

# PIV 圧力推定における速度データ計測誤差の影響解析シミュレーション

松島紀佐<sup>#1</sup>、南波遼大<sup>#1</sup>、山口銀河<sup>#1</sup>、加藤裕之<sup>#2</sup>

#1 富山大学、#2 宇宙航空研究開発機構

## Simulation to analyze the effect of measurement error of velocity data on PIV pressure estimation

by

Kisa MATSUSHIMA, Ryodai NAMBA, Ginga YAMAGUCHI, and Hiroyuki KATO

### ABSTRACT

A numerical pressure estimation system which uses the 2.5 Dimensional model of a Poisson equation has been developed in order to let PIV measurement more advantageous in aerodynamic design. In the article, the system is examined if it can handle a case where the data of flow speed measured by PIV experiments have noise error. The examination is fully performed using computer simulation. First, the noise data of flow velocity are produced to add them to the original ideal velocity data. The several different error patterns are prepared. Then, the pressure distributions are estimated by the system with the data in order to analyze how the noise errors affect the estimated results. The examination shows that boundary data imposed for the Poisson equation have great influence on the solutions all over the space. If a strategy is devised to reduce measurement errors on boundaries, fairly good pressure estimation can be done without caring the errors on inner space.

### 1. 緒言

近年、空力特性を知るための手法として、PIV (Particle Image Velocimetry) 計測がある。PIV 計測は、流体中に粒子を流し、シート光をあて撮影することで、粒子集団の移動距離を計測し、流速を算出する手法で、非接触計測かつ面計測ができるという点で優れた計測方法である。我々は翼後流のPIV計測で算出された流速データを、後流積分法に適用することで、翼の空力特性を得ようとしている。後流積分法とは、翼後流の流速データ及び圧力データから、翼にかかる抗力（形状抵抗、誘導抵抗、二次形状抵抗）及び揚力を算出する方法である[1]。しかし、PIV計測は流速を測定する手法であるため、後流積分法に必要な圧力データが算出されない。そこで、本研究では、PIV計測と後流積分法をつなげるために、PIV計測によって得られる流速データから圧力を推定する手法について検証する。我々は、これまでの研究では、圧縮性及び非圧縮性の流れ場に対して、翼後流の流速データを用いた圧力推定手法について検証を重ねてきた[2-6]。その結果、ノイズのない流速データからの圧力推定は精度良い計算が可能となった。

本稿では、PIV計測で得られた流速データには、多くの場合計測ノイズが含まれることを念頭に置いて、計測ノイズの圧力推定に及ぼす影響を考察する。対象は非圧縮の流れ場の主流に垂直な翼後流断面である。ノイズ誤差は乱数発生プログラムを用いて発生させ、これまで検証に用いてきたノイズのない流速データに誤差を付与する。全体的にノイズを分布させる場合や位置を限定して与える場合などいくつかのパターンを検討した。この検証により本圧力推定手法に影響を与えるノイズの特定を行う。また、ノイズの傾向を分析し、分析結果から分かった情報をもとに編み出したノイズ低減処理手法を用いて流速データを改善して圧力推定を行う事を試みる。

### 2. 圧力推定手法

#### 2.1. 圧力推定概要

半スパン翼についての PIV 計測の概要を Fig.2-1 に示す。JAXA で実施されている PIV 計測基礎実験で使用されている、NACA0012 の断面を持つ矩形翼を、本研究での対象翼とし、翼コード長 (C と表記する) を基準長さ

として無次元化した。スパン長は 5C で、矩形翼の翼端を閉じさせるため翼端から半スパン長の 5% 内側に向かって楕円曲線的な形状となっている。また、翼前縁の x 座標を 0 とし、翼後縁より 0.2C 下流の y-z 面 (x = 1.2C) を、PIV 計測し圧力推定を行う対象となる面とする。Fig.2-1 は、翼の半裁モデル周りの流れ場の模式図であり、翼下流から翼に向かって左手の面を対称面とする。今後、PIV 計測面や圧力推定結果を示す図は、左辺を対称面とする半裁モデル周りの流れ場断面である。

