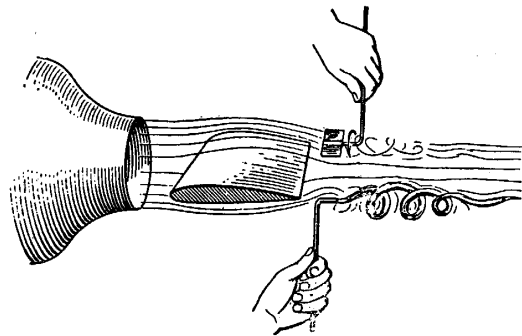


風車を用ひて翼幅に沿ふ揚力分布を測定する試み

所 員 谷 一 郎⁽¹⁾
 花 田 實⁽²⁾
 森 口 繁 一⁽³⁾
 清 水 惣 治⁽³⁾

§ 1. プラントルの翼理論によれば、翼幅に沿ふ揚力の分布に相當して、翼の下流に自由渦が不連続面の形で展べられる。翼幅に沿ふ座標を y とし、断面 y に於ける循環の値を $\Gamma(y)$ とすれば、揚力は $\rho V \Gamma(y)$ に等しく、自由渦の強さは $d\Gamma(y)/dy$ に等しい。但しいづれも単位長に就いての値、 ρ 空氣密度、 V 風速とする。

自由渦の存在を肉眼に捉へる實驗は、翼理論の説明の目的に屢用ひられる。例へば翼の後に火焰或は風車を置いてその回轉を見せる實驗⁽⁴⁾、翼を水槽の中で動かして背後のアルミニウム粉末の運動を示す實驗⁽⁵⁾、或は煙幕中を飛ぶ飛行機から背後の煙の回轉運動を撮影する⁽⁶⁾等である。



第 1 圖

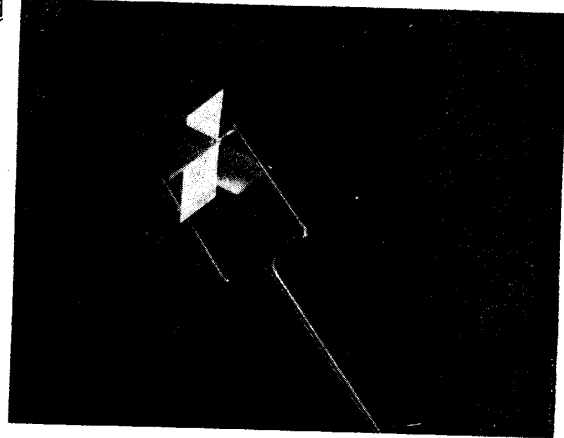
併しこれらの實驗の方法は、少しく注意を拂ふならば、最初の目的以上に利用することが出來さうに思はれる。即ち自由渦の強さが相當正確に測定されるならば、その結果によつて翼幅に沿ふ揚力の分布を知ることが出來、翼の表面に多數の孔をあけて壓力を測る面倒な實驗を幾分なりとも省略することが出來るかも知れない。この様な目的には、風車の回轉數を測ることが比較的容易のやうに思はれるが、その實行の問題に關しては全然文献が見當らない。⁽⁷⁾果して然らば、可能性の有無を調べて置くのも無駄ではなからう、といふのがこの研究の動機

(1) 航空學教室助手。 (2) 航空學科學生。
 (3) 本年五月まで飛行機部勤務、現在柳製作所部員。
 (4) B. Eck, Technische Strömungslehre 2 (1936), 67.
 (5) 深津所員による [河田三治, 岩波講座流體力學, 157].
 (6) E. G. Reid, Applied Wing Theory (1932), 76.
 (7) 本稿の大半を脱稿した後、同様の試みが既に海軍航空廠山名技師によつて企てられたことを知つた。併し測定結果を量的に處理するところ迄は試みられなかつたと聞く。

であつた。これは未だ完了した譯ではないけれども、その第一歩として計畫した小規模の實驗が終了したので、一先づ茲に報告する次第である。

風 車

§ 2. 風車は手製。直徑 19.8 mm, 4 枚の翅は回轉軸を含む平面にある正方形平板である。卷煙草“チェリー”50 本入罐の内蓋に使はれてゐる厚さ 0.1 mm の鐵板から約 10 mm × 10 mm の正方形片を截取つて翅を作り、之を直徑 1 mm の鋼線にハンダ付け、鋼線の兩端を焼入れして回轉軸のピボットとした。この風車は現在の目的には些か大に過ぎる嫌ひがあるが、小規模の豫備實驗としては、これで我慢することにしたのである。

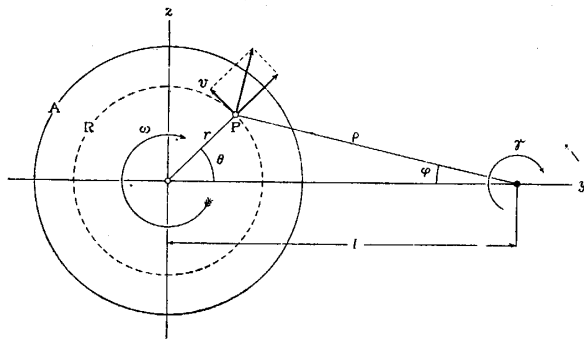


第 2 圖

計 算

§ 3. さて上記の風車を翼の後に置いてその回轉數を測定するのであるが、それには回轉數と自由渦の強さとの關係を推定して置くこと便利である。簡単な假定を置いて次の様な計算を行つた。

