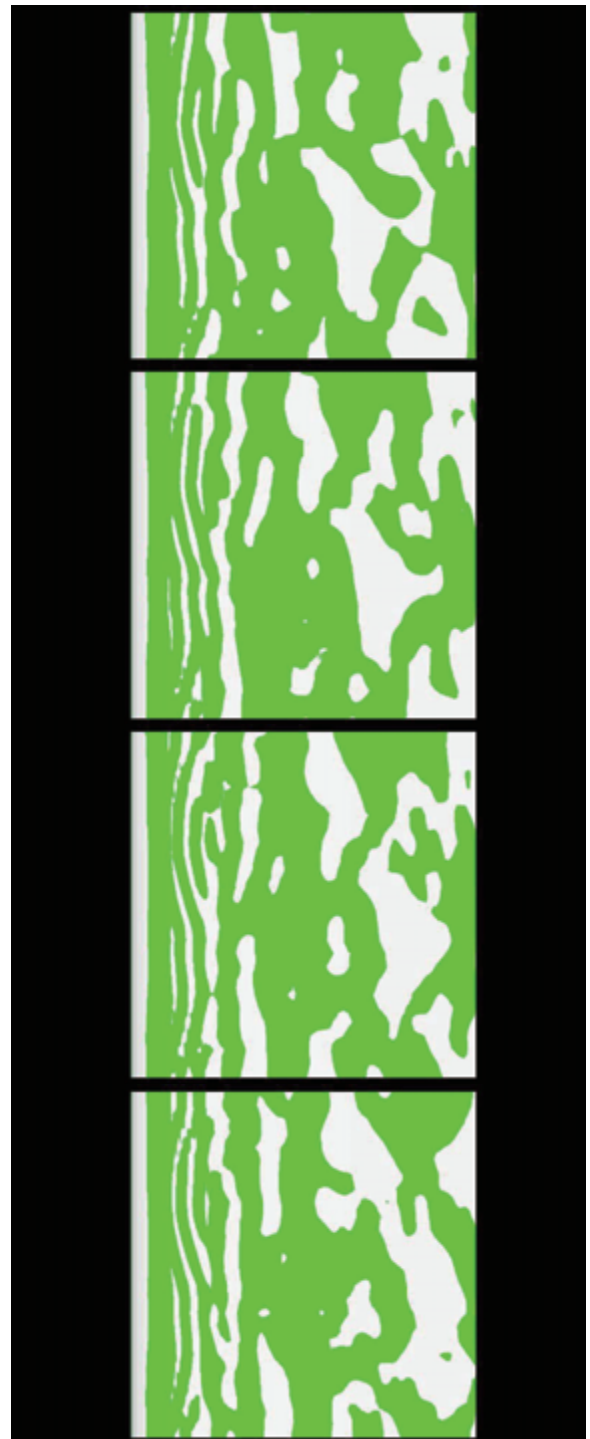
4. 結論

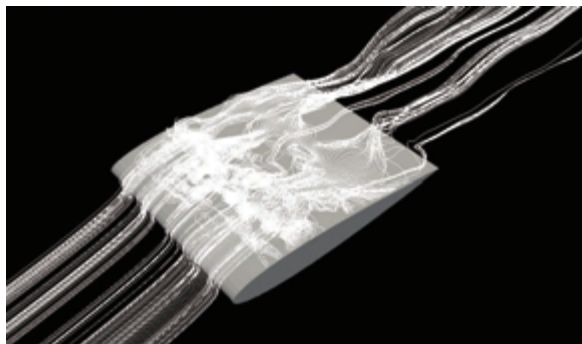
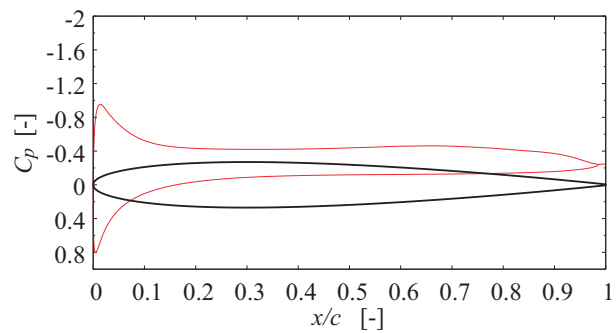
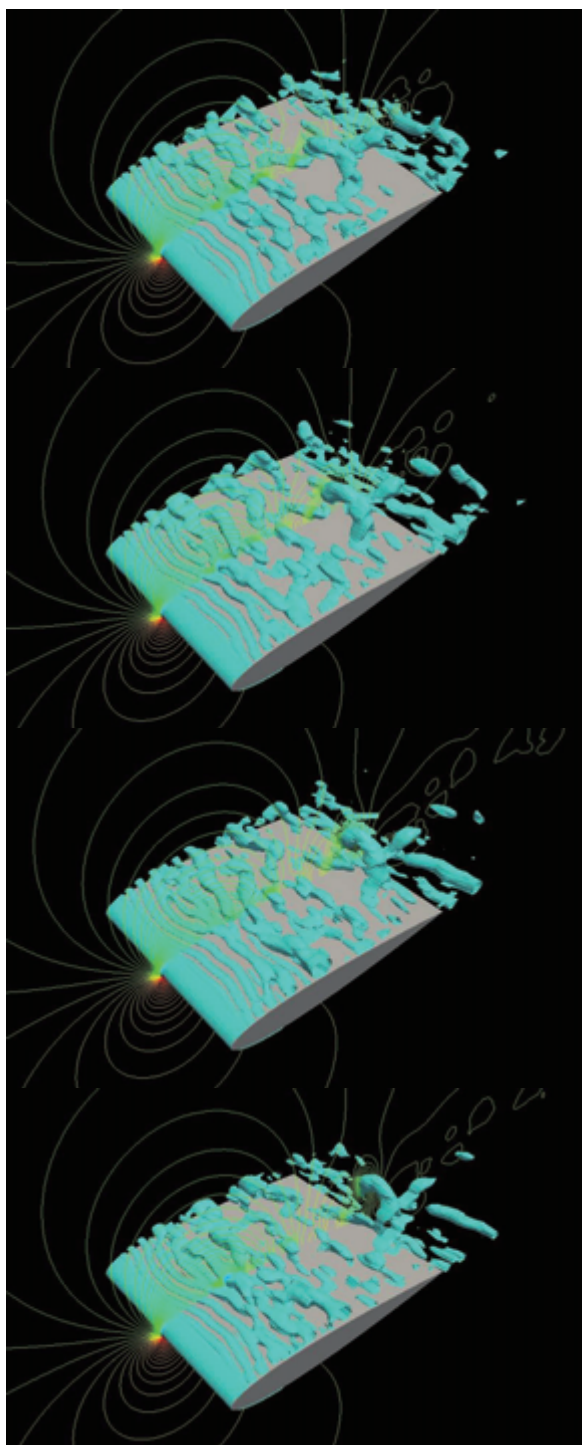
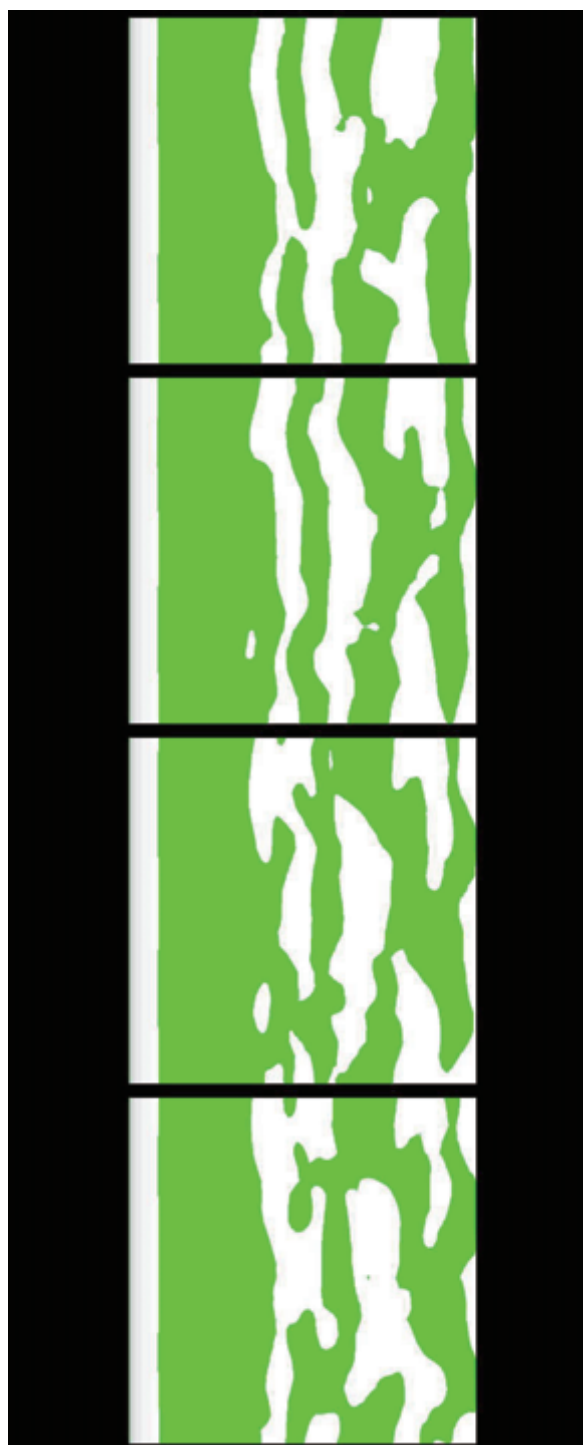
今回, OpenFOAM を用いて $Re = 20,000, 30,000, 40,000$ での NACA0012 翼型周りの三次元非定常非圧縮性流れ場の数値計算を行い, 速度場および圧力場から以下の結果が得られた.

- $Re = 20,000$ の場合, 前縁 10% からの圧力分布はほぼ一定値となる. また前縁 50% 付近から翼幅方向に様な渦構造を形成する.
- $Re = 30,000$ の場合, 前縁から 40% まで圧力が一定となる領域が存在し, この領域ではせん断応力が周期的に変化する. また前縁で翼幅方向に様な渦構造を形成し, 後縁で渦構造が崩れた後, 流れ場は乱れた流れとなる.
- $Re = 40,000$ の場合, $Re = 30,000$ と似た流れ場となっており, 翼前縁でせん断応力の周期的な変動が見られ, 渦構造が崩れた後の流れ場は乱れた流れとなる.
- 流れ場について, 翼前縁で周期的に形成される渦は翼幅方向に様に形成され, 翼前縁から 30~40% 付近で渦構造が崩れ, 流れ場に 3 次的に影響を与える.

参考文献

- 1) 大竹智久, 中江雄亮, 本橋龍郎: 低 Re 数領域での NACA0012 翼の非線形空力特性, 日本航空宇宙学会論文集, 2007, pp.439-445.
- 2) Tani, I.: Low-Speed Flows Involving Bubble Separations, Prog. Aeronautical Sci., 1964, pp.70-103.
- 3) Rinoie, K. and Takemura, N.: Oscillation Behaviour of Laminar Separation Bubble Formed on an AirFoil near Stall, Aeronautical J., 2004, pp.153-163.
- 4) 中江雄亮: 低レイノルズ数における翼型周り流れ場の三次元化と空力特性, 日本大学大学院博士論文, 2003.
- 5) OpenFOAM: <http://openfoam.com/>
- 6) 松下洋介他: 数値流体力学(第2版), 森北出版, 2011.
- 7) J. H. Ferziger and M. Peric: Computational Methods for Fluid Dynamics, Springer, 1996, pp.162-166.
- 8) 基礎流体力学編集委員会編: 基礎流体力学, 産業図書, 1989, pp.163-164.

図5 時間平均圧力分布 ($Re = 30,000$)図6 翼上面せん断応力分布(緑: 応力負) ($Re = 30,000$)

図7 流跡線 ($Re = 30,000$)図9 時間平均圧力分布 ($Re = 20,000$)図8 等圧線, 等Q値面($Q = 20,000$) ($Re = 30,000$)図10 翼上面せん断応力分布(緑: 応力負) ($Re = 20,000$)

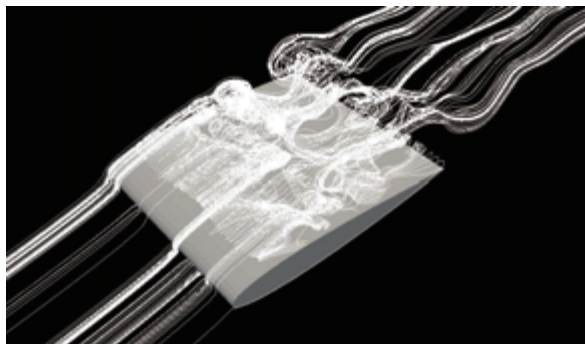


図 11 流跡線 ($Re = 20,000$)

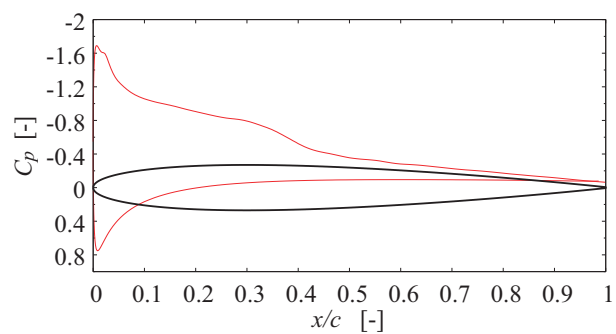


図 13 時間平均圧力分布 ($Re = 40,000$)

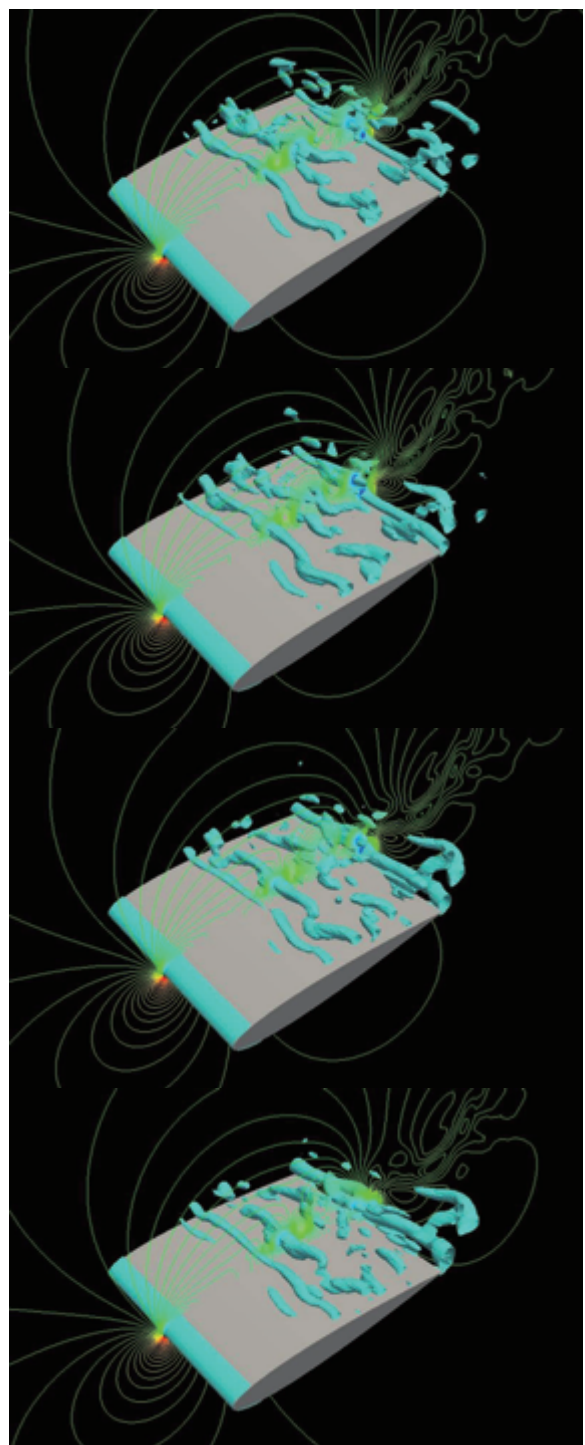


図 12 等圧線, 等 Q 値面 ($Q = 20,000$) ($Re = 20,000$)

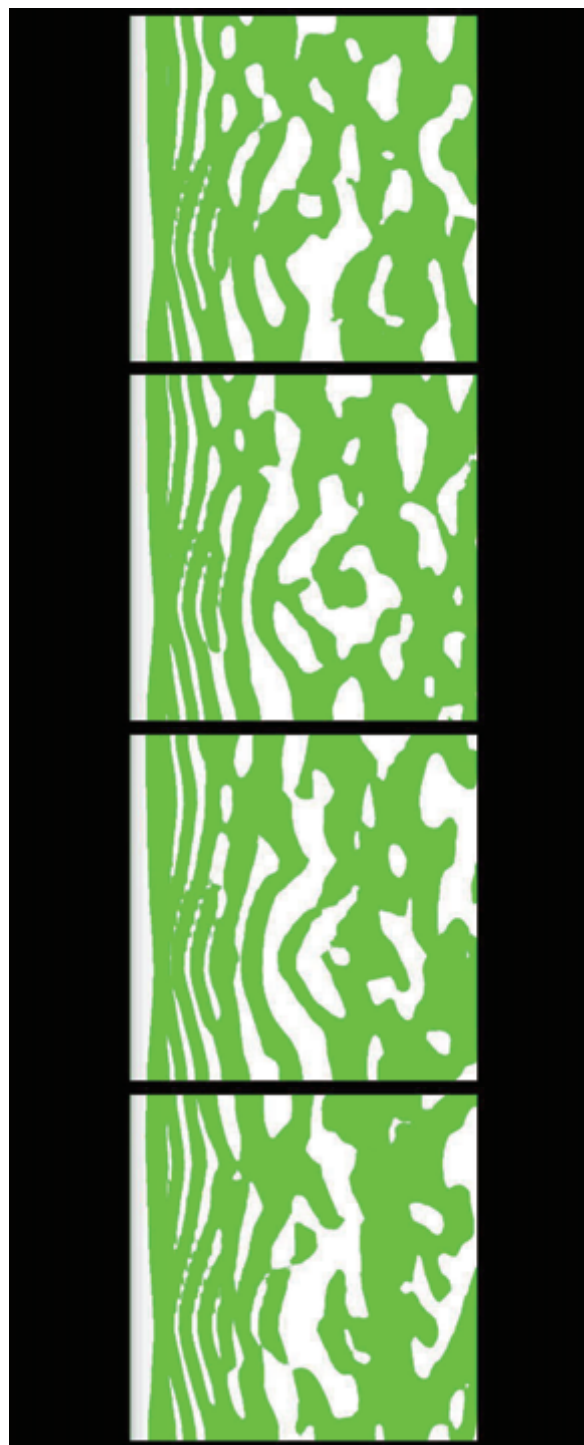


図 14 翼上面せん断応力分布(緑: 応力負) ($Re = 40,000$)

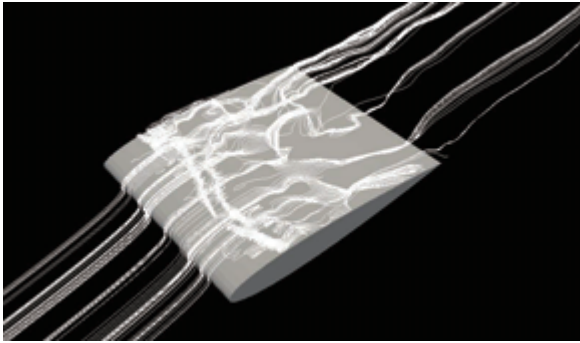


図 15 流跡線 ($Re = 40,000$)

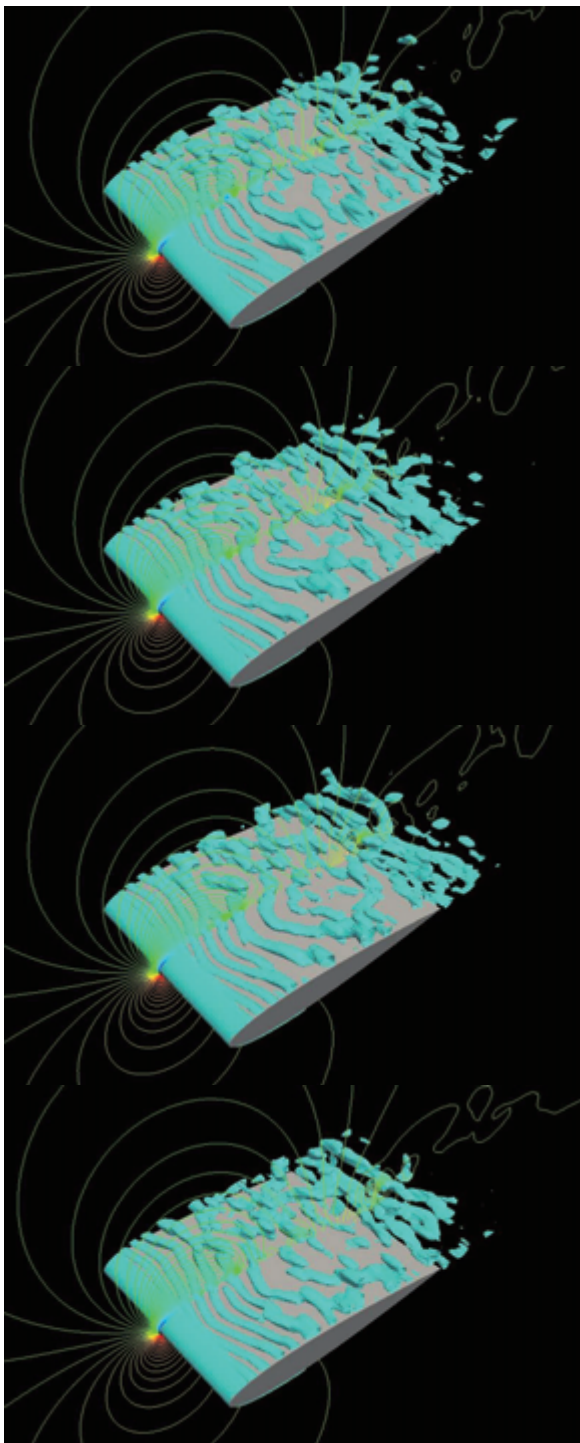


図 16 等圧線, 等 Q 値面 ($Q = 20,000$) ($Re = 40,000$)

DNS による高 Mach 数・低 Reynolds 数の球周りの流れ場に対する Mach 数や温度比の影響把握

永田 貴之, 野々村 拓, 高橋 俊, 水野 裕介, 福田 紘大
東海大 JAXA/ISAS 東海大 東海大 東海大

Investigation of effect of Mach number and Temperature ratio into Flow Field around a Sphere at High Mach and Low Reynolds Numbers Condition by DNS

by

Takayuki Nagata, Taku Nonomura, Shun Takahashi, Yusuke Mizuno and Kota Fukuda

ABSTRACT

In this study, the direct numerical simulations of the flow around a sphere on the high Mach and low Reynolds numbers condition are carried out, and the flow properties are investigated. The three-dimensional compressible Navier–Stokes equations are solved on boundary fitted coordinate system. It is confirmed to have sufficient accuracy by the previous study. Analyses are performed at the Reynolds number (based on the diameter of the sphere and the free-stream velocity) of between 100 and 300, the free-stream Mach number of between 0.3 and 2.0, and the temperature ratio of the sphere surface and free-stream of between 0.5 and 2.0. As a result, we clarified the following points: 1) the effect of the free-stream Reynolds number and temperature ratio on the flow properties, 2) the effect of the temperature ratio can be summarized by the effective Reynolds number that is a newly proposed parameter.

1. はじめに

ロケットエンジンの排気ジェットからは非常に強い音響波が発生し、その音響波は打ち上げ時には地面や発射設備で反射してロケット先端に搭載されたペイロードを強く加振する。そのため、打ち上げ時の音響環境を精度よく予測することは人工衛星の設計などにおいて重要な課題である。これまでは主に NASA の SP-8072¹⁾で報告された半経験則や地上燃焼試験²⁾の結果を用いて打ち上げ時の音響環境の予測を行ってきた。しかしながら半経験則は米国の膨大な打ち上げデータに基づくため、新しいロケットや射点を設計する際の設計ツールとして利用するには精度が十分ではない場合がある。また、燃焼試験はコストがかかるため、近年では CFD による音響予測手法の確立に向けて研究が行われている³⁻⁵⁾。

固体ロケットモータから放出されるアルミナ粒子や大型液体ロケットを打ち上げる際に行う散水による液滴などのジェット中を漂う微粒子は、音響波を減衰させることが実験^{6,7)}から分かっているが、具体的なメカニズムは完全には理解されていない。散乱の効果は例えば清水ら⁷⁾によって検討が行われたが音響波の減衰は単純な散乱効果だけでなく、ジェットと粒子の干渉で音響波の発生自体が抑制される^{8,9)}という指摘もある。そのためジェット中の微粒子の振る舞いについての検討とモデル化を行い音響予測に取り入れることが出来れば予測精度をさらに向上できる可能性がある。しかし、排気ジェットは超音速流れの一方、微粒子の直径は数 μm から数百 μm オーダー¹⁰⁾と非常に小いため、微粒子まわりの流れ場は高 Mach 数かつ低 Reynolds 数というこれまであまり研究対象とされなかった流れ場であり、その特性は十分に明らかでない。そこで著者らのグループでは、高 Mach 数・低 Reynolds 数流れにおける球周り流れの DNS を行い、非圧縮性流れの研究結果¹¹⁾との比較や Reynolds 数、Mach 数、一樣流と球の温度比が流れ場や抗力、熱伝達に与える影響の調査を行い、微粒子の影響を考慮した超音速ジェット LES のための SGS モデル構築に向けた基礎検討を行っている¹²⁻¹³⁾。本報では以前に行った等温条件における解析を複数の Reynolds 数に対して行い、Mach 数・Reynolds 数・球と一樣流の温度比の影響を総合的に比較する。また、断熱条件の解析結果との比較を行い、球近傍の粘性係数などで計算した実効 Reynolds 数を導入することで様々な温度比の結果を整理できることを示す。

2. 解法

2. 1. 計算格子

計算格子を Fig. 1 に示す。計算格子は各方向の格子点数が $\xi \times \eta \times \zeta = 107 \times 48 \times 177$ 点で総格子点数は 909, 072 点である。 ξ, η 方向の境界は格子点を 3 点ずつオーバーラップさせ周期境界条件とし、球表面の境界で等温・滑りなし条件、外部境界は自由流出条件である。計算領域の直径は球の直径を D として $100 D$ で、半径方向の格子幅は中心から $15 D$ 以内では最少格子幅から 1.03 倍ずつ増加させ、増分が $0.2 D$ になるとそれ以降の領域では格子幅は一定値である。また、中心から $15 D$ 以降の領域は、反射などを防ぐための buffer 領域で、半径方向の格子幅を 1.2 倍ずつ増加させた。最少格子幅は既往の研究¹¹⁾に習い、 $dr_{\min} = 1.13 / (\text{Re}^{1/2} \times 10.0)$ とした。ただし、全てのケースにおいて最少格子幅は Reynolds 数 300 の値で固定した。

計算条件を Table 1 に示す。球直径と一樣流速を基準とする一樣流 Reynolds 数を 100 から 300、一樣流 Mach 数を 0.3 から 2.0、球表面と一樣流の温度の比を 0.5 から 2.0 の間で変化させた。なお、ケース名は Reynolds 数 300, Mach 数 1.2, 温度比 0.5 であれば Re300M120TR050 のように定めた。

Table 1 Calculation conditions

Reynolds number	Mach number	Temperature ratio
100 200 300	0.3	0.5
	0.8	0.9
	1.2	1.1
	2.0	1.5
		2.0

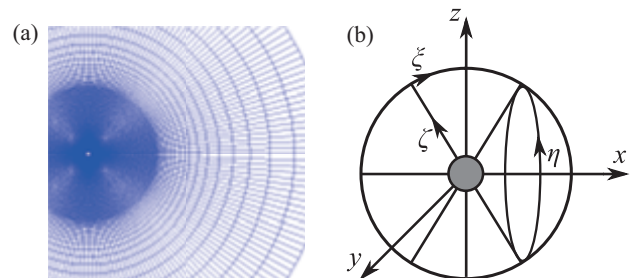


Fig. 1 Computational grid and coordinate system: (a) Computational grid; (b) Coordinate system

2. 2. 計算手法

支配方程式は一樣流の密度と音速、球の直径で無次元化した 3 次元圧縮性 Navier-Stokes 方程式とし、有限体積法で離散化した。対流項は WENO-CU6-FP 法¹⁴、粘性項は 6 次精度中心差分法でそれぞれ評価し、時間積分は 3 次精度 TVD Runge-Kutta 法で行った。WENO-CU6-FP 法は Nonomura *et al.*によって提案された一般座標系でも GCL(幾何学保存則)を満たす WENO 法で、曲線座標系でも一樣流保持が可能である。ただし本解析では計算の更なる安定性を求め、同スキームの中心差分の項は Pirozzoli によって提案された混合型¹⁵に置き換えた。

3. 結果および考察

3. 1. 流れ場の分類

非圧縮性流れでは一樣流 Reynolds 数が一致すれば流れ場も一致するが、圧縮性流れでは Mach 数の影響も考慮する必要がある。また、以前に行った一樣流 Reynolds 数 300 における解析で、温度比の変化で流れ場が変化することがわかっている。Fig. 2 に流れ場の分類結果を示す。分類は球後流における乱流エネルギー(TKE)と剥離点の位置、揚力係数の時間履歴を用いて行った。具体的には、球後流側 x 軸上 $2.5D$ までの領域で一樣流の運動エネルギーで無次元化した TKE(時間方向で取得)の平均値をとり、無次元 TKE の値が 0.1 %以上なら Unsteady flow, 0.1 %以下なら Steady flow に分類し、流体力に周期的な変動がある場合は Periodic flow, 時間平均場において剥離点の位置に偏りがある場合は Non-axisymmetric flow, 剥離点の位置に偏りが無い場合は Axisymmetric flow とした。この基準にしたがって分類した場合、本解析の条件下では Unsteady periodic flow, Steady non-axisymmetric flow, Steady axisymmetric flow の 3 種類に分類できる。

Fig. 2(a)–(e)は等温条件の結果、Fig. 2(f)は断熱条件の結果で、それぞれ横軸一樣流 Reynolds 数、縦軸 Mach 数とした分類結果を示す。図より温度比 1.0 付近では断熱条件の結果と同じ傾向を示す。一樣流 Reynolds 数 100 の場合は全ての条件で定常・対称流れであるが、一樣流 Reynolds 数 200 では亜音速の温度比が小さい場合は定常・非対称流れである。また、一樣流 Reynolds 数 300 の亜音速では、温度比が大きい場合は周期性非定常流れであるが、温度比が大きい場合は定常流れであり、流れ場の様相は一樣流 Reynolds 数と温度比の影響を受ける。また、超音速の場合は全ての条件において定常・対称流れである。流れ場の様相に対する温度比の影響は、球の温度によって球近傍の流体の密度や粘性係数が変化するために、一樣流の値で計算した Reynolds 数と球近傍の値で計算した実効 Reynolds 数との間に差が生じるためと考えられる。すなわち、温度比が小さい場合、球近傍の流体の密度は増加し粘性係数は減少するため、流れ場はより高 Reynolds 数の断熱条件の流れ場に近づき、温度比が大きい場合、密度は減少し粘性係数が増加するため、流れ場はより低 Reynolds 数の断熱条件のそれに近づく。ただし、Mach 数が大きい場合には空力加熱の影響による粘性係数の増加や、よどみ点付近での密度の増大、さらには衝撃波と後流の干渉によって流れ場が変化する可能性もあるため、注意深い議論が必要である。

3. 2. 近傍場の構造

Fig. 3 に時間平均場において可視化した圧力係数分布と流線を示す。図より、流れ場に対する温度比の影響があり、亜音速と超音速では傾向に差がある。流れ場に対する温度比の影響を比較するために、定常流れのケース(Reynolds 数 200 以下)の時間平均場の剥離点の位置、再循環領域長さを各 Mach 数毎にプロットした。Fig. 4 より剥離点の位置は温

度比が大きい場合に後流側に移動し、一樣流 Reynolds 数が変化してもその傾向は変わらないが、一樣流 Reynolds 数が小さい場合、あるいは Mach 数が大きい場合に温度比の影響が大きい。温度比が大きい場合に剥離点が後流側に移動することから、剥離点の位置に関しても実効 Reynolds 数の影響があると考えられる。Fig. 5 より、再循環領域長さは超音速の場合は温度比が大きい場合に小さいことから、傾向は実効 Reynolds 数による議論に従うが、亜音速では逆の傾向を示す。ただし、一樣流 Reynolds 数が小さい場合は亜音速においても温度比増加による再循環領域長さの伸長が抑えられる(非圧縮の研究¹⁶では Reynolds 数により傾向が異なる)ことから、傾向の差異に剥離点の位置や離脱衝撃波の影響、さらには一樣流との混合や粘性散逸の大きさなど様々な要因が関連していると考えられる。

3. 3. 実効 Reynolds 数による整理

3. 3. 1. 定義と比較方法

今回実施した解析の結果は流れ場への温度比の影響は、球の温度によって球近傍の流体の密度や粘性係数が大きく変化することに起因する可能性を示した。そこで、実効 Reynolds 数を具体的に以下のように定義し、断熱条件の計算結果と比較を行う。

$$\text{Re}_{\text{eff}} = \text{Re}_{\text{inf}} \left(\frac{\rho_{\text{eff}} / \rho_{\text{ref}}}{\mu_{\text{eff}} / \mu_{\text{ref}}} \right)^{f(M_{\text{inf}})} g(M_{\text{inf}}) \quad (1)$$

$$f(M_{\text{inf}}) = a + bM_{\text{inf}} + cM_{\text{inf}}^2 \quad g(M_{\text{inf}}) = d + eM_{\text{inf}} + fM_{\text{inf}}^2$$

ここで、係数の値は $a = 0.18, b = 0.13, c = 0.012, d = 1, e = 0.001, f = 0.093$ である。定数 a から f は剥離点の位置の比較結果から傾向をよく再現する値を手動で選択した。そのため今後、高 Reynolds 数側でも計算を行い、最小二乗法などで係数を再度決定し直す必要や、得られた係数の物理的意味を吟味する必要がある。添字の inf は一樣流での値、 eff は球近傍における実効的な値、 ref は基準の値(今回は一樣流の値を用いた)である。球近傍の密度と粘性係数は、それらが球の温度によってのみ変化し、温度によって密度と粘性係数以外は変化しないと仮定して、密度は理想気体の状態方程式、粘性係数は Sutherland の式を用いて計算した。関数 $f(M_{\text{inf}})$, $g(M_{\text{inf}})$ は球表面の値から実効 Reynolds 数を予測するための多項式の関数である。Fig. 6 に実効 Reynolds 数と境界層底層の密度と粘性係数で計算した境界層底層の Reynolds 数に対する温度比の影響を示す。実効 Reynolds 数は一樣流と境界層底層の流体が混合した状態で決定するため、一樣流 Reynolds 数と境界層底層 Reynolds 数の中間の値である。また、Mach 数が大きい場合は空力加熱の影響があり、高 Mach 数の温度比が小さい条件では、空力加熱により境界層に対する球の温度の影響が減少するため、球の温度のみで実効 Reynolds 数を計算すると Reynolds 数を大きく見積り、結果として温度比の影響を大きく評価する。そのため、関数 $f(M_{\text{inf}})$ によって球表面での密度や粘性係数から境界層における実効的な値への修正と Mach 数が大きい場合に実効 Reynolds 数に対する球の温度の影響を小さくし、温度比の変化に対する Mach 数の影響を補正する。Fig. 7 に球の温度から状態方程式で計算した密度と、時間平均場で取得した境界層底層での密度(一樣流の密度で正規化)の平均値を示す。図より亜音速では球の温度で計算した値と時間平均場で取得した値はほぼ等しいが、Mach 数が大きい場合圧縮性の効果により時間平均場で取得した密度が大きい。 ρ_{eff} は圧縮性の影響を考慮しないため Mach 数が大きい場合、全ての温度比で実際よりも実効 Reynolds 数を小さく見積もるため、圧縮性の密度変化の寄与分を $g(M_{\text{inf}})$ によって補正する。

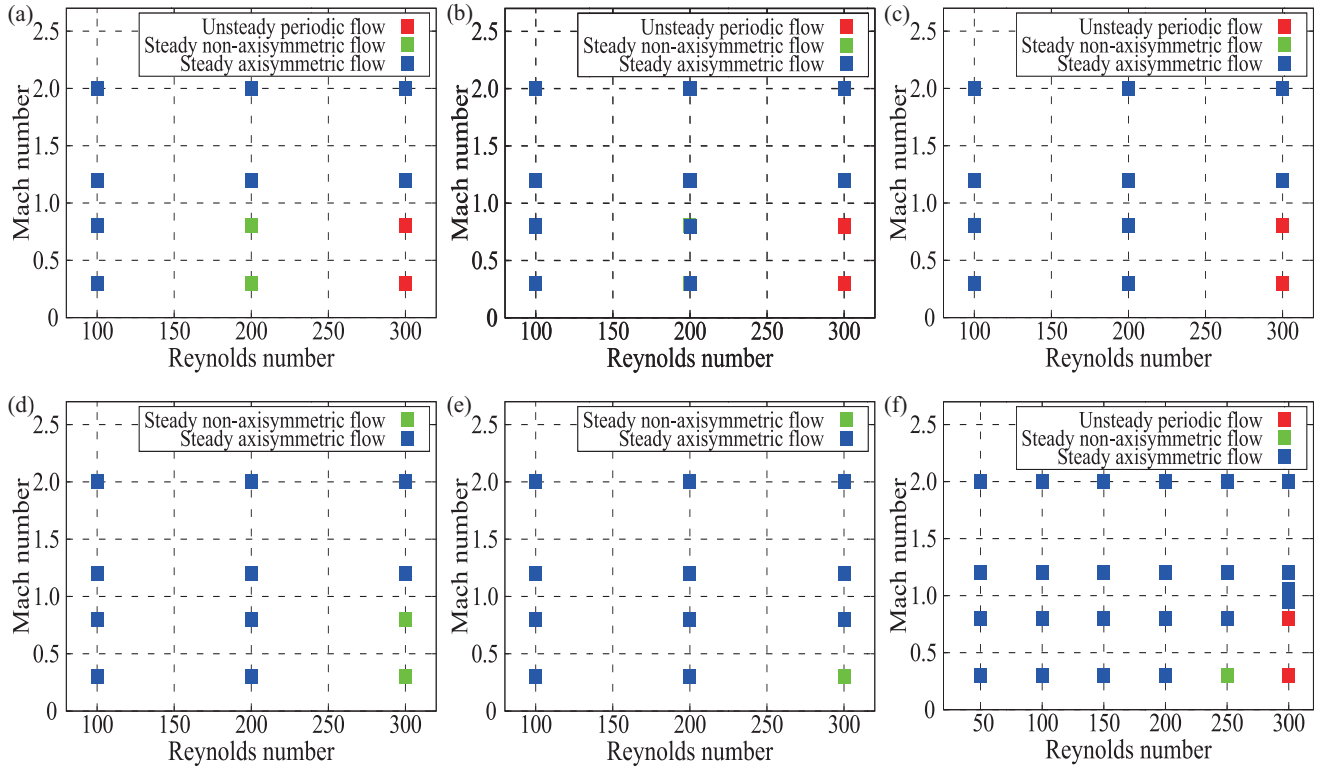


Fig.2 Type of flow field: (a) TR050; (b) TR090; (c) TR110; (d) TR150; (e) TR200; (f) adiabatic condition.

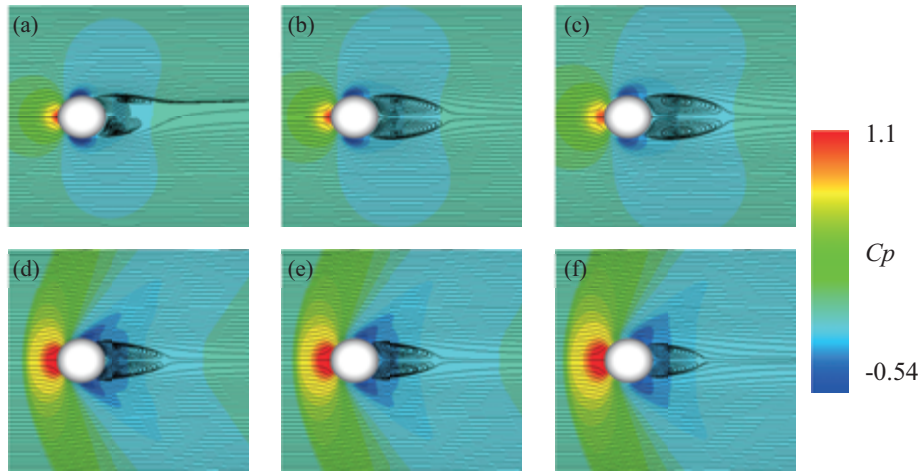


Fig. 3 Pressure coefficient distribution and stream line (Re200): (a) M030TR050; (b) M030TR110; (c) M030TR200; (d) M120TR050; (e) M120TR110; (f) M120TR200.

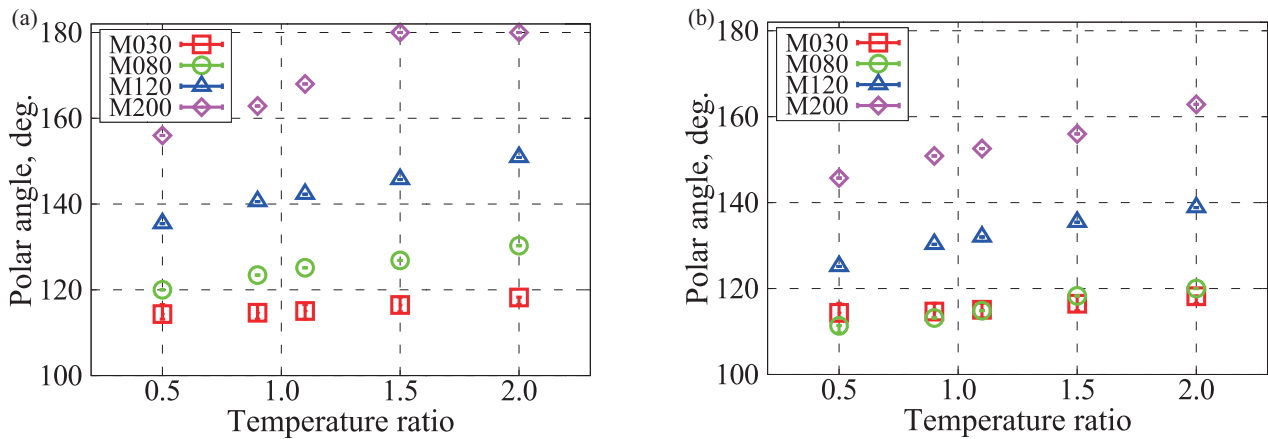


Fig. 4 Separation point: (a) Re100; (b) Re200.

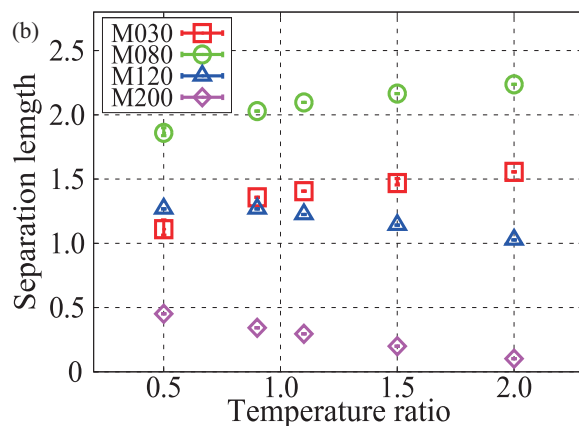
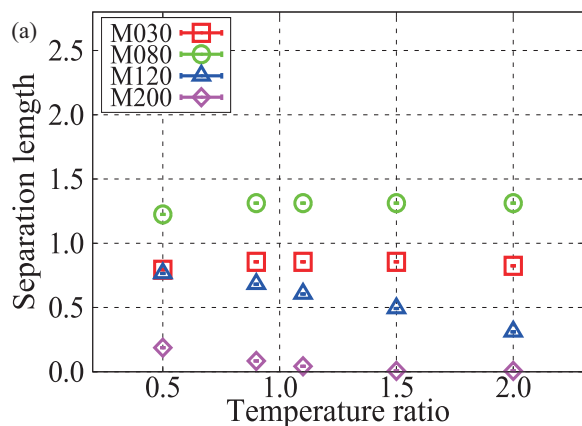


Fig. 5 Separation length: (a) Re100; (b) Re200.

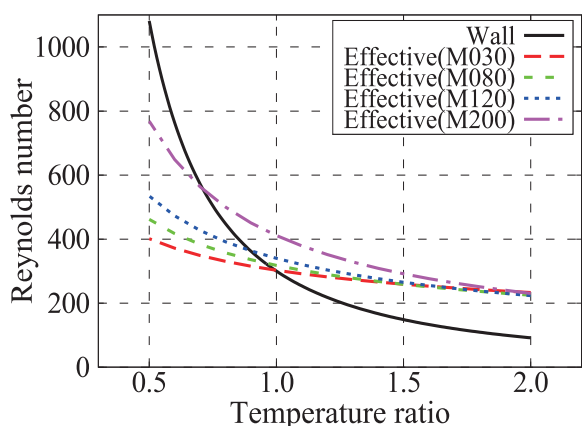


Fig. 6 Effect of temperature ratio on Reynolds number (Re300).

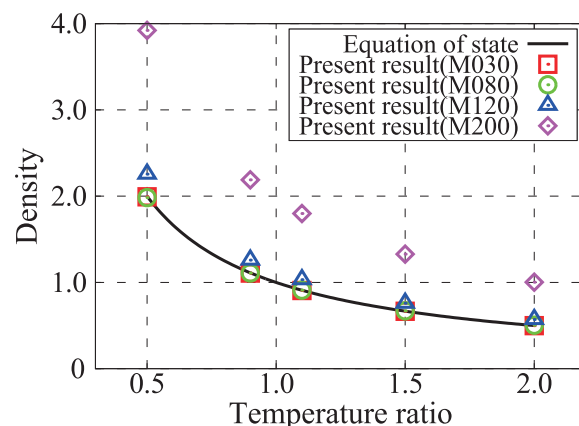


Fig. 7 Effect of Mach number on density (Re300).

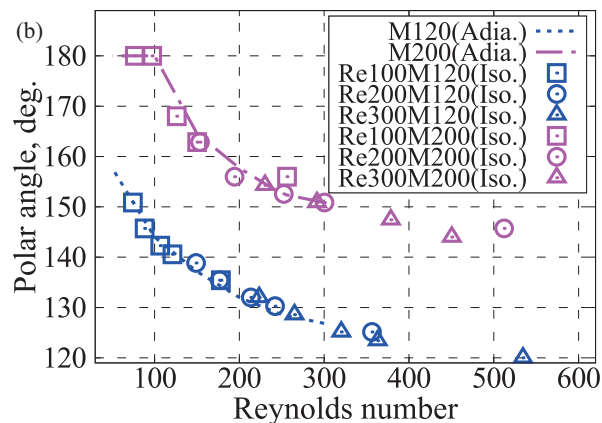
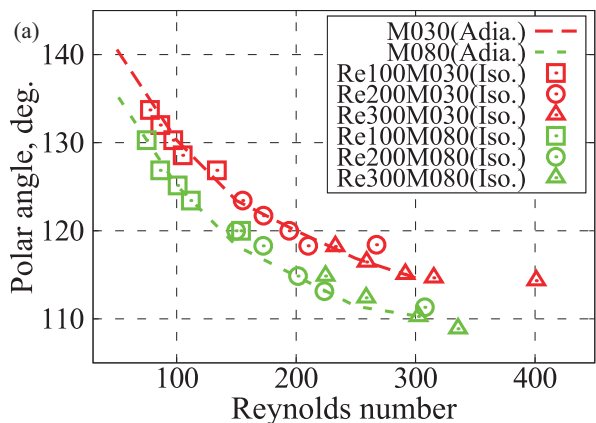


Fig. 8 Comparison of the separation point: (a) subsonic condition; (b) supersonic condition.

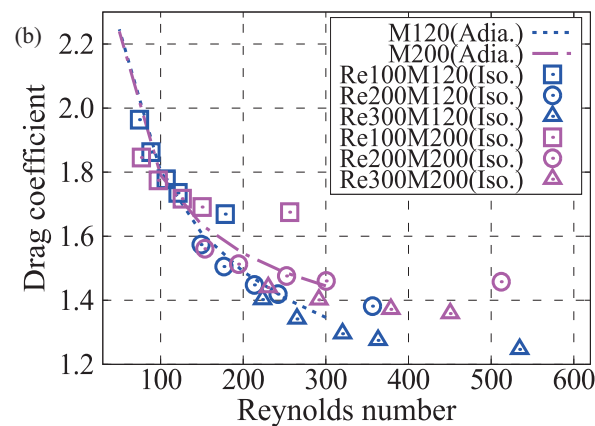
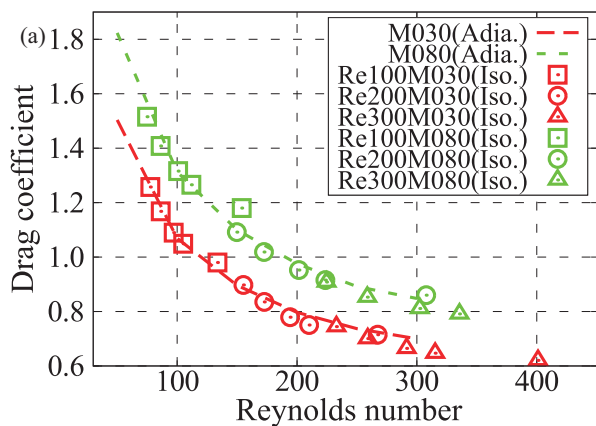


Fig. 9 Comparison of the drag coefficient: (a) subsonic condition; (b) supersonic condition.

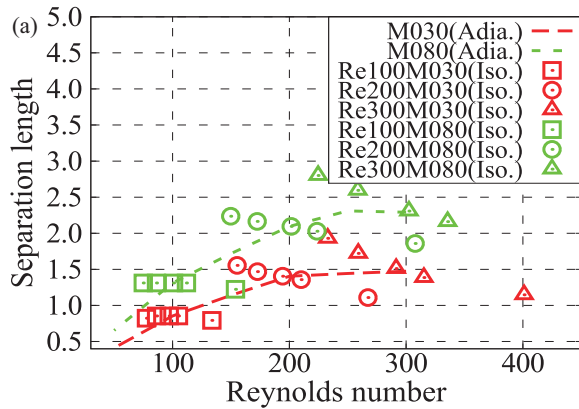


Fig. 10 Comparison of the separation length: (a) subsonic condition; (b) supersonic condition.

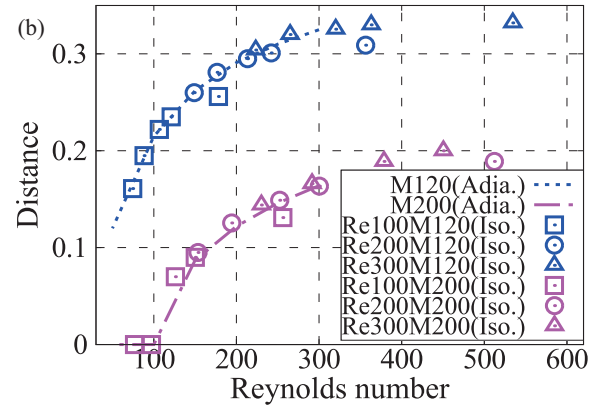
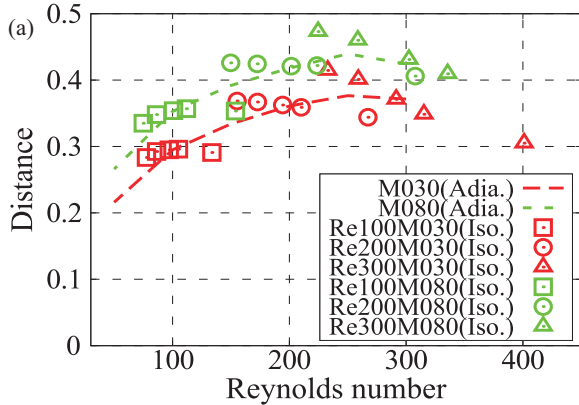
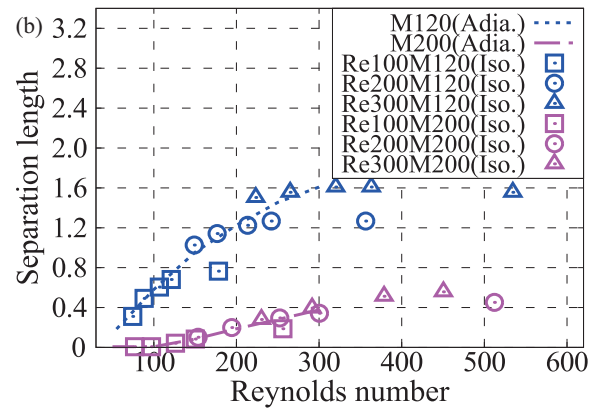


Fig. 11 Comparison of the vortex center position (y-component): (a) subsonic condition; (b) supersonic condition.

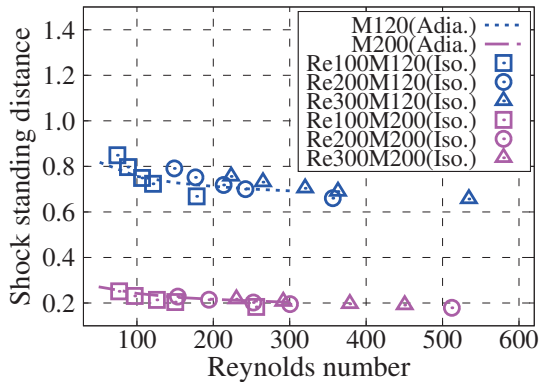


Fig. 12 Comparison of the shock detachment distance.

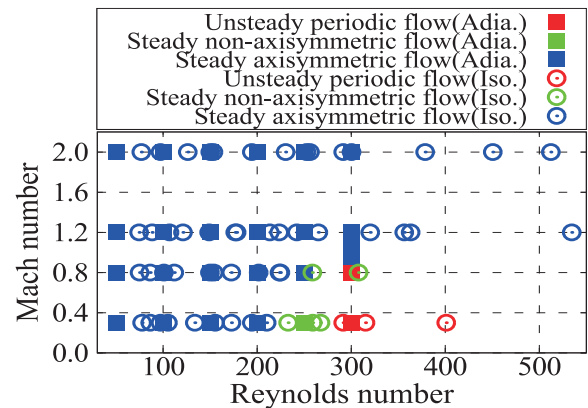


Fig. 13 Comparison of the flow type.

本報では温度比の影響が大きいと考えられる球近傍の流れ場を時間平均場で比較する (Fig. 8–13). 再循環領域の中心位置は原点からの距離で示し、非対称性がある場合は剥離点位置と同様に平均値を取った。衝撃波離脱距離は x 軸上で探索し、球表面からの距離で示す。なお、長さスケールはすべて球の直径で正規化した。断熱条件の結果は横軸一様流 Reynolds 数で、Reynolds 数の刻み幅 50 の離散データを直線で結んだラインで示し、色で Mach 数を区別した。等温条件の計算結果は横軸実効 Reynolds 数で、プロットの形で一様流 Reynolds 数を区別して示した。

3. 3. 2. 比較結果

Fig. 8 より、剥離点の位置は亜音速・超音速共に実効 Reynolds 数を導入することで温度比の影響を整理できる。また、抗力係数については超音速の温度比が小さい場合に誤差があるが、おおそ傾向を捉えられる (Fig. 9)。剥離点の位置は物体近傍の状態によって決まるため、実効 Reynolds

数による整理ができると考えられる。また、抗力係数も Mach 数が同じであれば粘性係数や剥離点の位置など表面近傍の状態に大きな影響を受けるため、剥離点の位置同様に実効 Reynolds 数による整理が可能であると考えられる。

一方で再循環領域長さ (Fig. 10) は、断熱条件の亜音速の解析では Reynolds 数が小さい場合に再循環領域長さは小さいが、等温条件における解析では温度比が大きい (実効 Reynolds 数が小さい) 場合に再循環領域長さが大きい。このことから、亜音速では再循環領域長さは実効 Reynolds 数で整理することは出来ない。これは、再循環領域長さの挙動が剥離点の位置などとは異なり、一様流との混合や後流で発生する大規模渦構造の相互干渉など球から離れた場所で起こる現象に起因するためと考えられる。一方で超音速の場合は、温度比が大きい場合に再循環領域長さは小さく、おおそ実効 Reynolds 数で整理できる。これは超音速の場合は剥離点の位置が亜音速の場合に比べ後流側にあり、混合の影響が小さいためと考えられる。再循環領域長さの場

合も、温度比が小さい条件で誤差が大きい傾向は似ており、今後温度比が小さい場合をさらに考慮することでより良い整理が出来ると考えられる。また、再循環領域の中心位置も超音速では実効 Reynolds 数で整理できない (Fig. 11)。ただし y 成分については再循環領域長さ同様に超音速では良い一致を示す。

Fig. 12 より、衝撃波離脱距離は実効 Reynolds 数の考え方でおおよそ整理できる。著者らは以前、温度比の変化によって離脱衝撃波が移動することを示した。またその変化は、球の温度が境界層厚さに影響を与えることで排除厚さが変化し、見かけ上の物体の大きさが変化すること起因することを示唆した¹³⁾。したがって、離脱衝撃波は球から離れた位置にあるが、球近傍の諸量の変化が大きく影響するため、実効 Reynolds 数で整理できると考えられる。

Fig. 13 に流れ場の種類の比較を示す。四角形のプロットで断熱条件での解析結果を、丸のプロットで実効 Reynolds 数に換算した等温条件での解析結果を示す。図より、実効 Reynolds 数で整理した等温条件の流れ場の種類は、おおよそ断熱条件の解析結果と一致し、流れ場の種類についても実効 Reynolds 数による整理が可能であることを示す。ヘアピン渦の生成の有無は球の表面付近の状態および境界層で生成する渦度の粘性散逸の大きさに依存するため、剥離点の位置などと同様に実効 Reynolds 数による議論でおおよそ傾向を捉えることができると考えられる。しかしながら、遠方場では流体の温度変化による混合層内での密度変化、粘性係数の変化によって散逸の度合いが変化するため、断熱条件の結果の一樣流 Reynolds 数と等温条件の結果の実効 Reynolds 数を一致させても、遠方場でのヘアピン渦の構造は異なる。また、ここでは詳細には触れないが Re250M030TR050 (実効 Reynolds 数 334) は周期性非定常流れであり、流れ場の種類は実効 Reynolds 数で整理できると考えられる。一方で、Mach 数 0.8 では実効 Reynolds 数が 300 以上の条件でも定常・非対称流れのケースがある。そのため、圧縮性流れ場への影響に関しては再循環領域長さ同様に別途議論する必要がある。超音速のケースは断熱条件の解析を行った範囲では全ての条件で定常・対称流れのため、流れ場の種類についての詳細な議論は難しいが、示した範囲では傾向は一致する。今後、高 Reynolds 数側での解析も行い、議論を行いたい。

4. まとめ

本報では球周り流れの DNS を行い、Reynolds 数・Mach 数・球と一樣流の温度比が流れ場に与える影響について一樣流 Reynolds 数を複数ケース解析することで、温度比と一樣流 Reynolds 数の効果を明らかにした。また、球の温度による球近傍の流体の密度や、粘性係数の変化の影響を考慮した実効 Reynolds 数を提案し、それを利用して等温条件での結果を整理し直すことで剥離点の位置、抵抗係数、衝撃波離脱距離、流れ場の種類をそれぞれ一つのプロットにまとめられることを示した。これは球の温度による上記流れ場の特性の変化が実効 Reynolds 数の変化に起因することを示唆する。この知見を用いることで、高 Mach 数・低 Reynolds 数で温度が変化する粒子の抵抗係数モデルの高精度化が期待できる。一方で、再循環領域の長さや中心位置は実効 Reynolds 数による整理では説明できない。これは、球の温度変化に起因する後流の混合層での密度、粘性係数の変化、圧縮性の効果が影響するためと考えられる。

謝辞

本研究の計算は JAXA の JSS および JSS2 を使用した。また、本研究の一部は科研費(24656522)の支援を受けた。ここに記して謝意を表す。

参考文献

- 1) Eldred, K. M., "Acoustic Loads Generated by the Propulsion System," NASA SP-8072, 1971.
- 2) Ishii, T., Tsutsumi, S., Ui, K., Tokudome, S., Ishii Y., Wada, K., and Nakamura, S., "Acoustic Measurement of 1:42 Scale Booster and Launch Pad," Proceedings of Meetings on Acoustics, Vol. 18, No. 1, p. 040009, 2014.
- 3) Tsutsumi, S., Shimizu, T., Takaki, R., Shima, E., Arita, M. and Fujii, K., "Numerical Study of Pressure Waves Generated by H-IIA Launch Vehicle at Lift-off," AJCPP, pp. 266-271, 2008.
- 4) Tsutsumi, S., Ishii, T., Ui, K., Tokudome, S., Wada, K., "Study on Acoustic Prediction and Reduction of Epsilon Launch Vehicle at Liftoff," Journal of Spacecraft and Rockets, pp. 1-12, 2014, DOI: 10.2514/1.A33010.
- 5) Nonomura, T., Morizawa, S., Obayashi, S. and Fujii, K., "Computational Prediction of Acoustic Waves from a Subscale Rocket Motor," Trans. JSASS Aerospace Thec. Japan, Vol. 12, No. 29, pp. Pe_11-Pe_17, 2014.
- 6) Ignatius, J. K., Sathiyavageswaran, S. and Chakravarthy, S. R., "Hot-Flow Simulation of Aeroacoustics and Suppression by Water Injection During Rocket Liftoff," AIAA Journal, Vol. 53, No. 1, pp. 235-245, 2014.
- 7) 清水 太郎, 平井 誠, 堤 誠司, 高木 亮治, 有田 誠, "駅敵群による音の減衰効果," 日本航空宇宙学会論文集, Vol. 57, No. 661, P 71-76, 2009.
- 8) Fukuda, K., Tsutsumi, S., Shimizu, T., Takaki, R., and Ui, K., "Examination of Sound Suppression by Water Injection at Lift-off of Launch Vehicles," 17th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, 2011.
- 9) Terakado, D., Nagata, Y., Nonomura, T., Fujii, K., and Yamamoto, M., "Computational Analysis of Compressible Gas-Particle-Multiphase Turbulent Mixing Layer in Euler-Euler Formulation," 30th International Symposium on Space Technology and Science, 92155, 2015.
- 10) Shimada, T., Daimon, Y. and Sekino, N., "Computational Fluid Dynamics of Multiphase Flows in Solid Rocket Motors," JAXA Special Publication, JAXA-SP-05-035E, 2006.
- 11) Johnson T. A., and Patel V. C., "Flow past a sphere up to a Reynolds number of 300," Journal of Fluid Mechanics, Vol. 378, pp. 19-70, 1999.
- 12) Nagata, T., Nonomura, T., Takahashi, S., Mizuno, Y., and Fukuda, K., "Analysis on Flow around a Sphere at the High Mach Number, Low Reynolds Number and Adiabatic Condition for High Accuracy Analysis of Gas Particle Flows," The VI Coupled Problems in Science and Engineering 2015, pp. 760-771, (2015).
- 13) 永田 貴之, 野々村 拓, 高橋 俊, 水野 裕介, 福田 紘大 "高Mach数・低Reynolds数・等温条件下における衝撃波を含む球周りの直接数値解析," 平成26年度衝撃波シンポジウム, 2A2-1, 2014.
- 14) Nonomura, T., Terakado, D., Abe, Y. and Fujii, K., "A new technique for freestream preservation of finite-difference WENO on curvilinear grid," Computers & Fluids, Vol. 107, pp. 242-255, 2015.
- 15) Pirozzoli, S., "Stabilized non-dissipative approximations of Euler equations in generalized curvilinear coordinates," Journal of Computational Physics, Vol. 230, No.8, pp. 2997-3014, 2011.
- 16) Kurose, R., Anami, M., Fujita, A., and Komori, A., "Numerical Simulation of flow past a heated/cooled Sphere," Journal of Fluid Mechanics, Vol. 692, pp. 332-346, 2012.

高クヌーセン数領域における極超音速希薄流数値解析

小澤宇志, 鈴木俊之, 藤田和央
宇宙航空研究開発機構

Analysis on Hypersonic Rarefied Flows in High Knudsen Number Flow Regime

by

Takashi Ozawa, Toshiyuki Suzuki, and Kazuhisa Fujita (JAXA)

ABSTRACT

At Japan Aerospace Exploration Agency (JAXA), a hypersonic rarefied wind tunnel (HRWT) has been developed for the purpose of improving understanding of rarefied gas flow characteristics. In this work, we first develop a rarefaction model for pitot pressure measurements for hypersonic rarefied flows. Second, we investigate a measurement method using Patterson-type probes in high Knudsen number flow regime for HRWT.

1. 目的および背景

大気圏再突入宇宙機, 惑星探査機, 超低高度衛星(Super Low Altitude Test Satellite: SLATS)等, 様々なミッションにおいて極超音速空力特性評価技術の向上が重要な課題となっている。これまで連続流領域においては, 風洞試験とCFD(Computational Fluid Dynamics)による双方の空力評価が可能であり, その評価技術手法が確立されてきた。しかし, 希薄度が高く, 連続流の仮定が破綻するような領域では, 基本的に空力予測は自由分子流理論やDSMC(direct simulation Monte Carlo)¹⁾法等による数値解析に依存してきた。希薄領域では空力特性の表面熱適応係数依存性が高くなるため, 表面熱適応係数不確定性による空力予測誤差が生じる²⁾³⁾。しかしながら, 表面熱適応係数のデータベースは現在のところ十分に構築されていないため, 解析精度の評価方法に乏しいのが現状である。一方, 最近では超低高度衛星⁴⁾の開発にともなって極超音速希薄流領域における機体の空力特性評価の高精度化が重要となっており, 希薄空力検証システムの開発が必要である。このような背景のもと, JAXA では極超音速希薄風洞(Hypersonic Rarefied Wind Tunnel: HRWT)⁵⁾⁶⁾を開発し, 極超音速希薄空力の直接計測システムの確立および表面熱適応係数評価手法の確立を目指している⁷⁾。

これまで HRWT 研究では, HRWT における極超音速希薄流の特性を実験と数値計算により総合的に評価してきた⁶⁾。風洞試験によって得られる気流情報は限定的であるため, 数値解析により気流情報を補填し, マッハ数, クヌーセン数等の気流環境を特定する。実験では, 吊り下げ式球模型を用いた動圧計測, ピトー管を用いた圧力

分布計測を実施し, CFD/DSMC 連成数値計算による気流評価⁶⁾と融合することにより HRWT 気流検定精度を向上させてきた。その結果, 45 度コニカルノズルを使用することによって HRWT 計測部の気流条件は, コア直径 25 mm, マッハ数 10 以上, クヌーセン数 0.1 以上を達成していることが判明した。

希薄領域では, ピトー圧計測において希薄効果が生じるためピトー圧の補正モデルを構築することが重要である。そこで本研究では, まず 3 本のピトー管を用いてそれぞれの希薄効果を比較検証し, HRWT の気流特性評価技術を向上させるとともに, 連続流から自由分子流領域まで幅広く適用可能なピトー圧希薄補正モデルを構築する。次に, 高クヌーセン数領域における計測・解析手法の確立に向けて Patterson 型プローブによる圧力評価について検証する。

2. HRWT 計測手法

JAXA に設置されている HRWT の基本構成(図 1 参照)は, 真空チャンバー, 真空排気系, 気流供給系, 気流加熱装置, ノズル部, 模型支持部, 計測装置である。試験気流は流量計を通った後に気流加熱装置内に流れ込み, その後ノズル部通過時に加速・膨張し, 真空チャンバー内に流れる。真空チャンバーは直径 1.0 m, 長さ 1.5 m であり, 左右と下部に観測窓が設置されている。HRWT の真空排気系は 3 台のターボ分子ポンプ(ULVAC UTM-3303FH, 3300 L/s)と 1 台のドライ真空ポンプ(ULVAC LR300, 排気速度 6,000 L/min)から構成されている。ノズル部はスロート径 1.632 mm, 出口径 100

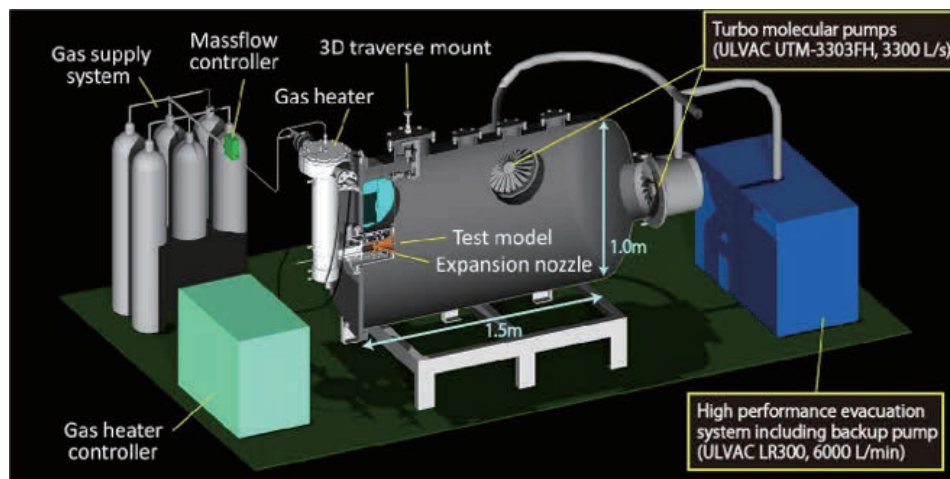


図 1 JAXA100mm 極超音速希薄風洞の概要(上)と写真(下)。

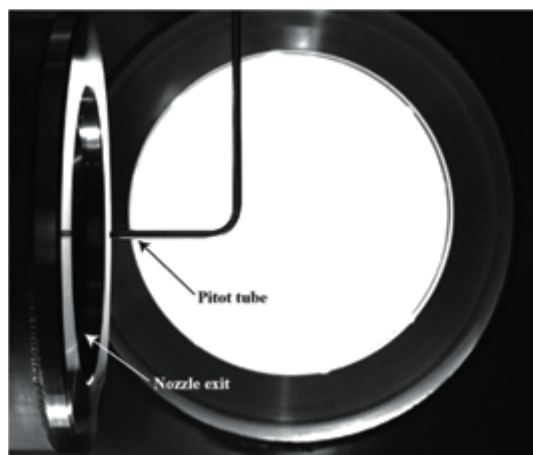


図 2 HRWT ピトー圧計測写真.

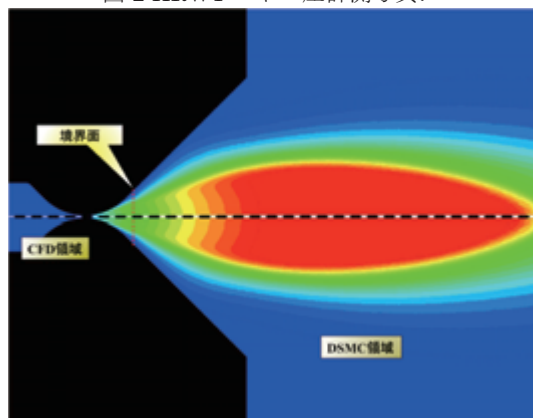


図 3 CFD-DSMC 連成計算領域.

mm (開口比 3755), 半頂角 45 度の銅製コンカルノノズルである. ノズルスロート上流の淀み部において, 気流の全温度と全圧を K 型熱電対とキャパシタンスマノメータを用いてそれぞれ計測する. ノズル壁面温度は, ノズル壁面近傍の冷却水温度を K 型熱電対で計測することにより決定する. また, HRWT の試験条件は, 質量流量と全温度を設定する事により決定される. 本試験では, 窒素ガスのみを使用し, 質量流量 0.08 g/s の条件で試験を実施した.

本研究では, HRWT 気流特性評価に向けてピトー管を用いた圧力計測を行う. ピトー管は, 表 1 のように(A)外径(d_o) 4.0 mm, 内径(d_i) 2.0 mm, 長さ(L_{pt})56 mm のステンレス管, (B)外径 1.6 mm, 内径 1.0 mm, 長さ 30 mm のステンレス管, (C)外径 0.8 mm, 内径 0.3 mm, 長さ 30 mm の銅管, の合計 3 本を使用し, 気流動圧計測を行い希薄効果を評価する. ピトー管は真空チャンバー上部の 3 軸移動装置に接続して HRWT 試験部の圧力分布を計測する (図 2 参照). また, 真空チャンバーの右側と下側の観測窓には CCD カメラが設置されており, 画像処理法によりピトー管の計測位置を決定することができる.

表 1 ピトー管形状

Index	d_i [mm]	d_o [mm]	d_i/d_o	L_{pt}/d_i
(A)	2.0	4.0	0.50	28
(B)	1.0	1.6	0.625	30
(C)	0.3	0.8	0.375	100

3. 数値解析手法

HRWT における気流は, ノズル膨張部において希薄化が進むことにより連続流から非連続流へと遷移する. そのため本研究では連続流領域は CFD コードを使用し, 希

薄流領域では DSMC 法に基づく解析コードを使用する CFD-DSMC 連成計算を行う. CFD 計算は JONATHAN (JAXA's Optimized Nonequilibrium AeroThermodynamic ANalysis (JONATHAN)コードを用い, DSMC 計算は MOTIF (Modeling Of Transitional - Ionized Flows)コードを使用する. 両解析コードの詳細については文献 6)に与えられているため本稿では省略する.

CFD-DSMC 連成計算の計算領域の一例を図 3 に示す. まず, CFD ノズル流計算を行い, 非連続領域において DSMC 計算を行う. CFD 計算における試験ガス流量, 全圧, 全温度などの流入境界条件は計測値を使用し, DSMC 流入境界条件は収束した CFD 解析結果をもとに与えられる. 図に見られるように, CFD-DSMC 境界は, ノズルスロート部をわずかに過ぎたノズル拡張部のクヌーセン数が 0.01 付近に設定し, 結果が境界に依存しないような境界を選定する. 本稿の数値解析では, 気流は窒素ガス 100%とし, 窒素の回転・振動モードは考慮する. しかし, 化学反応や電子励起等は気流温度が 1,000 度以下であるためその影響は無視でき, 本稿では考慮しない. CFD 計算では, スリップ拡散反射モデルをノズル壁面に用い, DSMC 計算では Maxwell 完全拡散反射モデルを気体とノズル表面の相互作用に用いる. DSMC 計算では R-T (Rotation-Translation), V-T (Vibration-Translation) エネルギー遷移は, BL (Borgnakke -Larsen)モデル⁸⁾で考慮し, 温度依存の回転・振動衝突数を用いる. さらに, 衝突セルに関しては多階層構造を導入し, 本稿では 2 階層で計算を行う.

ピトー管周りの流れ場は二次元軸対称 DSMC 数値解析により評価し, Patterson 型プローブ周りの流れ場は二次元 DSMC 数値解析により評価する. 流入条件は DSMC ノズル流計算による HRWT 試験部の流れ場より与えられ, 一様と仮定する. 淀み温度の範囲は計測可能な 280~750 K とする. また, ピトー管や Patterson プローブの表面は室温で完全拡散反射と仮定する. ピトー管の形状は基本的には HRWT 計測で使用するものと同一とするが, 管長依存性評価の場合は管長のみ変化させる. Patterson プローブ解析に関しては図 4 のような 3 種類のプローブで比較検証する. プローブ A, B, C のスリット幅はそれぞれ 1.4, 0.14, 0.05 mm である.

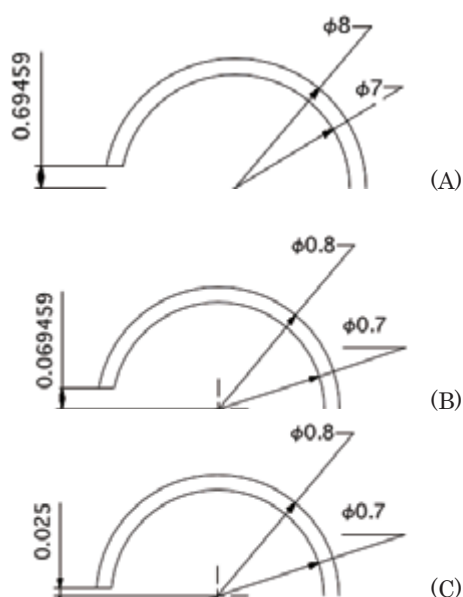


図 4 Patterson プローブ形状の比較.

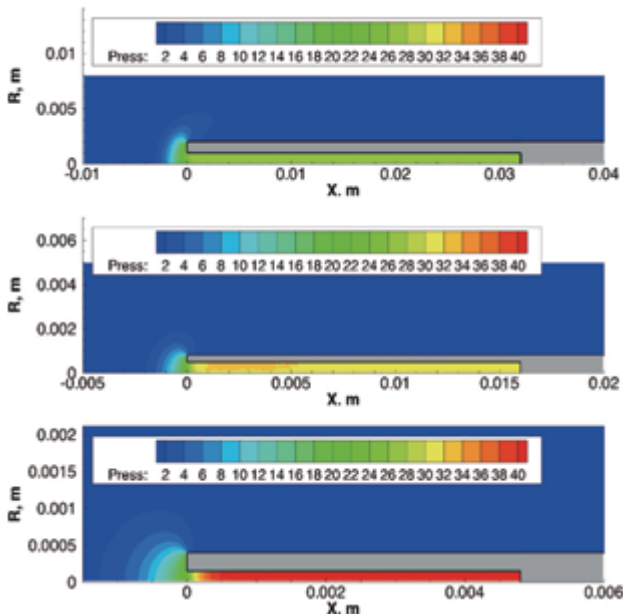


図5 ピトー管周りの圧力分布の比較：ピトー管 A(上), B(中), C(下).

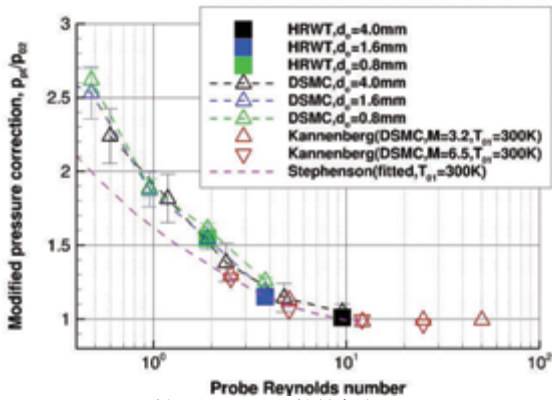


図6 HRWT 計測と DSMC 数値解析によるピトー圧レイノルズ数依存性の比較.