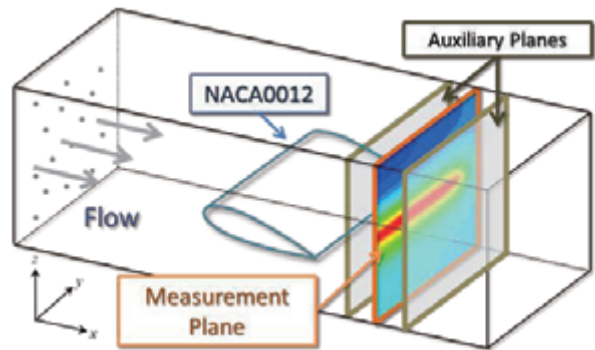


Fig.2-1 PIV's image

#### 2.2. 2.5次元圧力推定モデル

3次元非圧縮性の Navier-Stokes 方程式を変形すると 3次元 Poisson 方程式が得られる。この 3次元 Poisson 方程式を数値的に解くことで圧力を推定することができるが、3次元 Poisson 方程式を解くためには、計算領域の x 方向両端境界の y-z 面の値が境界条件として必要となり、PIV 計測で得られる流速データのみからでは、この境界条件を精度よく定めることは極めて難しい。しかし、我々の対象とする翼後流面を解析するためには、2次元の圧力推定では上手くいかないことがわかっているため、x 方向の速度勾配を考慮した 2.5次元圧力推定モデルを使用する[3]。

$$\frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = - \left\{ \begin{aligned} &\left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \\ &+ \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial y} + 2 \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial z} \frac{\partial w}{\partial x} \\ &+ u \frac{\partial D}{\partial x} + v \frac{\partial D}{\partial y} + w \frac{\partial D}{\partial z} \\ &+ \frac{1}{\text{Re}} \left( \frac{\partial^2 D}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 D}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 D}{\partial z^2} \right) \end{aligned} \right\}$$

where  $D = \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}$ .

### 2.3. 精度検証方法

圧力推定を行うにあたって、入力データとなる翼後流のPIV計測データの準備と、精度検証を行う際には比較検討するために基準となる圧力値が必要である。しかし、PIV計測では流速値のみ得られ、対応する圧力値は得られない。そこで、本研究では3次元翼周りシミュレーションを行い、基準圧力値の算出を行うと同時に、PIV計測データの代用として用いる流速データも算出する。つまり、本研究では、3次元翼周りシミュレーションで得た流速データを用いて圧力推定を行い、その結果を推定値とする。また、3次元翼周りシミュレーションによって得られた圧力を基準値（正解）とし比較・検証を行う。

3次元翼周りシミュレーションの流れ場条件は、Mach数0.350、迎角1.86°、レイノルズ数3.0millionとして行っている。

### 2.4. 境界条件

圧力推定の際には、前述の2.5次元圧力推定モデル（Poisson方程式）を解くのであるが、その際境界条件の設定は必須である。本研究に用いる境界条件は、ディリクレ条件、ノイマン条件、等エントロピー条件と呼んでいる3種の条件をハイブリッドして4辺の境界に用いる。Fig.2-2に、圧力推定対象面の格子と、4辺の境界の位置を示す。Fig.2-2において計測面の各辺を左辺、上辺、右辺、下辺と呼ぶ。

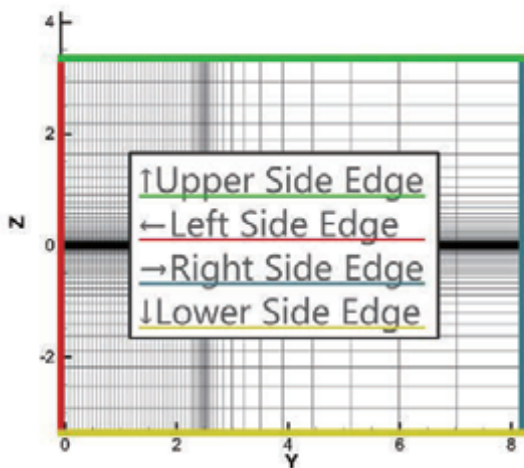


Fig.2-2 Mesh and the location of each boundary for PIV pressure estimation.

