

DNSによる高 Mach 数・低 Reynolds 数の球周りの流れ場に対する Mach 数や温度比の影響把握

永田 貴之, 野々村 拓, 高橋 俊, 水野 裕介, 福田 紘大
東海大 JAXA/ISAS 東海大 東海大 東海大

Investigation of effect of Mach number and Temperature ratio into Flow Field around a Sphere at High Mach and Low Reynolds Numbers Condition by DNS

by

Takayuki Nagata, Taku Nonomura, Shun Takahashi, Yusuke Mizuno and Kota Fukuda

ABSTRACT

In this study, the direct numerical simulations of the flow around a sphere on the high Mach and low Reynolds numbers condition are carried out, and the flow properties are investigated. The three-dimensional compressible Navier–Stokes equations are solved on boundary fitted coordinate system. It is confirmed to have sufficient accuracy by the previous study. Analyses are performed at the Reynolds number (based on the diameter of the sphere and the free-stream velocity) of between 100 and 300, the free-stream Mach number of between 0.3 and 2.0, and the temperature ratio of the sphere surface and free-stream of between 0.5 and 2.0. As a result, we clarified the following points: 1) the effect of the free-stream Reynolds number and temperature ratio on the flow properties, 2) the effect of the temperature ratio can be summarized by the effective Reynolds number that is a newly proposed parameter.

1. はじめに

ロケットエンジンの排気ジェットからは非常に強い音響波が発生し、その音響波は打ち上げ時には地面や発射設備で反射してロケット先端に搭載されたペイロードを強く加振する。そのため、打ち上げ時の音響環境を精度よく予測することは人工衛星の設計などにおいて重要な課題である。これまでは主に NASA の SP-8072¹⁾で報告された半経験則や地上燃焼試験²⁾の結果を用いて打ち上げ時の音響環境の予測を行ってきた。しかしながら半経験則は米国の膨大な打ち上げデータに基づくため、新しいロケットや射点を設計する際の設計ツールとして利用するには精度が十分ではない場合がある。また、燃焼試験はコストがかかるため、近年では CFD による音響予測手法の確立に向けて研究が行われている³⁻⁵⁾。

固体ロケットモータから放出されるアルミナ粒子や大型液体ロケットを打ち上げる際に行う散水による液滴などのジェット中を漂う微粒子は、音響波を減衰させることが実験^{6,7)}から分かっているが、具体的なメカニズムは完全には理解されていない。散乱の効果は例えば清水ら⁷⁾によって検討が行われたが音響波の減衰は単純な散乱効果だけでなく、ジェットと粒子の干渉で音響波の発生自体が抑制される^{8,9)}という指摘もある。そのためジェット中の微粒子の振る舞いについての検討とモデル化を行い音響予測に取り入れることが出来れば予測精度をさらに向上できる可能性がある。しかし、排気ジェットは超音速流れの一方、微粒子の直径は数 μm から数百 μm オーダー¹⁰⁾と非常に小さいため、微粒子まわりの流れ場は高 Mach 数かつ低 Reynolds 数というこれまであまり研究対象とされなかった流れ場であり、その特性は十分に明らかでない。そこで著者らのグループでは、高 Mach 数・低 Reynolds 数流れにおける球周り流れの DNS を行い、非圧縮性流れの研究結果¹¹⁾との比較や Reynolds 数、Mach 数、一様流と球の温度比が流れ場や抗力、熱伝達に与える影響の調査を行い、微粒子の影響を考慮した超音速ジェット LES のための SGS モデル構築に向けた基礎検討を行っている¹²⁻¹³⁾。本報では以前に行った等温条件における解析を複数の Reynolds 数に対して行い、Mach 数・Reynolds 数・球と一様流の温度比の影響を総合的に比較する。また、断熱条件の解析結果との比較を行い、球近傍の粘性係数などで計算した実効 Reynolds 数を導入することで様々な温度比の結果を整理できることを示す。

2. 解法

2. 1. 計算格子

計算格子を Fig. 1 に示す。計算格子は各方向の格子点数が $\xi \times \eta \times \zeta = 107 \times 48 \times 177$ 点で総格子点数は 909, 072 点である。 ξ, η 方向の境界は格子点を 3 点ずつオーバーラップさせ周期境界条件とし、球表面の境界で等温・滑りなし条件、外部境界は自由流出条件である。計算領域の直径は球の直径を D として $100 D$ で、半径方向の格子幅は中心から $15 D$ 以内では最少格子幅から 1.03 倍ずつ増加させ、増分が $0.2 D$ になるとそれ以降の領域では格子幅は一定値である。また、中心から $15 D$ 以降の領域は、反射などを防ぐための buffer 領域で、半径方向の格子幅を 1.2 倍ずつ増加させた。最少格子幅は既往の研究¹¹⁾に習い、 $dr_{\min} = 1.13 / (\text{Re}^{1/2} \times 10.0)$ とした。ただし、全てのケースにおいて最少格子幅は Reynolds 数 300 の値で固定した。

計算条件を Table 1 に示す。球直径と一様流速を基準とする一様流 Reynolds 数を 100 から 300、一様流 Mach 数を 0.3 から 2.0、球表面と一様流の温度の比を 0.5 から 2.0 の間で変化させた。なお、ケース名は Reynolds 数 300, Mach 数 1.2, 温度比 0.5 であれば Re300M120TR050 のように定めた。

Table 1 Calculation conditions

Reynolds number	Mach number	Temperature ratio
100	0.3	0.5
	0.8	0.9
200	1.2	1.1
	2.0	1.5
300	1.2	1.5
	2.0	2.0