先づ風車の回轉圓を A とし、その中心から l なる距離にある單一渦（強さ γ ）の及ぼす影響を二次元的に考へる。回轉圓内の一 點 P に生ずる誘導速度の圓周方向の成分は



第 3 圖

$$v = \frac{\gamma}{2\pi} \frac{\cos(\theta + \varphi)}{\rho}$$

$$= \frac{\gamma}{2\pi} \frac{l \cos \theta - r}{l^2 - 2lr \cos \theta + r^2} \quad \dots(1)$$

である。風車の半徑を a , 回轉角速度を ω とすると、翅 1 枚に就いての空氣力のモーメントは

$$M = \int_0^a Cr(v - \omega r) dr$$

$$= C \left\{ \int_0^a vr dr - \frac{1}{3} \omega a^3 \right\} \quad \dots(2)$$

によつて與へられる。C は比例の常數である。風車が定常な回轉を續けてゐるものと考え、且ピボットの摩擦を無視するときは、その 1 回轉の間に空氣のなす仕事は零でなければならぬ。即ち

$$\int_0^{2\pi} M d\theta = 0. \quad \dots(3)$$

従つて角速度は

$$\omega = \frac{3}{2\pi a^2} \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^a v r dr = \frac{3}{2\pi a^2} \int_0^a dr \int_0^{2\pi} v r d\theta \quad \dots(4)$$

によつて與へられる。複素數 $X=y+iz$ を用ひると

$$\int_0^{2\pi} v r d\theta = \frac{\gamma}{2\pi i} \oint_R \frac{dX}{X-l} \quad \text{の實部}$$

となり、 θ に關する積分は半徑 r の圓周 R に沿ふ複素積分に變形される。然るに

$$\frac{1}{2\pi i} \oint_R \frac{dX}{X-l} = \begin{cases} 0 & (\text{但し } l > r \text{ なるとき}), \\ 1 & (\text{但し } l < r \text{ なるとき}) \end{cases}$$

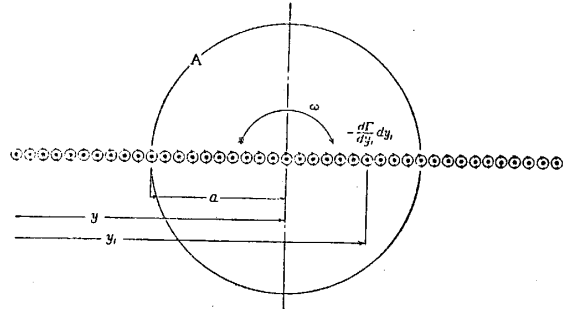
であるから、結局

$$\omega = \begin{cases} 0 & (\text{但し } l > a \text{ なるとき}), \\ \frac{3\gamma}{2\pi a^2} \left(1 - \frac{l}{a}\right) & (\text{但し } l < a \text{ なるとき}) \end{cases} \quad \dots(5)$$

となる。

次に風車の回轉軸が自由渦の作る不連続面に含まれる場合(第4圖)を考へれば、風車に影響を及ぼす自由渦はその回轉圓内にあるものだけである。従つて

$$\begin{aligned} \omega &= \frac{3}{2\pi a^2} \int_{y-a}^{y+a} \left(-\frac{d\Gamma}{dy_1}\right) \left(1 - \frac{|y_1-y|}{a}\right) dy_1 \\ &= \frac{3}{2\pi a^2} \left\{ \int_{y-a}^y \Gamma(y_1) dy_1 - \int_y^{y+a} \Gamma(y_1) dy_1 \right\} \end{aligned}$$



第 4 圖

...

となり、若し

$$F(y) = \int_y^{\frac{b}{2}} \Gamma(y_1) dy_1 \quad \left(|y| \leq \frac{b}{2}\right), \quad \dots(7)$$

但し $|y| > \frac{b}{2}$ に対しては $F(y)=0$ と定義すれば

$$\omega(y) = \frac{3}{2\pi a^2} \left\{ F(y+a) - 2F(y) + F(y-a) \right\} \quad \dots(8)$$

となる。即ち回轉の角速度は循環の積分函数 $F(y)$ の第 2 位の差に比例する。尙 $F(y_1)$ が $y_1=y$ の近傍で、級數

$$F(y_1) = F(y) + (y_1-y) \frac{dF(y)}{dy} + \frac{(y_1-y)^2}{2} \frac{d^2 F(y)}{dy^2} + \dots \quad \dots(9)$$

に展開されるものとすれば

$$\begin{aligned} \omega(y) &= \frac{3}{2\pi a} \left\{ \frac{d^2 F(y)}{dy^2} + \frac{a^2}{12} \frac{d^4 F(y)}{dy^4} + \dots \right\} \\ &= -\frac{3}{2\pi a} \left\{ \frac{d\Gamma(y)}{dy} + \frac{a^2}{12} \frac{d^3 \Gamma(y)}{dy^3} + \dots \right\} \end{aligned} \quad \dots(10)$$

となり、 a が十分に小さく、且 $\Gamma(y)$ の高次微係數が十分に小さければ、 ω は自由渦の強さ $d\Gamma(y)/dy$ に比例することが知られる。

§ 4. 翼幅を b , 中央から翼幅に沿うて測つた距離を y とし、 $y = \frac{b}{2} \cos \delta$ と置く.