ディリクレ条件とは、正解の圧力値を境界辺上に設定する。正解の圧力値として、3次元翼周りシミュレーション結果の圧力値を用いる。

ノイマン条件は、境界辺の法線方向に圧力勾配が0という条件を与えるものである。

等エントロピー条件は、等エントロピー性を仮定したエネルギー関係式を用いて流速から圧力を算出し、その値を境界に与えるものである。等エントロピー条件は、速度から圧力を求められるという点において、圧力を計測する必要がないため、流速のみを計測するPIV計測と相性が良い。なお、衝撃波や渦現象などの不可逆的な変化、粘性に支配される領域では、等エントロピー性は成り立たないため、左辺(対称境界で境界層を含む)では用いない。

誤差のない理想的な流れ場の流速データを用いた場合の本圧力推定手法や以上の境界条件の有用性及精度の信頼性の確認は以前の研究で確認済みである。

## 3. 計測誤差の表現法

### 3.1. 二種類の人工誤差

本研究では、意図的に計測ノイズ(誤差)が乗った流速データを作るために、3次元翼周りシミュレーションによって算出された流速データに人工誤差を足したものを計測ノイズ込の流速データとする。計測誤差をシミュレーションするにあたり、二種類の人工誤差を用いる。計測データのばらつきを表す人工誤差をRandom誤差とし、計測データに一樣な傾きで乗った誤差を表す人工誤差をTend誤差とする。それらを足し合わせたものをRandomTend誤差とする。RandomTend誤差の一例をFig.3-1に示す。

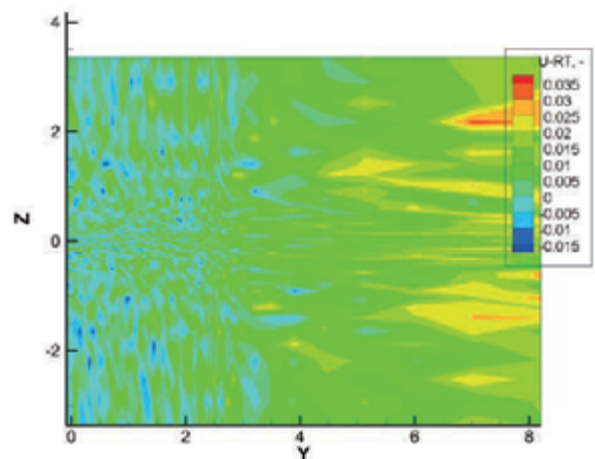


Fig.3-1 Example of total (Random + Tend) error distribution.

また、誤差の大きさは、一樣流速マッハ数0.35に対し、Random誤差が最大約5%、Tend誤差も最大約5%とし、誤差の平均が約3%、誤差の合計がマッハ数の約10%となるよう生成した。本稿における推定計算では、誤差は、主流方向の流速に付加する事とした。10%という数値は計測誤差としては過大であるが、予備的な数値実験として影響が確実にわかる数値として採用した。

### 3.2. Random誤差の表現

Random誤差を表現するにあたり、擬似乱数列を生成した。Randomといってもコンピュータ上で発生できる乱数は、必ず因果関係の定まった数列であり、有限の周期をもっている。これを擬似乱数という[7-8]。しかし、その周期が十分に長く、かつ、見かけ上の統計的性質が良好であれば乱数とみなすことができる。そのため、本研究で扱う擬似乱数列には、無規則性と等確率性についての検定を行い、一定の基準を満たしている擬似乱数列のみを使用している。これにより、流速データにばらつきを生じさせている。Random誤差の一例をFig.3-2に示す。ただし、シミュレーションに使っているメッシュの格子点(不等間隔格子)に対して誤差を与えているので、格子点番号空間では、Randomであるが、Fig.3-2の様に物理空間上誤差分布は偏りがある。