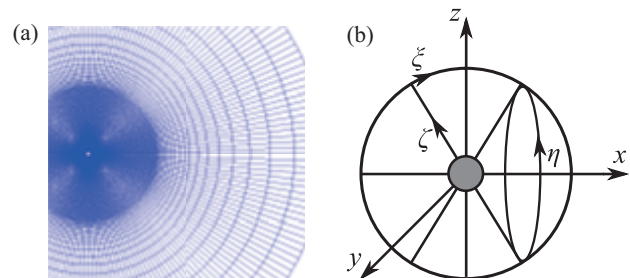


Fig. 1 Computational grid and coordinate system: (a) Computational grid; (b) Coordinate system

2. 2. 計算手法

支配方程式は一樣流の密度と音速、球の直径で無次元化した 3 次元圧縮性 Navier-Stokes 方程式とし、有限体積法で離散化した。対流項は WENO-CU6-FP 法¹⁴、粘性項は 6 次精度中心差分法でそれぞれ評価し、時間積分は 3 次精度 TVD Runge-Kutta 法で行った。WENO-CU6-FP 法は Nonomura *et al.*によって提案された一般座標系でも GCL(幾何学保存則)を満たす WENO 法で、曲線座標系でも一樣流保持が可能である。ただし本解析では計算の更なる安定性を求め、同スキームの中心差分の項は Pirozzoli によって提案された混合型¹⁵に置き換えた。

3. 結果および考察

3. 1. 流れ場の分類

非圧縮性流れでは一樣流 Reynolds 数が一致すれば流れ場も一致するが、圧縮性流れでは Mach 数の影響も考慮する必要がある。また、以前に行った一樣流 Reynolds 数 300 における解析で、温度比の変化で流れ場が変化することがわかっている。Fig. 2 に流れ場の分類結果を示す。分類は球後流における乱流エネルギー(TKE)と剥離点の位置、揚力係数の時間履歴を用いて行った。具体的には、球後流側 x 軸上 $2.5D$ までの領域で一樣流の運動エネルギーで無次元化した TKE(時間方向で取得)の平均値をとり、無次元 TKE の値が 0.1%以上なら Unsteady flow, 0.1%以下なら Steady flow に分類し、流体力に周期的な変動がある場合は Periodic flow, 時間平均場において剥離点の位置に偏りがある場合は Non-axisymmetric flow, 剥離点の位置に偏りが無い場合は Axisymmetric flow とした。この基準にしたがって分類した場合、本解析の条件下では Unsteady periodic flow, Steady non-axisymmetric flow, Steady axisymmetric flow の 3 種類に分類できる。

Fig. 2(a)–(e)は等温条件の結果、Fig. 2(f)は断熱条件の結果で、それぞれ横軸一樣流 Reynolds 数、縦軸 Mach 数とした分類結果を示す。図より温度比 1.0 付近では断熱条件の結果と同じ傾向を示す。一樣流 Reynolds 数 100 の場合は全ての条件で定常・対称流れであるが、一樣流 Reynolds 数 200 では亜音速の温度比が小さい場合は定常・非対称流れである。また、一樣流 Reynolds 数 300 の亜音速では、温度比が大きい場合は周期性非定常流れであるが、温度比が大きい場合は定常流れであり、流れ場の様相は一樣流 Reynolds 数と温度比の影響を受ける。また、超音速の場合は全ての条件において定常・対称流れである。流れ場の様相に対する温度比の影響は、球の温度によって球近傍の流体の密度や粘性係数が変化するために、一樣流の値で計算した Reynolds 数と球近傍の値で計算した実効 Reynolds 数との間に差が生じるためと考えられる。すなわち、温度比が小さい場合、球近傍の流体の密度は増加し粘性係数は減少するため、流れ場はより高 Reynolds 数の断熱条件の流れ場に近づき、温度比が大きい場合、密度は減少し粘性係数が増加するため、流れ場はより低 Reynolds 数の断熱条件のそれに近づく。ただし、Mach 数が大きい場合には空力加熱の影響による粘性係数の増加や、よどみ点付近での密度の増大、さらには衝撃波と後流の干渉によって流れ場が変化する可能性もあるため、注意深い議論が必要である。

3. 2. 近傍場の構造

Fig. 3 に時間平均場において可視化した圧力係数分布と流線を示す。図より、流れ場に対する温度比の影響があり、亜音速と超音速では傾向に差がある。流れ場に対する温度比の影響を比較するために、定常流れのケース(Reynolds 数 200 以下)の時間平均場の剥離点の位置、再循環領域長さを各 Mach 数毎にプロットした。Fig. 4 より剥離点の位置は温

度比が大きい場合に後流側に移動し、一樣流 Reynolds 数も変化してもその傾向は変わらないが、一樣流 Reynolds 数が小さい場合、あるいは Mach 数が大きい場合に温度比の影響が大きい。温度比が大きい場合に剥離点が後流側に移動することから、剥離点の位置に関しても実効 Reynolds 数の影響があると考えられる。Fig. 5 より、再循環領域長さは超音速の場合は温度比が大きい場合に小さいことから、傾向は実効 Reynolds 数による議論に従うが、亜音速では逆の傾向を示す。ただし、一樣流 Reynolds 数が小さい場合は亜音速においても温度比増加による再循環領域長さの伸長が抑えられる(非圧縮の研究¹⁶では Reynolds 数により傾向が異なる)ことから、傾向の差異に剥離点の位置や離脱衝撃波の影響、さらには一樣流との混合や粘性散逸の大きさなど様々な要因が関連していると考えられる。