實際に近い例として

$$\frac{\Gamma_m(y)}{bV} = \sin m\delta \quad (m=1, 3, 5)$$

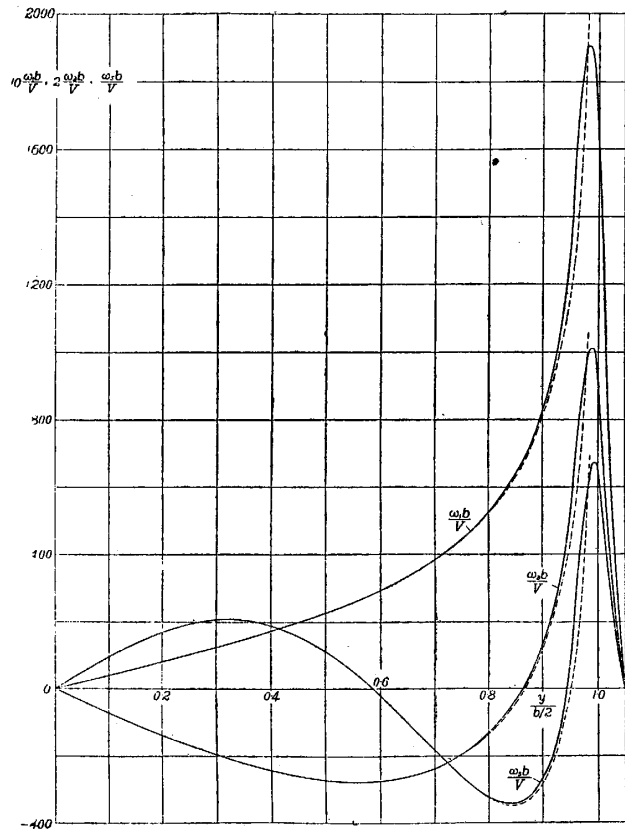
と採り、且 $a/b = 0.0244$ とすれば、それに應ずる $\omega_m b/V$ の分布は第5圖の實線に示す様に計算される。翼端 ($y=b/2$) の僅か内側に最大値を生ずるのは、これより外側では風車の翅が自由渦の外に出るための影響が効いて来るからである。尙同じ圖に(10)式の第1項に相當する値、即ち $-(b/V)(3/2\pi a)(d\Gamma_m/dy)$ の値を示してあるが、これと $\omega_m b/V$ との差異は極めて小さく、たゞ翼端に近いところで目立つてゐる。 a/b の値を小さくすることによつて、この差異は更に縮小させることが出来るであらう。

§ 5. 以上の計算に於ては、之を容易にするために種々の假定を設けた。例へば不連続面は厚さのない平面で前後に限りなく擴がるものと考へ、且風車の回轉によつて影響を受けぬものと見做してゐる。ピボットの摩擦も無視してゐる。これらの假定が實際上どの程度に満足されるかは疑問であつて、計算値そのまゝの回轉數が觀測されようとは思はれぬ。併し簡単な計算によつて示される傾向は、實際に於ても亦認められるものであらう。尙計算の結果によつて、風車に許し得る大きさを推定することが出来る。例へば $y \leq 0.95(b/2)$ の範圍に於て、(10)

式の第2項以上を省略し得るためには——換言すれば、回轉數を自由渦の強さに比例すると見做し得るためには、 $a/b < 0.005$ でなければならない。

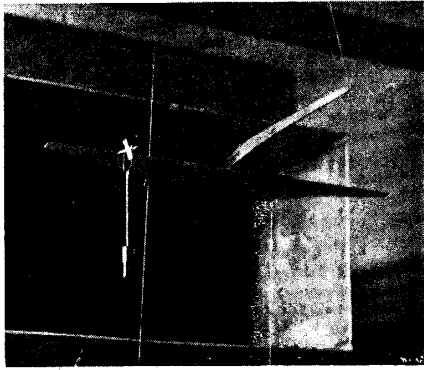
梯形翼模型に関する測定

§ 6. 翼模型は前縁が後傾し、後縁が對稱面に垂直な梯形翼。翼幅 (b) 405 mm, 翼弦は中央 75.6 mm, 翼端 14.8 mm, 平均 45.2 mm; 絞り比 0.196, 縦横比 8.96; 断面クラーク Y, 翼厚は到る處 11.7%, 捩りは幾何學的にも空氣力學的にも存在しない。これを工學部航空學教室の豆風洞 (吹口 60 cm × 30 cm) に吊り、その下流に上記の風車を置いて回轉數を測定した (第6圖)。風速は約 10 m/s に保ち、回轉數を測るには、ストロボス



