

風洞壁の影響に就て

所員 河田 三 治

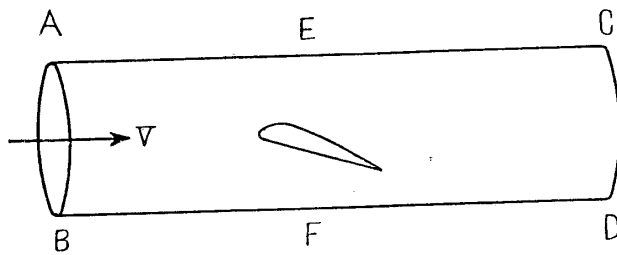
此の問題に就いては、既に數回に亙り佐々木⁽¹⁾及び小野⁽²⁾によつて本誌に論ぜられ又 R. & M. 156, 1933 には Glauert によつて詳しく論ぜられてゐて、相當の點まで解決せられてゐる。此處では翼の誘導抵抗なるものを翼後流における運動勢力の増加から計算する方法を用ひて、壁干渉を考へなほしてみた。

結論としては従來の干渉計算は通常の風洞實驗には充分であることとなつた。

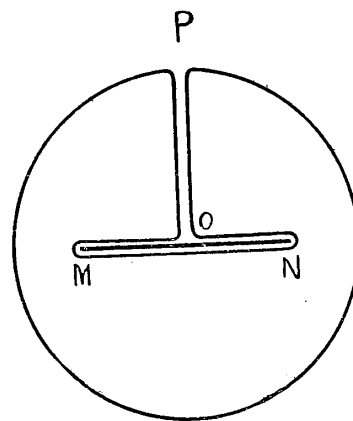
運動勢力の増加より抵抗を計算する方法

先づ第一に翼の形狀抵抗を省略する。即ち理想流體中の問題として取扱ふこととする。

一般に翼の抵抗を W としその進行速度を V とすれば、此の翼を進行さす爲の仕事は毎秒 WV に等しくなる。今翼が一様な形、斷面積を有する眞直な管の中を運動してゐる場合とすると、翼がなした仕事は流體の運動勢力の増加となつて現はれなければならない。 EF



第 1 圖



第 2 圖

(1) 八十三號, 百一號。

(2) 八十六號, 百號。

の位置に於て、翼が未だ近寄らない場合の流體の持つ運動勢力は明かに零であるが、翼の此の位置を通り過ぎてると翼の爲に流れの擾亂が起りその爲に流體は或量の運動量を有する様になる。翼が通り過ぎて無限時間経過した時を考へると問題を二次元のものとして取扱ひ得て便利である。此の場合には翼の跡 MN に Vortex sheet が残り此の爲めに運動勢力が起るわけである。

單位時間の運動勢力の増加は容易に

$$E = \frac{1}{2} \rho V \iint \left[\left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)^2 \right] dx dy$$

(ρ は流體の密度)

であることがわかる。此處に ϕ は EF の断面で二次元の運動とみたときの速度ポテンシャルで積分は断面全部に及ぼされるものである。

ϕ は渦層の速度ポテンシャルで多價函数であるが、今圖の如くに渦層 MN を越ゆ可からざる間隙とする様な領域にして考へれば、此の内部では ϕ は一價函数になり、Green の定理によつて領域の周圍積分に書きかえることができる。

即ち

$$E = \frac{1}{2} \rho V \int \phi \frac{\partial \phi}{\partial n} ds \quad (1)$$

積分は周圍全部に就いて行ふものであるが、壁上では法線速度 $\frac{\partial \phi}{\partial n}$ は零であり、 OP 上では往復の爲、又零となる。然るに MN 上では上下に於てポテンシャル ϕ にその位置の循環 J だけの不連続があるから、上の積分は結局

$$E = \frac{1}{2} \rho V \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} J w dx \quad (2)$$

となる。 b は翼長で、 w は x における MN に直角の分速度を表はす。

さて ϕ は翼自身自身の自由渦によるもの ϕ_1 と、壁の爲生ずる ϕ_2 の和とみることができ。

即ち

$$\phi = \phi_1 + \phi_2$$

ϕ_1 は MN に沿ふて不連続であるが ϕ_2 は領域内では連続である。故に (2) は

$$E = \frac{1}{2} \rho V \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} J_1 (w_1 + w_2) dx \quad (3)$$

となる。 w_1 は即ち翼自身の自由渦によるもの、 w_2 は壁の影響による法線速度である。

壁がない場合は $w_2=0$ となるから、壁の爲に生ずる運動量の増加は

$$E_2 = \frac{1}{2} \rho V \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} J_1 w_2 dx \quad (4)$$

となる。(4) は WV に等しいから、抵抗は

$$W = \frac{1}{2} \rho \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} J_1 w_2 dx = \frac{1}{2} \rho V \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} J_1 \frac{w_2}{V} dx$$

