

Gyrorector と Cloud Ring に関する理論的考察

囑託 武田 晋一郎

旋回飛行中に加速度の影響を受けず正しき鉛直方向を指示し得る特徴のある絶対傾斜計 gyrorector⁽¹⁾ は獨逸にて製作せられ實用せられたこともあり、近頃英國の Smith の自動操縦装置⁽²⁾ に補助翼操縦用感受要素として用ひられ比較的良好な成績を擧げてゐるが、今迄この gyrorector の性質を充分考究したものが無いので之に就いて若干の理論的考察を行ひ、その運動性質を闡明した。

英國の Dove 氏に依つて發明された盲目飛行用計器 Cloutring (雲環)⁽³⁾ はその極めて簡單なる構造にも係らず、操縦者の不注意のため方向が一時的に狂つてもこの Cloutring を注視しつゝ操縦すれば再び元の道筋 (track) へ歸へると云ふ面白き性質を持つて居る。簡單な理論的考察に依つて斯かる性質が存在することを明瞭にした。

Gyrorector に 就 て

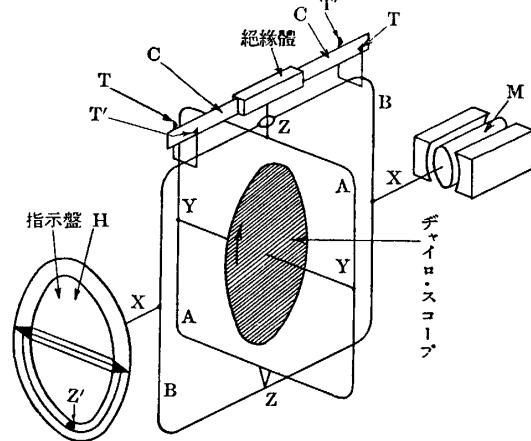
1. Gyrorector の 誤 差

Gyrorector の原理的構造⁽¹⁾ はよく知れてゐるから、説明を省略する。飛行機の左右の傾斜の指示はチャイロの廻轉速度が一定の比例常數にて飛行機の對氣速度⁽⁴⁾ に對して比例して變化すれば常に正しいのであるが、この事は一般には極めて困難なことであるから普通には多少の旋回誤差を伴ふのは免れ得ないのである。斯かる場合の誤差を考究する。現在までに製作せられてゐる gyrorector には獨逸型と Smith 型との二種類がある。運動性質は兩者に多少の相違があるが、上述の意味の旋回誤差は何れも同様であるからここには一緒にして調べる。説明の都合上第 1 圖に示した獨逸型の gyrorector に就て述べる。

XX 軸は飛行機の前後軸に平行であつて、チャイロ系の重心は XX 軸よりも下にある。質量を M 、飛行機の旋回角速度を Ω 、電動機 M のモーメントを \mathfrak{M} 、チャイロの慣性能率を I 、廻轉の角速度を ω とすれば、ZZ 軸の周りのチャイロの角速度 μ は重力、遠心力及び電動機のモーメントに依つて起るものであるから、

$$\mu = \frac{MV\Omega h \sin \theta - Mgh \sin \theta + \mathfrak{M}}{I\omega}$$

である。 θ は鉛直より測つて遠心力の方向を正



第 1 圖 獨逸型の Gyrorector

(1) 佐々木達治郎：航空計器（日本工學全書），113 頁。Stewart: Aircraft Instruments, 166 頁。
 (2) Fr. Haus; La stabilisation automatique, L'Aeronautique, 159 號, 1936/3, 33 頁。
 (3) The Dove "Cloutring", Flight, 1934, 9, 13, 950/951 頁。
 (4) 飛行機が風のため流されて居て對地速度と對氣速度が異つてゐる場合でも、旋回中の遠心力は $MV\Omega$ であつて風の影響は少しも受けない。