第 5 圖

(8) これは我々の風車 ($a=9.9$ mm) を梯形翼模型 ($b=405$ mm) に使ふ場合に相當する。

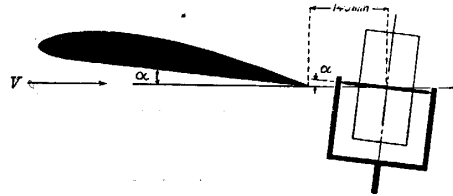


第 6 圖

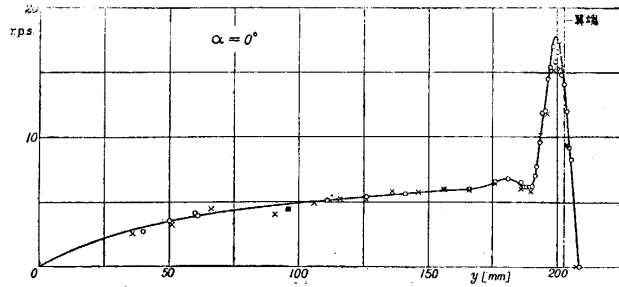
コープを使用した。風車の中心を後縁の下流 14.5 mm の距離に置き、回轉軸は風洞軸に平行な鉛直面に含まれる様に置く。後縁に對する中心の高さ及び翼弦に對する回轉軸の傾きは、これを種々に變へてその中から回轉數が最大となる位置を採用した。概して第 7 圖に示す位置の附近が最大回轉數を與へるやうである。

風車の中心を翼幅に沿うて種々の位置 (y) に置き、その毎秒回轉數 r.p.s. ($=\omega/2\pi$) を測定すれば、第 8 圖に示す結果が得られる。迎角は $\alpha=0^\circ, 3^\circ, 6^\circ$ の 3 通りに變へた。測定は日を異にして再度行つたが、その結果は第 8 圖の測點の相異なる記號 (\circ 及び \times) によつて示される様に殆ど一致し、測定が十分な再現性を有することを示してゐる。尙 $y=75$ mm は吊鈎の位置であつて、そのために附近の測點が散亂するものと思はれる。

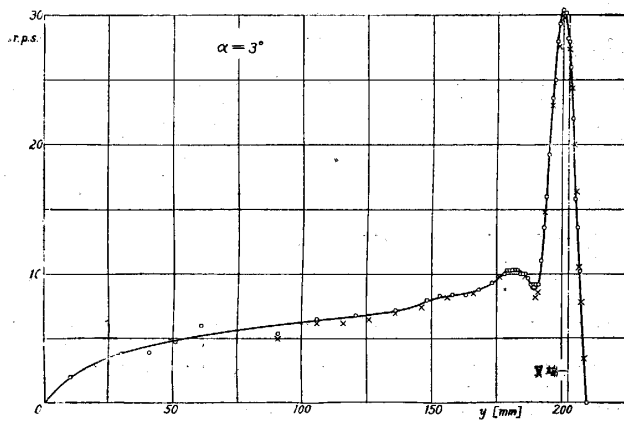
同じ模型の揚力係數 c_z も測定した。但し航空學教室の豆風洞には天秤がないので、本所飛行機部 2m 風洞に於てこれを測定した。この場合風速は 11.9 m/s であつて、風車の實驗に比べて稍大きい。測定結果は第 9 圖に示す通りで、レイノルズ數が極めて小さいために、曲線の波狀が著しく、 $C_{z\max}$



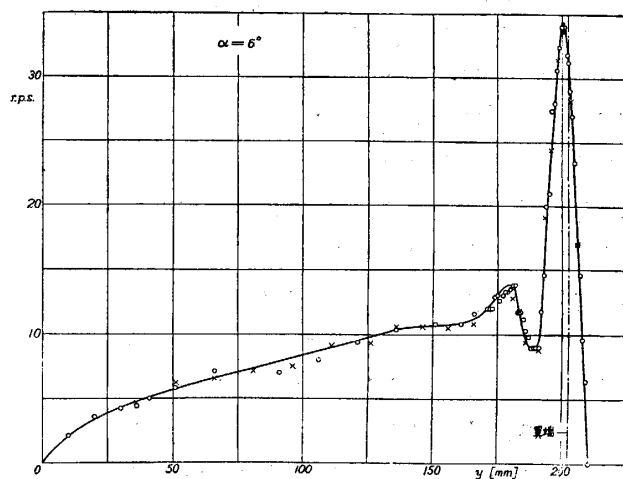
第 7 圖



第 8 圖 (a)



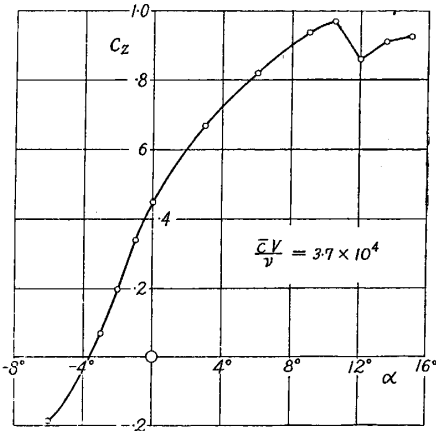
第 8 圖 (b)