3. 3. 実効 Reynolds 数による整理

3. 3. 1. 定義と比較方法

今回実施した解析の結果は流れ場への温度比の影響は、球の温度によって球近傍の流体の密度や粘性係数が大きく変化することに起因する可能性を示した。そこで、実効 Reynolds 数を具体的に以下のように定義し、断熱条件の計算結果と比較を行う。

$$\text{Re}_{\text{eff}} = \text{Re}_{\text{inf}} \left(\frac{\rho_{\text{eff}} / \rho_{\text{ref}}}{\mu_{\text{eff}} / \mu_{\text{ref}}} \right)^{f(M_{\text{inf}})} g(M_{\text{inf}}) \quad (1)$$

$$f(M_{\text{inf}}) = a + bM_{\text{inf}} + cM_{\text{inf}}^2 \quad g(M_{\text{inf}}) = d + eM_{\text{inf}} + fM_{\text{inf}}^2$$

ここで、係数の値は $a = 0.18$, $b = 0.13$, $c = 0.012$, $d = 1$, $e = 0.001$, $f = 0.093$ である。定数 a から f は剥離点の位置の比較結果から傾向をよく再現する値を手動で選択した。そのため今後、高 Reynolds 数側でも計算を行い、最小二乗法などで係数を再度決定し直す必要や、得られた係数の物理的意味を吟味する必要がある。添字の inf は一樣流での値、 eff は球近傍における実効的な値、 ref は基準の値(今回は一樣流の値を用いた)である。球近傍の密度と粘性係数は、それらが球の温度によってのみ変化し、温度によって密度と粘性係数以外は変化しないと仮定して、密度は理想気体の状態方程式、粘性係数は Sutherland の式を用いて計算した。関数 $f(M_{\text{inf}})$, $g(M_{\text{inf}})$ は球表面の値から実効 Reynolds 数を予測するための多項式の関数である。Fig. 6 に実効 Reynolds 数と境界層底層の密度と粘性係数で計算した境界層底層の Reynolds 数に対する温度比の影響を示す。実効 Reynolds 数は一樣流と境界層底層の流体が混合した状態で決定するため、一樣流 Reynolds 数と境界層底層 Reynolds 数の中間の値である。また、Mach 数が大きい場合は空力加熱の影響があり、高 Mach 数の温度比が小さい条件では、空力加熱により境界層に対する球の温度の影響が減少するため、球の温度のみで実効 Reynolds 数を計算すると Reynolds 数を大きく見積り、結果として温度比の影響を大きく評価する。そのため、関数 $f(M_{\text{inf}})$ によって球表面での密度や粘性係数から境界層における実効的な値への修正と Mach 数が大きい場合に実効 Reynolds 数に対する球の温度の影響を小さくし、温度比の変化の影響に対する Mach 数の影響を補正する。Fig. 7 に球の温度から状態方程式で計算した密度と、時間平均場で取得した境界層底層での密度(一樣流の密度で正規化)の平均値を示す。図より亜音速では球の温度で計算した値と時間平均場で取得した値はほぼ等しいが、Mach 数が大きい場合圧縮性の効果により時間平均場で取得した密度が大きい。 ρ_{eff} は圧縮性の影響を考慮しないため Mach 数が大きい場合、全ての温度比で実際よりも実効 Reynolds 数を小さく見積もるため、圧縮性の密度変化の寄与分を $g(M_{\text{inf}})$ によって補正する。