としてある。チャイロの ZZ 軸の周りの廻轉が飛行機の旋回に追隨する時は平衡状態に達した時であつて、

$$\mu = \Omega \cos \theta \quad \mathfrak{M} = 0$$

である。従つてこの時には、

$$\frac{MV\Omega h \cos \theta - Mgh \sin \theta}{I\omega} = \Omega \cos \theta \quad \dots\dots\dots(1)$$

が成立する。正しき指示が成立するには $\theta = 0$ でなければならぬ。上の式に於て $\theta = 0$ とすれば、

$$\frac{MVh}{I\omega} = 1 \quad \dots\dots\dots(2)$$

を得る。之が gyrorector の基本條件である。飛行機の對氣速度 V は相當變化するものであるから、チャイロの廻轉數 $\frac{\omega}{2\pi}$ を V に比例して變化せしめてこの條件を成立せしめる。

然し之は完全には行はれ難いことであるから、 $\frac{MVh}{I\omega}$ の値は 1 と異なることが多い。その時の誤差を見るため

$$\frac{MVh}{I\omega} = \frac{1}{1-k} \quad \dots\dots\dots(3)$$

と置き、喰違ひの程度を小數 k で表はす。然らば上式を (1) へ代入すれば、

$$\tan \theta = \frac{V\Omega}{g} \left(1 - \frac{I\omega}{MVh} \right) = \frac{V\Omega}{g} (1 - 1 + k)$$

$$\tan \theta = k \frac{V\Omega}{g}$$

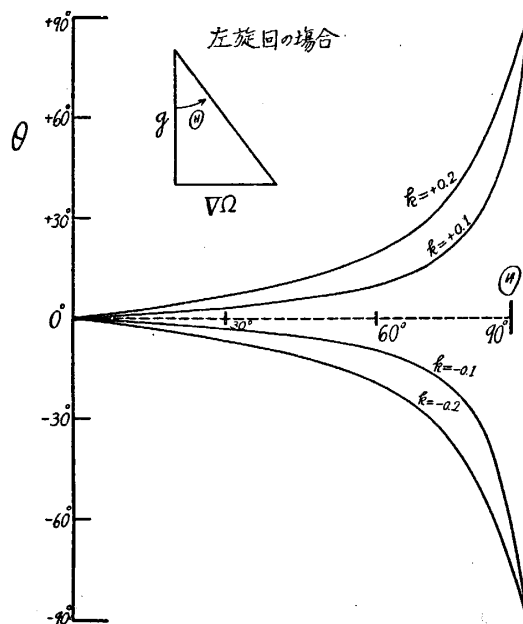
$\frac{V\Omega}{g} = \tan \Theta$ とすれば、 θ は重力と遠心力との合加速度の方向が鉛直方向となす角であつて、飛行機に横切りが無き時のバンク角である。

$$\tan \theta = k \tan \Theta \quad \dots\dots\dots(4)$$

即ち旋回誤差はバンク角 Θ のみの函数であつて、旋回角速度や對氣速度は直接關係はない。 $k=0.1$ 及び $k=0.2$ の場合の誤差 θ は第 1 表及び第 2 圖に示してある。

第 1 表 gyrorector の誤差

バンク角 Θ	誤差 θ $k=0.1$	誤差 θ $k=0.2$
0°	0°	0°
10°	0° 54'	1° 49'
20°	2° 5'	4° 10'
30°	3° 18'	6° 35'
40°	4° 48'	9° 32'
50°	6° 48'	13° 25'
60°	9° 50'	19° 6'
70°	15° 22'	28° 47'
80°	29° 33'	48° 36'
90°	90°	90°