4. 結果と考察

4. 1. ピトー圧解析

HRWT 試験では3種類のピトー管を使用し、ノズル出口から17mm下流の計測部においてノズル半径方向のピトー圧分布計測を行った。まず、 y, z の2方向でピトー圧分布計測を行ったところ、良い一致が得られ、ノズル流の等方性が確認された。次に、ピトー管 A, B, C のピトー圧分布を比較したところ、管径が小さくなるほどピトー圧が高くなる現象が確認された。希薄気体のピトー圧計測において注意すべき点は、希薄度が高くなると希薄効果によってピトー圧補正が必要になることである。希薄効果はピトー管前方にできる衝撃層背後のレイノルズ数 Re_2 ($=\rho_2 v_2 d_0 / \mu_2$) で評価され、この変数が10より低い希薄領域では、希薄度が高くなるにつれてピトー圧 p_{pt} が衝撃層背後の全圧 p_{02} より高くなる希薄効果が生じる。HRWT ピトー圧計測では、管径が小さくなるほど希薄効果が増大し、ピトー圧が高くなっていることが推定される。

そこで本稿では、HRWT 計測部ピトー圧計測に及ぼす希薄効果を評価するため、HRWT 計測部の流れ場条件におけるピトー管周りの流れを DSMC 数値解析により評価

した。数値解析では、3種類のピトー管によるレイノルズ数依存性を評価するため、管長と内径の比(L_{pt}/d_i)を16に統一して流れ場を比較した(図5参照)。図に見られるように、管径が小さくなるにつれて、ピトー管の内部の圧力が高くなっている。ピトー管 A の場合、流れ場は連続流近傍であるため、衝撃層は薄く、管径で正規化された衝撃波離脱距離も短い。3ケースを比較すると、希薄化に伴い、衝撃層が広がり、より拡散した流れ場になっていることがわかる。つまり、クヌーセン数が高くなるにつれて、正規化された衝撃波離脱距離は長くなる。結果として、拡散し弱まった衝撃波は圧力損失の減少へとつながり、ピトー圧の増加となる。すなわち、HRWT のピトー圧計測において、希薄効果が生じていることがわかる。

これらの希薄効果の結果を、ピトー圧比(p_{pt}/p_{02})の衝撃層背後のレイノルズ数(Re_2)依存性として図6に示す。図では管長依存性を除外するため、HRWT の実験データは管長比16の値で正規化されている。また、DSMC 数値解析では、数密度を変化させることにより、レイノルズ数依存性を評価している。図に見られるように、3種類のピトー管の計算結果は良い一致を示しており、さらに $2 \leq Re_2 \leq 10$ の範囲で HRWT 計測結果と良い一致を示している。また、図6では Stephenson⁹⁾の計測結果及び Kannenberg 等¹⁰⁾の数値解析結果(300 K, $M \leq 6.5$)と比較している。レイノルズ数が3よりも高い領域では両ケースの差は小さいが、さらに希薄な領域では HRWT の方が希薄効果が大きい(圧力比が高い)結果となっている。この相違はマッハ数依存性に由来すると考えられる。Stephenson と Kannenberg の場合、マッハ数が6.5以下であるのに対して、HRWT 試験部ではマッハ数は10を超えているため、低レイノルズ領域において、より高い圧力比になると考えられる。

本研究では DSMC 解析結果をもとに、管径に依存するピトー圧希薄補正モデルを以下の様に提案した。まず、衝撃層背後の全圧 p_{02} を下式で計算する。

$$p_{02}/p_1 = \left[\frac{(\gamma+1)^2 M^2}{2(2\gamma M^2 - \gamma + 1)} \right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \frac{2\gamma M^2 - \gamma + 1}{\gamma + 1} \quad (1)$$

式中の γ は比熱比である。次に、希薄効果($R=p_{pt}/p_{02}$)を衝撃層背後のレイノルズ数 Re_2 を用いた従来の対数補正(Log-Correction)モデル及びブリッジング関数(Bridging Formula: BF)を用いて評価する。対数補正モデルは、パラメータ A, B を用いた下記の式で評価する。

$$\log_{10} R = A - B \log_{10}(Re_2) \quad (2)$$

BF 関数は、下記の半経験式で評価し、正弦二乗モデルを適用する。

$$R = R_{FM} + (R_{CNT} - R_{FM}) \sin^2 \phi \quad (3)$$

$$\phi = \begin{cases} 0, & \text{if } Re_2 < 10^{-a/b} \\ \pi(a + b \log_{10} Re_2), & \text{if } 10^{-a/b} \leq Re_2 \leq 10^{(1-2a)/2b} \\ \pi/2, & \text{if } Re_2 > 10^{(1-2a)/2b} \end{cases} \quad (4)$$

下付き文字の CNT, FM はそれぞれ連続流(Continuum), 自由分子流(Free-Molecular)を意味する。対数補正モデルのパラメータ A, B は Stephenson のデータに対して最小二乗法を用いてこれらの係数を決定する。BF モデルのパラメータ a, b に関しては DSMC 数値解析結果に最小二乗法を用いてこれらの係数を決定する。自由分子流の極限值は Hughes 等¹¹⁾の理論モデルから得られ、連続流極限值は1とする。

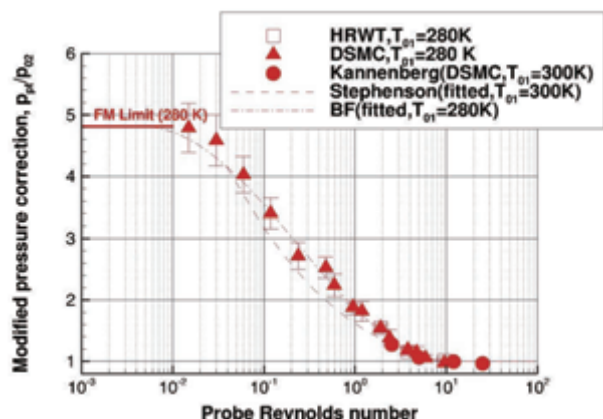


図 7 HRWT 計測, DSMC 数値解析, モデル(BF と対数補正モデル)のピトー圧レイノルズ数依存性の比較。

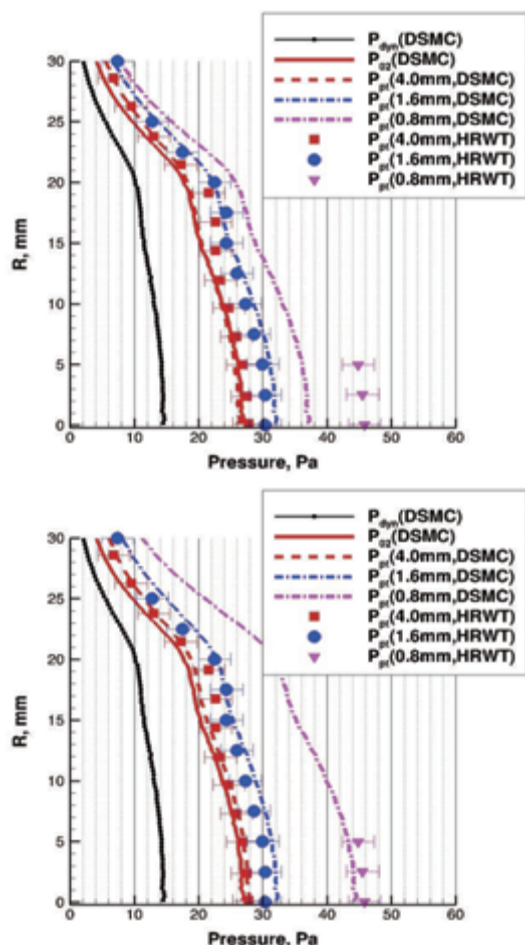


図 8 HRWT 試験気流圧力分布の計測結果と解析結果の比較：対数補正モデル(上), BF モデル(下)。

図 7 において HRWT, DSMC, Stephenson データを用いた対数補正モデル, BF モデルの間で非加熱気流の場合の希薄効果を比較する。非加熱気流の場合, パラメータ A, B はそれぞれ 0.199, 0.213, パラメータ a, b はそれぞれ 0.342, 0.146 の値が得られた。図より BF モデルは, マッハ数 10 以上の HRWT 計測結果と DSMC 計算結果により得られる希薄効果を, 連続流から自由分子流領域までの幅広い領域において良く表現していることがわかる。一方, Stephenson のデータより得られた従来の対数補正モデルは連続流近傍では希薄効果を良く表現できるが, 高クヌーセン数領域では表現できない。これらの解析を踏まえ, HRWT におけるピトー圧希薄補正には BF モデル

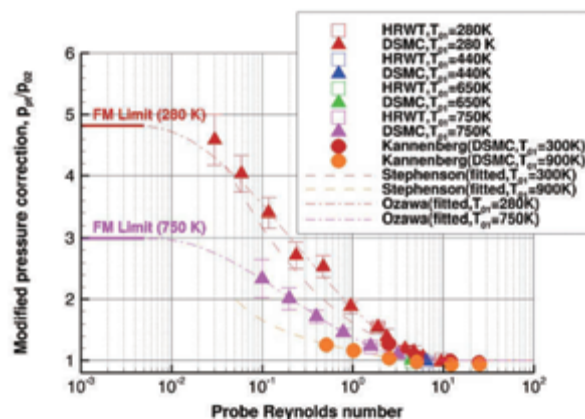


図 9 ピトー圧の淀み温度・レイノルズ数依存性の比較。

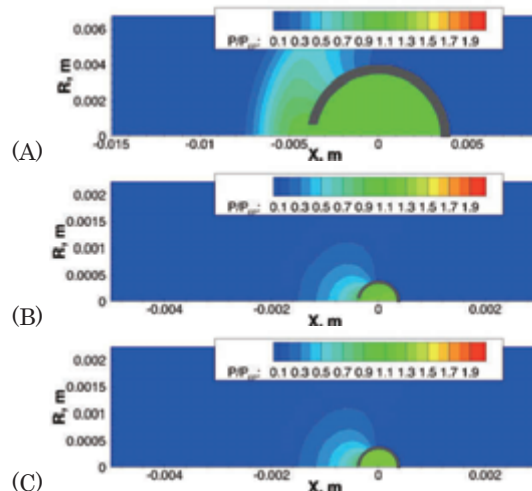


図 10 Patterson 型プローブ周りの圧力比(p/p_{02})分布の比較：プローブ A(上), B(中), C(下)。

を適用し, 半径方向のピトー圧分布を解析結果(DSMC+BF モデル)と HRWT 計測結果と比較する。その結果を図 8 に示す。図に見られるように従来の対数補正モデルを用いた解析結果は, ピトー管 C のケースで計測結果と一致しなかったが, BF モデルを用いた場合, 3 ケースすべてにおいて圧力分布は計測結果とそれぞれ良い一致を示している。ピトー管 A の圧力分布は, p_{02} の分布とほぼ一致しており, 連続流に近いことがわかる。一方, ピトー管 C の場合, ピトー圧は p_{02} よりも 60%以上高い値になっているため, ピトー圧計測において希薄効果を考慮することが必要不可欠であり, DSMC+BF モデルを用いることによってその効果を評価できることが判明した。

次に, 気流を加熱した淀み温度 750 K の場合の希薄効果を図 9 に示す。DSMC 数値解析で得られた BF モデルのパラメータ a, b はそれぞれ 0.357, 0.160 である。加熱した場合, 希薄効果による圧力比は非加熱の場合と比べて小さくなり, 自由分子流領域において約 3.0 である。また, 本ケースにおいても BF モデルを用いることにより全領域において希薄効果を評価できることがわかった。

4. 2. Patterson 型プローブ解析

HRWT の気流環境における Patterson 型プローブによる高クヌーセン数領域計測の可能性について, DSMC 数値解析により検証した。数値解析では, スリット長がスリット幅に比べて十分に長く, またプローブのスリットと一様流の迎角が 0° と仮定した。一様流の温度, 速度はそれぞれ HRWT 試験部の値(11.4 K, 747.5 m/s)を用い, 数

密度を変化させることによりレイノルズ数依存性を評価した。また、プローブ表面の温度は 290 K と仮定した。プローブはスリット幅がそれぞれ 1.4, 0.14, 0.05 mm の 3 種類使用した(図 4 参照)。図 10 に HRWT 試験部の気流条件における 3 種類の Patterson プロブ周りの流れ場の比較を示す。プローブ A ではプローブ前方に弱衝撃波が生じ、プローブ前方の温度は 300 K 以上となる。プローブ B と C を比較した場合、流れ場に大きな相違はなく、プローブ前方において圧力が緩やかに上昇する。HRWT 試験部の条件ではプローブ圧力はそれぞれ 30 Pa 程度まで上昇するため、計測可能な範囲と考えられる。迎角 0° の自由分子流領域におけるオリフィスプローブ圧(p_o)は、流れ場の速度分布関数が平衡と仮定した場合、速度比 s を用いて下記の式で評価することができる¹²⁾。

$$\frac{p_o}{p_1} \sqrt{\frac{T_1}{T_o}} = e^{-s^2} + s\sqrt{\pi} [1 + \text{erf}(s)] \quad (5)$$

HRWT 試験部の条件では $p_o(\text{FM})$ は約 29 Pa であり、DSMC 数値解析の結果とほぼ一致している。

次に、流れ場の数密度を変化させ、プローブ圧のレイノルズ数依存性を評価した。その結果を図 11 に示す。レイノルズ数が小さくなり、自由分子流に近づくほどプローブ圧は小さくなる。また、スリット幅が小さいほどプローブ圧のレイノルズ数依存性は高いことが解る。さらに、DSMC 数値解析によるプローブ圧を自由分子流のプローブ圧理論値と比較した結果、プローブ A, B に関してはレイノルズ数が 5 以下において理論値との差は最大で 15% 程度であり、レイノルズ数が小さくなるほどその差も小さくなる。プローブ C に関しては、15~25% 程度数値解析結果の方が理論値よりも高いプローブ圧を予測している。この原因としては、アスペクト比(スリット幅/壁厚)が 0.5 と小さいことが原因と考えられる。これらの結果を踏まえると、HRWT では Patterson 型プローブの使用により自由分子流の理論値との比較が可能であることがわかる。また、レイノルズ数の特定に関してはスリット幅が小さい方が望ましいが、アスペクト比に留意する必要がある。

5. おわりに

本研究では、まずピトー圧計測及びピトー管周りの流れ場数値解析により極超音速希薄風洞(HRWT)の気流特性評価を行った。極超音速希薄領域($M>10$)におけるピトー圧希薄効果を検証し、連続流から自由分子流領域まで適用可能な BF 関数を用いたピトー圧希薄補正モデルを確立した。次に、Patterson 型プローブの DSMC 数値解析を行い、HRWT 気流条件において自由分子流のプローブ圧理論値との一致性を検証した。その結果、スリット幅 1.4 mm 以下においてレイノルズ数評価が可能であることが判明した。

今後は、まず Patterson 型プローブ圧のアスペクト比依存性・迎角依存性を評価し、次にアルミ箔等を使用したスリット幅が可変な Patterson 型プローブを製作し、計測結果と解析結果を比較検証する予定である。

謝辞

本研究は科研費(15K06611)の助成を受けたものである。

参考文献

- 1) Bird, G. A., Molecular Gas Dynamics and the Direct Simulation of Gas Flows, Clarendon, Oxford, England, U.K., 1994.

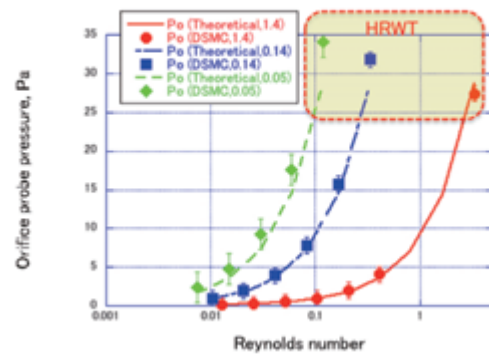


図 11: Patterson 型プローブによる圧力のレイノルズ数依存性の比較。

- 2) Fujita, K., Inatani, Y., and Hiraki, K., "Attitude Stability of Blunt-Body Capsules in Hypersonic Rarefied Regime," *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 41, No. 6, 2004, pp. 925-931.
- 3) Ozawa, T., Takayanagi, H., Suzuki, T., and Fujita, K., "Analysis of Rarefied Aerodynamic Effects for Mars Entry Missions," AIAA Paper 2012-3101, 43rd AIAA Thermophysics Conference, New Orleans, Louisiana, June 25-28, 2012.
- 4) Fujita, K. and Noda, A., "Rarefied Aerodynamics of a Super Low Altitude Test Satellite," AIAA Paper 2009-3606, 2009.
- 5) Fujita, K., Suzuki, T. and Ozawa, T., "Development of a Pilot Model of Hypersonic Rarefied Wind-Tunnel," 27th International Symposium on Rarefied Gas Dynamics, *AIP Conference Proceedings*, edited by D. A. Levin, I. J. Wysong, and A. L. Garcia, Vol. 1333, pp. 407-412, 2011.
- 6) Ozawa, T., Fujita, K., and Suzuki, T., "Development of an Aerodynamic Measurement System for Hypersonic Rarefied Flows," *Review of Scientific Instruments*, Vol. 86, No. 1, 2015, 015105.
- 7) Ozawa, T., Suzuki, T., and Fujita, K., "Aerodynamic Measurements and Computational Analyses in Hypersonic Rarefied Flows," *AIAA Journal*, 2015 (in press).
- 8) Borgnakke, C. and Larsen, P. S., "Statistical Collision Model for Monte Carlo Simulation of Polyatomic Gas Mixture," *Journal of Computational Physics*, Vol. 18, No. 4, 1975, pp. 405-420.
- 9) Stephenson, W. B., "Use of the Pitot Tube in Very Low Density Flows," AEDC-TR-81-11, Arnold, AFS, TN, Oct. 1981.
- 10) Kannenberg, K. C. and Boyd, I. D., "Monte Carlo Computation of Rarefied Supersonic Flow into a Pitot Probe," *AIAA Journal*, Vol. 34, No. 1, 1996, pp. 83-88.
- 11) Hughes, P. C. and deLeeuw, J. H., "Theory for the Free Molecule Impact Probe at an Angle of Attack," 4th International Symposium on Rarefied Gas Dynamics: Toronto, Canada, July 1964, edited by J. H. deLeeuw, Vol. 1, Academic, New York, 1965, pp. 653-676.
- 12) Enkenhus, K. R., Harris, E. L., and Patterson, G. N., "Pressure Probes in Free Molecule Flow," UTIA Report No. 62, June, 1959.

Weighted Compact Nonlinear Scheme における 中心差分および低散逸な重みの適用

神谷朋宏¹, 朝原誠², 野々村拓³
¹青学大院, ²青学大, ³宇宙機構宇宙研

Application of Central Differencing and Low Dissipation Weights in Weighted Compact Nonlinear Scheme

by
Tomohiro Kamiya, Makoto Asahara and Taku Nonomura

ABSTRACT

This paper proposes WCNSCUZ which is adapted central difference and low dissipative weights to refer concepts of WENOCU and WENO-Z. WCNSCUZ is high resolution because interpolation of this scheme is applied central stencil constructed by upwind stencils and downwind stencil. Smoothness indicator of downwind stencil is obtained from central stencil, in order to solve discontinuity stable. Moreover, interpolation of 6th order WCNSCUZ completes enough accuracy in smooth region by using low dissipative weights. 6th order WCNSCUZ implemented robust linear difference formulation, resolution and robustness of this scheme were evaluated. These evaluations showed that WCNSCUZ achieves high resolution than 7th order classical robust WCNS and can give crisp result about discontinuity. However, present study has not enough evaluation about robustness of WCNSCUZ by variable interpolation.

1. はじめに

圧縮性流れを高次で計算する解析手法として重み付き平均を用いた Weighted essentially non-oscillatory (WENO) Scheme¹⁾が注目され、様々な解析に用いられている。近年では、デトネーションのような圧縮性反応流の解析にも使用され、詳細な波面構造の理解に寄与している。また、本研究グループでは、Weighted Compact Nonlinear Scheme (WCNS)²⁻⁴⁾を用いたデトネーションの解析を行い、デトネーション波面に見られる渦構造を高解像度で示し、流体力学的不安定性がデトネーション波面に擾乱を与えることを明らかにした。しかしながら、WENO や WCNS に代表される高次精度スキームは、風上型のステンシルから構築されているため、不連続面のみならず滑らかな領域においても散逸的であり、計算時間に見合った十分な解像度を得ることはできない。

過去の研究において、WENO には様々な改良が施されたが、その中でも本稿では解像度を向上するために施された①重みの改良と②中心差分の導入の2つに注目した。まず、重みの高次精度化を施すことで、オリジナルの WENO より低散逸なスキームを実現した。Henrick et al.⁵⁾は5次精度 WENO¹⁾が5次精度となる重みに関する条件を導き、オリジナルの重みでは臨界点において5次精度とならないことを指摘した。さらに、彼らは精度を保つための条件を達成する重みを用いた WENO-M⁶⁾を提案し、そのスキームがオリジナル WENO よりも低散逸となることを示した。しかし、WENO-M の重みは算出量が多く、計算に時間がかかる。Borges et al.⁶⁾はオリジナル WENO の smoothness indicator を用いて、簡単に高次精度な smoothness indicator を構築することで、算出量が少ないながらもオリジナル WENO より低散逸な WENO-Z を提案した。

中心差分を導入することで、オリジナル WENO より低散逸なスキームが提案されてきた。Hu et al.⁷⁾は、中心差分を構築するために風下サブステンシルを導入した。また、その風下サブステンシルの smoothness indicator をステンシル全体から計算することで、滑らかな領域では中心差分型、不連続面では風上型となる WENOCU を提案し、最適重みへの寄与を大きくするパラメータを加えた WENO-Z の重みの定式から得られる重みを用いた。さらに、解像度評価結果からスキームが非常に低散逸であることを示した。また、Fan et al.⁸⁾は Lagrange 補間の多項式を用いて smoothness

indicator を構築することで、オリジナル WENO の smoothness indicator より簡単に smoothness indicator を定義した。

WCNS は WENO と比較し、解像度が高い^{2,4)}、さまざまな流束評価法が使用可能²⁾、曲線座標系において一様流保持が可能⁹⁾といった利点がある。これらの特徴の多くは WCNS の非線形補間が変数補間に適用可能であることに起因する。WENO と WCNS の重みの制御およびステンシルの取り扱いが同様であるため、WENO-Z で用いられる重み付き平均および WENOCU での中心差分の取り扱いは WCNS の非線形補間に適用可能であると考えられ、WCNS の利点を保持した高解像度なスキームが構築できると予想される。この新しい WCNS は住と黒滝¹⁰⁾によって試行されているが、彼らの論文では詳細な実装方法や一般的な問題における様々なスキームの比較は行われていない。

そこで本研究では住と黒滝が利用しているように WENO-Z で用いられる重み付き平均および WENOCU での中心差分の取り扱いを WCNS の非線形補間に適用させた新しい高次精度スキームである、WCNSCU6Z の定式化を示し、その解像度評価を行う。この際に住と黒滝の実装とは異なり、重みを計算する際に単純な WCNS 型 (Fan et al.⁸⁾と同様の smoothness indicator を用いた実装とした。また、一般的な WENO との比較を行うため、基本的に WENO 法で一般的な Lax Friedrich 流束分割法を用いて比較し、住と黒滝らが実装した WCNS で一般的な変数補間タイプに関してはその効果を見るため1ケースのみ変数補間タイプで解像度を評価した。

2. 数値解析手法

2. 1. 5次精度 WCNS の非線形補間

本節ではWCNSの非線形補間について流束補間ベースで、1次元の移流方程式

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} f(u) = 0 \quad (1)$$

を用いて述べる。移流速度は df/du で示され、正であるとし、 $x_j = j\Delta x$ とし式(1)を空間について離散化する。ここで、 Δx は格子幅を示し、 $u(x_j) = u_j$, $f(x_j) = f_j$ と表記する。5次精度WCNSは図1で示されるように風上型ステンシル S_0 を3つの風上型サブステンシル S_0 , S_1 , S_2 に分割し、それぞれにおいて数

値流束を導出する．サブステンシル S_k における数値流束を $\tilde{f}_{k,j+1/2}$ と表記する．Lagrange補間を用いることで

$$\begin{aligned}\tilde{f}_{0,j+1/2} &= \frac{3}{8}f_{j-2} - \frac{5}{4}f_{j-1} + \frac{15}{8}f_j \\ \tilde{f}_{1,j+1/2} &= -\frac{1}{8}f_{j-1} + \frac{3}{4}f_j + \frac{3}{8}f_{j+1} \\ \tilde{f}_{2,j+1/2} &= \frac{3}{8}f_j + \frac{3}{4}f_{j+1} - \frac{1}{8}f_{j+2}\end{aligned}\quad (2)$$

と数値流束を得る．式(2)についてテイラー展開すると

$$\tilde{f}_{k,j+1/2} = f_{j+1/2} + A_k \Delta x^3 + O(\Delta x^4) \quad (3)$$

のように表すことができる．ここで A_k は Δx とは独立している．セル境界における数値流束 $\tilde{f}_{j+1/2}$ は、それぞれのサブステンシルにおいて導出された数値流束 $\tilde{f}_{k,j+1/2}$ に非線形重み w_k を用いた凸結合を施すことで

$$\tilde{f}_{j+1/2} = \sum_{k=0}^2 w_k \tilde{f}_{k,j+1/2} \quad (4)$$

と導出される．式(4)の重み w_k に関してオリジナルのWCNSでは

$$w_k = \frac{\alpha_k}{\sum_{k=0}^2 \alpha_k}, \quad \alpha_k = \frac{d_k}{(IS_k + \varepsilon)^p} \quad (5)$$

で定義される．ここで、 ε はゼロ割防止に用いられる小さな数であり、 $p=2$ とし、式(5)の中の IS はsmoothness indicatorを示す．本稿ではDeng and Zhang²⁾によってオリジナルのWCNSに使われて、かつFan et al.⁸⁾が通常のWENOでも利用できることを示したLagrange補間の多項式を基にしたsmoothness indicatorを用いる．これは r 点で構成されたステンシル $S_{j,r} = \{x_j, x_{j+1}, \dots, x_{j+r-1}\}$ の場合

$$IS = \sum_{m=1}^{r-1} [\Delta x^m P_{j,r}^{(m)}(x_j)]^2 \quad (6)$$

で示される．ここで、括弧付き上付き添え字 (m) は m 階の導関数を表し、 $P_{j,r}$ はステンシル $S_{j,r}$ におけるラグランジュ補間の多項式

$$P_{j,r}(x) = \sum_{i=0}^{r-1} f_{j+i} \prod_{l=0, l \neq i}^{r-1} \frac{x - x_{j+l}}{x_{j+i} - x_{j+l}} \quad (7)$$

を示している．したがって、各サブステンシル S_0, S_1, S_2 におけるsmoothness indicatorは

$$\begin{aligned}IS_0 &= \frac{1}{4}(f_{j-2} - 4f_{j-1} + 3f_j)^2 + (f_{j-2} - 2f_{j-1} + f_j)^2 \\ IS_1 &= \frac{1}{4}(f_{j-1} - f_{j+1})^2 + (f_{j-1} - 2f_j + f_{j+1})^2 \\ IS_2 &= \frac{1}{4}(3f_j - 4f_{j+1} + f_{j+2})^2 + (f_j - 2f_{j+1} + f_{j+2})^2\end{aligned}\quad (8)$$

となる．また、式(5)の d_k は最適重みを示し、5次精度の場合 $d_0=1/16, d_1=10/16, d_2=5/16$ となる．各サブステンシルで導出された数値流束を最適重みにより

$$\tilde{f}_{j+1/2} = \sum_{k=0}^2 d_k \tilde{f}_{k,j+1/2} \quad (9)$$

と結合したときに得られる数値流束 $\tilde{f}_{j+1/2}$ は風上型ステンシル S_U でLagrange補間をした数値流束に等しくなる．

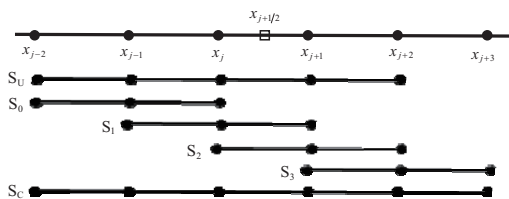


Fig. 1. Computational uniform grid and stencils. S_U is the five-points upwind stencil, S_0, S_1 , and S_2 are upwind three-points sub-stencils, S_3 is downwind three-points sub-stencils and S_C is the six-points central stencil.

2. 2. 6次精度陽的線形差分スキーム

線形差分スキームによって式(1)の $\partial f / \partial x$ を計算する．オリジナルWCNSの線形差分は

$$\begin{aligned}\frac{\partial f}{\partial x} &= \frac{75}{64\Delta x}(\tilde{f}_{j+1/2} - \tilde{f}_{j-1/2}) - \frac{25}{384\Delta x}(\tilde{f}_{j+3/2} - \tilde{f}_{j-3/2}) \\ &\quad + \frac{3}{640\Delta x}(\tilde{f}_{j+5/2} - \tilde{f}_{j-5/2}) + O(\Delta x^6)\end{aligned}\quad (10)$$

である．式(10)の線形差分は計算が破綻しやすいという欠点がある．そのためノードの値を用いた堅牢な線形差分スキーム¹¹⁾

$$\begin{aligned}\frac{\partial f}{\partial x} &= \frac{3}{2\Delta x}(\tilde{f}_{j+1/2} - \tilde{f}_{j-1/2}) - \frac{3}{10\Delta x}(f_{j+1} - f_{j-1}) \\ &\quad + \frac{1}{30\Delta x}(\tilde{f}_{j+3/2} - \tilde{f}_{j-3/2}) + O(\Delta x^6)\end{aligned}\quad (11)$$

が過去に提案された．式(11)を用いることで式(10)では解くことができない、強い衝撃波を解析することが可能となった．

2. 3. 6点ステンシルにおける6次精度補間

図1の中心ステンシル S_C においてLagrange補間を

$$\begin{aligned}\tilde{f}_{j+1/2} &= \frac{1}{256}(3f_{j-2} - 25f_{j-1} + 150f_j + 150f_{j+1} - 25f_{j+2} + 3f_{j+3}) \\ &= f_{j+1/2} + O(\Delta x^6)\end{aligned}\quad (12)$$

と施すことで、最適6次精度の数値流束を算出することができる．

2. 4. 風下ステンシルの適用

Hu et al.⁷⁾に倣い、中心差分型ステンシル S_C をサブステンシルに分割するために、風下型ステンシル S_3 を追加した．風下型ステンシルにおいてLagrange補間の多項式を用い

$$\tilde{f}_{3,j+1/2} = \frac{15}{8}f_{j+1} - \frac{5}{4}f_{j+2} + \frac{3}{8}f_{j+3} \quad (13)$$

のように外挿することで数値流束を得る．式(13)も式(2)と同様に式(3)のように示すことができる．ここで、オリジナルWCNS同様に非線形重みを用い、

$$\tilde{f}_{j+1/2} = \sum_{k=0}^3 w_k \tilde{f}_{k,j+1/2} \quad (14)$$

と凸結合を施し数値流束を導出する．また、 w_3 を決定するsmoothness indicatorに関してはステンシル S_3 を用いるかわりに S_C を用い

$$\begin{aligned}IS_3 &= IS_C = \sum_{m=1}^5 [\Delta x^m P_{j-2,6}^{(m)}(x_j)]^2 \\ &= \left(\frac{1}{20}f_{j-2} - \frac{1}{2}f_{j-1} - \frac{1}{3}f_j + f_{j+1} - \frac{1}{4}f_{j+2} + \frac{1}{30}f_{j+3} \right)^2 \\ &\quad + \left(-\frac{1}{12}f_{j-2} + \frac{4}{3}f_{j-1} - \frac{5}{2}f_j + \frac{4}{3}f_{j+1} - \frac{1}{12}f_{j+2} \right)^2 \\ &\quad + \left(-\frac{1}{4}f_{j-2} - \frac{1}{4}f_{j-1} + \frac{5}{2}f_j - \frac{7}{2}f_{j+1} + \frac{7}{4}f_{j+2} - \frac{1}{4}f_{j+3} \right)^2 \\ &\quad + (f_{j-2} - 4f_{j-1} + 6f_j - 4f_{j+1} + f_{j+2})^2 \\ &\quad + (-f_{j-2} + 5f_{j-1} - 10f_j + 10f_{j+1} - 5f_{j+2} + f_{j+3})^2\end{aligned}\quad (15)$$

のように得られる．ステンシル S_C に不連続面を含む場合、次の3つの状況が考えられる．

- ① 風上型ステンシル S_0, S_1, S_2 のどれかまたは複数および風下型ステンシル S_3 が不連続面を含む
- ② 風上型ステンシル S_0, S_1, S_2 に不連続面を含み、風下型ステンシル S_3 に不連続面を含まない
- ③ 風上型ステンシル S_0, S_1, S_2 に不連続面を含まず、風下型ステンシル S_3 に不連続面を含む

w_3 を決定する smoothness indicator をステンシル S_3 のかわりに S_C を用いることで上述のどの場合においても風下型ステンシル S_3 を用いて導出した数値流束の重みを小さくすることができ、安定して不連続面を解く事ができると予想される。

2. 5. 重みの高次精度化

本節では Henrick et al.⁵⁾ に倣い WCNSCU において重みと補間精度の関係を導くことで、的確な非線形重みを定義する。本稿ではこれまで、流束補間ベースで記述してきたが、本節では WCNS で一般的な近似 Riemann 解法を用いる変数補間ベースを念頭に考える。近似 Riemann 解法は多種存在し、数値流束の精度は非線形補間の打ち切り誤差と同じ、あるいは、打ち切り誤差より低次である、と考えられるように非線形補間の精度に依存する。そのため、本稿では非線形補間の精度に注目した。式(14)は

$$\begin{aligned}\tilde{f}_{j+1/2} &= \sum_{k=0}^3 d_k \tilde{f}_{k,j+1/2} + \sum_{k=0}^3 (w_k - d_k) \tilde{f}_{k,j+1/2} \\ &= [f_{j+1/2} + O(\Delta x^6)] + \sum_{k=0}^3 (w_k - d_k) \tilde{f}_{k,j+1/2}\end{aligned}\quad (16)$$

と分解することができる。6 次精度で収束するためには青下線を引かれた項が 6 次の誤差項でなければならない。式(16)の青下線が引かれた項に式(3)を代入して展開すると

$$\begin{aligned}\sum_{k=0}^3 (w_k - d_k) \tilde{f}_{k,j+1/2} &= \sum_{k=0}^3 (w_k - d_k) (f_{j+1/2} + A_k \Delta x^3 + O(\Delta x^4)) \\ &= \frac{f_{j+1/2}}{2} \sum_{k=0}^3 (w_k - d_k) + \Delta x^3 \sum_{k=0}^3 A_k (w_k - d_k) \\ &\quad + \sum_{k=0}^3 \left\{ (w_k - d_k) O(\Delta x^4) \right\}\end{aligned}\quad (17)$$

となる。式(17)の第 1 項 (赤下線) が 6 次の誤差以下となる関係は

$$\sum_{k=0}^3 (w_k - d_k) \leq O(\Delta x^6) \quad (18a)$$

であり、第 2 項 (青下線) が 6 次の誤差以下となる関係は

$$w_k - d_k \leq O(\Delta x^3) \quad (18b)$$

である。式(18b)が成り立てば第 3 項 (緑下線) は 6 次の誤差以下の値となる。したがって、式(14)が 6 次精度を達成するためには、式(18a)および式(18b)を同時に満たさなければならない。

ここで、式(5)の非線形重みを本稿で示した新しい WCNS の非線形補間に実装 (式(5)の総和記号の範囲は $k=0$ から $k=3$ となる) したとき式(18a), (18b)を満たすかどうか調べる。式(5)から

$$\sum_{k=0}^3 w_k = \sum_{k=0}^3 d_k = 1 \quad (19)$$

の関係が得られるため、式(18a)を満たす。ここで、式(5)を展開するために smoothness indicator 式(8), (15)をテイラー展開すると

$$\begin{aligned}IS_0 &= (f_j^{(1)} \Delta x)^2 + \left(f_j^{(2)2} - \frac{2}{3} f_j^{(1)} f_j^{(3)} \right) \Delta x^4 \\ &\quad + \left(\frac{1}{2} f_j^{(1)} f_j^{(4)} - 2 f_j^{(2)} f_j^{(3)} \right) \Delta x^5 + O(\Delta x^6) \\ IS_1 &= (f_j^{(1)} \Delta x)^2 + \left(f_j^{(2)2} + \frac{1}{3} f_j^{(1)} f_j^{(3)} \right) \Delta x^4 + O(\Delta x^6) \\ IS_2 &= (f_j^{(1)} \Delta x)^2 + \left(f_j^{(2)2} - \frac{2}{3} f_j^{(1)} f_j^{(3)} \right) \Delta x^4 \\ &\quad - \left(\frac{1}{2} f_j^{(1)} f_j^{(4)} - 2 f_j^{(2)} f_j^{(3)} \right) \Delta x^5 + O(\Delta x^6) \\ IS_3 &= (f_j^{(1)} \Delta x)^2 + (f_j^{(2)} \Delta x^2)^2 + (f_j^{(3)} \Delta x^3)^2 + O(\Delta x^7)\end{aligned}\quad (20)$$

と示され、これらは臨界点を除き

$$IS_k = \{f_j^{(1)} \Delta x\}^2 \{1 + O(\Delta x^2)\} = D \{1 + O(\Delta x^2)\} \quad (21)$$

のように表現することができる。ただし、 D は k から独立した 0 でない定数である。式(5)の $\varepsilon=0$ とし式(21)を代入して展開すると

$$\alpha_k = \frac{d_k}{[D(1 + O(\Delta x^2))]^2} = \frac{d_k}{D^2} (1 + O(\Delta x^2)) \quad (22a)$$

$$\sum_0^3 \alpha_k = \frac{1}{D^2} (1 + O(\Delta x^2)) \quad (22b)$$

が得られる。式(22)の 2 式から

$$w_k - d_k = O(\Delta x^2) \quad (23)$$

が得られる。式(23)は式(18b)を満たさないため、式(5)から重みを導出した場合、式(14)は 6 次精度で収束しない。次に、Hu et al.⁷⁾ が用いた重みを用いた非線形補間の精度を調べる。この重みは Borges et al.⁶⁾ により提案された WENO-Z の重みの定式に最適重みへの寄与を大きくするパラメータ C を加えたものであり、

$$w_k = \frac{\alpha_k}{\sum_{k=0}^3 \alpha_k}, \quad \alpha_k = d_k \left(C + \frac{\tau}{IS_k + \varepsilon} \right) \quad (24)$$

で示される。式(24)のように重みを定義した場合も式(19)が成り立つため、式(18a)は満たす。 $\varepsilon=0$ とし、 $\tau = O(\Delta x^n)$ のとき式(24)の第 2 式括弧内の第 2 項 (赤下線) は

$$\begin{aligned}\frac{\tau}{IS_k} &= \frac{O(\Delta x^n)}{(f_j^{(1)} \Delta x)^2 (1 + O(\Delta x^2))} = O(\Delta x^{n-2}) \frac{1}{1 + O(\Delta x^2)} \\ &= O(\Delta x^{n-2})\end{aligned}\quad (25)$$

と表すことができる。式(24)および式(25)より

$$w_k - d_k = O(\Delta x^{n-2}) \quad (26)$$

の関係が導かれる。式(26)が式(18b)を満たすためには、 $n \geq 5$ であればよい。本研究では Hu et al. に倣い式(18b)を十分満たす

$$\tau = \left| IS_C - \frac{IS_0 + 4IS_1 + IS_2}{6} \right| = O(\Delta x^6) \quad (27)$$

を使用する。式(27)で定義した τ では $n=6$ であり、式(26)に $n=6$ を代入すると式(18b)の条件を満たしていることが容易に確認できる。

ここまで、WENO において施された中心差分の導入および重みの高次精度化を WCNS に適用してきた。ここで、本稿におけるそれぞれのスキームの表記法を述べる。スキーム名 + 精度 + 重みの形式で表記する。スキーム名はオリジナル WCNS およびオリジナル WENO はそのまま、WCNS, WENO であり、Hu et al. が提案した中心差分を適用させた WENO を WENOCU, 本稿で示した中心差分を適用させた WCNS を WCNSCU と表記する。WCNS 系はスキーム名の頭に R をつけた場合、式(11)の堅牢な線形差分を用いたことを表し、スキーム名の末尾に V をつけた場合は、変数補間ベースであることを示す。重みに関しては式(24)で導出した場合 Z と表記し、式(5)を用いて重みを導出した場合特に表記しない。表 1 にいくつか例を示す。

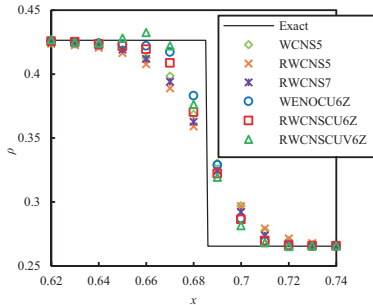
3. 評価

本稿で示した新しい WCNS の解像度と堅牢性をさまざまな検証問題を用い評価した。支配方程式には Euler 方程式

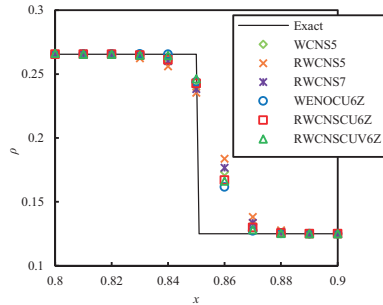
$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial x} = 0, \quad \mathbf{Q} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ e \end{pmatrix}, \quad \mathbf{E} = \begin{pmatrix} \rho u \\ p + \rho u^2 \\ (e + p)u \end{pmatrix} \quad (28)$$

Table 1. The notation of some schemes.

Notation	Scheme name	Accuracy	Weights	Interpolated quantity	Different scheme
WCNS5	WCNS	5	Eq. (5)	Flux	Eq. (10)
RWCNS5	WCNS	5	Eq. (5)	Flux	Eq. (11)
WENO6Z	WENO6Z	6	Eq. (24)	Flux	—
WCNSCU6Z	WCNSCU	6	Eq. (24)	Flux	Eq. (10)
RWCNSCU6Z	WCNSCU	6	Eq. (24)	Variable	Eq. (11)



(a) Contact surface



(b) Shock wave

Fig. 2. The density profiles of Sod problem on a 101 points grid.

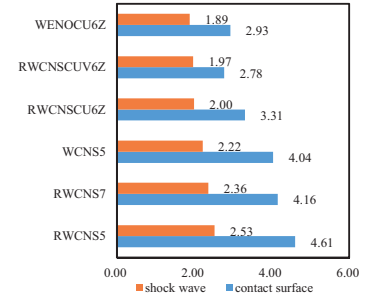


Fig. 3. Quantitative evaluation of Sod problem.

および理想気体の状態方程式

$$\rho e = \frac{1}{\gamma - 1} p + \frac{1}{2} \rho u^2 \quad (29)$$

を使用した。ここで、 ρ は密度、 u は流速、 p は圧力、 e は単位体積あたりの全エネルギーを示す。数値解析手法は時間積分には3次精度 SSPRK^[12]を用いた。Roe平均によりセル境界における物理量を評価し、差分 WENO 法で一般に用いられる Lax-Friedrich flux splitting を用いて流束を分離する。本稿では WCNS5, RWCNS5, RWCNS7, WENO6Z, RWCNSCU6Z, RWCNSCUV6Z を比較した。RWCNSCUV6Z の流束評価法には AUSMDV スキーム^[13]を用いた。重みを導出する際の各パラメータは式(5)の場合 $\varepsilon=10^{-6}$, $p=2$ を用い、式(24)の場合では $\varepsilon=10^{-40}$, $C=20$ を使用した。時間刻みはすべての問題で CFL=0.6 となるように決定した。

3. 1. Sod 問題

衝撃波管問題である Sod 問題^[14]を用いて不連続面の捕捉性能を評価した。Sod 問題の初期値は

$$(\rho, u, p) = \begin{cases} (1, 0, 1) & \text{if } 0 < x < 0.5 \\ (0.125, 0, 0.1) & \text{if } 0.5 < x < 1 \end{cases} \quad (30)$$

で示され、格子点数 101 点とし、 $t=0.2$ まで解析した。図 2 に解析結果の密度分布を示す。図の(a)は接触面近傍を、(b)は衝撃波近傍を拡大したグラフである。RWCNSCUV6Z は接触面においてオーバーシュートが発生している。他のスキームは安定して不連続面を捉えている。ここで Nonomura et al.^[11]に倣い不連続面の厚さに注目し、不連続面を定量的に評価した。この定量的評価法は値が小さいほど不連続面を薄く捉えていることを意味し、高解像度であることを示す。定量的評価結果を図 3 に示す。WENO6Z, RWCNSCU6Z および RWCNSCUV6Z の定量的評価値が小さいことから、中心差分の適用および重みの高次精度化を施したスキームは高解像度であるといえる。本稿で示した、RWCNSCU6Z および RWCNSCUV6Z は WENO6Z より低解像度であることも確認できる。

3. 2. 高周波問題

Shu-Osher 問題^[16]を用いてスキームの散逸誤差の大きさを比較する。この問題の初期値は

$$(\rho, u, p) = \begin{cases} (3.857, 2.629, 10.333) & \text{if } 0 < x < 1 \\ (1 + 0.2 \sin(5x), 0, 1) & \text{if } 1 < x < 10 \end{cases} \quad (31)$$

のように与えられ、衝撃波後方に激しく密度が変化する領域が発生する。その高周波に対し各スキームの散逸性を比較する。格子点数は 201 点とし、 $t=1.8$ まで解析した。解析結果の密度分布を図 4 に示す。その際、衝撃波後方の激しく密度が変化する領域を拡大して示す。また、WCNS5 を用い格子点数 10001 点で準厳密解を計算した。図から WCNS5 および RWCNS5 が高周波を捉えることができていないが、RWCNS7, WENO6Z, RWCNSCU6Z および RWCNSCUV6Z は高周波を捉えている。さらに RWCNS7 より WENO6Z, RWCNSCU6Z および RWCNSCUV6Z のほうが低散逸であることが確認できる。したがって、中心差分の適用および重みの高次精度化を施したスキームは高解像度であるといえる。

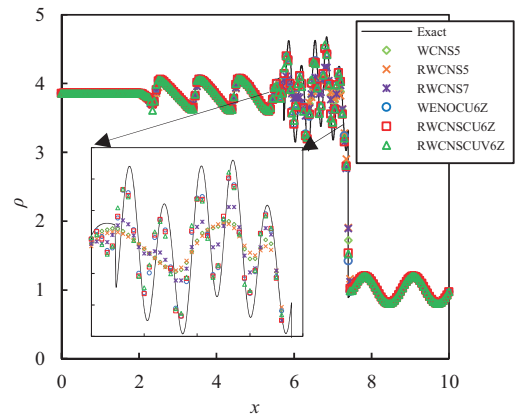


Fig. 4. The density profiles of Shu-Osher problem on a 201 points grid.

3. 3. 厳しい衝撃波問題

堅牢性の評価を行うために、強い衝撃波が生じる条件を課した。初期値^[11]は

$$(\rho, u, p) = \begin{cases} (1, 0, 0.1PR) & \text{if } 0 < x < 0.5 \\ (1, 0, 0.1) & \text{if } 0.5 < x < 1 \end{cases} \quad (32)$$

で与えられ、時間 100 ステップ以内に計算が破綻しないかどうかを調べる。格子点数は 101 点で、圧力比 $PR=10, 100, 1000, 10000, 100000$ の場合で解析した。解析結果を

表 2 にまとめる。○は問題なく計算できた条件、×は計算が途中で破綻してしまった条件を示している。表 2 より堅牢な線形差分 (式(11)) を用いたスキームはすべての条件において計算できたことがわかる。したがって、堅牢な線形差分を用いることで新しい WCNS は大きな圧力比が存在する条件下において計算可能であると考えられる。

Table 2. Computation of stiff shock tube problems. A circle denotes that the problem is solved without a blow-up and across denotes that the computation has blown up.

PR	10	100	1000	10000	100000
WCNS5	○	×	×	×	×
WENOCU6Z	○	○	○	○	○
RWCNS5	○	○	○	○	○
RWCNS7	○	○	○	○	○
RWCNSCU6Z	○	○	○	○	○
RWCNSCUV6Z	○	○	○	○	○

3. 4. Rayleigh-Taylor instability 問題

この問題は 2 次元においてスキームの散逸性を評価する問題である。初期値は

$$(\rho, u, v, p) = \begin{cases} \left(2, 0, -0.025 \sqrt{\frac{5p}{3\rho}} \cos(8\pi x), 2y+1 \right), & \text{if } 0 < y < \frac{1}{2} \\ \left(1, 0, -0.025 \sqrt{\frac{5p}{3\rho}} \cos(8\pi x), y + \frac{3}{2} \right), & \text{if } \frac{1}{2} < y < 1 \end{cases} \quad (33)$$

$$0 \leq x \leq 0.25, 0 \leq y \leq 1$$

で与えられる。左右に仮想格子点を用い滑りあり反射壁条件を課した。\$t=1.95\$ まで解析し、格子点数は \$121 \times 480\$ で解析した。図 5 に解析結果の密度分布を示す。図から WCNS5, RWCNS5, RWCNS7 に比べ、WENOCU6Z, RWCNSCU6Z, RWCNSCUV6Z は詳細に渦を捉えているため、WENOCU6Z, RWCNSCU6Z, RWCNSCUV6Z は低散逸であるといえる。ここで、Hu et al. の中心差分タイプのスキーム⁷⁾は非対称が現れているが、これらのスキームの結果は非対称が現れやすいことが知られている¹⁷⁾。ここでは議論しないが別途非対称が出にくくなる実装も提案されており、これを利用することで非対称性を抑えられると考えられる。

3. 5. Double Mach reflection 問題

Woodward and Colella¹⁸⁾による Double Mach reflection 問題を考える。この問題は比較的厳しい条件であるため堅牢性に関しても評価する。初期値は

$$(\rho, u, v, p) = \begin{cases} (8, 8.25 \cos(\pi/6), -8.25 \sin(\pi/6), 116.5), & \text{if } x < 1/6 + y/\sqrt{3} \\ (1.4, 0, 0, 1.0), & \text{if } x > 1/6 + y/\sqrt{3} \end{cases} \quad (34)$$

$$0 \leq x \leq 4, 0 \leq y \leq 1$$

で与えられる。上側の境界条件には衝撃波の動きに合わせて厳密解を与え、下側 (\$x>1/6\$) は仮想格子点を用い滑りあり反射壁を課した。また、この問題は強い衝撃波を伴うため、WCNSCU を用い変数に非線形補間を施すと負圧が発生し計算が破綻するといった問題が生じた。そこで、本研究では当問題においてのみ RWCNSCUV6Z の非線形補間において負密度および負圧が発生した場合 1 次精度でセル境界における変数を求める。格子点数 \$960 \times 240\$ で、\$t=0.2\$ まで解析した。図 6 は計算結果の密度分布を \$2 \leq x \leq 3, 0 \leq y \leq 0.5\$ の領域を拡大して示す。図から WENOCU6Z, RWCNSCU6Z および RWCNSCUV6Z は滑り線における渦を捉えることができ低散逸であるといえる。また、堅牢性について考えると、WCNS5 では計算が破綻した。RWCNSCUV6Z は非線形補間後に負圧が発生することが原因で計算が破綻した。図 6 の計算結果は上述したように負圧、負密度発生時に 1 次精度内挿にした場合の結果であり、そのような、修正を施すことで RWCNSCUV6Z は安定して計算することができた。

4. 結論

本稿で、WENO で提案された解像度を高くする手法である WENO-Z および WENOCU を WCNS に適用し、RWCNSCU6Z を提案した。高次精度の重みを適用することで滑らかな領域において非線形補間が 6 次精度であることを確認した。Euler 方程式を用いた数値検証においては堅牢な線形差分と組み合わせた RWCNSCU6Z および変数補間ベースの RWCNSCUV6Z の解像度と堅牢性を評価した。これらのスキームはほとんどの場合で安定して不連続面を捉えることができ、WCNS5, RWCNS5 だけではなく RWCNS7 よりも低散逸である。RWCNSCUV6Z では非線形補間後に負圧が発生するときがあり、その場合は補間値を修正する必要がある。

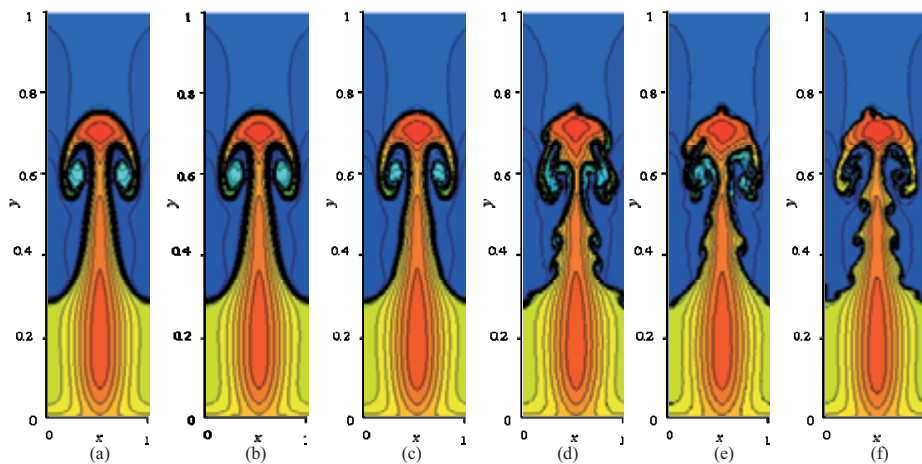


Fig. 5. Density profiles of the Rayleigh-Taylor instability problem. The mesh resolutions are \$121 \times 480\$. (a) WCNS5, (b) RWCNS5, (c) RWCNS7, (d) WENOCU6Z, (e) RWCNSCU6Z, and (f) RWCNSCUV6Z.

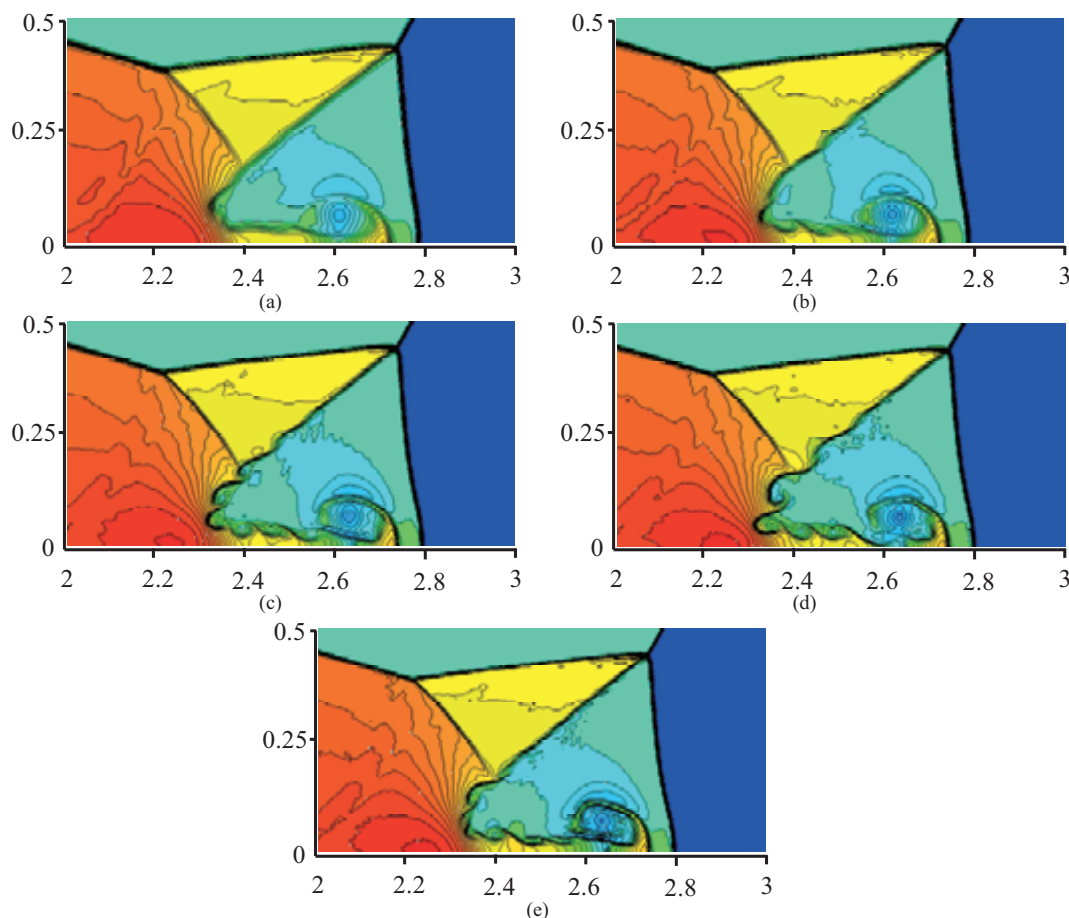


Fig. 6. Density profiles of the double Mach reflection problem. The mesh resolutions are 960×240 . (a) RWCNS5, (b) RWCNS7, (c) WENO6Z, (d) RWCNS6Z, and (e) RWCNS6Z.

参考文献

- 1) Jiang, G.S., Shu, C.W., Efficient Implementation of Weighted ENO Schemes, *J. Comput. Phys.*, 126, 1996, pp. 200-228.
- 2) Deng, X.G., Zhang, H., Developing High-order Weighted Compact Nonlinear Schemes, *J. Comput. Phys.*, 165, 2000, pp. 22-44.
- 3) Nonomura, T., Iizuka, N., Fuji, K., Effects of difference scheme type in high-order weighted compact nonlinear schemes, *J. Comput. Phys.*, 228, 2009, pp. 3533-3539.
- 4) Zang, S., Jiang, S., Shu, C.W., Development of Nonlinear Weighted Compact Schemes with Increasingly Higher Order Accuracy, *J. Comput. Phys.*, 227, 2008, pp. 7294-7321.
- 5) Henrick, A.K., Aslam, T.D., Powers J.M., Mapped weighted essentially non-oscillatory schemes: Achieving optimal order near critical points, *J. Comput. Phys.*, 207, 2005, pp. 542-567.
- 6) Borges, R., Carmona, M., Coasta, B., Dan, W.S., An improved weighted essentially non-oscillatory scheme for hyperbolic conservation laws, *J. Comput. Phys.*, 227, 2008, pp. 3197-3211.
- 7) Hu, X.Y., Wang, Q., Adams, N.A., An adaptive central-upwind weighted essentially non-oscillatory scheme, *J. Comput. Phys.*, 229, 2010, pp. 8952-8965.
- 8) Fan, P., Shen, Y., Tian, B., Yang, C., A new smoothness indicator for improving the weighted essentially non-oscillatory scheme, *J. Comput. Phys.*, 269, 2014, pp. 329-354.
- 9) Nonomura, T., Iizuka, N., Fuji, K., Freestream and Vortex Preservation Properties of High-order WENO and WCNS on Curvilinear Grids, *Comput Fluid*, 39, 2010, pp. 197-214.
- 10) 住, 黒滝, 重み付きコンパクトスキームの堅牢性および解像度向上への試み, 第27回数値流体力学シンポジウム, 2013.
- 11) Nonomura, T., Fuji, K., Robust explicit formulation of weighted compact nonlinear scheme, *Comput. Fluid*, 85, 2013, pp. 8-18.
- 12) Gottlieb, S., Shu, C.W., Tadmor, E., Strong Stability-Preserving High-Order Time Discretization Methods, *Siam Review*, 43, 2001, pp. 89-112.
- 13) Wada, Y., Lion, M.S., A Flux Splitting Scheme With High-Resolution and Robustness for Discontinuities, *AIAA Paper*, 94-0083, 1994.
- 14) Sod, G.A., A Survey of Several Finite Difference Methods for Systems of Nonlinear Hyperbolic Conservation Laws, *J. Comput. Phys.*, 27, 1978, pp. 1-31.
- 15) Lax, P.D., Weak solutions of Nonlinear Hyperbolic Equations and Their Numerical Computation, *Comm. Pure Appl. Math.*, 7, 1954, pp. 159-193.
- 16) Shu, C.W., Osher S., Efficient implementation of essentially non-oscillatory shock-capturing schemes II, *J. Comput. Phys.*, 83, 1989, pp. 32-78.
- 17) Jung, C.Y., Nguyen T.B., A New Adaptive Weighted Essentially Non-Oscillatory WENO- θ Scheme for Hyperbolic Conservation Laws, *math. NA*, 3, 2015.
- 18) Woodward, P., Collela P., The Numerical Simulation of Two Dimensional Fluid with Strong Shock, *J. Comput. Phys.*, 54, 1984, pp. 115-173.

PIV 圧力推定における速度データ計測誤差の影響解析シミュレーション

松島紀佐^{#1}、南波遼大^{#1}、山口銀河^{#1}、加藤裕之^{#2}

#1 富山大学、#2 宇宙航空研究開発機構

Simulation to analyze the effect of measurement error of velocity data on PIV pressure estimation

by

Kisa MATSUSHIMA, Ryodai NAMBA, Ginga YAMAGUCHI, and Hiroyuki KATO

ABSTRACT

A numerical pressure estimation system which uses the 2.5 Dimensional model of a Poisson equation has been developed in order to let PIV measurement more advantageous in aerodynamic design. In the article, the system is examined if it can handle a case where the data of flow speed measured by PIV experiments have noise error. The examination is fully performed using computer simulation. First, the noise data of flow velocity are produced to add them to the original ideal velocity data. The several different error patterns are prepared. Then, the pressure distributions are estimated by the system with the data in order to analyze how the noise errors affect the estimated results. The examination shows that boundary data imposed for the Poisson equation have great influence on the solutions all over the space. If a strategy is devised to reduce measurement errors on boundaries, fairly good pressure estimation can be done without caring the errors on inner space.

1. 緒言

近年、空力特性を知るための手法として、PIV (Particle Image Velocimetry) 計測がある。PIV 計測は、流体中に粒子を流し、シート光をあて撮影することで、粒子集団の移動距離を計測し、流速を算出する手法で、非接触計測かつ面計測ができるという点で優れた計測方法である。我々は翼後流のPIV計測で算出された流速データを、後流積分法に適用することで、翼の空力特性を得ようとしている。後流積分法とは、翼後流の流速データ及び圧力データから、翼にかかる抗力（形状抵抗、誘導抵抗、二次形状抵抗）及び揚力を算出する方法である[1]。しかし、PIV計測は流速を測定する手法であるため、後流積分法に必要な圧力データが算出されない。そこで、本研究では、PIV計測と後流積分法をつなげるために、PIV計測によって得られる流速データから圧力を推定する手法について検証する。我々は、これまでの研究では、圧縮性及び非圧縮性の流れ場に対して、翼後流の流速データを用いた圧力推定手法について検証を重ねてきた[2-6]。その結果、ノイズのない流速データからの圧力推定は精度良い計算が可能となった。

本稿では、PIV計測で得られた流速データには、多くの場合計測ノイズが含まれることを念頭に置いて、計測ノイズの圧力推定に及ぼす影響を考察する。対象は非圧縮の流れ場の主流に垂直な翼後流断面である。ノイズ誤差は乱数発生プログラムを用いて発生させ、これまで検証に用いてきたノイズのない流速データに誤差を付与する。全体的にノイズを分布させる場合や位置を限定して与える場合などいくつかのパターンを検討した。この検証により本圧力推定手法に影響を与えるノイズの特定を行う。また、ノイズの傾向を分析し、分析結果から分かった情報をもとに編み出したノイズ低減処理手法を用いて流速データを改善して圧力推定を行う事を試みる。

2. 圧力推定手法

2.1. 圧力推定概要

半スパン翼についての PIV 計測の概要を Fig.2-1 に示す。JAXA で実施されている PIV 計測基礎実験で使用されている、NACA0012 の断面を持つ矩形翼を、本研究での対象翼とし、翼コード長 (C と表記する) を基準長さ

として無次元化した。スパン長は 5C で、矩形翼の翼端を閉じさせるため翼端から半スパン長の 5% 内側に向かって楕円曲線的な形状となっている。また、翼前縁の x 座標を 0 とし、翼後縁より 0.2C 下流の y-z 面 (x = 1.2C) を、PIV 計測し圧力推定を行う対象となる面とする。Fig.2-1 は、翼の半裁モデル周りの流れ場の模式図であり、翼下流から翼に向かって左手の面を対称面とする。今後、PIV 計測面や圧力推定結果を示す図は、左辺を対称面とする半裁モデル周りの流れ場断面である。

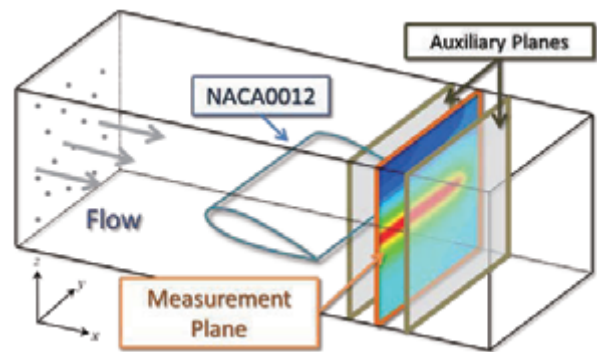


Fig.2-1 PIV's image

2.2. 2.5次元圧力推定モデル

3次元非圧縮性の Navier-Stokes 方程式を変形すると 3次元 Poisson 方程式が得られる。この 3次元 Poisson 方程式を数値的に解くことで圧力を推定することができるが、3次元 Poisson 方程式を解くためには、計算領域の x 方向両端境界の y-z 面の値が境界条件として必要となり、PIV 計測で得られる流速データのみからでは、この境界条件を精度よく定めることは極めて難しい。しかし、我々の対象とする翼後流面を解析するためには、2次元の圧力推定では上手くいかないことがわかっているため、x 方向の速度勾配を考慮した 2.5次元圧力推定モデルを使用する[3]。

$$\frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = - \left\{ \begin{aligned} & \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \\ & + \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial y} + 2 \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial z} \frac{\partial w}{\partial x} \\ & + u \frac{\partial D}{\partial x} + v \frac{\partial D}{\partial y} + w \frac{\partial D}{\partial z} \\ & + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 D}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 D}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 D}{\partial z^2} \right) \end{aligned} \right\}$$

where $D = \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}$.

2.3. 精度検証方法

圧力推定を行うにあたって、入力データとなる翼後流のPIV計測データの準備と、精度検証を行う際には比較検討するために基準となる圧力値が必要である。しかし、PIV計測では流速値のみ得られ、対応する圧力値は得られない。そこで、本研究では3次元翼周りシミュレーションを行い、基準圧力値の算出を行うと同時に、PIV計測データの代用として用いる流速データも算出する。つまり、本研究では、3次元翼周りシミュレーションで得た流速データを用いて圧力推定を行い、その結果を推定値とする。また、3次元翼周りシミュレーションによって得られた圧力を基準値（正解）とし比較・検証を行う。

3次元翼周りシミュレーションの流れ場条件は、Mach数0.350、迎角1.86°、レイノルズ数3.0millionとして行っている。

2.4. 境界条件

圧力推定の際には、前述の2.5次元圧力推定モデル（Poisson方程式）を解くのであるが、その際境界条件の設定は必須である。本研究に用いる境界条件は、ディリクレ条件、ノイマン条件、等エントロピー条件と呼んでいる3種の条件をハイブリッドして4辺の境界に用いる。Fig.2-2に、圧力推定対象面の格子と、4辺の境界の位置を示す。Fig.2-2において計測面の各辺を左辺、上辺、右辺、下辺と呼ぶ。

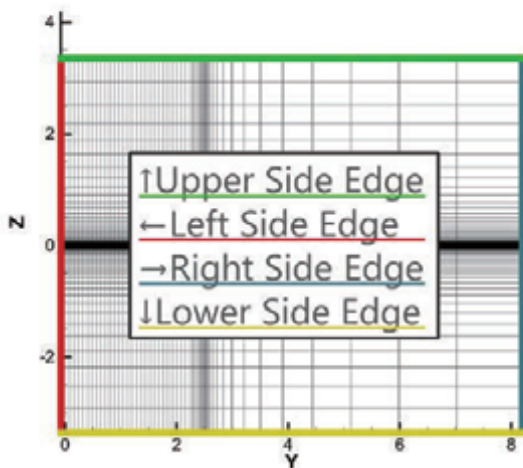


Fig.2-2 Mesh and the location of each boundary for PIV pressure estimation.

ディリクレ条件とは、正解の圧力値を境界辺上に設定する。正解の圧力値として、3次元翼周りシミュレーション結果の圧力値を用いる。

ノイマン条件は、境界辺の法線方向に圧力勾配が0という条件を与えるものである。

等エントロピー条件は、等エントロピー性を仮定したエネルギー関係式を用いて流速から圧力を算出し、その値を境界に与えるものである。等エントロピー条件は、速度から圧力を求められるという点において、圧力を計測する必要がないため、流速のみを計測するPIV計測と相性が良い。なお、衝撃波や渦現象などの不可逆的な変化、粘性に支配される領域では、等エントロピー性は成り立たないため、左辺(対称境界で境界層を含む)では用いない。

誤差のない理想的な流れ場の流速データを用いた場合の本圧力推定手法や以上の境界条件の有用性及精度の信頼性の確認は以前の研究で確認済みである。

3. 計測誤差の表現法

3.1. 二種類の人工誤差

本研究では、意図的に計測ノイズ(誤差)が乗った流速データを作るために、3次元翼周りシミュレーションによって算出された流速データに人工誤差を足したものを計測ノイズ込の流速データとする。計測誤差をシミュレーションするにあたり、二種類の人工誤差を用いる。計測データのばらつきを表す人工誤差をRandom誤差とし、計測データに一樣な傾きで乗った誤差を表す人工誤差をTend誤差とする。それらを足し合わせたものをRandomTend誤差とする。RandomTend誤差の一例をFig.3-1に示す。

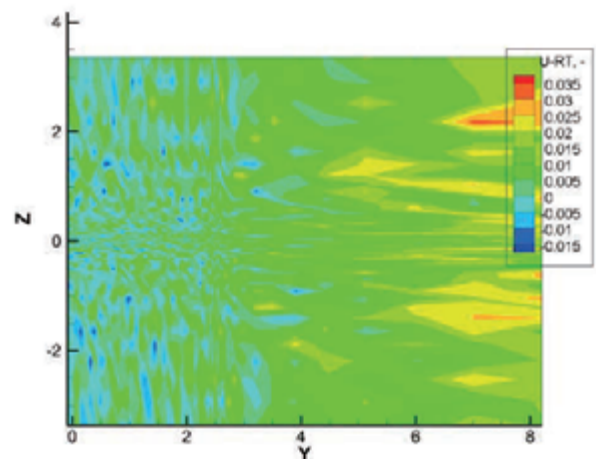


Fig.3-1 Example of total (Random + Tend) error distribution.

また、誤差の大きさは、一樣流速マッハ数0.35に対し、Random誤差が最大約5%、Tend誤差も最大約5%とし、誤差の平均が約3%、誤差の合計がマッハ数の約10%となるよう生成した。本稿における推定計算では、誤差は、主流方向の流速に付加する事とした。10%という数値は計測誤差としては過大であるが、予備的な数値実験として影響が確実にわかる数値として採用した。

3.2. Random誤差の表現

Random誤差を表現するにあたり、擬似乱数列を生成した。Randomといってもコンピュータ上で発生できる乱数は、必ず因果関係の定まった数列であり、有限の周期をもっている。これを擬似乱数という[7-8]。しかし、その周期が十分に長く、かつ、見かけ上の統計的性質が良好であれば乱数とみなすことができる。そのため、本研究で扱う擬似乱数列には、無規則性と等確率性についての検定を行い、一定の基準を満たしている擬似乱数列のみを使用している。これにより、流速データにばらつきを生じさせている。Random誤差の一例をFig.3-2に示す。ただし、シミュレーションに使っているメッシュの格子点(不等間隔格子)に対して誤差を与えているので、格子点番号空間では、Randomであるが、Fig.3-2の様に物理空間上誤差分布は偏りがある。

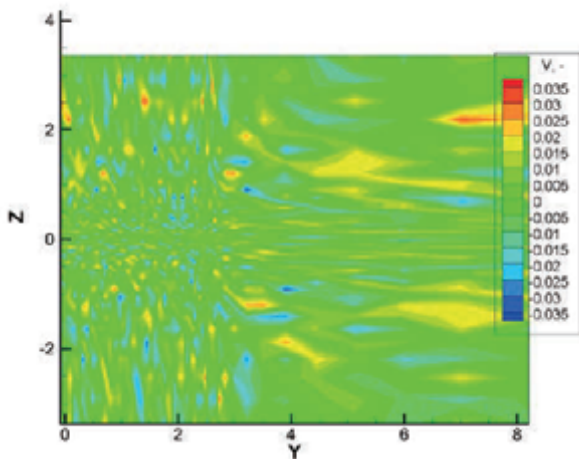


Fig.3-2 Example of 'Random' error distribution.

3.3. Tend誤差の表現

Tend誤差を表現するにあたり、計測データの対称境界から外側(遠方)境界に向けて一様の傾きを持たせた誤差を生成した。Tend誤差の一例をFig.3-3に示す。

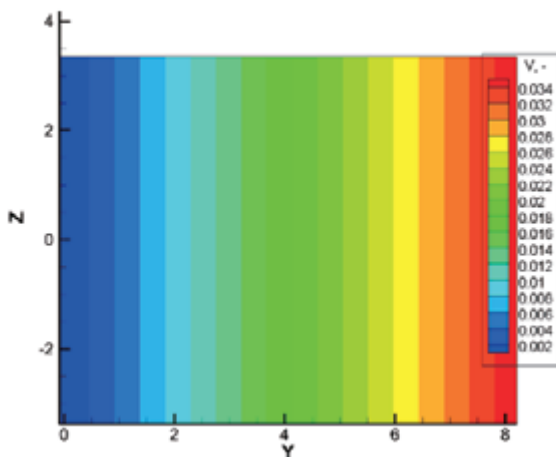


Fig.3-3 example of error (Tend)

3.4. 誤差の付与位置の限定

本稿では、Random誤差を付与する位置を限定させることで、計測データ内のどの位置に誤差が混入することが最も圧力推定結果に影響を与えるのかを検討する。その際に、翼周りの領域、境界付近の領域と境界のみに誤差を与える2種類の位置限定を行った。

翼周りの領域は、y方向に4C、z方向に±2Cの領域とした。また、境界付近の領域は、上下共にy方向の境界から内側に2Cの位置とし、z方向は境界から内側に2格子目とした。Fig.3-4及びFig.3-5に、翼周りの領域及び境界付近の領域をそれぞれ示す。

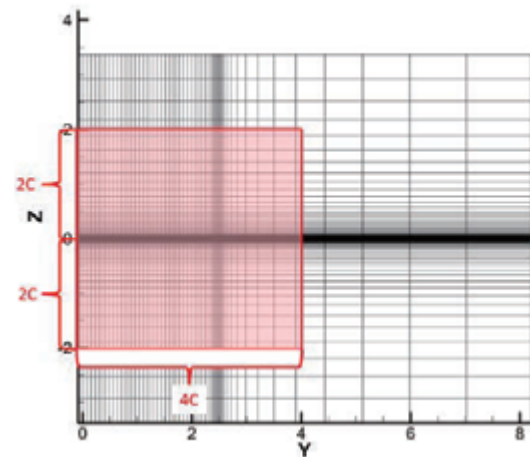


Fig.3-4 Limited error region (Wing area)

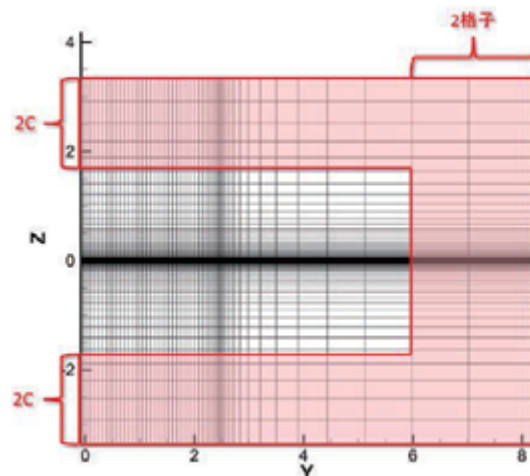


Fig.3-5 Limited error region (Boundary area)

4. 誤差処理

ノイズ混入データに対し、本章で説明する誤差処理を行った場合の圧力推定の計算結果は5.3節で示す。

4.1. Random誤差の低減

計測誤差に乗るRandom誤差を低減するために、重みを加味した移動平均による平滑化を行う。対象の格子点の値と、その上下左右の4点の値を参照し、平均をと

り格子点の値とする．その際、元のデータの特徴を消す恐れがあるため、対象格子点、上点、左点、右点、下点のそれぞれの重みを（0.8，0.05，0.05，0.05，0.05）として平均をとる．Fig.4-1に重み付移動平均の概要を示す．

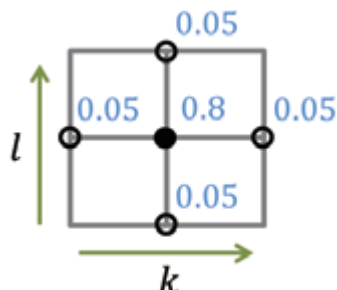


Fig.4-1 Weighted Moving Average

4.2. Tend誤差の低減

Tend誤差を低減するために、本来ほとんど一様流と同等とみてよい翼遠方の値を参照し、補正する．y方向の列ごとに、上下境界から数点を取り、それらの平均値を算出する．列ごとの一様流の平均値が出るので、それらと翼根にあたる左端の平均値との差をとると、その差が列ごとの傾きによって生じる誤差になる．その差の値を各列の値すべてから引くことで、傾きを補正する．

5. ノイズのある流速データでの圧力推定結果

5.1. 基準Cpとの比較

Fig.5-1に誤差を含まないデータから算出された基準とするCp分布を示す．また、Fig.5-2及びFig.5-3にRandom+Tend誤差を与えた速度データを用いたCp分布を示す．それぞれの境界条件は、Fig.5-2は、4辺全てにディリクレ条件を適用、Fig.5-3は左辺にディリクレ条件、上下右辺にノイマン条件を適用している．

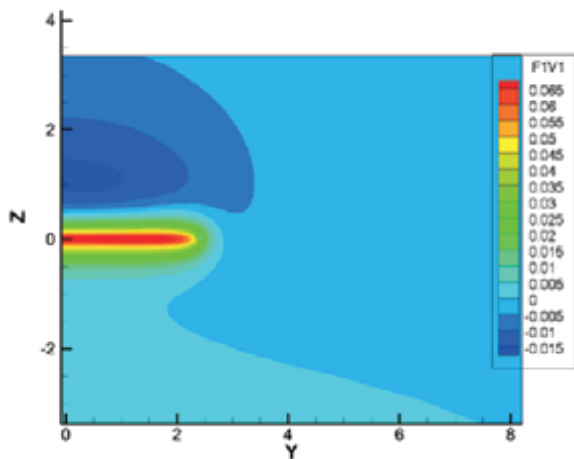


Fig.5-1 Cp distribution without noise

5.1.1. 境界に正解値を与えた圧力推定結果

Fig.5-2より、境界条件にディリクレ条件を適用した場合は、正解圧力分布と定量的にほぼ正しい．このことから、本手法では境界に正しい値を与えれば、計測した流速データに誤差が含まれていてもその誤差の影響がかなり低減された形で圧力推定できることがわかる．内点の情報は勾配として寄与し、一方、解の絶対値は境界値が大きく影響を与えるという楕円型方程式の特徴を反映した結果となっている．

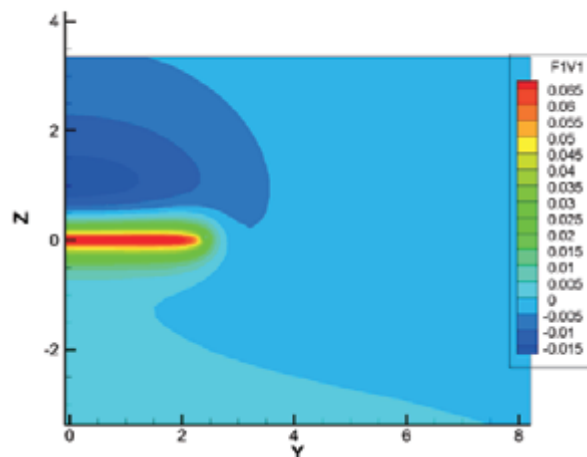


Fig.5-2 Resulted Cp distribution using noisy data with Dirichlet b.c.

5.1.2. ノイマン条件を用いた圧力推定結果

Fig.5-3より、境界条件にノイマン条件を適用した場合も、定量的に正しい．この時の境界条件設定は左辺にのみディリクレ条件、上下右辺にノイマン条件を適用したハイブリッド型である．部分的にでも、ただし圧力値を境界に与えることが出来れば、計測誤差の影響が小さくなり精度良く圧力推定できることがわかった．

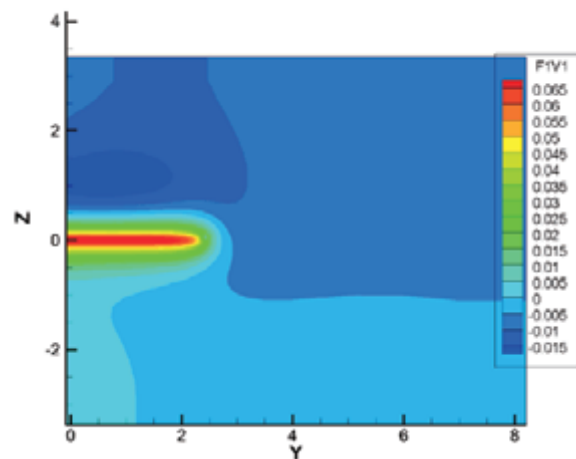


Fig.5-3 Resulted Cp distribution using noisy data with Neumann b.c.