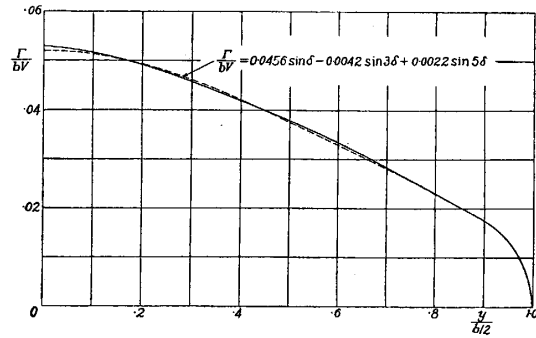
第 8 圖 (c)

(9) 平均翼弦 $\bar{c}=45.2$ mm に關するレイノルズ數は 3.7×10^4 である。

も甚しく低い。二つの風洞の氣流状態は相等しくないから、斷定的な對應を考へることは出來ないけれども、 $\alpha=6^\circ$ 以下ではストールの徴候は先づないものと考へてよいやうである。



第 9 圖



第 10 圖

§ 7. 上記の測定結果を整理するために、供試模型に就いて §§ 3/4 の計算を行ふ。それには先づ翼幅に沿ふ循環分布を求める必要があるが、 $c_z=0.642$ に於て逐次近似法⁽¹⁰⁾を用ひて計算した結果は第 10 圖の實線に示す通りである。但し二次元流に於ける揚力傾斜は、第 9 圖の結果によつて $4.30/\text{radian}$ なる値を採用した。次にこの計算値に出来るだけ近い 3 項式として

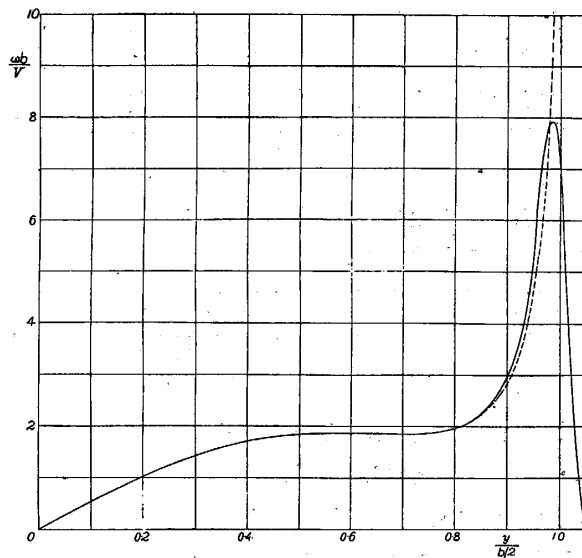
$$\frac{\Gamma(y)}{bV} = 0.0456 \sin \delta - 0.0042 \sin 3\delta + 0.0022 \sin 5\delta$$

を選べば (第 10 圖破線), それに應ずる角速度の分布は

$$\omega(y) = 0.0456 \omega_1(y) - 0.0042 \omega_3(y) + 0.0022 \omega_5(y)$$

となり、第 11 圖實線に示す通りである。尙同圖破線は $-(b/V)(3/2\pi a)(d\Gamma/dy)$ の値を示す。

第 11 圖實線の傾向は、第 8 圖の測定結果と酷似してゐる。このことから考へると、§§ 3/4 の計算に用ひた假定は大過ないものであるかも知れない。第 11 圖の實線及び破線の差異を真似ることによつて、r.p.s. の測定結果を補正して $d\Gamma/dy$ に比例する量の分布を推定することも出来るであらうが、その補正は餘り大きくなく、且測定誤差と同程度のもと思はれるので、茲には敢へて行はぬことにした。即ち § 3 の式 (10) の第 1 項だけを考へて、 $(2\pi a/3)\omega = (4\pi^2 a/3)(\text{r.p.s.})$ が $d\Gamma/dy$ に比例するものと假定する。尤もこれは $y=0.95(b/2)$ ままで用ひるに止め、それより翼端に近い部分



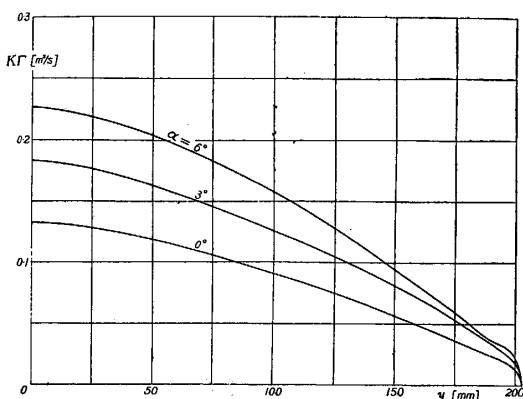
第 11 圖

(10) 谷一郎, 單葉翼の揚力分布を簡単に求める方法 (特に補助翼效果に關聯して). 日本航空學會誌 3 (1936), 509.