となつて、翼理論にある式と全く同一のもので、結果から見れば w_2 小さくて、揚力、又合力も $\rho V \int J_1 dx$ の形ではあらはされるものとすれば、翼の位置に於て揚力が $\frac{1}{2} \frac{w_2}{V}$ だけ傾いたと同じことになる。

一例として圓形風洞の場合は最も簡単であつて循環 J_1 の翼に沿ふての分布を楕圓とすれば⁽¹⁾

$$w_2 = -\frac{A}{2\pi R^2 \rho V} \left(1 + \frac{3}{4} \xi^2 + \frac{5}{8} \xi^4 + \frac{35}{64} \xi^6 + \dots \right)$$

$$W_2 = -\frac{A^2}{2\pi R^2 \rho V^2} \left\{ 1 + \frac{3}{16} \left(\frac{b}{D} \right)^4 + \frac{5}{64} \left(\frac{b}{D} \right)^8 + \frac{175}{4096} \left(\frac{b}{D} \right)^{12} + \dots \right\}$$

$$\xi = \frac{2xb}{D^2}, \quad \begin{cases} D = \text{風洞の直径} \\ R = \text{ " 半径} \end{cases}$$

$A = \text{揚力}$

となり、流れの翼の位置における傾きは

$$\delta\alpha = \frac{1}{2} \frac{W_2}{A} = -\frac{A}{4\pi R^2 \rho V^2} \left\{ 1 + \frac{3}{16} \left(\frac{b}{D} \right)^4 + \frac{5}{64} \left(\frac{b}{D} \right)^8 + \dots \right\} \quad (5)$$

となる。

又馬蹄形渦を考へれば⁽²⁾

$$J_1 = \text{定数},$$

$$w_2 = -\frac{J_1}{\pi} \frac{\frac{2R^2}{b}}{\left(\frac{2R^2}{b} \right)^2 - x^2}$$

(1) Prandtl: Tragflügeltheorie. II. p. 55.

(2) Glauert: Wind Tunnel Interference on Wing etc. R. & M. No. 1566. p. 14.

$$= -\frac{A}{2\pi R^2 \rho V^2} (1 + \xi^2 + \xi^4 + \xi^6 + \dots)$$

$$W_2 = -\frac{A^2}{2\pi R^2 \rho V^2} \left\{ 1 + \frac{1}{3} \left(\frac{b}{D}\right)^2 + \frac{1}{5} \left(\frac{b}{D}\right)^4 + \dots \right\}$$

$$\delta\alpha = -\frac{A}{4\pi R^2 \rho V^2} \left\{ 1 + \frac{1}{3} \left(\frac{b}{D}\right)^2 + \frac{1}{5} \left(\frac{b}{D}\right)^4 + \dots \right\} \quad (6)$$

となる。

$\left(\frac{b}{D}\right)$ の値の小さいときは何れの式も殆んど等しき $\delta\alpha$ の値を與へれど、その大きいときは馬蹄形渦の假定のものは他のものより大きなものとなる。

風洞實驗に用ひられる翼模型は矩形であるが、此の場合循環分布は上に擧げたものとは異なるのであるが、計算を簡単にする爲には、楕圓の循環分布を使用すればよろしい。

以上述べるところは固定壁の場合であるが、自由壁の場合も自由壁上では

$\int \phi \frac{\partial \phi}{\partial n}$ の項は零となり、すべての式は上の場合と符合を單に反對した結果を得る。

斯の如くにして、揚力の與へられたときは、風洞の壁の爲に生ずる影響を翼の位置に於ける風の傾きとして求められたが、今迄の理論では揚力と入射角との關係に就いては何もわからない。

例へば極めて薄い對稱翼の二次元の流れに於ける揚力——入射角の關係は理論により

$$c_z = 2\pi \sin\alpha$$

の形で與へられるが、これが風洞中にあつて、三次元のときは、上述の理論によつて、自身の渦の爲に角の傾きの變化、 $\delta\alpha_1$ 及び壁の爲の角の傾きの變化 $\delta\alpha_2$ を考へに入れて、

$$c_z = 2\pi \sin(\alpha + \delta\alpha_1 + \delta\alpha_2)$$

とおくことは出来ない。

今

$$c_z = k \sin(\alpha + \delta\alpha_1 + \delta\alpha_2)$$

とおけば k は常數でなく、翼の縦横比、入射角、風洞に對する大きさ、等の函數となつてくる。而して、此の k の値の 2π と何程異なるかの問題は嚴格に解の與へられる場合と比較するか又は一般の場合には實驗と比較してみなければわからない。

次の二つの場合には嚴格な解がわかつてゐる。

- 1) 二次元の問題として固定壁の中での薄き對稱翼の運動
- 2) 同じものにて自由壁の場合

第一の場合は運動勢力の増加なく、従つて上の考へ方では此の場合に對する何等の補正も必要としないこととなる。厳格な解は友近によつて與へられてゐる。友近によれば⁽¹⁾或入射角 α における揚力係數 c_z と、壁のない場合即ち $c_{z0} = 2\pi \sin \alpha$ との比は b/D の函數であるばかりでなく僅かばかりではあるが入射角 α によつても變る。