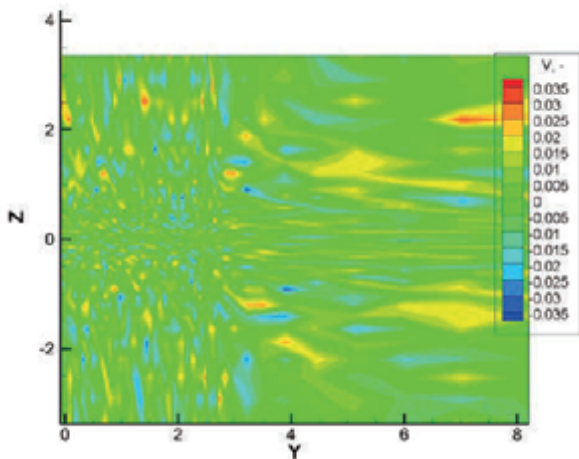


Fig.3-2 Example of 'Random' error distribution.

### 3.3. Tend誤差の表現

Tend誤差を表現するにあたり、計測データの対称境界から外側(遠方)境界に向けて一様の傾きを持たせた誤差を生成した。Tend誤差の一例をFig.3-3に示す。

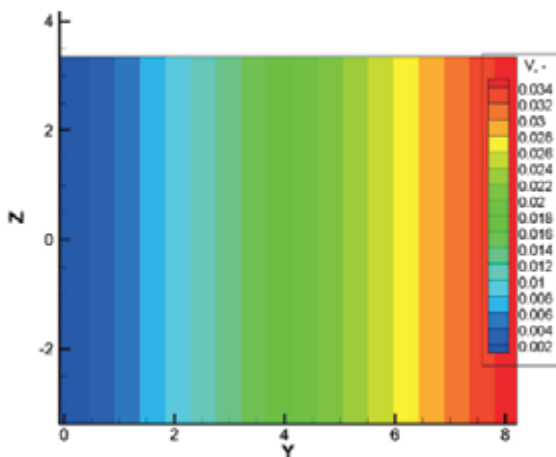


Fig.3-3 example of error (Tend)

### 3.4. 誤差の付与位置の限定

本稿では、Random誤差を付与する位置を限定させることで、計測データ内のどの位置に誤差が混入することが最も圧力推定結果に影響を与えるのかを検討する。その際に、翼周りの領域、境界付近の領域と境界のみに誤差を与える2種類の位置限定を行った。

翼周りの領域は、y方向に4C、z方向に±2Cの領域とした。また、境界付近の領域は、上下共にy方向の境界から内側に2Cの位置とし、z方向は境界から内側に2格子目とした。Fig.3-4及びFig.3-5に、翼周りの領域及び境界付近の領域をそれぞれ示す。

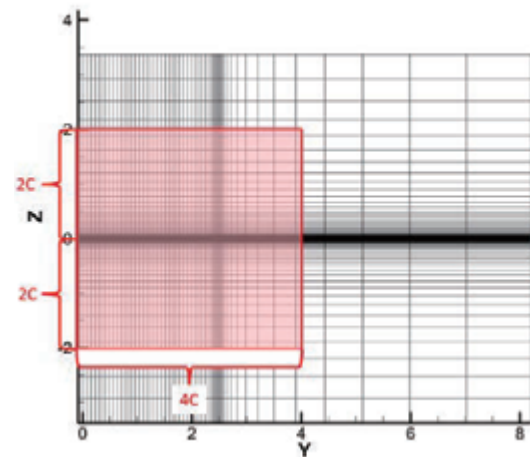


Fig.3-4 Limited error region (Wing area)

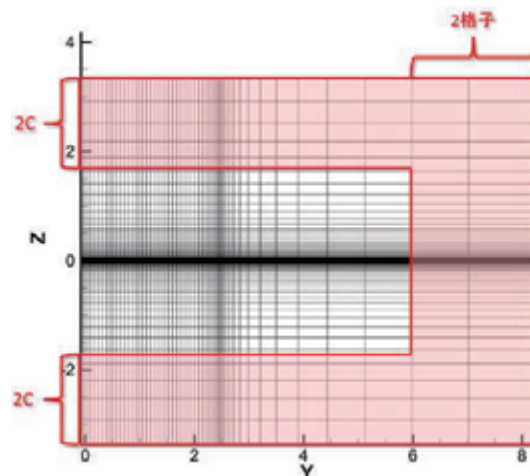


Fig.3-5 Limited error region (Boundary area)