に於ては、簡単に $d\Gamma/dy$ が $\sqrt{1-(2y/b)^2}$ に反比例するものと見做す。即ち循環 $\Gamma(y)$ に比例する量の分布は

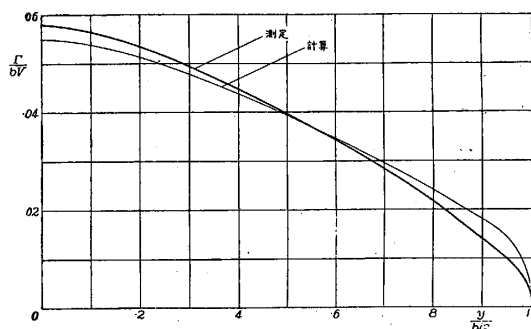
$$K\Gamma(y) = \frac{4\pi^2 a}{3} \int_y^{0.95 \frac{b}{2}} (\text{r.p.s.}) dy + 0.099 \frac{4\pi^2 a}{3} \frac{b}{2} (\text{r.p.s.}) y = 0.95 \frac{b}{2}$$

となり、これによつて第12圖の曲線が得られる。§§ 3/4 の計算によれば、比例の常數 K は1に等しい筈であるが、計算の根底をなす大膽な假定を顧慮して K はその儘残すことにする。



第 12 圖

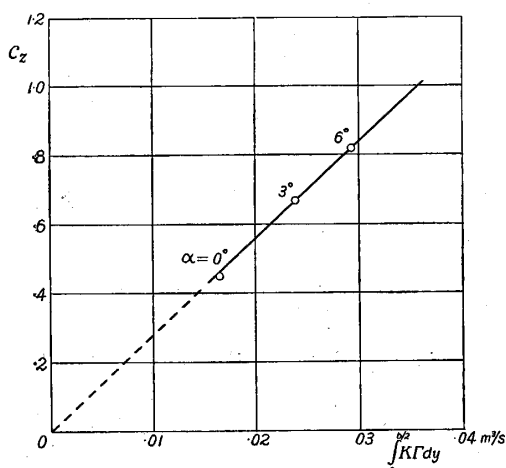
例へば第13圖に示す循環分布曲線の比較 ($\alpha = 3^\circ$) に於ては、計算及び測定兩曲線の包む面積



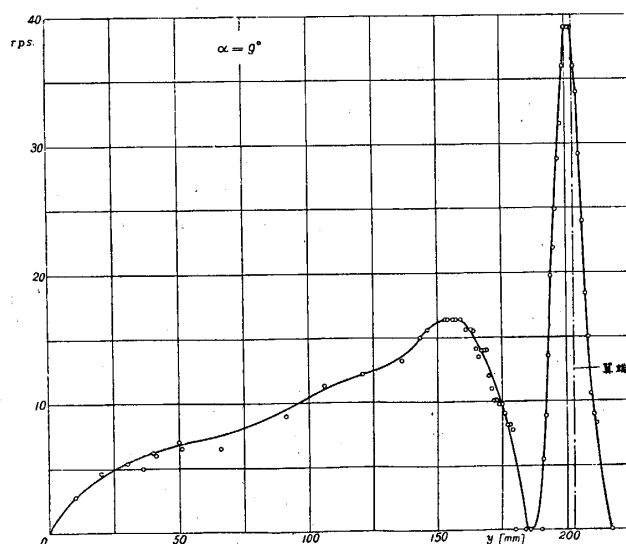
第 13 圖

が相等しくなる様に K を選んである。この比較に於ては相當の背馳が見られるが、これによつて測定結果の當否を問ふのは早計であらうと思はれる。極めて小さいレイノルズ數に於ては、循環分布の計算の精度は大いに疑はしく、例へば二次元流に於ける揚力傾斜 $4.30/\text{radian}$ は極めて曖昧な判定によつて定められたものであり、又これを翼幅に沿ふ各断面に一律に適用することも甚だ疑問的である。

第12圖の曲線の包む面積は揚力に比例する筈である。實際に之を求めて揚力係數 c_z に對して描くときは、その對應は第14圖に示す様に原點を通る直線となる。このこと



第 14 圖



第 15 圖 (a)

は風車の回轉數が少くとも $d\Gamma/dy$ に比例する量であることを證明すると同時に、ピポットの摩擦が十分に小さいことをも暗示してゐるのである。

§ 8. この測定は大きい迎角 ($\alpha=9^\circ, 12^\circ$) に於ても行つたが、大體の傾向は第 8 圖と同様で、たゞ翼端に近く著しい凹みを記録してゐる。而もその少しく内側には極めて不安定な状態が存在する。これは流れの剝離乃至は局部的ストールの徴候と關聯するものであらうが、このやうな状態に於ける風車の性質は明かではなく、この點に就いては更に検討を要するものと思はれる。尙豆風洞に於けるこの様な状態が第 9 圖の同じ迎角に相當するか否かは疑はしいので、§ 7 の様な整理を行はず、單に測定結果を第 15 圖に掲げるに止める。