又 b/D のあまり大きくないとき即ち $b/D = 0.15$ 位まででは c_z は c_{z0} と殆んど變らないことも明かに示されてゐる。一例を示せば

第 一 表

b/D	c_z/c_{z0}	
	$\alpha = 5^\circ$	$\alpha = 10^\circ$
0.02547	1.00027	1.00028
0.12774	1.00672	—
0.12772	—	1.00688

となる。普通風洞實驗では $b/D = 0.13$ を超すことは殆んどないものであるから、此の場合には入射角——揚力の關係は風洞の壁の影響を受けることないものとみてよい。第二の場合には佐々木の計算によれば⁽²⁾ $\alpha = 10^\circ$ の場合は第二表の如くなるが、此の場合も c_z/c_{z0} の値は入射角の函數である。

第 二 表

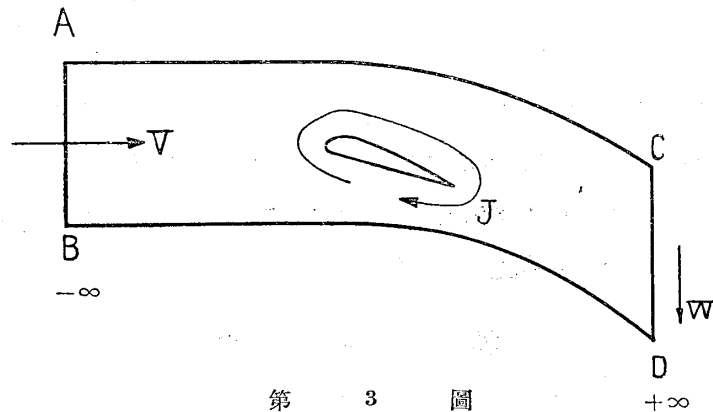
b/D	c_z/c_{z0}
0.0510	0.9241
0.1277	0.8255
0.2601	0.6796
0.4253	0.5318

此の場合翼の無限前方と無限後方における運動勢力の増加から抵抗を計算してみると、無限後方では

$$w = \frac{J}{D}$$

(1) 報告 101 號

(2) 報告 46 號



だけの一様な速さの V に直角な速度が加つてゐることがわかる。何故なれば \overrightarrow{BACD} の閉路のまわりの循環は翼のまわりの循環 J に等しくなければならぬ。然るに、 \overrightarrow{BA} に沿ふては速度零で \overrightarrow{AC} , \overrightarrow{DB} では互に打ち消す故

$$\overrightarrow{CD} = J$$

即ち

$$w = \frac{J}{D}$$

でなければならぬ。

故に運動勢力の増加は単位厚さに就いて

$$E = \frac{1}{2} \rho V D w^2 = \frac{1}{2} \rho V \frac{J^2}{D}$$

となり、抵抗は

$$W = \frac{1}{2} \rho \frac{J^2}{D}$$

となる。揚力は前に述べた如く、此の爲に後方に $\delta\alpha$ だけ傾くこととなるが、 $\cos\delta\alpha = 1$ とみると、

$$\delta\alpha = \frac{J}{2VD} = \frac{A}{2\rho V^2 D}$$

でなければならぬ。

今この程度迄、 $c_z = 2\pi\sin\alpha$ の関係が成立するかを見る爲に翼のところで $\delta\alpha$ だけ単に流れが傾くものとみて、 $c_z = 2\pi\sin\alpha$ の関係を使用して揚力を計算してみよう。

$$\begin{aligned} c_z &= 2\pi\sin\left(\alpha - \frac{A}{2\rho V^2 D}\right) \\ &= 2\pi\sin\left(\alpha - \frac{ct_z}{4D}\right) \end{aligned}$$

$$= 2\pi \left(\sin\alpha \cos \frac{c_2 t}{4D} - \cos\alpha \sin \frac{c_2 t}{4D} \right)$$

$$\cos\alpha = 1, \quad \cos \frac{c_2 t}{4D} = 1,$$

$$\sin \frac{c_2 t}{4D} = \frac{c_2 t}{4D}, \quad \text{とみて}$$

$$c_z \doteq 2\pi \left(\sin\alpha - \frac{c_2 t}{4D} \right)$$

$$\therefore c_z = \frac{2\pi \sin\alpha}{1 + \frac{\pi t}{2D}}$$

$$\text{故に } c_z/c_{z0} = \frac{1}{1 + \frac{\pi t}{2D}}$$

となる。

此の値を計算すると次の第三表の如くになつて、佐々木の値と殆んど變りはない。佐々木の値は $\alpha = 10^\circ$ のときであるが、 α がもつと小さいときは一層近づかねばならない。