5.1.3. 等エントロピー条件を用いた圧力推定結果

しかし、上記の境界条件では、圧力推定を行う際に正しい圧力値を利用するため別途圧力測定実験が必要となる。そのため、圧力を測定しなくても利用することができる等エントロピー条件を適用することを考える。Fig.5-4にRandom+Tend誤差を与えた速度データを用いたCp分布を示す。境界条件を、左辺ノイマン条件、上下右辺に等エントロピー条件を適用した。

Fig.5-4より、等エントロピー条件を適用した場合、翼後流部分のCpが正解値の3分の2程度の大きさで、圧力推定値が大きく外れていることがわかる。これは、等エントロピー条件では境界値の流速データを利用して、境界値を算出するので、流速データに混入した誤差の影響が大きく出たためと考えられる。

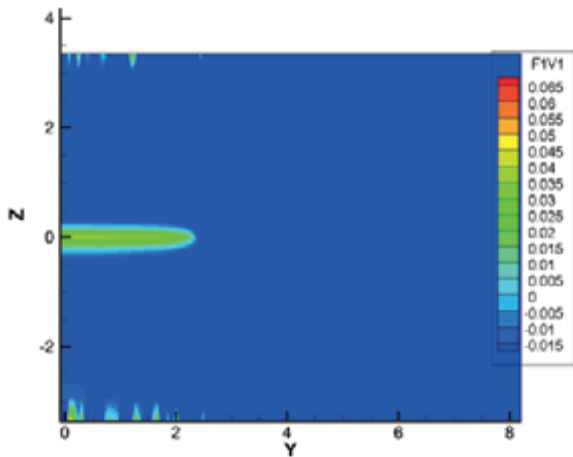


Fig.5-4 Resulted Cp distribution using noisy data with Isentropic b.c.

5.2. 誤差付与位置を限定した流速データでの圧力推定結果

次に、誤差を付与する位置を限定した流速データで圧力推定を行った。Fig.5-5に、翼周り領域にのみ誤差を付与した場合のCp分布を、Fig.5-6に、境界付近領域にのみ誤差を付与した場合のCp分布を示す。境界条件は共に、左辺ノイマン条件、上下右辺に等エントロピー条件を適用し、与えた誤差はRandom誤差のみである。

5.2.1. 翼周り領域流速データに誤差を付与

Fig.5-5より、翼周り領域にのみ誤差を付与した場合には、定量的に正しく推定されている。

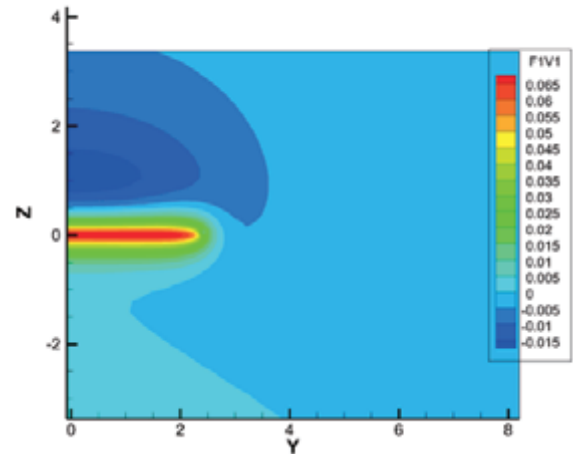


Fig.5-5 Resulted Cp distribution using noisy data with Isentropic b.c. (Wing area)

5.2.2. 境界付近にのみ誤差を付与

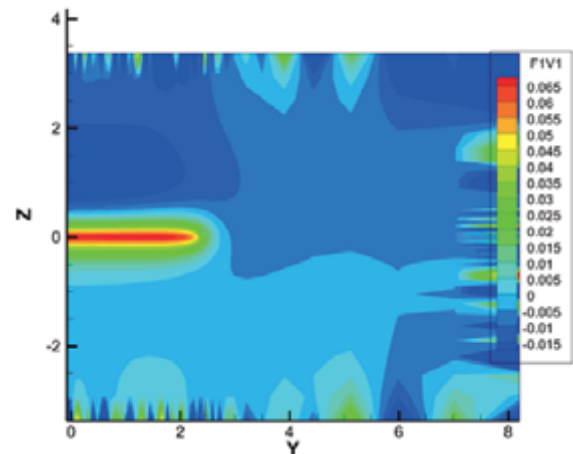


Fig.5-6 Resulted Cp distribution using noisy data with Isentropic b.c. (Boundary area)

Fig.5-6より、境界付近にのみ誤差を付与した場合には、翼周り領域にのみ入れた場合よりも誤差の影響が大きく出た。

このことから、誤差が計測領域の内部に混入した場合は境界には誤差がないので、境界条件が正しく計算され、内部の誤差があっても圧力は正解に近い値に推定される。しかし、境界に誤差が入ると、等エントロピー式で計算された境界条件として設定すべき圧力値に誤差が入りその誤差が、推定圧力値に大きな影響を及ぼすことがわかる。

5.3. 誤差処理後の圧力推定結果

等エントロピー条件を適用した圧力推定を行うためには、流速データに乗っている誤差を減らす必要がある。そこで、5.1.3節で利用したRandomとTendの両方の誤差を混入させた流速データに対し誤差の低減処理を行い、圧力推定をした結果をFig.5-7に示す。

Fig.5-7より、Fig.5-4と比較すると、誤差処理を行うことで、誤差の影響を大幅に軽減できていることがわかる。翼周りの領域では、境界付近の領域には誤差の影響は残っている。これは、誤差処理が誤差を完全に取り除いているわけではなく、平滑化によって誤差を平均しているだけなのでまだ境界値に誤差が残っているためだと考えられる。計測データから完全に誤差をなくすることは不可能なことであるが、誤差の傾向を判断することが出来れば、境界値の補正がより強く行えるような誤差処理法を見つけることで、より計測誤差に左右されない圧力推定が行えると考える。

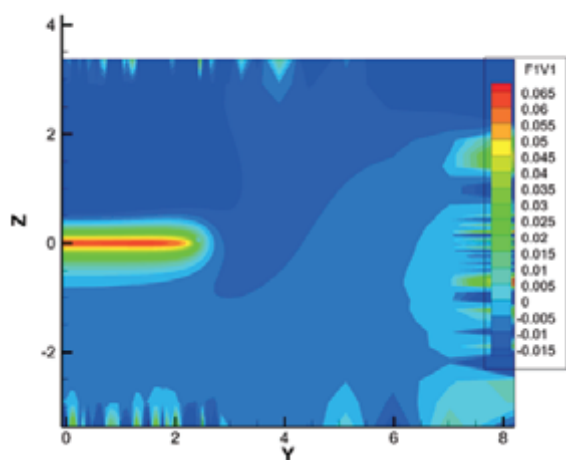


Fig.5-7 Resulted Cp distribution using noisy data with Isentropic b.c. (After error reduction)

6. 結言

PIV計測時に発生する計測ノイズを模擬し、全面にランダムに乗る計測ノイズと、一定の傾きをもつ計測ノイズが同時に発生している場合について予備的な検討を行った。

本手法による圧力推定時の境界条件を、最低限1辺正解の圧力値を与え、ほかの辺の境界条件を勾配0としたノイマン条件を適用すれば、非常に精度のよい圧力推定を行うことができることを確認した。境界圧力値に平均誤差約3%、最大誤差約10%程度の大きさの計測誤差が混入した場合、本手法での推定圧力値に大きな影響を及ぼした。しかし、計測誤差に対し、その傾向を解析して低減処理をおこなうことでその影響を抑制でき、圧力推定結果は正解値により近いものとなった。

以上より、今回準備した誤差は予備的なものであり、偏りはあったものの、誤差の傾向を適切に判断し、境界値の補正がより強く行えるような誤差処理を適用することができれば、より計測誤差に左右されない圧力推定が行えることがわかった。今後は、より実的な誤差分布を考え、説得性のある誤差処理についての研究を行って行きたい。

参考文献

- 1) Kusunose K.: A Wake Integration Method for Airplane Drag Prediction, ISBN4-86163-015-0 C3353. Tohoku University Press, Mar. 2005
- 2) Aso T., Matsushima K., Nakahashi K. : CFD Pressure Estimation using PIV Data, KSAS-JSSAS joint international symposium, Busan, Korea, pp.156-163, Nov. 2006
- 3) Matsushima K., Yonezawa M., Ogawa A. : Inverse Aerodynamic Analysis of Vehicle Wakes using PIV and CFD, Proc. 8th International Conference on Flow Dynamics, Sendai, Japan, OS6-4, Nov. 2011
- 4) 松島紀佐, 泉知宏, 加藤裕之 : 遷音速流における翼後流PIV計測による圧力推定, 航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム第45回流体力学講演会, July 2013
- 5) Matsushima K., Yamaguchi G., Kato H. : Assessment of 2.5 Dimensional Model to Calculate Pressure Using Stereo PIV Data in Wing Wake Flows, The 12th International Symposium on Fluid Control, Measurement and Visualization, Nov. 2013
- 6) 山口銀河, 松島紀佐, 加藤裕之 : 複数面ステレオPIV計測データを用いた翼後流圧力推定計算, 航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム第46回流体力学講演会, July 2014
- 7) 村田 茂昭 : パーソナルコンピュータによる疑似乱数の発生とその検定, 札幌大学女子短期大学部紀要, 19巻, Feb. 1992
- 8) 田中哲, 金川秀也 : 疑似乱数の検定法とSDEの近似解の精度について(確率数値解析に於ける諸問題,III). 数理解析研究所講究録, 1032 . pp. 21-45. 1998

直交格子法における埋め込み境界法と Cut-Cell 法の比較 - 壁面近傍での圧力・せん断応力分布の検証 -

原田基至, 今村太郎
東京大学大学院工学系研究科

Comparison of Immersed Boundary Method and Cut-Cell Method on Cartesian Grids - Validation of Pressure and Shear Stress Distributions in Near-Wall Region -

by
Motoshi Harada and Taro Imamura (The University of Tokyo)

ABSTRACT

In this paper, an immersed boundary method (IBM) and a cut-cell method on Cartesian grids are compared. In order to understand the characteristics of the two methods, two dimensional steady flow problems are solved. Near-wall pressure and shear stress distributions are investigated in detail. The results show that the cut-cell method is superior to IBM in grid convergence. However, the oscillation of the skin friction coefficient distributions is found in the cut-cell method, whereas IBM gives smooth distributions.

1. 序論

直交格子法は格子生成が容易であり, 完全自動化が可能という利点を持つことから, 近年盛んに流体計算への適用に関する研究が行われている^{1,2)}. 反面, 直交格子法はいくつか問題点を抱えており, そのひとつに物体壁面が階段状に表現されることがある(図 1). 最小格子幅を十分小さくすれば, よい解が得られると考えられるが, 高レイノルズ数流れのシミュレーションでは格子点数が膨大になり実用性が低い.

この欠点を補うため一般的に用いられている手法が, 埋め込み境界法 (Immersed Boundary Method, IB 法)³⁾と Cut-Cell 法⁴⁾である. IB 法では, 壁面が本来の位置に存在した場合の物理量分布を考え, これを階段状境界上の境界条件とする. IB 法は簡便な手法であり, 直交格子の形状が保たれるため, 格子生成の容易さという利点を損なわない. しかし, IB 法には物体壁面で保存則 (質量, エネルギー) が満たされないという欠点があり, 非物理的な解が生まれる可能性がある. 一方, Cut-Cell 法は物体と交差するセルを切断することで物体に沿った格子を生成する. IB 法を用いる場合と異なり, 壁面の隣でも検査体積が定義されるため, 保存則が満たされる. しかしながら, Cut-Cell 法にも欠点がある. 物体と交差するセルを切断するのは一見容易に思えるが, 物体が複雑な形状をもつ場合, 非常に多くの場合分けや例外処理を要する. これは特に三次元へ拡張する際の障壁となる. また, 正しく切断を行った場合も, 小さなセル (Small Cell) が生まれたり, 一つの正方形セルが複数に分断されること (Split Cell) がある, などの問題がある. 流体計算の安定性を確保するためにはこれらのセルに対して特別な処理をしなければならない.

本稿では IB 法と Cut-Cell 法を用いて圧縮性の非粘性流と粘性流の解析を行い, 特に壁面近傍での圧力やせん断応力の分布などを比較し, 双方の利点・課題を検証する. 尚, 通常の Cut-Cell 法は格子生成が煩雑なため, 従来の Cut-Cell 法に基づいて新たに開発した手法を Cut-Cell 法として用いる.

2. 数値計算法

2. 1 流体計算

流体計算には当研究室で開発中の二次元圧縮性流体ソルバー⁵⁾を用いる. 計算手法を表 1 に示す.

支配方程式は二次元圧縮性の Euler / Navier-Stokes 方程式である. セル中心有限体積法で離散化し, 計算格子には四分木法によって細分化した階層型直交格子を使用する. 非粘性流

束は SLAU⁶⁾, 粘性流束は 2 次精度中心差分で評価する. WLSQ(G)⁷⁾で勾配計算をし, 3 次精度 MUSCL 法によって変数補間を行う. 時間積分は LU-SGS 陰解法⁸⁾である. また, 本稿では定常流のみを扱うので, すべての計算で局所時間刻み法を用いる.

壁面での温度境界条件は断熱壁, 速度境界条件は Euler 方程式で滑り壁, Navier-Stokes 方程式で滑りなしとする. 遠方境界にはリーマン境界条件⁹⁾を適用する.

格子生成のパラメータには最小格子幅, Wall Layer, Smooth Layer がある. Wall Layer は物体まわりの最小格子幅をもつセルの層数, Smooth Layer は Wall Layer の外で同じ格子幅をもつセルの層数を意味する(図 2). 図 2 の場合, Wall Layer 4 層, Smooth Layer 3 層である.

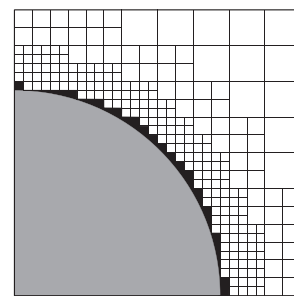


図 1 円柱周りの階層型直交格子

表 1 計算手法

支配方程式	二次元 Euler / Navier-Stokes 方程式
空間離散化	セル中心有限体積法
計算格子	四分木法による階層型直交格子
非粘性流束	SLAU
粘性流束	二次精度中心差分
勾配計算	WLSQ(G)
変数補間	3 次精度 MUSCL 法
時間積分	LU-SGS 陰解法
時間刻み	局所時間刻み法

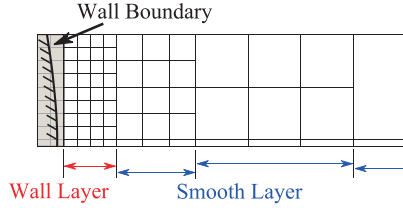


図2 Wall Layer と Smooth Layer

2. 2 Immersed Boundary Method

IB法は物体壁面が存在する場合の壁近傍での物理量分布をモデル化し、これを直交格子の階段状境界での境界条件とする手法である。以下、IB法の詳細を述べる。

IB法による境界条件の与え方を図示したものが図3、図4である。物体と交差するセルを境界セル、流体セル・境界セルの境界となっている辺の中心を点FC（Face Center）と呼ぶことにする。境界条件として点FCでの物理量を考え、これを境界での流束計算に使用する。点FCでの物理量を求めるために、点FCを通り、かつ物体壁面に垂直な直線をひく。そして、この直線上に、壁面からの距離が d_{IP} である点IP（Image Point）を設定する。本研究では

$$d_{IP} = 3 \Delta x_{min} \quad (1)$$

とする。ただし、 Δx_{min} は最小格子幅である。IPにおける物理量は、IPが位置するセルのセル中心で定義されている物理量 q とその勾配 ∇q から計算される。IPの物理量と壁面上での境界条件からFCでの物理量を求める。

<速度境界条件>

速度境界条件として滑り壁条件と滑りなし条件を考える。

条件1：滑り壁条件

滑り壁条件ではFCにおける速度 u_{FC} を

$$u_{FC} = u_{IP,t} + \frac{d_{FC}}{d_{IP}} u_{IP,n} \quad (2)$$

とする。ただし、 $u_{IP,t}$ はIPでの速度の壁面に平行な成分、 $u_{IP,n}$ は垂直成分、 d_{FC} は点FCと壁面の距離である。

条件2：滑りなし条件

滑りなし条件では壁面上で速度が0になるので、

$$u_{FC} = \frac{d_{FC}}{d_{IP}} u_{IP} \quad (3)$$

<圧力・密度境界条件>

圧力・密度境界条件として三種類の条件を考える。

条件1：0次外挿

点IPの圧力・密度を点FCの圧力・密度とする。

$$p_{FC} = p_{IP}, \quad \rho_{FC} = \rho_{IP} \quad (4)$$

条件2：1次外挿

点IPが位置するセルの圧力・密度勾配を用いて、点FCの圧力・密度を求める。すなわち、

$$p_{FC} = p_{IP} + \nabla p \cdot (r_{FC} - r_{IP}) \quad (5)$$

$$\rho_{FC} = \rho_{IP} + \nabla \rho \cdot (r_{FC} - r_{IP}) \quad (6)$$

とする。ただし、 r_{FC} 、 r_{IP} は点FC、IPの位置ベクトルである。

条件3：曲率を考慮した外挿

Curvature Corrected Symmetric Technique (CCST)¹⁰⁾を利用する。壁近傍での運動方程式は、 n を壁面法線方向（流体から物体に向かう方向が正）、 u_t を速度の壁面平行成分、 R を壁面の曲率半径とすれば、

$$\frac{\partial p}{\partial n} = - \frac{\rho |u_t|^2}{R} \quad (7)$$

と書ける。これは滑り壁条件のように、壁面近傍でも流体がある程度速度をもつ場合は圧力勾配が存在しうることを意味する。この式を利用して、IPの速度からIP-FC間の圧力差が求められる。すなわち、

$$p_{FC} = p_{IP} - \frac{\rho_{IP} |u_{IP,t}|^2}{R} |r_{FC} - r_{IP}| \quad (8)$$

となる。密度については、IP-FC間での等エントロピーを仮定すれば、 γ を比熱比として、

$$\rho_{FC} = \rho_{IP} \left(\frac{p_{FC}}{p_{IP}} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \quad (9)$$

を得る。

以降、圧力・密度境界条件について、条件1をP0、条件2をP1、条件3をCCSTと呼ぶことにする。

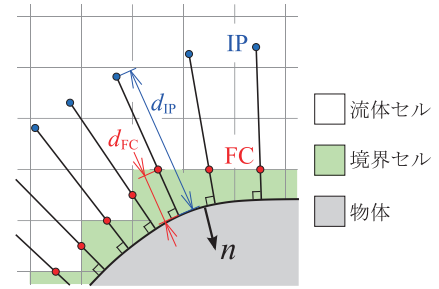


図3 点FCと点IPの定義

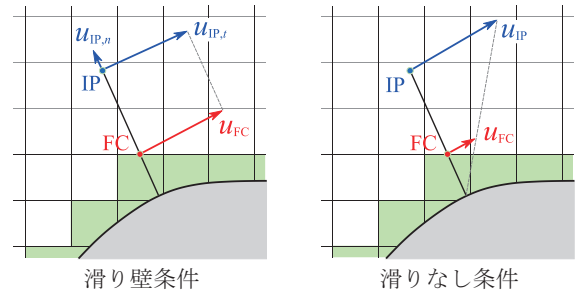


図4 速度境界条件の与え方

2. 3 Cut-Cell 法

Cut-Cell法は物体と交差しているセルを切断することで、壁面に沿った格子を生成する（図5）。Cut-Cell法による計算では非粘性流で良好な結果が得られている¹¹⁾。

Cut-Cell法を適用する際の主な問題点には

- 1) セルの形状に関して多くの場合分けが必要
- 2) セルの切断により Small Cell が発生する
- 3) セルの切断により Split Cell が発生する

の三つがある。まず、1)について述べる。切断により正方形は3~5角形となり、さらに元の正方形のどの頂点が流体側にあるかにより四つのパターンがある。二次元ではこのようにリストアップすることができるが、三次元では膨大な分類が必要となり、航空機のように複雑な形状の物体に対しても格子生成のロバスト性を確保するのは困難となる。

続いて2)の問題について述べる。図5中の赤色のセルが Small Cell である。セルを切断することで、元のセルに比べて面積（三次元では体積）が半分以下のセル、Small Cell が生じる。Small Cell が存在すると流体計算の際、時間刻み幅を大きくとれなくなり、計算効率が低下する。これを避けるために一般的には Small Cell を隣接セルに結合する Cell Merging 法¹²⁾が用いられている。

3)の Split Cell は、物体に最小格子幅より薄い箇所がある場合、一つの正方形セルが複数に分断されることで生じる(図5 青色のセル)。この分断法が四分木法の分割法と全く異なっているため、例外処理として Split Cell を扱う必要がある。

以上のように、Cut-Cell 法では膨大な場合分けや多数の例外処理が要求されるため、四分木直交格子法の利点であるシンプルさが損なわれてしまう。

従来の Cut-Cell 法の問題点を回避するために物体適合格子の格子生成法¹³⁾を参考にして、新たな手法を考える。Cut-Cell 法のように、壁面に接するセル以外は直交格子のままとする。壁に接する格子は物体適合格子のように壁面への射影を利用して生成する。図6に壁面上の格子を生成する前の初期状態、生成後の格子を示す。太線で示された物体に面する格子線を Cartesian Front (CF)¹⁴⁾と呼ぶ。CF 上にある格子点は次の三種類に分類することができる：

FP : Flat Point, CF が平らな部分にある点

CP : Concave Point, CF が窪んだ部分にある点

PP : Prominent Point, CF が突き出た部分にある点

このうち、FP と CP を射影の起点とし、格子線を壁面に向けてのぼす。格子線をのぼす方向は

FP : CF に垂直な方向

CP : 壁面に垂直な方向

とする。のぼした格子線が物体と交差しない場合は壁面上の最も近い点につながりものとする。のぼした格子線と物体壁面を新たなセル境界とし、CF は削除する。PP を射影の起点として使用しなかったのは PP から格子線をのぼしてもセル境界にならないためである。

上記の手法では元の直交格子セルを拡張することで格子を生成するため、Small Cell や Split Cell が生まれることはない。また、場合分けも CF 上の格子点の分類のみである。この手法により生成される格子の形状は従来の Cut-Cell 法の格子とはやや異なるが、大きな差異はない。そのため、本稿ではこの手法を Cut-Cell 法と呼び、IB 法との比較に利用する。

Cut-Cell 法での流体計算は通常非構造格子での計算と同様である。境界条件には IB 法と同様、二種類の速度境界条件、三種類の圧力・密度境界条件を使用する。

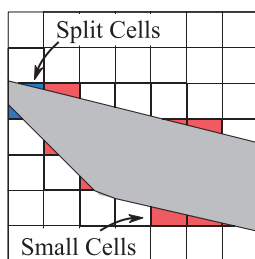
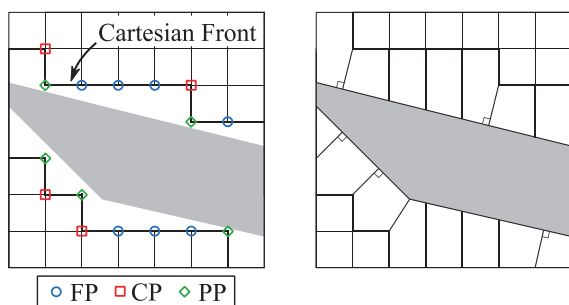


図5 Cut-Cell法による格子



射影前の初期状態

射影後の格子

図6 提案手法による Cut-Cell 格子

3. 非粘性流 二次元円柱まわりの流れ

非粘性流での検証計算を行う。二次元円柱まわりのポテンシャル流の理論解では、速度の最大値は一樣流速の二倍となる¹⁵⁾。つまり、Euler 方程式で一樣流マッハ数を 0.1 とすれば、最大マッハ数は 0.2 程度となり、解はおおむねポテンシャル流の解と一致すると考えられる。そこで、一樣流マッハ数 $M_\infty = 0.1$ の二次元円柱まわりの非粘性流を解き、IB 法、Cut-Cell 法の計算結果とポテンシャル流の理論解を比較する。

円柱の直径を D とし、角度 θ , x, y 軸を図7のように定義する。計算領域は $200D \times 200D$ とする。速度境界条件は滑り壁条件である。圧力・密度については P0, P1, CCST の三通りの条件で計算を行う。最小格子幅は $0.02D$ であり、円柱表面に沿ったセルの数は 148 セルである。Wall Layer, Smooth Layer はともに 4 層とする。

円柱表面における圧力係数 C_p の分布を図8に示す。破線で示されているポテンシャル流の理論解は

$$C_p = 4 \left(\frac{x}{0.5D} \right)^2 - 3 \quad (10)$$

である。境界条件が P0(0 次外挿)のとき、IB 法と Cut-Cell 法の双方で C_p の振動がみられるが、P1 と CCST ではなめらかな解が得られた。また、P1 と CCST による解はポテンシャル流の理論解とおおむね一致している。しかし、円柱の背後 ($\theta = 0$) での C_p に注目すると、 C_p が 1 まで回復しておらず、全圧の損失が確認できる。いずれの境界条件でも全圧の損失は IB 法の方が大きい。

続いて、抵抗係数 C_d を比較する。非粘性流なので、d'Alembert のパラドックスから C_d は 0 となることが望ましい。図9に最小格子幅 Δx_{\min} と C_d の関係を示す。Cut-Cell 法の方が粗い格子でも C_d が比較的小さく、格子収束性がよいことが分かる。一方、IB 法は境界条件によらず Cut-Cell 法より大きな C_d が発生している。ただし、IB 法でも CCST を用いることで C_d が改善する。

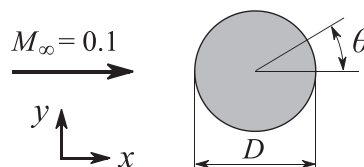


図7 D, θ, x, y の定義

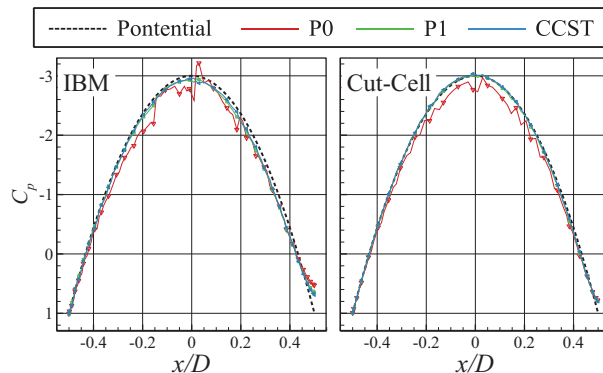
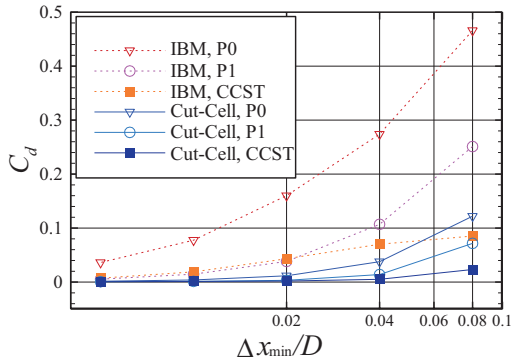


図8 円柱表面の圧力係数分布

図9 最小格子幅と C_d の関係

4. 粘性流

4. 1 平板上の層流境界層

平板まわりの層流の計算を行い、境界層速度分布・摩擦抵抗係数を Blasius 解と比較する。IB 法による直交格子では一般に格子は物体壁面に沿わない。そこで、格子が物体に沿っていない場合でも正しい速度分布が得られるかを検証するために、図 10 のように平板を傾けた状態でも計算する。このときの平板の角度を θ とする。平板は図 11 のように配置する。上流側の長さ L の区間に対しては滑り壁条件を、下流側の長さ $8L$ の区間には滑りなし条件を課す。レイノルズ数の基準長は L とする。また、滑りなし区間が始まる点を原点として、平板に沿った座標系 X - Y を設定する。一様流マッハ数 M_∞ は 0.20、レイノルズ数 Re_L は 1.0×10^4 とする。計算領域は $200L \times 200L$ である。Wall Layer, Smooth Layer はどちらも 4 層とする。

最小格子幅 $\Delta x = 1.0 \times 10^{-3}L$ 、 $\theta = 0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ$ のときの $X/L = 2.0$ における境界層速度分布を図 12(a)に、摩擦抵抗係数の分布を図 12(b)に示す。ただし、

$$\eta = \frac{Y}{X} \sqrt{Re_X}, \quad Re_X = Re_L \frac{X}{L} \quad (11)$$

また、 U は X 方向の速度、 V は Y 方向の速度である。 U については、IB 法・Cut-Cell 法の双方で平板の角度 θ によらず Blasius 解とよく一致している。一方、 V は $\theta = 0^\circ$ 以外のときオーバーシュートしているが、 V は U の 10^{-2} 程度の大きさであり、一様流に対する誤差としては小さい。摩擦抵抗係数は U と同様、すべての角度で Blasius 解に一致している。

次に、摩擦抵抗係数分布の最小格子幅依存性を図 13 に示す。 X/L の小さなところでも Blasius 解に近い解となっているものは $X/L = 0$ 付近の薄い境界層を解像できていることを意味する。すなわち、同じ最小格子幅であれば、Cut-Cell 法の方が IB 法よりも境界層をよく解像できているといえる。IB 法では Image Point と壁面の間で線形な速度分布を仮定しており、速度に関する実質的な最小格子幅は Image Point と壁面の距離であると考えられる。一方、Cut-Cell 法では壁面に隣接したセルが存在するため、格子幅通りの解像度が期待できる。

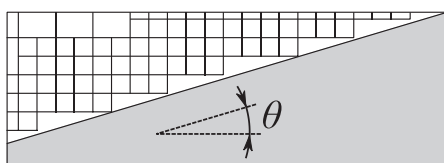
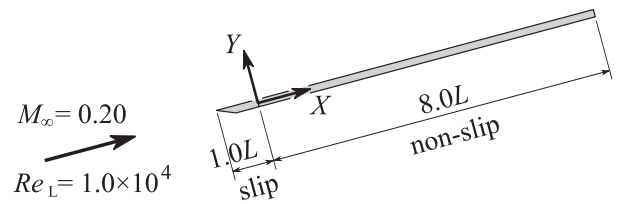
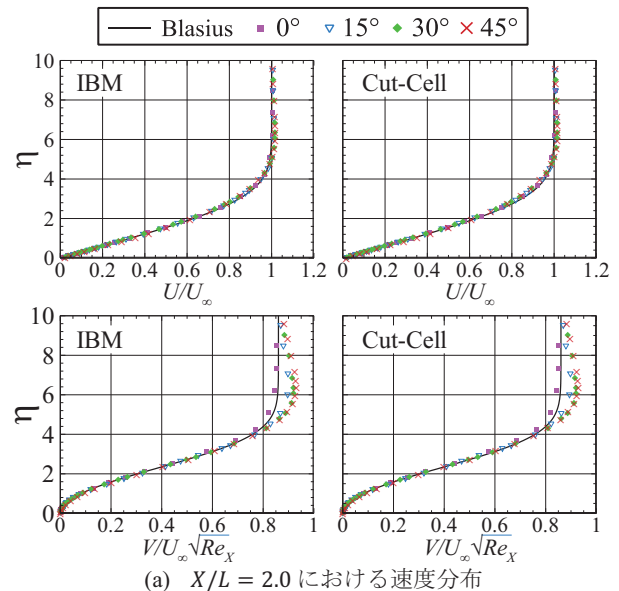
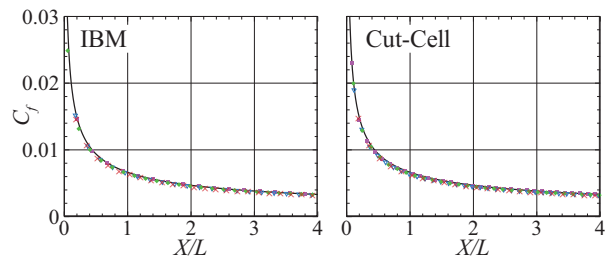
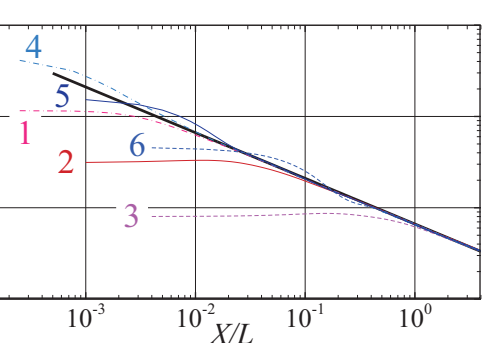
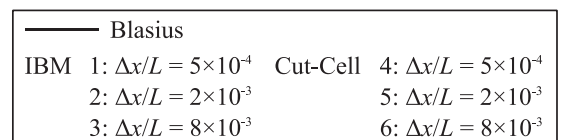


図10 斜め平板上まわりの格子

図11 平板の配置と X - Y 座標の定義(a) $X/L = 2.0$ における速度分布(b) 平板上の C_f 分布図12 速度分布および C_f 分布 ($\Delta x/L = 1.0 \times 10^{-3}$)図13 C_f 分布の最小格子幅依存性

4. 2 NACA0012 まわりの定常層流

翼型まわりの流れの検証として、NACA0012 まわりの定常層流の解析を行う。一様流マッハ数を $M_\infty = 0.50$ ，コード長を基準としたレイノルズ数を $Re_c = 5.0 \times 10^3$ ，迎角を $\alpha = 0^\circ$ とする。この計算条件は過去に多数の研究で検証問題として使用されており，80%コード付近で流れがはく離するという結果が示されている^{4,16-20}。本節では抵抗係数 C_d ，圧力抵抗係数 $C_{d,p}$ ，粘性抵抗係数 $C_{d,v}$ およびはく離点の収束値，格子収束性を上記の文献データと比較する。

計算格子はすべて Wall Layer 4層，Smooth Layer 12層とした。コード長を c ，最小格子幅 Δx を最大で $8.0 \times 10^{-3} c$ とし，2分の1ずつ小さくしていく。最も細かい格子の最小格子幅は $1.25 \times 10^{-4} c$ である。計算領域は $200c \times 200c$ とする。

図14にマッハ数分布と後縁付近の流線を示す。80~90%コード付近ではく離していることが分かる。図15に抵抗係数 C_d ，粘性抵抗係数 $C_{d,v}$ ，圧力抵抗係数 $C_{d,p}$ ，はく離点の収束の様子を示す。 $C_d, C_{d,p}, C_{d,v}$ のいずれも IB法・Cut-Cell法でほぼ同じ値に収束しており，参考文献のデータともよく一致している。ただし，IB法に比べて，Cut-Cell法の方が格段に速く収束している。この傾向は粘性抵抗係数で特に顕著である。Cut-Cell法では比較的粗い格子でもある程度の精度で抵抗が計算できている。

はく離点の収束性も抵抗と同様，Cut-Cell法の方が速い。粗い格子におけるIB法での結果は，はく離点が文献データと大きく異なる位置になっている。

最後に摩擦抵抗係数の分布を図16に示す。前節の平板の計算で言及したとおり，IB法はCut-Cell法に対して上流側の境界層の解像度が劣る。これはNACA0012でも同様であり，前縁付近の摩擦抵抗係数が小さく評価されている。Cut-Cell法では前縁付近でも境界層がよく解像できているものの，摩擦抵抗係数に振動がみられる(図17)。この原因は文献4)で指摘されている通り，物体に隣接するセルのセル中心と物体の距離が一定でないためであると考えられる(図18)。IB法では壁面とImage Pointの距離が一定であるため滑らかな分布が得られる。文献4)では，Cut-Cell法においてもIB法のように壁面に垂直なプローブ上のImage Pointを考えることで振動を抑制できることが示されている。

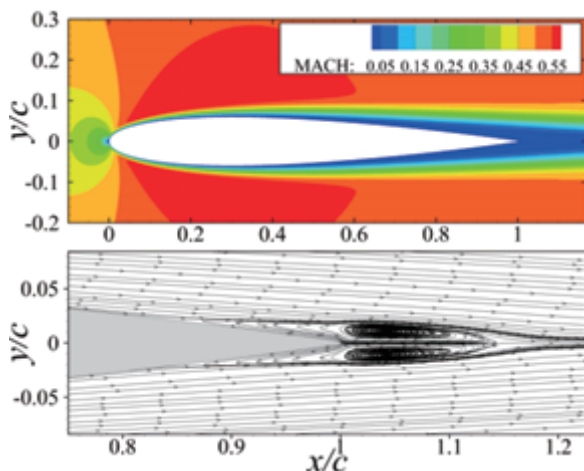


図14 NACA0012 まわりの流れ
(上：マッハ数分布，下：流線)

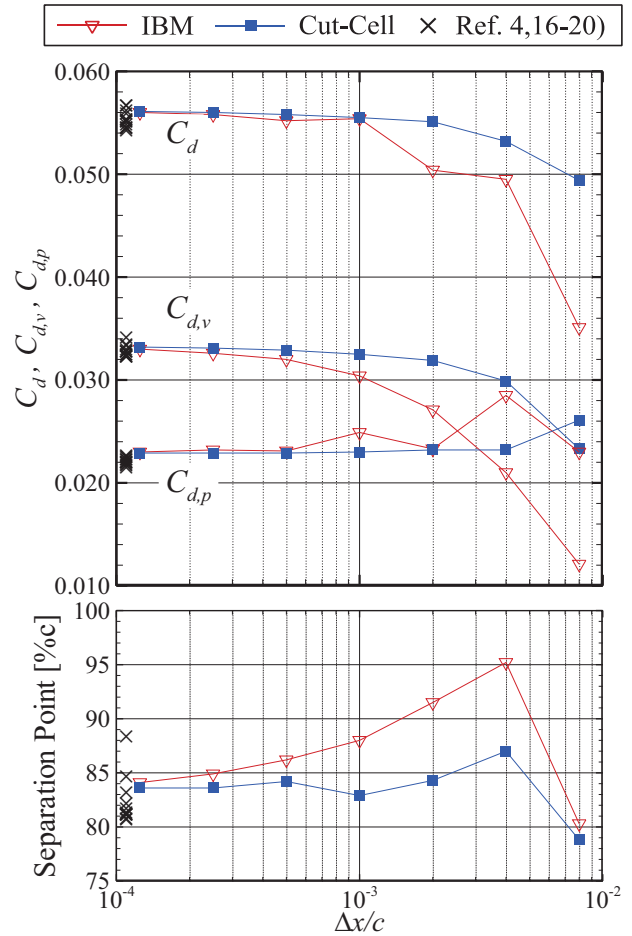


図15 最小格子幅と抵抗係数・はく離点の関係
(上： $C_d, C_{d,v}, C_{d,p}$ ，下：はく離点)

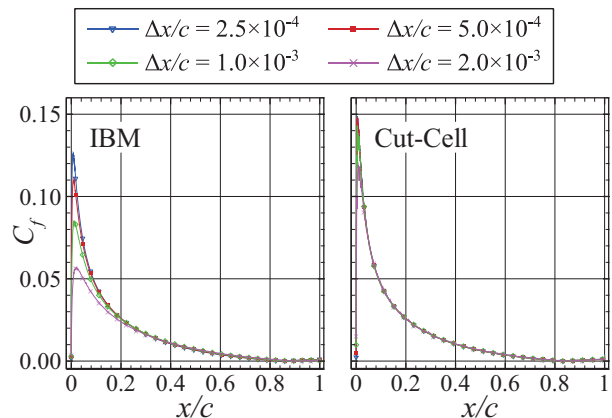


図16 NACA0012の摩擦抵抗係数分布

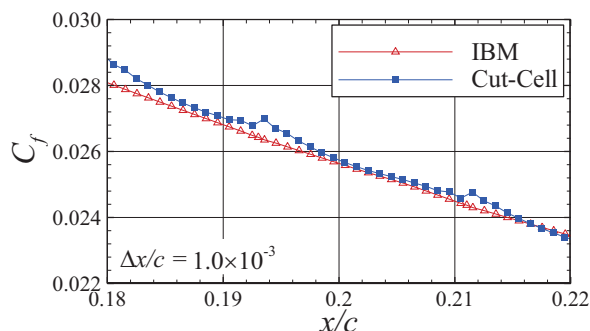
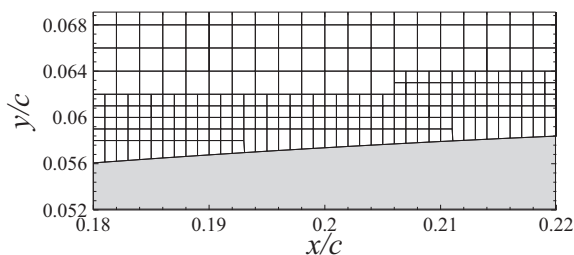
図 17 $x/c = 0.2$ 付近の摩擦抵抗係数分布

図 18 Cut-Cell 法による計算格子

5. 結論

IB 法と Cut-Cell 法を用いて圧縮性非粘性流・粘性流の解析を行った。解析結果について、特に圧力やせん断応力分布等の比較を行い、以下の結論を得た。

非粘性流での検証として、二次元円柱まわりの流れを解析した。三種類の圧力・密度境界条件を用いたところ、一次外挿と曲率効果を反映した条件 CCST でめらかな表面圧力係数分布が得られた。また、抵抗係数の格子収束性は、IB 法に比べて Cut-Cell 法の方が優れていることが分かった。特に、Cut-Cell 法と CCST を組み合わせた場合に最も抵抗係数が小さくなった。

続いて、平板上の層流境界層の計算を行った。境界層の主流方向速度成分と摩擦抵抗係数分布は、IB 法、Cut-Cell 法の双方で Blasius 解とよく一致した。一方、平板が直交格子に対し傾けて配置されている場合に、平板垂直方向の速度成分にオーバーシュートがみられた。しかし、垂直方向速度は主流方向速度の 100 分の 1 程度の大きさであるので、相対的には小さな誤差である。また、摩擦抵抗係数分布を両対数グラフ上に示すことで、Cut-Cell 法の方が境界層の解像度にすぐれることが明らかとなった。

最後に、実用問題として NACA0012 まわりの流れの解析を行った。抵抗係数、はく離点を過去の研究による値と比較したところ、よい一致がみられた。NACA0012 の計算でも円柱や平板と同様、IB 法よりも Cut-Cell 法の方が格子収束性に優れることが分かった。物体表面の摩擦抵抗係数分布に注目すると、IB 法では前縁付近の薄い境界層を十分解像できていないことが判明した。ただし、IB 法では滑らかな摩擦抵抗係数分布となったのに対し、Cut-Cell 法では振動が発生した。この原因は、Cut-Cell 法において壁面上のセルのセル中心と壁面間の距離が一定でないためであると考えられる。

以上の解析結果から、IB 法と Cut-Cell 法とでは同程度の精度の結果を得ることはできるが、Cut-Cell 法の方が解像度に優れるため、より少ない格子点数で解析が可能であるといえる。

謝辞

本研究は JSPS 科研費 15H05559(若手研究(A))の助成を受けた。ここに感謝の意を表す。

参考文献

- 1) Capizzano, F., "Turbulent Wall Model for Immersed Boundary Methods", AIAA J., 49, pp.2367-2381, 2011.
- 2) Nakahashi, K., "Immersed Boundary Method for Compressible Euler Equations in the Building Cube Method", AIAA 2011-3386, 2011.
- 3) Mittal, R. and Iaccarino, G., "Immersed Boundary Methods", Annu. Rev. Fluid Mech., 37, pp.239-261, 2005.
- 4) Berger, M. J. and Aftosmis, M. J., "Progress Towards a Cartesian Cut-Cell Method for Viscous Compressible Flow", AIAA 2012-1301, 2012.
- 5) Imamura, T. and Takahashi, Y., "Unsteady Flow Simulation around Cylinder under Airfoil using Cartesian-based Flow Solver", AIAA 2013-2857, 2013.
- 6) Shima, E. and Kitamura, K., "Parameter-Free Simple Low-Dissipation AUSM-Family Scheme for All Speeds", AIAA J., 49, pp.1693-1709, 2011.
- 7) Shima, E., Kitamura, K. and Fujimoto, K., "New Gradient Calculation Method for MUSCL Type CFD Schemes in Arbitrary Polyhedra", AIAA 2010-1081, 2010.
- 8) Yoon, S. and Jameson, A., "Lower-Upper Symmetric-Gauss-Seidel Method for the Euler and Navier-Stokes Equations", AIAA J., 26, pp.1025-1026, 1988.
- 9) Chakravarthy, S. R. and Osher, S., "Numerical Experiments with the Osher Upwind Scheme for the Euler Equations", AIAA J., 21, pp.1241-1248, 1983.
- 10) Wang, Z. J. and Sun, Y., "Curvature-Based Wall Boundary Condition for the Euler Equations on Unstructured Grids", AIAA J., 41, pp.27-33, 2003.
- 11) Aftosmis, M. J., Nemce, M. and Cliff, S., "Adjoint-Based Low-Boom Design with Cart3D", AIAA 2011-3500, 2011.
- 12) Clarke, D. K., Salas, M. D. and Hassan, H. A., "Euler Calculations for Multielement Airfoils Using Cartesian Grids", AIAA J., 24, pp.353-358, 1986.
- 13) Lahur, P. R., Hashimoto, A. and Murakami, K., "Automatic Grid Generation for Dirty STL Data using Approximate Concave Feature", AIAA 2012-0154, 2012.
- 14) Wang, Z. J. and Chen, R. F., "Anisotropic Solution-Adaptive Viscous Cartesian Grid Method for Turbulent Flow Simulation", AIAA J., 40, pp.1969-1978, 2002.
- 15) 巽友正, "流体力学", 培風館, 1982.
- 16) Mavriplis, D. J. and Jameson, A., "Multigrid Solution of the Navier-Stokes Equations on Triangular Meshes", AIAA J., 28, pp.1415-1425, 1990.
- 17) Radespiel, R. and Swanson, R. C., "An Investigation of Cell Centered and Cell Vertex Multigrid Schemes for the Navier-Stokes Equations", AIAA 89-0543, 1989.
- 18) Kitamura, K., Fujimoto, K., Shima, E., Kuzuu, K. and Wang, Z. J., "Validation of Arbitrary Unstructured CFD Code for Aerodynamic Analyses", Trans. JSASS, 53, pp.311-319, 2011.
- 19) Bassi, F. and Rebay, S., "A High-Order Accurate Discontinuous Finite Element Method for the Numerical Solution of the Compressible Navier-Stokes Equations", Journal of Computational Physics, 113, pp.267-279, 1997.
- 20) Sun, Y., Wang, Z. J. and Liu, Y., "Efficient Implicit Non-linear LU-SGS Approach for Compressible Flow Computation Using High-Order Spectral Difference Method", Commun. Comput. Phys., 5, pp.760-778, 2009.

計算格子に斜交する衝撃波の鋸歯状化現象の解析

相曽 秀昭 (宇宙航空研究開発機構 航空技術部門 数値解析技術研究ユニット)

Analysis on effect of grid to the capturing of shock surfaces that are oblique to the axes of Cartesian grid for computation

by
Hideaki AISO(JAXA)

ABSTRACT

We are concerned with numerical computation of shocks whose surfaces are oblique to any axis of grid for computation, where the grid is a structured orthogonal grid. It is easily observed that the capturing of shock surface is affected by the grid and that the surface often looks jagged but not smooth, even if the shock surface should be planar or smooth from theory. The phenomenon is purely numerical and the machinery of phenomenon is not yet clear. While the setting of problem is rather simple, several different mathematical factors are complicatedly related even in the case of compressible Euler equations for ideal gases. Therefore we analyze a simplified problem, scalar conservation laws over two dimensional space. From the simplified analysis we still obtain some essential part of the numerical machinery, which may suggest a method to decrease the inconvenient effect of grid.

1. はじめに

流体现象の数値シミュレーションにおける格子生成では物体形状と流体现象に適合するように作成された格子を用いることが理想的であるが、そのような格子の作成には大きな時間コストや高度な経験的ノウハウが要求されることが通例である。そのため、流体现象の数値シミュレーションが広く用いられるようになるにつれ、生成が容易な直交格子の利用が増加している。

直交格子の利用については、格子が流体现象(流れや衝撃波など)に適合しないゆえの精度低下を格子生成の簡便さで節約されたコストをより細かい格子の利用などに振り向けて得られる精度向上と衡量し、場合に依りて判断していると考えられるが、数値計算法解析の観点からは精度低下のしくみについて定性的または定量的な解析を試みることも重要である。

本稿では、現象としては広く認知されながらも、その数値的な機構についてあまり省みられることのなかった格子に斜交する衝撃波面の数値的な挙動である衝撃波面の鋸歯状化について考察する。

圧縮性 Euler 方程式は非線形保存則の一つであるが、他の非線形保存則と同様に数値計算における衝撃波の捕獲は重要な課題の一つである。1次元空間での

衝撃波捕獲では、数値的振動と数値的鈍化をできるだけ抑制することが課題となったが、これはTVDスキーム¹などによりほぼ実現され、数値解では1個のみの内点(中間状態)²を以て衝撃波を捕獲できるようになった。しかし、空間の次元が2以上の場合、1次元では単なる点であった衝撃波面が、“(空間次元) - 1”の次元を有する曲線又は曲面となるため、衝撃波捕獲において数値的振動と数値的鈍化以外に衝撃波面の形状が問題となってくる。つまり、厳密解では曲線又は曲面である衝撃波面が一般には鈍化により厚みを有するため、数値的な衝撃波面を a. 中間状態をとる有限体積、及び b. 両側の有限体積がそれぞれ衝撃波両側の状態となっている有限体積境界、の和集合とするのが妥当と考えられる。(図1は空間2次元の例)

¹TVDは「全変動減少」の意味であるが、実際に全変動減少(厳密には全変動非増加)の性質が実現されているのは一般的にはスカラー保存則又は線形保存則の場合のみであり、圧縮性 Euler 方程式などに対する「TVD」スキームはスカラー保存則の TVD スキームの類推的拡張であることに注意する。

²厳密解では従属変数の値は衝撃波の一つの側の状態から他の側の状態へ非連続的に跳躍するが、有限体積法による数値計算では、衝撃波の位置が有限体積間の境界と一致しない限り、衝撃波両側の状態(従属変数の値)とは異なる状態を有する有限体積が出現する。これは数値的(厳密解には存在しない)にもかかわらず数値計算には出現する現象であり、これらの状態を衝撃波捕獲における内点もしくは中間状態という。

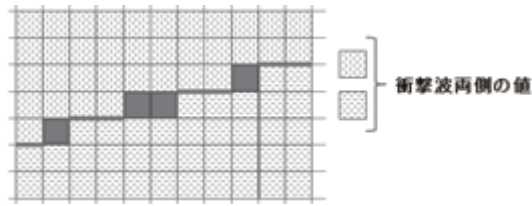


図 1: 塗りつぶしと太線の部分が数値的な衝撃波面

衝撃波面の形状への格子の影響は鈍化が大きい場合 (図 2) はそれほど目立たないが、鈍化が小さくなると顕著に認識され、数値的に捕獲された衝撃波面は鋸歯状または階段状といったよい形状となる。(図 3) 理想的な数値解は各有限体積毎に厳密解を平均化したもの (図 4) であると考えられるが、本稿での考察によれば、有限体積法ではこの理想的な数値解はほぼ実現不可能であろうと予想される。

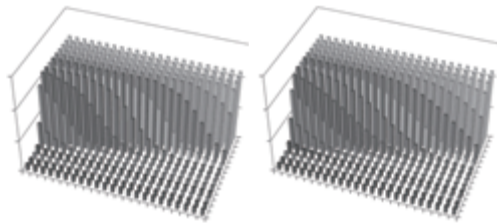


図 2: 鈍化の大きい衝撃波の数値解

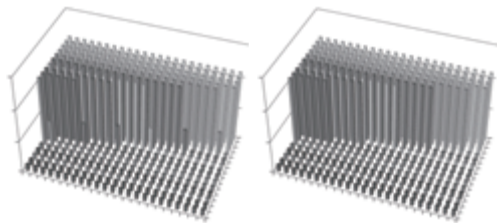


図 3: 衝撃波面が鋸歯状となった数値解

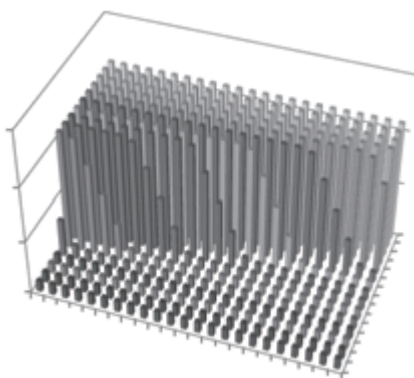


図 4: 理想的と考えられる衝撃波の数値解

この衝撃波面の鋸歯状化の機構について、本稿では空間 2 次元スカラー保存則の数値計算をモデルとして

考察を進める。結論では、空間 1 次元の場合に内点が 1 個となる性質が 2 次元空間では鋸歯状化をもたらす事が明らかになる。この事実は空間 1 次元での計算スキームの評価が空間多次元にそのままつながらず、異なることを示唆している。

2. 2 次元空間でのスカラー保存則初期値問題とその衝撃波解

まず 2 次元空間上のスカラー保存則の初期値問題で衝撃波が x, y 両軸に斜交するものを設定する。

スカラー関数 $u = u(x, y, t)$, $-\infty < x, y < \infty, 0 \leq t < \infty$, について次の初期値問題を考える。

$$u_t + \left(\frac{p}{2}u^2\right)_x + \left(\frac{q}{2}u^2\right)_y = 0, \quad -\infty < x, y < \infty, 0 < t < \infty$$

$$u(x, y, 0) = \begin{cases} u_L, & px + qy < C \\ u_R, & px + qy > C \end{cases} \quad (1)$$

ここで p, q は $p > q > 0$ なる互いに素な整数であり³、 C は実定数である。

$u_L > u_R$ であれば、この初期値問題の解は衝撃波を形成する。 s を 1 次元問題で流束関数が $\frac{1}{2}u^2$ であるときの衝撃波の伝播速度とすると、Rankine-Hugoniot の条件から

$$s = \frac{\frac{1}{2}(u_R)^2 - \frac{1}{2}(u_L)^2}{u_R - u_L} = \frac{u_L + u_R}{2}$$

であるが、問題 (1) では、衝撃波は x, y - 軸方向にそれぞれ ps, qs の速度で進行するため、次の解が得られる。

$$u(x, y, t) = \begin{cases} u_L, & px + qy < C + s(p^2 + q^2)t \\ u_R, & px + qy > C + s(p^2 + q^2)t \end{cases} \quad (2)$$

衝撃波面は $px + qy = C + s(p^2 + q^2)t$ であり、波面と垂直な方向 (波面の法線ベクトルの方向) に $s\sqrt{p^2 + q^2}$ の速度で進む。

3. 保存型差分近似、Godunov 差分

本稿で用いる保存型差分近似について簡単に説明する。

空間格子は正方形である各有限体積

$$D_{i,j} = \left\{ (x, y) \mid \left(i - \frac{1}{2}\right) \Delta x < x < \left(i + \frac{1}{2}\right) \Delta x, \right. \\ \left. \left(j - \frac{1}{2}\right) \Delta y < y < \left(j + \frac{1}{2}\right) \Delta y \right\}$$

³ p, q の符号を限定したのは初期値が $u_L > u_R$ を満たす場合に衝撃波解を形成するためである。また互いに素な整数としたのは、後の部分の数値計算において循環境界条件を利用して有限の領域で数値計算を行いやすくするための仮定である。

で空間を分割する直交格子とする。時間増分 Δt は一定として $t = n\Delta t$ (時間進行 n 段目) の各 $D_{i,j}$ での u の計算値を $u_{i,j}^n$ と記す。

$t = n\Delta t$ から $t = (n+1)\Delta t$ への時間発展は陽的保存型差分近似を用いる。一般的な空間 2 次元の保存則

$$u_t + f(u)_x + g(u)_y = 0 \quad (3)$$

では、流束関数 f, g に対応する数値流束 \bar{f}, \bar{g} を適当に選べば陽的差分近似

$$\begin{aligned} u_{i,j}^{n+1} = & u_{i,j}^n \\ & - \frac{\Delta t}{\Delta x} \{ \bar{f}(u_{i,j}^n, u_{i+1,j}^n) - \bar{f}(u_{i-1,j}^n, u_{i,j}^n) \} \\ & - \frac{\Delta t}{\Delta y} \{ \bar{g}(u_{i,j}^n, u_{i,j+1}^n) - \bar{g}(u_{i,j-1}^n, u_{i,j}^n) \} \end{aligned} \quad (4)$$

を得るが、本稿の問題 (1) では

$$\begin{cases} f(u) = ph(u) \\ g(u) = qh(u), \end{cases} \quad h(u) = \frac{1}{2}u^2 \quad (5)$$

であるので、まず空間 1 次元スカラー保存則

$$u_t + h(u)_x = 0, h(u) = \frac{1}{2}u^2 \quad (6)$$

の差分近似

$$u_i^{n+1} = u_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} \{ \bar{h}(u_{i-1}^n, u_i^n) - \bar{h}(u_i^n, u_{i+1}^n) \} \quad (7)$$

を定め、その数値流束 $\bar{h}(u_-, u_+)$ から

$$\begin{cases} \bar{f}(u_-, u_+) = p\bar{h}(u_-, u_+) \\ \bar{g}(u_-, u_+) = q\bar{h}(u_-, u_+) \end{cases} \quad (8)$$

により \bar{f}, \bar{g} を定める。

陽的差分では安定性確保のために Δt は何らかの CFL 条件の制約を受ける。ここでは、

$$\frac{\Delta t}{\Delta x} |f'| + \frac{\Delta t}{\Delta y} |g'| < 1 \quad (9)$$

を課す。

数値流束 \bar{h} は

$$\begin{aligned} \bar{h}(u_-, u_+) = & \frac{1}{2} \{ h(u_-) + h(u_+) \} \\ & - \frac{1}{2} a(u_-, u_+) (u_+ - u_-) \end{aligned} \quad (10)$$

のように数値粘性係数 $a(u_-, u_+)$ により記述でき、それにより \bar{h} が定まる。 $a(u_-, u_+)$ は u_-, u_+ の連続関数と仮定する。

$$a(u_-, u_+) = \begin{cases} \left| \frac{h(u_+) - h(u_-)}{u_+ - u_-} \right|, & u_- \neq u_+ \\ |h'(u_-)|, & u_- = u_+ \end{cases} \quad (11)$$

であれば、Murmman-Roe スキーム [4, 5, 6] であり、

$$\begin{aligned} a(u_-, u_+) &= \begin{cases} \max_{(s-u_-)(s-u_+) \leq 0} \left| \frac{h(u_-) + h(u_+) - 2h(s)}{u_+ - u_-} \right|, & u_- \neq u_+ \\ |h'(u_-)|, & u_- = u_+ \end{cases} \end{aligned} \quad (12)$$

であれば、Godunov スキーム [2] である。

Godunov と Murmann-Roe の数値流束に違いが生じるのは u_-, u_+ の作る Riemann 問題の厳密解が音速点 (特性速度が 0 となる u の値) を含む膨張波となる場合のみであり、それ以外の場合ではこの 2 つは同じものになる。[3] そのため、本稿の議論の範囲では Godunov、Murmman-Roe どちらでも同じことになる。

4. 数値計算の実行

差分近似により初期値問題 (1) の数値解を計算し、計算格子に斜交する衝撃波の数値解の挙動を観察してゆく。

格子については簡単のため $\Delta x, \Delta y = 1$ とし、時間増分 Δt については安定性のために CFL 条件の制約が課される。

数値計算の実行では計算領域の有限化が必須だが、ここでは次のようにする。

(1) 計算領域は

$$x_{\min} \leq x \leq x_{\max}, y_{\min} \leq y \leq y_{\max} \quad (13)$$

の形の長方形領域とする。 x 軸方向は十分に大きくとり、 y 軸方向には p 個の有限体積をとり $y_{\max} - y_{\min} = p$ とする。領域内の各有限体積は $D_{i,j}, 1 \leq i \leq M_x, 1 \leq j \leq p$ と番号付けしておく。 $(M_x = x_{\max} - x_{\min}, p = y_{\max} - y_{\min})$

(2) x 軸方向の両端の境界 $x = x_{\min}$ 及び $x = x_{\max}$ では、 $u = u_L$ または $u = u_R$ による流入流出条件を課す。

(3) y 軸方向の両端 $y = y_{\min}$ 及び $y = y_{\max}$ では基本的には循環境界条件とする。ただし、衝撃波面に適合させるため両端を同一視する際に x 軸方向のシフトを組み入れる。即ち、境界 $y = y_{\max}$ 上の点 (x, y_{\max}) と境界 $y = y_{\min}$ 上の点 $(x+q, y_{\min})$ を同一視する。同一視する相手の点が存在しない部分、即ち

$$x_{\min} < x < x_{\min} + q, y = y_{\min}$$

と

$$x_{\max} - q < x < x_{\max}, y = y_{\max}$$

では(2)と同様に $u = u_L$ または $u = u_R$ による流入流出条件とする。(図5)

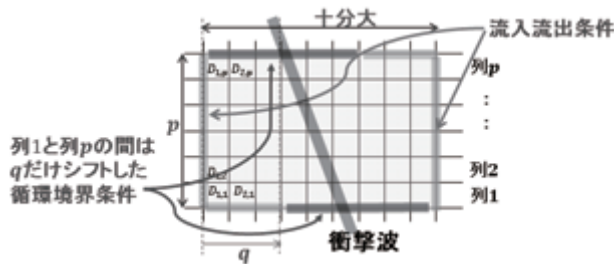


図5: 実際の数値計算での境界条件

数値計算のための初期値の設定は、各有限体積 $D_{i,j}$ について、次のように定める。

- (1) $D_{i,j}$ の内部の全ての点が $px + qy < C$ を満たせば、 $u_{i,j} = u_L$ とする。
- (2) $D_{i,j}$ の内部の全ての点が $px + qy > C$ を満たせば、 $u_{i,j} = u_R$ とする。
- (3) 上の2つ以外の場合は、 $D_{i,j}$ 内で $px + qy < C$ を満たす部分の面積と $px + qy > C$ を満たす部分の面積の比により、 u_L と u_R の加重平均をとり、その値を $u_{i,j}$ とする。

衝撃波捕獲の様子議論は、初期から十分な離散時間発展回数を経て(つまり n が十分大きくなって)数値解が“安定”し時間的に定常になった段階で行う。本稿では衝撃波が静止(つまり $s = 0$)している場合を考慮するので、差分近似(11)による離散時間発展を十分な回数繰り返せば数値解が定常で変化のない状態に至ることが期待される⁴。その定常数値解の衝撃波捕獲の様子を観察・議論する。

離散時間発展の繰返しによる定常解への収束について理論的な証明は与えられない⁵が、スカラー保存則における衝撃波捕獲では数値的に生じる中間状態(衝撃波両側の値 u_L, u_R ではない値で厳密解には存在しないが数値計算では出現する値)に対する自由度の制約⁶がないことから、自然な仮定としてよいと思われる。

5. 静止衝撃波の数値解の挙動

衝撃波と格子の位置関係を徐々に変化させていくときの静止衝撃波の数値解の変化を観察する。本稿の興味は数値解における衝撃波面の捕獲であるから、衝撃

波面の位置の変化に応じての数値的衝撃波面(図1)の様相の変化、特に内点となる有限体積の位置・分布とその移動に注目して観察する。いくつかの p, q の値の例での結果を示す。ここで白と灰色は衝撃波の両側のそれぞれの値をとっている有限体積であり、斜線が内点を取る有限体積を表す。衝撃波の位置が徐々に右上に変化する(C が徐々に増加する)ときの様相の変化を左から右に並べている。

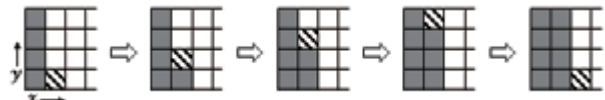


図6: $p = 4, q = 1$ の場合

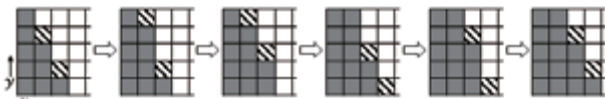


図7: $p = 5, q = 2$ の場合

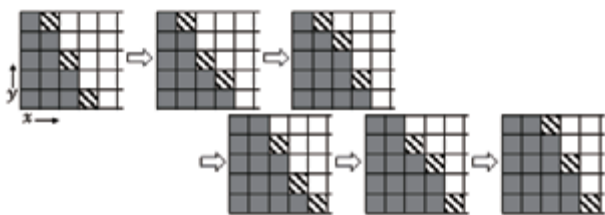


図8: $p = 5, q = 3$ の場合

示された図はいずれも衝撃波が x -軸方向に有限体積 q 個分移動する際のパターンの変化を表しており、それぞれの場合の数値解での衝撃波進行パターンの1周期分と言えるものである。その他の p, q の値の場合も観察することで、数値解における衝撃波面の捕獲について次の主張を得る。

主張1 内点をとる有限体積は互いに隣接しない。ここで2つの有限体積が隣接するとは、1つの有限体積境界の両側にあることをいう。

主張2 内点をとる有限体積は、 x, y のどちらの軸の方向で見ても、衝撃波両側それぞれの値をとる有限体積に挟まれている。ただし、 y -軸方向の場合は、シフト付循環境界条件を考慮し、 $D_{i,p}$ と $D_{i+q,1}$ が隣接すると解釈する。

主張3 衝撃波が徐々に移動するに従い、内点をとる有限体積は順次 y -軸方向に移動する。ただし、端の $D_{i,p}$ から移動する先はシフト付の循環境界条件により $D_{i+q,1}$ となる。

⁴ 実際の数値計算では丸め誤差程度の変化のみの状態になれば定常状態と解釈する。

⁵ 特定の差分近似については縮小写像の方法で証明が可能

⁶ Euler 方程式の様な系の場合には、変数が複数個であっても中間状態の自由度は変数の個数分はない為に状況が異なってくる。

主張 4 各 i について、内点をとる有限体積は $D_{i,1}$ から $D_{i,p}$ までの p 個の有限体積のうち高々 1 個である。また計算領域全体では高々 q 個である。

これらの主張をまとめると、主張 1,2 については下の定理 1 として記述し、主張 3,4 はその定理の系として理解するのが適当であると考えられる⁷。また、Godunov スキーム、Murmman-Roe スキームは 1 次元の静止衝撃波の数値解における内点の個数が高々 1 個である TVD スキームという形に一般化される。更に、流束関数 $h(u)$ は $\frac{1}{2}u^2$ に限らず $h''(u) > 0$ である関数としても定理は成立する。

定理 1 空間 2 次元のスカラー保存則初期値問題 (1) において $u_L + u_R = 0, u_L > u_R$ とし、その静止衝撃波解

$$u = \begin{cases} u_L, & px + qr < C \\ u_R, & px + qr > C \end{cases} \quad (14)$$

の有限体積近似を格子軸が x, y - 各軸に平行する直交格子を以って行う。まず、空間 1 次元スカラー保存則 (6) の有限体積近似のスキーム (7) について、数値粘性係数 $a(u_-, u_+)$ がいわゆる TVD 条件

$$\left| \frac{f(u_+) - f(u_-)}{u_+ - u_-} \right| \leq a(u_-, u_+) \leq C \quad (15)$$

($u_- = u_+$ の場合、最左辺は $|f'(u_+)|$ と解釈する。また C は格子の空間増分と時間増分から定まる定数) を満たし、衝撃波両側の値が u_L, u_R である静止衝撃波について

- (i) 時間的定常、かつ
- (ii) 内点となる有限体積が高々 1 個

であるような近似解を得られるような任意のスキームとする。次に、この空間 1 次元のスキームから (4), (8) により空間 2 次元のスキーム (1) を定め、これによる近似解で時間的定常であるものが得られたとする。また、近似解の初期値 (初期データ) $\{u_{i,j}^0\}$ は、その全ての値が $[u_R, u_L]$ に属し、 x, y の各軸方向には単調非増加であるとする。

このように得られる静止衝撃波解 (14) の時間定常近似解について、次が成立する。

- (1) 内点となる有限体積が共通の有限体積境界を挟んで隣接することはない。
- (2) 内点となる有限体積は、 x, y のどちらの軸方向で見ても衝撃波両側のそれぞれの値 u_L, u_R をとる有限体積により挟まれる。

⁷ 主張 1,2 をまとめる定理は直交格子に斜交する衝撃波面を有する静止衝撃波の数値解として一般的なものだが、主張 3,4 においては $p > q$ なる仮定が必要なことに注意する。

定理の証明の概略を述べる。証明は、静止衝撃波の定常近似解で内点になる有限体積が高々 1 個であることの条件の考察と、最大最小原理を組み合わせることにより得られる。

まず、1 次元問題 (6) の数値計算で考える。定常近似解であれば全ての数値流束が等しくその値は $\bar{h}(u_L, u_L) = h(u_L) = \bar{h}(u_R, u_R) = h(u_R)$ である。静止衝撃波なので Rankin-Hugoniot 条件から $h(u_L) = h(u_R)$ でもある事にも注意する。

内点になる有限体積が 2 つ以上存在しないというのは、 $\bar{h}(v, w) = h(u_L) = h(u_R)$, $v, w \in (u_R, u_L)$ となる v, w が存在しないということである。 $u_R < v < u_L$ ならば $\bar{h}(v, v) = h(v) < h(u_L) = h(u_R)$ となることと h の連続性から

$$\bar{h}(v, w) < h(u_L) = h(u_R), \quad v, w \in (u_R, u_L) \quad (16)$$

及び

$$\bar{h}(v, w) \leq h(u_L) = h(u_R), \quad v, w \in [u_R, u_L] \quad (17)$$

を得る。

また、

$$\begin{aligned} \bar{h}(v, w) &= h(w) + \frac{1}{2} \left(a(v, w) + \frac{h(w) - h(v)}{w - v} \right) (v - w) \\ \bar{h}(v, w) &= h(v) + \frac{1}{2} \left(a(v, w) - \frac{h(w) - h(v)}{w - v} \right) (v - w) \end{aligned}$$

なので、(15) から

$$\bar{h}(v, w) \geq h(v), h(w), \quad v > w \quad (18)$$

であり、特に、 $v = u_L$ または $w = u_R$ の場合は $\bar{h}(v, w) \geq h(u_L) = h(u_R)$ となる。これと (17) から、

$$\bar{h}(u_L, v) = \bar{h}(v, u_R) = h(u_L) = h(u_R), \quad v \in [u_R, u_L] \quad (19)$$

次に 2 次元問題の静止衝撃波の定常数値解 $\{u_{i,j}\}$ を考える。

- 各 j について、 i が十分大ならば $u_{i,j} = u_R$ 、 i が十分小ならば $u_{i,j} = u_L$
- 各 i について、 j が十分大ならば $u_{i,j} = u_R$ 、 j が十分小ならば $u_{i,j} = u_L$

であるから、有限体積 $D_{i,j}$ の中に内点になるものがあるれば、それらから $u_R < u_{\alpha,\beta} < u_L, u_{\alpha+1,\beta} = u_{\alpha,\beta+1} = u_R$ となる $D_{\alpha,\beta}$ がとれる。数値解が定常なので有限体積 $D_{\alpha,\beta}$ での数値流束の収支

$$\begin{aligned} & [\bar{f}(u_{\alpha,\beta}, u_{\alpha+1,\beta}) - \bar{f}(u_{\alpha-1,\beta}, u_{\alpha,\beta}) \\ & + \bar{g}(u_{\alpha,\beta}, u_{\alpha,\beta+1}) - \bar{g}(u_{\alpha,\beta-1}, u_{\alpha,\beta})] \\ & = p \{ \bar{h}(u_{\alpha,\beta}, u_{\alpha+1,\beta}) - \bar{h}(u_{\alpha-1,\beta}, u_{\alpha,\beta}) \} \\ & + q \{ \bar{h}(u_{\alpha,\beta}, u_{\alpha,\beta+1}) - \bar{h}(u_{\alpha,\beta-1}, u_{\alpha,\beta}) \} \end{aligned}$$

は 0 であるから、(19) を適用して

$$p\{h(u_R) - \bar{h}(u_{\alpha-1,\beta}, u_{\alpha,\beta})\} + q\{h(u_L) - \bar{h}(u_{\alpha,\beta-1}, u_{\alpha,\beta})\} = 0 \quad (20)$$

を得るが、これが成立するためには (16), (17) から

$$\bar{h}(u_{\alpha-1,\beta}, u_{\alpha,\beta}) = \bar{h}(u_{\alpha,\beta-1}, u_{\alpha,\beta}) = h(u_R) = h(u_L)$$

でなければならない。

この議論を帰納的に適用すると、全ての x - 軸方向の流束 $\bar{f}(u_{i,j}, u_{i+1,j})$ は $f(u_L) = f(u_R)$ に等しく、同様に全ての y - 軸方向の流束 $\bar{f}(u_{i,j}, u_{i,j+1})$ は $g(u_L) = g(u_R)$ に等しい。

もしも内点となる有限体積が隣接すれば、それらの有限体積間の境界における数値流束は (16) により $f(u_L) = f(u_R)$ または $g(u_L) = g(u_R)$ より小となり矛盾が生じる。よって有限体積の隣接は起こらない。また、 $u_R < u_{\alpha,\beta} < u_L$ ならば $u_{\alpha+1,\beta} = u_{\alpha,\beta+1} = u_R$ 及び $u_{\alpha-1,\beta} = u_{\alpha,\beta-1} = u_L$ が上記の議論の帰結として得られる。

以上、証明の概略である。

6. まとめ

定理 1 の意味を考察する。1 次元の静止衝撃波を 1 個の内点で数値的に捕獲する差分近似を 2 次元に拡張した場合、定理は図 1 の中央部にあるような内点になる有限体積の隣接を否定する。これが、数値解での衝撃波面の捕獲が鋸歯状 (階段状) になる原因である。逆に 1 次元の静止衝撃波の数値計算で既に鈍化が生じるようなものであれば、2 次元の静止衝撃波の数値計算でこのような現象は顕著には起こらないといえる。

このような数値解での衝撃波の鋸歯状化を避けるために、粘性を付加するという修正法が従来から知られているが、かなりの粘性を付加しないと効果が現れない場合もある。数値解の鈍化による鋸歯状化低減機構の本質は、粘性というよりも 1 次元の静止衝撃波を近似する際の内点の個数であり、粘性を付加してもあまり効果がないのは内点の個数が 1 個のままで増加しない場合である。実際、1 次元の静止衝撃波の数値解の内点の個数が通常 2 個である Engquist-Osher[1] のスキームを用いると、 p, q の全ての値で鋸歯状化が目立たないようになる。

本考察は、1 次元計算での計算法の利点が 2 次元以上の計算においては欠点となることも有り得る例を示したものとしても興味深い。格子と現象 (厳密解) の間の方向性のずれの問題など、2 次元以上に特有の問題の考察への端緒でもありと考えられる。本考察をより一般化し圧縮性 Euler 方程式などの系の場合に拡張し

て証明を与えることには相当の困難が予想される。しかし、1 次元の静止衝撃波の数値解の内点の個数を増やすことで 2 次元以上の静止衝撃波の数値解の鋸歯状化を抑制するという方法は実際の計算において適用可能であると考えられる。

参考文献

- [1] B. Engquist and S. Osher. Stable and entropy satisfying approximations for transonic flow calculations. *Math. Comp.*, Vol. 34, pp. 45–75, 1980.
- [2] S. K. Godunov. Finite difference method for numerical computation of discontinuous solutions of the equations of fluid dynamics (in Russian). *Mat. Sb. (N.S.)*, Vol. 47, pp. 251–306, 1959.
- [3] B. van Leer. On the relation between the upwind-differencing schemes of Godunov, Engquist-Osher and Roe. *SIAM J. Sci. Statist. Comput.*, Vol. 15, No. 1, pp. 1–20, March 1984.
- [4] E. M. Murmann. Analysis of embedded shock waves calculated by relaxation methods. *AIAA J.*, Vol. 12, pp. 626–633, 1974.
- [5] P. L. Roe. Approximate Riemann solvers, parameter vectors and difference schemes. *J. Comput. Phys.*, Vol. 43, pp. 357–372, 1981.
- [6] P. L. Roe. The use of Riemann Problem in finite difference schemes. In *Lecture Notes in Physics*, **141**, Vol. 141, pp. 354–559. Springer-Verlag, New York, 1981.

ヘリコプタの高速飛行時の空力性能予測

菅原瑛明 田辺安忠
(株) 菱友システムズ, 宇宙航空研究開発機構

Prediction of the Aerodynamic Performance of the Helicopter Rotor at High Speed

by
Hideaki Sugawara and Yasutada Tanabe

ABSTRACT

The aerodynamic performance of a full-scaled helicopter rotor is predicted using a rotorcraft CFD solver, rFlow3D. The prediction accuracy is verified through comparison with the selected wind tunnel test data of a constant thrust while the advance ratio is increased up to 0.4. Trim adjustment is improved by implementing a look-up table for the sectional aerodynamics. The rotor control angles and rotor drag and power between prediction and experiment are found in acceptable agreement. Some differences in the collective and lateral pitch angles are observed due to not including the elastic deformations in the analysis. Detailed comparisons of the sectional airloads are also performed and good correlations are found. The aerodynamic loads in the reversed flow region are also obtained. The influence of the elastic deformation on the prediction accuracy of aerodynamic performance at high advance ratio conditions will be further studied.