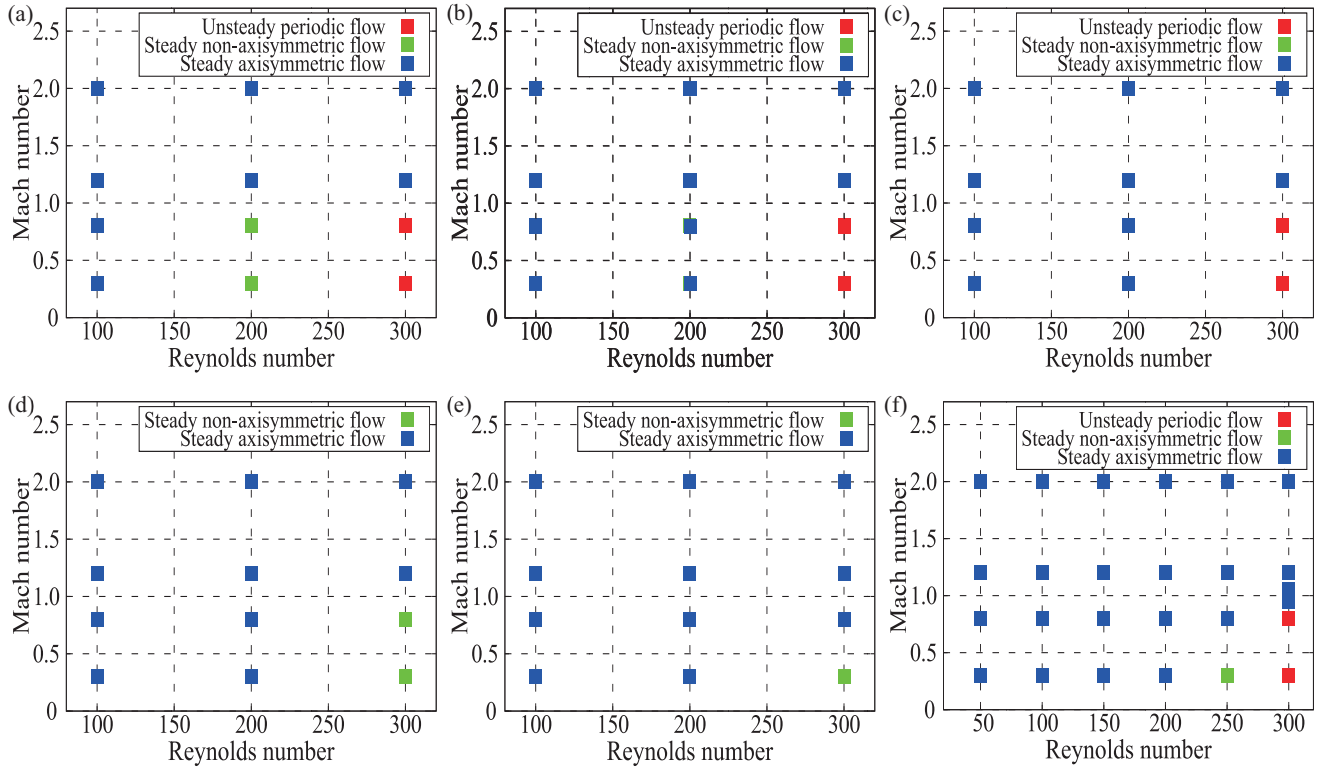


Fig.2 Type of flow field: (a) TR050; (b) TR090; (c) TR110; (d) TR150; (e) TR200; (f) adiabatic condition.

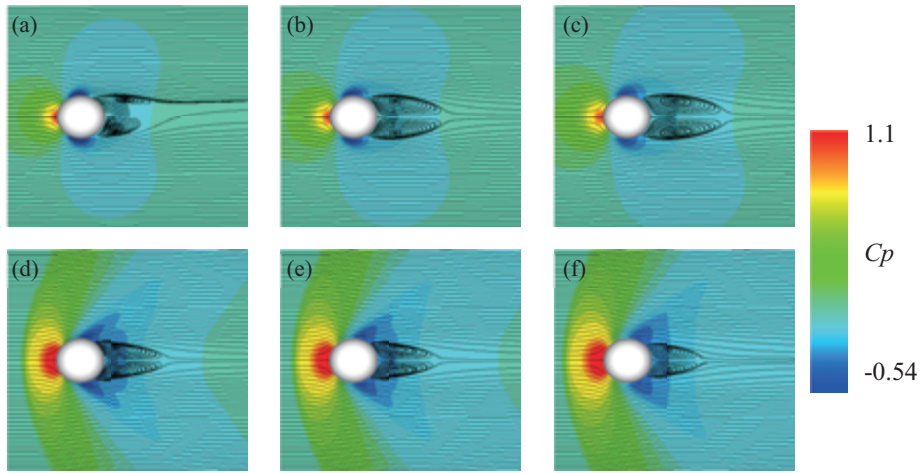


Fig. 3 Pressure coefficient distribution and stream line ($Re=200$): (a) M030TR050; (b) M030TR110; (c) M030TR200; (d) M120TR050; (e) M120TR110; (f) M120TR200.

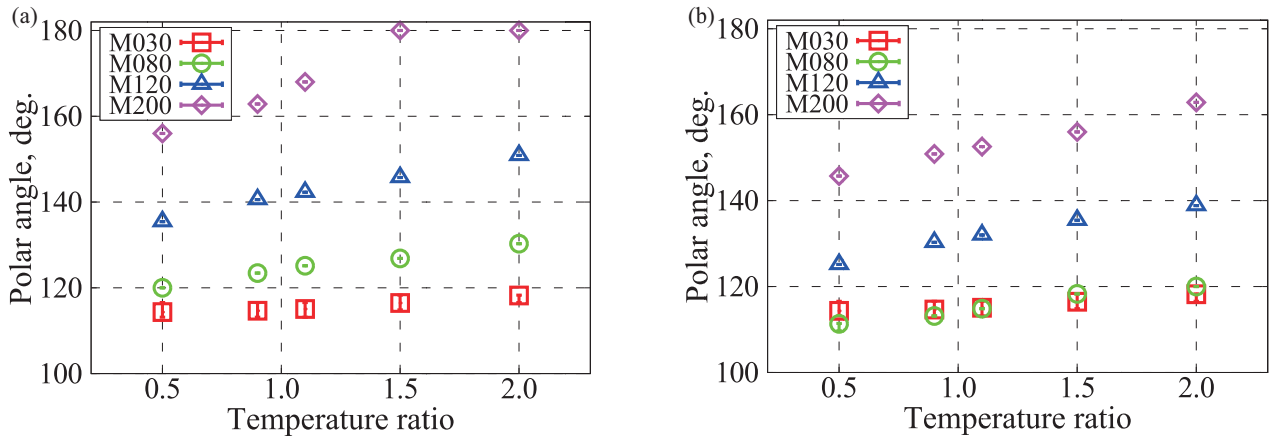


Fig. 4 Separation point: (a) $Re=100$; (b) $Re=200$.