## 4. 誤差処理

ノイズ混入データに対し、本章で説明する誤差処理を行った場合の圧力推定の計算結果は5.3節で示す。

### 4.1. Random誤差の低減

計測誤差に乗るRandom誤差を低減するために、重みを加味した移動平均による平滑化を行う。対象の格子点の値と、その上下左右の4点の値を参照し、平均をと



り格子点の値とする．その際、元のデータの特徴を消す恐れがあるため、対象格子点、上点、左点、右点、下点のそれぞれの重みを（0.8，0.05，0.05，0.05，0.05）として平均をとる．Fig.4-1に重み付移動平均の概要を示す．

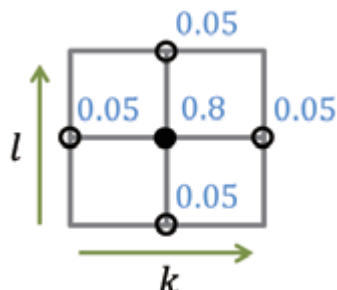


Fig.4-1 Weighted Moving Average

#### 4.2. Tend誤差の低減

Tend誤差を低減するために、本来ほとんど一様流と同等とみてよい翼遠方の値を参照し、補正する．y方向の列ごとに、上下境界から数点を取り、それらの平均値を算出する．列ごとの一様流の平均値が出るので、それらと翼根にあたる左端の平均値との差をとると、その差が列ごとの傾きによって生じる誤差になる．その差の値を各列の値すべてから引くことで、傾きを補正する．

### 5. ノイズのある流速データでの圧力推定結果

#### 5.1. 基準Cpとの比較

Fig.5-1に誤差を含まないデータから算出された基準とするCp分布を示す．また、Fig.5-2及びFig.5-3にRandom+Tend誤差を与えた速度データを用いたCp分布を示す．それぞれの境界条件は、Fig.5-2は、4辺全てにディリクレ条件を適用、Fig.5-3は左辺にディリクレ条件、上下右辺にノイマン条件を適用している．

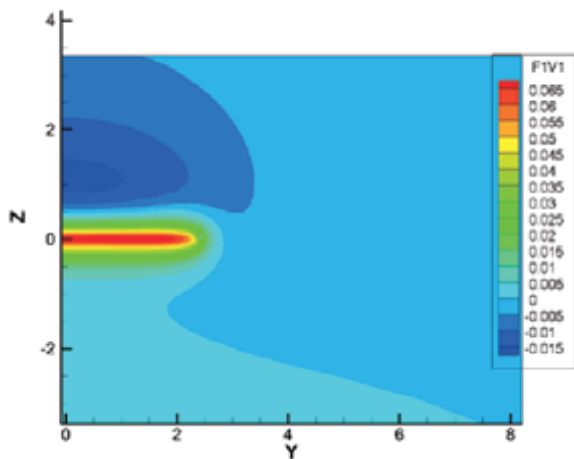


Fig.5-1 Cp distribution without noise

##### 5.1.1. 境界に正解値を与えた圧力推定結果

Fig.5-2より、境界条件にディリクレ条件を適用した場合は、正解圧力分布と定量的にほぼ正しい．このことから、本手法では境界に正しい値を与えれば、計測した流速データに誤差が含まれていてもその誤差の影響がかなり低減された形で圧力推定できることがわかる．内点の情報は勾配として寄与し、一方、解の絶対値は境界値が大きく影響を与えるという楕円型方程式の特徴を反映した結果となっている．