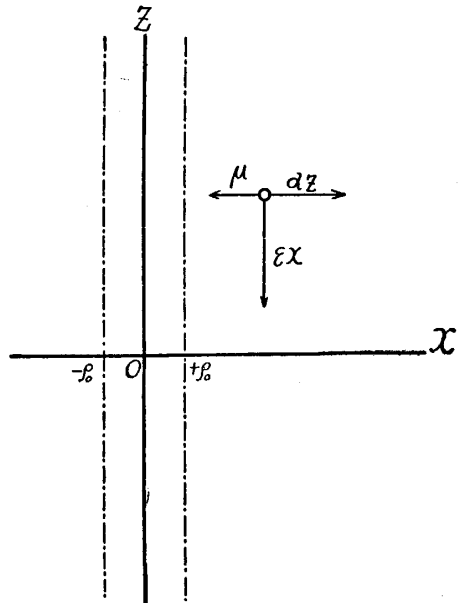


第 2 圖 gyrorector の旋回誤差

之を見ればバンク角 20° 位までは誤差は比較的小さい。この點はスペリ型の人工水平儀がバンク角が小さい時却つて旋回誤差が大であるに比して有利である。然しバンク角が大になれば誤差は急激に大になる。この點はスペリ型の人工水平儀に比して不利である。即ち緩旋回には gyrorector が有利で、急旋回にはスペリ型の人工水平儀が有利である。

2. 獨逸型の gyrorector

獨逸型の gyrorector は大體第 1 圖に示した通りの構造である。その運動を調べるには、ヂャイロの廻轉軸 YY が XYZ 座標系の原點を中心とした單位球 (unit sphere) と交る點の運動を見ればよい。運動が平衡位置附近の比較的小さな範圍に限られた時にはその球面の一部を近似的に平面として取扱つても差支へない。平衡状態に於ける YY 軸の交點 O を原點として XX 軸及び ZZ 軸に平行なる座標軸を有する座標系 xz に依つて、ヂャイロの廻轉軸の位置を表はす。



第 3 圖

(a) 鉛直復歸運動

板發條 C が電氣接續子 TT' と接觸せざる場合即ち $|x| < \rho_0$ なる範圍に於ては此のヂャイロ系に作用する外力のモーメントは重力に依るもののみであるから、運動方程式は章動 (nutation) 運動を無視すれば、

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= az \\ \frac{dz}{dt} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad a = \frac{Mgh}{I\omega} \quad \dots\dots\dots(5)$$

の如き簡単な式になる。 $t=0$ に於て $x=x_0, z=z_0$ とすれば、

$$x = az_0 t + x_0 \quad z = z_0$$

となるから、 P 點は x 軸に平行な直線上を az_0 の速度にて運動する。 $|x| \geq \rho_0$ になれば板發條 C は接續子 CC' の何れかに接觸し ZZ 軸の周りの發條の彈力モーメント $\mathcal{E}(x-\rho_0)$ を作用せしめると同時に電動機 M を起動して XX 軸の周りの電動力モーメント \mathcal{M} を作用せしめる。 $\frac{\mathcal{E}}{I\omega} = \epsilon$ 及び $\frac{\mathcal{M}}{I\omega} = \mu$ と置けば、運動は

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= az - \mu \\ \frac{dz}{dt} &= -\epsilon(x - \rho_0) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(6)$$