1. はじめに

JAXA では、将来型回転翼航空機として図 1 のようなコンパウンド・ヘリコプタを提案し、研究が行なわれている[1]。この機体は、ヘリコプタのテール・ロータを無くし、アンチ・トルク装置として主翼両端にプロペラを装備し、高速飛行のために機体尾部に推進プロペラを加えたものである。目標としている最大速度は、在来のヘリコプタのおよそ 2 倍の 500km/h としている。このコンパウンド・ヘリコプタは多くの技術課題があり、文献 1 では、以下のように挙げている。

- 低抵抗胴体と低抵抗ハブの設計
- 新規技術として、アンチ・トルク用プロペラの電動化
- メインロータと主翼の空力干渉
- メインロータと主翼の最適な揚力の分担
- 高速飛行時のメインロータブレードの最適設計

これらの技術課題に取り組むにあたり、CFD は回転翼周りの複雑な流れ場のシミュレーションと空力性能の高精度な予測に有用なツールとして期待されている。JAXA では、回転翼用 CFD ツールとして rFlow3D [2, 3, 4]の開発を行っており、これまでいくつかの検証[3, 4, 5]やホバリング条件におけるブレード空力最適設計に応用してきた[6]。高速飛行時のメインロータの空力予測については、これまで応用例がなく、ツールの精度はまだわかっていない。そのため、ツールの精度を検証する必要がある。

高速飛行時のメインロータの空力で複雑なのが、ロータの後退側で生じる逆流領域の存在である。この逆流領域の大きさは、ヘリコプタの前進率 μ に比例する。前進率 μ は、ロータ面に水平な機体速度 $V \cos \alpha_s$ と翼端速度 ΩR の比で、 $\mu = (V \cos \alpha_s) / \Omega R$ で表される。在来のヘリコプタの場合、この前進率が最大でおよそ 0.4 程度である。しかし、コンパウンド・ヘリコプタの場合、ロータ回転数と機体速度によっては前進率が 0.4 より大きくなる（高前進率条件）。従って、逆流領域が大きくなり、その影響を無視することはできない。

高前進率条件におけるロータの研究は、これまでいくつか行なわれている。Norman と Datta は、実機 UH-60A のブレードを用いて、実大スケールの風洞試験結果を報告している[7, 8]。この風洞試験データを用いた数値計算結果として、Yeo が統合解析ツール CAMRADII を用いて検証を行

っている[9]。また、Potsdam は、CFD ツール Helios を用いた結果を報告している[10,11]。この他にも、前進飛行条件における CFD の検証がいくつか行なわれており、多くの情報が論文ベースで入手可能である[12-14]。

本論文では、高速飛行時のメインロータブレードの最適設計に向けた rFlow3D の初期検証として、実機 UH-60A のブレードを用いた実大スケールの風洞試験に基づいた初期検証の結果を報告する。まず、一般的なヘリコプタの前進飛行条件での空力性能予測の検証を第一段階として行った。また、高前進率条件に向けた拡張として、トリム解析を従来の計算方法から拡張した点について説明する。

2. 数値計算手法

2. 1 回転翼 CFD コード rFlow3D

rFlow3D で用いている計算手法について説明する。支配方程式は 3 次元圧縮性 RANS 方程式で有限体積法により離散化し、移動重合格子法を適用している。非粘性流束の計算には、移動重合格子法に拡張した mSLAU (Modified SLAU) [15] を使用し、空間高次精度化には空間 4 次精度の FCMT (Fourth Order Compact MUSCL TVD) 法[16]を使用している。粘性流束の計算は、2 次精度の中心差分で計算している。時間積分は、背景格子では 4 段階のルンゲクッタ法、ブレード及び胴体格子では Dual-time stepping 法で非定常陰解法を構築し、擬似時間の時間積分は LU-SGS 法[17]を用いている。各格子間の補間には Tri-linear 補間で値を受け渡している。乱流モデルとして、1 方程式モデルの Spalart-Allmaras モデル [18]と 2 方程式モデルの Menter k- ω SST モデル [19], Wilcox k- ω [20] モデルが実装されている。本論文では、ブレード格子で RANS 方程式を解き、背景格子では NS 方程式を解いている。乱流モデルは Spalart-Allmaras モデルを用いた。

2. 2 トリム解析

rFlow3D の機能として、トリム解析がある。現在は、ロータ推力 T とロータのピッチングモーメント M_p 、ローリングモーメント M_x についてのトリム解析が可能である。それぞれの目標の状態に対する制御は、ブレードのコレクティブ・ピッチ角 θ_0 とサイクリック・ピッチ角 (θ_{1c} , θ_{1s}) で行う。ブレードの各方位角 Ψ におけるピッチ角は周期関数で次のように表される。

$$\theta(\Psi) = \theta_0 + \theta_{1c} \cos(\Psi) + \theta_{1s} \sin(\Psi) \quad (1)$$

$\theta_0, \theta_{1c}, \theta_{1s}$ の変化量は、次のように求めている。

$$\begin{bmatrix} \Delta\theta_0 \\ \Delta\theta_{1c} \\ \Delta\theta_{1s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial T}{\partial \theta_0} & \frac{\partial T}{\partial \theta_{1c}} & \frac{\partial T}{\partial \theta_{1s}} \\ \frac{\partial M_x}{\partial \theta_0} & \frac{\partial M_x}{\partial \theta_{1c}} & \frac{\partial M_x}{\partial \theta_{1s}} \\ \frac{\partial M_y}{\partial \theta_0} & \frac{\partial M_y}{\partial \theta_{1c}} & \frac{\partial M_y}{\partial \theta_{1s}} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \Delta T \\ \Delta M_x \\ \Delta M_y \end{bmatrix} \quad (2)$$

ここで、

$$\begin{aligned} \Delta T &= T_{\text{target}} - T_{\text{CFD}} \\ \Delta M_x &= M_{x\text{target}} - M_{x\text{CFD}} \\ \Delta M_y &= M_{y\text{target}} - M_{y\text{CFD}} \end{aligned} \quad (3)$$

式 2 右辺の各勾配は、Blade Element Theory によって求めている。Blade Element Theory の計算において、これまでは揚力勾配を用いた計算を採用していた。しかし、高前進率条件では逆流領域によって有効迎角が 90° を超えるところが広範囲に表れてくる。そのため、失速が考慮されていない揚力勾配を用いた計算手法では翼素の空力を正しく表現できずに計算が破たんしてしまう恐れがある。この問題を回避するため、空力係数テーブルを用いて計算を行うように拡張した。空力係数テーブルは、迎角とマッハ数で整理したテーブルを利用する。ヘリコプタの場合、方位角やスパン位置で対気速度と迎角が異なるためである。本論文では、UH-60A ブレードで使用されている SC1095 翼型の空力係数テーブルを用いた。空力係数データは、文献 21 で記載されているものを使用した。空力係数の分布を図 2 に示す。なお、マッハ数と迎角の間の値は、Bi-linear 補間を使用して求めている。

3. 計算条件と結果

3. 1 計算モデルと計算条件

実大スケール UH-60A のブレード形状は、文献 22 と 23 に詳細に記載されている。この文献 22 と 23 を参考にブレード形状を作成した。作成したブレード形状を図 3 に示す。形状の特徴として、翼端側で 20° の後退角が付いている。また、トリムタブも付いており、その形状も作成している。トリムタブの角度は、今回の計算では 0° としている。ブレードの枚数は 4 枚で、ブレード代表コード長が 0.527 m、ロータ半径は約 8.18 m、ブレードの捩り下げは非線形分布で -16° である。

図 4 に、計算に用いた格子を示す。計算格子は、ブレード格子と内側背景格子、外側背景格子を重合させている。内側背景格子は、等間隔の直交格子を用いており、格子幅はブレード翼端のコード長の 20% としている。外側背景格子も同様に直交格子を使用しており、内側背景格子と格子幅が連続的になるように格子点を配置し、空間外側に行くほど格子幅を増加させている。ブレード格子は、壁面最小格子幅が $y^+ \leq 1$ となるような最小格子幅にしている。レイノルズ数はブレードのコード長基準で、およそ $2.0 \times 10^6 \sim 1.2 \times 10^7$ である。

計算条件は、文献 12, 13, 14 を参考に設定した。計算条件を表 1 に示す。表中のシャフト角 α_c は、風洞壁補正がされた角度である。トリム計算については、目標の推力とモーメントになるように、ブレードの舵角を調整している。ブレードのフラッピング運動は、実験データを用いた。ブレードのフラッピング運動は、周期関数で以下のように表される。

$$\beta(\Psi) = \beta_0 + \beta_{1c} \cos(\Psi) + \beta_{1s} \sin(\Psi) \quad (4)$$

ここで、 β はフラッピング角、 β_0 はコーニング角、 β_{1c} は前後方向の傾き角、 β_{1s} は左右方向の傾き角である。フラッピング角は、文献 13 を参考にした。表 2 にフラッピング角を示す。表中の太字は、文献 13 にデータがなかったもので、既存のデータから線形補間により求めたものである。既存のデータをグラフにすると、線形に変化していたので、線形補間により求めた。

実際の試験では、ブレードは弾性変形しているが本論文では、ブレードの弾性変形は考慮していない。これは、ブレード空力形状最適設計で使用することを検討しているため、空力解析のみの予測精度を確認するためである。弾性変形を考慮した予測精度の検証については、今後行う予定である。

表 1 計算条件

前進率 μ	翼端マッハ数 M_{tip}	シャフト角 α_c
0.15	0.65	0.89
0.20	0.65	-0.31
0.30	0.65	-3.40
0.37	0.65	-6.74
0.39	0.65	-7.57
0.40	0.65	-7.60

表 2 フラッピング角

μ	β_0	β_{1c}	β_{1s}
0.15	3.9	1.8	-0.1
0.20	3.9	1.6	0.0
0.30	3.9	1.1	0.3
0.37	3.9	0.8	0.6
0.39	3.9	0.7	0.6
0.40	3.9	0.6	0.6

3. 2 計算結果

トリム解析によって得られた推力係数とモーメント係数の結果を図 5 に示す。図中の σ はロータのソリディティで、円盤面積とブレード面積の比である。このソリディティで除すことで、無次元化の代表面積がブレード面積になる。図 5 から、トリム解析により、目標（実験値）の推力とモーメントが計算でも得られていることがわかる。図 6 にトリム解析によって得られたブレードの舵角と実験値の比較を示す。コレクティブ・ピッチ角は実験値より過小評価している。これは、ブレードの弾性変形を考慮していないためである。条件によるが、ブレードは弾性変形により捩り下げが生じる。文献 24 によると、実験結果は、翼端付近 ($r/R=0.97$) で捩り下げが平均で約 1° 程度生じている。捩り下げが生じると、必要な揚力を得るためにコレクティブ・ピッチ角がさらに必要になる。従って、この過小評価の結果は弾性変形を考慮していない計算結果として妥当な結果である。また、サイクリック・ピッチ角も定量的に一致していない点は弾性変形が原因であると考えられる。しかし、どちらも定性的に良い一致を示している。

推進力係数の計算結果と実験値の比較を図 7 に示す。計算結果は、実験値で見られる前進率 0.39 でピークとなり、前進率 0.40 で推進力係数が減少する傾向を捉えられている。

図 8 にパワー係数の比較を示す。パワー係数は、前進率が高いところでやや過小評価しているが、傾向は良く捉えられている。高前進率側でのパワー係数の過小評価の原因は、弾性変形の影響やブレードのフラッピング運動の影響が考えられる。

これらの結果から、在来ヘリコプタの飛行条件における rFlow3D のロータ性能予測精度は、弾性変形による誤差を除けば、非常に良い精度で予測できることが確認された。

ブレード形状の空力最適設計では、局所的に形状の変更を行うため[6]、局所的な空力予測精度もある程度求められる。ここでは、ブレード断面における断面垂直力係数と断面モーメント係数の実験値との比較を示す。断面垂直力係数 M^2C_n と断面モーメント係数 M^2C_m は以下のように表される。

$$M^2C_n = \frac{f_n}{\frac{1}{2}\rho a^2 c} \quad (5)$$

$$M^2C_m = \frac{m}{\frac{1}{2}\rho a^2 c^2} \quad (6)$$

ここで、 f_n はブレード断面における垂直力、 m はブレード断面における $1/4c$ まわりのピッチングモーメント、 a は音速、 c はブレード断面のコード長である。

図9と図10に $r/R=0.92$ 位置における断面垂直力係数と断面モーメント係数の計算結果と実験値の比較を示す。前進側の翼端付近で生じる断面垂直力係数の負の荷重が、前進率の増加に伴い、方位角 90° 側に移行している様子が計算でも得られている。また、後退側の $\Psi=270^\circ$ 以降で見られる、荷重が減少してから再び増加する傾向も捉えられている。断面モーメント係数も実験で見られる変動の特徴と良い一致を示している。

図11に $r/R=0.40$ 位置における断面垂直力係数の実験値との比較を示す。この断面は、前進率が 0.4 の時に後退側で逆流領域になる断面である。計算結果は、前進率 0.40 の方位角 $90^\circ \sim 180^\circ$ のところで過小評価しているが、全体的に実験の傾向を良く捉えられており、特に後退側における逆流領域の影響が計算でも予測できている。過小評価している原因については、フラッピングの影響や弾性変形の影響等が考えられる。

これらの評価から、局所的な空力もある程度捉えられていることがわかった。したがって、在来ヘリコプタのブレード空力形状最適設計において、rFlow3D は有用なツールであることがわかった。

4. まとめ

メインロータブレードの最適設計に向けた rFlow3D の初期検証として、実機 UH-60A のブレードを用いた実大スケールの風洞試験に基づいた検証を行った。第一段階として、一般的なヘリコプタの前進飛行条件で空力性能予測の検証を行い、以下のことがわかった。

- トリム解析の Blade Element Theory において、翼素の空力の計算を、揚力勾配を用いた計算から、空力テーブルを用いる計算方法に拡張を行い、目標の推力とモーメントにトリムが取れることを確認した。
- ロータの平均空力性能の予測結果は、実験値と傾向が良く一致すること確認した。
- ブレード断面における垂直力係数とモーメント係数を比較し、実験値と定性的に良い一致を示した。
- 高速飛行条件における逆流領域の影響を計算でも捉えられる事がわかった。

以上の結果から、在来ヘリコプタの飛行条件におけるブレード空力形状最適設計に rFlow3D は有用な空力評価ツールであることがわかった。

今後は、弾性変形を考慮した定量的な予測精度の検証や、将来型回転翼航空機であるコンパウンド・ヘリコプタの飛

行条件である、高前進率条件での検証を進めていき、実際に空力形状最適設計を行う予定である。

参考文献

- [1] Tanabe Y., Aoyama T., Kobiki N., Sugiura M., Miyasita R., Sunada S., Kawachi K., and Nagao M., "A Conceptual Study of High Speed Rotorcraft", 40th European Rotorcraft Forum, Amsterdam, Netherlands, 2014.
- [2] Tanabe Y. and Saito S., "Significance of All-Speed Scheme in Application to Rotorcraft CFD Simulations", 3rd International Basic Research Conference on Rotorcraft Technology, Nanjing, China, October 14-16, 2009.
- [3] Tanabe Y., Saito S. and Sugawara H., "Construction and Validation of an Analysis Tool Chain for Rotorcraft Active Noise Reduction", 38th European Rotorcraft Forum, Amsterdam, Netherlands, 2012.
- [4] 菅原瑛明, 田辺安忠, "rFlow3D のロータ性能予測精度の検証", 第46回流体力学講演会/第32回 ANSS, 2014.
- [5] 菅原瑛明, 田辺安忠, "回転翼の数値計算における乱流モデルの評価", 第52回飛行機シンポジウム, 2014.
- [6] Sugiura M., Tanabe Y., Sugawara H. and Takeda S., "Computationally Efficient and High Fidelity Optimization of Rotor Blade Geometry", 40th European Rotorcraft Forum, Amsterdam, Netherlands, 2014.
- [7] Norman T. R., Shinoda P., Peterson R. L. and Datta A., "Full-Scale Wind Tunnel Test of the UH-60A Airloads Rotor", the American Helicopter Society 67th Annual Forum, Virginia Beach, VA, U.S., May 3-5, 2011.
- [8] Datta A., Yeo H., Norman T. R., "Experimental Investigation and Fundamental Understanding of a Slowed UH-60A Rotor at High Advance Ratios", the American Helicopter Society 67th Annual Forum, Virginia Beach, U.S., Virginia Beach, VA, U.S., May 3-5, 2011.
- [9] Yeo H., "Investigation of UH-60A Rotor Performance and Loads at High Advance Ratios", the American Helicopter Society 68th Annual Forum, Fort Worth, Texas, May 1-3, 2012.
- [10] Potsdam M., Datta A. and Jayaraman B., "Computational Investigation and Fundamental Understanding of a Slowed UH-60A Rotor at High Advance Ratios", the American Helicopter Society 68th Annual Forum, Fort Worth, Texas, May 1-3, 2012.
- [11] Potsdam M., Yeo H. and Ormiston R., "Performance and Loads Predictions of a Slowed UH-60A Rotor at High Advance Ratios", 39th European Rotorcraft Forum, Moscow, Russia, 2013.
- [12] Romander E., Norman T. R. and Chang I-Chung, "Correlating CFD Simulation with Wind Tunnel Test for the Full-Scale UH-60A Airloads Rotor", the American Helicopter Society 67th Annual Forum, Virginia Beach, VA, May 3-5, 2011.
- [13] Yeo H. and Romander E. A., "Loads Correlation of a Full-Scale UH-60A Airloads Rotor in Wind Tunnel", the American Helicopter Society 68th Annual Forum, Fort Worth, Texas, May 1-3, 2012.
- [14] Lee-Rausch E. M. and Biedron R. T., "FUN3D Airload Prediction for the Full-Scale UH-60A Airloads Rotor in a Wind Tunnel", the American Helicopter Society 69th Annual Forum, Phoenix, Arizona, May 21-23, 2013.
- [15] 田辺安忠, 齊藤茂, 菅原瑛明, "rFlow2D コードの低 Re 数流れ場における検証", JAXA-RM-10-005, 2010.
- [16] Yamamoto, S. & Daiguji, H., "Higher-Order-Accurate Upwind Schemes for Solving the Compressible Euler and Navier-Stokes Equations," Computers & Fluids, Vol.22, No.2/3, pp.259-270, 1993.
- [17] Zhang, L.P. & Wang, Z.J., "A Block LU-SGS Implicit Dual Time-Stepping Algorithm for Hybrid Dynamic Meshes," Computers & Fluids, Vol.33, pp.891-916, 2004.

- [18] Spalart P. R. and Allmaras S. R., "A One-Equation Turbulence Model for Aerodynamic Flows", AIAA-92-0439, 1992.
- [19] Menter, F. R., "Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications," AIAA Journal, Vol. 32, No. 8, August 1994, pp. 1598-1605.
- [20] Wilcox D. C., "Formulation of the k- ω Turbulence Model Revisited", AIAA Journal, Vol. 46, No. 11, November 2008.
- [21] Jepson D., Moffitt R. and Hilzinger K., "Analysis and Correlation of Test Data form an Advanced Technology Rotor System", NASA Contractor Report 3714, August, 1983.
- [22] Bousman W. G., "Aerodynamic Characteristics of SC1095 and SC1094 R8 Airfoils", NASA/T2003-212265, AFDD/TR-04-003, December 2003.
- [23] Davis S. J., "Predesign Study for a Modern 4-Blade Rotor for the RSRA", NASA Contractor Report 166155, March, 1981.
- [24] Biedron R. T. and Lee-Rausch E. M., "Blade Displacement Predictions for the Full-Scale UH-60A Airloads Rotor", the American Helicopter Society 70th Annual Forum, Montreal, Quebec, May 20-22, 2014.



図1 将来型回転翼航空機概念図

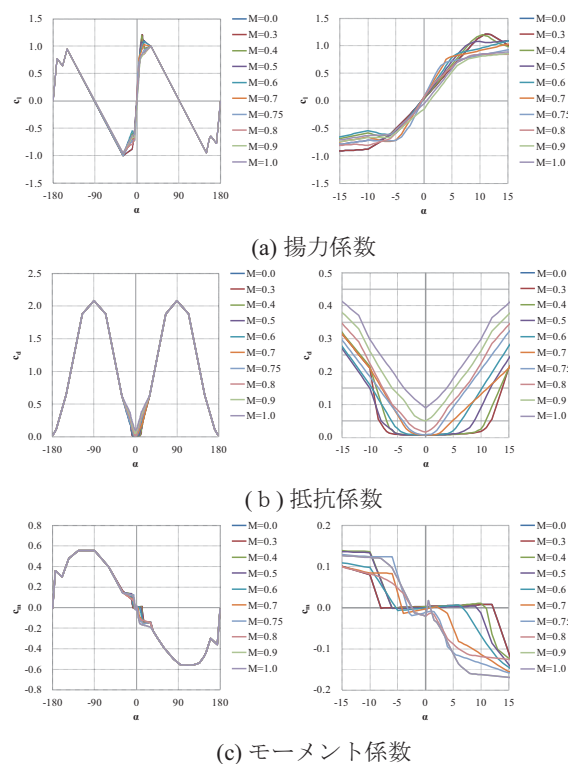


図2 SC1095翼型の空力係数
(左図：迎角全体図、右図：迎角 $\pm 15^\circ$ 拡大図)



図3 UH-60A ブレード形状

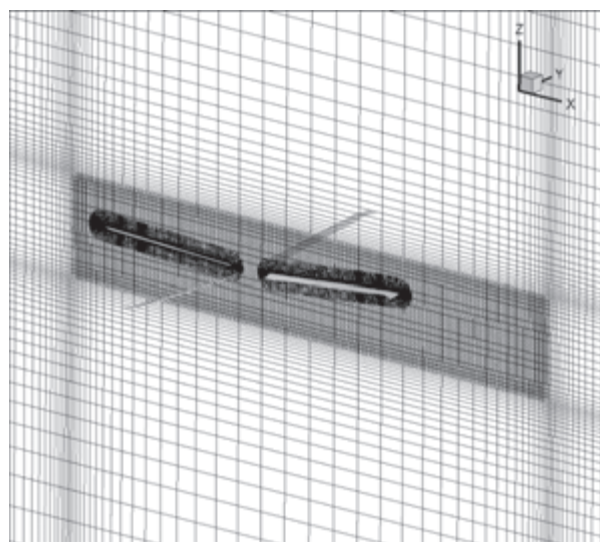
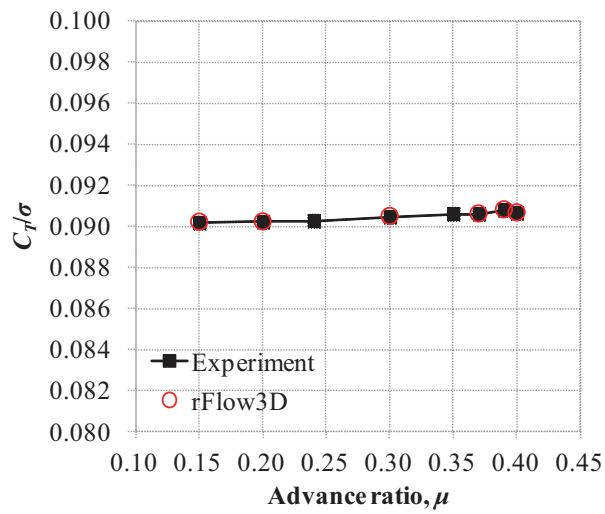
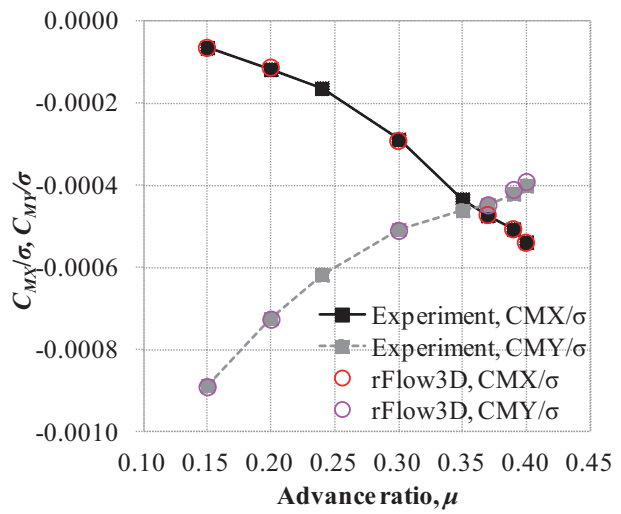


図4 計算格子

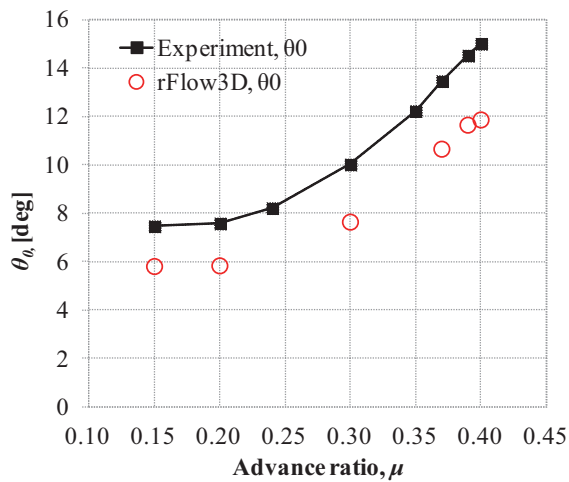


(a) 推力係数

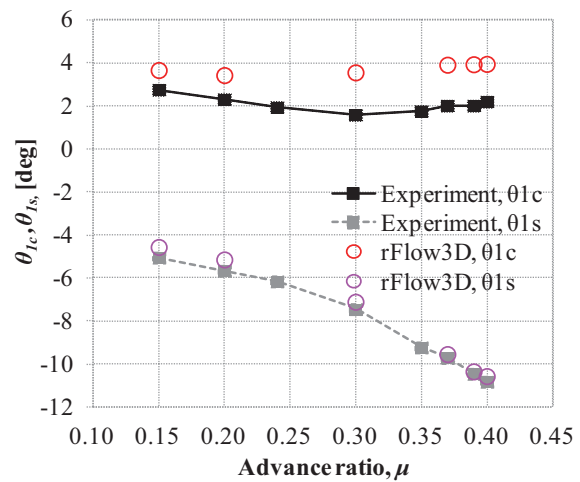


(b) モーメント係数

図5 推力係数とモーメント係数の計算結果と実験値の比較



(a) コレクティブ・ピッチ角



(b) サイクリック・ピッチ角

図6 ブレードの舵角の計算結果と実験値の比較

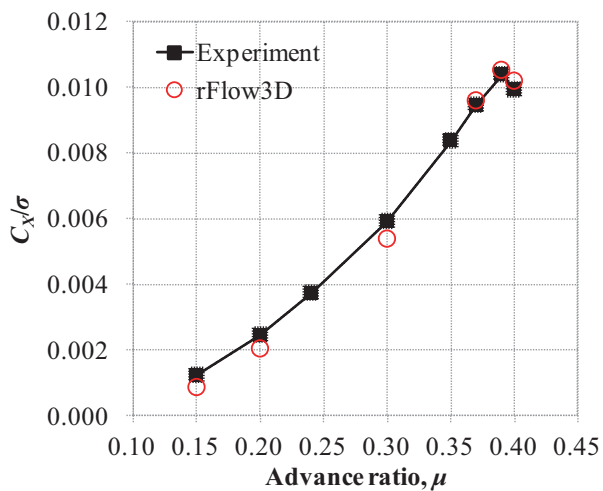


図7 推進力係数の計算結果と実験値の比較

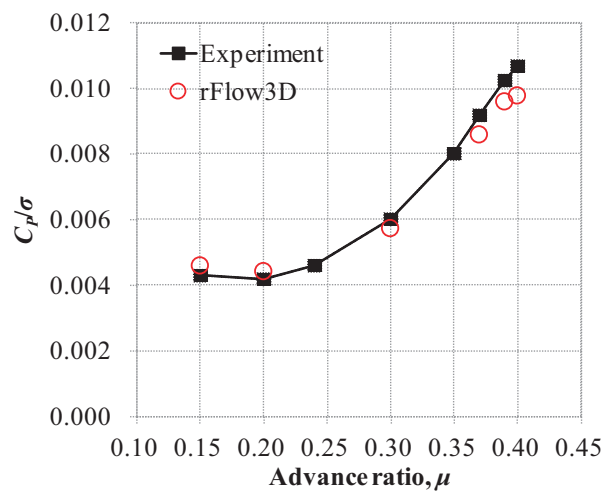


図8 パワー係数の計算結果と実験値の比較

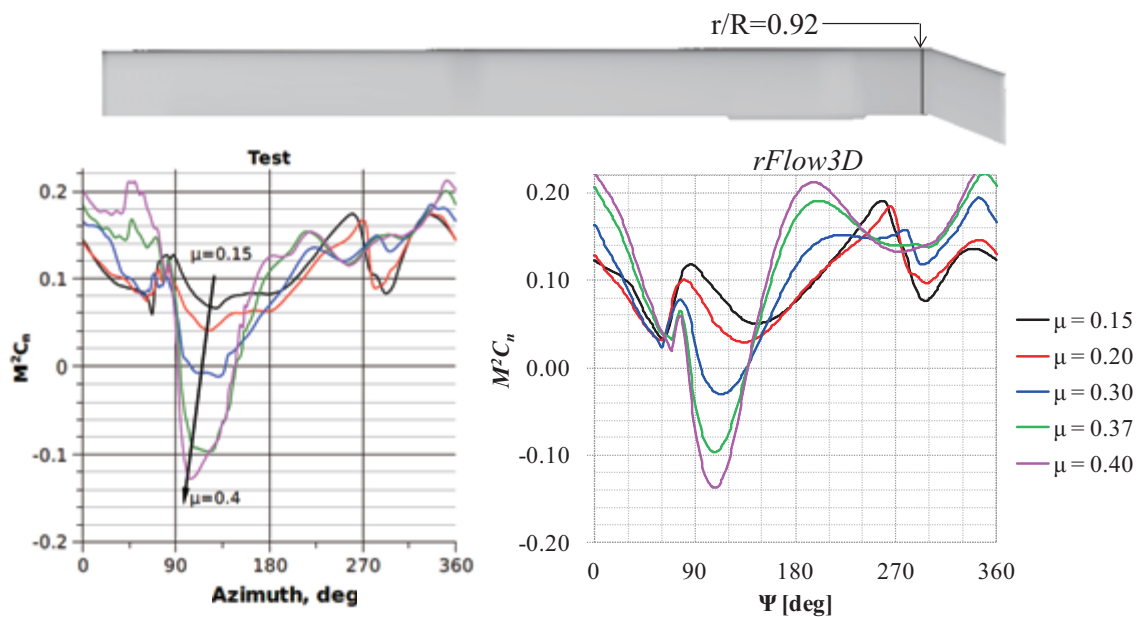


図9 $r/R=0.92$ における断面垂直力係数の計算結果と実験値の比較 (左: 実験[12]、右: 計算結果)

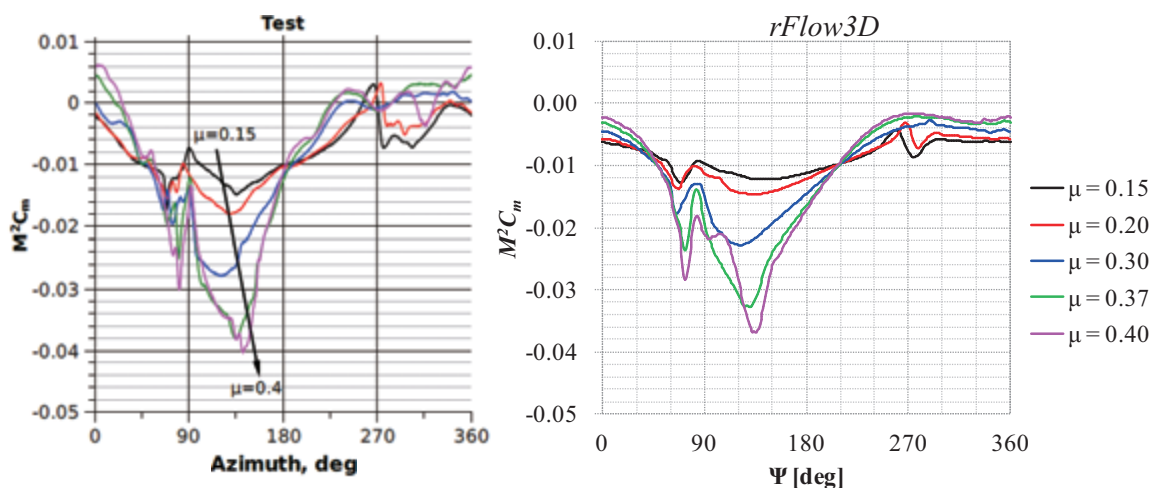


図10 $r/R=0.92$ における断面モーメント係数の計算結果と実験値の比較 (左: 実験[12]、右: 計算結果)

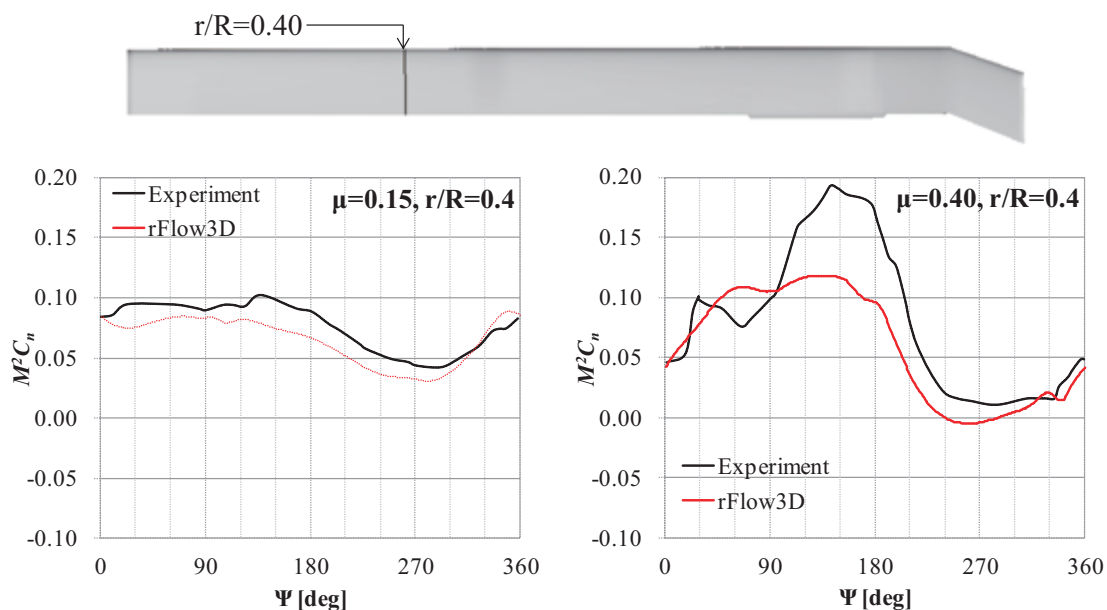


図11 $r/R=0.40$ における断面モーメント係数の計算結果と実験値の比較 (左: $\mu=0.15$ 、右: $\mu=0.40$)

超音速翼の空力特性に関する平面形状パラメトリックス数値シミュレーション

松島紀佐, 小林大志, 金崎雅博, 楠瀬一洋
富山大学, 富山大学, 首都大東京, JAXA

Parametric numerical simulation of wing planforms for aerodynamic characteristics in supersonic flows

by Toyama University, Toyama University, Tokyo Metropolitan University and JAXA
Kisa Matsushima, Taishi Kobayashi, Masahiro Kanazaki and Kazuhiro Kusunose

ABSTRACT

To systematically investigate the aerodynamic characteristics of swept-back and forward wings with 0, 30, 45 and 60 degree of leading edge angles and different taper ratio, Navier-Stokes simulations for flows about a wing have been conducted. The Mach numbers of the flows are from 0.8 to 2.8. The planforms of wings are in various shapes whose aspect ratio is 2. The simulation and investigation has revealed new knowledge on the relation between swept or forward angles and aerodynamic characteristics of a wing in a supersonic flow. Not only a leading edge angle but also a trailing edge angle take important role on aerodynamics of a wing. In addition, transition from detached shockwaves to attached ones at the both edge largely affects the C_D .

1. はじめに

現在, 超音速飛行を行う航空機の翼形状は大きな後退角を持ったデルタ翼が一般的である。1960年代までいろいろな平面形状の翼について線形理論による解析がされていたが, それ以降は最近まで超音速の輸送機や旅客機についてはデルタ翼以外の形状については注意が向けられて来なかった。そのためか平面形についての系統的調査が近年には行われていない[1]。しかし, 最近では米国 Aerion-SSBJ にみられる後退角の殆どない超音速機主翼が開発されたり, 戦闘機の分野ではあるが 1980 年代には米グラマン社が「X-29」(Fig.1)といった前進翼を持つ実験機が開発された。これらの翼平面形はピンポイント的に出現したもので, 平面形決定の詳細な背景は明らかにされていない。この 50 年間で発達した最近の技術を利用した超音速翼平面形に関する系統的研究としては(著者らの知る限り)多くはなく, 岸による矩形翼や後退翼に対する Euler シミュレーション[2], 続いて, 本研究室の直井, 松島らによる Navier-Stokes シミュレーションがある[3-5]。これらのシミュレーションにより, 薄翼理論による予測限界の詳細や, 超音速流れでの翼の空力特性(抵抗係数)は, 翼前縁のみならず翼後縁の後退角に依存することが実際に示された。

本稿ではこれらの成果をふまえ, 様々な翼平面形に対し超音速の CFD (Navier-Stokes) シミュレーションを行い, 超音速における翼平面形が C_D - M_∞ 曲線に与える影響とそのメカニズムについて前進翼形状も含めて検討する。



Fig.1 Grumman X-29

2. 翼形状

Fig.2 に計算に用いた半スパン翼平面形について示す。半スパン長 2.0, アスペクト比 4.0 である。投影面積は 2.0 で統一してある。各スパン断面翼型は前後対称断面形状

の厚み比 5% 複円弧翼型である。翼形状②と⑧や③と⑨のように鏡面对称の翼を用意した。また, Fig.2 において x 軸は機体中心軸つまり対称軸である。ただし, Fig.3 のようにスパン長の 95% 位置からは翼端にかけて徐々に厚みを減少させている。Table 1 に各翼のパラメータを示す。ここでは前縁の傾斜角を Δ_{LE} , 後縁の傾斜角を Δ_{TE} , 翼根のコード長を C_r , 翼端のコード長を C_t とする。前進角または後退角の中に, 31° や 11.3° といった数値があるが, これはテーパ比を簡単な分数にするように調整するためである。

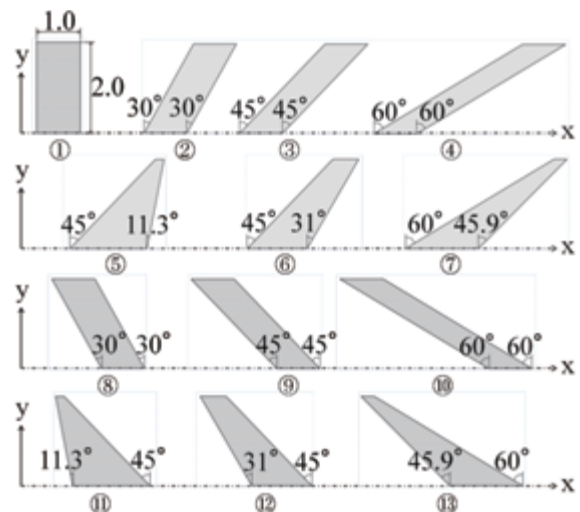


Fig.2 Planforms and section airfoil.

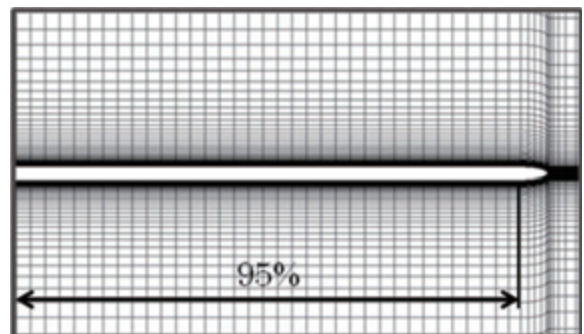


Fig.3 Front view of a wing section and grid distribution along the span direction at the half chord location.

Table 1 Parameters for planforms.

	Λ_{LE}	Λ_{TE}	c_t	c_i	Volume	Area
①	0	0	1.0	1.0	0.667	2.0
②	30	30	1.0	1.0	0.667	2.0
③	45	45	1.0	1.0	0.667	2.0
④	60	60	1.0	1.0	0.667	2.0
⑤	45	11.3	1.8	0.2	0.809	2.0
⑥	45	31	1.4	0.6	0.702	2.0
⑦	60	45.9	1.7	0.3	0.776	2.0
⑧	30	30	1.0	1.0	0.667	2.0
⑨	45	45	1.0	1.0	0.667	2.0
⑩	60	60	1.0	1.0	0.667	2.0
⑪	11.3	45	1.8	0.2	0.809	2.0
⑫	31	45	1.4	0.6	0.702	2.0
⑬	45.9	60	1.7	0.3	0.776	2.0

3. 計算手法

本研究を行うにあたり支配方程式は3次元圧縮性薄層近似 Navier-Stokes 方程式を用いた。空間離散化は移流項に MUSCL 法で3次精度にした TVD 法を適用し、粘性項に2次精度中心差分法を用いた。時間積分は LU-SGS 法で、乱流モデルは Baldwin-Lomax モデルを用いた。

格子は Fig.4 のように翼周りに C 型格子、スパンに H 型格子の C-H 型構造格子を用いた。格子点数は 345 (主流方向断面翼型周り) \times 58 (スパン方向) \times 73 (翼面から離れる方向) で約 146 万点、翼面上に 185 \times 42 点である。物理座標系は主流方向を X 軸、スパン方向を Y 軸、翼面から遠方境界に向かって X, Y 軸に垂直に Z 軸とした。原点は翼根断面の前縁である。気流条件はレイノルズ数を 2.0×10^7 、一様流マッハ数を 0.8 から 2.8 まで変化させた。C_D 変化の激しいマッハ数領域では、マッハ数の刻みを小さくした。なお、本稿では粘性による寄与を除いた揚力/抗力係数を C_L, C_D と記している。

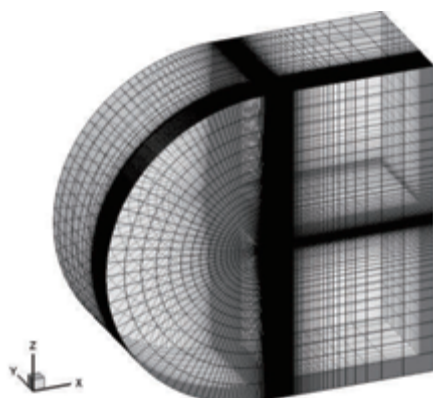


Fig.4 C-H structured grid.

4. テーパのある後退翼相互の比較 (C_D-M_∞曲線)

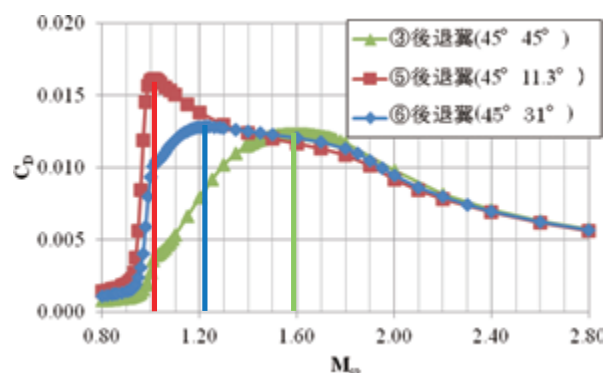
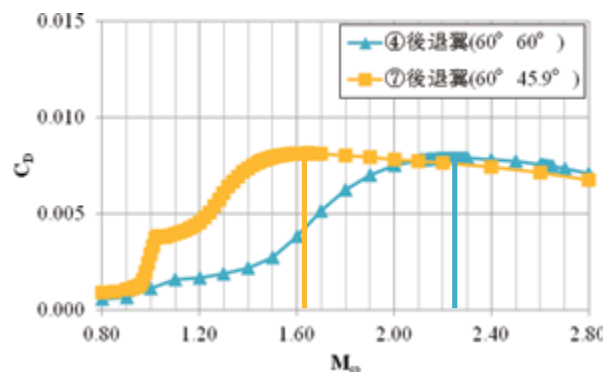
後退翼相互の比較については竹内らによる超音速流における主翼前縁および後縁の後退角の空力特性への影響の CFD 解析[5]に詳しい説明を譲り、ここでは簡単に述べる。

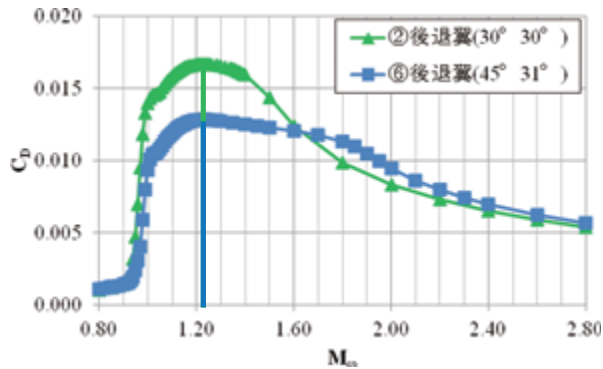
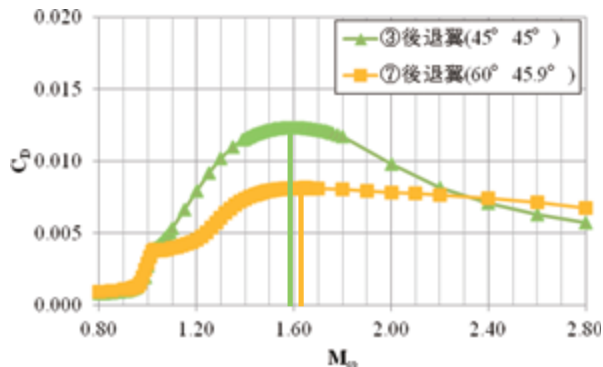
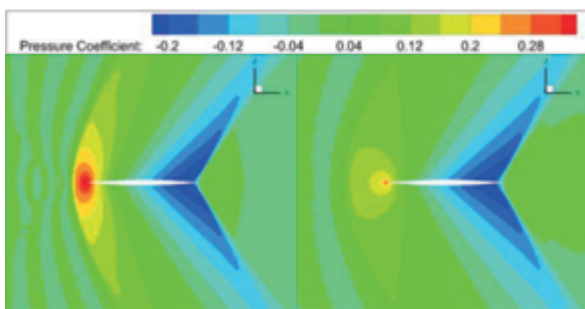
各種翼平面形周りの流れの N-S 計算を幾つか行った結果、後縁の後退角 Λ_{TE} の変化に伴って、C_D が最大となるマッハ数 M_{max} が変化しているのではないかと推察し、系統的に計算結果を纏めてみた。

前縁の後退角 Λ_{LE} がそれぞれ 45° と 60° で等しい時の C_D-M_∞ 曲線を Fig.5 と Fig.6 に示す。迎角 $\alpha=0^\circ$ であり、図中の垂線は C_D が最大となるマッハ数 M_{max} である。Fig.5 と Fig.6 でわかる通り、 Λ_{LE} が等しくても後縁の後退角 Λ_{TE} により M_{max} が異なることがわかる。つまり、

M_{max} は Λ_{LE} だけで決まるのではないといえる。前縁の後退角 Λ_{LE} は異なるが、後縁の後退角 Λ_{TE} がそれぞれ 30° と 45° にほぼ等しい Fig.7 と Fig.8 では M_{max} がほぼ等しいことがわかる。したがって、詳細には翼断面形状の影響も考慮しなければならないが、本条件の前後対称の翼断面形状の複円弧翼型では M_{max} は Λ_{LE} よりも Λ_{TE} による影響の方が大きいといえる。

前縁と後縁の後退角が異なる ($\Lambda_{LE} \neq \Lambda_{TE}$) 後退翼の C_D-M_∞ 曲線について考える。例えば Fig.5 より後退翼⑤⑥はそれぞれ M_{max} 以上のマッハ数で C_D は減少していくが、翼平面形状③の M_{max} 付近 ($M_\infty=1.59$ 付近) で C_D の減少が穏やかになっている。この曲線の変化は、翼平面形状③⑤⑥は同じ前縁の後退角 ($\Lambda_{LE}=45^\circ$) であることから、前縁の後退角 Λ_{LE} の影響によるものと言える。通常の翼形状では後縁の後退角 Λ_{TE} が前縁の後退角 Λ_{LE} より常に小さい。したがって、一様流マッハ数を大きくしていくと、はじめに後縁付近で斜め衝撃波が発生し(後退角の違いにより翼後縁が前縁よりも先に超音速縁になる)抵抗が急激に増加し、その後、前縁付近に斜め衝撃波が発生してその影響が追加されるといえる。つまり、後縁での抵抗が大きくなるマッハ数は前縁でのそれより小さいことが後縁の影響を目立たせている。ここで Fig.9 に示した後縁の後退角がほぼ等しい ($\Lambda_{LE}=30^\circ, 31^\circ$) 後退翼②⑥の 0.45 半スパン位置での翼断面のコンター図をみるとどちらも M_{max} となるマッハ数 $M_\infty=1.20$ のとき後縁で斜め衝撃波が形成され始めていることが分かる。ちなみに後退翼②の前縁が超音速になるマッハ数 M_{LE} と後縁が超音速になるマッハ数 M_{TE} はそれぞれ $M_{LE}=M_{TE}=1.18$ であり、後退翼⑥の M_{LE} , M_{TE} はそれぞれ $M_{LE}=1.22$, $M_{TE}=1.19$ である。

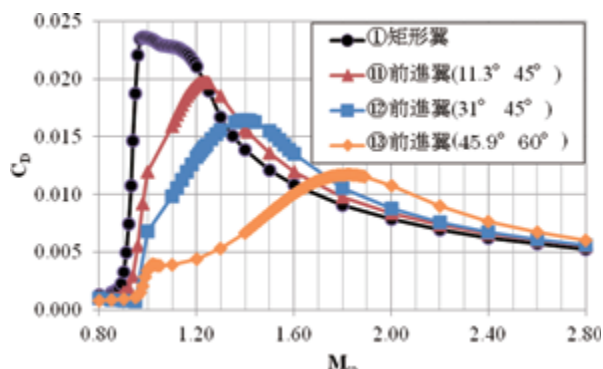
Fig.5 C_D-Mach curves for swept wings③⑤⑥.Fig.6 C_D-Mach curves for swept wings④⑦.

Fig.7 C_D -Mach curves for swept wings ②⑥.Fig.8 C_D -Mach curves for swept wings ③⑦.

(a) wing ②(30° 30°) (b) wing ⑥(45° 31°)
Fig.9 C_p contour map of swept wings ($M_\infty=1.20$).

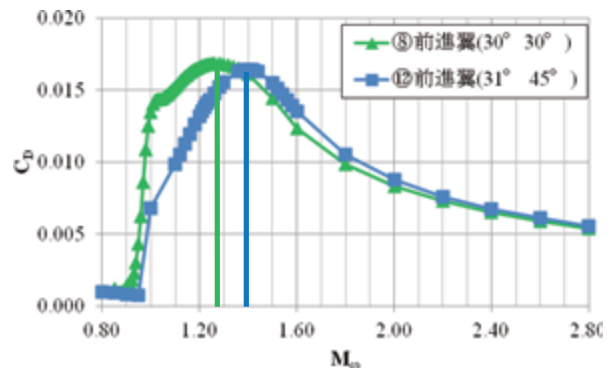
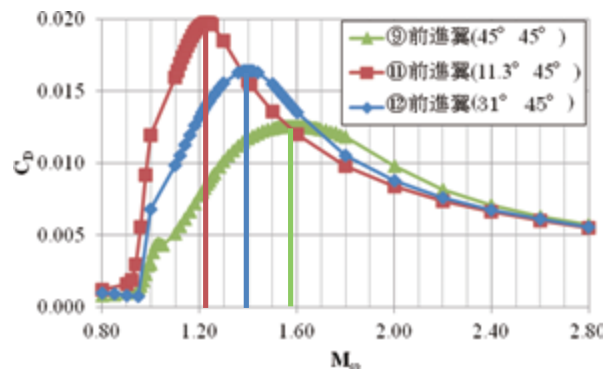
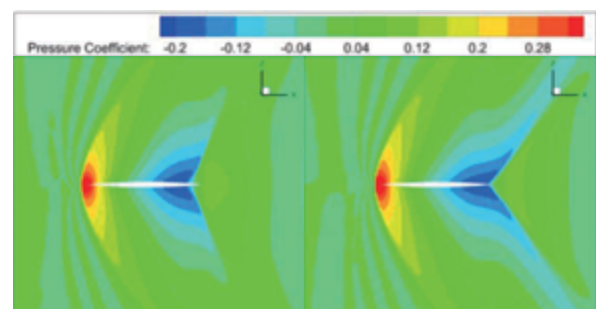
5. テーパのある前進翼相互の比較 (C_D - M_∞ 曲線)

零揚力状態におけるテーパのある前進翼⑪⑫⑬と矩形翼①の Navier-Stokes 計算による C_D - M_∞ 線図を Fig.10 に示す。Fig.10 から分かるように高いマッハ数では矩形翼が最も抵抗係数が小さい。

Fig.10 C_D -Mach curves for forward swept wings. ①⑪⑫⑬.

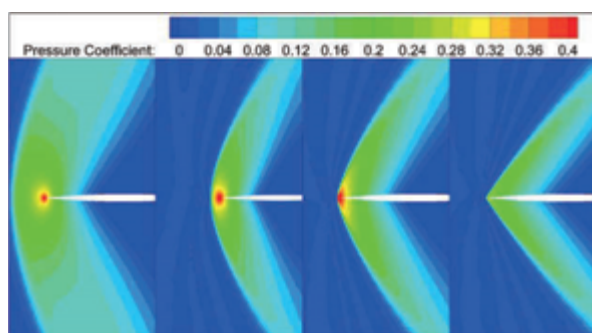
次に Fig.5 と Fig.6 に対応する前縁の前進角 Λ_{LE} がそれぞれ 30° で等しい時の C_D - M_∞ 曲線を Fig.11 に示す。また、Fig.7 と Fig.8 に対応する前縁の後退角 Λ_{TE} は異なるが、後縁の後退角 Λ_{TE} がそれぞれ 45° に等しい C_D - M_∞ 線図を Fig.12 に示す。図中の垂線は C_D が最大となるマッハ数 M_{max} の値を示している。

4 章の結論によると前進翼では、後縁の前進角 Λ_{TE} が前縁の前進角 Λ_{LE} より通常は大きいので、前縁の前進角で M_{max} が決まると思われる。Fig.12 はその予想を裏付けるが、Fig.11 は予想通りではない。このことからテーパのある前進翼では M_{max} の値は、前縁の前進角および後縁の前進角の等しい翼とも一致しない。Fig.13 に Fig.11 で用いた前進翼⑧⑫の 0.45 半スパン位置での翼断面のコンター図を示す。前縁部の圧力分布はほぼ一致しているが後縁部の圧力分布が大きく異なっていることからテーパのある前進翼では前縁の前進角で決まる前縁が超音速線になるときのマッハ数 M_{LE} 以外に M_{max} に大きな影響を与える要因があると言える。

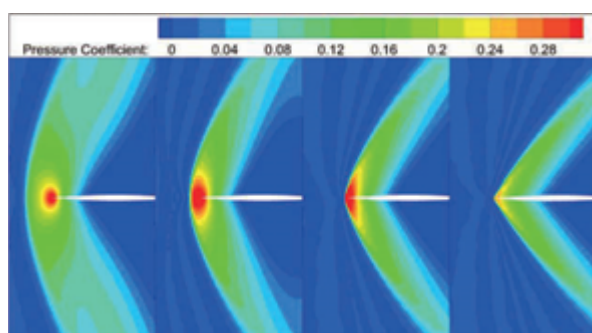
Fig.11 C_D -Mach curves for forward swept wings ⑧⑫.Fig.12 C_D -Mach curves for forward swept wings ⑨⑪⑬.

(a) wing ⑧(30° 30°) (b) wing ⑫(31° 45°)
Fig.13 C_p contour map of forward swept wings ($M_\infty=1.30$).

その要因は前縁での衝撃波の変化を用いて説明できる。超音速流において前縁の衝撃波はマッハ数を大きくすると離脱衝撃波から付着衝撃波へと遷移する。その遷移過程を Fig. 14 に示す。Fig. 14 は前進翼⑧ (30° 30°) の翼断面 (y=0.9) における前縁付近の C_p 等高線図で、 M_∞ はそれぞれ $M_\infty=M_{LE}$, M_{max} , 1.42, 1.60 である。1.42 は M_{tr} より少々大きいマッハ数である。ここで M_{tr} とは非粘性流れの仮定で衝撃波が離脱から付着へと変化する境界の M_∞ である。離脱衝撃波は、翼前縁から衝撃波が離れており、衝撃波を通して亜音速に減速され、衝撃波の前後で圧力比が大きくなり、造波抗力が大きくなる。また、付着衝撃波は翼前縁に衝撃波が付着しており、衝撃波後の流域でも超音速であるため、離脱衝撃波よりも圧力比が小さく、造波抗力も小さい。Fig. 14 (c) $M_\infty=1.42$ の図において M_{tr} より大きいにもかかわらず衝撃波が付着衝撃波になっていないのは、境界層の影響で翼厚が増加したのと同様な状況になり、付着衝撃波に移るマッハ数が増加したからだと思われる。Fig. 14 と比較して Fig. 15 で前進翼⑫ (31° 45°) の翼断面 (y=0.9) における前縁付近の C_p 等高線図を見てみると、前進翼⑧よりも前進翼⑫は前縁の先端角 θ_{LE} が大きくなるので M_{tr} が変わり、前縁傾斜角がほぼ同じでも M_{max} が大きくずれることが考えられる。



(a) $M_\infty=1.15$ (b) $M_\infty=1.27$ (c) $M_\infty=1.42$ (d) $M_\infty=1.60$
Fig. 14 Shockwaves in the vicinity of leading edge.
(45% Half span wing ⑧ (30° 30°))



(a) $M_\infty=1.15$ (b) $M_\infty=1.27$ (c) $M_\infty=1.42$ (d) $M_\infty=1.60$
Fig. 15 Shockwaves in the vicinity of leading edge.
(45% Half span wing ⑫ (31° 45°))

前縁の衝撃波が離脱衝撃波か付着衝撃波かは、翼前縁が一樣流方向となす先端角 (θ_{LE}) と前縁に垂直な流れ成分のマッハ数 ($M_1=M_\infty \cdot \cos\Lambda$) を与えることにより、次式で計算できる。[6]

$$\tan\theta_{LE} = \frac{2 \cot\beta (M_1^2 \sin^2\beta - 1)}{M_1^2 (\gamma + \cos 2\beta) + 2} \quad (2)$$

与えられた θ_{LE} と M_1 に対し衝撃波角 β が解を持てば付着し、そうでなければ離脱する。30° 前進翼⑧では、 $\theta_{LE}=6.59^\circ$ であるため、 $M_1=1.18$ 、これを一樣流に直すと $M_\infty=1.18/\cos 30^\circ=1.37$ で、この値が M_{tr} である。つまり、 M_∞ が M_{tr} 以上になると付着衝撃波になる。Fig. 16 はテーパのある前進翼⑫をテーパのない前進翼⑧⑨と比較した C_D - M_∞ 線図である。図中の垂線は前進翼⑫の C_D が最大となるマッハ数 M_{max} の値を示し、一点鎖線は前進翼⑫と前縁の前進角が等しい前進翼⑧の M_{tr} の値を示している。この図からテーパのある前進翼では前縁で付着衝撃波が発生した直後に M_{max} になることが分かる。テーパのない前進翼の M_{max} については次章で述べる。

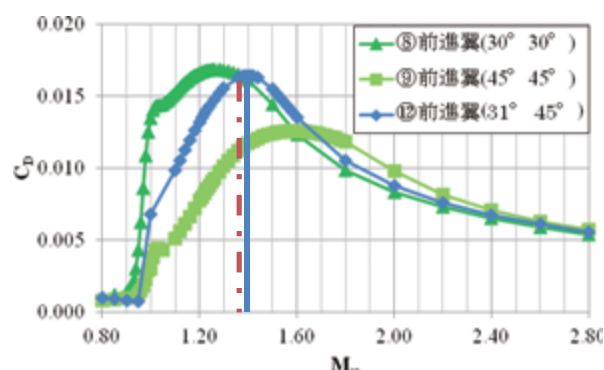


Fig. 16 C_D -Mach curves for forward swept wings ⑧⑨⑫. (M_{tr})

6. 後退翼と前進翼相互の比較 (C_D - M_∞ 曲線)

零揚力状態における鏡面对称のテーパのない翼形状②⑧の Navier-Stokes 計算による C_D - M_∞ 線図を Fig. 17 に示す。また、鏡面对称のテーパのある翼形状⑥⑫の Navier-Stokes 計算による C_D - M_∞ 線図を Fig. 18 に示す。鏡面对称のテーパのない翼では前縁と後縁の傾きが同じであり、Fig. 17 から分かるようにその傾き角が同じであれば、前進翼と後退翼で C_D - M_∞ 線図は定性的に同じであるが、 $M_\infty=1.0 \sim 1.4$ あたりでわずかに違いが見られた。また、Fig. 18 のように鏡面对称のテーパのある翼では前縁と後縁の傾きが異なるため、前進翼と後退翼の C_D - M_∞ 線図は異なる。また C_D が最大となるマッハ数 M_{max} 、 C_D の最大値 C_{Dmax} はどちらも前進翼の方が大きい。

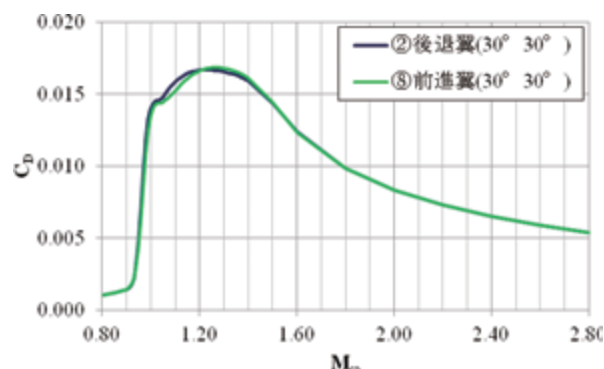


Fig. 17 C_D -Mach curves of a forward swept wing without taper and a swept-back one ②⑧.

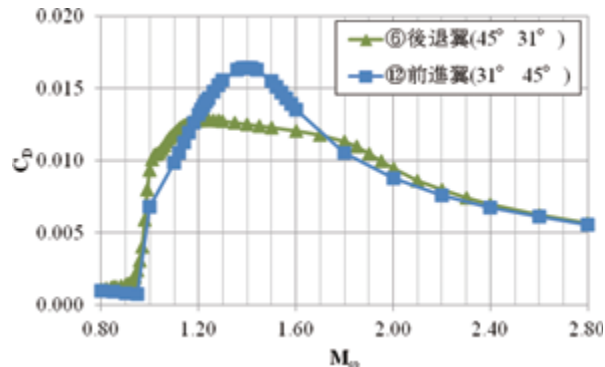
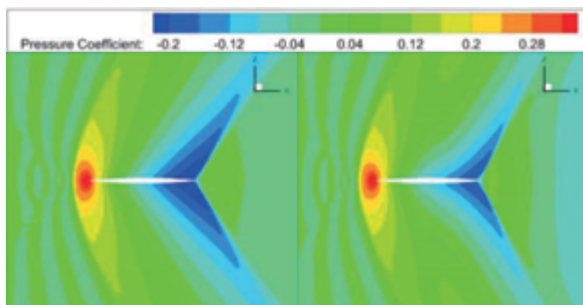
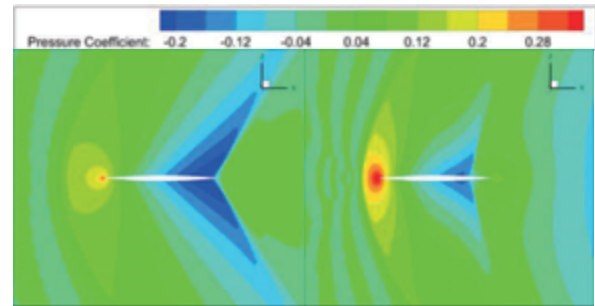


Fig.18 C_D -Mach curves of a forward swept wing with taper and a swept-back one⑥⑫.

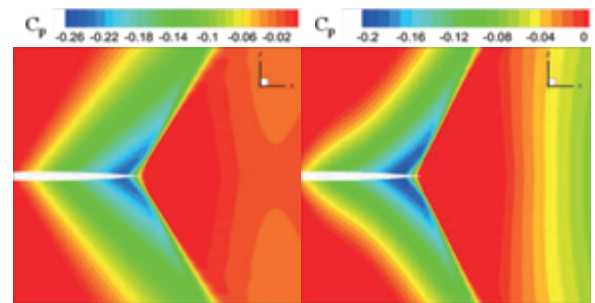
Fig.19に鏡面对称のテーパのない後退翼②と前進翼⑧の0.45半スパン位置での翼断面の C_p コンター図を示す. 同様にFig.20に鏡面对称のテーパのある後退翼⑥と前進翼⑫の0.45半スパン位置での翼断面の C_p コンター図を示す. Fig.19より, 鏡面对称のテーパのない翼は C_D - M_∞ 線図だけではなく C_p コンター図においてもほぼ一致している. 後縁で生じている違いは横流れの影響によるものであると考えられる. また, Fig.20より, 鏡面对称のテーパのある翼は前縁, 後縁の後退角および前進角が異なるため前縁, 後縁どちらの C_p 分布も異なっている. Fig.19, 20の前縁に注目すると定量的には異なるがどの形状でも離脱衝撃波が生じていることが分かる. しかし後縁での衝撃波はそれぞれ異なっている. そこで後縁付近の衝撃波の状況を詳しく見るためにFig.21に鏡面对称のテーパのない後退翼②と前進翼⑧の0.45半スパン位置での翼断面の後縁の C_p コンター図とFig.22に鏡面对称のテーパのない後退翼⑥と前進翼⑫の0.45半スパン位置での翼断面の後縁の C_p コンター図を示す. 後縁における圧力変化を詳しく見るために一様流に回復した後の圧力上昇はすべて赤色で表示される. Fig.21を見てみると後退翼②より前進翼⑧の衝撃波の方が内側で形成されていることが分かる. この事がFig.17で見られた $M_\infty=1.0\sim1.4$ あたりでの C_p 値の違いであると考えられる.



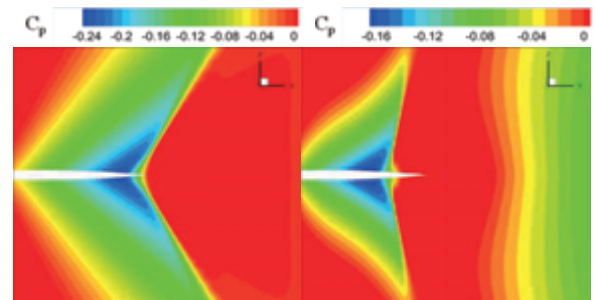
(a) wing②(30° 30°) (b) wing⑧(30° 30°)
Fig.19 C_p contour map of swept wings($M_\infty=1.20$).



(a) wing⑥(45° 31°) (b) wing⑫(31° 45°)
Fig.20 C_p contour map of swept wings($M_\infty=1.20$).

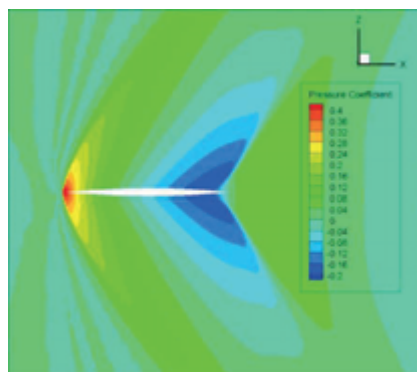


(a) wing②(30° 30°) (b) wing⑧(30° 30°)
Fig.21 C_p contour map of swept wings($M_\infty=1.20$).



(a) wing⑥(45° 31°) (b) wing⑫(31° 45°)
Fig.22 C_p contour map of swept wings($M_\infty=1.20$).

第4, 5章の議論を踏まえて, なぜ同形状のテーパのない後退翼と前進翼の C_D - M_∞ 線図はほぼ一致したのか. これは翼前縁および後縁での衝撃波状態に起因すると考えている. テーパのない翼形状では翼前縁, 後縁の後退角および前進角が等しいため前縁と後縁が同じマッハ数で超音速縁になる. 鏡面对称のテーパのない後退翼②と前進翼⑧の0.45半スパン位置での翼断面の C_p コンター図を示したFig.19を見ると, 後退翼, 前進翼ともに前縁では離脱衝撃波が発生しているが, 後縁では付着衝撃波が発生している. また, Fig.19とFig.20の後退翼②と後退翼⑥を見てみると $M_\infty=1.2$ のとき後縁で付着衝撃波が形成されているため $M_{\max}=1.23$ となることが考えられる. よって後退翼, テーパのない前進翼では M_{\max} は翼後縁で付着衝撃波が形成されたときになるものと考えられる. さらにFig.20の後退翼⑫は $M_\infty=1.2$ のとき前縁と後縁ともにまだ付着衝撃波が形成されていないことが分かる. さらに, Fig.23に $M_\infty=1.4$ のとき的前進翼⑫の0.45半スパン位置での翼断面の C_p コンター図を示す. Fig.23からわかるように前縁で付着衝撃波が形成されている. よってテーパのある前進翼では M_{\max} は翼前縁で付着衝撃波が形成されたときになるものと考えられる.

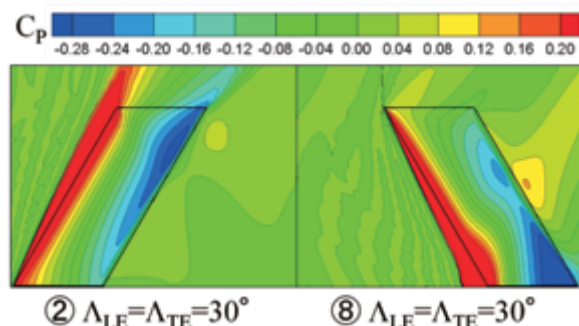
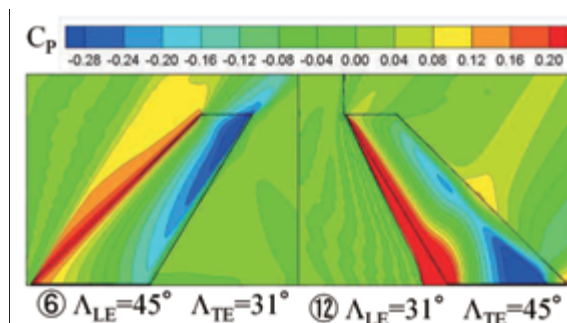


wing 12 (31° 45°)

Fig.23 C_p contour map of swept wings ($M_\infty=1.40$).

次に Fig.24 に鏡面对称のテーパのない後退翼②と前進翼⑧の翼上面の C_p コンター図を示す。同様に、Fig.25 に鏡面对称のテーパのある後退翼⑥と前進翼⑫の翼上面の C_p コンター図を示す。Fig.24 と Fig.25 どちらにおいても後退翼と前進翼で圧力分布状況が異なっていることが分かる。前進翼の後縁中心付近に圧力係数の高い領域が確認できる。これは、翼前縁の翼根部からの擾乱がマッハ線に沿って伝わっているのではないかと考えられる。

Fig.24 の後退翼②の翼端の外側や前進翼⑧の後縁の半スパン位置の翼の下流で見られる圧力分布に注目すると、後退翼②では前縁の傾き (30°) に沿って圧力が分布している。前進翼⑧でも翼根前縁から 30° の傾きで圧力が分布している。これらのことから翼の傾斜角 30° と $M_\infty=1.2$ で翼前縁と後縁が超音速になるマッハ数 M_{LE} と M_{TE} が $M_{LE}=M_{TE}=1.0$ となる臨界状況となるのではないかと考えられる。Fig.25 を見ると傾斜角 45° では亜音速前縁および亜音速後縁となっていることが分かる。こちらでも後退翼⑥では (30°) に沿って翼端の外側で圧力が分布し、前進翼⑫では翼根前縁から 30° の傾きで圧力が分布している。よって後退翼では対称面位置からのマッハコーンに沿った圧力分布によって翼後縁の下流に影響は表れていないが、前進翼では対称面位置からのマッハコーンに沿った圧力分布によって対称面位置からの擾乱が前進翼⑧の後縁の半スパン位置の翼の下流に表れている。

Fig.24 C_p contour map of a wing surface.
($M_\infty=1.20, z=0$)Fig.25 C_p contour map of a wing surface.
($M_\infty=1.20, z=0$)

7. 結論

超音速における翼平面形の C_D - M_∞ 線図について CFD を用いて検討した結果以下のことが分かった。

- (1) 鏡面对称形状のテーパのない前進翼と後退翼の C_D - M_∞ 曲線はほぼ一致し M_{max} も一致する。
- (2) 鏡面对称形状のテーパのある前進翼と後退翼の C_D - M_∞ 曲線は一致せず、 M_{max} 、 C_{Dmax} はどちらも前進翼が大きい。
- (3) C_D - M_∞ 曲線においてテーパのある後退翼は $\Lambda_{LE} \geq \Lambda_{TE}$ であるから後縁で付着衝撃波の発生した直後のマッハ数が M_{max} に与える影響が大きい。
- (4) C_D - M_∞ 曲線においてテーパのある前進翼はマッハ数を上昇させていく場合、前縁では衝撃波の変化が影響し、付着衝撃波の発生した直後のマッハ数が M_{max} に与える影響が大きい。
- (5) テーパのない翼形状は後退翼、前進翼どちらにおいても後縁で付着衝撃波の発生した直後のマッハ数が M_{max} に与える影響が大きい。
- (6) どの翼形状においても翼前縁、後縁いずれかで付着衝撃波ができたマッハ数が M_{max} に与える影響が大きい。

参考文献

- 1) Robert T.Jones, Doris Cohen: HIGH SPEED WING THEORY: PRINCETON UNIVERSITY PRESS (1960)。
- 2) 岸祐希: 第 51 回飛行機シンポジウム 1B08 (2013)
- 3) 直井, 松島, 楠瀬: 超音速飛行の翼平面形の揚抗特性の研究, 日本機械学会北陸信越支部第 43 回学生員卒業発表講演会 0104 (2014)
- 4) 松島, 直井, 楠瀬: 直線翼の超音速空力特性の Navier-Stokes シミュレーションによる考察, 日本航空宇宙学会第 45 期年会講演会 C10 (2014)
- 5) 竹内, 松島, 金崎, 楠瀬: 超音速流における主翼前縁および後縁の後退角の空力特性への影響の CFD 解析, 日本機械学会論文集 (2014)
- 6) 松尾一泰: 圧縮性流体力学—内部流れの理論と解析—理工学社, pp.263-270 (1994)

Multi-fidelity 評価を応用した超音速機エンジン統合設計

新井 翔*, 金崎 雅博*, 牧野 好和**

*首都大学東京大学院

**宇宙航空研究開発機構

Engine Nacelle Integration for Supersonic Transport Based on Multi-Fidelity Evaluation

by

Sho Arai, Masahiro Kanazaki, Yoshikazu Makino

ABSTRACT

The multi-disciplinary design is an important technique for the efficient design of the supersonic transport (SST), because the designer of SST has to consider the aerodynamics, the structure, and the sonic-boom reduction. High-fidelity flow solver is desirable to solve aerodynamic performance and the sonic boom intensity, however, the employment of the hi-fidelity flow solver is time consuming for the preliminary design. In addition, engine nacelle integration should change the optimality of the airframe in view of the aerodynamics and the sonic boom. Thus, it is ideal that engine nacelle integration and the airframe design are considered, simultaneously. In this study, the expanded multi-fidelity design technique is proposed and investigates the difference among the solution. Here, two fidelities are considered: one is the solver fidelity. That is the flow solver whose governing equation is the full-potential equation and the Euler equation. The other is the geometrical fidelity. That is the simple geometry which only has the fuselage, the wing, the stabilizer and the vertical tail and the complex geometry of integrated the engine nacelle. The final goal of this study is to design under consideration of the design knowledge from these fidelities, seamlessly. To evaluate the result estimated by different fidelities, the Kriging model is used. To visualize the knowledge regarding differences Kriging model based analysis of variance (ANOVA) is also employed. Through these investigations, the similar trend can be observed in view of the aerodynamic performance comparing two solvers. On the other hand, geometries which show low sonic boom by the low fidelity solver do not always show low sonic boom in the high-fidelity solver. It suggests that the design knowledge discovery using initial samples is important before the correction of the optimum designs. Comparing with and without engine nacelle configuration evaluated by the high fidelity solver, it is found that the lift is reduced on the inboard wing of the airframe with integrated the engine nacelle. As this result, the cruise angle of attack is different from the airframe without engine nacelle. In addition, pressure centers are different between the airframe with and without engine nacelles, while the pressure center should be agreed with the gravity of the center. This disagreement should be estimated through the geometrical multi-fidelity design process.

1. はじめに

交通需要の形態の多様化に応えるために航空輸送においても、超音速旅客機による長距離フライトの時間の短縮が課題の一つとして挙げられる。次世代の超音速旅客機には課題とされた燃費やソニックブーム等の解決することが求められる。その要求に応えるべく、燃費改善のための低抵抗化、環境適合を目指したソニックブーム低減のための研究が世界的に行われており、日本でも JAXA において次世代超音速機技術の研究⁽¹⁾が進められている。

多目的設計が広く研究されている一方で、機体の実用化に当たってはエンジン統合問題を効率的解決する手法が求められている。そこで本研究では Low-Fidelity 計算と High-Fidelity 計算の相補的利用に基づく Multi-fidelity アプローチによって、設計の効率化・高度化を目的として、エンジン統合形状における空力性能の評価を多角的に行う。

設計知識の効率的構築のために、翼型形状表現には自由度の高い設計が可能かつ空力特性へ関係するパラメータを持ちデータマイニングに適している PARSEC 法⁽²⁾の改良手法である修正 PARSEC 法⁽³⁾を JAXA で初期概念検討が行われた 50 人乗り程度の静粛超音速概念設計機(Quite Supersonic Transport: QSST)の主翼設計へ適用した。最適設計には Kriging 法と多目的遺伝的アルゴリズム(Multi-Objective Genetic Algorithm: MOGA)による Efficient Global Optimization(EGO)を用い、圧力抵抗係数 C_{dp} 最小化とブーム強度 ΔP 最小化の多目的最適設計問題を解く。設計揚力係数を設定し、トリム安定を取るために重心位置と風圧中心位置の一致を制約条件とした。



Fig. 1 JAXA による 50 人乗り程度の超音速機概念

2. 翼型表現手法

本研究では PARSEC 法に改良を施した修正 PARSEC 法を用いる。この手法は翼型学に従い、翼型を図 2 のように厚み分布とキャンバーに分ける。このことにより、PARSEC 法で問題だった前縁半径の中心がキャンバー上に設定でき、薄い翼型や、前縁キャンバーの大きい翼型設計にも適している。厚み分布は PARSEC 法により対称翼を作成したものと同等のものを扱い、キャンバーは x の 5.5 次関数で表現する。

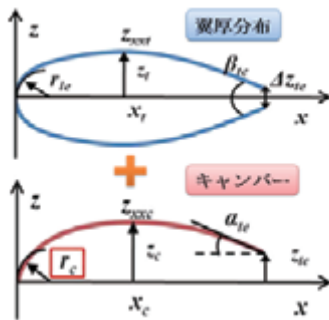


Fig. 2 修正 PARSEC 法のための翼型定義法と設定パラメータ.