第 三 表

$\frac{t}{D}$	$\frac{1}{1 + \frac{\pi t}{2D}}$	佐々木	比
0.0510	0.9258	0.9241	0.999
0.1277	0.8329	0.8255	0.991
0.2601	0.7099	0.6796	—
0.4253	0.6000	0.5318	—

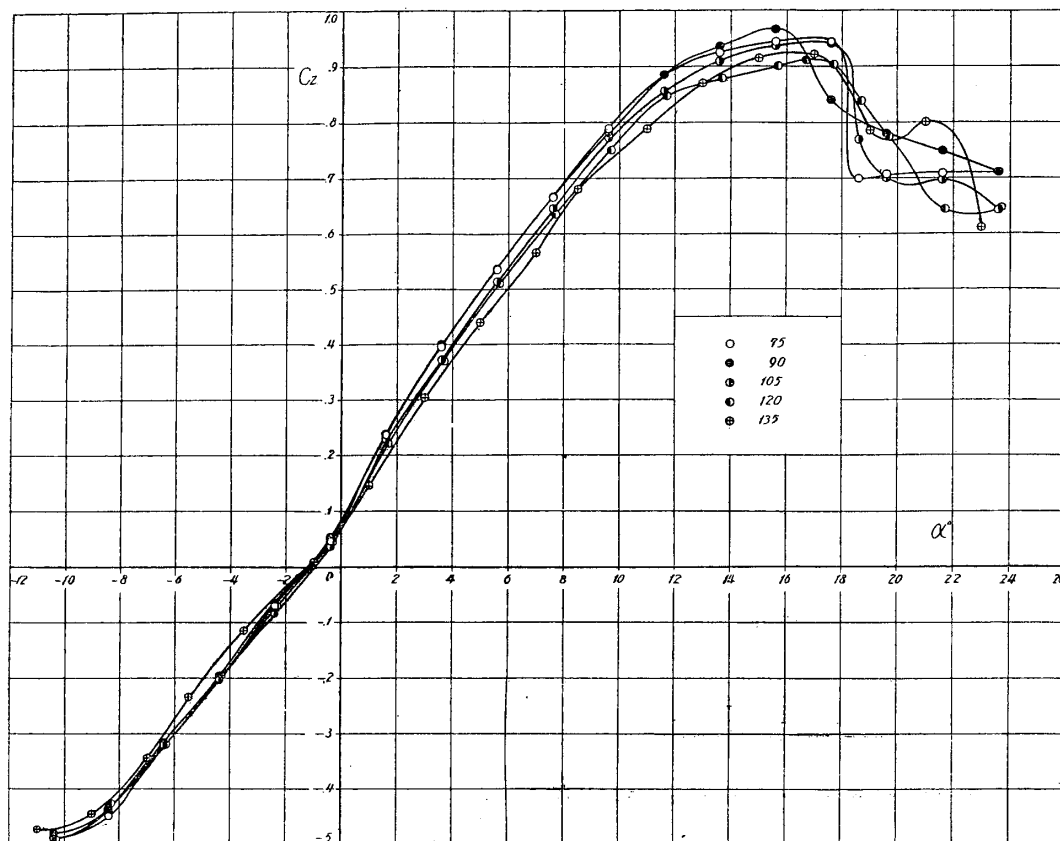
斯の如くにして以上の二例に於ては、従來の自由渦による修正のみ施して、入射角—揚力の關係は壁の修正を必要とせぬとした方法で實用上充分であることが明かに示されてゐる。しからは實際の風洞では如何と云ふに、これは今のところ實驗の結果を参考とする以外に方法がない。當風洞部で行つた實驗⁽¹⁾の一つに斷面、縦横比を同じくし、風洞に對する大きさを色々變へて行つたものがある。この結果をしらべてみることにする。