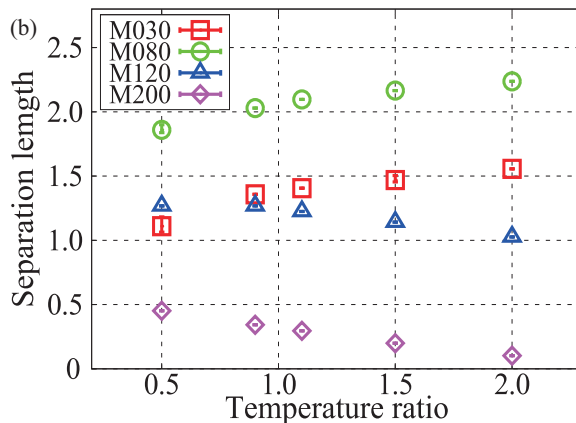
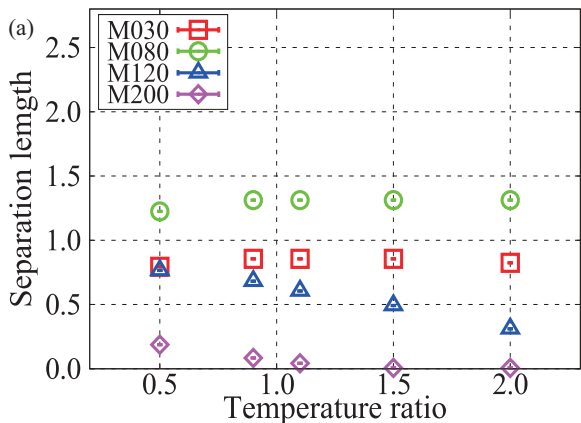


Fig. 5 Separation length: (a) Re100; (b) Re200.

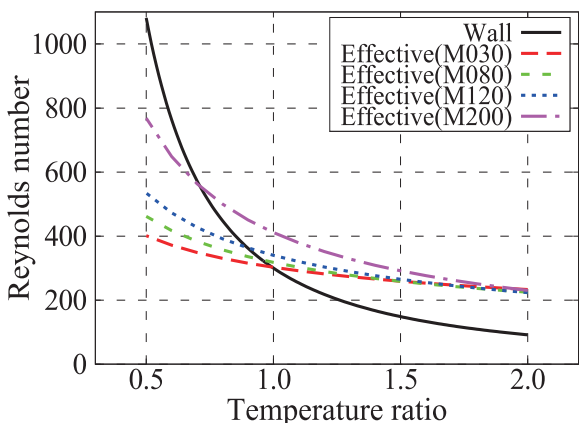


Fig. 6 Effect of temperature ratio on Reynolds number (Re300).

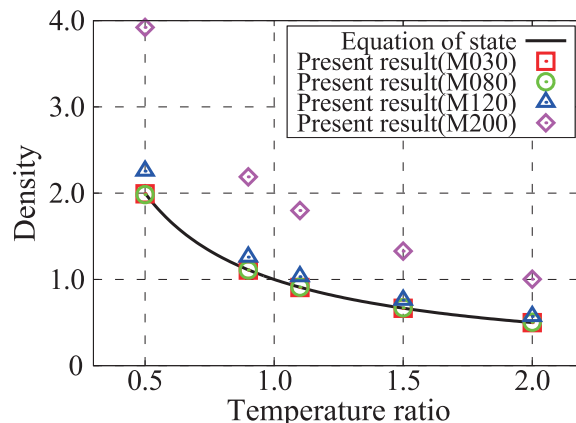


Fig. 7 Effect of Mach number on density (Re300).

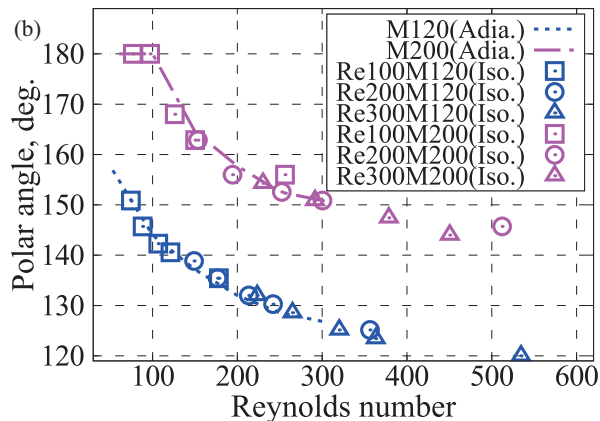
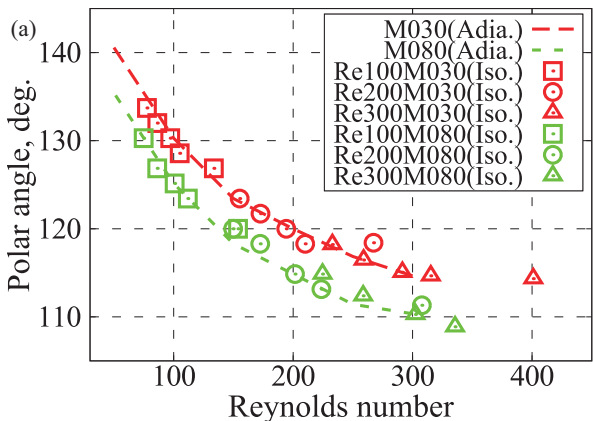


Fig. 8 Comparison of the separation point: (a) subsonic condition; (b) supersonic condition.