飛行艇模型に関する測定

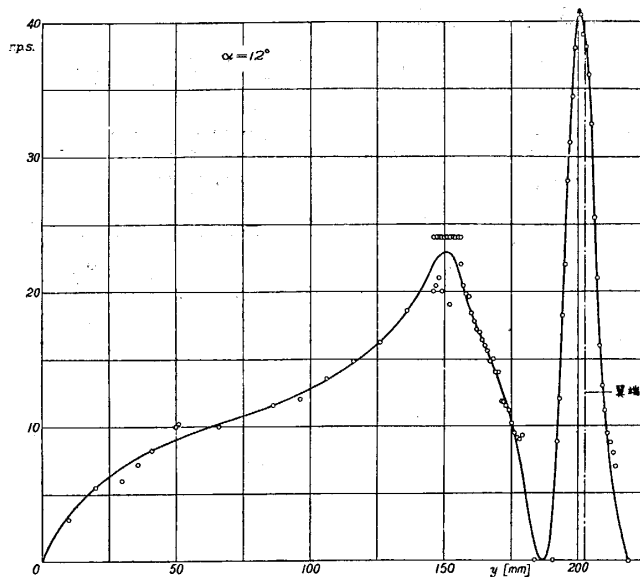
§ 9. 最後に、測定方法の一つの應用例として、飛行艇模型に就いて得られた結果を述べよう。模型は航空學教室に有合はせたもので、測定の便宜上、之を折半して楕圓形平板を對稱面の位置に取付け、所謂半模型として使用した (第 16 圖)。主翼は梯形翼で翼幅 (b) 518 mm, 翼弦中央 100 mm, 翼端 52 mm, 平均 76 mm; 絞り比 0.52, 縦横比 6.82; 對稱面に垂直な鉛直面に對して前縁は約 3° 後傾, 後縁は約 8° 前傾してゐる。艇體最大幅 52 mm; 鰭翼 (stub wing) の翼幅 163 mm, 翼弦 59 mm, 主翼及び鰭翼の間隔 42 mm である。

風車を後縁の下流 14.5 mm の位置に置き、風速を約 7 m/s に保ち、前項梯形翼模型と同様の測定を、鰭翼をつけた場合と外した場合とに就いて行つた。迎角 6° に對

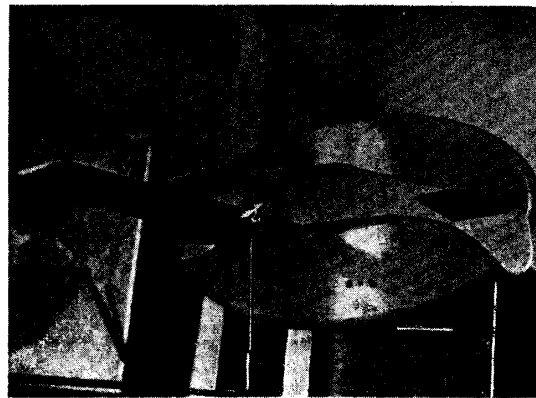
する毎秒回轉數 (r.p.s.) の分布を第 17 圖に示す。又之を積分して得られる循環に比例する量 $K\Gamma(y)$ の分布を第 18 圖に示す。この模型に就いては揚力係數の秤量を行はなかつたので、循環分布曲線のスケールを定めることは出來ないけれども、こゝに應用例として掲げた理由は、鰭翼の存在が分布曲線に著しく影響することを示すに在る。即ち主翼の中央に於ける循環は艇體の影響によつて幾分減少してゐるが、鰭翼の影響は更に之を助長する様に働くのである。これは鰭翼の自由渦によつて、主翼の中央部に吹下し速度が誘導されるための當然の結果である。特に新しい事實ではない。併しこの様な事實は、主翼の強度計算などには、幾分考慮に入れる必要があるのではないかと思はれる。

結 論

§ 10. 上記の測定は極めて小規模であるけれども、その豫備實驗としての役目は或る程度



第 15 圖 (b)



第 16 圖

まで果すことが出来たやうに思はれる。即ち風車を用ひて翼幅に沿ふ揚力分布を測定することに就いて

(1) 風車を翼の後の適当な位置に置くときは、その回轉數は大體に於て自由渦の強さに比例する；

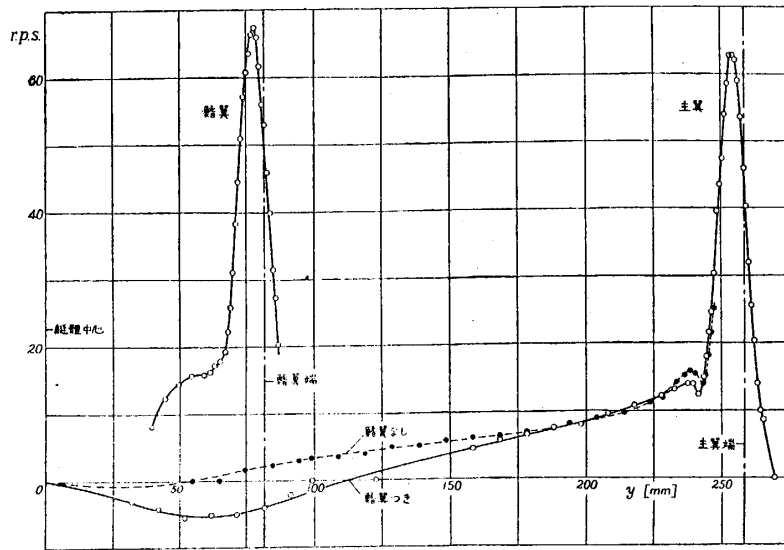
(2) このことは翼端に近い部分（一般に揚力分布の變化の劇しい部分）では成立たぬけれども、そのための誤差は小さい風車を使用することによつて、實用上十分に小さくすることが出来る。