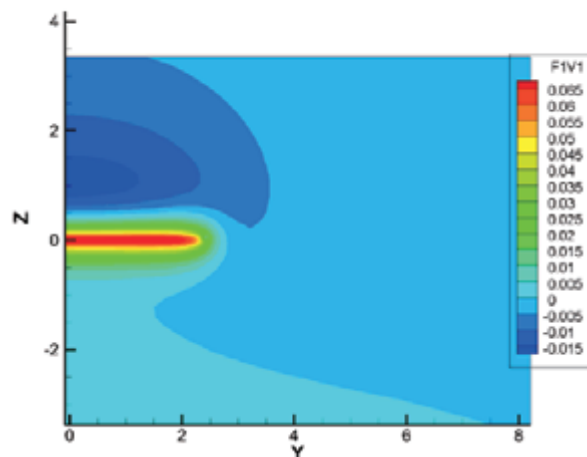


Fig.5-2 Resulted Cp distribution using noisy data with Dirichlet b.c.

##### 5.1.2. ノイマン条件を用いた圧力推定結果

Fig.5-3より、境界条件にノイマン条件を適用した場合も、定量的に正しい．この時の境界条件設定は左辺にのみディリクレ条件、上下右辺にノイマン条件を適用したハイブリッド型である．部分的にでも、ただし圧力値を境界に与えることが出来れば、計測誤差の影響が小さくなり精度良く圧力推定できることがわかった．

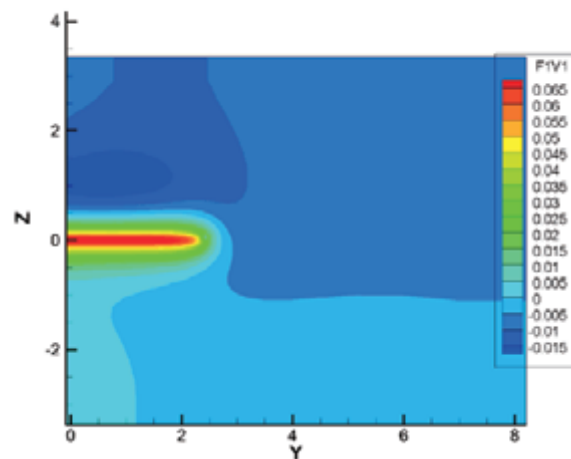


Fig.5-3 Resulted Cp distribution using noisy data with Neumann b.c.

### 5.1.3. 等エントロピー条件を用いた圧力推定結果

しかし、上記の境界条件では、圧力推定を行う際に正しい圧力値を利用するため別途圧力測定実験が必要となる。そのため、圧力を測定しなくても利用することができる等エントロピー条件を適用することを考える。Fig.5-4にRandom+Tend誤差を与えた速度データを用いたCp分布を示す。境界条件を、左辺ノイマン条件、上下右辺に等エントロピー条件を適用した。

Fig.5-4より、等エントロピー条件を適用した場合、翼後流部分のCpが正解値の3分の2程度の大きさで、圧力推定値が大きく外れていることがわかる。これは、等エントロピー条件では境界値の流速データを利用して、境界値を算出するので、流速データに混入した誤差の影響が大きく出たためと考えられる。

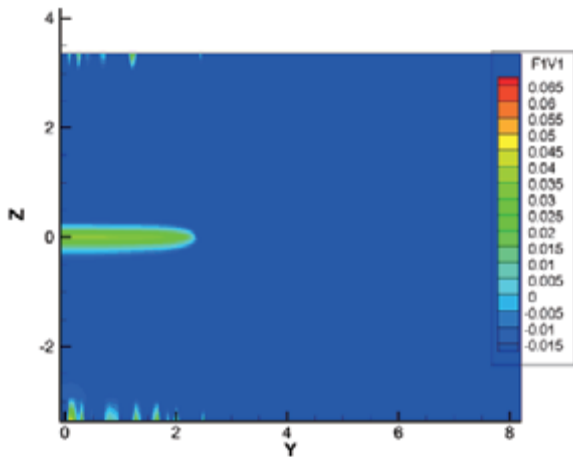


Fig.5-4 Resulted Cp distribution using noisy data with Isentropic b.c.