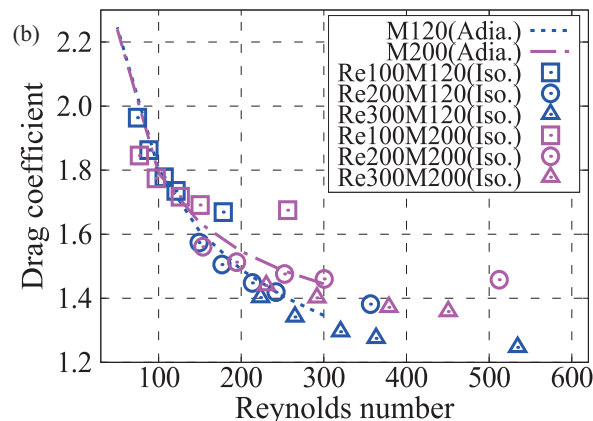
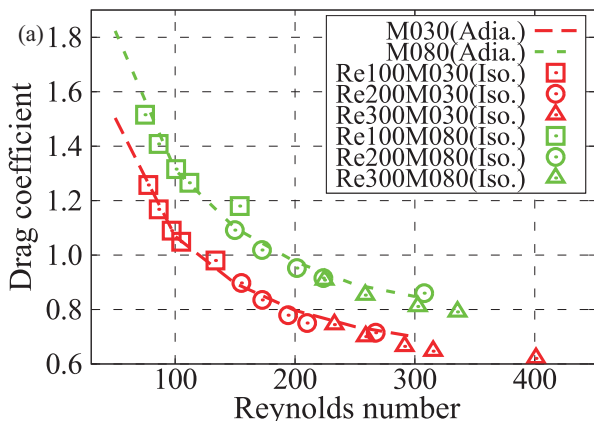


Fig. 9 Comparison of the drag coefficient: (a) subsonic condition; (b) supersonic condition.

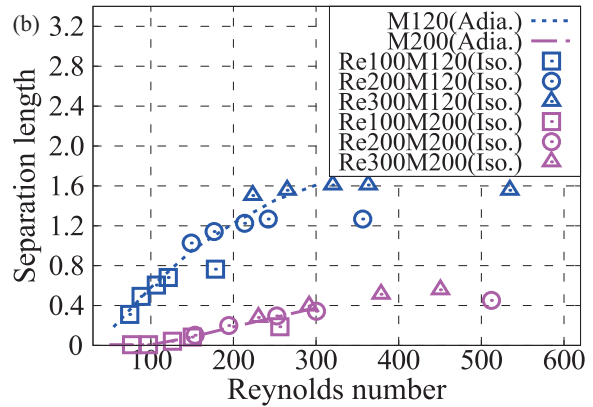
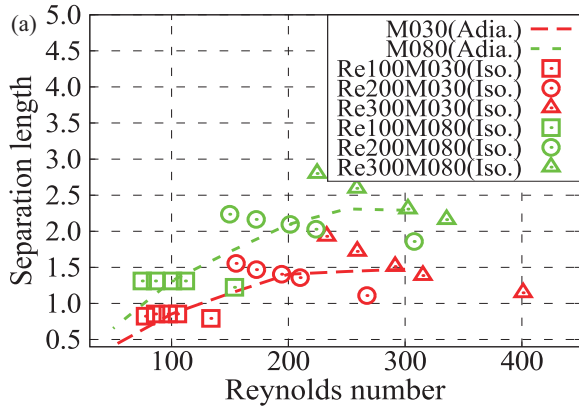


Fig. 10 Comparison of the separation length: (a) subsonic condition; (b) supersonic condition.

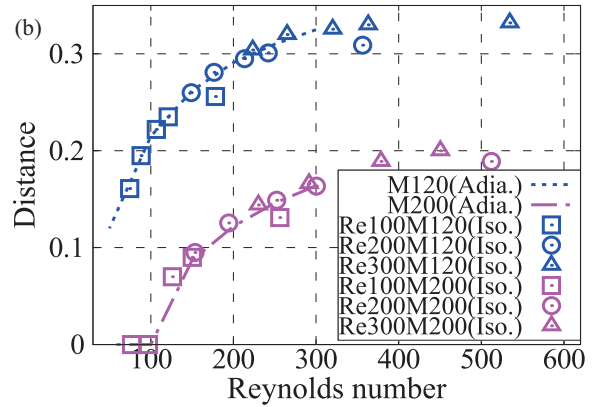
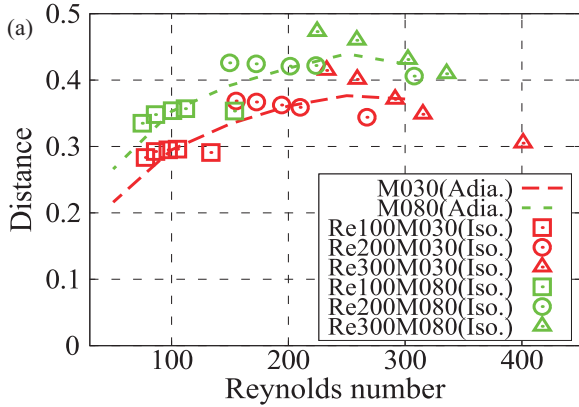


Fig. 11 Comparison of the vortex center position (y-component): (a) subsonic condition; (b) supersonic condition.

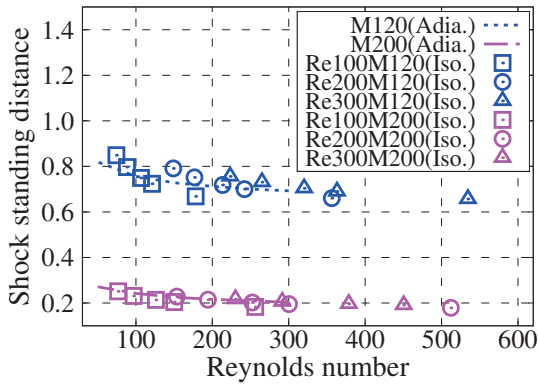


Fig. 12 Comparison of the shock detachment distance.