使用した斷面は $M 6$ であつて翼模型の大いさは

(1) 逐て發表の豫定。

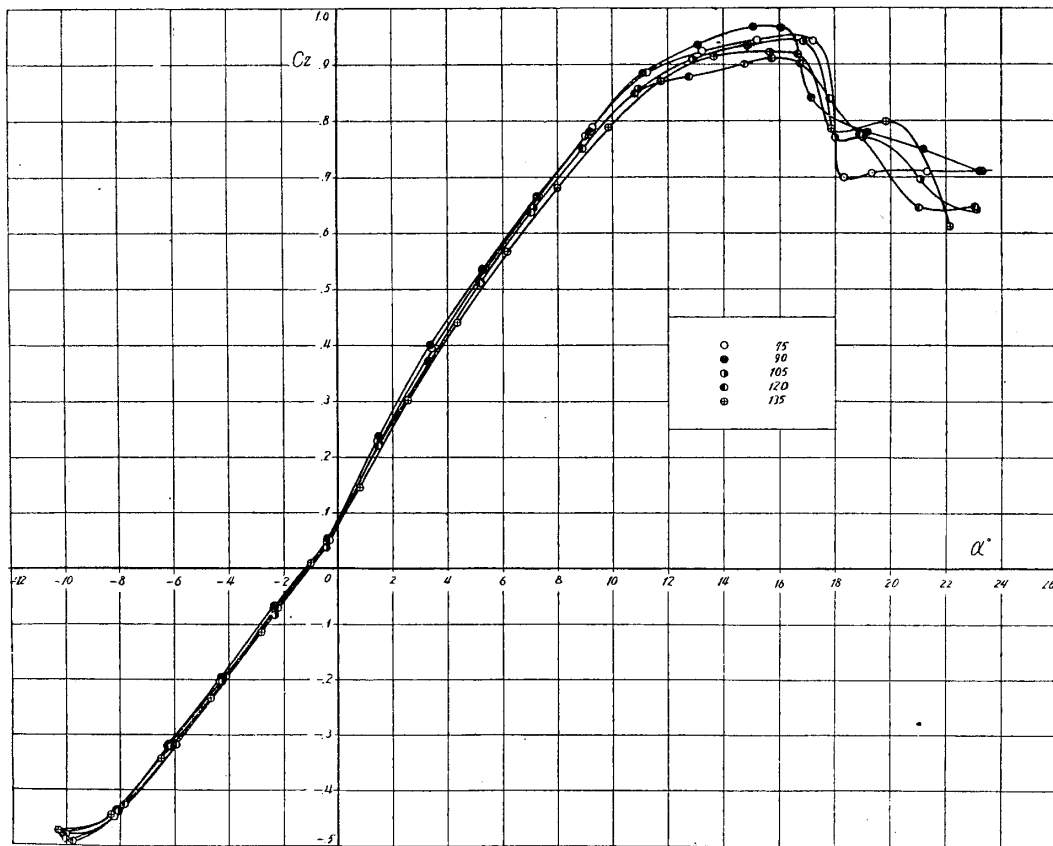
A	75×12.5 纏
B	90×15
C	105×17.5
D	120×20
E	130×22.5

の五通りで、これを1.5米の風洞で実験した故(翼長)/(風洞直径)、値は、0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, (翼弦)/(風洞直径)の値は0.083, 0.1, 0.117, 0.133, 0.15となる。実験は勿論、レイノルズ数を等しくなる様にして行つた。其の結果を揚力係数抵抗係数を入射角の函数として、又揚力係数を抵抗係数の函数として第四圖から第九圖までに示す。何等の修正を施さざるものに(第四圖, 第六圖及第八圖)楕圓循環分布を假定して第五式によつて修正すれば第五, 第七, 第九圖の如くなる。圖を見ると、 c_z, c_x を入射角の函数として圖示したものより、 c_z-c_x 曲線の方がよく一致した結果を與へてゐる。何となれば此の圖示法では入射角が含まれず、爲に翼附近の周圍條件による揚力—入射角の關係消去されてしまうからである。しかし $c_z, c_x-\alpha$ の關係も最大の翼を除いては可成りよく一致した結果を與へてゐる。



第 4 圖

揚力係數—入射角(修正をなさず)