3. 最適設計手法

3. 1. 効率的大域的探索法(Efficient Global Optimization: EGO)

多目的遺伝的アルゴリズム(Multi-Objective Genetic Algorithm: MOGA)で非劣解探索を行う場合、計算量が多くなってしまう。そこで、評価値を近似モデルで代用する方法が考えられる。しかしながら、この方法ではサンプル点間で予測誤差がある部分で必ずしも実際の最適解とならないことがある。そこで、本研究では Kriging 予測値の最適性と予測誤差の影響を同時に評価する EI(Expected Improvement) (5)値を用いる。EI 値は次の(2), (3)式で表され、両式とも最大化を行う事で目的関数の最適値近傍で誤差が残るところを中心に探索することが出来る。

目的関数の最大化を図りたい場合、EI 値は変数 x の近似関数 \hat{y} に対して(2)式に示すように表現される。

$$E[I(x)] = (f_{\max} - \hat{y}) \Phi\left(\frac{f_{\max} - \hat{y}}{s}\right) + s\phi\left(\frac{f_{\max} - \hat{y}}{s}\right) \quad (2)$$

ここで、 s^2 は最小2乗誤差、 Φ は標準正規分布関数、 ϕ は確率密度関数である。また、 f_{\max} はKrigingモデルを作成する際に取得したサンプル点群の最大評価値である。同様に、目的関数の最小化を図りたい場合、EI 値は(3)式に示すように表現される。

$$E[I(x)] = (\hat{y} - f_{\min}) \Phi\left(\frac{\hat{y} - f_{\min}}{s}\right) + s\phi\left(\frac{\hat{y} - f_{\min}}{s}\right) \quad (3)$$

f_{\min} はKrigingモデルを作成する際に取得したサンプル点群の最小評価値である。MOGAを用いて(2), (3)式の x に対する同時最大化問題を解くことにより、大域的探索の結果としてEI値に関する非劣解集合を得る。これらの集合からいくつかの解を取り出し、改めて実際の評価値を求めた後に追加サンプル点とすることで、近似解の最適解近傍における精度向上と最適解の探索を図ることが出来る。

3. 2. 分散解析 (ANalysis Of Variance: ANOVA)

各目的関数への設計変数の寄与度を定量的に調べ、Multi-fidelity 設計探索法の有効性を示すため、多変量解析手法の一つである分散解析(ANalysis Of Variance: ANOVA) (7)を適用した。ANOVAでは構築した近似モデルにおける各設計変数による分散を解析し、設計変数の主効果や相互作用分を推算する。分散は式(4)で表し、分散量を得ることで目的関数に対する設計変数の傾向を得ることができる。

$$\sigma(x) = \int \dots \int y dx_1, \dots, dx_{i-1}, dx_{i+1}, \dots, dx_n - \mu \quad (4)$$

$$\mu = \int \dots \int y dx_1, \dots, dx_n \quad (5)$$

寄与度の大きさは上記の分散に基づき、分散が大きいほど寄与度の割合も大きい。目的関数に対する設計変数の寄与

度を定量的に見ることは設計問題全体の把握に有効であり、本研究では Fidelity の異なる解析、形状による影響を調べるのに用いる。

3. 3. Multi-Fidelity アプローチ

GAによる設計探索法はKrigingモデル等の近似関数法を組み合わせることにより効率化を図ることが一般的となっている。Ref. (6)の手法では初期サンプルの評価値を得てKrigingモデルを構築し、EI値の最大化を行うことで追加サンプルを探索する手法であり、効率的な設計探索を実現している。この設計探索法はEfficient Global Optimization (EGO)と呼ばれ、Fig. 1に示す手順により行われる。この手法は直接CFDを用いてMOGAなどにより探索する手法より効率的といえるが、High-fidelity 解析を用いる場合、十分な大域解探索のための計算コストは依然として実用的とならないことがある。

本研究で用いる Multi-fidelity 設計探索法は最適解に到達するまでの High-fidelity 解析の回数を低減させるというものである。本手法の流れをFig. 2へ示す。まず、計算コストが高い High-fidelity 解析において最低限のサンプル数で Kriging モデル(A)を構築し、計算コストが低い Low-fidelity 解析において十分なサンプル数で Kriging モデル(B)を構築する。モデル(A)(B)の間にはサンプル点数の違いと Fidelity の違いによる誤差があり、その大小はサンプルとした設計変数にも依存し、そうした点に High-fidelity 解析によるサンプル点を追加する事でモデル(A)の大域的な精度を最低限維持する。すなわち、提案手法では大域解存在領域の推定・モデルそのものの高精度化を、モデル(A)のEI値が最大となり、かつこの2つのモデル(A)(B)間の差分を最小に出来る追加サンプルを下記(6)式の多目的解を求めることにより求める。

$$\begin{aligned} &\text{Maximize EI}_A \\ &\text{Minimize } |\hat{y}_A - \hat{y}_B| \end{aligned} \quad (6)$$

本手法ではモデル(B)は Low-fidelity でありながら大域的な設計情報を十分に持つ補助モデルとしてのみ使用し、モデル(A)のみに High-fidelity 解析に基づいて追加サンプルを加えていくこととなる。補助モデル(B)の情報を手掛かりとして効率的な追加サンプルを行うことができれば、High-Fidelity 解析を行う回数が低減され、計算コストの低減につながる事が予想される。

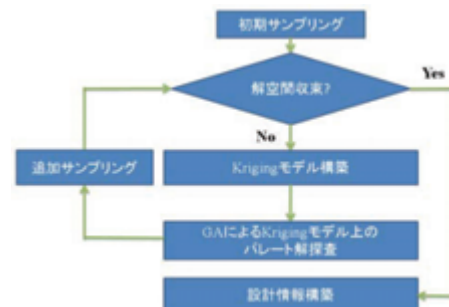


Fig. 3 EGOフローチャート

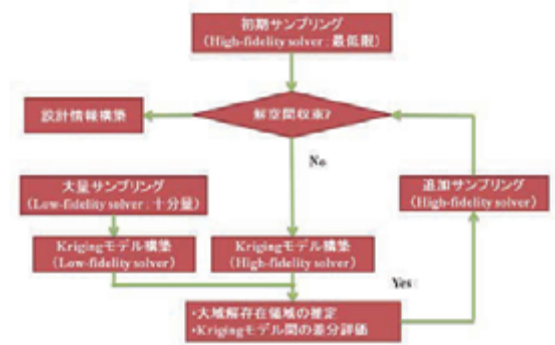


Fig. 4 Multi-Fidelity設計探索法フローチャート

4. 超音速機主翼形状設計

4. 1. 設計対象

設計対象はJAXAにおいて初期概念設計が行われた静粛超音速概念機(Quiet Supersonic Transport: QSST)の主翼形状とする。本機体は機体長53m、全備重量65ton、であり、設計の飛行条件は $M=1.6$ 巡航高度15,000mである。解析モデルはエンジンナセル取り付け前のクリーンモデル(図5)とエンジンナセル統合モデル(図6)の2形態とる。主翼平面形は検討モデルと同等のものとし、 $AR=2.5$ 、主翼参照面積 $S=175m^2$ である。本機体の3断面形を修正PARSEC法により設計を行う。設計変数と設計範囲を表1へ示す。

本報告では後述する2つのソルバとエンジン統合の有無による2モデルを取り扱い、Case1はクリーンモデルに対してLow-Fidelity計算を、Case2は同モデルへHigh-Fidelity計算を、Case3はエンジン統合モデルに対してHigh-Fidelity計算を適用した3ケースの解析・比較を行う。なお、エンジン統合モデルにおけるフロースルーナセルをLow-Fidelity解析によって解くことが困難であるため以上のようにケース設定を行った。

4. 2. 空力評価

Low-Fidelity計算にはJAXAで開発されたCAPAS(CAD-based Automatic Panel Analysis System)⁽⁹⁾を用い、線形化された圧縮性ポテンシャル方程式を解く。

High-Fidelity計算には、JAXA開発の非構造高速流体解析ソルバFaSTAR⁽¹⁰⁾を用いて数値計算を行った。支配方程式は圧縮性Euler方程式とし、 $H/L=0.5$ の機体近傍(図7)を詳細に解く。格子点数は約1000万点である。

4. 3. 制約条件

Fidelityの異なる計算、形状を平等に評価するために制約条件を設計 $C_L=0.15$ と重心位置 $c.g.$ と風圧中心位置 $c.p.$ の一致とした。風圧中心位置は機体のトリム安定を取るために、尾翼舵角の変更によって調整した。トリム安定をとる舵角決定のために、Low-Fidelity計算による2舵角条件での空力性能評価を行い、得られた風圧中心位置から線形補間して尾翼舵角を決定する。High-Fidelity計算における尾翼舵角は、事前検証としてベースモデルに対してLow-Fidelity計算で獲得した尾翼舵角にペナルティを付加し決定した。ペナルティの決定のための事前検証としてベースモデルに対し、本報告と同様の3ケースの計算を行った。そして事前検証の結果を定量的に評価し、High-Fidelity計算における尾翼舵角へ付加するペナルティを1.5度に決定した。

Table 1 設計変数

	変数名	16% /semispan	31% /semispan	62% /semispan
翼厚分布	前縁半径	dv1	dv9	dv18
	翼厚位置	dv2	dv10	dv19
	曲率	dv3	dv11	dv20
シンパイヤ	前縁半径	dv4	dv12	dv21
	最大位置	dv5	dv13	dv22
	最大高さ	dv6	dv14	dv23
	曲率	dv7	dv15	dv24
	後縁角	dv8	dv16	dv25
	振り下げ		dv17	dv26

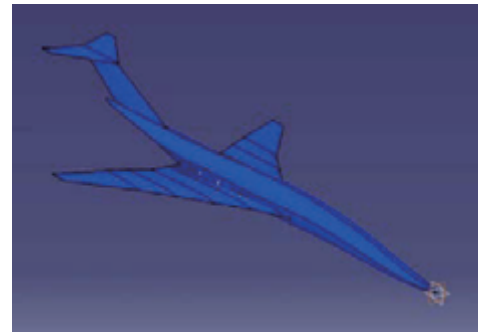


Fig. 5 クリーンモデル



Fig. 6 エンジン統合モデル

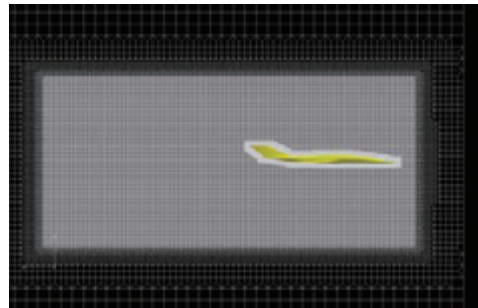


Fig. 7 機体近傍格子

5. 結果と考察

5. 1. 初期サンプリング

本研究におけるサンプル取得にはLHSを使用し、主翼形状の初期個体を11個獲得し、Low-Fidelity計算を行った。またその11個体から6個体を抽出しエンジン統合有無の2ケースのHigh-Fidelity計算を行った。各ケースの

サンプリング結果を図8へ示す。桃色の点がベースモデル形状のサンプル点であり、ランダムに設定された初期サンプルは3ケースすべてでベースモデルより上回る個体はなかった。しかし、ランダムに設定したことにより下位個体の設計情報の獲得ができたと言える。また初期サンプリングでの計算Fidelityのみ変更による評価値の差分を図9へ、形状Fidelityのみ変更による迎角、風圧中心差分を図10へ示す。この結果より計算Fidelityの変更によって圧力抵抗係数 C_{Dp} は形状によらず近い差分を示し、Multi-Fidelityアプローチにおいて、大域的な傾向を把握することに適していると言える。しかし、ブーム強度 ΔP について、形状により差分が異なることから設計傾向が計算Fidelityの違いによって変わる可能性があるため、設計空間の傾向に注意をしながら設計を進める必要であると言える。また形状Fidelityを変更したときには、CL減少のため迎角が増加し、風圧中心が移動する。その際、制約条件として設定した重心位置との差が大きくなりすぎないように注意することが必要であることがわかる。

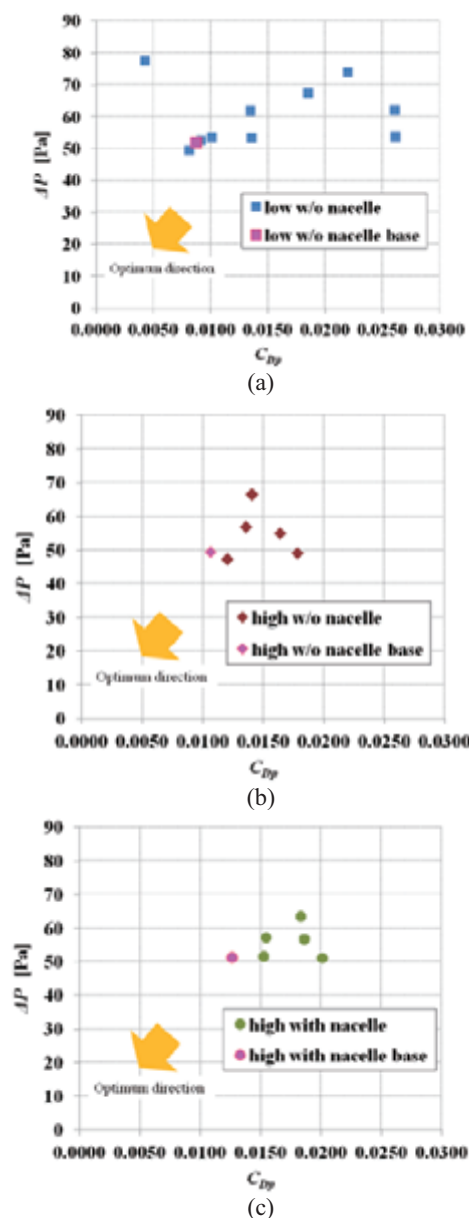


Fig. 8 サンプリング結果 (a)Case1 (b)Case2 (c)Case3

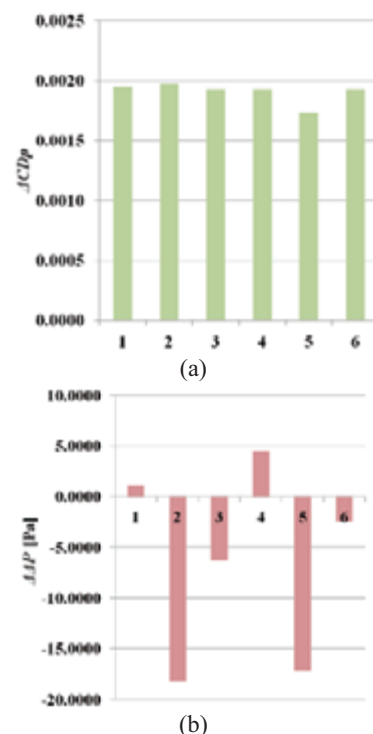


Fig. 9 評価値の差分(Case1×Case2)

(a) C_{Dp} (b) ΔP

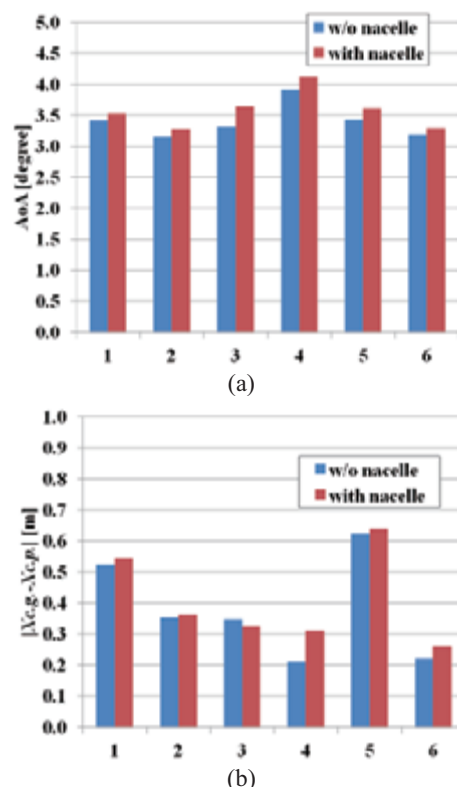


Fig. 10 形状 Fidelity 変更による差分(Case2×Case3) (a) 迎角 (b) 風圧中心位置

5. 2. 分散解析による設計変数寄与度

サンプリング結果を利用し、3ケース2つの目的関数に対してANOVAによる寄与度解析を行った。Case1の結果を図11へ、Case2の結果を図12へ、Case3の結果を図13へ示す。(a), (c), (e)が圧力抵抗係数 C_{Dp} に対する、(d), (e), (f)

がブーム強度 ΔP に対する分散解析結果である。まず3つのケースそれぞれで C_{Dp} と ΔP に対する寄与度を比較すると、目的関数によって寄与の高い設計変数が異なることがわかる。Case1において、 C_{Dp} に対する寄与度がキャンバー前縁半径 $dv12$ やキャンバー曲率 $dv24$ が高い寄与を示したが、 ΔP に対する寄与度ではキャンバー最大高さ位置 $dv13$ が最も高いものの、最大翼厚位置 $dv2$ 、 $dv10$ が大きな寄与を示し傾向の違いを示した。同様にCase2, Case3においても目的関数が異なる場合寄与度の高い変数が異なることがわかった。Case1では ΔP に対して翼厚分布に関する変数の寄与度が高くなり、Case2, Case3の間では寄与度の傾向に大きな違いは観察されず、捻り下げを決定する変数の寄与度が高くなった。これらの違いは計算Fidelityの違いによるものだと考えられる。

次に目的関数は同一とし計算、形状Fidelityが異なる(a),(c),(e)と(b),(d),(f)を比較した。 C_{Dp} に対しての寄与度はそれぞれのケースで近い傾向となった。キャンバー前縁半径 $dv12$ 、キャンバー曲率 $dv24$ 、外翼断面の最大翼厚位置 $dv19$ の寄与度が高くなり、設計変数決定時に計算Fidelityの違いによる影響が小さいことがわかる。しかしエンジン統合モデルにおいて傾向は同様の場合だが、それぞれの変数の寄与度が小さくなった。これはエンジン統合によって抵抗が増加し、全体の傾向として寄与度が小さい内翼側の設計変数に寄与度が分散したことが考えられる。追加サンプルで取得する上で、内翼側の変数の感度の変化に注意が必要であることがわかった。 ΔP に対する分散解析結果では、計算Fidelity間で傾向の大きな相違が見られた。それぞれで寄与度の高い変数が限定されており、Multi-Fidelity最適設計を行う際にブーム低減設計に適応しづらい可能性がある。この相違は総サンプル数が不足していること、またCase1とCase2, Case3の間でサンプル数に違いがあるため、さらに追加サンプルを獲得し検証を行う必要があると考えられる。

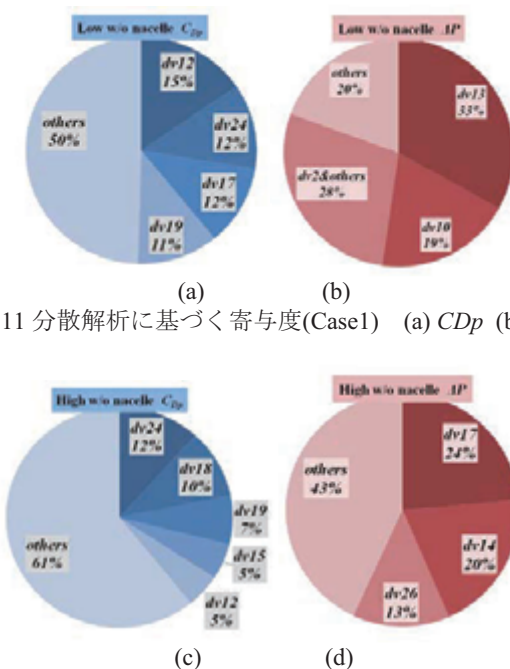


Fig. 11 分散解析に基づく寄与度(Case1) (a) C_{Dp} (b) ΔP

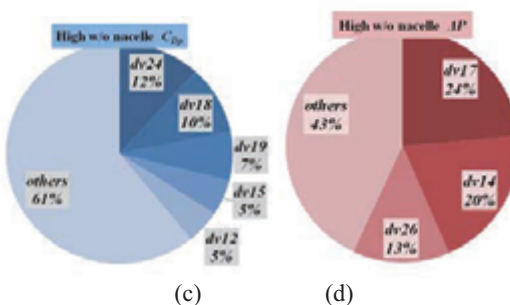


Fig. 12 分散解析に基づく寄与度(Case2) (c) C_{Dp} (d) ΔP

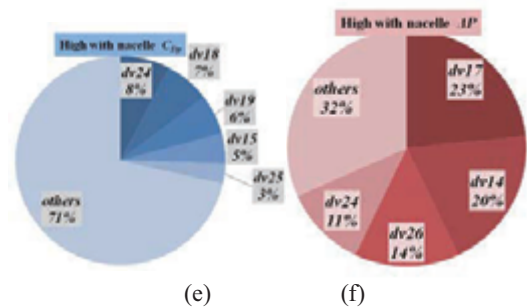


Fig. 13 分散解析に基づく寄与度(Case3) (e) C_{Dp} (f) ΔP

6. まとめ

本報告では LHS により効率的に設計情報の獲得を行い、超音速機主翼エンジン統合設計における影響を調査した。初期サンプリングから得られた設計情報から分散解析を行い、各変数の寄与度の定量化と異なる計算・形状 Fidelity による影響を観察した。その結果、圧力抵抗係数 C_{Dp} に対する寄与度は全体的に近い傾向を獲得し、Multi-Fidelity 設計法へ活用できることが知見として得られた。

参考文献

- 1) 牧野好和, 牧本卓也, 石川敬樹, 「成層圏気球を用いた低ソニックブーム実証実験(D-SEND)の空力形状設計」第 48 回飛行機シンポジウム, JSASS-2010-5160, 2010.
- 2) Sobieczky H., "Parametric Airfoils and Wings," Notes on Numerical Fluid Mechanics, pp. 71-88, Vieweg, 1998.
- 3) Kanazaki, M., Yotsuya, T., Nara, T., Matsushima, K., "Modification of PARSEC Airfoil Representation and Investigation of Design Performance," JSASS, Vol. 59, No.684, pp. 24-26, 2011.
- 4) Jeong, S., Murayama, M., and Yamamoto, K.: "Efficient Optimization Design Method Using Kriging Model," Journal of Aircraft, 42, pp.413-420, 2005.
- 5) Dev, R., Alex, H., and Ilan, K.: "A Multifidelity Gradient-Free Optimization Method and Application to Aerodynamic Design," AIAA Paper2008-6020, 2008.
- 6) 増山元三郎, 「実験計画法」, 岩波書店, pp.83-95, 1956.
- 7) Jeong, S. and Obayashi, S.: Multi-objective Optimization Using Kriging Model and Data Mining, Korea Society International Journal, 7, pp.1-12, 2006.
- 8) 瀬戸直人, 牧野好和, 高戸谷健, 金崎雅博: 小型超音速旅客機の効率的設計探索, 第 24 回数値流体力学シンポジウム, 2010.
- 9) 牧野好和, 牧本卓也, 「超音速機概念設計ツール CAPAS の開発」, 第 40 回流体力学講演会/航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム, pp. 275-276, 2008.
- 10) 橋本敦, 村上桂一, 青山剛史, 菱田学, 大野真司他, 「高速流体ソルバ FaSTAR の開発」, 第 42 回流体力学講演会/航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム 2010.

超音速翼における空力性能の翼平面形依存性に関する検証

岸 祐希^{*1}, 松島 紀佐^{*2}, 牧野 好和^{*3}, 楠瀬 一洋^{*3}, 金崎 雅博^{*1}

^{*1}首都大学東京大学院, ^{*2}富山大学, ^{*3}宇宙航空研究開発機構

Investigation of Planform Dependency on Aerodynamic Performance for Supersonic Wing

by

Yuki KISHI, Kisa MATSUSHIMA, Yoshikazu MAKINO, Kazuhiro KUSUNOSE, Masahiro KANAZAKI

ABSTRACT

In wing design, as wing planforms strongly depend on the sectional airfoil design, it is obvious that optimum airfoil will be different if multi-point aerodynamic performance of wing planform differs. Thus, this paper consists of two parts. In the first part, to obtain quantitative knowledge of multi-point supersonic aerodynamic performance of various wing planforms, the linear theory is investigated using the computational fluid dynamics (CFD). For a given supersonic cruise speed, when the leading edge of the wing becomes the subsonic edge, our theoretical study says the higher swept-back wing has the lower zero-lift drag. On the other hand, when the leading edge of the wing becomes supersonic edge, the lower swept-back wing has the lower zero-lift drag. This result suggests the having a lower swept-back wing will be a reasonable choice for the aircraft which flies at a certain supersonic speed. Secondly, multi-point designs of the supersonic wing using efficient global optimization (EGO) were considered for two kinds of planform; one is cranked arrow wing which has high sweep-back leading edge, another is taper wing which has low sweep-back leading edge. According to the analysis of design results, different optimum airfoil geometries are obtained between each planform and it is also shown that the shape of the camber line of airfoil plays an important role for both the planforms in order to reduce wave drag in supersonic cruise.

1. 緒言

超音速機の設計では、造波抵抗の軽減を目的に大きな後退角を持つ平面形を採用することが一般的である。したがって、これら個々の平面形に対する音速近傍での研究例は多い。一方で、設計の基盤となる音速突破後の空力性能に関する平面形の系統的な調査は、1960年代に行われた線形理論による解析¹⁾が主たる知見である。しかしながら、線形理論に基づく予測は空間的な相互作用は考慮されておらず、厳しい要求を満たせる高性能な超音速旅客機を検討するためには、より精度の高い計算に基づいた平面形の多点空力性能に関する基礎的な知見が必要である。圧縮性流れの計算法が実用的となっている現在、計算機を用いた最適設計による設計知識構築が有望である。また、翼設計においては平面形の選択と同様に翼型設計も重要である。平面形の多点空力性能が異なればそれぞれの最適翼型も異なると予想される。

本稿では数値流体力学 (Computational Fluid Dynamics : CFD) を利用して、音速突破後における各平面形の多点空力性能に関する定量的な知見を得たうえで、最適翼型の平面形依存性に関する知見の獲得を行い、超音速主翼に関する設計知識の俯瞰的検証を目的とする。超音速巡航時の燃費低減には飛行エンベロープ全体の検討が必要となることから、翼型の多点最適空力設計を行う。

2. 多点空力性能の平面形依存性

2.1 検証手法

第1図に示す4つの平面形 (Rectangular 翼, Swept 翼, Delta 翼, Taper 翼) に対して数値計算を行った。各平面形のパラメータを第1表に示す。翼型は翼厚5%のDiamond翼型を主流方向に定義し、捩じり下げや上反角は定義せず、各平面形の面積は一定とした。本検証では圧縮性による造波抵抗の違いを調べることを目的として、誘導抵抗が0となる零揚力迎角で評価を行った。

支配方程式は圧縮性 Euler 方程式とし、計算ソルバには Tohoku University Aerodynamics. Simulation (TAS) code^{2), 3)} を用いた。時間積分は LU-SGS (Lower-Upper Symmetric Gauss-Seidel) 陰解法⁴⁾、流束の評価には HLLEW (Harten-Lax-Van Leer-Einfeldt-Wada) 法²⁾を用いた。

空間離散化には非構造格子法を用い、表面格子は Advancing-Front 法^{5), 6)}、空間格子は Delaunay 三角形分割法⁷⁾により離散化した。空間格子は約150万点となった。

各翼形状に対して行った零揚力状態における計算結果を第2図(a)に示す。また、文献⁸⁾による Rectangular 翼と Swept 翼の線形理論を用いた解析結果を第2図(b)に示す。

2.2 考察

2.2.1 $C_{DP} - M_\infty$ 曲線

第2図(a)において、 $1.0 < M_\infty < 1.4$ では後退角のついた Swept 翼や Delta 翼の方が低い圧力抗力係数 C_{DP} を示しているが、より高速域ではこの上下関係が逆転している。この傾向は竹内、松島らによる検討⁸⁾でも見られた。また楠瀬らによる超音速複葉機の平面形検討⁹⁾においても、零揚力状態では矩形翼が $M_\infty \approx 1.7$ で最も造波抵抗を低減できることが示されており、前縁後退角と抵抗との関係の観点で本検証結果と整合する。

$\Lambda = 45^\circ$ である Swept 翼, Delta 翼では $1.0/\cos \Lambda \approx 1.414$ であるから、 $M_\infty > 1.414$ において Swept 翼, Delta 翼の C_{DP} が $\Lambda = 0^\circ$ である Rectangular 翼の C_{DP} より大きくなること、線形理論 (第2図(b)) から予測できる。実際に、第2図(a)において、 $M_\infty \geq 1.4$ で、Rectangular 翼の C_{DP} が Swept 翼, Delta 翼の C_{DP} より小さく、本計算の予測が妥当であることがわかる。Taper 翼と Rectangular 翼との結果を比較すると互いに似た $C_D - M_\infty$ 曲線を示した。Taper 翼は $\Lambda = 20^\circ$ としたが、 C_{DP} が最大になるマッハ数は $1.0/\cos \Lambda \approx 1.064$ であり、無視できる程度であったためと考えられる。

2.2.2 C_{DP} が理論上最大になる点での流れ場

Rectangular 翼と Taper 翼で C_{DP} が大きくなった $M_\infty = 1.0$ における翼中央部の断面 C_p 分布を第3図に示す。Rectangular 翼と Taper 翼では、前縁と後縁での圧力差が大きい。また、前縁では広域にわたって湾曲した高圧領域が形成されている。一方で、後退角のついた Swept 翼と Delta 翼は後退角効果により亜音速前縁となるので、Rectangular 翼や Taper 翼でみられた高圧領域はみられない。Delta 翼では Swept 翼と異なり後縁で大きな膨張波が見られる。Delta 翼は後縁で後退角がないことから、Swept 翼の前縁と Rectangular 翼の後縁の特徴をそれぞれ併せ持つ C_p 分布になったと考えられる。

この傾向は竹内らによる Navier-Stokes ソルバによる検討⁸⁾でも見られ、 $M_\infty = 1.0$ における後縁後退角の影響が $M_\infty = 0.8$ のとき以上に大きくみられた。

Swept 翼と Delta 翼で C_{DP} が大きくなった $M_\infty = 1.4$ における翼中央部の断面 C_p 分布を第 4 図に示す。主流速度が完全に超音速になっているため、翼上面の C_p 分布が $M_\infty = 0.8$ や $M_\infty = 1.0$ の時と異なっている。後退角のない Rectangular 翼と Taper 翼では前縁に張り付いた斜め衝撃波、後退角のついた Swept 翼と Delta 翼では前縁から離脱している湾曲した衝撃波になっていることがわかる。Swept 翼と Delta 翼の前縁で離脱衝撃波の発生は、前縁で湾曲した正圧領域が大きくなった $M_\infty = 1.0$ における Rectangular 翼や Taper 翼の C_p 分布と似ている。Swept 翼の翼中央部から後縁にかけての張り出した負圧領域も、 $M_\infty = 1.0$ で Rectangular 翼や Taper 翼の後流で発生した負圧領域に対応している。後縁に注目すると、Delta 翼の後端では Rectangular 翼や Taper 翼に近い直線的な膨張波がみられ、後縁後退角が流れに影響を及ぼしていることがわかる。

2.2.3 超音速域での流れ場の比較

第 1 図で見られた C_{DP} の大小関係が逆転したあとのマッハ数 ($M_\infty = 1.7$) に注目し、その時の断面 C_p 分布 (50% semi-span) を第 5 図に示す。第 5 図より、Rectangular 翼や Taper 翼の前縁では強い斜め衝撃波が見られるのに対して、比較した中で最も大きな前縁後退角を持つ Swept 翼や Delta 翼では前縁に発生する衝撃波が立ち上がり (衝撃波角の増大)、より強い衝撃波となる様子がみられた。前縁後退角を持つ翼では、後退角効果により実質的なマッハ数は下がり、衝撃波通過後の圧力上昇は強まることから知られており、数値計算の結果もこうした理論と合致した。また後縁を見ると、 $M_\infty = 1.7$ ではいずれの平面形も超音速後縁となっている。

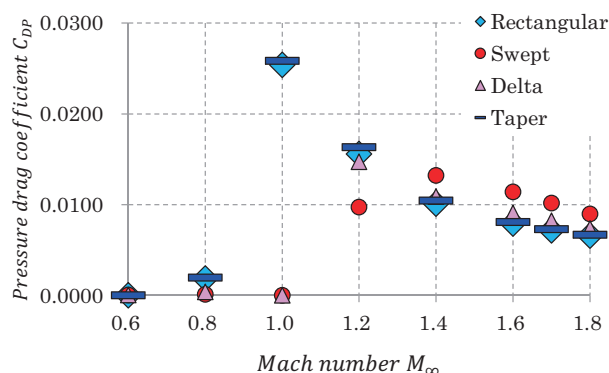


(a) Rectangular 翼 (b) Swept 翼 (c) Delta 翼 (d) Taper 翼

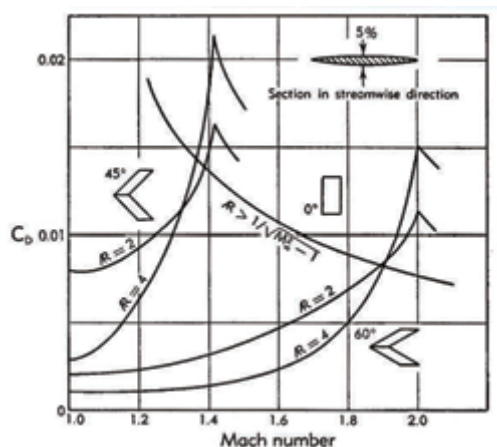
第 1 図 検証個体の検証個平面形 (面積一定)

第 1 表 検証個体の平面形パラメータ

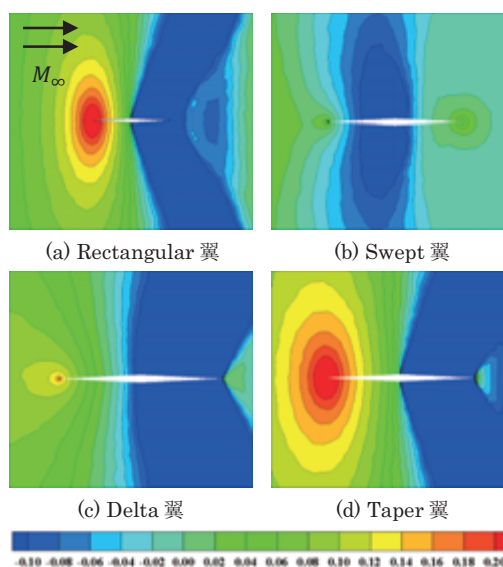
	アスペクト比	テーパ比	前縁後退角
Rectangular 翼	4.0	1.00	0°
Swept 翼	4.0	1.00	45°
Delta 翼	4.0	0.00	45°
Taper 翼※	3.4	0.31	20°



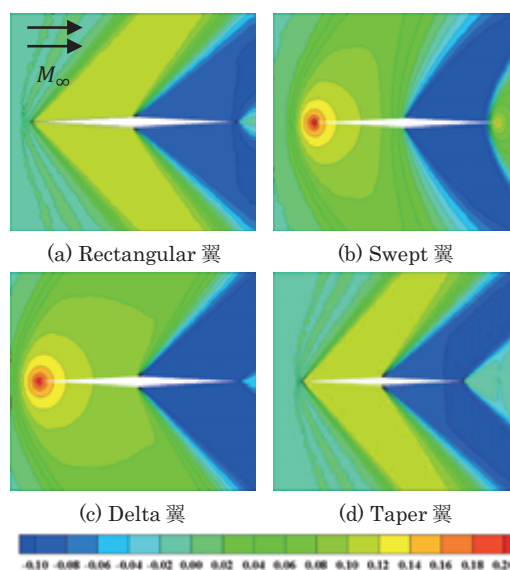
(a) CFD による計算結果



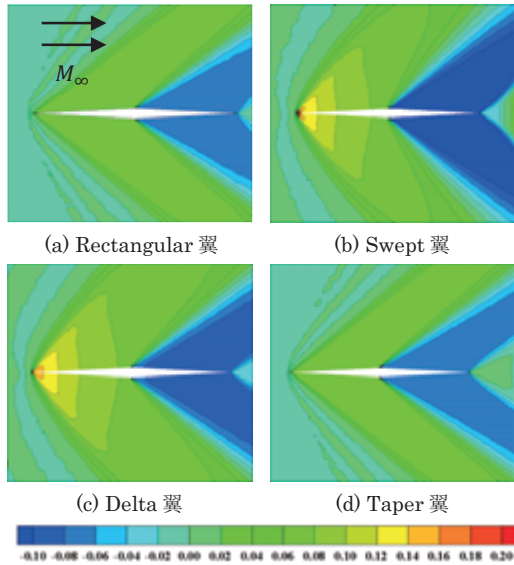
(b) 線形理論に基づく計算結果
第 2 図 $C_D - M_\infty$ 曲線 (零揚力状態)



第 3 図 $M_\infty = 1.0$ における断面 C_p 分布
(50% semi-span, 零揚力状態)



第 4 図 $M_\infty = 1.4$ における断面 C_p 分布
(50% semi-span, 零揚力状態)



第5図 $M_\infty = 1.7$ における断面 C_p 分布
(50% semi-span, 零揚力状態)

3. 超音速最適翼型の平面形依存性

3.1 設計手法

3.1.1 効率的設計探査法

効率的設計探査法 (Efficient Global Optimization : EGO)¹⁰⁾によって翼型の多点最適設計を行う。設計の流れ図を第6図に示す。初期サンプルは、実験計画法の一種であるラテン超方格法に基づき取得する。次に各サンプルの目的関数を計算し、この結果から Kriging モデル¹¹⁾による近似空間を構築する。この近似空間上で Expected Improvement (EI) 値の最大化問題を解くことで追加サンプルを取得する。追加サンプルの探索にあたっては、領域分割多目的遺伝的アルゴリズム¹²⁾ (Divided Range Multi-Objective Genetic Algorithm: DRMOGA) を用いた。追加サンプルの目的関数を計算後、近似空間の精度を上げるために Kriging モデルを再構築し、追加サンプルの情報を反映させる。精度が上がった Kriging モデル上で EI 探索を行い、次の追加サンプルを取得する。この操作を EI 値が収束するまで反復する。

3.1.2 空力計算

空力評価には JAXA 開発による CAPAS (CAD-based Automatic Panel Analysis System)¹³⁾を用いた。CAPAS では線形化された圧縮性ポテンシャル方程式を解く。

$$(M_\infty^2 - 1) \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0 \quad (1)$$

第1式を線形パネル法で解き数値解を求める。これにより、全機の C_L や圧力抵抗係数 C_{DP} などが求められる。

3.1.3 データマイニング手法による評価

関数型分散解析 (Functional ANalysis Of Variance: ANOVA) と自己組織化マップ (Self-Organized Maps: SOM)¹⁴⁾を用いて考察する。ANOVA では近似解の設計変数に対する変動を数値的に見ることによって目的関数に対して設計変数の寄与度をみることができる。SOM は教師なし学習が行われる2層構造のフィードフォワード型ニューラルネットワークで、多次元データを2次元マップに非線形写像するデータ解析法である。設計個体をそれぞれベクトル化させて入力層とし、この入力層を用いて出力層の学習を進めていく。こうして学習された出力層を属性 (設計変数) で色付けし、それぞれ比較することで設計空間全体の傾向を把握できる。

3.2 設計問題

3.2.1 目的関数

飛行全体での燃費改善を実現するため、圧力抗力係数 C_{DP} の最小化を考え、2つの設計問題を解く。

Case 1

$$\text{Minimize } C_{DP} \text{ at } M_\infty = 1.60$$

Case 2

$$\text{Minimize } C_{DP} \text{ at } M_\infty = 0.80$$

$$\text{Minimize } C_{DP} \text{ at } M_\infty = 1.60$$

$M_\infty = 1.60$ は洋上飛行 (高度15000m) を、 $M_\infty = 0.80$ は陸上飛行 (高度11000m) を想定している。

3.2.2 設計変数

超音速巡航時に翼前縁が亜音速前縁となるように設計された超音速旅客機と、翼前縁が超音速前縁となるように設計された超音速旅客機の2タイプの機体に対して翼型最適設計を行う。2章の結果に基づき前者は、造波抵抗のピークを遅らせられることに注目し、JAXA 小型 SST 概念検討モデル¹⁵⁾の平面形であるクランクドアロー翼を、後者の平面形には、高速での造波抵抗軽減に注目し、米国の Aerion 社が開発中の SSBJ の平面形を参考にした単純テーパー翼を用いる。それぞれの平面形のパラメータを第2表に示す。また、各機主翼面積は一定とし、それ以外の部分は JAXA 小型 SST 概念検討モデルをベースとした。翼根、キンク (テーパー翼機ではクランクドアロー翼のキンクに相当する位置)、翼端の3断面の翼型を設計するものとし、設計変数とその変数範囲を第3表にまとめる。後退角の大きさを考慮して、クランクドアロー翼機は亜音速前縁 (NACA64A シリーズ)、テーパー翼機は超音速前縁 (レンズ翼) とする。

3.2.3 制約条件

クランクドアロー翼機に対しては、JAXA 小型 SST 概念検討モデルの設計 $C_L (= 0.143)$ をそのまま設計 C_L として採用した。単純テーパー翼機は、設計解別に翼重量の推算を行い、これを設計 C_L に反映させることとした。翼の重量推算には超音速機向けに提案された翼重量推算式¹⁶⁾を用いた (第3式)。この推算式は統計的手法をベースとしており高揚力装置、スポイラー、ブレーキを装備した翼の基本重量を求めることができる。

$$W_w = 5.63 \times 10^{-2} \times \left[\frac{W_{TO} \times n_{ult} \times b_s \times S}{t_{root}} \right]^{0.501} \quad (3)$$

第3式中の構造翼幅 b_s は、第4式のように定義される。

$$b_s = \frac{b}{\cos \Lambda} \quad (4)$$

設計個体の主翼を除いた部分は本研究でクランクドアロー翼機と同重量して検討する。テーパー翼機的全機重量は、JAXA 小型 SST 概念検討モデルの設計の運航重量から同機の翼重量を算出したものを差し引いたものとして推算、揚力に対する制約条件とした。

加えて、超音速巡航時に重心と風圧中心位置が同じ点となるように水平尾翼舵角を調整し、トリム安定を考慮した。この制約の計算においては、ふたつの尾翼舵角において設計 C_L となる迎角をそれぞれ計算し、風圧中心位置を線形的に推算する。こうして推算された尾翼舵角での巡航迎角や C_{DP} 、 C_M を再度計算することで、中立安定点に対する抵抗を求めることができる。したがって、1個体あたり12回の数値計算を行うことになる。

3.3 設計結果と考察

3.3.1 サンプル結果

初期サンプルと追加サンプルの計算結果を第7図に示す。本研究では計10回の追加サンプリングを行った。1回の追

加サンプリングで2点のサンプルを評価した。DRMOGAにおける計算世代数は64、1世代あたりの個体数は64である。

クランクドアロー翼機では追加サンプルを加えることで最適方向に解が進んでいる。一方で、テーパー翼機は追加サンプルを加えても最適方向に探索が進んでいないことがわかる。これは探索してきたEI値の高い追加個体が未探索の高抵抗な解空間にあったということであり、テーパー翼機ではさらに追加サンプリングを続ければより最適方向にある解が得られる可能性がある。

同じ設計空間にも関わらずクランクドアロー翼機の初期サンプルが放物線のように分布しているのに対し、テーパー翼機はサンプルが全体的にばらついており分布の様子も異なっている。Case1とCase2の追加サンプルの分布を比較すると、Case2の方が遷音速性能に優れた個体が多い。Case2ではCase1に比べ超音速性能の探索圧が下がり、両速度域で低抵抗な個体を多く得られた。しかしながらCase1でも少数ながら両速度域で低抵抗な個体を取得できたことから、単目的の最適化でも探索を進めれば遷音速性能に優れた個体も取得できることがわかった。最適方向に分布する個体を比べるといずれの速度域でもテーパー翼機よりクランクドアロー翼機の造波抵抗の方が低くなっている。この原因としては、テーパー翼機に比較のためにクランクドアロー翼を想定して設計された胴体や尾翼を用いたことで、エリアルールが崩れたことなどが考えられる。したがって、主翼平面形に合わせた胴体や尾翼を設計すればテーパー翼機のさらなる低抵抗化が期待できる。2章の結果や先行研究から、 $M_\infty > 1.60$ ではテーパー翼機とクランクドアロー翼機の C_{DP} の大小関係が逆転することが予想される。

3.3.2 データマイニング手法による考察

ANOVAによる分析結果を第8図、SOMによる結果（商用ソフトウェアのmodeFRONTIER®を使用）を第9図に示す。SOMの学習には目的関数を用い、設計変数と目的関数ごとに色付けした属性マップを作成した。第9図は相関の高い属性マップ同士が近接するように並べられている。まずANOVAを見ると、遷音速領域($M_\infty = 0.80$)では平面形によって抵抗低減に寄与する設計変数が異なるものとなった。クランクドアロー翼機はキンクのキャンバーに関する設計変数($dv6$ (キンクの前方キャンバー)や $dv10$ (キンクの後方キャンバー)、 $dv4$ (キンクの前方キャンバー位置)など)が大きく寄与している。原因としては、キンクの翼型は翼根方向と翼端方向双方の翼型補間が大きく影響することなどが考えられる。一方で遷音速域でのテーパー翼機は超音速域とは異なり、 $dv14$ (翼端の捩じり角)や $dv11$ (翼端の後方キャンバー高さ)など翼端に関する設計変数が高い寄与を示した。遷音速でテーパー翼の外翼側の形状の寄与が高くなった理由として、クランクドアロー翼よりテーパー翼の方が翼端付近の翼面積が大きいということが考えられる。これによって、全体の揚力のうち外翼で発生する量がクランクドアロー翼より多くなり、相対的に翼端形状が翼全体に与える影響が大きくなり、また仮に翼端の揚力係数がクランクドアロー翼と同等でも翼端で発生する揚力が多くなり翼端渦が大きくなりやすくなる。超音速領域($M_\infty = 1.60$)ではいずれの平面形でも遷音速領域と同様に $dv6$ (キンクの前方キャンバー)や $dv10$ (キンクの後方キャンバー)、 $dv4$ (キンクの前方キャンバー位置)などのキンクのキャンバーに関する変数だけで全体の寄与度の約半分を占めている。キャンバー形状が衝撃波の発生に大きく影響することが両平面形で寄与が高くなった原因と思われる。

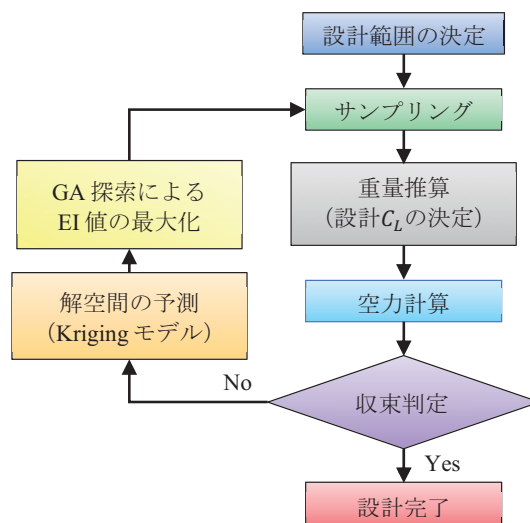
次にSOMの結果を見ると、いずれの平面形も目的関数間に弱いトレードオフがあることがわかる（第9図の黒の実

線及び点線で囲った部分を参照）。遷音速のテーパー翼機以外で寄与度の大きかった $dv6$ (キンクの前方キャンバー)をみると、超音速領域($M_\infty = 1.60$)で抵抗の大きい個体はいずれの平面形でも大きな値を取っている。また、 $dv6$ と同様に高い寄与度を示した $dv10$ (キンクの後方キャンバー)について見ると、いずれの平面形でも巡航速度によって最適値が異なっており、超音速領域の最適値の方が小さい。これらのことは、大きなキャンバーによって超音速領域で衝撃波が発生し易くなり、結果造波抵抗が増大すると説明できる。テーパー翼機の遷音速領域で高い寄与を示した $dv14$ (翼端の捩じり角)は、平面形によって特徴が異なっている。遷音速領域で低抵抗なクランクドアロー翼機は捩じり下げの大きい個体が多いのに対し、テーパー翼機では水平に近い捩じりの個体が多くなっていた。

3.3.3 代表解の形状と空力

サンプリング結果（第7図）において最適方向にあったDesign1とDesignAの表面 C_p 分布を第10図に示す。いずれの速度域でもテーパー翼機はクランクドアロー翼機に比べるとスパン全体にわたって前縁での圧縮上昇が著しい。テーパー翼機の方がクランクドアロー翼機より後退角が小さいので、遷音速以上の速度で飛行すると前縁で強い衝撃波が発生し、急激に流れが圧縮され、前縁の C_p を大きくしていると考えられる。Design1では遷音速から超音速に加速すると、音速から遠ざかることと後退角効果が相まって正圧と負圧のピークが抑えられ、全体として安定した流れとなった。一方でDesignAは後退角が小さいので音速を超えると衝撃波の影響を受けて、前縁で十分な揚力が得られず、後縁で揚力を発生させるために下面に広い正圧領域が形成されている。

それぞれの翼型の概形を第11図に示す。DesignAはどの部分でもDesign1に比べ前縁での勾配が緩くなっており流れが加速しにくいようになっている。後退角の小さいDesignAではDesign1より衝撃波が発生し易いため、これを抑制するような形状になったと思われる。また、翼端を見るとDesign1は大きな正のキャンバーを持っているのに対し、DesignAでは直線的なキャンバーになっている。これにより、第12図のようにDesignAはDesign1に比べて発生する揚力が少なくなっており、翼端部分の面積が大きいDesignAでも誘導抵抗が低減されている。



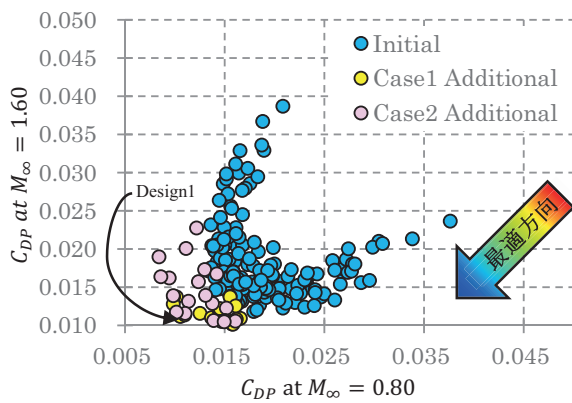
第6図 設計の流れ

第2表 設計機体の平面形パラメータ (面積一定)

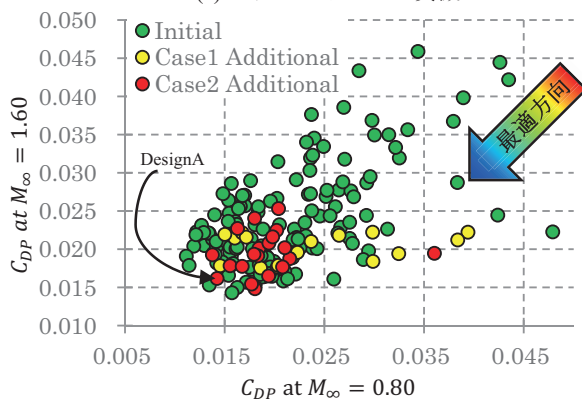
	クランクドアロー翼	テーパー翼
アスペクト比	2.5	3.4
内翼テーパー比	0.28	1.00
外翼テーパー比	0.37	0.31
内翼後退角	68°	20°
外翼後退角	52°	20°
翼面積	175m ²	
キンク定義位置	63% semi-span	

第3表 設計空間

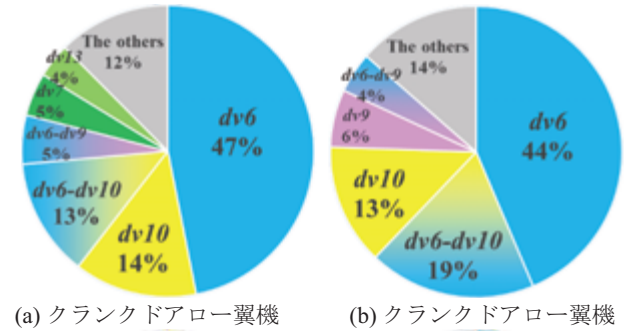
			下限値	上限値
翼厚比	root	dv1	0.03	0.06
	kink	dv2	0.03	0.05
	tip	dv3	0.02	0.05
		dv4	0.30	0.45
前方キャンバー位置	root	dv5	0.02	0.05
	kink	dv6	-0.02	0.05
	tip	dv7	-0.02	0.04
後方キャンバー位置	root	dv8	0.60	0.75
	kink	dv9	-0.03	0.02
	tip	dv10	-0.02	0.02
後方キャンバー高さ	root	dv11	-0.02	0.02
	kink	dv12	0.0°	2.0°
	tip	dv13	-2.0°	2.0°
		dv14	-4.0°	0.0°



(a) クランクドアロー翼機

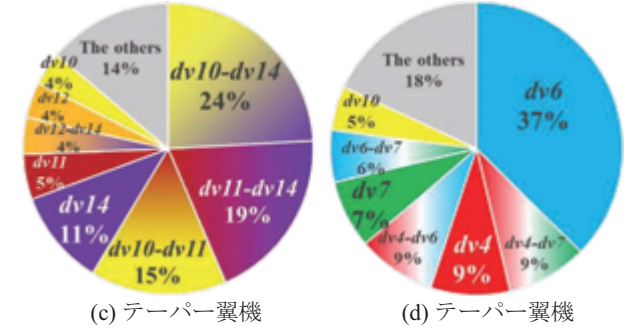


(b) テーパー翼機

第7図 サンプルング結果
(C_{DP} は圧力抵抗係数を表す)

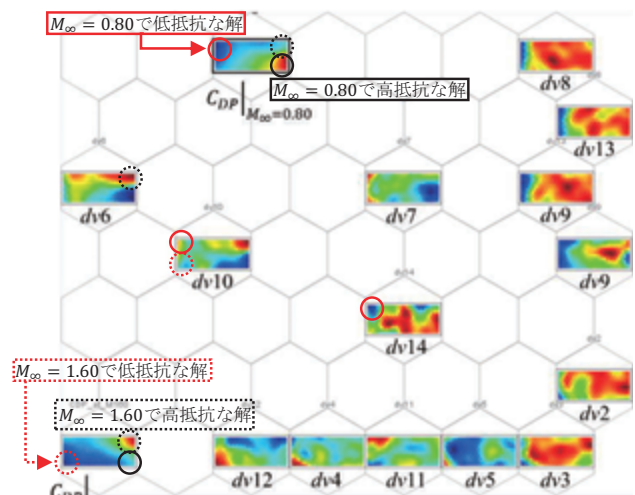
(a) クランクドアロー翼機

(b) クランクドアロー翼機

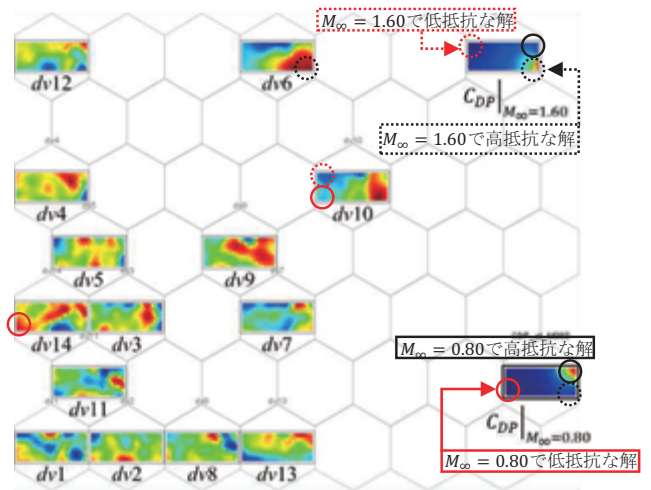


(c) テーパー翼機

(d) テーパー翼機

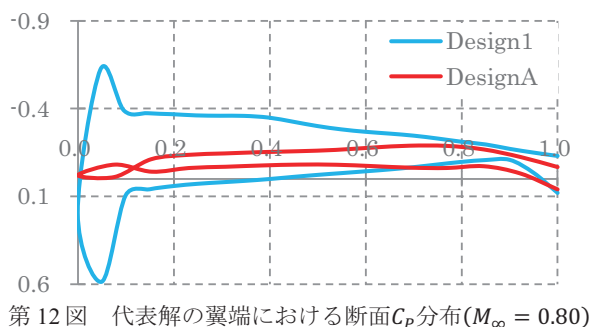
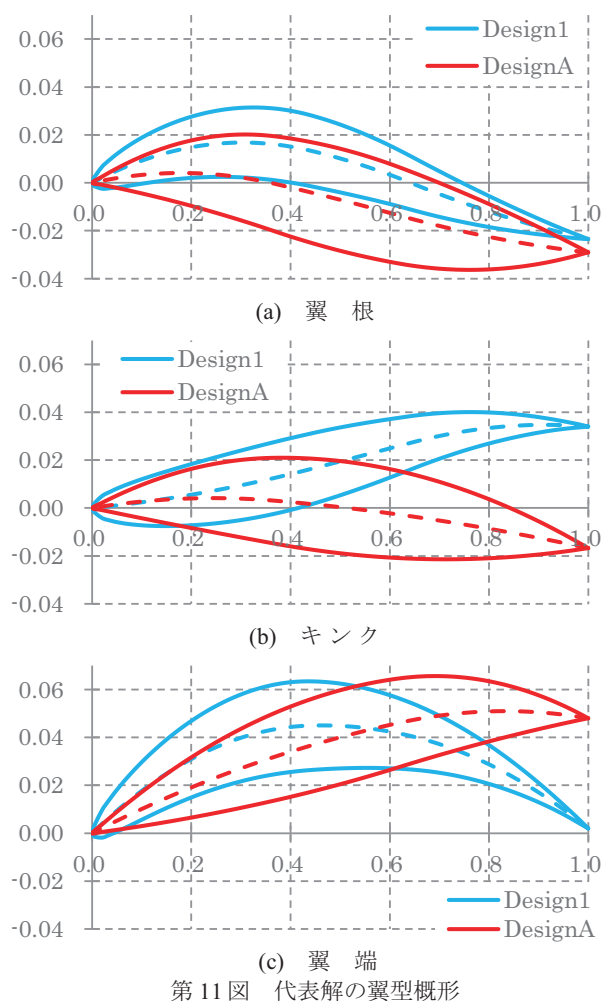
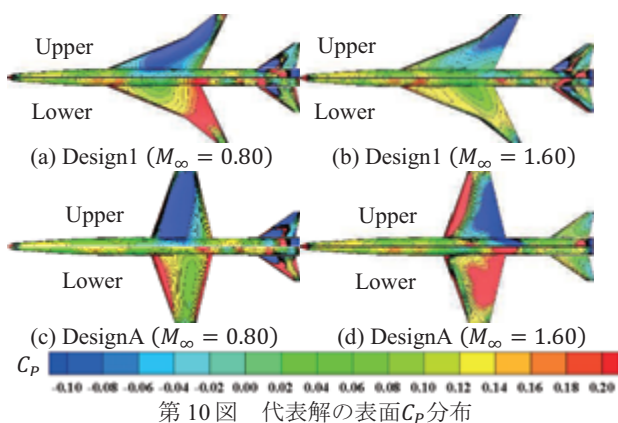
第8図 ANOVAによる C_{DP} の寄与度解析結果 (Case2)(a)(c)は $M_\infty = 0.80$, (b)(d)は $M_\infty = 1.60$ における C_{DP} の寄与度)

(a) クランクドアロー翼機



(b) テーパー翼機

第9図 自己組織化マップ (Case2)



4. 結 言

超音速機設計の基盤となる音速突破後の空力性能に関する平面形の系統的な調査を CFD と最適探索法を用いて行った。2 章では、圧縮性 Euler 計算により、2.1 節で示した線形理論に基づく定性的な予測の妥当性を零揚力状態で検証した。検証の結果、数値計算においてもマッハ数を上げると後退角がある翼とない翼との抵抗の上下関係が逆転することが確認され、予測が妥当であることがわかった。

3 章では 2 章で得られた知見を基に、さらなる超音速機の設計知識獲得を目的に、前縁後退角の異なる 2 つの平面形に対し EGO による翼設計を実施し、最適翼型の平面形依存性を検証した。超音速領域ではクランクドアロー翼とテーパー翼共に抵抗最小化にはキंक（テーパー翼では 63% semi-span に相当）のキャンバーが最も寄与するという共通点が見られる一方で、遷音速領域では平面形によって抵抗低減に寄与する設計変数が異なることがわかった。また、単目的の超音速での C_{DP} 最小化設計も計算回数を増やせば、同時に遷音速での C_{DP} 低減も見込めることがわかった。

5. 参考文献

- Robert T. Jones, Doris Cohen: High Speed Wing Theory, Princeton Univ Pr, 1960
- Sharov, D. and Nakahashi, K.: Hybrid Prismatic/Tetrahedral Grid Generation for Viscous Flow Applications, AIAA J., 36(1998), pp.157-159.
- Obayashi, S. and Guruswamy, G. P.: Convergence Acceleration of an Aeroelastic Navier-Stokes Solver, AIAA J., 33(1995), pp. 1134-1141.
- Sharov, D. and Nakahashi, K.: Reordering Hybrid Unstructured Grid for Lower-Upper Symmetric Gauss-Seidel Computations. AIAA Journal, 36(1998), pp. 484-486.
- Ito, Y. and Nakahashi, K.: Surface Triangulation for Polygonal Models Based on CAD Data, International Journal for Numerical Methods in Fluids, 39(2002), pp. 75-96.
- Sharov, D. and Nakahashi, K.: Hybrid Prismatic/Tetrahedral Grid Generation for Viscous Flow Applications, AIAA J., 36(1998), pp.157-159.
- Ito, Y. and Nakahashi, K.: Direct Surface Triangulation Using Stereolithography Data, AIAA J., 40(2002), pp. 490-496
- 竹内和也, 直井健悟, 松島紀佐: 超音速流における主翼前縁および後縁の後退角の空力特性への影響の CFD 解析, 第 46 回流体力学講演会 / 第 32 回航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム, 1C06, 2014
- Kusunose, K. Matsushima, K. Murayama, D: Supersonic biplane-A review, Progress in Aerospace Science, 47(2011), pp.69, Fig. 47.
- Jones, D. R., Schonlau, M., and Welch, W. J.: Efficient Global Optimization of Expensive Black-Box Function, Journal of Global Optimization, Vol. 13, pp. 455-492, 1998
- Sacks, J., Welch, W.J., Mitchell, T. J., and Wynn, H. P. : Design and Analysis of Computer Experiments, Statistical Science, vol.4(1989), No.4, pp.409-435
- 廣安知之, 三木光範, 渡邊真也: 領域分割型多目的遺伝的アルゴリズム, 情報処理学会論文誌, 数理モデル化と応用, 41 (2000), pp.79-89
- 牧野好和, 牧本卓也: 超音速機概念設計ツール CAPAS の開発, 第 40 回流体力学講演会/航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム, pp.275-276, 2008
- Vesant, J. :SOM-Based Data Visualization Methods, Intelligent Data Analysis, 3(1999), pp.111-26
- 牧野好和, 牧本卓也, 石川敬樹: 低ソニックブーム実証試験(D-SEND)の空力設計, 第 48 回飛行機シンポジウム, pp.972-975, 2010
- 湯原達規, 李家賢一: 水素燃料超音速旅客機の機体成立性に関する研究, 航空宇宙技術 vol.9, pp.29-35, 2010

火星探査機のエアロシェル空力データベース開発に向けて

藤田和央, 小澤宇志, 高柳大樹, 松山新吾, 滝沢直美
宇宙航空研究開発機構

Toward Development of Aerodynamic Database for Mars Exploration Aeroshell

by

Kazuhisa Fujita, Takashi Ozawa, Hiroki Takayanagi, Shingo Matsuyama, and Naomi Takizawa

ABSTRACT

Comprehensive challenges toward development of aerodynamic database for Mars exploration aeroshell are overviewed. Direct Simulation Monte-Carlo (DSMC) computations of rarefied flows around the Martian entry system and direct force measurements of the model in the hypersonic rarefied wind-tunnel are conducted to determine the rarefied aerodynamics of the aeroshell. Hypersonic, supersonic, and transonic aerodynamic performance of the aeroshell are investigated by corresponding wind-tunnel tests, with the aid of computational-fluid-dynamic (CFD) computations. Investigations on the front aeroshell separation dynamics are conducted as well.

1. はじめに

現在 JAXA では、2020 年代の火星地表面探査を目指した検討が進められている¹⁾。モデルミッションとして想定するシナリオでは、図 1 に示すように、惑星間軌道より火星大気圏へ大気突入モジュールを直接突入させ、定点着陸のために揚力カプセルを用いた空力誘導を行った後、飛行マッハ数 2 前後でパラシュートを分離して軸対象特性へ回復させ、マッハ 1.7 前後でパラシュートを放出して減速し、マッハ 0.6 前後で前面エアロシェルを分離する。

このような複雑な空力イベントを経て着陸を成功させるためには、高高度の希薄流領域から連続領域までの、また極超音速領域から遷音速領域までの、非常に広範囲の流れ場中におけるエアロシェルの空力特性を把握する必要がある。JAXA では、すべての飛行領域をカバーするエアロシェル空力データベースの開発を進めており、本稿では開発の現状を紹介する。

2. 希薄空力特性

エアロシェルの希薄空力特性を定量化する一般的な手法は、エアロシェル周りの流れ場を DSMC 解析によって

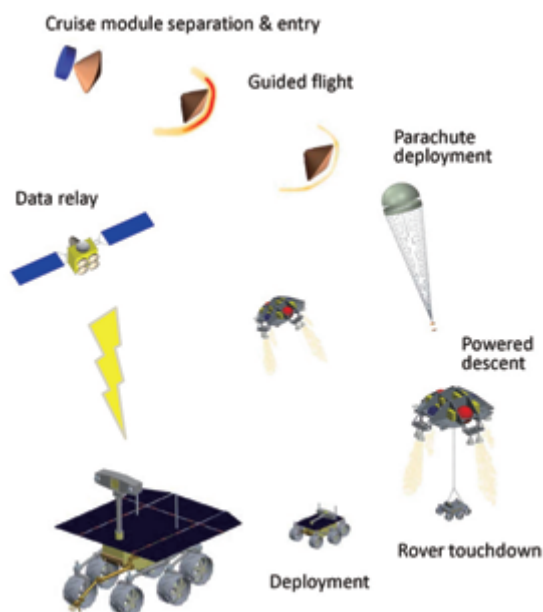


図 1 火星探査モデルミッションのシナリオ。

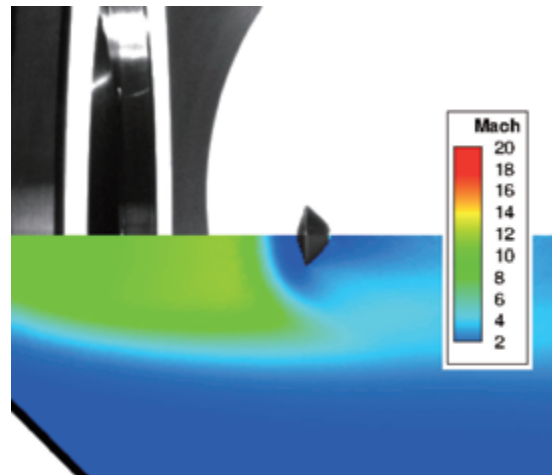


図 2 DSMC 解析を併用した HRWT における希薄空力特性の直接計測

計算し、エアロシェルが受ける空気力を時間平均積分する方法であり、本研究でもこの方法を用いている。しかし希薄空力特性の解析においては、エアロシェル表面の適合係数 (accommodation factor) の不確実性を除去することが困難であり、これが空力係数の不確実性として生じる。これを除去する試みとして、JAXA では極超音速希薄風洞 (HRWT) を開発し²⁾、風洞模型を用いた空気力の直接計測を行っている。図 2 は、希薄風洞中に懸垂したエアロシェル模型の変位計測の様子であり、DSMC 連成解析によって風洞試験を再現した結果と比較している。この結果として適合係数を定量化し、希薄空力係数の不確実性を大幅に低減することが可能となっている。

3. 風洞試験による空力特性の定量化

極超音速領域、超音速領域、遷音速領域の広範囲にわたるエアロシェル空力特性は、JAXA 調布航空宇宙センタの極超音速風洞 HWT、超音速風洞 SWT、遷音速風洞 TWT を用いて計測されている。高マッハ数領域 ($M > 2$) では空力誘導のため揚力飛行を行うため、 15° の曲がりスティングと内装天秤を用いた手法を用いている (図 3)。このようにして計測された軸力計数の例を図 4 に示す。また、図 5 に示すような、分離形態を模擬した模型を用いて、フォアボディエアロシェル分離時の空力干渉特性の計測を行っている。

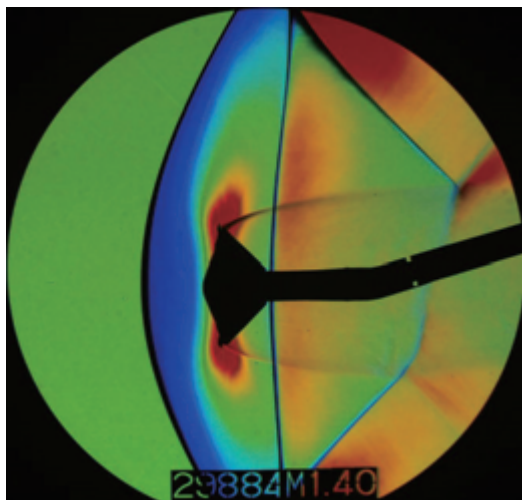


図3 M=1.4におけるシュリーレン写真。

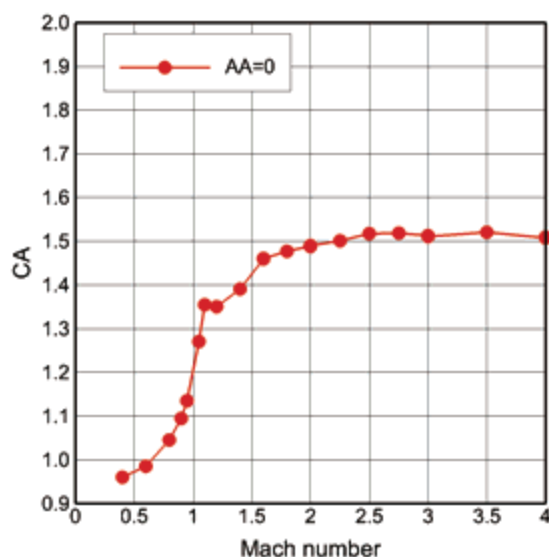


図4 軸力計数のマッハ数依存性（風洞試験結果）。

風洞試験から理解されたことは、遷音速から超音速領域においてカプセルの空力特性を正確に求めることの難しさである。図3に示すように、超音速風洞において、エアロシェルが生成するバウショックが壁面で反射してカプセルのウェーク領域へ影響を与え、適切な空力特性が得られない事象が、低マッハ数域において観測された。この領域については、遷音速風洞の結果と連続的に接続するように、試験ケースを適切に選択する必要がある。壁面からの衝撃波反射の影響のみならず、スティングの存在による影響はかなり大きく、また遷音速風洞においては天秤の熱ドリフトの影響も無視できないことが分かった。

4. CFD

風洞試験の課題を解決するには、CFDのサポートが有効である。CFDにおいては、RANSでは流れ場を全く再現できないことが分かっており、LESを用いた風洞試験対比解析によって、空力係数の真値を推定している³⁾。図6は火星カプセル周りの流れ場をLESによって解析した結果の一例である。しかし、LESにおいても、風洞試験の結果を完全に再現できないなど、まだ課題が多いの

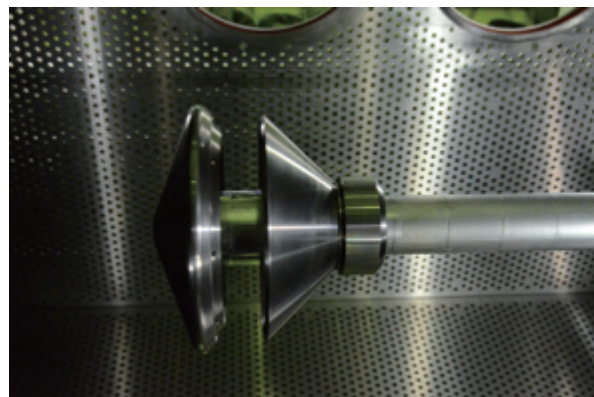


図5 エアロシェル分離を模擬した風洞模型。

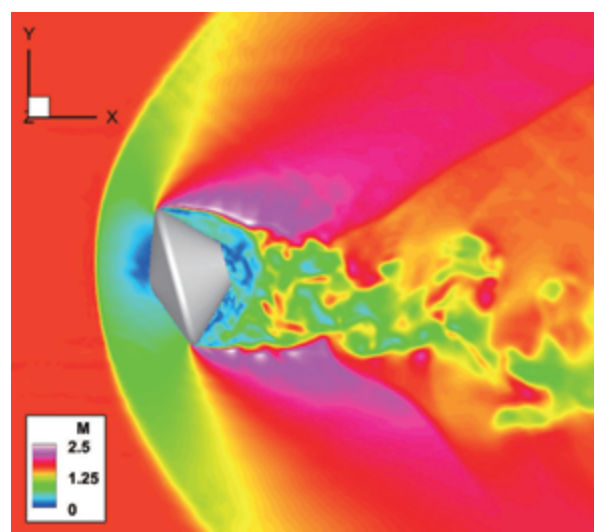


図6 LESによるカプセル周りの流れ場解析結果（主流マッハ数=1.6, マッハ数分布）

が現状である。そこで現在、東北大学のバリスティックレンジを用いた共同研究により、自由飛行条件での流れ場構造の把握（流れの可視化）及び空力係数の間接計測（飛行軌道、姿勢の時間変化を用いる）を検討中である。

またここには紹介できなかったが、CFDは風洞試験結果を火星飛行環境（CO₂ 大気）へブリッジし、データベースの作成するためのツールとしても利用されている。

5. まとめ

火星探査に用いるエアロシェル空力データベース開発の現状を紹介した。空力データベース開発では、様々な風洞を用いた試験と数値解析を連携させて、不確実性の低減に挑戦している。今後は大学との連携も進め、課題の解決に向けた研究を進めたい。

参考文献

- 1) 藤田和央ほか、「火星着陸技術実証機のシステム設計とサイエンススコープ」、第15回宇宙科学シンポジウム、宇宙科学研究所、平成27年1月。
- 2) 小澤宇志ほか、「希薄（定圧）風洞の紹介」、ながれ33, pp.273-278, 2014。
- 3) 松山新吾ほか、「LESによるsphere-cone形状カプセルの亜音速空力特性の評価」、日本航空宇宙学会第46期年会講演会、東京大学、平成27年4月。

迎角再突入時での MHD Flow Control に与えるホール効果の影響

益田 克己, 下澤 雄太, 藤野 貴康
筑波大学

Influence of Hall Effect on MHD Flow Control in Reentry Flight with Attack Angle

by

Katsumi Masuda, Yuta Shimosawa, and Takayasu Fujino

ABSTRACT

Three-dimensional magnetohydrodynamic (MHD) numerical simulation is carried out to examine the influence of the Hall effect on MHD flow control in earth reentry flight with attack angles. In the simulation, the Hall effect is taken into account. Numerical results show that the Hall effect distorts the distribution of the electric currents around a reentry vehicle with attack angles. The distortion of electric currents leads to the generation of a side force on the vehicle, although the side force obtained under the present simulation conditions is considerably weak compared with a drag and a lift force. Furthermore, the numerical results indicate that the strength and the direction of the side force depend on attack angles, and also that the side force becomes zero at a particular attack angle.

1. はじめに

再突入飛行体の能動的熱防御/空力制御システムの一つとして、MHD Flow Control が提案されている¹⁻³⁾。再突入飛行体の前方には強い離脱衝撃波が形成され、衝撃波を介した大気との解離・電離反応が起こる。これにより、飛行体周囲の流れはプラズマ流れとなる。MHD Flow Control では、このプラズマ流れに対して飛行体内部から磁場を印加する。磁場印加により、飛行体周囲にはファラデーの電磁誘導の法則およびホール効果に従い、電流が誘起される。この電流と磁場の相互作用によって発生するローレンツ力により、飛行体周囲のプラズマ流れを減速する。プラズマ流れの減速に伴い、飛行体壁面へと流入する対流熱流束の低減および飛行体前方の衝撃層の拡大がおこる。また、ローレンツ力がプラズマ流れを減速させる際の反力が飛行体内部の磁場発生装置に加わることで、飛行体には流体力学的な力に加えて電磁気学的な力が作用する。

MHD Flow Control の特徴として、磁場分布を変化させることにより、特定の箇所に集中した熱防御を行える可能性があげられる。そのため、現在主流となっている耐熱パネルやアブレターを補助する役割が期待できる。それらの熱防御システムを利用した飛行体の中でもスペースシャトルのような飛行体は、揚力の発生による軌道の変化、およびそれに伴う熱の低減を得るために迎角を有して再突入を行う。迎角を有する飛行体に MHD Flow Control を適用する場合、飛行体周囲の流体場は非対称となることから、MHD Flow Control の効果にも非対称性が生じると考えられる。

また、地球周回軌道から再突入する飛行体に MHD Flow Control を適用すると、飛行体周囲の電磁流体特性はホール効果に支配されることが知られている^{4,5)}。ただし、MHD Flow Control 環境下でのホール効果に関する研究は、これまで主として無迎角再突入機に対して行われてきており、迎角再突入時の MHD Flow Control 環境下で、電磁流体場や飛行/熱特性に与えるホール効果の影響については十分に理解されていない。

以上のことから、本研究では、ホール効果を考慮した MHD Flow Control の三次元電磁流体解析より、迎角再突入時において MHD Flow Control に及ぼすホール効果の影響を明らかにすることを目的とする。

2. 解析手法および解析条件

2-1. 電磁流体場の基礎方程式および解析手法

本解析では、空気に関する 13 化学種(N, O, Ar, N₂, O₂, NO, N⁺, O⁺, Ar⁺, N₂⁺, O₂⁺, NO⁺, e)を考慮した熱化学平衡状態を仮

定し、標準状態における空気の組成は 78% N₂, 21% O₂, 1% Ar とする⁶⁾。なお本解析では、電気伝導率 σ が 1 以下の領域における電子のホールパラメータは $\beta = 0$ とする。

流体場の基礎方程式には、以下に示す質量保存方程式、運動量保存方程式、全エネルギー保存方程式を用いる。運動量保存方程式および全エネルギー保存方程式には、MHD 相互作用効果に関する項を加えている。

・質量保存方程式

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_V \rho dV + \iint_S \rho \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} dS = 0 \quad (1)$$

・運動量保存方程式

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \iiint_V \rho \mathbf{u} dV + \iint_S \{ \rho \mathbf{u} (\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}) + p \mathbf{n} \} dS = \\ \iint_S \boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{n} dS + \iiint_V \mathbf{J} \times \mathbf{B} dV \end{aligned} \quad (2)$$

・全エネルギー保存方程式

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \iiint_V \rho E dV + \iint_S \rho H \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} dS = \\ \iint_S \eta (\nabla T \cdot \mathbf{n}) dS + \iint_S (\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{u}) \cdot \mathbf{n} dS + \iiint_V \mathbf{J} \cdot \mathbf{E} dV \end{aligned} \quad (3)$$

全エネルギー E 、全エンタルピー H は次のように定義される。

$$E = e + \frac{u^2}{2} \quad (4)$$

$$H = E + \frac{p}{\rho} \quad (5)$$

ここで、 e は単位質量あたりの内部エネルギーを表す。 \mathbf{u} , \mathbf{J} , \mathbf{B} はそれぞれ流速ベクトル、電流密度ベクトル、磁束密度ベクトルを示し、 \mathbf{n} はセル界面における法線ベクトルを示す。 ρ , $\boldsymbol{\tau}$, η , T はそれぞれ密度、剪断応力、熱伝導率、温度を表し、 S , V はそれぞれセル界面の面積、セル体積を表す。式(1)–(3)を直交座標空間(x , y , z)において有限体積的に離散化する。対流項の評価には AUSM-DV スキーム⁷⁾を用い、時間積分には DP-LUR 陰解法⁸⁾を用いる。また本解析では、解析領域を分割させた複合格子法を用い、飛行体周りの三次元電磁流体解析を実施する。各格子の境界部分では、互いにオーバーラップ領域を設ける。オーバーラップ領域における各物理諸量は、各格子間で補間を行うことで求める。格子生成時に各格子のセル中心の位置関係から導出した三元三次連立方程式をニュートン法により解

くことで、オーバーラップ領域における格子間の補間係数を算出する。算出した補間係数を用い、1stepごとにオーバーラップ領域の情報を補間する。

電磁場の基礎方程式には、以下に示す MHD 近似を施した Maxwell 方程式、ホール効果を考慮した一般化されたオームの式を用いる。

- ・ MHD 近似を施した Maxwell 方程式

$$\nabla \times \mathbf{E} = \mathbf{0} \quad (6)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = 0 \quad (7)$$

- ・ ホール効果を考慮した一般化されたオームの式

$$\mathbf{J} = \sigma(\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B}) - \frac{\beta}{|\mathbf{B}|}(\mathbf{J} \times \mathbf{B}) \quad (8)$$

ここで、 \mathbf{E} , \mathbf{J} , \mathbf{u} , \mathbf{B} はそれぞれ電界ベクトル、電流密度ベクトル、流速ベクトル、磁束密度ベクトルを表す。 σ は電気伝導率を示し、 β は電子のホールパラメータを示す。式(6)-(8)から導出した電位に関する2階の偏微分方程式を、ガラーキン有限要素法により離散化する。電位解析における行列解法には、GP-BiCG-Safe2 法を用いる。オーバーラップ領域における電位情報は、流体場と同様の方法を用いて補間する。電位補間に関する補間係数は、セル中心ではなく格子点の位置関係より算出する。算出した補間係数より、流体場同様、電位解析1stepごとにオーバーラップ領域の情報を補間する。

2-2. 解析条件

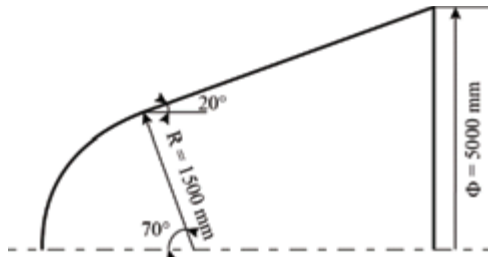


図1 飛行体形状

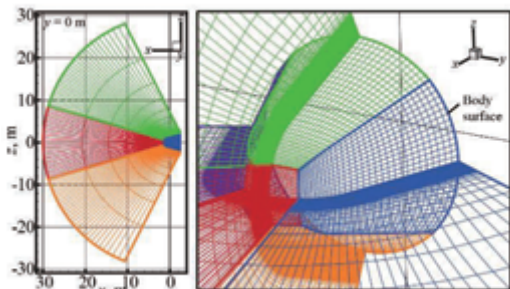


図2 解析格子の外観図

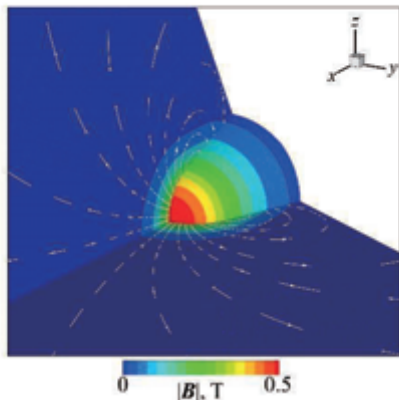


図3 印加磁場分布

図1に本解析で用いる飛行体形状を示す。飛行体形状には半径1.5 mの球型ノーズと直径5.0 mのコーンから成る形状を採用する。図2に解析格子の外観図を示す。本解析では、計算領域を5つのブロック格子に分割する。オーバーラップ領域を含めた各ブロック格子の格子点数は154×39×39であり、総接点数は約117万点である。なお、電位解析における基準電位を遠方に設けるため、解析対象に対して十分広い解析領域をとる。解析条件は、飛行速度6.5 km/s、静圧22 Pa、静温247 Kとする。飛行体の迎角の影響をみるため、 x - z 平面内で x 軸に対して、迎角 α_A を任意パラメータとして $0^\circ \leq \alpha_A \leq 25^\circ$ の範囲で変化させる。図3に印加磁場分布を示す。磁場分布は磁気双極子を仮定し、以下の式で与える。

$$\mathbf{B}(x, y, z) = \frac{B_0 R_b^3}{2(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} \left\{ \frac{2x^2 - (y^2 + z^2)}{x^2 + y^2 + z^2} \mathbf{e}_x + \frac{3xy}{x^2 + y^2 + z^2} \mathbf{e}_y + \frac{3xz}{x^2 + y^2 + z^2} \mathbf{e}_z \right\} \quad (9)$$

ここで、 B_0 は無迎角時におけるよどみ点での磁束密度を表し、本解析では $B_0 = 0.5$ Tとする。境界条件は入口境界として流入境界条件、出口境界として流出境界条件、壁面境界として滑りなし境界条件および壁温固定条件を用い、壁温は1500 Kとする。

2-3. 力の評価方法

図4に飛行体に作用する力と座標系の関係の模式図を示す。本解析では飛行体に作用する力 F_i として抗力 F_d 、揚力 F_l 、および横力 F_s を考え、それぞれ抗力係数値、揚力係数値、横力係数値で評価した。また、それぞれ表面圧力に起因する力とローレンツ力の反作用に起因する力の和として定義した。迎角を有する際の抗力と揚力は、それぞれ x - z 平面において主流に平行な成分と垂直な成分とした。各係数値および力の算出式を以下に示す。

$$C_i = \frac{F_i}{\frac{1}{2} \rho a U^2} \quad (10)$$

$$F_i = F_{lp} + F_{li} \quad (11)$$

$$F_{Dp} = \left\{ - \iint_{S_{wall}} (p\mathbf{n})_x dS \right\} \cos \alpha_A - \left\{ - \iint_{S_{wall}} (p\mathbf{n})_z dS \right\} \sin \alpha_A \quad (12)$$

$$F_{Lp} = - \left\{ - \iint_{S_{wall}} (p\mathbf{n})_x dS \right\} \sin \alpha_A + \left\{ - \iint_{S_{wall}} (p\mathbf{n})_z dS \right\} \cos \alpha_A \quad (13)$$

$$F_{Sp} = - \iint_{S_{wall}} (p\mathbf{n})_y dS \quad (14)$$

$$F_{Di} = \left\{ - \iiint_{V_{all}} (\mathbf{J} \times \mathbf{B})_x dV \right\} \cos \alpha_A - \left\{ - \iiint_{V_{all}} (\mathbf{J} \times \mathbf{B})_z dV \right\} \sin \alpha_A \quad (15)$$

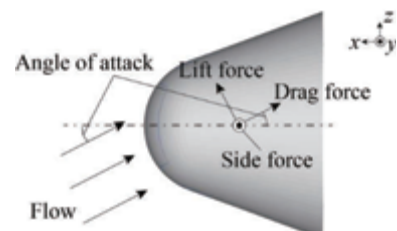


図4 飛行体に作用する力と座標系の関係の模式図

$$F_{Ll} = - \left\{ - \iiint_{V_{all}} (J \times B)_x dV \right\} \sin \alpha_A \quad (16)$$

$$+ \left\{ - \iiint_{V_{all}} (J \times B)_z dV \right\} \cos \alpha_A$$

$$F_{Sl} = - \iiint_{V_{all}} (J \times B)_y dV \quad (17)$$

ここで、添え字の D , L , S はそれぞれ抗力, 揚力, 横力を表す. 添え字の p , l はそれぞれ圧力による力とローレンツ力の反力による力を示す. S_{wall} , V_{all} はそれぞれ飛行体表面積および計算領域の全体積を表す. 代表面積 a は無迎角時における飛行体の正面投影面積とした.