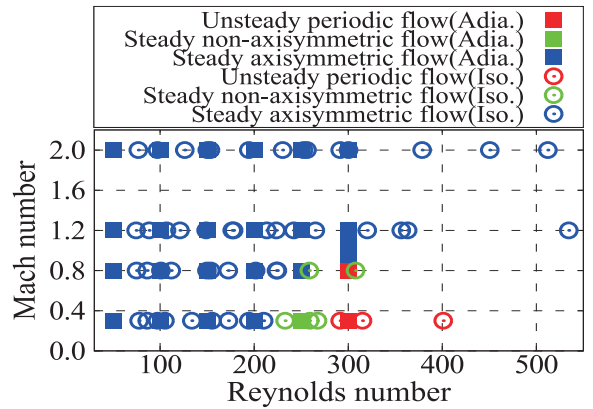


Fig. 13 Comparison of the flow type.

本報では温度比の影響が大きいと考えられる球近傍の流れ場を時間平均場で比較する (Fig. 8–13). 再循環領域の中心位置は原点からの距離で示し、非対称性がある場合は剥離点位置と同様に平均値を取った。衝撃波剥離距離は x 軸上で探査し、球表面からの距離で示す。なお、長さスケールはすべて球の直径で正規化した。断熱条件の結果は横軸一様流 Reynolds 数で、Reynolds 数の刻み幅 50 の離散データを直線で結んだラインで示し、色で Mach 数を区別した。等温条件の計算結果は横軸実効 Reynolds 数で、プロットの形で一様流 Reynolds 数を区別して示した。

3. 3. 2. 比較結果

Fig. 8 より、剥離点の位置は亜音速・超音速共に実効 Reynolds 数を導入することで温度比の影響を整理できる。また、抗力係数については超音速の温度比が小さい場合に誤差があるが、おおよそ傾向を捉えられる (Fig. 9)。剥離点の位置は物体近傍の状態によって決まるため、実効 Reynolds

数による整理ができると考えられる。また、抗力係数も Mach 数が同じであれば粘性係数や剥離点の位置など表面近傍の状態に大きな影響を受けるため、剥離点の位置同様に実効 Reynolds 数による整理が可能であると考えられる。

一方で再循環領域長さ (Fig. 10) は、断熱条件の亜音速の解析では Reynolds 数が小さい場合に再循環領域長さは小さいが、等温条件における解析では温度比が大きい (実効 Reynolds 数が小さい) 場合に再循環領域長さが大きい。このことから、亜音速では再循環領域長さは実効 Reynolds 数で整理することは出来ない。これは、再循環領域長さの挙動が剥離点の位置などとは異なり、一様流との混合や後流で発生する大規模渦構造の相互干渉など球から離れた場所で起こる現象に起因するためと考えられる。一方で超音速の場合は、温度比が大きい場合に再循環領域長さは小さく、おおよそ実効 Reynolds 数で整理できる。これは超音速の場合は剥離点の位置が亜音速の場合に比べ後流側にあり、混合の影響が小さいためと考えられる。再循環領域長さの場

合も、温度比が小さい条件で誤差が大きい傾向は似ており、今後温度比が小さい場合をさらに考慮することでより良い整理が出来ると考えられる。また、再循環領域の中心位置も亜音速では実効 Reynolds 数で整理できない (Fig. 11)。ただし成分については再循環領域長さ同様に超音速では良い一致を示す。

Fig. 12 より、衝撃波離脱距離は実効 Reynolds 数の考え方でおおそ整理できる。著者らは以前、温度比の変化によって離脱衝撃波が移動することを示した。またその変化は、球の温度が境界層厚さに影響を与えることで排除厚さが変化し、見かけ上の物体の大きさが変化することに起因することを示唆した¹³⁾。したがって、離脱衝撃波は球から離れた位置にあるが、球近傍の諸量の変化が大きく影響するため、実効 Reynolds 数で整理できると考えられる。

Fig. 13 に流れ場の種類の比較を示す。四角形のプロットで断熱条件での解析結果を、丸のプロットで実効 Reynolds 数に換算した等温条件での解析結果を示す。図より、実効 Reynolds 数で整理した等温条件の流れ場の種類は、おおそ断熱条件の解析結果と一致し、流れ場の種類についても実効 Reynolds 数による整理が可能であることを示す。ヘアピン渦の生成の有無は球の表面付近の状態および境界層で生成する渦度の粘性散逸の大きさに依存するため、剥離点の位置などと同様に実効 Reynolds 数による議論でおおよそ傾向を捉えることができると考えられる。しかしながら、遠方場では流体の温度変化による混合層内での密度変化、粘性係数の変化によって散逸の度合いが変化するため、断熱条件の結果の一樣流 Reynolds 数と等温条件の結果の実効 Reynolds 数を一致させても、遠方場でのヘアピン渦の構造は異なる。また、ここでは詳細には触れないが Re250M030TR050 (実効 Reynolds 数 334) は周期性非定常流れであり、流れ場の種類は実効 Reynolds 数で整理できると考えられる。一方で、Mach 数 0.8 では実効 Reynolds 数が 300 以上の条件でも定常・非対称流れのケースがある。そのため、圧縮性流れへの影響に関しては再循環領域長さ同様に別途議論する必要がある。超音速のケースは断熱条件の解析を行った範囲では全ての条件で定常・対称流れのため、流れ場の種類についての詳細な議論は難しいが、示した範囲では傾向は一致する。今後、高 Reynolds 数側での解析も行い、議論を行いたい。