## 5.2. 誤差付与位置を限定した流速データでの圧力推定結果

次に、誤差を付与する位置を限定した流速データで圧力推定を行った。Fig.5-5に、翼周り領域にのみ誤差を付与した場合のCp分布を、Fig.5-6に、境界付近領域にのみ誤差を付与した場合のCp分布を示す。境界条件は共に、左辺ノイマン条件、上下右辺に等エントロピー条件を適用し、与えた誤差はRandom誤差のみである。

### 5.2.1. 翼周り領域流速データに誤差を付与

Fig.5-5より、翼周り領域にのみ誤差を付与した場合には、定量的に正しく推定されている。

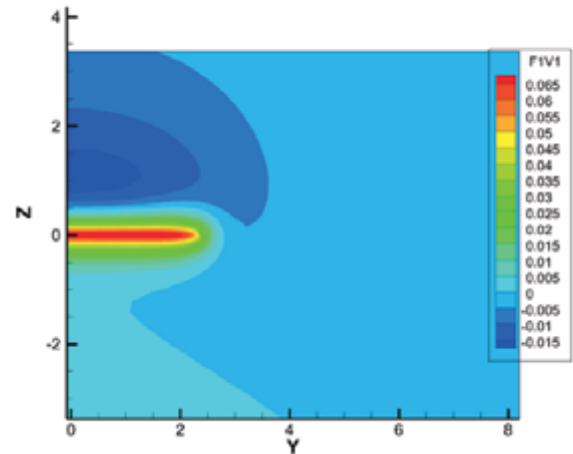


Fig.5-5 Resulted Cp distribution using noisy data with Isentropic b.c. (Wing area)

### 5.2.2. 境界付近にのみ誤差を付与

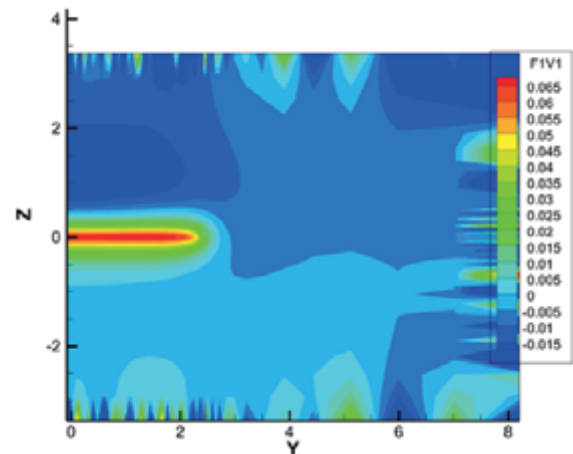


Fig.5-6 Resulted Cp distribution using noisy data with Isentropic b.c. (Boundary area)

Fig.5-6より、境界付近にのみ誤差を付与した場合には、翼周り領域にのみ入れた場合よりも誤差の影響が大きく出た。

このことから、誤差が計測領域の内部に混入した場合は境界には誤差がないので、境界条件が正しく計算され、内部の誤差があっても圧力は正解に近い値に推定される。しかし、境界に誤差が入ると、等エントロピー式で計算された境界条件として設定すべき圧力値に誤差が入りその誤差が、推定圧力値に大きな影響を及ぼすことがわかる。

## 5.3. 誤差処理後の圧力推定結果

等エントロピー条件を適用した圧力推定を行うためには、流速データに乗っている誤差を減らす必要がある。そこで、5.1.3節で利用したRandomとTendの両方の誤差を混入させた流速データに対し誤差の低減処理を行い、圧力推定をした結果をFig.5-7に示す。

Fig.5-7より、Fig.5-4と比較すると、誤差処理を行うことで、誤差の影響を大幅に軽減できていることがわかる。翼周りの領域では、境界付近の領域には誤差の影響は残っている。これは、誤差処理が誤差を完全に取り除いているわけではなく、平滑化によって誤差を平均しているだけなのでまだ境界値に誤差が残っているためだと考えられる。計測データから完全に誤差をなくすることは不可能なことであるが、誤差の傾向を判断することが出来れば、境界値の補正がより強く行えるような誤差処理法を見つけることで、より計測誤差に左右されない圧力推定が行えると考える。