3. 結果および考察

以下では、迎角およびホール効果の有無による飛行体周囲の電磁流体場の差異に着目するため、 $\alpha_A = 0^\circ$ および $\alpha_A = 25^\circ$ の場合における結果を比較する.

図 5, 図 6 に、 $\alpha_A = 0^\circ$ および $\alpha_A = 25^\circ$ の場合における、 x - z 平面等圧線分布($y = 0$ m)をそれぞれ示す. これらの図より、磁場を印加しない場合と比較して、磁場印加により飛行体前方の衝撃層が拡大していることがわかる. 迎角の有無によらず、よどみ点付近ではホール効果を考慮した場合と考慮しない場合で衝撃層の拡大は同程度となる. しかし、ホール効果を考慮した場合、流れ下流部へ向かうにつれて衝撃層の拡大はみられなくなり、磁場を印加しない場合と変わらないことがわかる. また $\alpha_A = 25^\circ$ の場合、飛行体下部ではホール効果の有無によらず、磁場を印加しても衝撃層は拡大しない. これは、飛行体下部より流入する流れの

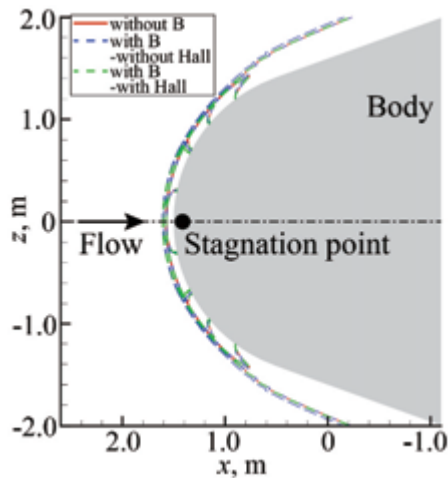


図 5 $\alpha_A = 0^\circ$ での x - z 平面等圧線分布($y = 0$ m)

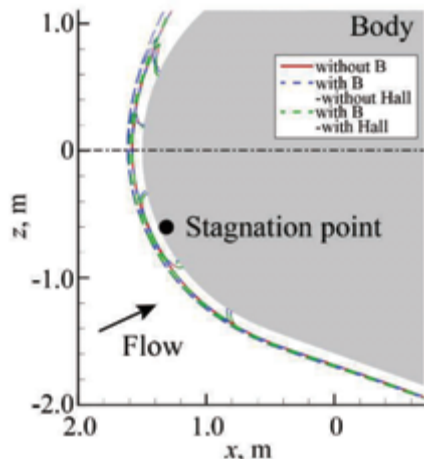


図 6 $\alpha_A = 25^\circ$ での x - z 平面等圧線分布($y = 0$ m)

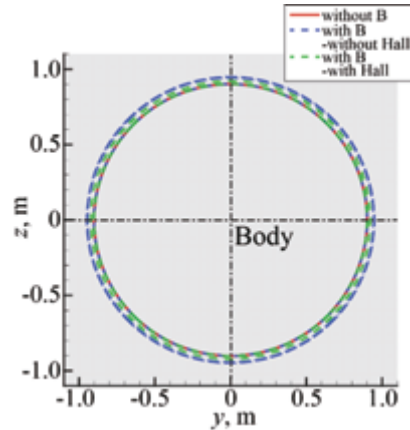


図 7 $\alpha_A = 0^\circ$ での y - z 平面等圧線分布($x = 1.3$ m)

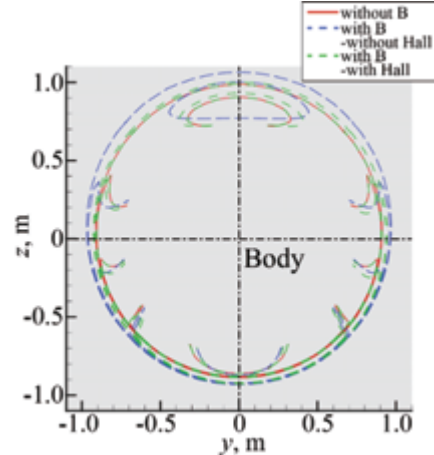


図 8 $\alpha_A = 25^\circ$ での y - z 平面等圧線分布($x = 1.3$ m)

慣性力に比べてローレンツ力がきわめて小さく、流れを十分に減速できないためである.

次に図 7, 図 8 に、 $\alpha_A = 0^\circ$ および $\alpha_A = 25^\circ$ の場合における、 y - z 平面等圧線分布($x = 1.3$ m)をそれぞれ示す. 図 7 より、 $\alpha_A = 0^\circ$ の場合ではホール効果の有無によらず、磁場印加により x 軸に関して軸対称に衝撃波が拡大されていることがわかる. 一方、図 8 より、 $\alpha_A = 25^\circ$ においてホール効果を見捨てた場合では、磁場印加により左右対称に衝撃波が拡大している. しかしホール効果を考慮すると、衝撃波は y 軸正の方向に偏って拡大していることがわかる.

図 9-12 に $\alpha_A = 0^\circ$ および $\alpha_A = 25^\circ$ の場合における、ホール効果を考慮した場合と考慮しない場合の電流流線および電流密度分布を示す. まず電流流線に着目する. ホール効果を考慮しない場合、図 9 より、 $\alpha_A = 0^\circ$ の場合では周方向に一樣な電流が発生していることがわかる. また図 10 より、 $\alpha_A = 25^\circ$ の場合、 $\alpha_A = 0^\circ$ の場合と比較して電流の渦の中心は飛行体の下部にずれる. ホール効果を考慮しない場合であれば、迎角を有する場合でも、電流分布は x - z 平面に関して対称な分布となる.

次に図 11 と図 12 より、ホール効果を考慮した場合、迎角の有無によらず電流は螺旋的に発生している事がわかる. $\alpha_A = 0^\circ$ の場合では、ホール効果が働いた場合でも電流分布は x 軸に関して軸対称な分布をとる. しかし、 $\alpha_A = 25^\circ$ の場合では、ホール効果を考慮しない場合と同様に電流の渦の中心は飛行体の下部へとずれることに加えて、 y 軸正の方向に電流の渦の中心がずれる. これは後述する、飛行体周囲の電位分布の偏りに起因する. 電流分布の偏りにより、ローレンツ力も y 軸正の方向に偏って働くため、図 8 に示したように衝撃波の広がりにも偏りが生じたと考えられる.

次に電流密度分布に着目する. $\alpha_A = 25^\circ$ の場合、電流の

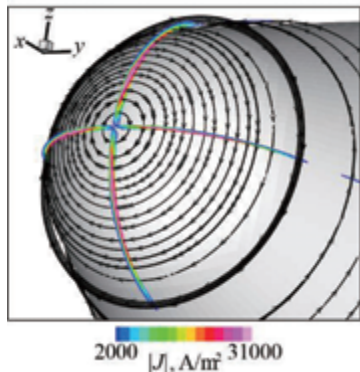


図 9 $\alpha_A = 0^\circ$ においてホール効果を考慮しない場合の電流分布および x - z 平面($y = 0$ m)と x - y 平面($z = 0$ m)における電流密度分布

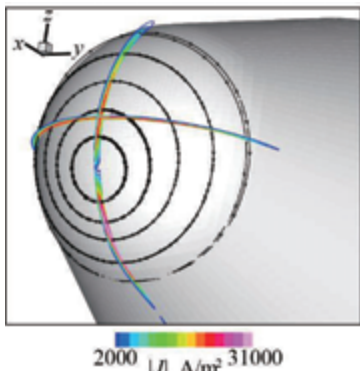


図 10 $\alpha_A = 25^\circ$ においてホール効果を考慮しない場合の電流分布および x - z 平面($y = 0$ m)と x - y 平面($z = 0$ m)における電流密度分布

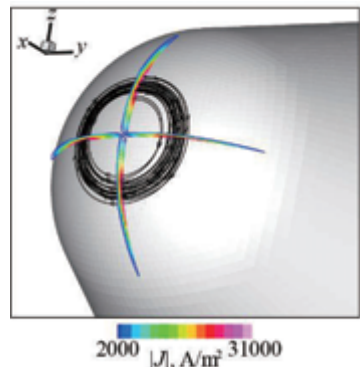


図 11 $\alpha_A = 0^\circ$ においてホール効果を考慮した場合の電流分布および x - z 平面($y = 0$ m)と x - y 平面($z = 0$ m)における電流密度分布

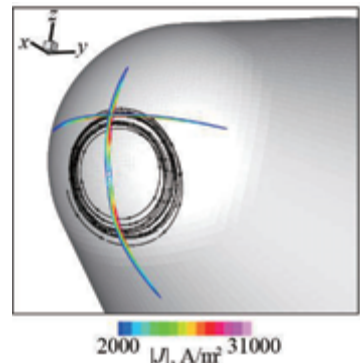


図 12 $\alpha_A = 25^\circ$ においてホール効果を考慮した場合の電流分布および x - z 平面($y = 0$ m)と x - y 平面($z = 0$ m)における電流密度分布

渦の中心より上側と比較して渦より下側の方が、電流密度が高いことがわかる。これは下側の方が温度が高く、電気伝導率大きいことに起因する。ホール効果を考慮した場合、迎角の有無によらず、ホール効果を見逃した場合と比較して電流密度の高い領域が飛行体壁面に近づく。これは、ホール効果により $(\mathbf{u} \times \mathbf{B})$ の速度起電力に起因するファラデー電流が弱められること、および壁面近くで形成されるホール電界に従って電流が発生することに起因する。また、ホール効果を考慮しない場合と比較して、電流の発生している領域が狭いことがわかる。そのため、飛行体下流部に向かうにつれてローレンツ力が弱くなり、図 5 と図 6 からわかるようにホール効果を考慮した場合には、下流部に向かうにつれて衝撃層の拡大が起これなかったと考えられる。

図 13-15 に、 $\alpha_A = 25^\circ$ においてホール効果を考慮しない場合、および $\alpha_A = 0^\circ$ と $\alpha_A = 25^\circ$ においてホール効果を考慮した場合の電位分布をそれぞれ示す。ホール効果を考慮しない場合、 $\alpha_A = 0^\circ$ の場合には飛行体周囲の流体場は x 軸に関して軸対称であるため、飛行体周囲に電位差は生じない。しかし図 13 からわかるように、 $\alpha_A = 25^\circ$ の場合には、主に z 方向の速度に起因した y 軸正の方向への $(\mathbf{u} \times \mathbf{B})$ 速度起電力が生じ、それを打ち消すように飛行体の左右で電位差が生じる。 z 軸に関して正の領域の方で電位の勾配が大きくなっているのは、流れが流入してくる飛行体下側と比較して速度が大きく、より強い $(\mathbf{u} \times \mathbf{B})$ 速度起電力が生じるためである。このとき、飛行体左右での電位差は約 600 V 程度である。ホール効果を考慮した場合、図 14 からわかるように、 $\alpha_A = 0^\circ$ の場合には図 14-pointA から図 14-pointB にかけて、 x 軸に関しておよそ軸対称にホール電界が生じる。ここで、ホール電位の分布が、周方向に完全に一定でないのは、各ブロック格子間での流体諸量の補間精度が原因であると考えられる。図 14-pointA から図 14-pointB における電位差は約 1600 V であり、迎角を持ったことにより生じる $(\mathbf{u} \times \mathbf{B})$ 速度起電力に起因する電位差の約 2.5 倍である。 $\alpha_A = 25^\circ$ においてホール効果を考慮した場合、図 15 からわかるように、飛行体周囲の電位分布は上下、左右それぞれに対して非対称となる。図 15-pointC から図 15-pointB にかけての電位差と比較して、図 15-pointA から図 15-pointB にかけての電位差の方が大きく、約 200 V 程度の差がある。これは図 15-pointC 付近と比較して、図 15-pointA 付近の方が温度は低いのでホールパラメータが大きく、また流れの速度も大きいので、ホール効果がより強く働くためである。 $\alpha_A = 25^\circ$ では、ホール効果を考慮した場合でも、ホール効果を考慮しない場合と同様に、 z 方向速度に起因した y 軸正の方向への $(\mathbf{u} \times \mathbf{B})$ 速度起電力を打ち消すように飛行体周囲には y 軸負の方向への電界が生じる。また、ホール効果により流れ下流部から飛行体先端にホール電界が形成される。このとき、 y 軸に関して正の領域では、 $(\mathbf{u} \times \mathbf{B})$ 速度起電力と $(\mathbf{u} \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B}$ ドリフト起電力は互いに強めあう。一方、 y 軸に関して負の領域では、これら二つの起電力は反対方向に発生する。そのため、図 15-(b) からわかるように、 y 軸に関して正の領域でより強い起電力を打ち消すために電位差が大きくなると考えられる。これに伴い、図 12 に示したように、電流分布は y 軸正の方向へずれたと考えられる。

次に、迎角の大きさがホール効果に及ぼす影響を評価する。図 16 に迎角と抗力係数値の関係を示す。図より、磁場印加の有無によらず、迎角が大きくなるにつれて飛行体の抗力は減少する。ホール効果を考慮しない場合には、迎角の大きさによらず、磁場印加により磁場を印加しない場合と比較して抗力はわずかに増加する。また、磁場印加による抗力の増加量は、迎角の大きさによらずほぼ一定であることがわかる。一方、ホール効果を考慮した場合、磁場を

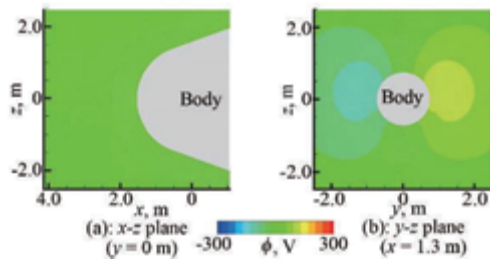


図 13 $\alpha_A = 25^\circ$ においてホール効果を考慮しない場合の(a): x - z 平面($y = 0$ m)と(b): y - z 平面($x = 1.3$ m)における電位分布

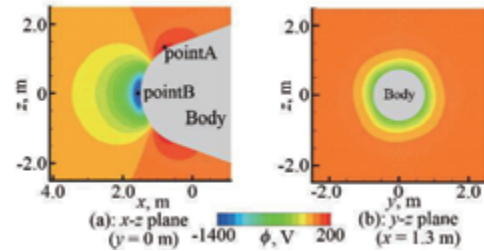


図 14 $\alpha_A = 0^\circ$ においてホール効果を考慮しない場合の(a): x - z 平面($y = 0$ m)と(b): y - z 平面($x = 1.3$ m)における電位分布

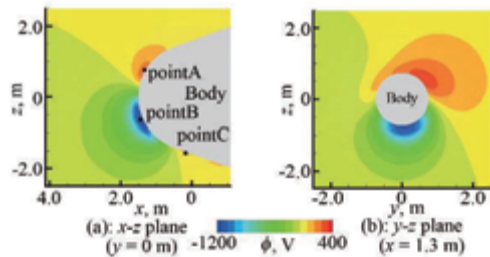


図 15 $\alpha_A = 25^\circ$ においてホール効果を考慮した場合の(a): x - z 平面($y = 0$ m)と(b): y - z 平面($x = 1.3$ m)における電位分布

印加しない場合と抗力はほとんど変わらないことがわかる。これは図 11 と図 12 からわかるように、ホール効果により電流分布が飛行体壁面に近づき、ローレンツ力の働く範囲が狭まったためである。

図 17 に迎角と揚力係数値の関係を示す。図より、磁場印加の有無によらず、迎角が大きくなるにつれて飛行体の揚力は増加することがわかる。ホール効果を考慮しない場合、磁場印加により揚力はわずかに減少する。図 10 からわかるように、迎角を持った場合、電流密度は電流の渦の中心より下側の方が高くなっている。そのため、 z 軸負の方向に働くローレンツ力と比較して z 軸正の方向に働くローレンツ力の方が強くなり、飛行体に加わるローレンツ力の反力は z 軸負の方向に強くなる。したがって飛行体の受ける揚力は、磁場印加により低減する。ホール効果を考慮した場合では抗力と同様に、磁場を印加しない場合とほとんど変わらないことがわかる。

図 18 に迎角と横力係数値の関係を示す。図より、磁場を印加しない場合およびホール効果を見視した場合では、迎角の大きさによらず飛行体に横力は発生しない。これは図 9 と図 10 からわかるように、ホール効果を見視した際は迎角の有無に関わらず、飛行体周囲の電流分布は x - z 平面に関して対称となるためである。また、 $\alpha_A = 0^\circ$ では飛行体周囲の電流分布は x 軸に関して軸対称であるため、ホール効果を考慮しても横力は作用しない。しかし、迎角を有する際にホール効果が働く場合、飛行体には横力が作用するよう

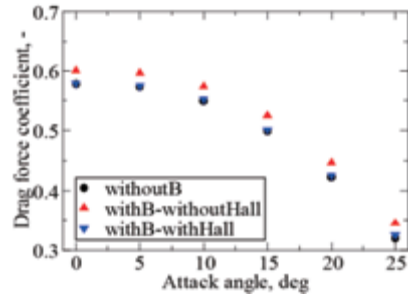


図 16 迎角と抗力係数値の関係

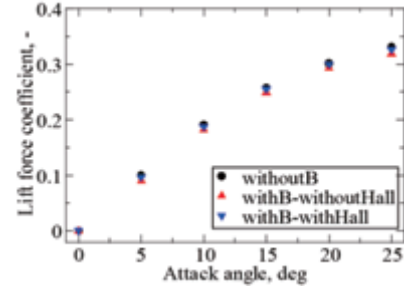


図 17 迎角と揚力係数値の関係

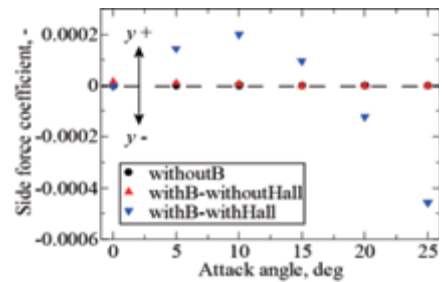


図 18 迎角と横力係数値の関係

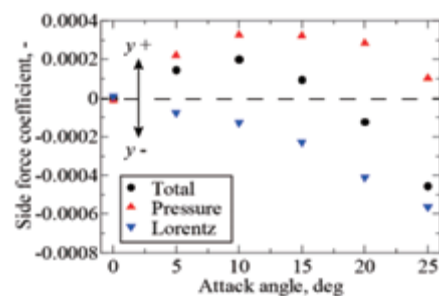


図 19 ホール効果を考慮した場合における迎角と各横力係数値の関係

になる。また図 18 より、迎角の大きさにより横力の作用する方向は変化することがわかる。この横力の発生は、後述するように、ホール効果により電流の渦の中心が y 軸正の方向にずれることで、ローレンツ力の働き方が飛行体の左右で非対称になるためである。なお、横力のオーダーは、抗力および揚力と比較して、約 1000 分の 1 程度と小さく、実質的には飛行特性に大きな影響を与えるほどではない。

図 19 に、ホール効果を考慮した場合における全横力係数値、機体表面圧力による力の横力係数値、ローレンツ力の反力による横力係数値を示す。この図から、表面圧力による横力は y 軸正の方向、ローレンツ力の反力による横力は y 軸負の方向に作用していることがわかる。ローレンツ力の反力による横力の絶対値は、迎角が大きくなるにつれて大きくなる。それに対して、表面圧力による横力の絶対値は、およそ $\alpha_A = 15^\circ$ 付近で極値を迎える。また同図より、迎角を有する際にホール効果が作用する場合でも、表面圧力による力の横力とローレンツ力の反力による横力が釣り合い、磁場を印加しても横力が作用しない最適迎角条件が

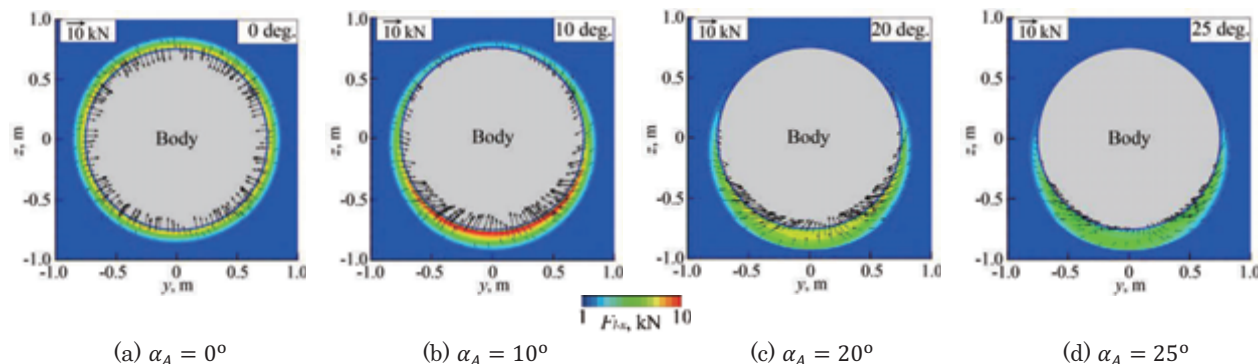


図 20 ホール効果を考慮した場合における y - z 平面ローレンツ力ベクトル分布
および x 方向ローレンツ力の y - z 平面分布 ($x = 1.3$ m)

存在すると考えられる。

図 20-(a)–(d)に $\alpha_A = 0^\circ$, $\alpha_A = 10^\circ$, $\alpha_A = 20^\circ$ および $\alpha_A = 25^\circ$ の時のホール効果を考慮した場合における y - z 平面ローレンツ力ベクトル分布および x 方向ローレンツ力の y - z 平面分布を示す ($x = 1.3$ m)。図 20-(a)より, $\alpha_A = 0^\circ$ では x 方向ローレンツ力は周方向にほぼ均一に発生し, y - z 平面ローレンツ力もほぼ一様に飛行体中心へ向いて働いていることがわかる。そのため, $\alpha_A = 0^\circ$ では飛行体に横力は作用しない。図 20-(b)–(d)より, 迎角が大きくなるにつれて, y - z 平面ローレンツ力は y 軸に対してより平行に作用するようになることがわかる。さらに, y 軸正の領域で発生する y - z 平面ローレンツ力と比較して, 負の領域で発生する y - z 平面ローレンツ力の方が y 軸に対してより平行に発生していることがわかる。これは, 図 12 に示したように, 電流の渦の中心が y 軸正の方向にずれたことで, y 軸負の領域では y 軸に対してより垂直方向に電流が流れるためである。そのため, y 軸正の方向へと働くローレンツ力の方が強くなり, ローレンツ力の反力による横力は, y 軸負の方向に大きくなる。

次に図 20-(a)–(d)における x 方向ローレンツ力分布に着目する。図 20-(a)–(c)より, $\alpha_A = 0^\circ$ から $\alpha_A = 20^\circ$ の範囲では, 迎角が大きくなるにつれて y 軸正の領域で発生する x 方向ローレンツ力は強くなることわかる。そのため, y 軸正の領域でよりプラズマ流れが減速され, 壁面にかかる圧力が低下する。 y 軸正の領域でよりプラズマ流れが減速されていることは, 図 8 に示したように, ホール効果を考慮した場合では, y 軸正の方向へと衝撃層の拡大が大きくなることから明らかである。したがって, 圧力による力の横力は y 軸正の方向に作用し, $\alpha_A = 0^\circ$ から $\alpha_A = 20^\circ$ にかけて大きくなる。また, 図 20-(d)より, $\alpha_A = 25^\circ$ の場合, 左右での x 方向ローレンツ力の差はほとんどみられないことがわかる。そのため図 19 に示すように, $\alpha_A = 20^\circ$ の場合と比較して圧力による力の横力が小さくなったと考えられる。

4. 結論

本研究では, 迎角を有する再突入飛行体を対象に, ホール効果を考慮した MHD Flow Control の三次元電磁流体解析を実施した。その結果, 迎角を有する場合に, ホール効果が MHD Flow Control により発生する電磁気学的力に及ぼす影響として, 以下に示す結論を得た。

- 迎角を有する場合, MHD Flow Control の効果には飛行体上下で非対称性が生じる。さらにホール効果が働く場合, 飛行体周囲の電流分布は, 飛行体正面からみて左右に偏った分布をとるようになる。その結果, MHD Flow Control の効果には, 飛行体上下のみでなく飛行体の左右でも偏りが生じる。

- ホール効果により, 飛行体には抗力および揚力に加えて, 横力が作用するようになる。しかし, その強さは抗力および揚力と比較して小さい。
- 飛行体に作用する抗力, 揚力および横力は, 飛行体の迎角の大きさに強く依存する。特に横力は, 迎角の大きさによって力の強さのみでなく, 力の働く方向も変化する。また, この横力と迎角依存性に関係して, 横力が発生しない迎角値が存在する。

謝辞

本研究で行った数値解析の一部は, 京都大学生存圏研究所 電波科学計算実験装置 (KDK) を用いて実施致しました。

参考文献

- Meyer, R. C. “On Reducing Aerodynamic Heat-Transfer Rates by Magnetohydrodynamic Techniques,” *J. of the Aero/Space Sciences*, **25** (1958), pp. 561-566, 572.
- Bush, W. B. “Magnetohydrodynamic-Hypersonic Flow Past a Blunt Body,” *J. of the Aero/Space Sciences*, **25** (1958), pp. 685-690, 728.
- Ziemer, R. W. “Experimental Investigation in Magneto-Aerodynamics,” *American Rocket Society J.*, **29** (1959), pp. 642-647.
- Fujino, T., Sugita, H., Mizuno, M., Funaki, I., and Ishikawa, M., “Influences of Electrical Conductivity of Wall on MHD Control of Aerodynamic Heating,” *J. of Spacecraft and Rockets*, Vol. 43, pp. 63-70, 2006.
- Fujino, T., Matsumoto, Y., Kasahara, J., and Ishikawa, M., “Numerical Studies of Magnetohydrodynamic Flow Control Considering Real Wall Electrical Conductivity,” *J. of Spacecraft and Rockets*, Vol. 44, No. 3, pp. 625-632, 2007.
- Bottin, B., “Thermodynamic Properties of Arbitrary Perfect Gas Mixtures at Low Pressures and High Temperatures,” *Progress in Aerospace Sciences*, Vol. 36, pp. 547-579, 2000.
- Wada, Y., and Liou, M.-S.: A Flux-Splitting Scheme with High-Resolution and Robustness for Discontinuities, 32nd Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Jan, AIAA 94-0083, 1994.
- Michael J. Wright, Graham V. Candler, and Marco Prampolini, “Data-Parallel Lower-Upper Relaxation Method for the Navier-Stokes Equations,” *AIAA Journal*, Vol. 34, No. 7, July, 1996.

多様な飛行速度域での MHD Flow Control に及ぼすホール効果の影響

下澤雄太、益田克己、藤野貴康（筑波大学）

Influence of Hall Effect on MHD Flow Control in Various Flight Velocities

by

Yuta Shimosawa, Katsumi Masuda, Takayasu Fujino (University of Tsukuba)

ABSTRACT

The influence of Hall effect on magnetohydrodynamic (MHD) flow control in various flight velocities is analyzed by axisymmetric two-dimensional MHD numerical simulations, in which the electrical interaction between the wall surface of a vehicle and the flowfield is taken into account. The flight velocities are parametrically varied in a range of 3.0 to 11 km/s under the three different flight altitude conditions: 55 km, 60 km, and 65 km. Numerical results show that the influence of Hall effect strongly depends on the flight velocity. In high flight velocity entries such as super orbital reentries where no strong Hall electric field is induced, MHD flow control can work well regardless of whether the wall surface is made of electrically insulating or conducting material. By contrast, in LEO reentries with flight velocities such as less than 8 km/s, MHD flow control cannot function at all under the electrically conducting wall condition. This is because the electrical interaction between the wall surface and the flowfield through a strong Hall effect significantly weakens the Lorentz force in a shock layer. However, when a conducting material covers only a small portion of wall around the stagnation point, MHD flow control would work well even in reentry situations with a strong Hall effect.

1. はじめに

再突入飛行体の次世代熱防御システムの一つとして MHD Flow Control¹⁻³⁾ が提案されている。MHD Flow Control の原理を以下に述べる。極超音速で大気圏へ突入する飛行体の前方には強い離脱衝撃波が形成される。衝撃波背後では空気の解離、電離反応が起こり、プラズマ流れが生成される。プラズマ流れに飛行体内部から磁場を印加するとファラデーの電磁誘導の法則やホール効果に基づく起電力が発生し、衝撃層内に電流が流れる。その電流と磁場の相互作用で発生するローレンツ力によって衝撃層内のプラズマ流れは減速され、境界層内では温度勾配が緩やかになり、飛行体壁面に流入する対流熱流束が減少する。また、プラズマ流れの減速に伴い衝撃層が拡大する。さらに、MHD Flow Control では飛行体内部に搭載した磁場発生装置にローレンツ力の反力が作用する。これを MHD パラシュート効果⁴⁾ と呼び、エアロブレーキのように飛行軌道や飛行速度の制御が期待できる。

これまで著者らは、主に軌道突入実験機 OREX⁵⁾ を対象に低周回軌道再突入環境で MHD Flow Control の適用可能性を数値解析により調べてきた⁶⁻¹⁰⁾。低周回軌道再突入環境ではホールパラメータが数十以上の大きな値となり、衝撃層内の電気的特性はホール効果によって支配される。このとき衝撃層内に誘起される電流は、強いホール電場と磁場の相互作用に基づき発生する。しかし、壁面が導電性を有するとホール電場が弱められ、MHD Flow Control が十分機能するような強い電流やローレンツ力が得られない。Fujino ら^{7,8)}、Otsu ら¹¹⁾ は、低周回軌道再突入環境では飛行体壁面が絶縁でなければ MHD Flow Control は機能しないと結論づけている。

最近では、超軌道再突入環境での MHD Flow Control の適用可能性も検討されてきた。Yoshino ら^{12,13)} は、衝撃層の拡大により高温領域が拡大する結果、輻射加熱が著しく増大し、MHD Flow Control による熱防御効果を損なう可能性を数値解析から示唆した。しかし、最近、著者らは MHD パラシュート効果を積極的に利用して飛行速度を大幅に低減できれば、輻射加熱を考慮しても熱流束のピーク値や加熱量は低減し、熱防御システムとしての優位性を保てる可能性を示した^{14,15)}。一方、Katsurayama ら¹⁶⁾ は、アブレータからのシード剤添加（導電性の付与）を利用することで、超高々度の希薄大気下において MHD パラシュート効果を強制的に発動させる方法を数値解析から検討してきた。また、Bisek ら¹⁷⁾ も Katsurayama らと類似した手法でアブレータを利用した衝撃層内の導電性改善を検討してきた。

アブレータと MHD Flow Control を併用する場合、壁面はある程度の導電性を有すると考えられる。上でも述べたように、ホール効果が支配的となる飛行環境では、壁面が導電性を有すると MHD Flow Control は機能しない。ただし、超軌道再突入環境では低周回軌道再突入環境と比較して衝撃層内が高温となるため、ホールパラメータが 1 程度、もしくはそれ以下の値となり、ホール効果の影響は非常に小さいと報告されてきた^{14,18)}。ファラデーの電磁誘導の法則に対してホール効果の影響が無視できるほど小さい状況下であれば、壁面が導電性を有していてもホール電場が弱められる影響とは無関係に MHD Flow Control は機能する可能性がある。MHD Flow Control とアブレータの併用の可能性を検討する上で、まずは適用限界を把握することが重要である。すなわち、ホール効果の影響と飛行速度の関係を把握すると共に、壁面の導電性がどの程度の飛行速度域で強く影響するのかを調べる必要がある。

本研究では、幅広い飛行速度域を対象に電磁流体解析を行い、MHD Flow Control に及ぼすホール効果の影響を調べる。また、壁面の導電性が MHD Flow Control に及ぼす影響を無視できるような飛行速度域が存在するか否かを調べる。さらに、導電性を有す壁面領域の広さが MHD Flow Control に及ぼす影響に関しても検討する。

2. 解法

2.1. 解析領域および解析条件

図 1 に解析領域および解析格子の一例を示す。飛行体形状は軌道突入実験機 OREX⁵⁾ とし、その前側を解析領域とする。飛行体周りを (r, θ, z) の円筒座標系で表し、系の対称性から $r-z$ 2 次元平面を解析領域とする。図 1 に示す格子の点数は壁面に沿った方向に 65 点、壁面から離れる方向に 250 点である。壁面から離れる方向の点数は解析条件に応じて適宜調節した。流体場の境界条件については、流入境界（図 1 の Boundary1）では一様流条件を、流出境界（図 1 の Boundary2）では自由流出条件を、物体壁面境界（図 1 の Boundary3）では滑りなし条件を、対称軸境界（図 1 の Boundary4）では鏡面境界条件を用いる。また、MHD Flow Control に及ぼす壁面の導電性の影響を検討するため、絶縁壁条件および導体壁条件を考える。絶縁壁条件の場合、全境界の境界条件として $\mathbf{J} \cdot \mathbf{n} = 0$ を採用し、電流が流入、流出しないとする。ただしこのとき、電位解析における遠方基準電位として図 1 の Point A に 0 V を与える。導体壁条件の場合、飛行体壁面境界（図 1 の Boundary3）全体を等電位（0 V）に固定する。

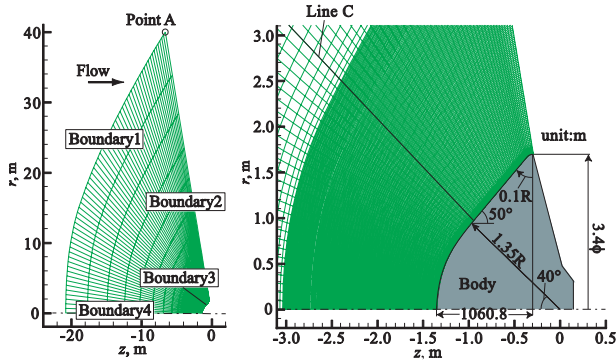


図1 解析領域および解析格子
(左: 解析格子全体、右: 飛行体近傍の拡大図)

図2に印加磁場分布を示す。図中の原点に磁気双極子を設置したと仮定し、淀み点位置で最大印加磁束密度が0.5 Tとなるような磁場を印加する。磁場分布は以下の式で決定される。

$$B_r = -\frac{B_0 R_b^3}{2(z^2 + r^2)^{3/2}} \frac{3zr}{z^2 + r^2} \quad (1)$$

$$B_z = -\frac{B_0 R_b^3}{2(z^2 + r^2)^{3/2}} \frac{2z^2 - r^2}{z^2 + r^2} \quad (2)$$

ここで、 R_b は OREX のノーズ半径 1.35 m であり、 B_0 は 0.5 T と設定した。解析高度は 55 km、60 km および 65 km とし、飛行速度 V は 3.0~11 km/s の間で変化させる。表1に解析を実施する各高度の静圧と静温を示す。飛行体の壁温は、全解析条件において 2000 K とする。

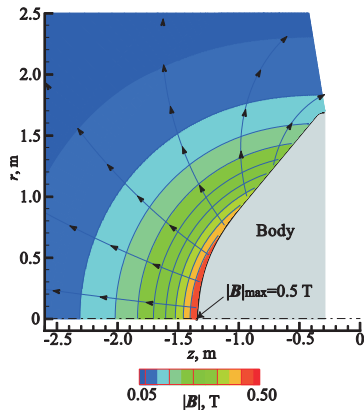


図2 印加磁場分布

2.2. 電磁流体場の基礎方程式および解析手法

流体場に関する基礎方程式には Park の 2 温度モデル¹⁹⁾に基づく実在気体効果を考慮した圧縮性の Navier-Stokes 方程式に MHD 相互作用に関する項を加えたものを使用する。化学反応に関しては、空気に関する 11 化学種 (N , O , N_2 , O_2 , NO , N^+ , O^+ , N_2^+ , O_2^+ , NO^+ , e^-) を考慮し、化学非平衡性を考慮するため Park の有限化学反応モデル²⁰⁾を使用する。流れは全領域で層流を仮定する。並進-振動エネルギー間の緩和時間は、Millikan-White の半経験式²¹⁾に Park の修正項¹⁹⁾を加えたモデルを使用する。また、分子の解離の際に失われる振動エネルギーには、非選択的解離モデル²²⁾を使用する。混合気体の粘性係数、熱伝導係数、拡散係数の評価には、Yos のモデルを熱非平衡混合気体に拡張した Gnoffo らのモデル²²⁾を用いる。衝突積分値は Gupta による温度の近似曲線式²³⁾を用いて算出する。流体場の基礎方程式として使用する各化学種の質量保存方程式、運動量

表1 飛行条件

Altitude, km	Pressure, Pa	Temperature, K
55	42.5	261
60	22.0	247
65	10.9	233

保存方程式、全エネルギー保存方程式、振動-電子エネルギー保存方程式をまとめたものを式(3)に示す。

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \rho Y_s \\ \rho u \\ \rho E_t \\ \rho e_{ve} \end{bmatrix} + \nabla \cdot (\mathbf{F}_c + \mathbf{F}_D) = \begin{bmatrix} \dot{\omega}_s \\ 0 \\ 0 \\ S_{ve} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{J} \times \mathbf{B} \\ 0 \\ \mathbf{J} \cdot \mathbf{J} / \sigma \end{bmatrix} \quad (3)$$

ここで \mathbf{F}_c 、 \mathbf{F}_D はそれぞれ移流流束ベクトル、拡散流束ベクトルを表す。 ρ 、 Y_s 、 E_t および e_{ve} はそれぞれ混合質量密度、化学種 s の質量分率、単位質量当たりの全エネルギー、および単位質量当たりの振動-電子エネルギーを示す。右辺第1項は熱化学非平衡性に起因した生成項を表し、右辺第2項は MHD 相互作用に起因した生成項を表す。 $\dot{\omega}_s$ 、 S_{ve} はそれぞれ化学種 s の生成率、振動-電子エネルギーの生成率を表す。 \mathbf{J} 、 \mathbf{B} および \mathbf{u} は、それぞれ電流密度ベクトル、印加磁束密度ベクトル、速度ベクトルを示し、 σ は電気伝導率を示す。流体場の基礎方程式に軸対称二次元近似を施し、その結果導出された方程式を一般座標空間の下で有限体積的に離散化する。対流項の数値流束には Shock-Fix 法と Entropy-Fix 法を含む AUSM-DV スキーム²⁴⁾を、粘性項の評価には 2 次精度中心差分法を用いる。時間積分には MFGS 陰的解法²⁵⁾を用い、各化学種の化学反応に伴う質量生成、消滅項は対角点陰解法²⁶⁾を用いて陰的に扱う。

電磁場解析では低磁気レイノルズ数 MHD モデル²⁷⁾を採用する。以下に電磁場解析に用いる基礎方程式を示す。

- MHD 近似を施したマクスウェル方程式：

$$\nabla \times \mathbf{E} = 0 \quad (4)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = 0 \quad (5)$$

ここで、 \mathbf{E} は電場のベクトルである。式(4)を恒等的に満足する電位 ϕ が次のように定義できる。

$$\mathbf{E} = -\nabla \phi \quad (6)$$

- 一般化されたオームの式：

$$\mathbf{J} = \sigma \left(\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B} + \frac{\nabla p_e}{en_e} \right) - \frac{\beta}{|\mathbf{B}|} (\mathbf{J} \times \mathbf{B}) \quad (7)$$

式(7)の右辺第3項および第4項はそれぞれ電子の圧力勾配およびホール効果に関する項である。 p_e 、 e 、 n_e 、 β はそれぞれ電子の分圧、電荷素量、電子数密度、電子のホールパラメータを表す。電気伝導率 σ とホールパラメータ β はそれぞれ以下のように表される。

$$\sigma = \frac{n_e e^2}{m_e \Sigma \nu_{eh}} \quad (8)$$

$$\beta = \frac{e|\mathbf{B}|}{m_e \Sigma \nu_{eh}} \quad (9)$$

ここで、 ν_{eh} は電子と重粒子の衝突周波数である。式(4)~(7)から電位に関する2階の偏微分方程式を導出し、ガラーキン有限要素法を適用して離散化する。離散化によって得られる電位に関する連立一次方程式の解法には、ガウスの消去法を用いる。求まる電位分布から式(6)を通じて電場分布を求め、それを式(7)に代入することで電流密度分布が得られる。電流密度分布は式(3)を通じて流体場解析へと反映される。定常解とみなせるまで、流体場解析と電磁場解析を交互に繰り返し実施する。

3. 結果および考察

図 3(a)-(c)は、各高度における絶縁壁条件での Line C (図 1 参照) に沿ったホールパラメータ分布である。いずれの高度でも、飛行速度が大きいかほど衝撃層は厚く、MHD Flow Control の効果が顕著に表れている。飛行速度が大きくなると衝撃波は強まり、衝撃層内が高温になるため電気伝導率は高くなる。その結果、飛行速度が大きいかほど強いローレンツ力が発生し、衝撃層の厚みも増加する。また、同図より、高度によらず飛行速度が大きいかほどホールパラメータは小さくなる傾向にあることがわかる。飛行速度が大きくなるにつれ衝撃層内の温度は高くなり、自由電子と重粒子の衝突周波数は大きくなる。そのため、飛行速度の増加に伴いホールパラメータは小さくなる。 $V = 8.0$ km/s 前後の飛行速度域では、ホールパラメータが飛行体壁面側では小さく、衝撃波側では大きくなる場合がある。これは、後述するように、衝撃層内に誘起される電流がもたらすジュール加熱に起因する。また、 $V = 10$ km/s では、ホールパラメータは衝撃層内のほとんどの領域で 1 以下と非常に小さな値をとる。

図 4 に絶縁壁条件での流れ方向の電位差と飛行速度の関係を示す。ここでの電位差とは、壁面に沿った流れの方向に形成される電位の最大値と最小値の差を指し、この値が大きいかほど強いホール電場 E が生じていることになる。高度によらず飛行速度 $V = 4.0 \sim 4.5$ km/s 程度で電位差はピーク値を取る。飛行速度がこの値より小さい場合にはホールパラメータは大きくなるものの、衝撃層内の流速が小さく起電力が弱まる結果、電位差は小さくなる。一方、飛行速度が $V = 4.0 \sim 4.5$ km/s 程度より大きい場合には、衝撃層内の流速が大きくなり起電力は大きいものの、ホールパラメータが低下するため電位差は小さくなる。

図 4 より、衝撃層内に形成される電位差は高々度ほど大きくなる傾向にあることもわかる。ホールパラメータは衝撃層内の温度と静圧に依存し、さらに電位差はホールパラメータ、電気伝導率、流速、磁場の分布に依存する。これらの電磁流体諸量は空間的に分布をもつため、飛行速度域によっては、同一飛行速度での電位差に対する高度の依存性が明確になっていない。ただし、電位差のピーク値をとる $V = 4.0 \sim 5.0$ km/s の速度域付近では、電位差は高度に強く依存することが観察される。紙面の都合で詳細は割愛するが、同一飛行速度において高度によらず衝撃層の温度は同程度であるものの、高々度ほど衝撃層内の静圧が小さく、ホールパラメータは大きくなる。その結果、高々度ほど電位差のピーク値は大きくなる。例として図 3(a)-(c) の $V = 5.0$ km/s を見ると、同一の飛行速度で高度が高くなるほどホールパラメータが大きくなることわかる。

図 5(a)-(c)は高度 60 km における $V = 6.5$ km/s、8.4 km/s および 10 km/s の場合の電位分布である。図 5(a) の $V = 6.5$ km/s および図 5(b) の 8.4 km/s の場合において、絶縁壁条件で発生するような電位差は、導体壁条件では発生しなくなる。また、導体壁条件では、絶縁壁条件と比較して磁場印加による衝撃層拡大効果は著しく弱まる。これまでに低周回軌道再突入の飛行速度域で報告されてきた壁面の導電性の影響^{7-8, 11)}は、 $V = 8.4$ km/s といった比較的大きな飛行速度域でも確認できる。このことは、低周回軌道再突入よりもわずかに大きな速度域では、MHD Flow Control に与えるホール効果の影響が無視できないことを表している。一方、図 5(c) の $V = 10$ km/s の場合には、導体壁条件と絶縁壁条件での衝撃層厚さに明確な差は見られなくなり、MHD Flow Control に与えるホール効果の影響が十分小さいと言える。

図 6(a)-(c)は高度 60 km における $V = 6.5$ km/s、8.4 km/s および 10 km/s の場合の周方向電流密度分布である。周方向

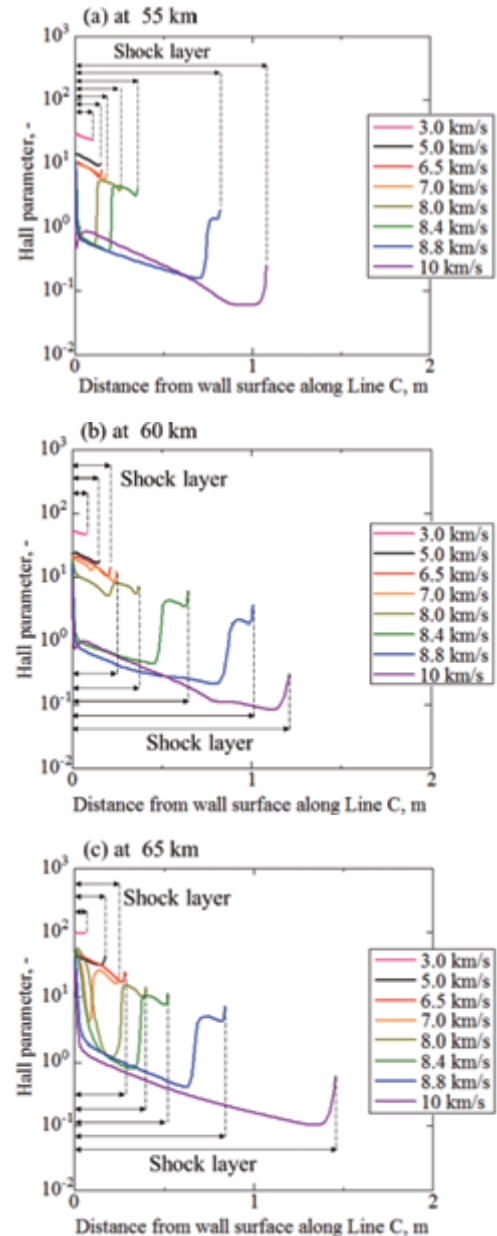


図 3 絶縁壁条件での Line C に沿った衝撃層内のホールパラメータ分布
(a)高度 55 km、(b)高度 60 km、(c)高度 65 km

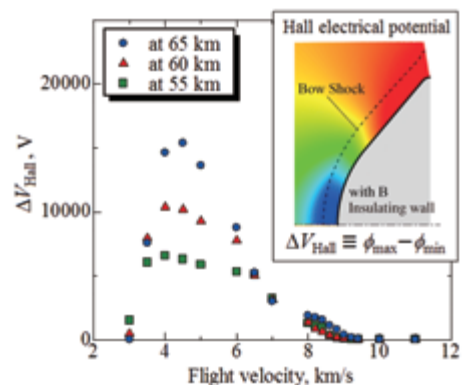


図 4 各高度における絶縁壁条件での流れ方向の電位差と飛行速度の関係

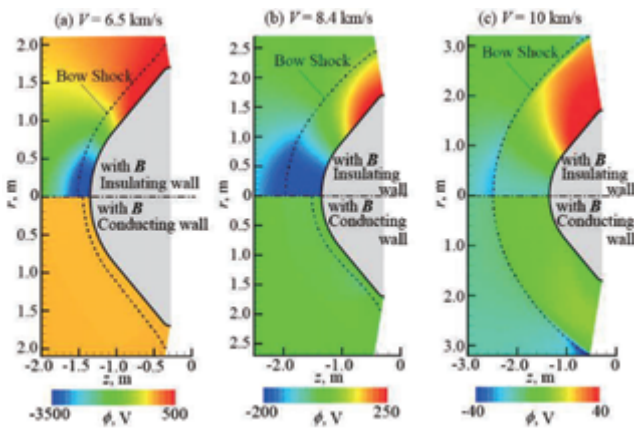


図5 高度 60 km における電位分布
(a) $V = 6.5$ km/s、(b) $V = 8.4$ km/s、(c) $V = 10$ km/s

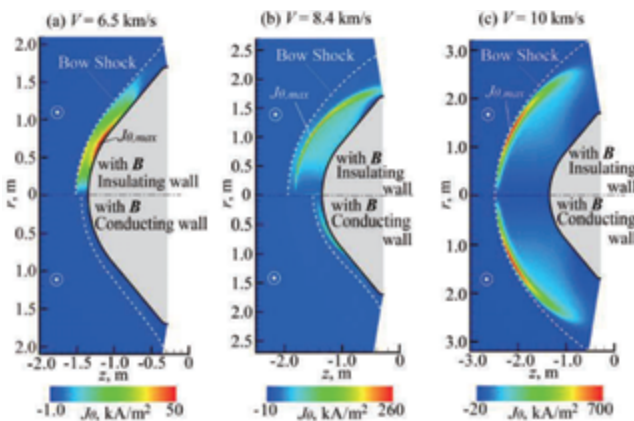


図6 高度 60 km における周方向電流密度分布
(a) $V = 6.5$ km/s、(b) $V = 8.4$ km/s、(c) $V = 10$ km/s

電流密度は、式(7)を変形して次のように表される。

$$J_{\theta} = \frac{\sigma}{1+\beta^2}(\mathbf{u} \times \mathbf{B})_{\theta} - \frac{\sigma}{1+\beta^2} \frac{\beta}{|\mathbf{B}|} (\mathbf{E} \times \mathbf{B})_{\theta} - \frac{\sigma}{1+\beta^2} \frac{\beta}{|\mathbf{B}|} \{(\mathbf{u} \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B}\}_{\theta} \quad (10)$$

第 1 項目はファラデーの電磁誘導の法則に基づく電流であり、以降では“ファラデー電流”と呼ぶ。ファラデー電流の項には $1/(1+\beta^2)$ が掛かるため、ホール効果によりファラデー電流は弱められる。第 2 項目と第 3 項目はホール効果が作用する場合に生じる項であり、以降ではこれらをまとめて“ホール電流”と呼ぶ。ホールパラメータが大きく、強いホール電場 \mathbf{E} が形成される場合、第 2 項目の $(\mathbf{E} \times \mathbf{B})$ が主として周方向電流密度を生み出す。図 6(a)の $V = 6.5$ km/s における絶縁壁条件の場合、飛行体壁面付近で強い電流が発生していることがわかる。これは、図 5(a)に示した電位分布に基づくホール電場と磁場の相互作用 $(\mathbf{E} \times \mathbf{B})$ によって生じるホール電流である。図中に指し示した周方向電流密度の最大点 ($J_{\theta,max}$) において、全周方向電流密度に占めるホール電流の割合は 99%程度であることがわかった。一方、導体壁条件の場合には、ホール電場がほとんど形成されなくなり、 $(\mathbf{E} \times \mathbf{B})$ は弱まる。また、このときホールパラメータも大きいためファラデー電流も小さく、結果として衝撃層内に周方向電流密度はほとんど誘起されない。

図 6(b)の $V = 8.4$ km/s における絶縁壁条件での周方向電

流密度の最大点 ($J_{\theta,max}$) では、ホール電流に関する項とファラデー電流に関する項は同程度の割合となることがわかった。 $V = 6.5$ km/s と比較してホールパラメータは小さいが、 $V = 8.4$ km/s のように比較的高速度域であってもホール効果はファラデーの電磁誘導の法則に対して無視できない。強い周方向電流密度が誘起されている領域では、ジュール加熱によって衝撃層内が高温になる。その高温領域に対応して、図 3(b)に示したようにホールパラメータが小さい値をとる領域が形成される。一方、衝撃波のすぐ背後の領域では、強い電流が誘起されていないためジュール加熱の影響はほとんどなく、ホールパラメータは大きな値をとる。上記のようなジュール加熱の影響はいずれの高度においても確認され、図 3(a)-(c)に示したように、ホールパラメータが飛行体壁面側では小さく、衝撃波側では大きな場合がある。この現象は、ホール効果とファラデーの電磁誘導の法則の双方の影響が同程度となるような飛行環境下で観察された。次に図 6(b)の $V = 8.4$ km/s における導体壁条件の場合を見ると、周方向電流はほとんど誘起されていないことがわかる。 $V = 6.5$ km/s の場合と比較してホール効果の影響が弱い状況下であっても、導体壁条件では MHD Flow Control の効果は十分に得られない。

図 6(c)の $V = 10$ km/s における周方向電流密度分布を見ると、絶縁壁条件と導体壁条件とで差が全くないことがわかる。周方向電流密度の最大点 ($J_{\theta,max}$) では、全周方向電流密度に占めるファラデー電流の割合が 99%以上となることがわかった。図 3(b)に示したように、 $V = 10$ km/s ではホールパラメータが非常に小さく、 $(\mathbf{E} \times \mathbf{B})$ の項に基づくホール電流が無視できるほど小さい。従って、導体壁条件においてホール電場が弱まる影響を全く受けない。このように、ホール効果の影響がほとんど現れない飛行速度域であれば、導体壁条件であっても強いファラデー電流に基づいて MHD Flow Control は機能し、衝撃層は広く拡大する。

図 7(a)-(c)に各高度におけるよどみ線上の衝撃層厚さと飛行速度の関係を示す。まず、絶縁壁条件の場合について述べる。高度によらず、 $V = 4.5$ km/s 以下では磁場印加による衝撃層の拡大は起こらない。図 4に示したように $V = 4.0 \sim 4.5$ km/s 付近では大きなホール電場が得られる。しかし、そのような低速度域では電気伝導率が小さいために、誘起される周方向電流密度は大きくならない。その結果、衝撃層が拡大するほど流れを減速できるような強いローレンツ力は得られない。 $V = 5.0$ km/s より大きな飛行速度域では、飛行速度の増加に伴い電気伝導率が上昇し、ローレンツ力も強まる。その結果、飛行速度の増加に伴い衝撃層は拡大する。

図 7(a)-(c)に示す導体壁条件の場合では、いずれの高度条件でも $V = 8$ km/s 付近までは MHD Flow Control による衝撃層の拡大はみられない。上で述べてきたように、ホール効果の影響が強い場合には、導体壁によってホール電場が弱められるため、衝撃層が比較的高い導電性を有するようになる $V = 5.0 \sim 8.0$ km/s の場合でも MHD Flow Control は機能しない。しかし、高度によって多少の差はあるものの、 $V = 8.4 \sim 8.8$ km/s 程度まで飛行速度が大きくなると、導体壁条件でも磁場印加による衝撃層拡大効果がわずかにみられるようになる。また、それより大きな飛行速度域では、ファラデーの電磁誘導の法則が支配的になるため、導体壁条件であっても絶縁壁条件の場合と同程度まで衝撃層は拡大する。超軌道再突入時のような大きな飛行速度域であれば、MHD Flow Control の効果は壁面の導電性に影響されない。

上述の解析結果は、壁面全体が絶縁壁または導体壁の場合に得られたものである。以下では、導体壁の領域の広さが MHD Flow Control に及ぼす影響について検討する。

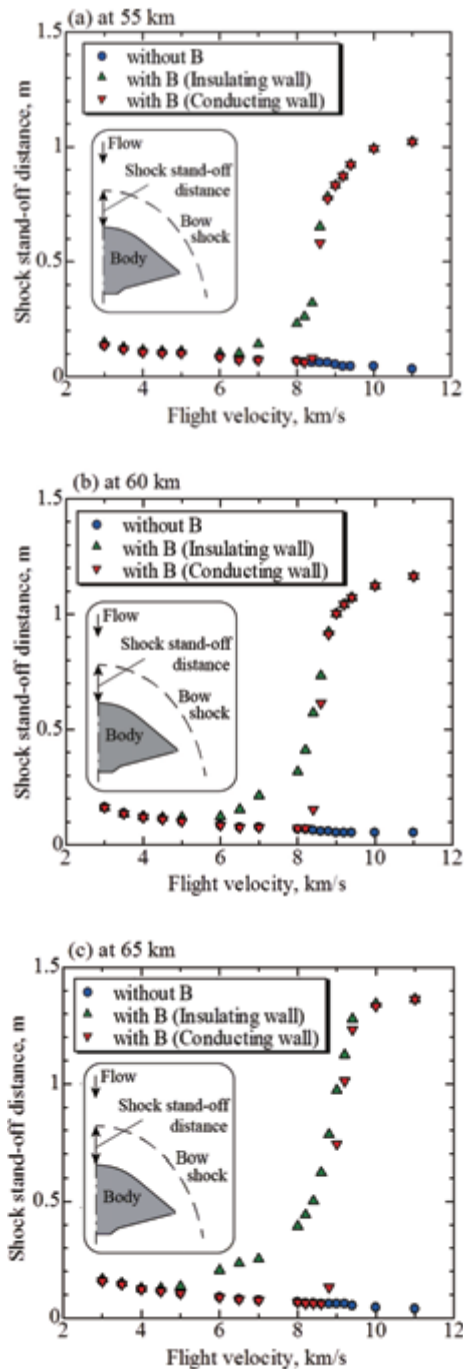


図7 よどみ線上の衝撃層厚さと飛行速度の関係
(a) 高度 55 km、(b) 高度 60 km、(c) 高度 65 km

図 8(a)-(d)は、高度 60 km、 $V = 6.5$ km/s の飛行条件において導体壁の領域の広さを变化させた際の電位分布である。なお、導体壁の設置領域条件は図中から確認されたい。この飛行条件では、図 6(a)で述べたように、 $(E \times B)$ の項に基づくホール電流が支配的となる。図 8(a)のように導体壁が淀み点付近のごく狭い領域に限られる場合、衝撃層内の上流側から下流側にわたって電位差が維持される。しかし、図 8(b)のように導体壁の領域が下流側にさらに広がると、導体壁の領域付近では電位差が弱められる影響により MHD Flow Control の効果も弱められる。図 8(a)と比較すると、淀み点付近では衝撃層の厚みが減少していることがわかる。ただし、絶縁壁の前方では電位差が維持されている

ため、その前方の衝撃層の厚みは図 8(a) の場合と同程度である。図 8(c)のように導体壁の領域がさらに広がると、絶縁壁の領域で電位差が発生しているも衝撃層の厚みは図 8(a)と比べると全体的にかなり薄くなっている。また、図 8(d)のように、機体前側の壁面の殆どが導電性材で構成されるようになると、衝撃層内の電位差はほとんど発生せず、完全導体壁と同じく、衝撃層の厚みは MHD Flow Control を適用しない場合と同程度まで薄くなる。

図 9(a)-(d)は、高度 60 km、 $V = 8.4$ km/s の飛行条件において導体壁の領域を変化させた際の電位分布である。この飛行条件では、図 6(b)で述べたように、 $(u \times B)$ に基づくファラデー電流と $(E \times B)$ の起電力に基づくホール電流の双方の影響が無視できない状況となる。図 9(a)および(b)から、導体壁の領域は異なるにも関わらず、衝撃層の厚みには明確な差はみられないことがわかる。これは $V = 6.5$ km/s の場合と比較してホール効果の影響が小さく、導体壁の影響を受けにくいためである。しかし、図 9(c)および(d)のように導体壁の領域が拡大するにつれ、衝撃層の厚みは徐々に薄くなる。以上の結果から、ホール効果が無視できない飛行速度条件で MHD Flow Control を機能させるには、機体壁面全体を絶縁壁で構成することが適切であるが、もし導電性を持つ材料を機体壁面に利用する場合には、その導電性壁面領域は淀み点周囲のごく狭い領域に限る必要があることがわかった。

4. まとめ

熱化学非平衡性を考慮した電磁流体解析を用い、幅広い飛行速度域での MHD Flow Control に与えるホール効果の影響を検討した。その結果、以下のことが明らかになった。超軌道再突入時のように、ホール効果の影響が無視できるほどの大きな飛行速度域で MHD Flow Control を適用する場合には、MHD Flow Control の効果は壁面の導電性に影響されない。一方で、ホール効果が無視できない飛行速度条件で MHD Flow Control を機能させるには、機体壁面全体を絶縁壁で構成することが適切であるが、もし導電性を持つ材料を機体壁面に利用する場合には、その導電性壁面領域は淀み点周囲のごく狭い領域に限る必要がある。

参考文献

- 1) Meyer, R. C.: On Reducing Aerodynamic Heat-Transfer Rates by Magnetohydrodynamic Techniques, *J. of the Aero/Space Sciences*, Vol. 25, No. 9, pp. 561-566, 572, 1958.
- 2) Bush, W. B.: Magnetohydrodynamic-Hypersonic Flow Past a Blunt Body, *J. of the Aero/Space Sciences*, Vol. 25, No. 11, pp. 685-690, 728, 1958.
- 3) Ziemer, R. W.: Experimental Investigation in Magneto-Aerodynamics, *American Rocket Society J.*, Vol. 29, pp. 642-647, 1959.
- 4) Bituryn, V. A., Bocharov, A. N.: MHD Flow Control in Hypersonic Flight, The 15th International Conference on MHD Energy Conversion, Moscow, 24-27, May, pp. 429-433, 2005.
- 5) Yamamoto, R.: Recent comparisons of aerothermo-dynamic results by CFD and FEM coupling analysis with OREX flight experiments, Proceedings of the 13th NAL Symposium on Aircraft Computational Aerodynamics, pp. 27-39, 1995.
- 6) Fujino, T., and Ishikawa, M.: Numerical Simulation of Control of Plasma Flow with Magnetic Field for Thermal Protection in Earth-Reentry Flight, *IEEE Trans. Plasma Science*, Vol. 34, No.2, pp. 409-420, 2006.
- 7) Fujino, T., Sugita, H., Mizuno, M., Funaki, I., and Ishikawa, M.: Influences of Electrical Conductivity of Wall on MHD Control of Aerodynamic Heating, *J. of Spacecraft and Rockets*, Vol. 43, pp. 63-70, 2006.

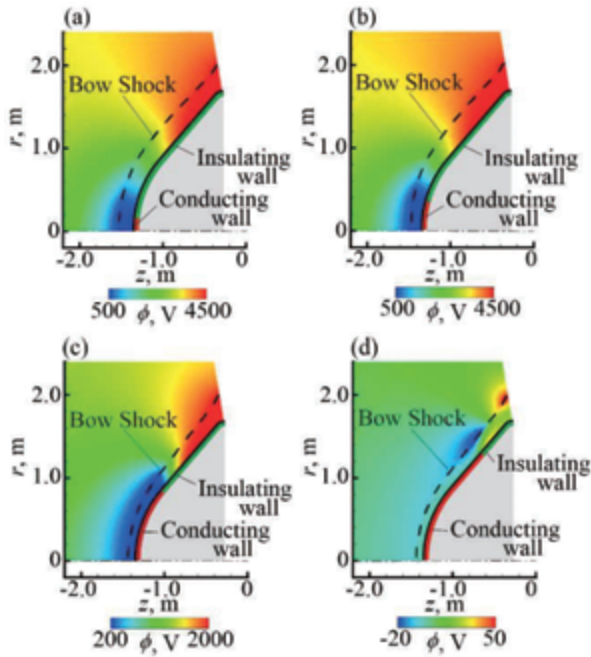


図8 導体壁の領域を変えた際の高度 60 km、飛行速度 6.5 km/s における電位分布

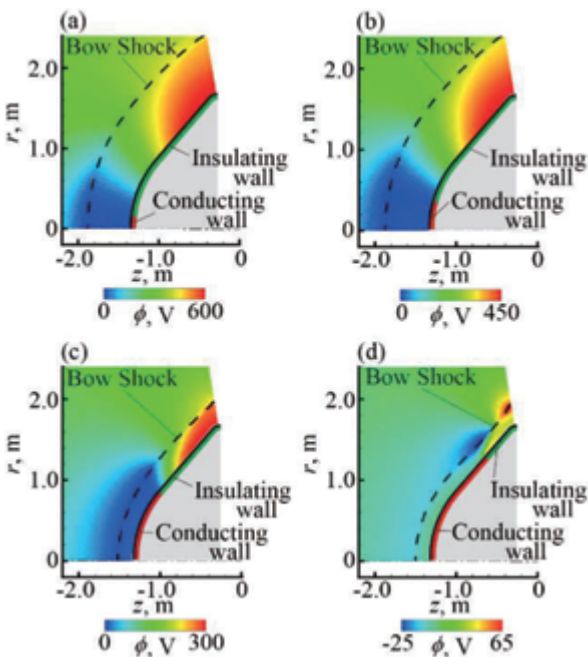


図9 導体壁の領域を変えた際の高度 60 km、飛行速度 8.4 km/s における電位分布

- 8) Fujino, T., Matsumoto, Y., Kasahara, J., and Ishikawa, M.: Numerical Studies of Magnetohydrodynamic Flow Control Considering Real Wall Electrical Conductivity, *J. of Spacecraft and Rockets*, Vol. 44, No. 3, pp. 625-632, 2007.
- 9) Fujino, T., Yoshino, T., and Ishikawa, M.: Numerical Analysis of Reentry Trajectory Coupled with MHD Flow Control, *J. of Spacecraft and Rockets*, Vol. 45, No. 5, pp. 911-920, 2008.
- 10) Fujino, T., Sakakihara, R., and Ishikawa, M.: Numerical Simulation of Magnetohydrodynamic Heat Shield in Reentry

Flight with Considering Induced Magnetic Field, *J. of Space Technology and Science*, Vol.25, No.2, pp. 55-69, 2011.

- 11) Otsu, H., Konigorski, D., Abe, T.: Influence of Hall Effect on Electrodynamic Heat Shield System for Reentry Vehicles, *AIAA JOURNAL*, Vol.48, No. 10, pp. 2177-2185, 2010.
- 12) Yoshino, T., Fujino, T., and Ishikawa, M.: Numerical Study of Thermal Protection Utilizing Magnetohydrodynamic Technology in Super-Orbital Reentry Flight, 41st AIAA Plasmadynamics and Lasers Conference, 28 June to 1 July, Chicago, Illinois, AIAA-2010-4486, 2010.
- 13) 吉野智之, 藤野貴康, 石川本雄: 輻射加熱を考慮した MHD Heat Shield の数値シミュレーション, 日本航空宇宙学会論文集, Vol. 58, pp. 349-356, 2010.
- 14) 下澤雄太, 益田克己, 藤野貴康: MHD パラシュート効果による超軌道再突入環境下の空力加熱低減の可能性, 第 46 回流体力学講演会, 2014 年 7 月 3 日, 弘前, JSASS-2014-2016, 2014.
- 15) 下澤雄太, 藤野貴康: 超軌道再突入環境下での MHD Flow Control の有効性に及ぼす印加磁束密度および再突入角度の影響, 第 58 回宇宙科学技術連合講演会, 2014 年 11 月 13 日, 長崎, JSASS-2014-4493, 2014.
- 16) Katsurayama, H., Abe, T.: Numerical Investigation of the Dynamic Triggering of Electrodynamic Aerobraking at High Altitudes using an Ablator with Alkali Metal, 45th AIAA Plasmadynamics and Lasers Conference, 16-20, June, 2014, Atlanta, Georgia, AIAA 2014-2375, 2014.
- 17) Bisek, J. N., Gosse, R., and Poggie, J.: Computational Study of Impregnated Ablator for Improved Magnetohydrodynamic Heat Shield, *J. of Spacecraft and Rockets*, Vol. 50, No. 5, pp. 927-936, 2013.
- 18) 下澤雄太, 藤野貴康: MHD Flow Control の効果と再突入環境の関係, 第 57 回宇宙科学技術連合講演会, 2013 年 10 月 10 日, 米子, JSASS-2013-4712, 2013.
- 19) Park, C.: Assessment of Two-Temperature Kinetic Model for Ionizing Air, *J. of Thermophysics and Heat Transfer*, Vol. 3, No. 3, pp. 233-244, 1989.
- 20) Park, C.: Review of Chemical-Kinetic Problems of Future NASA Missions, I: Earth Entries, *J. of Thermophysics and Heat Transfer*, Vol. 7, No. 3, pp. 385-397, 1993.
- 21) Millikan, R. C. and White, D. R.: Systematic of vibrational relaxation, *J. of Chemical Physics*, Vol. 39, pp. 3209-3213, 1963.
- 22) Gnoffo, P. A., Gupta, R. N., and Shin, J. L.: Conservation equations and Physical models for hypersonic air flows in thermal and chemical nonequilibrium, NASA Technical Paper-2867, 1989.
- 23) Gupta, R. N., Yos, J. M., Thompson, R. A., and Lee, K.: A review of Reaction Rates and Thermodynamic and Transport Properties for an 11-species Air Model for chemical and Thermal Nonequilibrium Calculations to 30000 K, NASA Reference Publication-1232, 1990.
- 24) Wada, Y., and Liou, M.-S.: A Flux-Splitting Scheme with High-Resolution and Robustness for Discontinuities, 32nd Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Jan, AIAA 94-0083, 1994.
- 25) 嶋英志: 構造/非構造 CFD のための簡単な陰解法, 第 29 回流体力学講演会, 9 月 24-25 日, 札幌, 北海道, pp. 325-9328, 1997.
- 26) Chaussee, D. S., Pulliam, T. H.: Two-Dimensional Inlet Simulation Using a Diagonal Implicit Algorithm, *AIAA Journal*, Vol. 19, No.2, pp.153-159, 1981.
- 27) Sutton, G. W., and Sherman, A.: *Engineering Magnetohydrodynamics*, Dover Publications, Inc., New York, 1993.

火星突入における MHD パラシュート効果を適用した熱防御に関する数値解析

高橋知之, 益田克己, 下澤雄太, 藤野貴康
筑波大学

Numerical Analysis of Thermal Protection using MHD Parachute Effect in Mars Entry Flight

by

Tomoyuki Takahashi, Katsumi Masuda, Yuta Shimosawa, and Takayasu Fujino (University of Tsukuba)

ABSTRACT

The authors have proposed the control of aerodynamic heating and flight characteristics in Mars entry flights using Magnetohydrodynamic (MHD) flow control. In this study, numerical simulations of the flow field and the flight dynamics with MHD flow control during a Mars entry flight are conducted, in which the equations of magnetohydrodynamics and flight dynamics are solved in a coupled manner. The initial flight altitude and velocity are set to 60 km and 10 km/s, respectively. The forebody of an entry vehicle is an axisymmetric sphere-cone with a nose radius of 1.0 m. The mass of the vehicle is assumed to be 500 kg regardless of whether MHD flow control is utilized or not. The strength of magnetic field is varied parametrically in a range of 0 to 0.5 T. Numerical results show that MHD flow control can considerably increase a drag force at high flight altitudes such as 60 km with low atmospheric densities even when the strength of magnetic field is small such as 0.1 T. From the result, it is inferred that flight velocities at the altitudes with severe aerodynamic heating environment could be reduced by MHD flow control, which leads to a mitigation in aerodynamic heating in Mars entry flights.