4. まとめ

本報では球周り流れの DNS を行い、Reynolds 数・Mach 数・球と一樣流の温度比が流れ場に与える影響について一樣流 Reynolds 数を複数ケース解析することで、温度比と一樣流 Reynolds 数の効果を明らかにした。また、球の温度による球近傍の流体の密度や、粘性係数の変化の影響を考慮した実効 Reynolds 数を提案し、それを利用して等温条件での結果を整理し直すことで剥離点の位置、抵抗係数、衝撃波離脱距離、流れ場の種類をそれぞれ一つのプロットにまとめられることを示した。これは球の温度による上記流れ場の特性の変化が実効 Reynolds 数の変化に起因することを示唆する。この知見を用いることで、高 Mach 数・低 Reynolds 数で温度が変化する粒子の抵抗係数モデルの高精度化が期待できる。一方で、再循環領域の長さや中心位置は実効 Reynolds 数による整理では説明できない。これは、球の温度変化に起因する後流の混合層での密度、粘性係数の変化、圧縮性の効果が影響するためと考えられる。

謝辞

本研究の計算は JAXA の JSS および JSS2 を使用した。また、本研究の一部は科研費(24656522)の支援を受けた。ここに記して謝意を表す。

参考文献

- 1) Eldred, K. M., "Acoustic Loads Generated by the Propulsion System," NASA SP-8072, 1971.
- 2) Ishii, T., Tsutsumi, S., Ui, K., Tokudome, S., Ishii Y., Wada, K., and Nakamura, S., "Acoustic Measurement of 1:42 Scale Booster and Launch Pad," Proceedings of Meetings on Acoustics, Vol. 18, No. 1, p. 040009, 2014.
- 3) Tsutsumi, S., Shimizu, T., Takaki, R., Shima, E., Arita, M. and Fujii, K., "Numerical Study of Pressure Waves Generated by H-IIA Launch Vehicle at Lift-off," AJCPP, pp. 266-271, 2008.
- 4) Tsutsumi, S., Ishii, T., Ui, K., Tokudome, S., Wada, K., "Study on Acoustic Prediction and Reduction of Epsilon Launch Vehicle at Liftoff," Journal of Spacecraft and Rockets, pp. 1-12, 2014, DOI: 10.2514/1.A33010.
- 5) Nonomura, T., Morizawa, S., Obayashi, S. and Fujii, K., "Computational Prediction of Acoustic Waves from a Subscale Rocket Motor," Trans. JSASS Aerospace Thec. Japan, Vol. 12, No. 29, pp. Pe_11-Pe_17, 2014.
- 6) Ignatius, J. K., Sathiyaveeswaran, S. and Chakravarthy, S. R., "Hot-Flow Simulation of Aeroacoustics and Suppression by Water Injection During Rocket Liftoff," AIAA Journal, Vol. 53, No. 1, pp. 235-245, 2014
- 7) 清水 太郎, 平井 誠, 堤 誠司, 高木 亮治, 有田 誠, "駅敵群による音の減衰効果," 日本航空宇宙学会論文集, Vol. 57, No. 661, P 71-76, 2009.
- 8) Fukuda, K., Tsutsumi, S., Shimizu, T., Takaki, R., and Ui, K., "Examination of Sound Suppression by Water Injection at Lift-off of Launch Vehicles," 17th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, 2011.
- 9) Terakado, D., Nagata, Y., Nonomura, T., Fujii, K., and Yamamoto, M., "Computational Analysis of Compressible Gas-Particle-Multiphase Turbulent Mixing Layer in Euler-Euler Formulation," 30th International Symposium on Space Technology and Science, 92155, 2015.
- 10) Shimada, T., Daimon, Y. and Sekino, N., "Computational Fluid Dynamics of Multiphase Flows in Solid Rocket Motors," JAXA Special Publication, JAXA-SP-05-035E, 2006.
- 11) Johnson T. A., and Patel V. C., "Flow past a sphere up to a Reynolds number of 300," Journal of Fluid Mechanics, Vol. 378, pp. 19-70, 1999.
- 12) Nagata, T., Nonomura, T., Takahashi, S., Mizuno, Y., and Fukuda, K., "Analysis on Flow around a Sphere at the High Mach Number, Low Reynolds Number and Adiabatic Condition for High Accuracy Analysis of Gas Particle Flows," The VI Coupled Problems in Science and Engineering 2015, pp. 760-771, (2015).
- 13) 永田貴之, 野々村拓, 高橋俊, 水野裕介, 福田紘大 "高Mach数・低Reynolds数・等温条件下における衝撃波を含む球周りの直接数値解析," 平成26年度衝撃波シンポジウム, 2A2-1, 2014.
- 14) Nonomura, T., Terakado, D., Abe, Y. and Fujii, K., "A new technique for freestream preservation of finite-difference WENO on curvilinear grid," Computers & Fluids, Vol. 107, pp. 242-255, 2015.
- 15) Pirozzoli, S., "Stabilized non-dissipative approximations of Euler equations in generalized curvilinear coordinates," Journal of Computational Physics, Vol. 230, No.8, pp. 2997-3014, 2011.
- 16) Kurose, R., Anami, M., Fujita, A., and Komori, A., "Numerical Simulation of flow past a heated/cooled Sphere," Journal of Fluid Mechanics, Vol. 692, pp. 332-346, 2012.