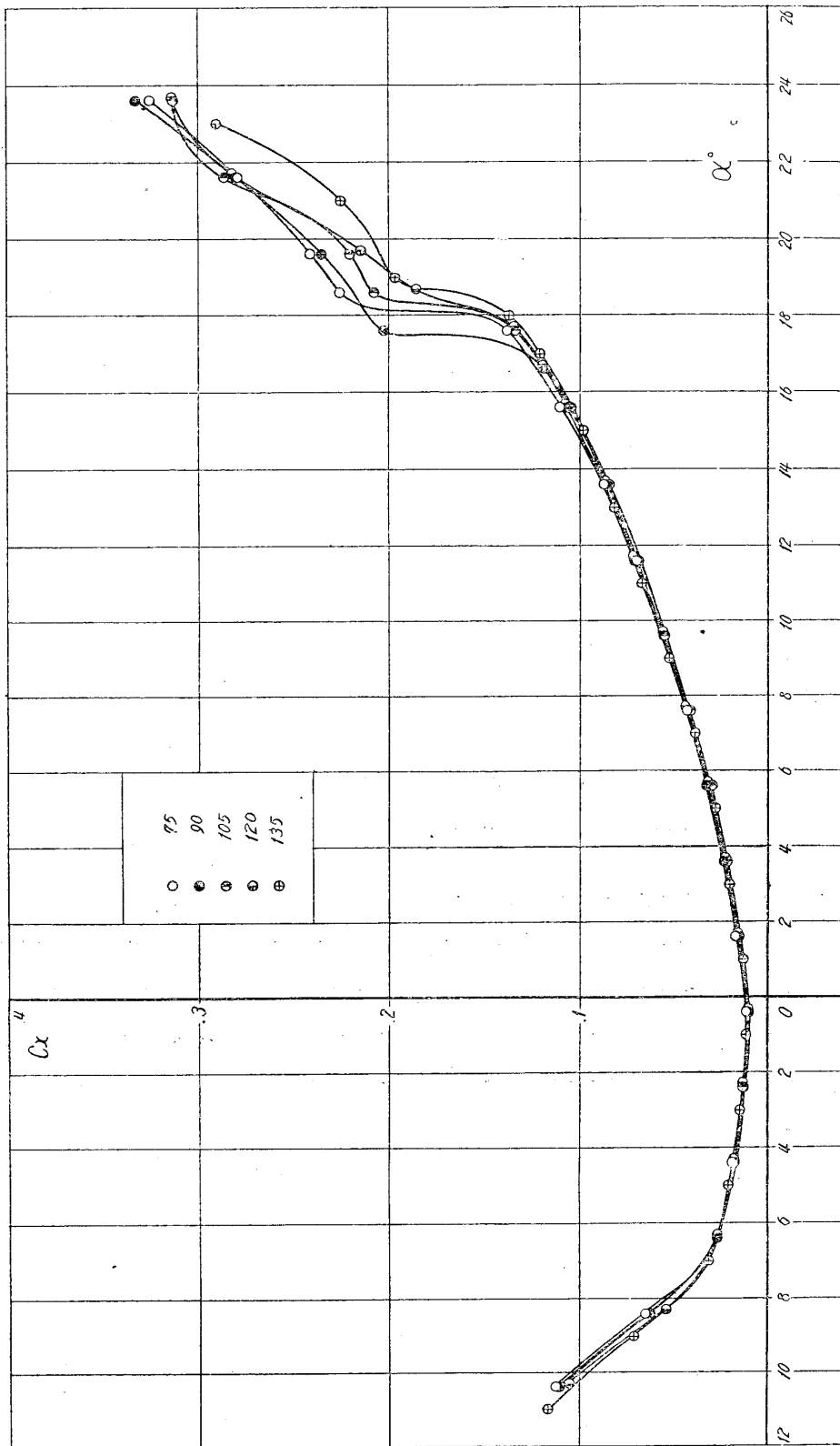
第 5 圖

揚力係数——入射角（楕圓分布として修正したもの）

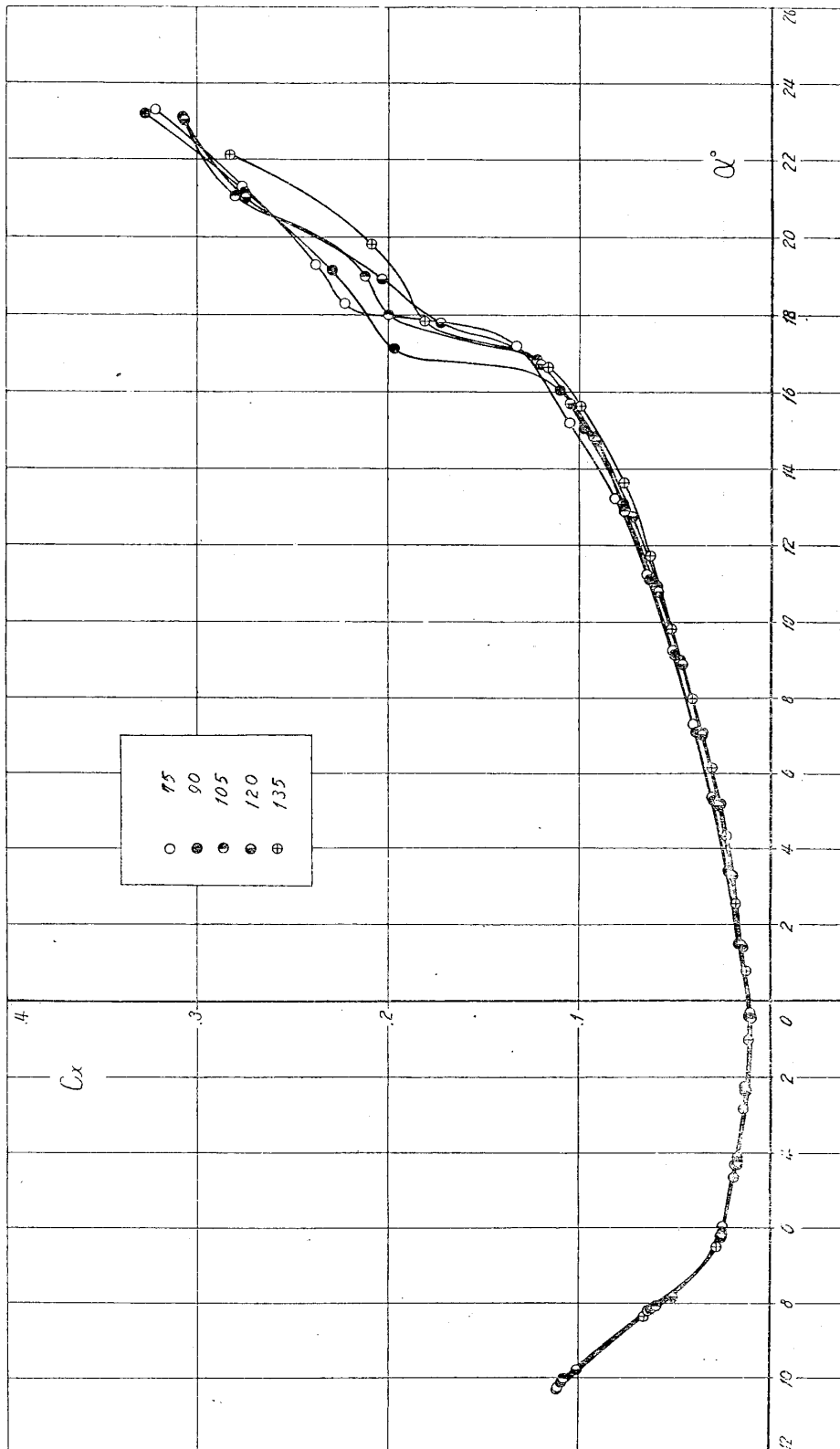
故に本文の結論として次の如きことが云へると思ふ。

即ち、翼幅が風洞の直径の 80 パーセント以内、翼弦長 15 パーセント以内の翼の試験結果に従来の翼理論に示してある修正を施したものは、そのまま風洞壁の影響のない場合の値とみて差支へない。但し、壁の影響を受けて、風洞試験は過少（ゲツテインゲン型風洞）又は過大（N.P.L. 型）の c_z , c_x の値を與へるものであるが、其の差僅かだ、種々の風洞実験誤差以上のものではない。