1. はじめに

惑星大気に宇宙機が突入する際、機体は厳しい空力加熱に晒される。機体を熱から守るためには、空力加熱の厳しい高度域を可能な限り低速度で突入することが望ましい。そこで、近年、火星大気のように大気密度の薄い惑星大気に突入する場合にも、十分な減速力を確保するための手法の提案、及び研究開発が進められている。この観点から提案された火星突入機の減速システムとしてエアロシェルを突入時に展開するシステム^{1,2)}が提案されている。また、これらのシステムの他に Magnetohydrodynamic (MHD) Flow Control の適用³⁻⁶⁾も検討されている。

MHD Flow Control⁷⁻⁹⁾は、電磁流体技術を用いた熱防御システムである。大気圏突入時、機体周囲には強い離脱衝撃波に起因して弱電離プラズマが生成される。MHD Flow Control は、このプラズマ流れに対して機体内部から磁場を印加することにより、機体周囲に電流を誘起する。そして、電流と磁場との相互作用によりローレンツ力を発生させ、プラズマ流れを減速させる。その結果、機体壁面近傍の速度勾配および温度勾配が低下し、対流熱流束の緩和が期待できる。また、惑星大気による空気抵抗を得ることが難しい高々度においても、ローレンツ力による反力が機体内部の磁石にかかることで、抗力の増加 (MHD パラシュート効果¹⁰⁾) が期待できる。この MHD パラシュート効果を空力加熱がさほど厳しくない高々度から積極的に利用することで、空力加熱の厳しい高度域の飛行速度を低下させ、加熱量を緩和させることも可能であるとの解析結果が地球再突入環境下で示されている¹¹⁾。Kim ら³⁾は、火星突入機 Mars Pathfinder (MPF) を対象に高度 70 km の飛行条件で MHD Flow Control に関する数値解析を行い、1.0 T の磁場を印加することで抗力が約 80% 増大することを示唆した。また、Fujino ら⁴⁾は、火星突入時を想定し、ある一つの飛行条件下ではあるものの、MHD Flow Control の対流熱流束低減効果を数値解析から確認した。

しかし、これらの研究では、MHD パラシュート効果による飛行特性の変化、それに伴う空力加熱の変化について調べられていない。そこで著者らは予備検討として、突入経路角、突入速度、抗力係数、印加磁束密度をパラメータとした飛行軌道解析のみを実施し、火星突入環境下で期待される MHD パラシュート効果および MHD パラシュート効果

による熱流束低減効果について調べた。この検討では、後述する式(13)-(16)を連立させて解析する。その際、空気力学的な抗力(圧力抗力)および電磁気学的な抗力(ローレンツ力の反力による抗力)は以下の式を用いて算出する。ただし、圧力抗力の抗力係数 $C_{D,F}$ は、Owens¹²⁾による文献を参考に、簡単のために 0.85 で一定としている。また、ローレンツ力の反力による抗力の抗力係数(ローレンツ抗力係数) $C_{D,M}$ は、以下のモデル式を用いる。式の設定方法については、文献⁶⁾を参照されたい。

$$D_T = \frac{1}{2} \rho S C_{D,T} v^2 \quad (1)$$

$$C_{D,T} = C_{D,F} + C_{D,M} \quad (2)$$

$$C_{D,M} = \begin{cases} A(h - 35000)B^2 & (35000 \leq h \leq 90000) \\ 0 & (h < 35000, h > 90000) \end{cases} \quad (3)$$

ここで、 D_T および $C_{D,T}$ はそれぞれ全抗力および全抗力係数、 ρ は大気密度、 S は機体の表面積、 v は飛行速度である。また、 h は飛行高度、 B は磁束密度、比例定数 $A = 3.9 \times 10^{-4}$ としており、飛行高度 h の単位は m である。

予備検討における対流熱流束の評価には、以下に示す Sutton-Graves の対流熱流束評価式¹³⁾を用いて淀み点対流熱流束 $q_{conv.}$ のみを評価する。

$$q_{conv.} = (1.9027 \times 10^{-4}) \left(\frac{\rho}{R_n} \right) v^3 \quad (4)$$

ここで、 R_n は機体のノーズ半径である。

図 1 および図 2 に、予備検討で得られた飛行高度と飛行速度の関係および飛行高度と対流熱流束の関係を示す。図 1 より、0.5 T の磁場印加条件では、0 T の条件と比較して飛行速度は約 4% 低減する。さらに図 2 より、この数%程度の飛行速度の低減で、熱流束の最大値は約 30% 低減する。すなわち、飛行速度の低下量は数%程度であっても、熱流束は大きく低減できる可能性がある。これらの予備検討から、高々度で少しでも減速しておくことは重要であり、大気による減速効果が弱い火星突入において MHD パラシュート効果を得ることは重要であると考えられる。

しかしながら、上述の予備検討において用いたローレンツ抗力係数の数値モデルは、機体周りの電磁流体場の解析結果に基づいたものではない。また、式(4)の評価式は、磁場を印加する場合を想定して作成されたものではないため、MHD Flow Control の適用によるプラズマ流れの減速に起因

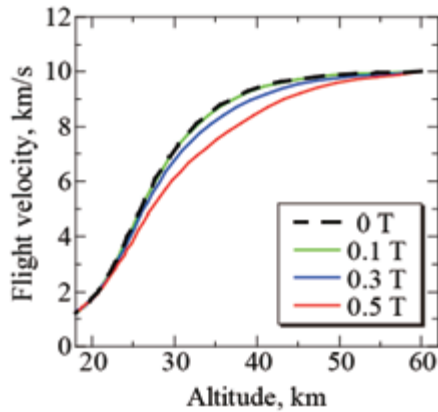


図 1: 予備検討で得られた
MHD Flow Control 適用時の飛行速度履歴

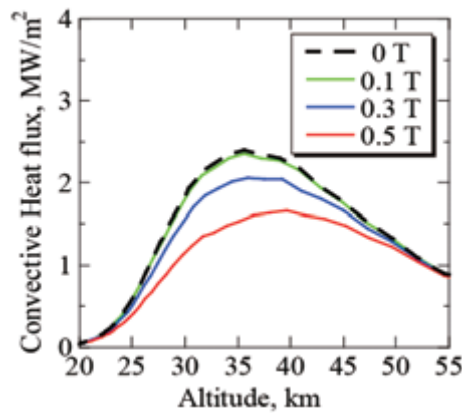


図 2: 予備検討で得られた
MHD Flow Control 適用時の対流熱流束履歴

する対流熱流束の低減効果を考慮できていない。それ故、予備検討結果では、MHD パラシュート効果の有効性および MHD Flow Control の適用可能性に関する数値的検証として、不十分である。そこで、本研究では飛行軌道解析と電磁流体解析を組み合わせた連成解析を実施し、火星突入機の飛行軌道に沿って MHD Flow Control の有効性を調べることを目的とする。

2. 数値解析手法および解析条件

2. 1. 解析対象および印加磁場分布

機体形状は半径 1.0 m の半球と半径 1.5 m の円錐からなる。機体周囲を (r, θ, z) の円筒座標系で表し、 r - z 二次元平面

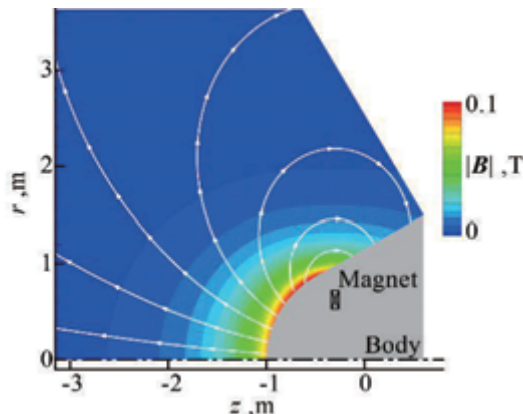


図 3: 解析対象および印加磁場分布 ($B_{\max}=0.1$ T)

を解析領域とする。機体内部に空心円筒形超伝導磁石を搭載することを想定する。図 3 に、本解析における解析対象および磁場分布の一例を示す。搭載する電磁石の外径および内径はそれぞれ約 1.4 m、約 1.2 m とし、機体壁面から 0.3 m の位置に設置している。また、断面積の中心位置は $(r, z)=(0.62, -0.30)$ としている。

2. 2. 電磁流体場の基礎方程式および解析手法

本解析では、火星大気組成をモル分率で CO_2 : 97%, N_2 : 3% と仮定する。また、熱的非平衡性を考慮するために Park の 2 温度モデル¹⁴⁾を用い、化学非平衡性を考慮するために Park ら¹⁵⁻¹⁷⁾, Fujita ら¹⁸⁾, Lee ら¹⁹⁾の文献を参考にして、18 化学種 ($\text{N}, \text{O}, \text{C}, \text{N}_2, \text{O}_2, \text{C}_2, \text{NO}, \text{CN}, \text{CO}, \text{CO}_2, \text{NCO}, \text{N}^+, \text{O}^+, \text{C}^+, \text{O}_2^+, \text{NO}^+, \text{CO}^+, \text{e}^-$), 39 化学反応を考慮している。Park の 2 温度モデルでは、重粒子の並進および回転モードは平衡であるとして、並進-回転温度 T_{tr} としている。また、同様に重粒子の振動、電子励起および電子の並進モードについては、振動-電子励起温度 T_{ve} としている。流れは全領域で層流を仮定する。

流体場に関する基礎方程式は、圧縮性 Navier-Stokes 方程式に MHD 相互作用に関する項を加えたものを使用する。使用している各化学種の質量保存方程式、運動量保存方程式、全エネルギー保存方程式、振動-電子(電子励起-自由電子並進)エネルギー保存方程式をまとめたものを以下に示す。

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \rho Y_s \\ \rho u \\ \rho E_t \\ \rho e_{ve} \end{bmatrix} + \nabla \cdot (\mathbf{F}_c + \mathbf{F}_D) = \begin{bmatrix} \dot{\omega}_s \\ 0 \\ 0 \\ S_{ve} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{J} \times \mathbf{B} \\ 0 \\ \mathbf{J} \cdot \mathbf{J} / \sigma \end{bmatrix} \quad (5)$$

ここで、 \mathbf{F}_c および \mathbf{F}_D は、移流流速ベクトルおよび拡散流速ベクトルである。また、 ρ , Y_s , E_t および e_{ve} はそれぞれ、混合質量密度、化学種 s の質量分率、単位質量当たりの全エネルギーおよび単位質量当たりの振動-電子エネルギーを表す。右辺第 1 項は熱化学非平衡性に起因した生成項、右辺第 2 項は MHD 相互作用に起因した生成項を表す。 \mathbf{J} , \mathbf{B} および \mathbf{u} はそれぞれ電流密度、磁場、速度ベクトルを表し、 $\dot{\omega}_s$, S_{ve} , σ はそれぞれ、化学種 s の質量生成項、振動-電子エネルギーの生成率、電気伝導率を表す。

電磁場に関しては、低磁気レイノルズ数 MHD モデル²⁰⁾を採用する。以下に、本解析で使用する電磁場に関する基礎方程式を示す。

- MHD 近似を施した Maxwell 方程式

$$\nabla \times \mathbf{E} = 0 \quad (6)$$

- 電流連続の式

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = 0 \quad (7)$$

- ホール効果を考慮した一般化されたオームの式

$$\mathbf{J} = \sigma(\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B}) - \frac{\beta}{|\mathbf{B}|}(\mathbf{J} \times \mathbf{B}) \quad (8)$$

また、電気伝導率 σ は以下の式で評価する。

$$\sigma = \frac{n_e e^2}{m_e \sum v_{eH}} \quad (9)$$

ここで、 β , n_e , e , m_e および v_{eH} はそれぞれ、ホールパラメータ、電子数密度、電荷素量、電子の質量、電子と重粒子の衝突周波数である。

2. 3. 数値解法および境界条件

流体場の基礎方程式には軸対称二次元近似を施し、導出された方程式を有限体積的に離散化する。対流項の数値流束には Shock-Fix 法を含む AUSM-DV スキーム²¹⁾を、粘性項の評価には 2 次精度中心差分法を用いる。時間積分には、LU-SGS 陰的解法²²⁾を用いる。

電磁場に関しては、式(6)–(8)から電位に関する 2 階の偏微分方程式を導出し、ガラーキン有限要素法²³⁾を適用して

離散化する．得られた電位に関する連立一次方程式をガウスの消去法を用いて解き，電流密度分布を得る．得られた電流密度分布は式(5)により流体場に反映される．本解析では，電磁場解析と流体場解析を毎ステップ交互に繰り返し実施することにより，定常解に導く．

壁温は輻射平衡温度を採用し，壁面の輻射係数 ϵ_{ra} はMitcheltreeらの文献²⁴⁾より0.78としている．また，壁面における並進-回転温度 T_{tr} および振動-電子励起温度 T_{ve} は，輻射平衡温度で平衡状態であると仮定している．さらに，壁面の境界条件には非触媒壁条件，滑りなし条件および絶縁壁条件を用いる．軸対称境界では鏡面条件を用いる．

2. 4. 飛行軌道解析における算出式および解析手法

機体に作用する空気力学的な抗力を圧力抗力 D_p とし，電磁気学的な抗力をローレンツ力の反力による抗力(ローレンツ抗力) D_L とする．また，機体に作用する全抗力 D_T はこれらの和と定義する．これらの算出式を以下に示す．

$$D_T = D_p + D_L \quad (10)$$

$$D_p = \iint_S -(pn)_z dS \quad (11)$$

$$D_L = \iiint_V (\mathbf{J} \times \mathbf{B})_z dV \quad (12)$$

ここで， S は機体の表面積， \mathbf{n} は機体壁面に対する法線ベクトル， V は解析領域の体積である．式(10)により得られた全抗力を用いて飛行軌道解析を行う．

飛行軌道解析に用いる式を以下に示す．ただし，本解析において揚力は考慮しない．

$$mv \frac{dy}{dt} = m \left(g_M - \frac{v^2}{R_M + h} \right) \cos \gamma \quad (13)$$

$$m \frac{dv}{dt} = -D_T + mg_M \sin \gamma \quad (14)$$

$$\frac{dh}{dt} = -v \sin \gamma \quad (15)$$

$$g_M = \frac{GM}{(R_M + h)^2} \quad (16)$$

ここで， v は飛行速度， h は飛行高度， B は磁束密度， γ は飛行経路角， R_M は火星半径， m は機体質量を表す，火星の重力加速度 g_M は飛行高度に応じて求め， G および M は重力定数および火星の質量である．

2. 5. 壁面熱流束の評価方法

本解析では，機体に作用する熱流束として対流熱流束 q_{conv} のみ評価する．評価式を以下に示す．

$$q_{conv} = \eta_{tr} \left(\frac{\partial T_{tr}}{\partial n} \right) + \eta_{ve} \left(\frac{\partial T_{ve}}{\partial n} \right) \quad (17)$$

ここで， $(\partial T / \partial n)$ は壁面における温度勾配， η_{tr} は並進-回転モードにおける熱伝導率， η_{ve} は振動-電子励起モードにおける熱伝導率である．

2. 6. 解析条件

機体本体質量 m は全条件で500 kgとし，本解析では，搭載する磁石の質量は考慮しない．初期飛行条件は，飛行高度60 kmにおいて，飛行速度10 km/s，飛行経路角8.0 deg.とする．また，飛行軌道解析における時間刻みは2.0 sとする．機体表面における最大印加磁束密度 $|B_{max}|$ を，0.1–0.5 Tの範囲で変化させる．各飛行高度と静圧 P_{st} および静温 T_{st} の関係は，Mars Global Reference Atmospheric Model (Mars-GRAM) 2010 Version²⁵⁾のデータベースから関数化したものを用いる．

3. 結果および考察

3. 1. 連成解析結果

0.1 T以外の印加磁場条件については，磁場との相互作用

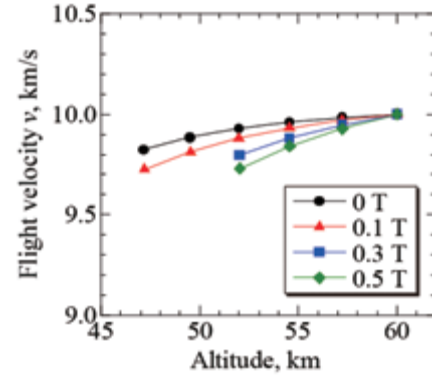


図 4: 各印加磁場条件における飛行速度 v の履歴

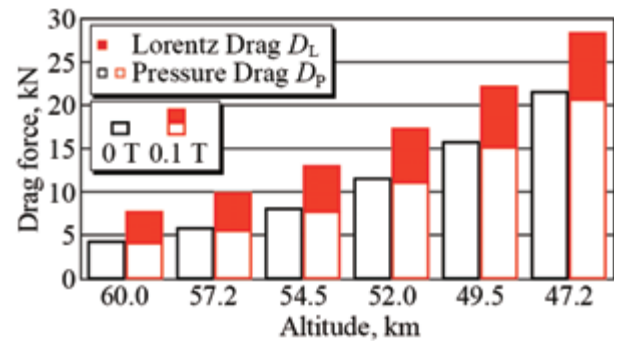


図 5: 0 T および 0.1 T における全抗力 D_T ，圧力抗力 D_p ，ローレンツ抗力 D_L の履歴

が大きく収束が遅い．そのため，本稿では解析が進んだ高度域の結果のみ示す．

図 4 に，各印加磁場条件における飛行速度 v の履歴を示す．高度 60–54 km に着目すると，磁場が強いほど飛行速度が低下している．ただし，0.1 T といった弱い磁場条件であっても飛行速度の実質的な低下は確認できる．

図 5 に，0 T および 0.1 T における全抗力 D_T ，圧力抗力 D_p ，ローレンツ抗力 D_L の履歴を示す．0 T の場合と比較して磁場印加により全抗力が大きくなっており，高度 60–47 km では，飛行高度が低下してもこの関係は変わらない．続いて，圧力抗力 D_p に着目すると，飛行高度によらず，0 T の場合と比較して 0.1 T の場合の方が圧力抗力は減少している．また，飛行高度の低下に伴って，磁場印加による圧力抗力の減少量が増加していく．さらに，ローレンツ抗力 D_L に着目すると，飛行高度の低下に伴ってローレンツ抗力が増加している．これは，衝撃層内の電気伝導率の上昇に起因すると考えられる．

ここで，図 6 および図 7 にそれぞれ，0.1 T の場合における高度 60.0 km，57.2 km，54.6 km での電気伝導率分布，および周方向電流密度分布とローレンツ力ベクトルの分布を示す．図 6 より，飛行高度の低下に伴って衝撃層内の電気伝導率が上昇していることがわかる．また，図 7 より，飛行高度の低下に伴って衝撃波面付近の電流密度が大きくなっており，およびそれに伴って衝撃層内のプラズマ流れを減速させる方向に大きなローレンツ力が得られていることがわかる．今回の飛行条件では，衝撃層内の電子のホールパラメータの値は主に約 0.5 程度であり，衝撃層内はファラデーの電磁誘導の法則に支配される．そのため，衝撃層内に発生する電流密度の高い領域は，衝撃波面付近の電気伝導率が高い領域とほぼ一致する．飛行高度の低下に伴って，衝撃層内の電気伝導率が上昇したため，発生するローレンツ力は増加したと考えられる．また図 6 より，

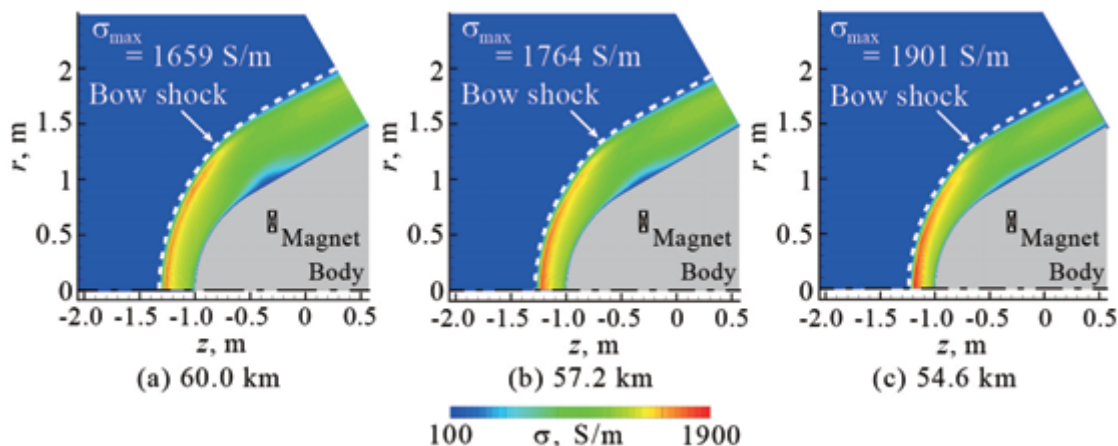


図 6: 0.1 T における高度 60.0 km, 57.2 km, 54.6 km での電気伝導率分布

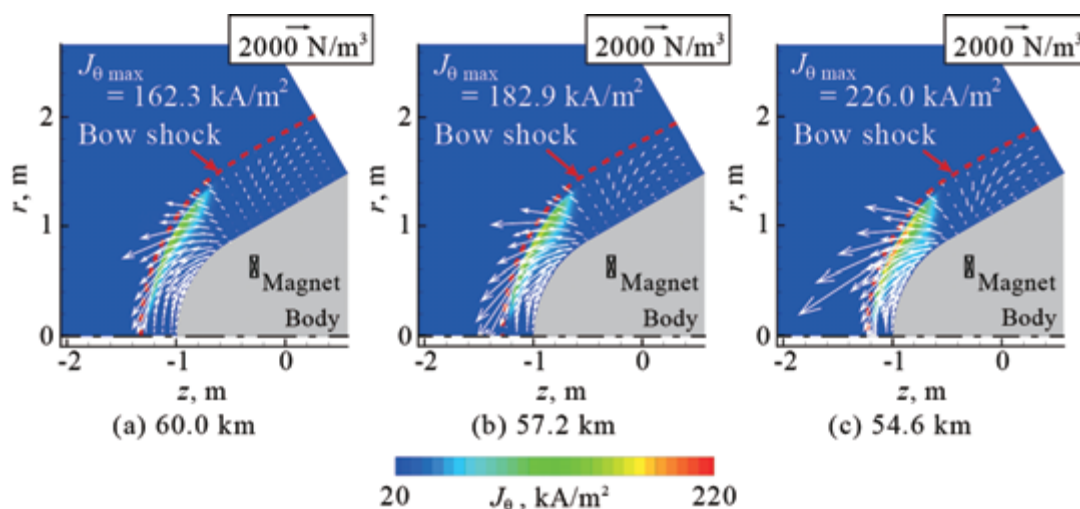


図 7: 0.1 T における高度 60.0 km, 57.2 km, 54.6 km での周方向電流密度分布およびローレンツ力ベクトル分布

飛行高度の低下に伴って衝撃波離脱距離が減少していることがわかる。これはローレンツ力の働く領域が狭くなっていることを表している。ローレンツ抗力は式(12)に示したように、衝撃層内に発生するローレンツ力の反力の体積積分値である。前述のとおり、飛行高度の低下に伴って衝撃層内の電気伝導率が上昇するため、機体周囲に発生するローレンツ力が増加する。その一方で、飛行高度の低下に伴って大気密度が増加し、流体の慣性力が強まる。ローレンツ力の増加する影響よりも大気密度の増加の影響の方が大きいので、衝撃波離脱距離が減少したと考えられる。ローレンツ力の働く領域が狭くなったにもかかわらず、図 5 に示したように、飛行高度の低下に伴い、ローレンツ抗力が増加したのは、電気伝導率の上昇によって、ローレンツ力が働く領域が狭くなる影響を上回るほど大きなローレンツ力が発生したためであると考えられる。また、図 5 において、0.1 T 印加時に飛行高度の低下に伴って圧力抗力が減少したのは、大きなローレンツ力の発生によるプラズマ流れの減速効果および MHD パラシュート効果による飛行速度の低下によって衝撃層内の動圧が低下したため、圧力抗力が減少したと考えられる。

図 8 に、高度 60.0–54.6 km における各印加磁場条件での全抗力 D_T 、圧力抗力 D_P 、ローレンツ抗力 D_L の履歴を示す。まず、圧力抗力に着目すると、高度 60.0 km において、0.1 T の場合では 0 T の場合と同程度の値となっているが、磁場が強いほど減少している。ここで図 9 に、高度 60 km での

各印加磁場条件における周方向電流密度分布およびローレンツベクトル分布を示す。同図より、磁場が強いほど衝撃層が拡大している様子が確認できる。これは、磁場が強いほどローレンツ力をより広範囲に得ることができ、衝撃層内のプラズマ流れがより減速されるためである。すなわち、衝撃層内の動圧が低下するため、圧力抗力が減少すると考えられる。一方で、0.1 T といった弱い印加磁場条件ではローレンツ力をあまり広範囲に得ることができず衝撃層内の動圧が大きく変化しないため、圧力抗力は大きく減少しないものと考えられる。また、図 8 より、高度 60.0–54.6 km の範囲では、飛行高度が低下しても全印加磁場条件で、圧力抗力は 0 T の条件に対して減少する。

次に、図 8 において、ローレンツ抗力に着目すると、磁場が強いほど増加していることがわかる。図 9 より、磁場が強いほど衝撃層内の周方向電流密度の最大値は減少しており、ローレンツ力ベクトルの大きさも減少している。図 6 と同様に、印加磁場条件を変更しても電気伝導率の高い領域は衝撃波面付近に存在する。そのため、磁場を強めたことにより衝撃層が拡大し、電気伝導率の高い領域は機体壁面から遠ざかる。しかし、磁場は機体壁面に遠ざかるほど減少する。よって、磁場を強めるほど周方向電流密度の最大値は減少し、ローレンツ力ベクトルも小さくなる。一方で、衝撃層が拡大し、より広範囲にローレンツ力が発生するため、ローレンツ抗力は増加する。高度 60.0–54.6 km の範囲では、いずれの印加磁場条件においても飛行高度が

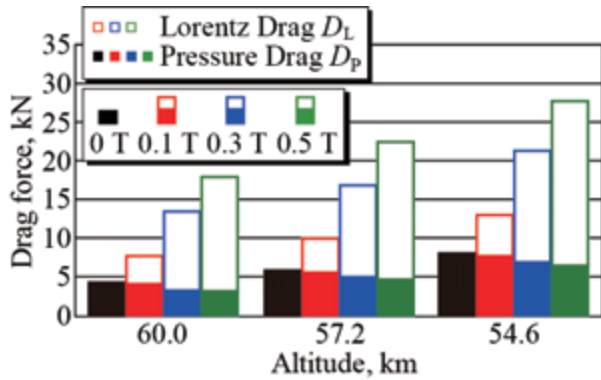


図 8: 高度 60.0–54.6 km における各印加磁場条件での全抗力 D_T 、圧力抗力 D_P 、ローレンツ抗力 D_L の履歴

低下するほどローレンツ抗力は増加する。

さらに、図 8 において、全抗力に着目すると、いずれの飛行高度においても磁場が強いほど全抗力は増加していることがわかる。前述のとおり、磁場が強いほど圧力抗力は減少し、ローレンツ抗力は増加する。ローレンツ抗力の増加量が圧力抗力の減少量を上回るほど大きく得られるため、全抗力は磁場が強いほど増加する。また、高度 60 km において、0.1 T の弱い磁場条件でも MHD Flow Control を適用することにより 0 T の場合と比較して約 2 倍の全抗力が得られている。以上のことから、大気が著しく希薄で圧力抗力が小さい高度 60–50 km において、弱い磁場を印加した場合でも抗力増大効果を大きく得られることが示唆される。

3. 2. 予備検討と連成解析結果の比較

図 10 に、高度 60–54 km における飛行速度の予備検討と連成解析結果の比較を示す。予備検討において、0.1 T の条件は、0 T とほぼ同様の速度履歴になると予測されていた。

しかし、連成解析により、予測よりも大きく飛行速度が低減できていることがわかった。さらに低高度まで解析を行うことで、より飛行速度が低下できると予想される。また、予備検討により得られた結果は大きくは外れていないことがわかる。今回は、ローレンツ抗力係数 $C_{D,M}$ を磁束密度 B の 2 乗と高度 h に比例する関数として、ローレンツ抗力が速度の大きい高々度域で強く働くよう定義している。また、磁場配位の変化を表す変数として、変数 A を設定している。0.5 T のように、予備検討に比べて、連成解析結果では飛行速度の低下量が小さくなっている結果も存在する

が、今回のローレンツ抗力係数のモデル式を用いて飛行軌道解析のみを実施する場合でも、MHD パラシュート効果を考慮した MHD Flow Control の効果を予測することは可能であると考えられる。今後、より低高度まで解析を行い、予備検討結果と連成解析結果の比較を行っていく。

予備検討において飛行軌道の推定に用いた式(3)は、MHD Flow Control を適用した際に期待される MHD パラシュート効果を見積もるため、便宜的に設定した比例定数 A に基づくものである。そのため、今回実施した電磁流体解析結果を考慮できていない。また、予備検討において熱流束の推定に用いた式(4)は、飛行速度と大気密度から熱流束を推定するものである。そのため、磁場印加による衝撃層内のプラズマ流れの減速による熱流束の低減効果を考慮できていない。よって今後は今回得られた連成解析結果から、MHD の効果の大きさを表すパラメータである MHD 相互作用係数を用いて、抗力係数および対流熱流束と MHD 相互作用係数の関係を明らかにする。さらに、この関係から、予備検討で仮定した式(3)および式(4)を MHD Flow Control の効果を反映した、より正確なモデル式に修正していく。

4. 結論

火星突入環境において MHD Flow Control の有効性を検証するために、電磁流体場と飛行軌道の連成解析を実施した。本解析より、以下の結論を得た。

- I. 火星突入時の飛行速度を MHD パラシュート効果により実質的に低減できる可能性がある。
- II. 大気密度が著しく希薄で圧力抗力の小さい高度 60 km において、0.1 T 程度の弱い印加磁場条件でも、MHD パラシュート効果により抗力を実質的に増加できる可能性がある。

謝辞

本解析で行った数値解析の一部は、京都大学生存圏研究所 電波科学計算実験装置(KDK)を用いて実施致しました。

参考文献

- 1) Venkatapathy, Ethiraj, *et al.*: Adaptive Deployable Entry and Placement Technology (ADEPT): A Feasibility Study for Human Missions to Mars, 21st AIAA Aerodynamic Decelerator Systems Technology Conference and Seminar, Dublin, Ireland, AIAA Paper, No. 2011-2608, 2011.

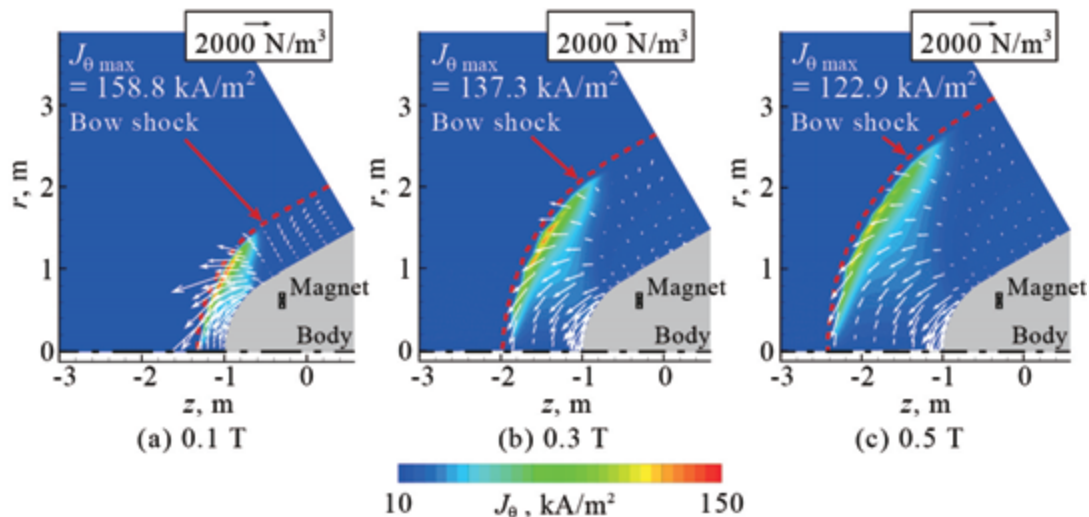


図 9: 高度 60 km での各印加磁場条件における周方向電流密度分布およびローレンツ力ベクトル分布

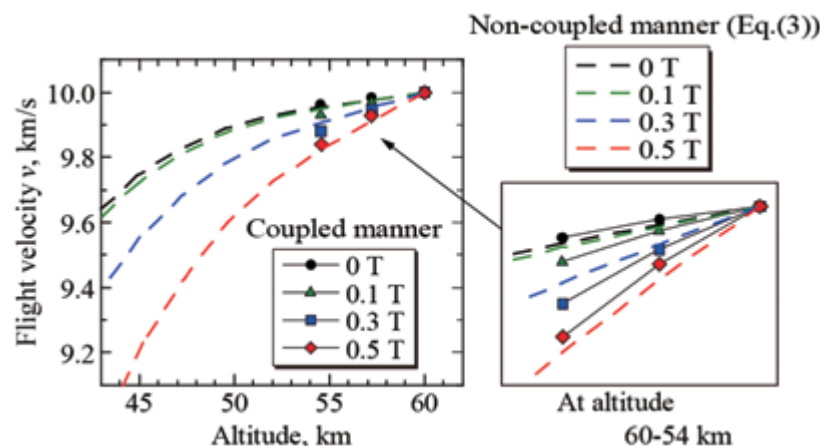


図 10: 高度 60-54 km における飛行速度の予備検討と数値解析結果の比較

- 2) 山田和彦, 安部隆士: 柔構造大気突入機の研究開発と今後の展開, 第 42 期 年会講演会講演集, B07, 日本航空宇宙学会, 2011.
- 3) Kim, M., & Boyd, I. D.: Effectiveness of a magnetohydrodynamics system for Mars entry, *Journal of Spacecraft and Rockets*, **49**, No.6, pp.1141-1149, 2012.
- 4) T. Fujino, N. Isozaki, and M. Ishikawa: Feasibility study of hall magnetohydrodynamic power generation during mars entry flights, 41st Plasmadynamics and Lasers Conference, AIAA-2010-4489, Chicago, Illinois, 2010.
- 5) Moses, R. W., Kuhl, C. A. and Templeton J. D.: Plasma Assisted ISRU at Mars, 15th International Conference on MHD Energy Conversion, Moscow, pp.468-477, 2005.
- 6) 高橋知之, 下澤雄太, 益田克己, 藤野貴康: 火星への Direct Entry における MHD Flow Control の適用可能性の検討, 第 58 回宇宙科学技術連合講演会, JSASS-2014-4255, 2014.
- 7) Meyer, R. C. : On Reducing Aerodynamic Heat-Transfer Rates by Magnetohydrodynamic Techniques, *Journal of the Aero/Space Sciences*, **25**, pp.561-566, 572, 1958.
- 8) Bush, W. B.: Magnetohydrodynamic-Hypersonic Flow Past a Blunt Body, *Journal of the Aero/Space Sciences*, **25**, pp.685-690, 728, 1958.
- 9) Ziemer, R. W.: Experimental Investigation in Magneto-Aerodynamics, *American Rocket Society Journal*, **29**, pp.642-647, 1959.
- 10) Bocharov, A. N., Bityurin, V. A., Lineberry, J.: Study of MHD Interaction in Hypersonic Flows, The 15th International Conference on MHD Energy conversion, Moscow, pp. 399-416, 2005.
- 11) T. Fujino, T. Yoshino, and M. Ishikawa: Numerical Analysis of Reentry Trajectory Coupled with Magnetohydrodynamics Flow Control, *Journal of Spacecraft and Rockets*, **45**, No. 5, pp. 911-920, 2008.
- 12) Owens, Robert V.: Aerodynamic characteristics of spherically blunted cones at Mach numbers from 0.5 to 5.0., NASA-TN-D-3088, 1965.
- 13) Sutton, K. and Graves, R. A.: A General Stagnation-Point Convective-Heating Equation for Arbitrary Gas Mixtures, NASA, TR R-376, 1971.
- 14) Park, C.: Assessment of Two-Temperature Kinetic Model for Ionizing Air, *J. of Thermophysics and Heat Transfer*, **3**, No. 3, pp.233-244, 1989.
- 15) Park, C., Jonn, T. H., Richard L. Jaffe., and Graham, V. Candler.: Review of Chemical-Kinetic Problems of Future NASA Mission, 11: Mars Entries, *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, **8**, No. 1, 1994.
- 16) Park, C., and Ahn H-K.: Stagnation-Point Heat Transfer Rates for Pioneer-Venus Probes, *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, **13**, No. 1, 1999.
- 17) Park, C et al.: Chemical-Kinetic Parameters of Hyperbolic Earth Entry, 2001.
- 18) Fujita, K., Sumi, T., Yamada, T., and Ishii, N.: Heating Environment of a Venus Entry Capsule in a Trail Balloon Mission, *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, **20**, No. 3, 2006.
- 19) Lee, E-S., Park, C., and Chang, K-S.: Shock-Tube Determine of CN Formatio Rate in a CO-N2 Mixture, *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, **21**, No. 1, 2007.
- 20) Sutton, G. W., and Sherman, A.: Engineering Magnetohydrodynamics, Dover Publications, Inc., New York, 1993.
- 21) Wada, Y. and Liou, M. S.: A Flux-Splitting Scheme with High-Resolution and Robustness for Discontinuities, AIAA paper 94-0083, 1994.
- 22) Yoon, S., and Jameson, A.: Lower-upper symmetric-Gauss-Seidel method for the Euler and Navier-Stokes equations, *AIAA journal*, **26**, No. 9, pp.1025, 1026, 1988.
- 23) 中田高義, 高橋則雄: 「電気工学の有限要素法」, 第 2 版, 森北出版, 1986.
- 24) Mitcheltree, R. A. and Gnoffo P. A.: Wake Flow About the Mars Pathfinder Entry Vehicle, *Journal of Spacecraft and Rockets*, **32**, No. 5, pp.771-776, 1995.
- 25) Justh H. L.: Mars Global Reference Atmospheric Model 2010 Version: Users Guide, NASA/TM-2014-217499, 2014.

表面摩擦抵抗分布の計測

栗田 充, 飯島秀俊
宇宙航空研究開発機構

Measurement of Skin Friction Distribution

by
Mitsuru Kurita, Hidetoshi Iijima
Japan Aerospace Exploration Agency

ABSTRACT

This paper describes a method to measure skin friction distributions on wind tunnel test model. Skin friction is one of the major sources of airplane drag. Two optical measurement methods are described in this paper. One method measures the thickness and tracks the movement of luminescent oil flowing along the test model surface, which shows qualitative skin friction distribution on the model. Another method measures quantitatively local skin friction. The two optical measurement methods are combined then quantitative skin friction distribution is measured. To demonstrate its validity, the method has been applied to an incompressible flow around a vortex generator on a flat plate. As a result, the method measured successfully quantitative skin friction distribution of the flow around the vortex generator.

1. はじめに

空気抵抗を低減させ、燃費の良い航空機を開発する技術の獲得は、我が国の航空機開発における国際競争力確保において重要である。原油価格が高騰し環境への意識が高まる中、空気抵抗低減技術は益々重要な意味を持つ。

これからの航空機の機体設計は、従来のトータルの空気抵抗での評価ではなく、各抵抗成分(Profile Drag, Induced Drag, Wave Drag)の発生をコントロールする周到な設計技術が必須になると考えられる。旅客機は、全抵抗の内、表面摩擦抵抗の占める割合が最も高い。そのため、最も低減を効率良く下げる方法のひとつは表面摩擦抵抗を低減させることである。

表面摩擦抵抗を低減させるためには、まずは表面摩擦抵抗を調べるための計測技術が必要である。しかし、表面摩擦抵抗は風洞計測の中で最も難しい計測項目のひとつであり、世界的に見ても計測技術が成熟しているとは言えない。

本研究は、表面摩擦抵抗の分布を定量的に面で計測する手法の開発を目的としている。表面摩擦抵抗を面で計測できれば、どこにどれだけの摩擦抵抗が分布しているかが一目で分かる。そのため、流れ場を詳細に解析することができ、設計を有利に進めることに役立つ。ここでは、オイルフロー法を基礎技術とし、油膜法に optical flow 画像処理技術を組み合わせ、さらに干渉法を組み合わせることで、詳細な表面摩擦抵抗の分布を定量的に面計測する手法について述べる。

2. 計測手法

本研究はオイルフロー法に基づく油膜法と干渉法を組合せる。本研究の手法の概要を第1図に示す。

油膜法は模型表面にオイルを塗布し、その流れを観察する手法である。複雑な流れ場でも適用できるが、油膜法のみでは表面摩擦抵抗の定量値を得ることは困難である。そこで、まず、油膜法は定性的な表面摩擦抵抗の分布のみを求めることとし、別の手法を組み合わせることで定量値に変換することを考える。

干渉法は模型表面にオイルを薄く塗布し、時間とともに変化するオイル厚みを光学的に計測する手法である。複雑な流れ場には適用しにくい、表面摩擦抵抗を定量的に計測できる。

そこで、本研究では油膜法に干渉法を組み合わせ、油膜法で得た定性的な表面摩擦抵抗分布を干渉法で定量化する

ことで、最終的に定量的な表面摩擦抵抗の分布を計測する方法を試みる。

3. 実験装置

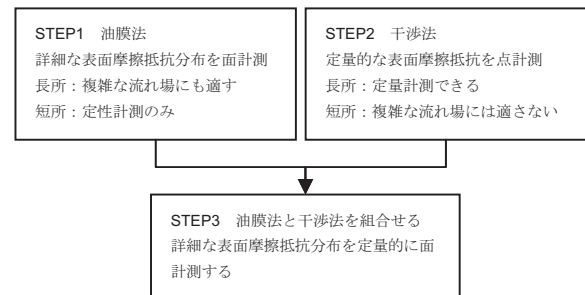
3-1 風洞

風洞は JAXA の研究用の低速風洞を使用した。吹き出し口は 304 mm×304 mm である。テストセクションの周りは防音用の小屋になっており本研究では暗室として利用する。

3-2 模型

模型は第2図に示す幅 304 mm×長さ約 800 mm×厚み 10 mm の平板である。材質はアルミ合金であり、先端断面は半円形になっている。境界層を乱流に遷移させるため、平板模型の前縁部にディスク型及びカーボランダムによるラフネスを設置している。平板模型は風洞の左右の黒色の側壁により水平に支えられており、模型の上下は解放されている。

平板模型の上面側に、高さ 15 mm×長さ 60 mm×厚さ 0.3 mm のボルテックスジェネレータを設置する。主流方向に対するボルテックスジェネレータの横滑り角は 20 deg である。ボルテックスジェネレータは渦を発生させることで境界層内の流れと外側の流れを混合させて流れの剥離を抑えるために使うデバイスである¹⁻³⁾。航空機では翼の失速を抑えるための重要なデバイスとして使われている。しかし、ボルテックスジェネレータは抵抗を増加させる。そのため、ボルテックスジェネレータまわりの流れ場を調べ抵抗の発生具合を調べることは航空機の抵抗を低減させるうえで重要である。



第1図 計測手法の概要

風速は 31 m/s とした。模型前縁からボルテックスジェネレータ設置位置の距離で算出した主流のレイノルズ数は $Re_x = 7.8 \times 10^5$ である。

3-3 光学計測システム

3-3-1 油膜法の光学計測システム

油膜法の光学計測システムを第3図(a)に示す。計測システムはオイルを励起して発光させるための光源とオイルの発光を計測するためのカメラで構成される。

光源は浜松ホトニクス社の青色 LED である。LED の発光波長の中心は 470 nm である。カメラは Allied Vision Technologies 社の Prosilica GX6600 モノクロカメラを使用する。ピクセル数は 6576×4384 である。カメラの解像度は高いが、油膜法ではフレームレートを優先させるために、4 ピクセルのビニングを行い、階調 8 bit、フレームレート 10 fps で計測をしている。焦点距離 50 mm のカメラレンズを使用し、しぼりは 5.6 とした。また、レンズには 530 nm 短波長カットフィルタと 750 nm 長波長カットフィルタを重ねて設置することでオイルの発光以外の光の入射を低減させている。

本手法はカメラからの大容量データを高速に記録する必要がある。カメラは 2 本の LAN ケーブルでデータを転送できる。そこで、PC にはデータの高速転送用に Intel 社のダブルポート LAN ボードを搭載させ、データの高速記録用に OCZ 社の SSD ボードを搭載させている。また、カメラ制御ソフトは Norpix 社の StreamPix6 を使用した。オイルの発光強度を強くさせるために、平板模型表面に薄い白色のシートを貼っている。

3-3-2 干渉法の光学計測システム

干渉法の光学計測システムを第3図(b)に示す。計測システムは干渉縞を発生させるための光源と干渉縞を計測するためのカメラで構成される。

光源は発光波長約 590 nm の低圧ナトリウムランプを使用し、模型の広範囲を照射できるように反射板を風洞上に設置している。

カメラは油膜法と同じ GX6600 モノクロカメラである。干渉法は、高い空間解像度が計測精度を確保するために有利である。そのため、ビニングは行わず 6576×4384 の最大ピクセル数で計測している。一方で、フレームレートは遅くともよいので、階調は 14bit とする。接写リングを介した焦点距離 105mm レンズに低圧ナトリウムランプの発光波長と同じ 590nm のバンドパスフィルタを設置して撮影を行う。レンズのしぼりは 11 である。

模型表面はアルミ合金の持つ酸化被膜のために、無垢のままでは明確な干渉縞を得ることは難しい。そのため、模型表面に模型に約 70 μm 厚のカプトンテープを貼ることでより明確な干渉縞が得られるようにしている。

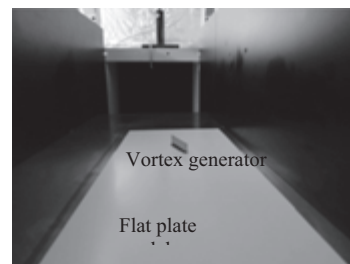
3-4 オイル

本研究で使用するオイルは信越シリコン社のシリコンオイルである。各々用途に応じて異なる粘度のオイルを使用している。

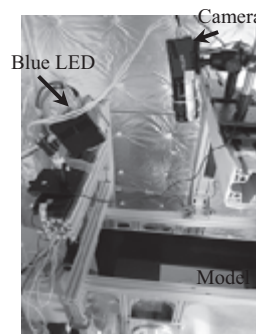
3-4-1 油膜法のオイル

油膜法で使用するオイルは信越シリコン社のシリコンオイル KF-96-200cs である。シリコンオイルは透明なので蛍光インクを混ぜることで発光させる。

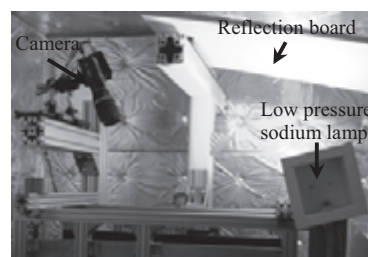
オイルは模型表面に薄く塗る。これは、後に述べるが、オイル厚みとオイル発光強度の関係が出来る限り線形な範囲にオイルの厚みを制限するためである。本研究では、まず、オイルをスポイドで模型表面に少量たらし、これをスポンジで軽くたたくことで薄くのばしている。



第2図 平板模型とボルテックスジェネレータ

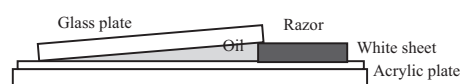


(a) 油膜法



(b) 干渉法

第3図 計測システム



第4図 オイル厚みと発光強度の計測

3-4-2 油膜法のオイル厚みの計測

油膜法のオイル厚みをオイル発光強度から計測する。第4図に示すように、平板模型に貼ったものと同じ白色シートを貼ったアクリル板の上に 30 mm 角のガラス板を置き、そのガラス板の一端に厚さ 0.1 mm のカミソリ刃を挟ませた装置を作る。風洞試験で使用するオイルを下側の板に塗布し、その上からガラス板を押しつけてテープで固定することにより、板の隙間にくさび型のオイル溜まりを作る。第3図の計測システムをこの装置に適用することにより、オイル厚みと発光強度の関係を得る。

3-4-3 干渉法のオイル

干渉法で使用するオイルは信越シリコン社の透明なシリコンオイル KF-96-50cs である。干渉縞はオイル厚みが薄くないと観測できない。そのため、オイルは模型表面に小型のヘラで微少量のみを局所的に塗布する。

3-5 通常のオイルフロー

本手法の妥当性を確認するため、ボルテックスジェネレータまわりの流れに対して通常のオイルフローもあわせて実施する。オイルは二酸化チタンをオレイン酸でねったものを信越シリコン社のシリコンオイル KF-96-10cs で溶いてつくる。オイルの塗り方は油膜法の方法と同じであり、

スポンジで軽くたたくことで模型表面に薄くのばしている。なお、模型表面は白い酸化チタンとのコントラストを良くするために黒色のシートを貼っている。

3-6 データ処理手法

3-6-1 油膜法

本研究は前後の画像フレームから画像上の物体の動きを検出する optical flow により模型表面に塗布したオイルの動きをとらえることで表面摩擦抵抗の分布を計測する⁴⁻⁸⁾。

本研究では以下の仮定を行う。仮定 1)から 9)はオイルフローと計測に関する仮定であり、仮定 10)から 12)は optical flow に関する仮定である。

- 1) オイルの流れは遅い粘性流れである。
- 2) オイルの厚みは薄い。
- 3) オイルの発光強度はオイルの厚みに比例する。
- 4) 摩擦力は空気とオイルとの境界面で共に等しい。
- 5) 摩擦力によるオイル層内のオイルの速度はオイル厚みに比例する。
- 6) 模型表面でオイルは動かない。
- 7) 空気とオイルとの境界面におけるオイル表面の速度は、オイル表面における主流境界層の速度と等しい。
- 8) 計測されるオイル速度は、オイル厚み内における平均速度である。
- 9) オイルは、空間的に一様で時間的に変動のない光源により照射されている。
- 10) 前フレームで注目している点が次のフレームで別の位置に移動したとき、移動前後で発光強度が同じである。
- 11) 画像の各点の速度ベクトルは滑らかにしか変化しない。
- 12) 模型表面とカメラのCCD面は平行に設置されている。

本研究では、画像ピクセル位置 (x, y) における x 方向のオイルの速度成分を $u_{x,y}$ 、 y 方向のオイルの速度成分を $v_{x,y}$ 、オイルの粘性係数を μ 、オイル厚みを $z_{x,y}$ として、画像ピクセル位置 (x, y) における x 方向の摩擦成分 $\tau_{x,x,y}$ 及び y 方向の摩擦成分 $\tau_{y,x,y}$ を式(1)及び式(2)から求める。

$$x \text{ 方向の摩擦成分: } \tau_{x,x,y} = \mu \frac{\partial u_{x,y}}{\partial z_{x,y}} \quad (1)$$

$$y \text{ 方向の摩擦成分: } \tau_{y,x,y} = \mu \frac{\partial v_{x,y}}{\partial z_{x,y}} \quad (2)$$

まず、画像ピクセル位置 (x, y) におけるオイル速度成分 $u_{x,y}$ 、 $v_{x,y}$ を求める。Optical flow に関する仮定 10)から発光強度を I 、時間を t として次式を得る。

$$I(x+dx, y+dy, t+dt) = I(x, y, t) \quad (3)$$

時間変化と空間的変化が小さいとしてテイラー展開し、2次以上のオーダーを無視することで次式を得る。

$$I_x u + I_y v + I_t = 0 \quad (4)$$

ここに、 I_x, I_y, I_t はそれぞれ画像の x 方向、 y 方向、時間 t における偏微分である。また、 $u = \frac{\partial x}{\partial t}$ と $v = \frac{\partial y}{\partial t}$ は画像 x 方向と y 方向の速度ベクトル成分であり、これらが optical flow で求めるべきオイルの速度となる。なお、仮定 10)がオイルフローで完全に成立することは難しいが、撮影のフレームレートをオイルの動きに対して十分速くすることで近い値が得られると考えた。

速度成分 u と v を得るためには、仮定 11)の滑らかさの拘束から式(5)の評価関数を定義し、これを最小化することにより、式(6)及び式(7)を得る。⁸⁾

$$C = \sum_x \sum_y \{ (I_x u + I_y v + I_t)^2 + \lambda (u_x^2 + u_y^2 + v_x^2 + v_y^2) \} \quad (5)$$

ここで、 u_x, u_y, v_x, v_y はそれぞれ速度ベクトルの x 方向、 y 方向の偏微分であり、 $u_{x,y}, v_{x,y}$ は画像ピクセル位置 (x, y) における速度 u, v の平均値である。なお、式(5)の λ は第1項と第2項のバランスをとるための重みであり、本研究では $\lambda=1$ としている。

$$u_{x,y} = \overline{u_{x,y}} - I_x \frac{I_x u_{x,y} + I_y v_{x,y} + I_t}{4\lambda + I_x^2 + I_y^2} \quad (6)$$

$$v_{x,y} = \overline{v_{x,y}} - I_y \frac{I_x u_{x,y} + I_y v_{x,y} + I_t}{4\lambda + I_x^2 + I_y^2} \quad (7)$$

$$\overline{u_{x,y}} = \frac{1}{4} (u_{x+1,y} + u_{x-1,y} + u_{x,y+1} + u_{x,y-1}) \quad (8)$$

$$\overline{v_{x,y}} = \frac{1}{4} (v_{x+1,y} + v_{x-1,y} + v_{x,y+1} + v_{x,y-1}) \quad (9)$$

本研究では、初期値を、 $\overline{u_{x,y}}^{(0)} = 0, \overline{v_{x,y}}^{(0)} = 0$ とし、式(10)と式(11)の繰り返し漸近法で $u_{x,y}$ と $v_{x,y}$ の値を求める。

$$u_{x,y}^{(k+1)} = \overline{u_{x,y}^{(k)}} - I_x \frac{I_x \overline{u_{x,y}^{(k)}} + I_y \overline{v_{x,y}^{(k)}} + I_t}{4\lambda + I_x^2 + I_y^2}, k = 0, 1, \dots \quad (10)$$

$$v_{x,y}^{(k+1)} = \overline{v_{x,y}^{(k)}} - I_y \frac{I_x \overline{u_{x,y}^{(k)}} + I_y \overline{v_{x,y}^{(k)}} + I_t}{4\lambda + I_x^2 + I_y^2}, k = 0, 1, \dots \quad (11)$$

画像ピクセル位置 (x, y) における速度 $u_{x,y}$ と $v_{x,y}$ は全ての計測画像の前フレームと後フレームのペアで同様に算出され、最後にそれらの平均値を求める。なお、Optical flow の計算終了条件は、 u と v の両方で反復間の計算値の違いが0.01%以下の収束または最大反復回数500回とした。

次に、オイルの厚みを求める。仮定 6)及び仮定 9)から、画像のピクセル位置 (x, y) におけるオイル発光強度 I を、発光物質特性に関する係数 a 、励起光源強度 I_{ex} 及びオイル厚み z により式(12)で表す。つまり、オイル発光強度はオイル厚みを示す。なお、発光強度も全ての計測画像枚数の平均値を使う。

$$I_{x,y} = a I_{ex} x y z_{x,y} \quad (12)$$

最後に、式(1)と式(2)から、optical flow で求めたオイルの速度 $u_{x,y}, v_{x,y}$ (式10及び11)をオイルの厚みと直結する発光強度 $I_{x,y}$ (式12)で割り算することで摩擦力を求める。なお、油膜法の発光物質特性に関する係数 a 、励起光源強度 I_{ex} 及びオイルの粘性係数 μ は一定値($=1$)として扱う。また、本計測システムにおいて、隣り合う画像ピクセル間におけるLED励起光の空間的変化は小さく、カメラのフレームレートを速くすることで前後フレーム間の励起光の時間的変化も小さくなるとみなした。

画像は通風開始前から計測を始めているが、データ処理には気流速度が静定した250枚目からボルテックスジェネレータまわりにオイルが十分存在する500枚目までの画像のみを使用している。

3-6-2 干渉法

模型表面に塗布されたオイルは表面摩擦力によって流れられ、オイル厚みは時間とともに減少していく。この現象を利用して表面摩擦抵抗係数 C_f を次式から算出する。^{9,10)}

$$C_f = \frac{\tau_w}{q_\infty} = \frac{(2n_0/\lambda) \cos(\theta_r) (\Delta s_{n+1} - \Delta s_n)}{\int_{t_n}^{t_{n+1}} (q_\infty/\mu) dt} \quad (13)$$

ここで、 τ_w は表面摩擦力、 n_0 はオイル屈折率、 θ_r はオイル屈折角、 λ は光源の波長、 Δs は干渉縞の間隔、 q_∞ は主流動圧、 μ はオイルの粘性係数である。添え字 $n, n+1$ は、計測の順番を示しており、計測時刻 t と Δs が対応する。

オイル粘性係数は温度によって変化するため、本研究ではオイル温度を気流温度と等しいと仮定してオイル粘性係数を補正している。

4. 結果

4-1 通常のオイルフロー

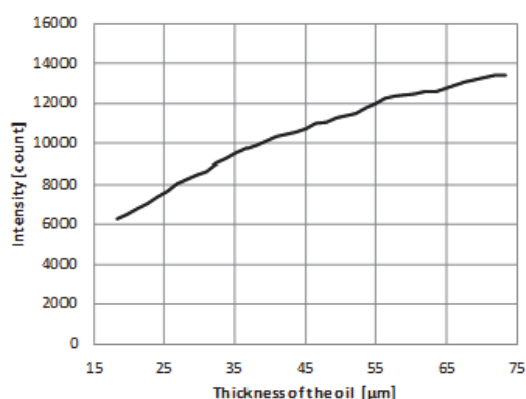
第5図に通常のオイルフローによるボルテックスジェネレータまわりの流れの可視化写真を示す。

まず、ボルテックスジェネレータ上流側で、流れが左右に分かれている。

次に、ボルテックスジェネレータ右側では下流から見て左回りの渦が発生している。また、ボルテックスジェネレータ下流側で下流に向かって広がる形のオイルパターンとなるのは、ボルテックスジェネレータ下流側で下



第5図 通常のオイルフローによるボルテックスジェネレータまわりの流れの可視化



第6図 オイル厚みと発光強度の関係

流から見て右回りの渦が先ほどの左回りの渦のとなりに生じるためではないかと考えられる。

最後に、ボルテックスジェネレータ左側ではボルテックスジェネレータ前縁から回り込む流れと、その流れがボルテックスジェネレータにぶつかり下流から見て左回りの渦を発生させている様子が分かる。

4-2 油膜法のオイル厚さと発光強度の関係

第6図にオイル厚さと発光強度の関係を示す。カメラは14 bit で計測している。オイル厚みと発光強度はなだらかな曲線を描くが、40 μm 程度までの薄い範囲ではほぼ線形な関係を示す。そこで、本研究ではオイル厚みの上限を40 μm として計測を行った。

4-3 表面摩擦抵抗分布の計測

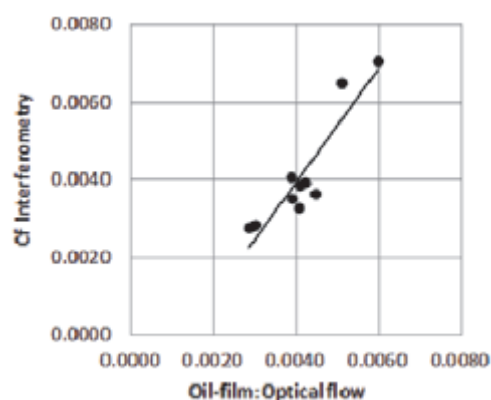
油膜法で得た定性的な表面摩擦抵抗分布に干渉法で得られる定量値を組み合わせることで、定量的な表面摩擦抵抗分布を得る。

まず、干渉法により、局所位置における表面摩擦抵抗の定量値を計測する。第7図に干渉法によるボルテックスジェネレータまわりの計測の様子を示す。

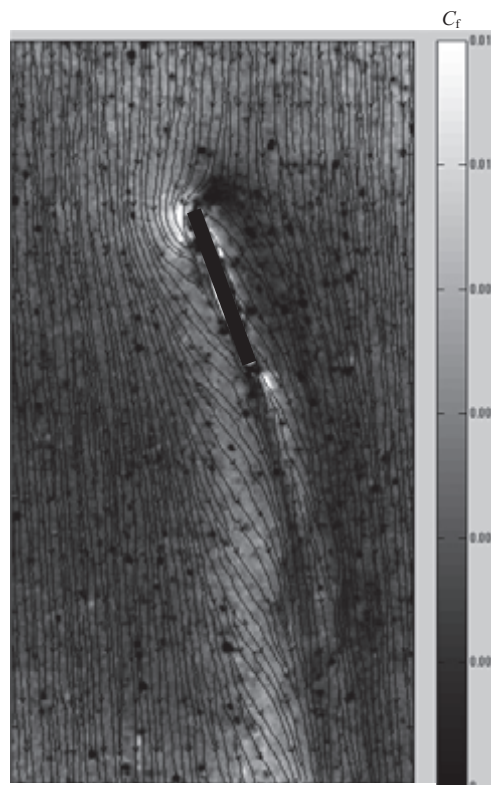
次に、面計測を行う。油膜法で得た値と干渉法で計測した表面摩擦抵抗係数 C_f の関係を第8図に示す。バラつきは



第7図 干渉法によるボルテックスジェネレータまわりの表面摩擦抵抗計測



第8図 油膜法で得た値と干渉法で計測した C_f の関係



第9図 表面摩擦抵抗の分布

あるものの両者は相関を持つ。そこで、第 8 図から近似直線を求め較正式を得る。

最後に、第 8 図で得た較正式により油膜法で得た値を定量化したものを第 9 図に示す。第 9 図からは、ボルテックスジェネレータ前縁で加速して回り込む流れにより大きな表面摩擦抵抗が生じている様子が明確に分かる。また、ボルテックスジェネレータの下流側には境界層内の流れに外側の強い流れを混合させた渦によって大きな表面摩擦抵抗を持つ領域が広範囲に分布していることが分かる。なお、図中に点状に見える模様はノイズであり、原因はオイルに付着したほこりである。

第 9 図から表面摩擦抵抗の方向を確認する。まず、ボルテックスジェネレータ上流部で、流れが左右に分かれている様子が分かる。

次に、ボルテックスジェネレータ右側では下流側から見て左回りの渦が発生している。さらに、ボルテックスジェネレータ下流あたりで、先ほどの左回りの渦のとなりに、下流側から見て右回りの渦が生じることで、表面摩擦抵抗が下流に向かって広がる形のパターンになっていることが確認できる。

最後に、ボルテックスジェネレータ左側ではボルテックスジェネレータ前縁から急激に回り込む流れが明確に観測できる。その流れはボルテックスジェネレータにぶつかり下流から見て左回りの渦を発生させている。

上述した表面摩擦抵抗の方向は第 5 図に示した通常のオイルフローによる可視化結果と良く一致する。

本手法はどこにどれだけの表面摩擦抵抗が発生しているかが一目で分かることが最大の利点である。ここでは見やすくするため線の数を少なくして表示しているが、第 9 図の表面摩擦抵抗のベクトルは全ピクセルで算出されるため詳細な流れ場診断が可能なので、渦や剥離を伴う複雑な流れ場にも適用できる。また、表面摩擦抵抗の方向を数値情報として得られることも従来のオイルフローと大きく異なる利点である。これらの利点から本手法は空力デバイスの評価や CFD の妥当性評価等に役立つ。

今後、本手法の改良すべき点としては、透視投影¹¹⁾等を加えることによってカメラ設定の自由度を確保するとともに 3 次元模型への適用を可能にすること等があげられる。

5. 結論

本研究は表面摩擦抵抗の分布を定量的に面計測する手法を開発した。風洞実験の結果、詳細な表面摩擦抵抗の分布の定量計測に成功した。本手法はどこにどれだけの表面摩擦抵抗が発生しているかが一目で分かることが最大の利点である。また、剥離を伴う複雑な流れ場に対しても適用でき、表面摩擦抵抗の方向を数値情報として得られることも従来のオイルフローと大きく異なる利点である。

今後、3 次元模型への適用に向け、技術的課題の解決を行っていく予定である。

謝辞

本研究の遂行において多大なご協力をいただいた、JAXA の満尾和徳氏、中北和之氏、小池俊輔氏、安養寺正之氏、浜本 滋氏、立花繁氏、風洞技術開発センター及び空力技術研究グループ、慶應義塾大学の Henny Bottini 氏、深瀬康二教授に感謝します。

The stay of Henny Bottini in JAXA/Keio University has been supported by the Erasmus Mundus EASED programme (Grant No. 2012-5538/004-001) coordinated by CentraleSupélec.

参考文献

- 1) 伊藤靖, 村山光宏, 山本一臣, 小池俊輔, 楠瀬一洋, 田中健太郎: 遷音速翼の後退角とボルテックスジェネレータ効果, 第52回飛行機シンポジウム講演集, 2014.
- 2) 小池俊輔, 伊藤靖, 楠瀬一洋, 中島努, 佐藤衛, 神田宏, 村山光宏, 中北和之, 山本一臣: 遷音速二次元翼に対する Vortex Generator 効果, JAXA-RR-14-002.
- 3) 加藤裕之, 松本学, 鳥居薫: 層流境界層内における縦渦による伝熱促進, 関東学生会第29回学生員卒業研究発表講演前刷集, 1990, pp. 133-134.
- 4) Liu, T., Montefort, J., Woodiga, S., Merati, P. and Shen, L.: Global Luminescent Oil-Film Skin-Friction Meter, AIAA Journal, Vol. 46, No. 2, 2008, pp. 476-485.
- 5) Liu, T. and Sullivan, P.: Luminescent Oil-Film Skin-Friction Meter, AIAA Paper-97-2216, 1997.
- 6) Horn, B. and Schunck, B.: Determining Optical Flow, Artificial Intelligence 17, 1981, pp. 185-203.
- 7) 角田智哉: 蛍光油膜による摩擦応力分布のイメージング技術の開発, 東北大学大学院工学研究科航空宇宙工学専攻修士論文, 2010.
- 8) 徐剛, 辻三郎: 3次元ビジョン, 共立出版, 2004.
- 9) 飯島秀俊, 栗田充, 満尾和徳, Henny Bottini, 深瀬 康二: オイルを用いた表面摩擦抵抗計測について, 日本航空宇宙学会北部支部2015年講演会, 2015.
- 10) Bottini, H., Kurita M., Iijima, H., Fukagata, K.: Effects of Wall Temperature on Low-Speed Skin-Friction Measurements by Oil-Film Interferometry, D26, 46th JSASS Annual General Meeting, 2015.
- 11) 佐藤淳: コンピュータビジョン, コロナ社, 2005.

大気圏再突入時における ESA ARD 周りのプラズマ流・電磁波解析

中里玲王¹, 高橋裕介², 大島伸行²

1. 北海道大学大学院工学院

2. 北海道大学大学院工学研究院

Plasma Flow and Electromagnetic Waves Analysis around ESA ARD during Atmospheric Reentry

by

Reo Nakasato, Yusuke Takahashi, Nobuyuki Oshima

ABSTRACT

In the phase of planetary atmospheric reentry, a strong shock wave is generated and the strong aerodynamic heating appears. Gas temperature in front of the vehicle exceeds 10,000K and chemical reactions occur behind the shock wave. Because the reentry vehicle is damaged by the aerodynamic heating, accurate evaluation of the aerodynamic heating in plasma flow is necessary for design and development of the vehicle. In addition, radio frequency blackout can occur during reentry. In terms of the estimation of the communicationable time, to reveal electromagnetic behavior is essential. In this paper, three-dimensional numerical analysis was conducted to consider an angle of attack and unstructured grids were used. Moreover electromagnetic waves analysis was conducted by using the FD2TD (Frequency-Dependent Finite Difference Time Domain) method. We reproduced the actual flow field around ARD (Atmospheric Reentry Demonstrator) which was launched by the European Space Agency (ESA) in 1998 and investigated the flow properties and the plasma attenuation. As a result of this study, physical properties were obtained by CFD and electromagnetic waves behavior around ARD was revealed.

1. はじめに

惑星大気圏突入時における再突入機近傍では、その突入速度が高速であることから様々な物理現象が生じる。再突入機前方には強い衝撃波が形成され、その機体周りには強い空力加熱が生じ、衝撃波後方では気体温度が 1 万 K を超えることがある。これにより電離や解離などの化学反応を伴ったプラズマ流となる。再突入機がこのような過酷な環境にさらされ、ダメージを受けることから、空力加熱環境を正確に予測することは再突入機の設計・開発において重要である。加えて、衝撃層のプラズマ中にある電子が電磁波を吸収・反射する性質により、電磁波の伝播が阻害される通信ブラックアウト現象が生じ得る。この通信ブラックアウトも再突入機の惑星大気圏突入問題の一つであり、通信可能時間の正確な見積りの点においても電磁波の挙動を正しく評価することが必須である。そのためにも衝撃層内におけるプラズマ流の挙動を正確に評価する必要がある。

再突入機周りの高エンタルピー流の調査手法として、実飛行試験や極超音速風洞、衝撃風洞、衝撃波管をはじめとする各種地上設備や数値解析が挙げられる。実飛行試験では実際の現象を捉えることができる一方、多大なコストがかかることや、気流計測をすることが場合によっては困難であることが問題である。各種地上設備では実飛行試験よりもコストが抑えられる一方で、実際の流れ場の再現が困難であることや、風洞によっては高エンタルピー流の持続時間が極めて短く計測が難しいこと等の問題がある。一方で、近年の計算機環境の発展や計算アルゴリズムの進歩、物理モデルの精緻化に伴い、惑星大気圏突入時の環境を低コストかつ高精度で明らかにする上で数値解析が有効な手法になりつつある。また、再突入機周りの電磁波挙動を明らかにする方法として、数値解析は有効な手法の一つである。

通信ブラックアウト評価に関する先行研究としては、欧州宇宙機関 (ESA) により再突入試験が行われた ARD (The Atmospheric Reentry Demonstrator)¹⁾ 近傍の流れ場に対して、2 次元軸対称を仮定した解析が高橋ら^{2) 3)}により行われている。この研究において、電磁波解析の手法として FD2TD (Frequency-Dependent Finite Difference Time Domain) 法^{4) 5)}を用いて通信ブラックアウト時の電磁波挙動に関する研究が

なされている。しかし、そこでは迎角が考慮されていないために、実際の流れ場が完全には再現できていないことから、電磁波の強い減衰を捉えきれていない。

そこで本研究では、先行研究と同様の ARD に対して、迎角を考慮するために 3 次元での流体解析及び電磁波解析を行い、大気圏突入時の通信ブラックアウト予測ツールを開発することを目的とする。特に流体解析では、複雑な形状でも格子生成を容易にできる非構造格子を用いて行うことにより、実際の流れ場を再現して電磁波解析に用いるプラズマデータを得る。

2. 解析対象

本研究で取り上げる大気圏再突入機 ARD¹⁾は、ESA の有人飛行プログラムの一環で行われた ARD 計画で用いられたものである。その形状を図 1 に示す。1998 年 10 月 21 日に ARIANE5 によって打ち上げられ、高度 830km に達した後、再突入飛行を行い太平洋上に着水した。ARD 再突入試験では、加速度や迎角などの物理量が取得された。

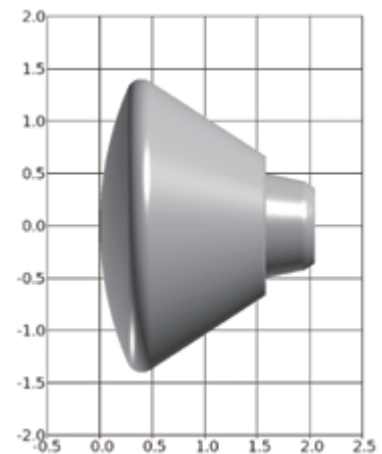


図 1. ARD 形状¹⁾

また、再突入飛行時には ARD と追尾・データ中継衛星 TDRS (Tracking and Data Relay Satellite) 及び航空機との間で通信が行われている。高度 90km～45km において ARD と GPS 衛星との間で通信ブラックアウトが生じ、TDRS との間で通信電磁波の減衰が生じた。このとき、TDRS との通信周波数は 2.267GHz に設定されていた。

ARD の形状は, Apollo コマンドモジュールの 70%スケールダウンで, 最大直径が 2.8m である. 機体は主に frontshield section, rear-cone section, back-cover section の 3 つで構成される. nose radius は 3.36m, 円錐部の half-angle が 33° である.

本研究では, 図 1 の ARD 周りにおいて高度 85km (マッハ数 27) 条件に対しての流れ場を解析対象とする. このときの実飛行試験により得られた再突入速度及び通信電磁波の減衰は, それぞれ文献 1) から読み取られる. なお, 図 2 及び図 3 は文献 1) の値を読み取り作成したグラフである. 図 3 において, 大きな傾向として高度を下げるにつれ, 高度 70km 付近までは電磁波の減衰が大きくなり, その後さらに高度を下げるに従って電磁波の減衰が小さくなっていることが読み取られる.

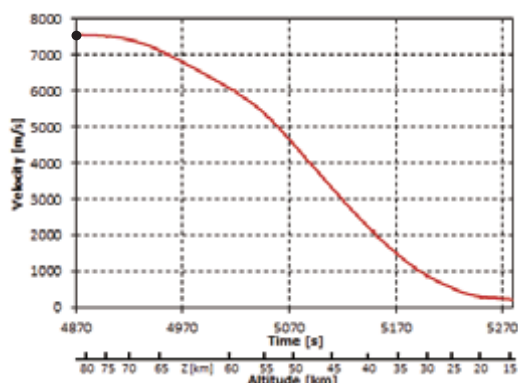


図 2. ARD reentry trajectory ¹⁾

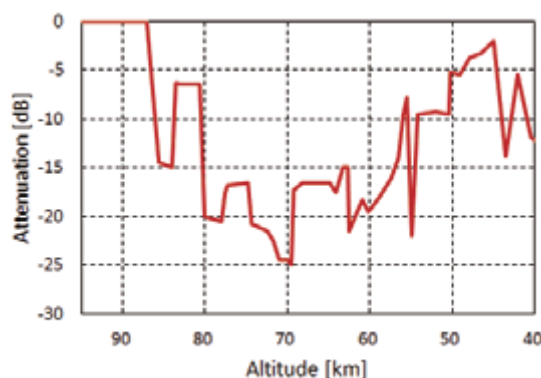


図 3. Plasma attenuation ¹⁾

3. 数値解析モデル

3-1. 流体解析モデル

流れ場は連続かつ層流とし, 気体は空気であることを仮定する.

大気圏突入環境での流れ場の熱力学状態を適切に再現するため熱化学的非平衡な実在気体効果を仮定する. すなわち, 有限速度の化学反応を考慮し, また温度を並進温度, 回転温度, 振動温度及び電子温度に分離した 4 温度モデルを用いて数値解析を行う.

支配方程式は, 化学反応及び内部エネルギーモード間のエネルギー交換を考慮した熱化学的非平衡流において用いられる, 化学種ごとの質量保存則及び振動, 回転, 電子エネルギー保存則が付加された圧縮性 Navier-Stokes 方程式と状態方程式である.

本研究では, 高温領域における空気の解離・電離などの化学反応を再現するために, 11 の化学種 ($N_2, O_2, NO, N_2^+, O_2^+, NO^+, N, O, N^+, O^+, e^-$) に対して 49 化学反応を考慮した Park のモデル ⁶⁾ を用いる.

内部エネルギー交換モデルについては並進, 回転, 振動及び電子エネルギーモード間において, すべてのエネルギーモード間のエネルギー交換を考慮する. 並進 - 回転エネルギー交換速度は Parker のモデル ⁷⁾ を用いる. 並進 - 振動, 回転 - 振動エネルギー交換速度は Millikan のモデル ⁸⁾ に Park の補正 ⁹⁾ を用いる. 並進 - 電子エネルギー交換速度は Appleton らの電子と重粒子間弾性衝突によるエネルギー交換モデル ¹⁰⁾ を用いる. 回転 - 電子エネルギー交換は文献 11) により考慮する. 電子 - 振動エネルギー交換速度は Lee が提案した式 ¹²⁾ を用いる. また, 化学反応に伴う回転・振動エネルギー損失については非選択的解離反応モデル ¹³⁾ を用いる.

解析領域には図 4 に示すように流入部(Inlet), 流出部(Outlet), 壁面部(Wall)の 3 つの境界が存在しており, それぞれ条件を与える. 流入部では流入条件とし, 高度 85km における物理量を与える. 流出部ではすべての流れの物理量を 0 次外挿法により決定する. 壁面部では壁面法線方向の圧力勾配なし, 滑りなし壁とする. また, 壁面温度に関しては冷温壁条件として 273K で固定, 化学種質量に対しては非触媒性を仮定する. 解析格子は, ARD 壁面近傍で三角柱のプリズム層を, その他の領域では四面体の非構造格子を用いた.

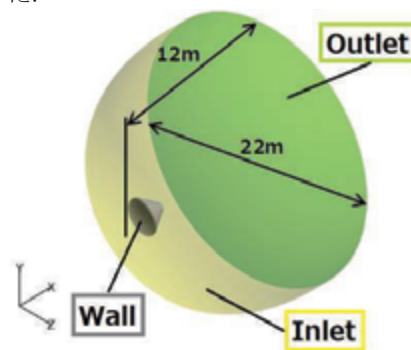


図 4. 流体解析領域と境界条件

3-2. 流体解析手法

本研究では, JAXA (宇宙航空研究開発機構) において開発された汎用圧縮性流体解析ソフトウェア FaSTAR (FaST Aerodynamic Routine) ^{14) 15)} に, 実在気体効果を組み込んだバージョンである RG-FaSTAR ¹⁶⁾ を用いた.

数値流束の評価として, 対流項に MUSCL (Monotonic Upstream-centered Scheme for Conservation Laws)法を内挿して高精度化を図った AUSM⁺up スキーム ¹⁷⁾ を用いた.

ここで, MUSCL 法は以下の式で表される.

$$\begin{cases} u_L = u_j + \frac{1}{4}\varepsilon[(1-k)\bar{\Delta}_- + (1+k)\bar{\Delta}_+]_j & (3.1) \\ u_R = u_{j+1} - \frac{1}{4}\varepsilon[(1-k)\bar{\Delta}_+ + (1+k)\bar{\Delta}_-]_{j+1} & (3.2) \end{cases}$$

ただし,

$$\bar{\Delta}_- = \min \text{mod} (\Delta_+, b\Delta_-) \quad (3.3)$$

$$\bar{\Delta}_+ = \min \text{mod} (\Delta_-, b\Delta_+) \quad (3.4)$$

$$(\bar{\Delta}_-)_j = u_j - u_{j-1}, \quad (3.5)$$

$$(\bar{\Delta}_+)_j = u_{j+1} - u_j, \quad (3.6)$$

式(3.1), 式(3.2)中の ε が, $\varepsilon = 0$ のとき一次精度, $\varepsilon = 1$ のとき二次精度となる. また, 粘性項は 2 次精度の中心差分で解析を行った.

変数の空間勾配計算には重み付け Green-Gauss 法を用いた。

時間積分法として陰解法を用いるが、熱化学的非平衡流を扱う場合、流体の特性時間と化学反応の特性時間の違いにより、数値解析上の硬直性の問題 (stiffness) が生じる。このことから、LU-SGS (Lower-Upper Symmetric Gauss Seidel) 法¹⁸⁾を、化学反応の生成項のみを陰的に扱う Point-implicit 法¹⁹⁾とともに用いる。

3-3. 電磁波解析モデル

電磁波の挙動はマクスウェル方程式により表される。解析には、分散性媒質であるプラズマに対して有効な FD2TD 法⁴⁾を用いる。この手法は Yee's cell⁵⁾の上でマクスウェル方程式を空間的に離散化し、時間領域で解くものである。

本研究において、1次 Drude 分散を仮定し、複素比誘電率 ϵ_r^* を次のように与える。

$$\epsilon_r^* = 1 + \frac{\omega_p^2}{\omega(iv_c - \omega)} = 1 + \chi(\omega) \quad (3.7)$$

ここで ω_p 、 v_c 及び $\chi(\omega)$ はそれぞれ角周波数 ω におけるプラズマ角周波数、電子衝突周波数及び電気感受率である。また、 i は虚数単位である。複素比誘電率 ϵ_r^* は比誘電率 ϵ_r と電気伝導率 σ を用いて次のように表される。

$$\epsilon_r^* = \epsilon_r + \frac{\sigma}{i\omega\epsilon_0} \quad (3.8)$$

ここで、

$$\epsilon_r = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + v_c^2} \quad (3.9)$$

$$\sigma = \frac{\epsilon_0\omega_p^2}{\omega^2 + v_c^2}v_c \quad (3.10)$$

である。

解析領域は、図5に示すように、一辺 6m の立方体である。この FD2TD 計算空間に、プラズマ流解析によって得られたプラズマ角周波数 ω_p 及び電子衝突周波数 v_c をマッピングする。ただし、プラズマ角周波数 ω_p 及び電子衝突周波数 v_c はそれぞれ次のように表される。

$$\omega_p = \sqrt{\frac{e^2 X_e}{m_e \epsilon_0}} \quad (3.11)$$

$$v_c = \sum_{s=1}^{ns=11} X_s \pi \Omega_{s,e} \sqrt{\frac{8kT_e}{\pi m_e}} \quad (3.12)$$

ここで、 e は電気素量、 X_s は化学種 s の数密度、 m_e は電子質量、 ϵ_0 は真空の誘電率、 k はボルツマン定数、 T_e は電子の温度である。なお、式(3.12)中の衝突断面積 $\pi\Omega_{s,e}$ については、Gupta らのモデル²⁰⁾により求めているが、e-N 及び e-O の組み合わせについては Fertig らのモデル²¹⁾²²⁾が用いられている。

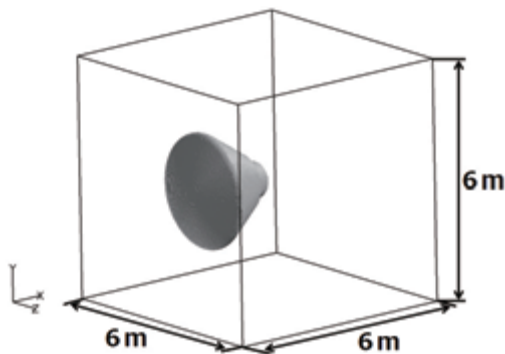


図5. 電磁波解析領域

すべての境界に対して、吸収境界で反射のない条件である Mur の境界条件を用いる。また、解析領域中の透磁率 μ は真空中での透磁率 μ_0 と等しいものと仮定する。

3-4. 計算条件

流体解析については、表1に示すように高度 85km の条件について、迎角 20° を考慮した解析を行った。

また、電磁波解析については、表2に示すように実飛行試験と同様の条件である、TDRS アンテナとの通信周波数 2.267GHz として解析を行った。

表1. 流体計算条件

Altitude	85 km
Number of cells	13,285,755
Angle of attack	20 deg.
Mach number	27.4
Free stream velocity	7,577 m/s
Free stream temperature	191K
Free stream density	$8.183 \times 10^{-6} \text{ kg/m}^3$
Reynolds number	1.38×10^4
Accuracy of convection term	1st 10%, 2nd 90%

表2. 電磁波計算条件

Number of cells	45,000,000
TDRS link Frequency	2.267 GHz

4. 結果と考察

流体解析結果のうち、圧力分布と電子数密度分布をそれぞれ図6、図7に示す。圧力の大きい領域では電子数密度も大きいことがわかる。ARD 前方の、電子数密度の大きい領域では電磁波の伝播が阻害されるものと考えられる。

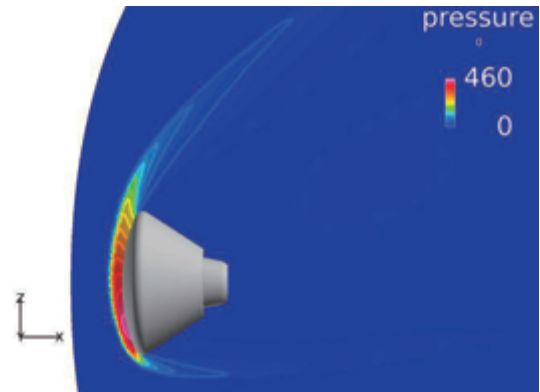


図6. 圧力分布 (zx 平面)

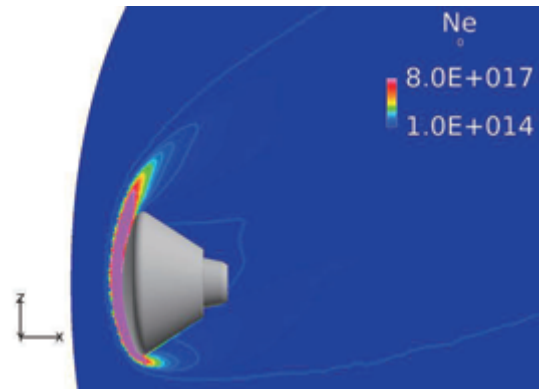


図7. 電子数密度分布 (zx 平面)

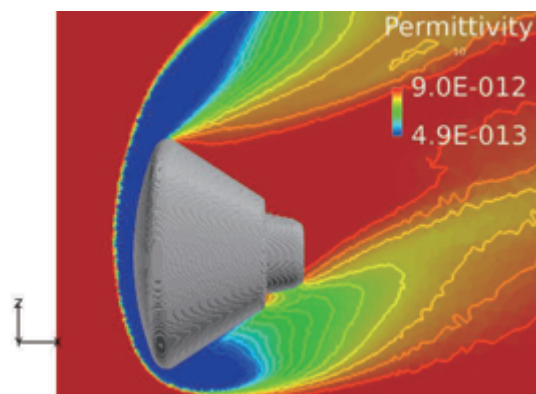


図 8. 誘電率分布 (zx 平面)

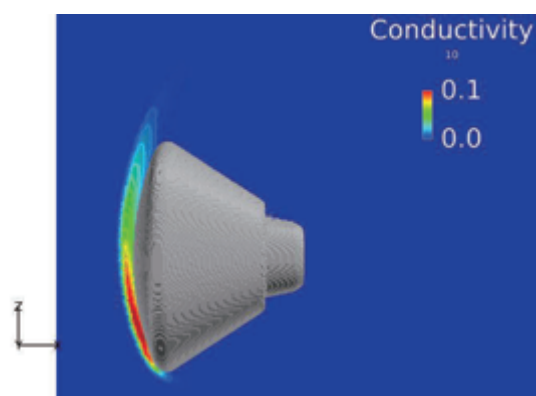


図 9. 電気伝導率分布 (zx 平面)

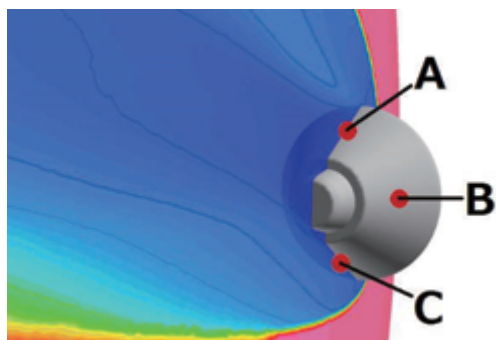


図 10. アンテナの位置

電磁波解析領域における誘電率分布と電気伝導率分布をそれぞれ図 8, 図 9 に示す. 一般的に, 誘電率が 0 より小さいと電磁波の反射が起こり, 電気伝導率が大きいと電磁波の減衰が顕著になる. 図 8 及び図 9 から, ARD 前方では電磁波の反射や減衰が大きく, 後方では電磁波の反射や減衰が小さいと考えられる. このことから, 後方には電磁波が伝播されるものと考えられる. また, 図 8 からアンテナの位置により電磁波の挙動が異なることが考えられるが, 実飛行中のアンテナの位置が明らかではないことから, 図 10 に示すようにアンテナの位置として代表的な 3 か所 (A,B,C) を仮定し, それぞれの場合について解析を行う.