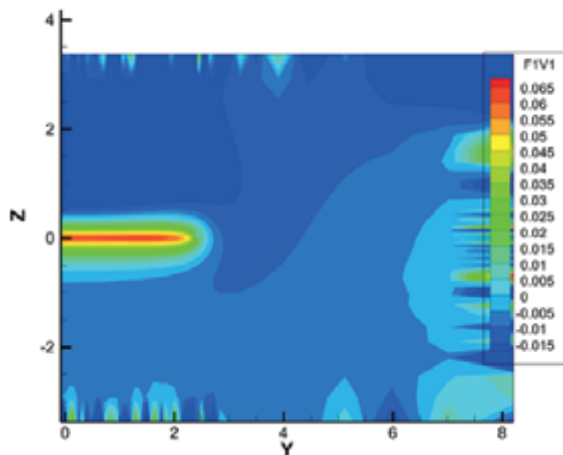


Fig.5-7 Resulted Cp distribution using noisy data with Isentropic b.c. (After error reduction)

## 6. 結言

PIV計測時に発生する計測ノイズを模擬し、全面にランダムに乗る計測ノイズと、一定の傾きをもつ計測ノイズが同時に発生している場合について予備的な検討を行った。

本手法による圧力推定時の境界条件を、最低限1辺正解の圧力値を与え、ほかの辺の境界条件を勾配0としたノイマン条件を適用すれば、非常に精度のよい圧力推定を行うことができることを確認した。境界圧力値に平均誤差約3%、最大誤差約10%程度の大きさの計測誤差が混入した場合、本手法での推定圧力値に大きな影響を及ぼした。しかし、計測誤差に対し、その傾向を解析して低減処理をおこなうことでその影響を抑制でき、圧力推定結果は正解値により近いものとなった。

以上より、今回準備した誤差は予備的なものであり、偏りはあったものの、誤差の傾向を適切に判断し、境界値の補正がより強く行えるような誤差処理を適用することができれば、より計測誤差に左右されない圧力推定が行えることがわかった。今後は、より実的な誤差分布を考え、説得力のある誤差処理についての研究を行って行きたい。

## 参考文献

- 1) Kusunose K.: A Wake Integration Method for Airplane Drag Prediction, ISBN4-86163-015-0 C3353. Tohoku University Press, Mar. 2005
- 2) Aso T., Matsushima K., Nakahashi K. : CFD Pressure Estimation using PIV Data, KSAS-JSSAS joint international symposium, Busan, Korea, pp.156-163, Nov. 2006
- 3) Matsushima K., Yonezawa M., Ogawa A. : Inverse Aerodynamic Analysis of Vehicle Wakes using PIV and CFD, Proc. 8<sup>th</sup> International Conference on Flow Dynamics, Sendai, Japan, OS6-4, Nov. 2011
- 4) 松島紀佐, 泉知宏, 加藤裕之 : 遷音速流における翼後流PIV計測による圧力推定, 航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム第45回流体力学講演会, July 2013
- 5) Matsushima K., Yamaguchi G., Kato H. : Assessment of 2.5 Dimensional Model to Calculate Pressure Using Stereo PIV Data in Wing Wake Flows, The 12th International Symposium on Fluid Control, Measurement and Visualization, Nov. 2013
- 6) 山口銀河, 松島紀佐, 加藤裕之 : 複数面ステレオPIV計測データを用いた翼後流圧力推定計算, 航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム第46回流体力学講演会, July 2014
- 7) 村田 茂昭 : パーソナルコンピュータによる疑似乱数の発生とその検定, 札幌大学女子短期大学部紀要, 19巻, Feb. 1992
- 8) 田中哲, 金川秀也 : 疑似乱数の検定法とSDEの近似解の精度について(確率数値解析に於ける諸問題,III). 数理解析研究所講究録, 1032 . pp. 21-45. 1998