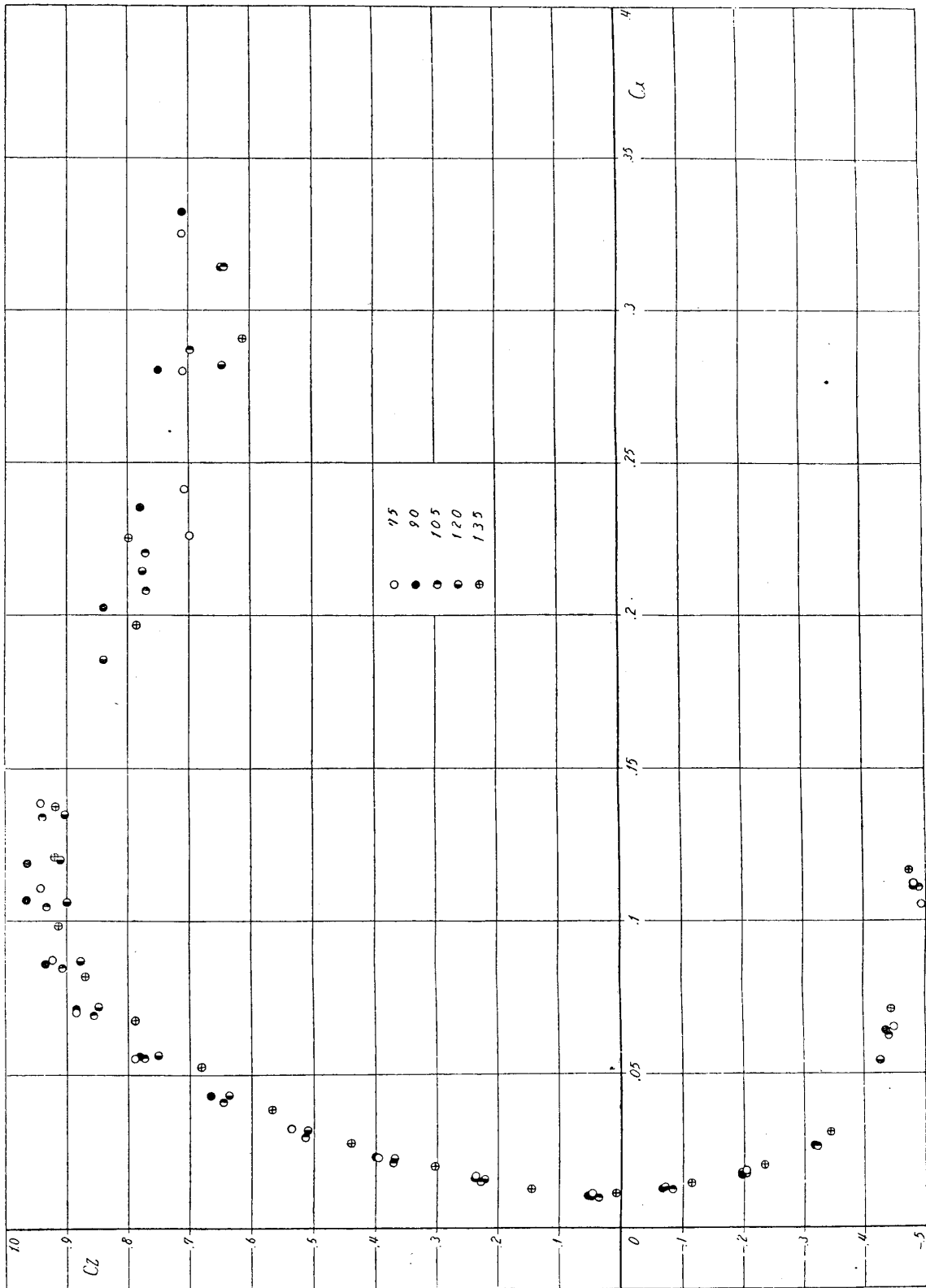
（終り）



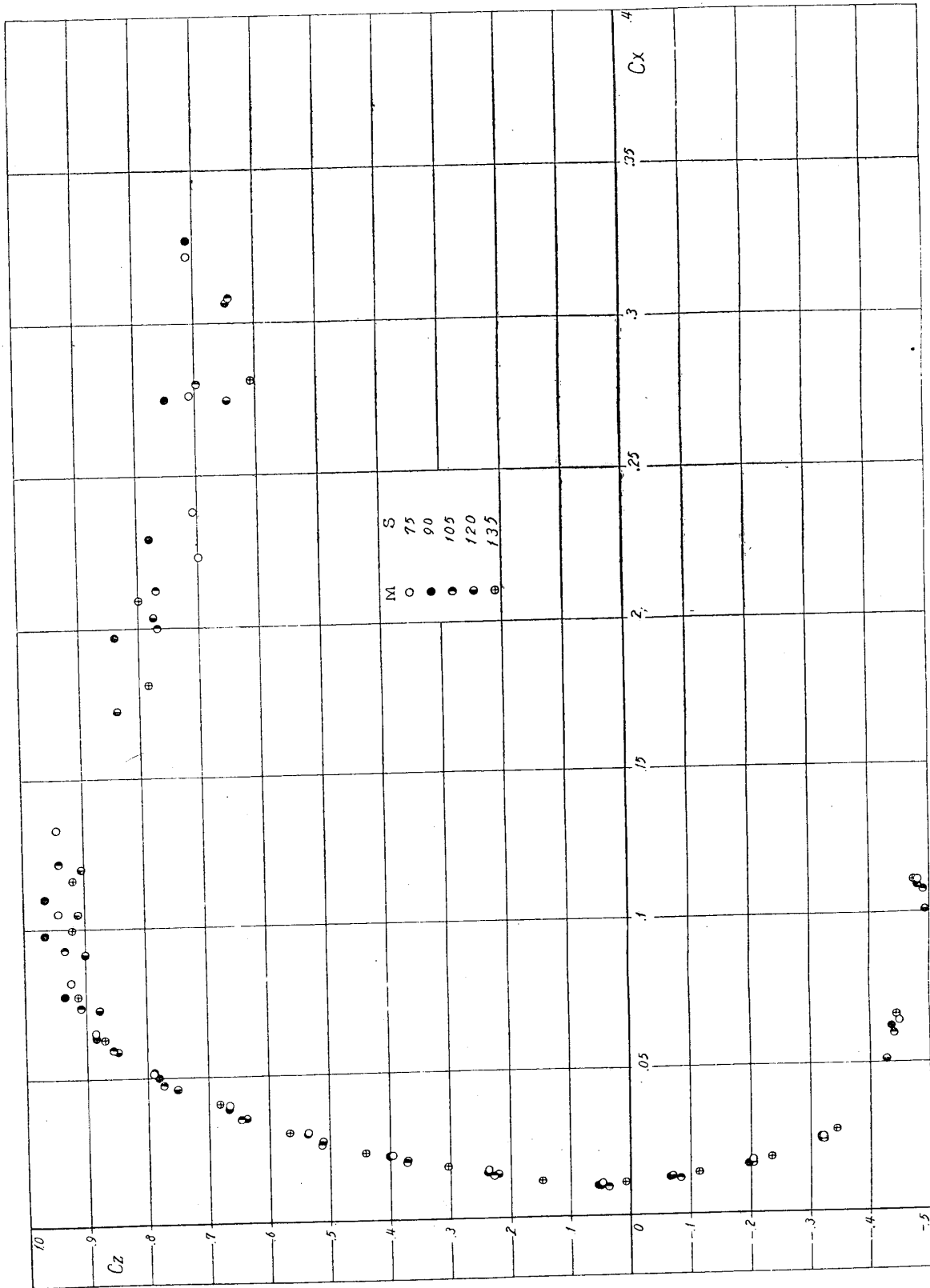
第 6 圖
抵抗係數——入射角(修正なし)



第 7 圖
抵抗係數——入射角(修正したもの)



第 8 圖
揚力係數——抵抗係數(修正なし)



第 9 圖 揚力係數——抵抗係數(修正したもの)