電磁波解析結果のうち, 電場の絶対値 $|E|$ の常用対数分布について, 図 10 に示すアンテナ位置 A の結果を図 11 に, 位置 B の結果を図 12 に, 位置 C の結果を図 13 に示す.

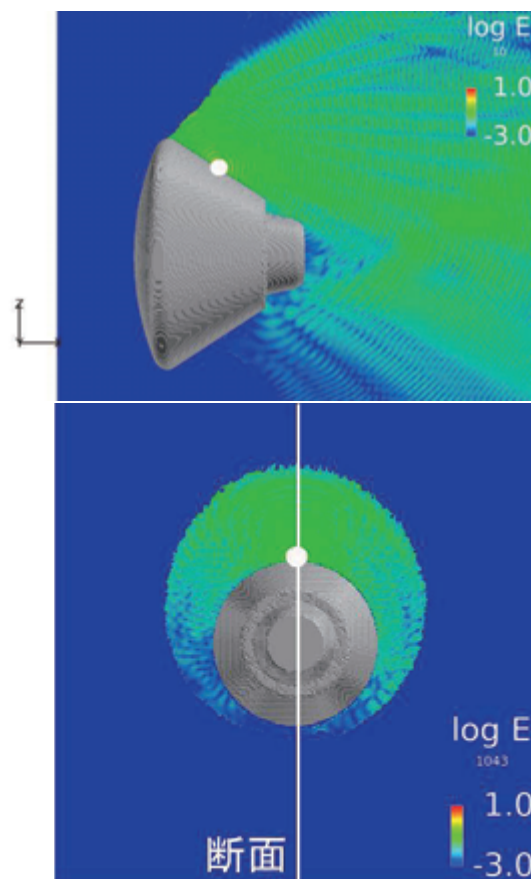


図 11. アンテナ位置 A での電場対数分布

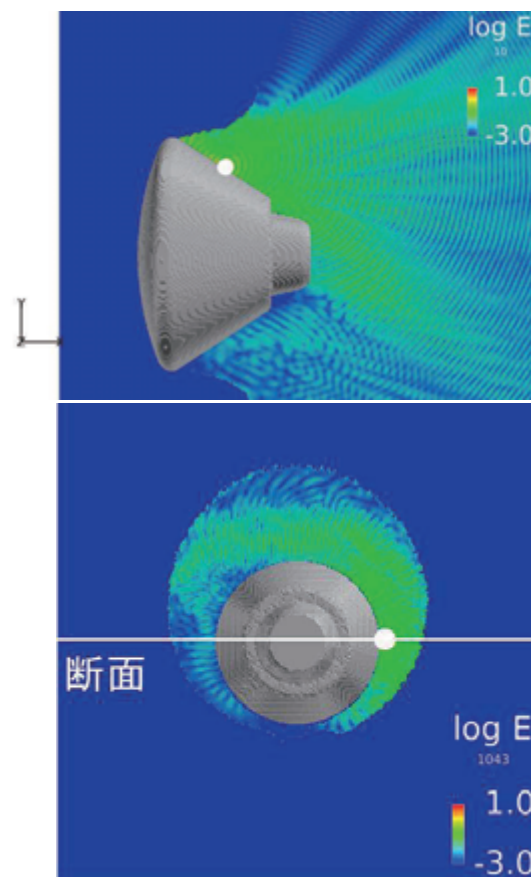


図 12. アンテナ位置 B での電場対数分布

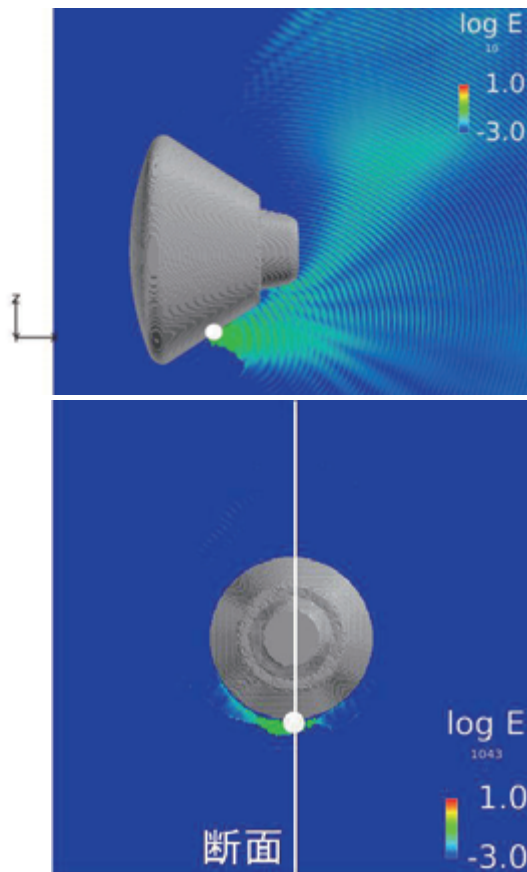


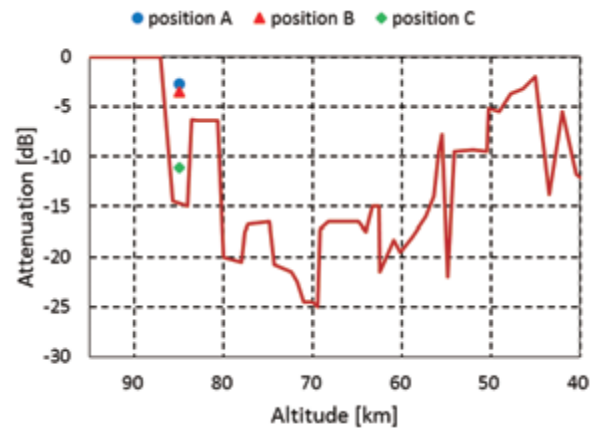
図 1 3. アンテナ位置 C での電場対数分布

す。ただし、図 1 1～図 1 3 中に示す白点はアンテナの位置を表している。いずれも電磁波は前方には伝播せず、後方に伝播していることがわかる。アンテナが位置 A にある場合は電磁波が後方に十分伝播していることが確認されるが、アンテナが位置 C にある場合には電磁波の減衰が大きいことがわかる。このことから、位置 A 及び位置 B にアンテナがある場合は ARD 後方に TDRS があれば通信できるが、アンテナが位置 C にある場合は通信が不安定になる可能性があると考えられる。

電磁波の減衰 G_{PA} については、次の式を用いて求めた。

$$G_{PA} = 10 \log \frac{\sum I_{bd}^2}{\sum I_{bd,free}^2} \quad (4.1)$$

ここで、 I_{bd} は解析領域の境界面における電流であり、 $I_{bd,free}$ はプラズマがない場合の境界面での電流である。 $\sum I_{bd}^2$ 及び $\sum I_{bd,free}^2$ は図 5 に示す ARD 側面側に位置する y 方向、z 方向の 4 境界における各電流値の二乗の和である。図 3 より、実飛行試験により得られた減衰値は、解析条件付近の 90km～80km 付近においてほぼ 0dB から -15dB を観測している。一方で本解析により得られた減衰値はアンテナが位置 A にあるとき -2.74dB、位置 B にあるとき -3.52dB、位置 C にあるとき -11.1dB である。これらの値を図 3 のグラフ上にプロットしたものを図 1 4 に示す。解析結果は、実験での変動幅を示唆するように姿勢条件により大きく減衰率が異なり、3 つの姿勢の減衰率は実験変動幅と概ね対応する。実飛行試験に対しては、高度 85km の解析結果のうち最も減衰の大きいアンテナ位置 C における減衰値が最も近い結果となっている。本解析で得られた 1 ケースのみでは、この通信ブラックアウト予測ツールの有用性に対して十分な検討ができないことから、他の高度に

図 1 4. 電磁波減衰値の計測値¹⁾と解析値の比較

おける解析も行い、更に得られた電磁波の減衰に対してこの予測ツール検証を行っていく必要がある。

5. 結論

欧州宇宙機関により再突入試験が行われた ARD (The Atmospheric Reentry Demonstrator) 近傍の流れ場に対して、非構造格子対応の高エンタルピー流解析ソフトウェア RG-FaSTAR を用いてプラズマ流解析を行った。さらに、そこで得られたプラズマデータを用いて電磁波解析を行った。高度 85km における ARD 周りのプラズマ諸量及び電磁波挙動が明らかにされた。

今後は、通信ブラックアウト予測ツールの有用性に対して、ケースが少なく検証を十分に行うことができなかったことから、電磁波の減衰が顕著な高度 70km など、他の高度における解析を行い、電磁波の挙動を明らかにしていく必要があると考えられる。

謝辞

本研究は JSPS 科研費 26820366 の助成を受けて行われた。本解析は北海道大学情報基盤センターの HITACHI SR16000 モデル M1、及び九州大学情報基盤研究開発センターの HITACHI HA8000-tc/HT210 を用いて行った。また本解析結果は、宇宙航空研究開発機構が所有する高速流体解析ソフトウェア「FaSTAR」を利用することにより得られたものである。

参考文献

- 1) P. Tran, J. C. Paulat and P. Boukhobza, "Re-entry Flight Experiments Lessons Learned - The Atmospheric Reentry Demonstrator ARD," *Education Notes RTO-EN-AVT-130 - Flight Experiments for Hypersonic Vehicle Development*, Vol. 10, 2007, pp. 10-1 - 10-46.
- 2) 高橋裕介, 山田和彦, 安部隆士, "欧州 ARD の地球大気突入時における通信ブラックアウトに関する研究", 平成 24 年度衝撃波シンポジウム, 1A3-4, March 13-15, 2013.
- 3) Y. Takahashi, K. Yamada and T. Abe, "Prediction Performance of Blackout and Plasma Attenuation in Atmospheric Reentry Demonstrator Mission," *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 51, No. 6, pp. 1954-1964, 2014.
- 4) K. S. Yee. "Numerical Solution of Initial Boundary Value Problems Involving Maxwell's Equation Isotropic Media,"

- IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol. 14, No. 3, pp. 303–307, 1966.
- 5) K.S. Kunz and R.J. Luebbers, "The Finite Difference Time Domain Method for Electro-magnetics", *CRC Press*, Boca Raton, 1993.
 - 6) C. Park, "Assessment of a Two-Temperature Kinetic Model for Dissociating and Weakly Ionizing Nitrogen". *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, Vol.2, No.1, pp.8-16, Jan.-March 1988.
 - 7) Parker, J. G., "Rotational and Vibrational Relaxation in Diatomic Gases," *The Physics of Fluids*, Vol. 2, No.4, July-Aug., 1959, pp. 449-462.
 - 8) Millikan R. C. and White D. R., "Systematics of Vibrational Relaxation," *Journal of Chemical Physics*, Vol. 139, 1963, pp. 3209-3213.
 - 9) Park C., "Rotational Relaxation of N₂ Behind a Strong Shock Wave," *AIAA Paper* 2002-3218, 2002.
 - 10) Appleton J. P. and Bray K. N. C., "The Conservation Equations for a Nonequilibrium Plasma," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 20, part 4, June 1964, pp.659-672.
 - 11) Lazdinis, S. S. and Petrie S. L., "Free Electron and Vibrational Temperature Nonequilibrium in High Temperature Nitrogen," *Physics of Fluids*, Vol. 17, No. 8, Aug, 1974, pp. 1539-1546.
 - 12) Lee J. -H., "Electron-Impact Vibrational Relaxation in High-Temperature Nitrogen," *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, Vol.7, No.3, 1993, pp. 399-405.
 - 13) Gnoffo P. A., Gupta R. N. and Shinn J. L., "Conservation Equations and Physical Models for Hypersonic Air Flows in Thermal and Chemical Nonequilibrium," *NASA TP-2867*, Feb. 1989.
 - 14) 橋本敦, 村上桂一, 青山剛史, 菱田学, 大野真司, 坂下雅秀, ラフルパウルス, 佐藤幸男 "高速流体ソルバ FaSTAR の開発" 第4 2 回流体力学講演会/航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム 2 0 1 0, JAXA-SP-10-012 pp.79-84.
 - 15) A. Hashimoto, K. Murakami, T. Aoyama, K. Ishiko, M. Hishida, M. Sakashita, P. Lahur, "Toward the Fastest Unstructured CFD Code 'FaSTAR'," *AIAA-2012-1075*.
 - 16) 中里玲王, 高橋裕介, 大島伸行, 溝渕泰寛, 村上桂一 "大気圏再突入時における ESA ARD 周りの高エンタルピー流に関する非構造格子解析モデルの検証" 第4 6 回流体力学講演会/第3 2 回航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム論文集, JAXA-SP-14-010 pp.145-149.
 - 17) E. Shima and K. Kitamura, "Parameter-Free Simple Low-Dissipation AUSM-Family Scheme for All Speeds," *AIAA Journal*, Vol. 49, No. 8, 2011, pp. 1693-1709.
 - 18) Jameson A. and Yoon S., "Lower-Upper Implicit Schemes with Multiple Grids for the Euler Equations," *AIAA Journal*, Vol. 25, No. 7, 1987, pp. 929-935.
 - 19) Bussing T. R. A. and Murman E. M., "A Finite Volume Method for the Calculation of Compressible Chemically Reacting Flows," *AIAA Paper* 85-331, 1985.
 - 20) Gupta, R. N., Yos, J.M., Thompson, R. A., and Lee, K.-P., "A Review of Reaction Rates and Thermodynamic and Transport Properties for an 11-Species Air Model for Chemical and Thermal Nonequilibrium Calculations to 30000K," *NASA RP-1232*.
 - 21) Fertig, M., Dohr, A., and Frühauf, H.-H., "Transport Coefficients for High-Temperature Nonequilibrium Air Flows," *AIAA Paper* 98-2937.
 - 22) Fertig, M., Dohr, A., and Frühauf, H.-H., "Transport Coefficients for High-Temperature Nonequilibrium Air Flows," *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, Vol. 15, No. 2, 2001, pp. 148-156.

スーパークリティカル翼における 遷音速バフェットの数値解析

竹川 国之(菱友システムズ), 石向 桂一, 石田 崇, 橋本 敦, 青山 剛史 (JAXA)

Numerical simulation of transonic buffet over a super-critical airfoil

Kuniyuki Takekawa (Ryoyu Systems Co.)

Keiichi Ishiko, Takashi Ishida, Atsushi Hashimoto, Takashi Aoyama (JAXA)

Abstract

Predicting buffet over an airfoil is one of the challenging problems for current CFD because the phenomenon is complex and unsteady. In this paper, we conduct a simulation of the transonic buffet over a super-critical airfoil using FaSTAR code which is the unstructured CFD code developed by JAXA. Zonal DES approach is employed for the flow simulations, which is RANS/LES hybrid approach. Results are compared with the past research and the experimental data.

1. 研究背景・目的

CFDを用いた航空機の空力特性の予測では、乱流モデル等の進展により、特に巡航状態においては信頼性の高い結果が得られるようになった。一方で剥離・振動といった非定常現象が発生する巡航以外の条件では、依然としてCFDの信頼性は低い。第5回抵抗予測ワークショップ(DPW5)では、高迎角の条件で各国の計算結果が比較されたが、巡航状態と比べ結果に大きなばらつきがあることが明らかとなった^[1]。剥離を含む高迎角の解析はCFDにとって依然として大きな課題となっており、そのため航空機開発においてはCFDの適用は巡航状態とその周辺に限られている。非定常現象解析に対する信頼性を向上させ、その適用範囲を広げ、フライトエンベロップ全体を解析できるようにすることが現在のCFDの課題であると言える^{[2][3]}。

航空機における代表的な非定常現象としてバフェットが存在する。この現象は、遷音速で飛行時に翼上面で発生した衝撃波が、衝撃波背後で発生した剥離によって振動する現象であり、機内の乗り心地や飛行の安全性に影響を及ぼすことが知られている。本研究では航空機の非定常現象解析に対する信頼性向上に向けた研究の一環として遷音速の高迎角流れを対象とし、数値解析によるバフェットの再現を目的としてスーパークリティカル翼型の遷音速バフェット解析を行う。解析対象として実験および計算データのあるスーパークリティカル翼型のOAT15A翼型を採用する^{[4][5]}。解析手法にはZonal DES^[5]を採用する。

2. 数値解析手法

2. 1 計算格子

計算格子にはC型の構造格子を用いた。格子の概要図をFig. 1に示す。外部境界は翼表面からコード長 c の80倍の距離に設けており、スパン方向はコード長 c の0.26倍に取っている。

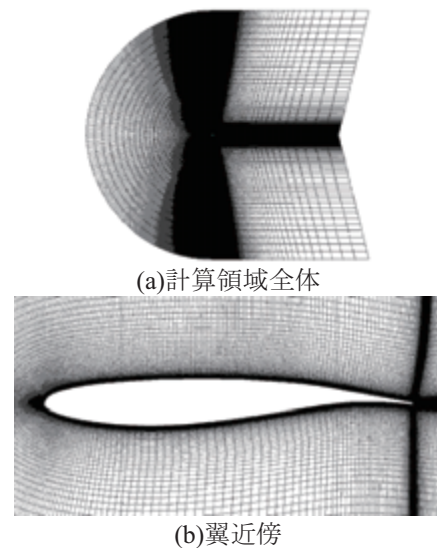


Fig. 1 計算格子概要

壁面第1層目の格子間隔は y^+ が1程度になるように $8 \times 10^{-6}c$ とした。格子点数は周方向、半径方向およびスパン方向に $501 \times 161 \times 101$ 点とし、総格子点数は約800万点となった。衝撃波波面の移動を精度良く捉えるために翼上面側に格子点数の配分を大きくしてある。

2. 2 流体解析ソルバ

流体解析ソルバにはJAXAが開発を行っている圧縮性流体解析ソルバのFaSTAR^[6]を用いる。本研究に用いる主な手法をTable 1に示す。

Table 1 解析手法

支配方程式	3次元圧縮性NS方程式
離散化手法	セル中心有限体積法
非粘性流束	SLAU ^[7]
勾配評価	GLSQ
勾配制限関数	Hishida
空間精度	2次精度
時間積分法	LU-SGS
乱流モデル	SA-DES ^[8]

時間積分には三点後退差分とLU-SGS陰解法を組み合わせた疑似時間進行を行う。

非定常流体解析のため、RANS/LESのハイブリッド手法を採用し、本研究ではZonal-DES^[5]を用いる。RANS/LESハイブリッド手法であるDES, DDESおよびIDDESでは、RANS領域の厚みは長さスケールや渦粘性の大きさから自動的に決定される。一方Zonal DESにおいては、RANSで解く領域を壁面距離で陽に指定する必要がある。本研究ではDeckらの論文に倣い、RANSから得られた定常場における付着衝撃波根元の境界層厚さを採用する。

2. 3 解析条件

解析条件をTable 2にまとめる。これらのパラメータはDeckらの論文に準拠している^[5]。

Table 2 解析条件

主流マッハ数	0.73
迎角	3.5 deg.
レイノルズ数	3.0×10^6
時間刻み幅	0.0005
内部反復回数	4

これらの条件を基準として、時間積分の内部反復回数、RANS領域の厚みおよび計算領域の大きさの影響を調査する。

RANS領域の厚みに関しては、事前の検討解析の結果、境界層厚さは $8.892 \times 10^{-3}c$ となった。以降ではこの境界層厚さを基準厚み l_0 とする。

スペクトル解析にはBurgの最大エントロピー法を用い、次数を1400、データ数は25000で評価を行う。

3. 解析結果

3. 1 内部反復回数の影響

時間積分における内部反復回数の影響を調査するため、内部反復回数4回および100回の解析を行い、比較を行った。RANS領域の厚みは基準厚みとした。

スパン中心断面における翼表面上の時間平均Cp分布および変動圧力RMS分布をそれぞれFig. 2, Fig. 3に示す。時間平均Cp分布に関してはほぼ一致した結果となっている。変動圧力RMS分布に関しては、衝撃波の変動位置の中心は一致しているが、大きさに若干の差が見られる。スパン中心断面におけるコード方向の各位置での変動圧力に対するスペクトル解析を行った結果をFig. 4に示す。Fig. 4よりピーク周波数位置、SPL最大値およびスペクトル波形に大きな差は見られず、内部反復回数のスペクトルに対する影響は本解析においては小さいものとみなせる。

3. 2 RANS領域の厚みの影響

内部反復回数を4回に固定し、RANS領域の厚みを変えて影響を調査した。採用する厚みは基準厚み l_0 の0.5倍、1.0倍、1.5倍である。

Fig. 5にスパン中心断面における時間平均Cp分布を示す。厚みが小さくなるほど衝撃波位置が上流側に移動している。Fig. 6, Fig. 7にスパン中心断面における変動圧力RMS分布および翼表面上面側の変動圧力RMSをそれぞれ示す。厚みが小さくなるほど衝撃波変動中心の位置が上流側に移動している。スパン中心断面におけるコード方向の各位置での変動圧力に対するスペクトル解析を行った結果をFig. 8に示す。RANS領域の厚みが大きくなるほど特徴的なピークが表れていることが分かる。

3. 3 計算領域の影響

計算領域の幅の影響を調査するため、スパン方向に倍の計算領域を取った格子を用いて解析を行った。内部反復回数は4回、RANS領域の厚みは基準厚み l_0 の1.5倍を採用した。

スパン中心断面上での時間平均Cp分布をFig. 9示す。計算領域の幅による違いは殆ど見られず、両者はほぼ一致した。スパン中心断面における変動圧力RMS分布および翼表面上面側の変動圧力RMSをそれぞれFig. 10, Fig. 11に示す。図より衝撃波の変動中心の位置には殆ど差が見られないことが判った。スパン中心断面におけるコード方向の各位置での変動圧力に対するスペクトル解析を行った結果をFig. 12に示す。ピークに若干のずれは有るが、概ね両者が一致し、計算領域のスペクトルに対する影響は本解析においては小さいものとみなせる。

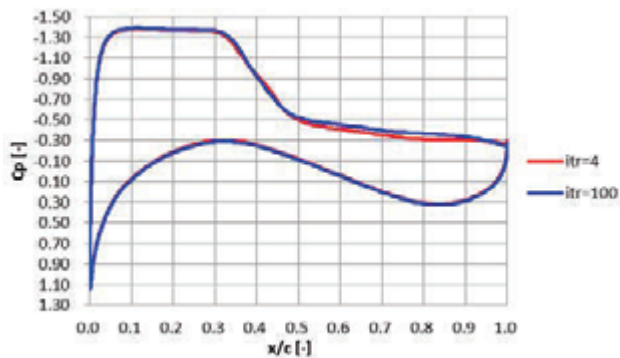


Fig. 2 スパン中心断面における時間平均Cp分布

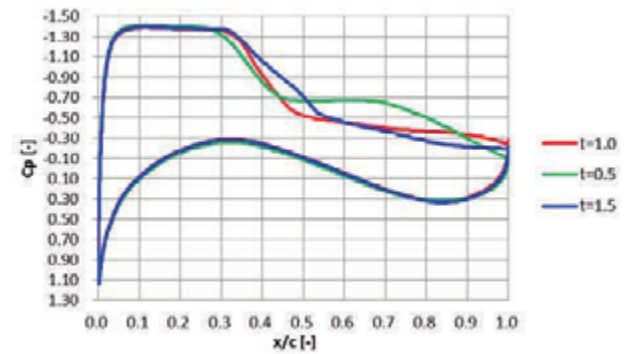
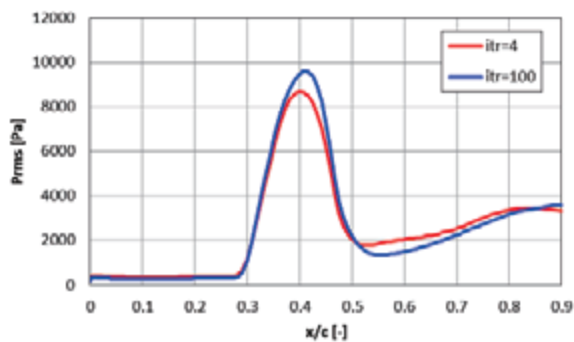
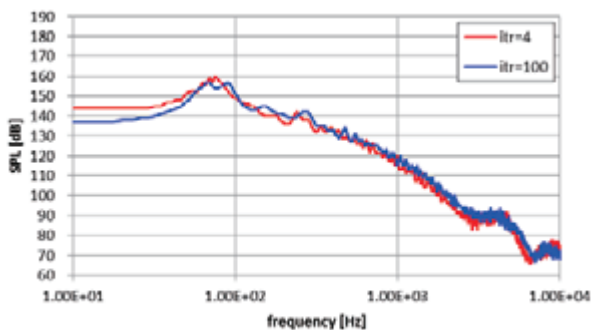
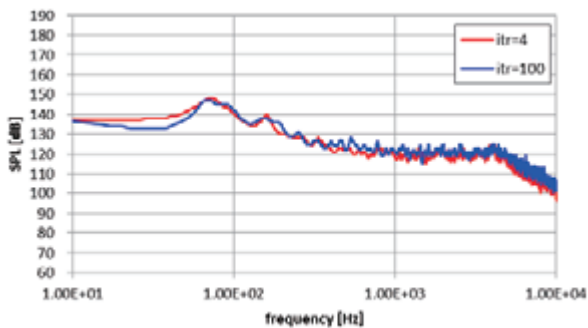


Fig. 5 スパン中心断面における時間平均Cp分布

Fig. 3 スパン中心断面における
翼表面上面側の変動圧力RMS

(a)x/c=0.4



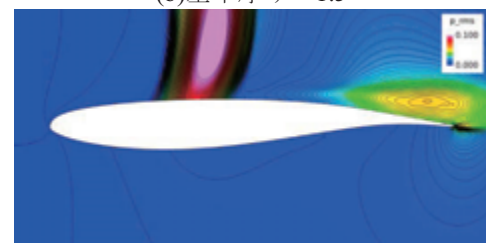
(b)x/c=0.9

Fig. 4 スパン中心断面における
翼上面変動圧力に対するスペクトル解析

(a)基準厚み

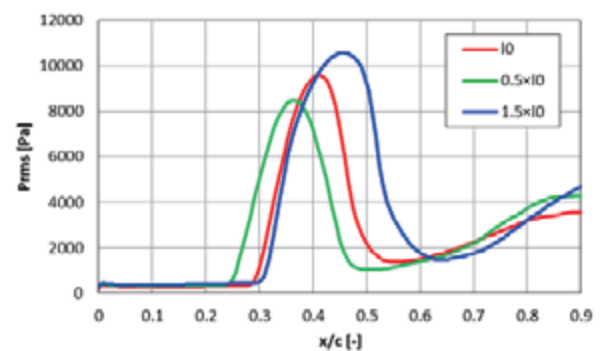


(b)基準厚み×1.5



(c)基準厚み×0.5

Fig. 6 スパン中心断面における変動圧力RMS分布

Fig. 7 スパン中心断面における
翼表面上面側の変動圧力RMS

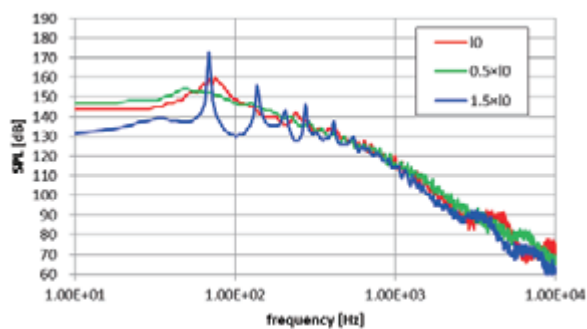
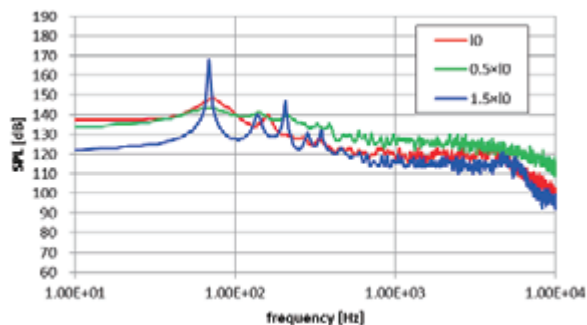
(a) $x/c=0.4$ (b) $x/c=0.9$

Fig. 8 スパン中心断面における翼上面変動圧力に対するスペクトル解析

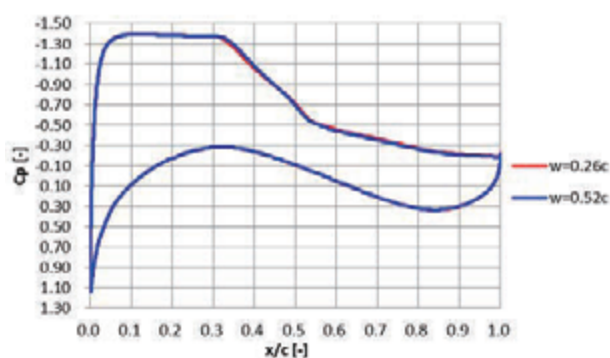


Fig. 9 スパン中心断面における時間平均Cp分布



(a) 計算領域幅0.26c



(b) 計算領域幅0.52c

Fig. 10 スパン中心断面における変動圧力RMS分布

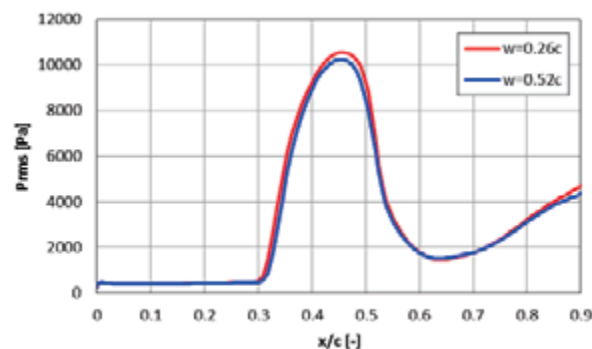


Fig. 11 スパン中心断面における翼表面上面側の変動圧力RMS

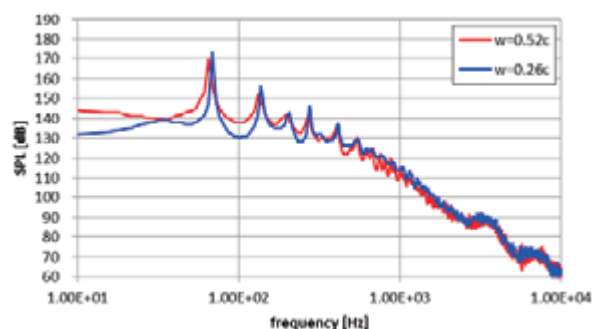
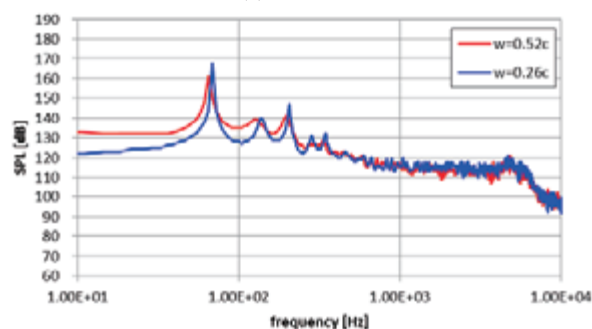
(a) $x/c=0.4$ (b) $x/c=0.9$

Fig. 12 スパン中心断面における翼上面変動圧力に対するスペクトル解析

3. 4 先行研究との比較

Deckらによる先行研究^[5]との比較を行い、計算結果の妥当性を検証した。比較には内部反復回数4回、スパン幅0.26c、基準厚み $l_0 \times 1.5$ の計算結果を用いた。参考のため、同じ解析条件のもとに得られたIDDESの結果もプロットした。

Fig. 13はスパン中心断面における時間平均Cp分布の比較図である。スパン中心断面上における変動圧力RMS分布および翼上面側の変動圧力RMSをそれぞれFig. 14, Fig. 15に示す。これらの結果より、Zonal DESの結果は実験およびDeckらの結果に近いものとなっているが、IDDESの結果は衝撃波変動中心が上流側へと移動していることが分かる。

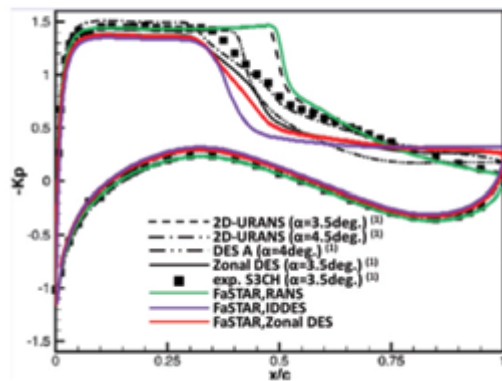
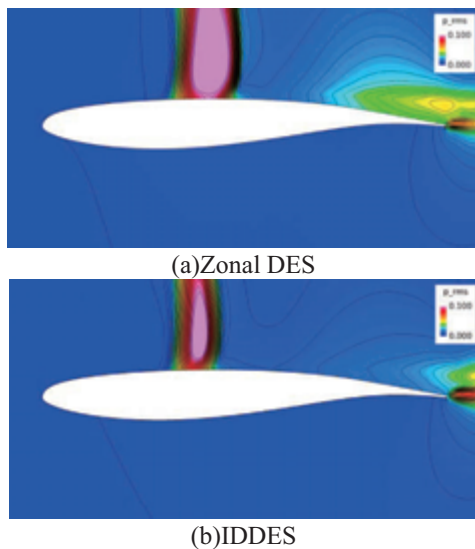
Fig. 13 スパン中心断面における時間平均 C_p 分布

Fig. 14 スパン中心断面における変動圧力RMS分布

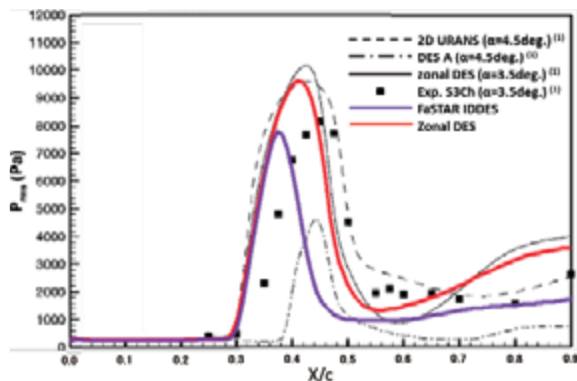


Fig. 15 スパン中心断面における翼表面上面側の変動圧力RMS

スパン中心断面におけるコード方向の各位置での変動圧力に対するスペクトル解析を行った結果をFig. 16に示す。Zonal DESの結果は実験およびDeckらの結果とピーク周波数位置やスペクトル波形も良く一致している。一方、IDDESではピーク周波数がずれており、かつ全体的なSPLのレベルも低くなっており、実験およびDeckらの結果と乖離が大きい。

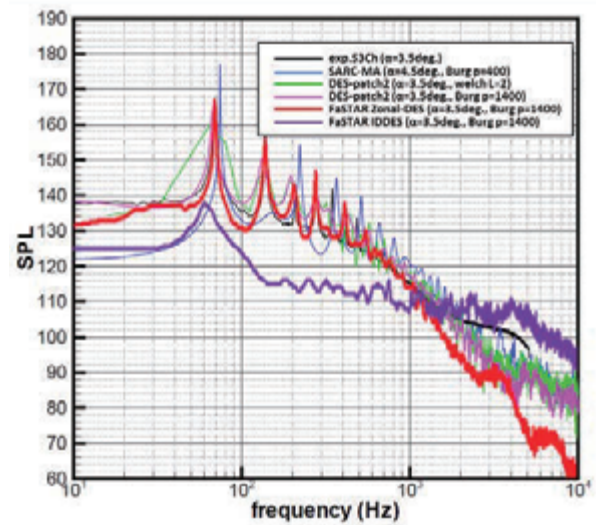
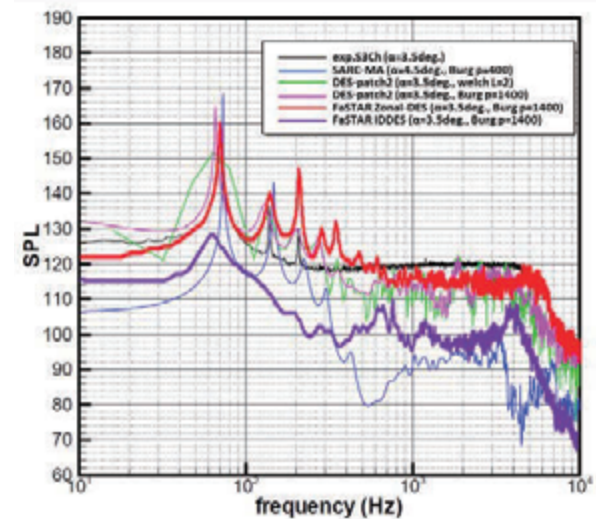
(a) $x/c=0.4$ (b) $x/c=0.9$

Fig. 16 スパン中心断面における翼上面変動圧力に対するスペクトル解析

4. 考察

IDDESとZonal-DESを比較した結果、IDDESではZonal-DESに比べて衝撃波とその変動位置が上流側に移動していることが分かった。この理由について考察する。衝撃波根本位置におけるIDDESとZonal DESのRANS領域の高さを比較した図をFig. 17に示す。図から明らかなように、衝撃波の根本付近において、IDDESにおけるRANS領域はZonal DESにおけるRANS領域に比べて小さくなっている。そのためIDDESでは衝撃波が形成されるまでに十分に乱流境界層が発達せずLESに切り替わってしまい、結果的に衝撃波が前方へ移動したと考えられる。Zonal DESにおいてRANS領域の厚みを基準厚み $l_0 \times 0.5$ にした場合も同様な理由で衝撃波および衝撃波変動中心が上流側に移動したと考えられる。

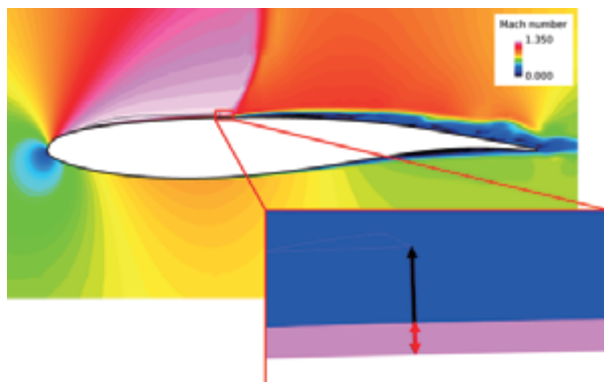


Fig. 17 RANS領域の高さの比較
(赤矢印：IDDESのRANS領域，
黒矢印：Zonal DESのRANS領域)

5. まとめ

本研究では航空機の非定常現象解析に対する信頼性向上に向けた研究の一環として遷音速の高迎角流れを対象とし、バフエットを数値計算で再現することを目的としてスーパークリティカル翼型であるOAT15A翼型に対してZonal DESによる解析を行い、実験、Deckらの結果およびIDDESとの比較を行った。また、Zonal DESにおける時間積分の内部反復回数、RANS厚み、計算領域の大きさの影響の調査を行った。その結果、内部反復回数および計算領域の大きさの影響はスペクトルで見ても大きくないことが分かった。一方、Zonal DESにおけるRANS領域の厚みの影響は非常に大きく、スペクトルにも大きな差が表れた。今回の解析では、基準厚み $l_0 \times 1.5$ のケースが実験およびDeckらの結果と良好に一致する結果となった。OAT15Aの遷音速バフエット解析においては、衝撃波根本の境界層厚さをRANSで解像することが現象を再現するためのキーポイントであると言える。IDDESでも衝撃波根本の境界層厚さまでをRANS領域と判定するブレンディング関数を用いればZonal DESと同様の結果が得られると考えられる。

本解析で2次元翼を用いたため、RANS領域の厚みに衝撃波根本の境界層厚さを指定すれば良かったが、後退角を持つような3次元翼の解析の際に、RANS領域の厚みをどのように設定するかがZonal DESの課題であると言える。

参考文献

- [1] Levy D. W., et al., “Summary of Data from the fifth AIAA CFD Drag Prediction Workshop,” AIAA 2013-0046, 2013.
- [2] Tinoco, E. N., et al., “Progress toward CFD for Full Flight Envelope,” *Aeronaut. J.*, Vol. 109, 2005, pp. 451-460.
- [3] Abbas-Bayoumi A., et al., “An Industrial View on Numerical Simulation for Aircraft Aerodynamic Design,” *J. Math. Ind.*, 1, 2011.
- [4] L. Jacquin, P. Molton, S. Deck, B. Maury and D. Soulevant, “,” AIAA paper 2005-4902, 2005
- [5] S. Deck, “Numerical Simulation of Transonic Buffet over a Supercritical Airfoil,” *AIAA Journal*, Vol.43, No.7, 2005
- [6] Hashimoto et al., “Toward the Fastest Unstructured CFD Code 'FaSTAR',” AIAA 2012-1075, 2012.
- [7] Shima, E., et al., Parameter-Free Simple Low-Dissipation AUSM-Family Scheme for All Speeds, *AIAA J.*, 49(8), 2011, pp.1693-1709.
- [8] Spalart, P. R., “Detached-Eddy Simulation,” *Annu. Rev. Fluid Mech.*, Vol. 41, 2009, pp. 181-202.

火星着陸探査に向けた大気突入モジュールのエアロシェル開発

鈴木俊之，滝沢直美，青木卓哉，石田雄一，小笠原俊男，渡邊泰秀，藤田和央
宇宙航空研究開発機構

Development of Aeroshell Module for Mars Exploration Mission

by

Toshiyuki Suzuki, Naomi Takizawa, Takuya Aoki, Yu-ichi Ishida, Toshio Ogasawara, Yasuhide Watanabe & Kazuhisa Fujita

ABSTRACT

Lightweight ablative material has been developed in Japan Aerospace Exploration Agency for Mars rover mission in Japan. Basic thermal characteristics of ablating material are obtained by conducting heating tests in high enthalpy facilities. Thermal conductivity measurements and thermogravimetry analysis are made to develop a numerical analysis code to predict the thermal performance of ablator in flight environments. Tensile strength tests are carried out to examine the mechanical performance of ablator. Effects of Martian dust storm on the surface erosion of ablator are also investigated experimentally. Finally, a breadboard model of the lightweight ablator aeroshell with the diameter of 500mm is developed to examine a manufacturability of proto flight model of aeroshell. The developed BBM is qualified through vibration tests, pyro shock tests, and thermal-vacuum tests at the qualification test level of the mission requirements.

1. はじめに

現在，宇宙航空研究開発機構（JAXA）及び国内の大学・研究機関の研究者から構成されるグループによって，火星着陸探査技術実証の検討が進められている¹⁾．本探査では生命が存在する可能性が高い地点へのピンポイント着陸と，その場観測により生命の存在可能性が高い地質学的地形を選定して観測を行う必要がある．従って，着陸システムには揚力飛行を用いた空力誘導が要求されると同時に，これを実現するにあたり，火星大気圏飛行に伴う空力加熱に耐える熱防御システム(TPS: Thermal Protection System)と，極超音速揚力飛行を可能にするエアロシェルの開発が急務となっている．

火星着陸探査技術実証に適用可能な TPS としては，はやぶさカプセルの地球帰還で既に技術実証されている比重 1.4 のアブレータや，現在国内外で開発が進んでいる比重 0.3~0.4 の軽量アブレータ²⁾，更に過去にエアロキャプチャ技術実証ミッションが提案された際に開発が行われた非アブレーション軽量熱防御システム(NALT: Non-Ablative

Lightweight TPS)³⁾ が候補として挙げられる．これまでの予備検討において，火星着陸探査技術実証に使用する機体にこれらの材料を用いた場合を想定し，予想される空力加熱履歴を境界条件として，火星大気圏突入飛行軌道に沿った熱解析が実施された⁴⁾．これによると，エアロシェルの裏面等の温度を低く保ち，また TPS 重量を最も低く抑えるためには，軽量アブレータを TPS 材料として最適であることがわかっている．今後はコスト評価，製造性，開発リスク，人的リソースを含めたトレードオフを実施する必要がある．

本研究では軽量アブレータを火星着陸探査ミッションに使用する場合を想定し，技術課題を整理するとともに課題解決に向けた試験計画を策定する．また実機サイズの TPS 製造に向けた技術課題洗い出しや製造プロセス確認を目的として，500mm サイズの Bread Board Model (BBM) 製造を試みる．本研究では特に JAXA 複合材技術研究センターにおいて開発が進んでいる軽量アブレータを用いることを想定した開発について報告する．

表 1 火星着陸探査技術実証エアロシェル PFM 開発検証マトリクス（抜粋）

検証項目		検証方法
大項目	小項目	
断熱・耐熱性能の検証	熱物性データの取得	各素材の基礎的な熱物性データ（密度，熱伝導率，熱分解特性等）を計測して DB 化する
	コンポネント候補の選定	アーク風洞加熱試験により材料スクリーニングを行う
	耐熱・断熱性能データ取得	アーク風洞加熱試験により耐熱・断熱データを取得する
	モデル化・解析精度検証	アーク風洞加熱試験に基づき，解析コードの精度検証を行う
機械的強度の検証	機械物性データの取得	各素材の基礎的な機械物性データ（面外引張り強度，面内圧縮強度等）を計測して DB 化する
	コンポネント候補の選定	アーク風洞加熱試験により材料スクリーニングを行う
	接着界面強度データの取得	接着試験により材料スクリーニングを行う
	／性能検証	引張り試験により接着界面強度データを取得／機械強度を検証する
	打上げ環境における健全性の検証	エアロシェル BBM を用いた振動試験により検証する
PFM 製造性の検証	シェル大型化パネル化に由来する性能低下の検証	FEM でギャップサイズを決定する
		アーク風洞加熱試験により充填剤のスクリーニングを行う
		アーク風洞加熱試験においてパネル間ギャップ由来の過度な性能低下がないか確認する
	製造プロセス成立性の検証	BBM 製造により製造プロセスと工程時間を確認する
	軌道上熱サイクルによる熱応力発生時の機械的健全性検証	エアロシェル BBM を用いた熱真空試験により検証する

2. 技術課題の整理と開発検証マトリクスの策定

火星着陸探査技術実証エアロシェル Proto Flight Model (PFM) 開発検証マトリクス（抜粋）を表 1 に示す。検証項目としては主に断熱・耐熱性能の検証、機械的強度の検証と PFM 製造性の検証に分けられる。断熱・耐熱性能の検証では、各素材の基礎的な熱物性データ（密度、熱伝導率、熱分解特性等）を計測してデータベース化する。またアーク風洞加熱試験により材料スクリーニングを行うとともに、耐熱・断熱データを取得し、評価解析コードの精度検証を行う。

機械的強度の検証では、各素材の基礎的な機械物性データ（面外引張り強度、面内圧縮強度等）を計測してデータベース化する。またアーク風洞加熱試験により材料スクリーニングを行うとともに、引張り試験により接着界面強度データを取得し、機械強度を検証する。

PFM 製造性の検証では、シェル大型化・アブレータパネル化に由来する断熱・耐熱性能低下について検証するとともに、BBM 製造により PFM 製造プロセスと工程時間を確認する。特に打上げ環境や軌道上熱サイクルによる熱応力発生時の機械的健全性検証に向けて、製造したエアロシェル BBM を用いて振動試験や熱真空試験を実施する。

3. 断熱・耐熱性能の検証

軽量アブレータの密度、熱伝導率、熱分解特性といった基礎的な熱物性データを計測し、データベース化を行うとともに、カーブフィットにより数値モデル化を行う。定常法を用いた軽量アブレータの熱伝導率計測結果を図 1a に示す。軽量アブレータの母材については室温から 150℃まで計測を行い、炭化材については室温から 250℃まで計測を行った。多少のばらつきは見られるものの、母材に比べて炭化材の熱伝導率が高い様子がわかる。

熱重量分析結果を図 1b に示す。昇温速度による違いが見られるものの、温度の上昇に伴いアブレータ内部の樹脂の熱分解が進み、約 800℃に至るとほぼ炭化している様子がわかる。また炭化材重量は母材の約 87%程度であることがわかる。図 1a 及び図 1b にはカーブフィットによって得られた数値モデルも合わせて示している。

材料スクリーニングを行うとともに、耐熱・断熱データを取得するために、JAXA 航空技術部門が所有する 750kW アーク加熱風洞において軽量アブレータの加熱試験を行った。図 2 に加熱試験時において撮影された軽量アブレータ供試体写真を示す。火星における加熱環境としては、冷温壁加熱率、衝撃圧、総加熱量の最大値はそれぞれ 1.04MW/m²、11.154kPa、35.52MJ/m² と予測されている。これに対して本加熱試験における風洞運転条件と気流条件を表 2 に示す。

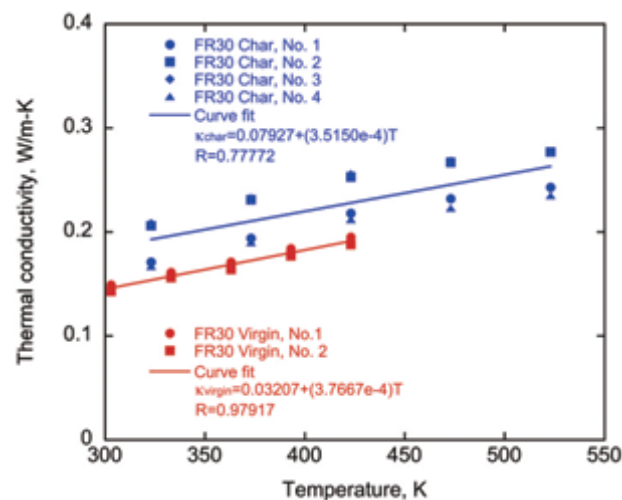
加熱試験に用いた軽量アブレータ供試体を図 3 に示す。供試体は軽量アブレータと構造部を模したハニカムサンドイッチパネルで構成されている。軽量アブレータとハニカムサンドイッチパネルとの間は米国製耐熱接着剤

(RTV560) もしくは国産耐熱接着剤（信越シリコン、KE3417）を用いて接着されている。供試体は更に側面からの熱流入を低減するベークライト製ホルダに固定された後に風洞内旋回アームに取付けられる。供試体内部の温度計測に向けて K 型熱電対線が隠装されている。

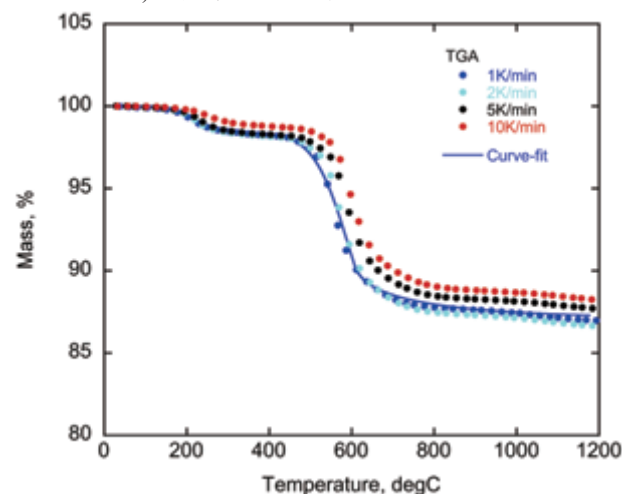
加熱試験では軽量アブレータの表面温度、内部温度、表面損耗量を計測するとともに、軽量アブレータとハニカムサンドイッチパネルを接着する接着剤の違いによる耐熱・断熱性への影響を確認した。アブレータとハニカムサンドイッチパネルとの界面（加熱面から 30mm）で計測した内部温度データの一例を図 4 に示す。加熱開始から緩やかに温度が上昇し始め、約 350 秒後には最大値に到達し、その

後は温度が低下する様子がわかる。また接着剤の違いによる耐熱性能の有意な違いは確認できない。

図 4 にはアブレータ評価解析コードを用いた解析結果も合わせて示している。本研究で使用された評価解析コードには、本研究で取得した軽量アブレータの熱伝導率（図 1a）や熱分解特性（図 1b）の数値モデルが導入されている。本解析では樹脂の吸熱量が不明であるため、これをパラメータとした解析を行った。これによると、軽量アブレータの吸熱量について、比重 1.4 の従来のアブレータに用いられている樹脂の吸熱量の約 1/10 から 1/100 とすることで実験値との一致が改善することがわかる。軽量アブレータは従来のアブレータに比べて軽量であり、樹脂の含有量が低いため単位重量当りの吸熱量が低くなったことが原因と思われる。



a) 熱伝導率計測結果とカーブフィット



b) 熱重量分析結果とカーブフィット

図 1 軽量アブレータの基礎的な熱物性の取得

表 2 風洞運転条件と気流条件

Pack 数	2
ノズルスロート径	15mm
電流	300A
1 次ガス流量	10.0g/s
2 次ガス流量	0.0g/s
試験時間	30s
冷温壁加熱率	2.2MW/m ²
衝撃圧	10.5kPa
総加熱量	66.0MJ/m ²

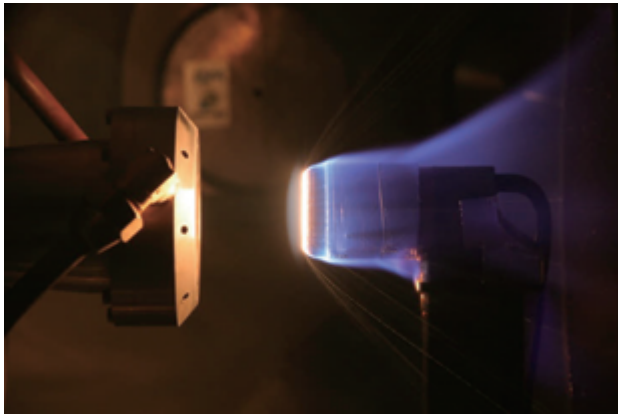


図2 アーク加熱風洞における軽量アブレータ加熱試験

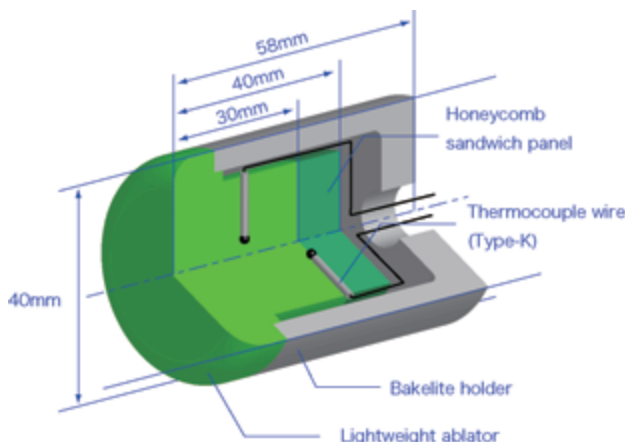


図3 加熱試験に用いた軽量アブレータ供試体

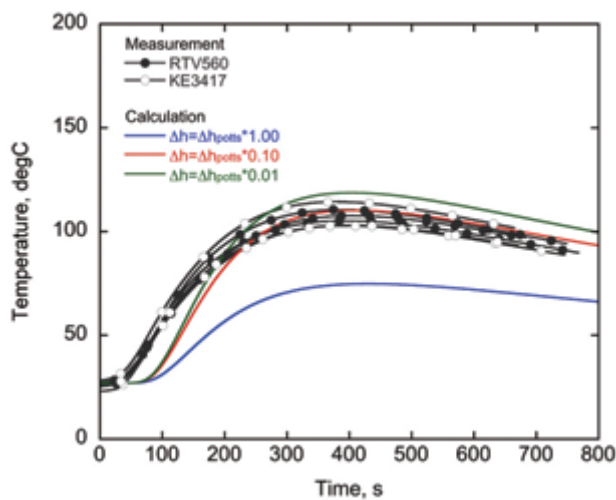


図4 加熱試験によって得られたアブレータ内部温度データと評価解析コードによって得られた結果との比較

4. 機械的強度の検証

軽量アブレータの基礎的な機械物性データを計測し、データベース化を行っている。本報では軽量アブレータとハニカムサンドイッチパネルとの接着界面強度の検証に向けて、加熱試験後の軽量アブレータ供試体を用いて引張り試験を行った。図5に引張り試験時に撮影された軽量アブレータ供試体の写真を示す。本供試体は軽量アブレータとハニカムサンドイッチパネルとの間に国産耐熱接着剤（信越シリコン，KE3417）を用いて接着したものである。図より接着面ではなく軽量アブレータ部で破断していることが

わかる。本引張り試験では米国産耐熱接着剤（RTV560）を用いて接着した供試体の引張り試験も行ったが、全ての供試体について破断は接着面ではなくアブレータ部で生じた。これは接着面の引張り強度がアブレータ自身の引張り強度に比べて十分高いことを示している。本試験で得られた応力ひずみ曲線を図6に示す。供試体によって多少のばらつきはあるものの、約0.01MPaにおいて降伏点を迎え、最大引張り強度は約0.1MPaであることがわかる。また接着剤の違いによる有意な違いは確認できない。

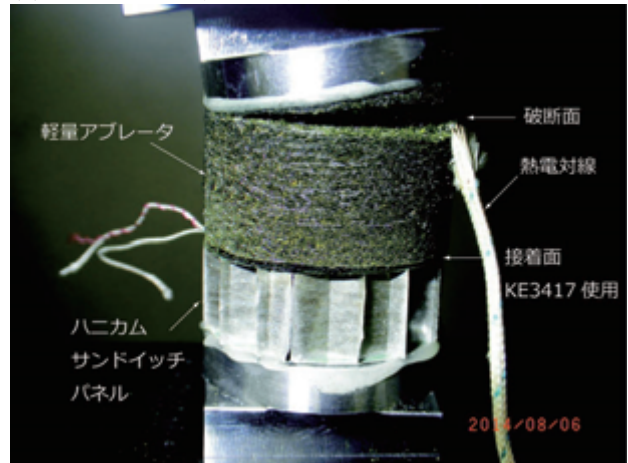


図5 接着強度評価に向けたアブレータ供試体の引張り試験

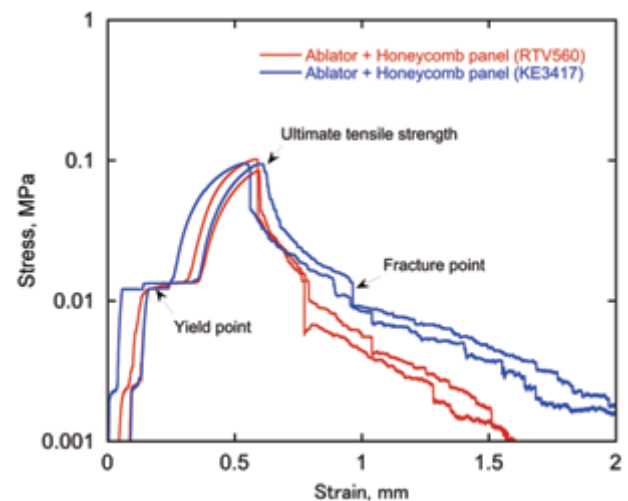
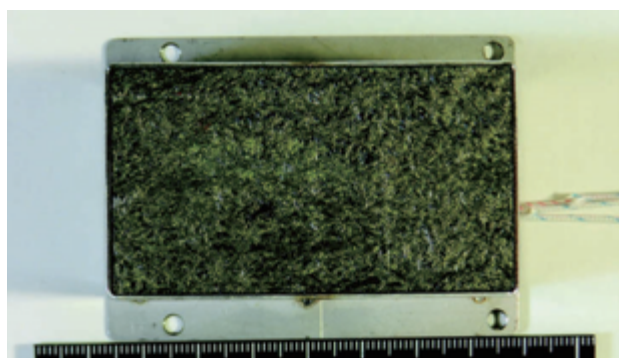


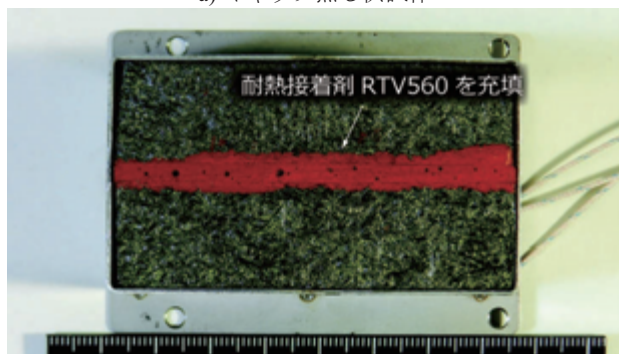
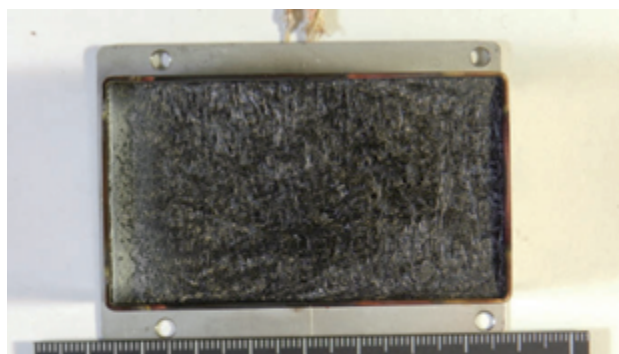
図6 アブレータ供試体引張り試験における応力ひずみ曲線

5. PFM 製造性の検証

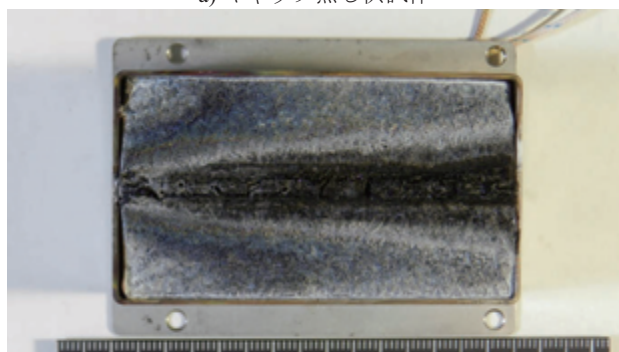
火星着陸機の実大エアロシェルを製作する場合、加熱環境における機械的健全性確保に向けてアブレータ分割パネル方式を採用する。アブレータパネル間のギャップには通常充填剤と呼ばれるものが注入される。充填剤種やギャップ幅については、ギャップ由来の過度な断熱性低下や損耗量増大がないように設計する必要がある。本研究ではこれらを検証するため、JAXA 航空技術部門が所有する750kWアーク加熱風洞においてギャップを施した軽量アブレータの加熱試験を行った。加熱試験前に撮影した供試体写真を図7に示す。本試験ではギャップ幅は3mmとした。ギャップを施した軽量アブレータに充填剤として耐熱接着剤RTV560を注入し、更にこれをウェッジホルダに固定して加熱試験を実施した。アブレータ内部やギャップ底部には熱電対が装着されており、試験中の供試体温度を計測した。



a) ギャップ無し供試体

b) ギャップ付供試体，ギャップ内部に RTV560 を充填
図 7 ギャップ付軽量アブレータ加熱試験前供試体

a) ギャップ無し供試体

b) ギャップ付供試体，ギャップ内部に RTV560 を充填
図 8 ギャップ付軽量アブレータ加熱試験後供試体

試験条件は電流 700A，空気流量 20g/s，ウエッジホルダ迎角-30 度，供試体中心付近の加熱率と衝撃圧はそれぞれ 0.535MW/m²，1.16kPa であり，加熱時間は 240 秒である。

試験後の供試体写真を図 8 に示す。ギャップが無い場合は加熱面に沿って損耗量はほぼ一定であるのに対し，ギャップがある場合では充填剤付近では損耗量が少なくなっている様子がわかる。これは充填剤の密度が軽量アブレータ

に比べて高く，損耗しにくいためと考えられる。いずれにしても試験前後においてギャップ付近に過度な損耗は見られていないことが本試験で明らかになった。

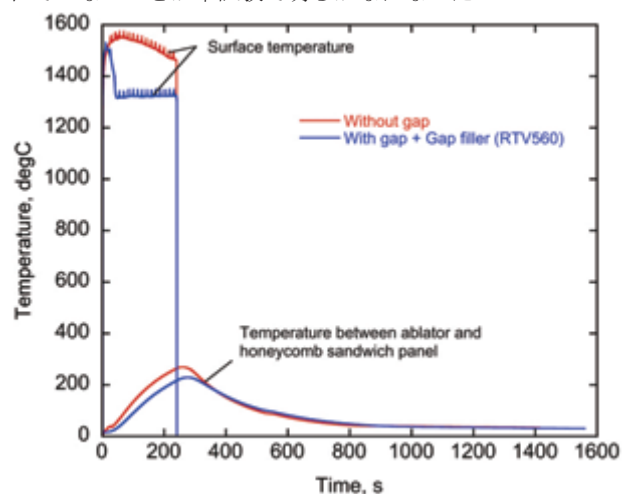
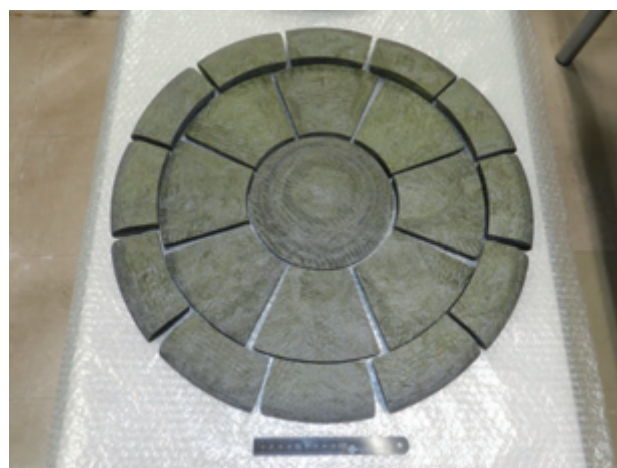
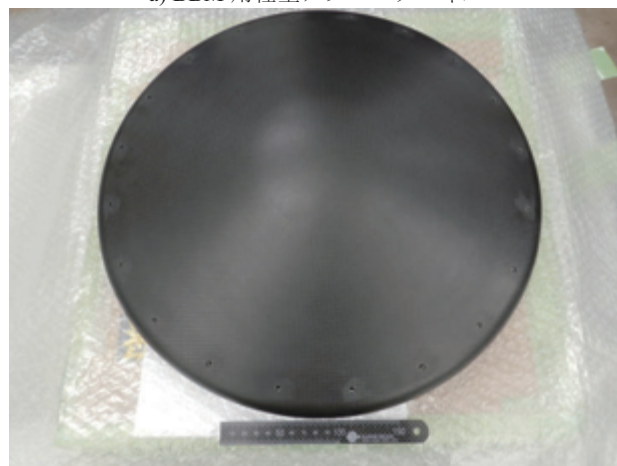


図 9 アブレータ表面温度とギャップ底部において計測された温度の時間履歴



a) BBM 用軽量アブレータパネル



b) BBM 用ハニカムサンドイッチパネル

図 10 ギャップ付軽量アブレータ加熱試験後供試体

表面温度及び供試体中心部のギャップ底部において計測された温度履歴を図 9 に示す。同図にはギャップの無い供試体について同じ位置で計測した結果も合わせて示す。ギャップの有無の違いにより表面温度の変化の仕方が異なっている。この違いの原因についてはよくわかっていないが、

充填剤部分の損耗が小さいことが理由の一つとして考えられる。一方でギャップ底部において計測された温度はギャップ無しの場合に比べて有意な違いがない。これによりギャップ由来の断熱性の低下はないと考えられる。

本研究では PFM 製造プロセスと工程時間を確認するため、直径 500mm の軽量アブレータエアロシェル BBM を製作した。BBM はカプセルノーズ部を想定して半頂角 70 度の Sphere-Cone 形状とした。製作にあたってはまず、JAXA 複合材技術研究センターにおいて、250x250x40mm の軽量アブレータ素材を 12 枚製作した。その後大型 X 線 CT 装置を用いた非破壊検査後に 5 軸マシニングにより図 10a に示すようなアブレータパネル部品を製作した。

ハニカムサンドイッチパネルはスーパーレジン工業(株)において製作された。製作したハニカムサンドイッチパネルを図 10b に示す。ハニカムサンドイッチパネルに軽量アブレータパネルを接着する際には、治具を用いてパネル間に適切なギャップ幅を確保しつつ、充填剤として使用する耐熱接着剤 (RTV560) を用いて接着した。図 11 にアブレータパネルとサンドイッチパネルの接着の様子を示す。

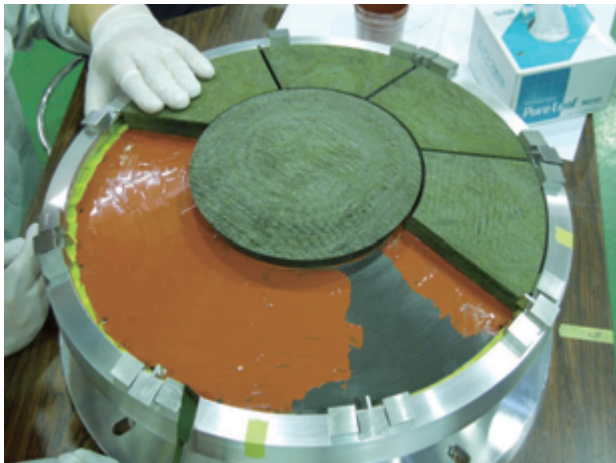


図 11 アブレータパネルとハニカムサンドイッチパネルとの接着

全てのアブレータパネルを接着した後、軽量アブレータパネル間のギャップ部に注射器を用いて充填剤を注入した。充填の様子を図 12 に示す。充填剤硬化後の BBM を図 13 に示す。本 BBM について、大型 X 線 CT を用いた非破壊検査が行われた。充填剤内部に細かい気泡が存在するものの、接着不良や剥離などは見られていない。



図 12 BBM ギャップ部の充填作業の様子



図 13 火星着陸探査技術実証エアロシェル BBM

軌道上熱サイクルによる熱応力発生時の機械的健全性検証を目的として、エアロシェル BBM を供試体として熱真空試験を実施した。熱真空試験は JAXA 宇宙科学研究所が所有する内惑星熱真空環境シミュレータにて実施した。チャンバ内にエアロシェル BBM を設置した様子を図 14 に示す。試験中は熱電対を用いてエアロシェル BBM 各部の温度をモニターする。熱電対の機装位置について図 15 に示す。Ch1 から Ch4 まではエアロシェル BBM のアブレータ側表面に設置されている。また Ch5 から Ch8 まではエアロシェル BBM 裏面のハニカムサンドイッチパネル側に設置されている。

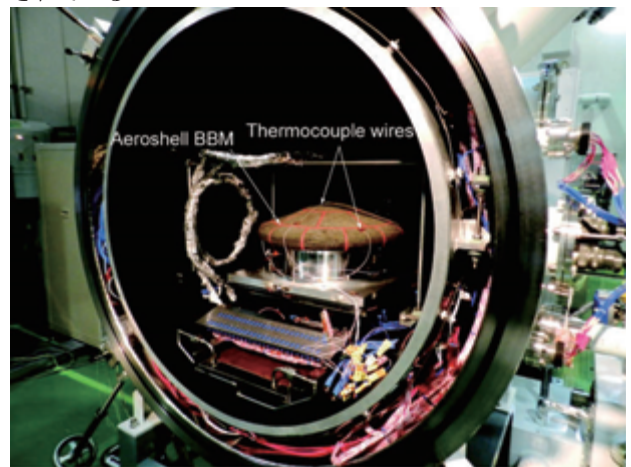


図 14 エアロシェル BBM を用いた熱真空試験

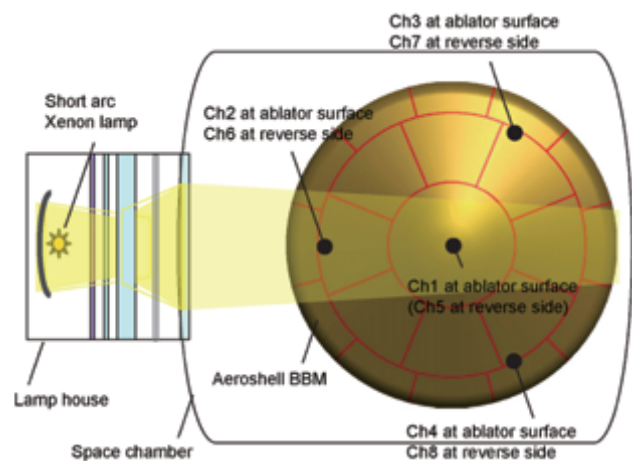


図 15 熱真空試験における熱電対機装位置

熱真空試験におけるエアロシェル BBM 各部で計測された温度データを図 16 に示す。計測開始から約 24 時間後にキセノンランプを 2.94kW/m^2 で照射することによって、BBM 各部の温度が上昇している様子がわかる。もっともキセノンランプ側に近い Ch2 では約 26 時間後に 80°C を超えたため、その後 2 時間にわたり高温モードの試験を実施した。約 28 時間後にキセノンランプを消灯すると各部の温度が低下していくが、Ch3 及び Ch4 において -90°C に到達後も温度が低下していく傾向が見られたことから、キセノンランプを 0.98kW/m^2 で照射することで低音モードの試験を実施した。その後 38 時間後に再度キセノンランプを 2.94kW/m^2 で照射して高温モードの実験を行い、42 時間後には消灯して試験を終了した。このように機能維持温度範囲 ($-90\sim+80^\circ\text{C}$) の熱サイクルにおいて非対象熱ひずみによって構造破壊が生じない等、エアロシェルの機能が維持されることを確認した。

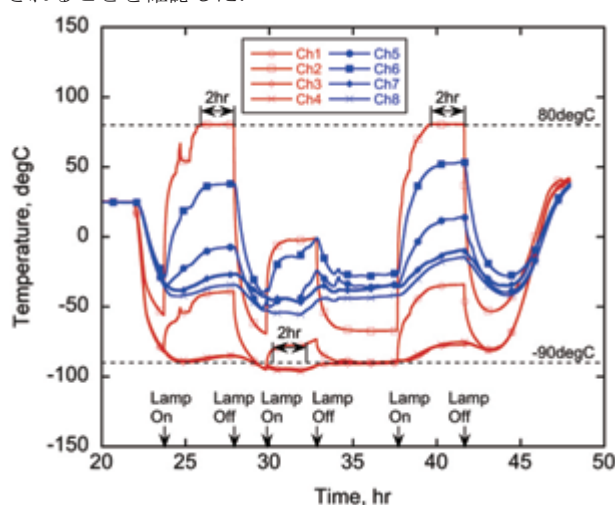


図 16 熱真空試験における BBM 各部の温度変化

打上げ環境における軽量アブレータの機械的健全性の検証に向けて、設計基準に基づいた認証試験レベルの振動・パイロ衝撃試験を実施した。振動試験については筑波宇宙センターにおける 18 トン振動試験設備にて実施し、パイロ衝撃試験についてはエア・ブラウン株式会社所有の衝撃試験機を用いて実施した。試験の様子を図 17 に示す。試験前後に目視でエアロシェル BBM の状況を確認したところ、試験による破損等の不具合は確認できなかった。

エアロシェル BBM 製作後、熱真空試験後、振動・パイロ衝撃試験後において、目視では確認できない BBM 内部の不具合状況を確認するため、JAXA 航空技術部門が所有する大型 X 線 CT 装置を用いた非破壊検査を実施した。BBM 製作後に得られた X 線 CT イメージを図 18 に示す。図 18 によると、軽量アブレータとハニカムサンドイッチパネル間において大規模な剥離は検出されなかった。一方で充填剤内部にはミリメートルオーダーの小さな気泡が多数存在することが確認されている。これらは充填剤使用時において硬化前に真空脱泡することによって取り除くことができると考えられる。

6. 結論

軽量アブレータを火星着陸探査技術実証ミッションに使用する場合を想定し、技術課題を整理するとともに課題解決に向けた開発検証マトリクスを策定した。更にマトリクスに則り、断熱・耐熱性能の検証、機械的強度の検証、PFM 製造性の検証を行った。特に実機サイズの TPS 製造に向けた技術課題洗い出しや製造プロセス確認を目的とし

て、500mm サイズの Bread Board Model (BBM) を製造した。製造した BBM を用いて設計基準に基づいた認証試験レベルの試験を実施した。

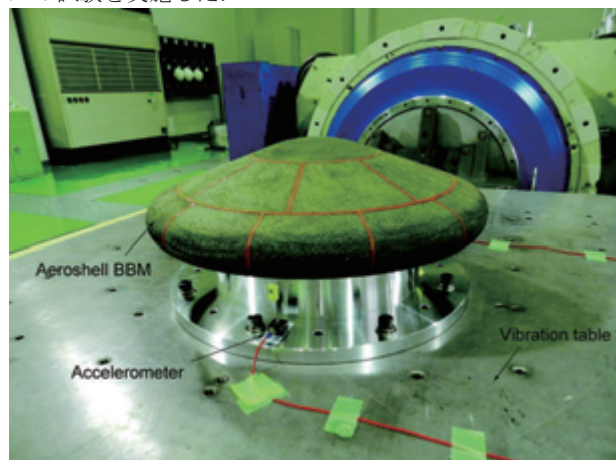


図 17 エアロシェル BBM を用いた打上げ環境における健全性の検証（振動試験）

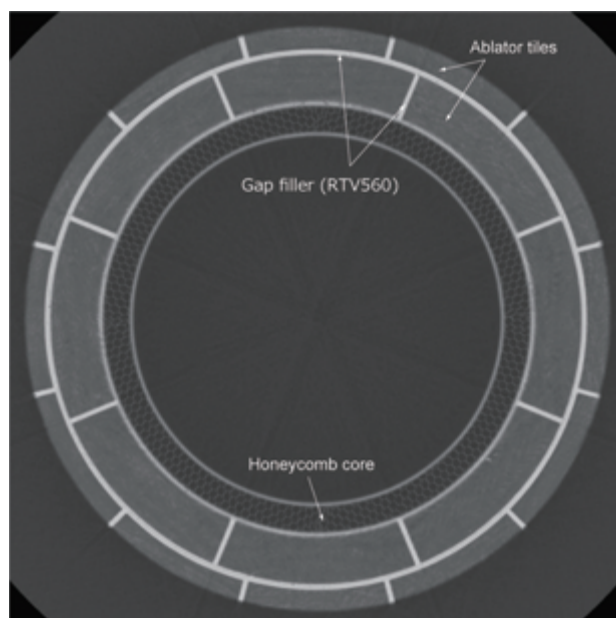


図 18 X 線 CT 装置を用いた BBM 内部の非破壊検査

参考文献

- 1) 藤田和央等, 「火星着陸探査機の気象突入モジュール開発の現状」平成 25 年度宇宙航行の力学シンポジウム, 2013 年
- 2) Suzuki T., et al., “Thermal Response Analysis of Low-Density CFRP Ablator,” Transactions of the JSASS, Aerospace Technology Japan, Vol. 10, No. ists28, p.Pe_21-Pe_30, 2012.
- 3) Suzuki, T., et al., “Feasibility Improvement of Non-Ablative Lightweight TPS for Mars Aero-flyby Sample Collection Mission,” AIAA-2014-0704, 52nd Aerospace Sciences Meeting, 2014.
- 4) 鈴木俊之等, 「火星着陸探査ミッションに向けた軽量アブレータ熱防御システムの検討」第 57 回宇宙科学技術連合講演会, 2013 年