尤もこれらの事實を斷定するためには、精密な測定に俟たねばならぬのは勿論である。回轉數は風速に比例するものと思はれるが、航空學教室の豆風洞に於ては、風速は時間的にも空間的にも不均一なるを免れなかつた。風車を置く位置の

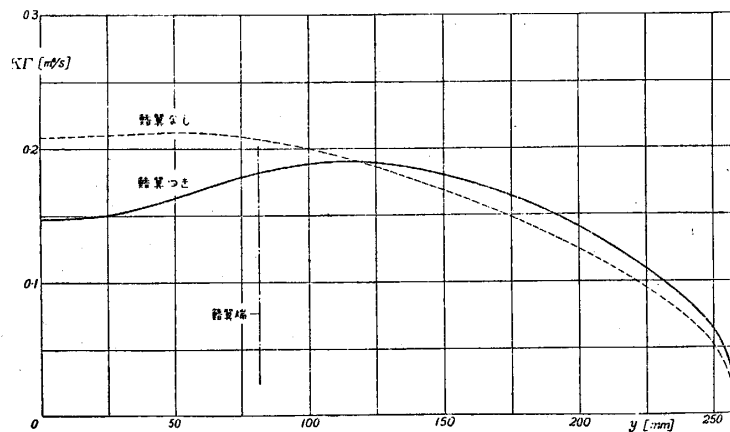
決定に就いては尙精密な調査が必要であり、又測定結果の吟味に就いては壓力分布測定との比較が望まれるのは言ふまでもない。殊にストールの問題に關してはこの要求が切實である。使用した風車の直徑は翼幅の5%に近く、少しく大に過ぎる嫌ひがあつた。若し直徑を翼幅の1%程度に小さくすることが出来れば、誤差は十分に小さくなるものと思はれる。これは翼幅 1.5 m の普通風洞用翼模型に於ては、直徑 15 mm 以下の風車に相當するから、實行不可能ではない。又この方法を實物飛行機に應用するものとすれば、翼幅 12 m の飛行機に對しては、直徑 120 mm 以下の風車を使へばよいことになるが、これは市販の風車型風速計と同程度の大きさである。

この方法によつて得られる結果は循環に比例する量の分布であつて、循環分布そのものではない。併し比例の常數は、循環分布の積分値が與へられた揚力係數に等しくなる様に定めればよいのである、多くの場合、揚力係數は他の方法によつて知られてゐるから、このことは問題とするに當らぬかと思はれる。

機會を得て第二段の實驗を行ふ際には、上に述べた結論を出發點として進みたいと思ふ。



第 17 圖



第 18 圖

尙序に一言附加へたいことは、同様の目的に吹下し角の測定を用ひる方法との比較に就いてある。グラス⁽¹¹⁾はプラントルの翼理論を應用して吹下し角と $d\Gamma/dy$ との關係を導き、その結果を用ひて吹下し角の測定によつて翼幅に沿ふ揚力分布を求めてゐる。この場合、翼を一本の渦糸で置換へるために、その位置として翼の壓力中心を採らねばならぬ。この點に於ては、本稿の §3/4 の計算に用ひた假定と大差ない。併し吹下し角の測定に比べれば、風車の回轉數を読む方が容易であり、又測定結果から $d\Gamma/dy$ を導く操作に於ても、風車の方が簡單である。孰れにしても、最後の整理は $d\Gamma/dy$ から Γ を定める積分であるから、その精度の點では極めて有利である

この研究の實行計畫に關しては谷が當り、風車製作は清水、計算は森口、測定は花田が夫夫主としてその任に當つた。尙測定及び結果の整理に關しては、松原義雄・鷲崎博兩氏の助力を煩はした。茲に附記して感謝の意を表す。 (昭和12年5月)

ABSTRACT

I. TANI, M. HANADA, S. MORIGUTI & S. SIMIDU: *The Use of a Small Wind Vane for Measuring the Lift Distribution of a Wing.* [JOUR. AERO. RES. INST., TÔKYÔ IMP. UNIV., No. 155, July, 1937.]—A small four-bladed wind vane was placed behind a wing model, and the rate of rotation was measured stroboscopically in order to investigate the lift distribution along the span. It was found both theoretically and experimentally that the rate of rotation was nearly proportional to $d\Gamma/dy$, where Γ is the circulation and y is the distance along the span, provided that the wind vane was sufficiently small and properly placed behind the model. The allowable diameter of the wind vane is estimated to be of the order of one per cent of the span.

The present miniature test was made as a preliminary investigation in order to determine the applicability of a wind vane for such a purpose. It is hoped in the near future to make the test in the larger scale.

(11) F. G. Glass, The determination of air forces acting on the wing by method of downwash measurements. (露文). Trans. C. A. H. I., No. 117 (1935). [彙報 142 號に抄譯がある.]