に依りて決定せられる。 P 點の運動軌跡を求めると、

$$\frac{dz}{dx} = \frac{-\epsilon x + \epsilon \rho_0}{az - \mu}$$

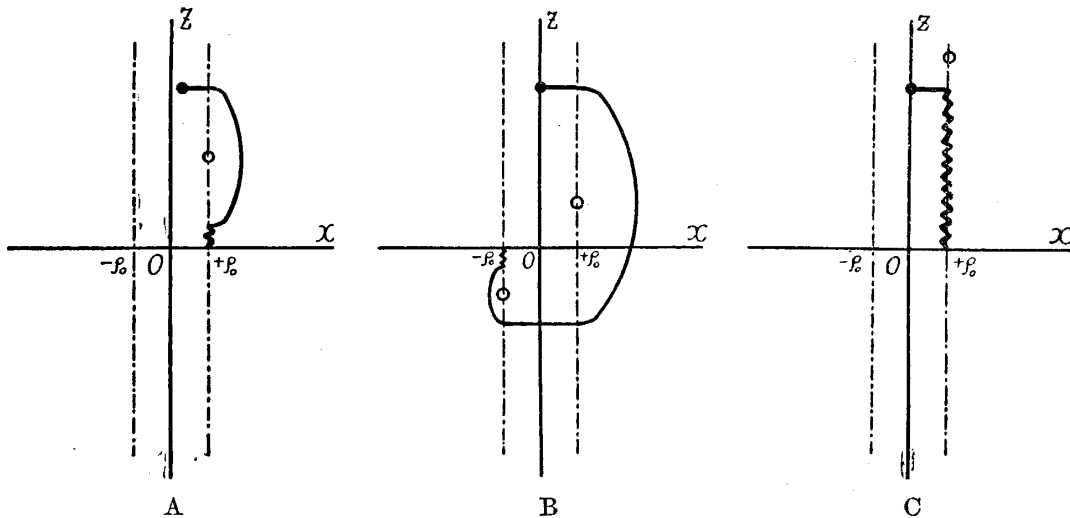
$$(\epsilon x - \epsilon \rho_0) dx + (az - \mu) dz = 0$$

$$\frac{(x-\rho_0)^2}{\frac{1}{\epsilon}} + \frac{(z-\mu/\alpha)^2}{\frac{1}{\alpha}} = \text{const.}$$

$$\frac{(x-\rho_0)^2}{(z_0-\mu/\alpha)^2} + \frac{(z-\mu/\alpha)^2}{(z_0-\mu/\alpha)^2} = 1 \dots\dots\dots(7)$$

$\alpha\epsilon$

之は $z_0 > \frac{\mu}{\alpha}$ ならば中心が $(x=\rho_0, y=-\frac{\mu}{\alpha})$ 点にある楕圓を表はす。 $z_0 < \frac{\mu}{\alpha}$ ならば(6)により $x \geq \rho_0$ に於て $\frac{dx}{dt} < 0$ になるから P 點は $x=\rho_0$ を越え得ない。従つてこの場合 P 點は $x=\rho_0$ 直線の左右を僅かに振動しつゝ $z=0$ に至つて静止する。最後の静止點は $(x=\rho_0, z=0)$ である。 P 點の軌跡が楕圓を畫く場合に、楕圓の半弧の終端が $z > 0$ に終れば第4圖Aの如くそのまゝ $x=\rho_0$ 直線の左右を僅かに振動しつゝ静止點 $z=0$ に到達する。之に反して楕圓の半弧の終端が $z < 0$ にあれば、その後は直線にて $x=-\rho_0$ に至り再び楕圓を畫く。斯くして楕圓の終端が $|z| \leq \frac{\mu}{\alpha}$ の部分に入れば、その後は楕圓を畫き得ず $|x|=\rho_0$ の直線の左右を僅かに振動しつゝ $z=0$ に至つて静止する。復歸運動は初めの點が楕圓の中心に對して占める位置の如何によつて大體第4圖A, B, C に示した如き三型の軌跡を畫くのである。



第 4 圖

(b) 旋回飛行中の運動

對氣速度 V , 旋回角速度 Ω にて旋回中の飛行機に於ける運動を機體に固定した座標系に就て調べる。考ふる座標系は固定空間に對して Ω の角速度にて廻轉してゐるから、運動を決定する方程式は、 $x < \rho_0$ に於て、

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= az - \Omega + \alpha \frac{V\Omega}{g} \\ \frac{dz}{dt} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(8)$$

$z=0$ 即ち x 軸上を運動する

$x \geq \rho_0$ に於ては,

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= \alpha z - \mu + \frac{V\Omega}{g} \left(\alpha - \frac{g}{V} \right) \\ \frac{dz}{dt} &= -\epsilon(x - \rho_0) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(9)$$

となる。P 點の軌跡を求めると,

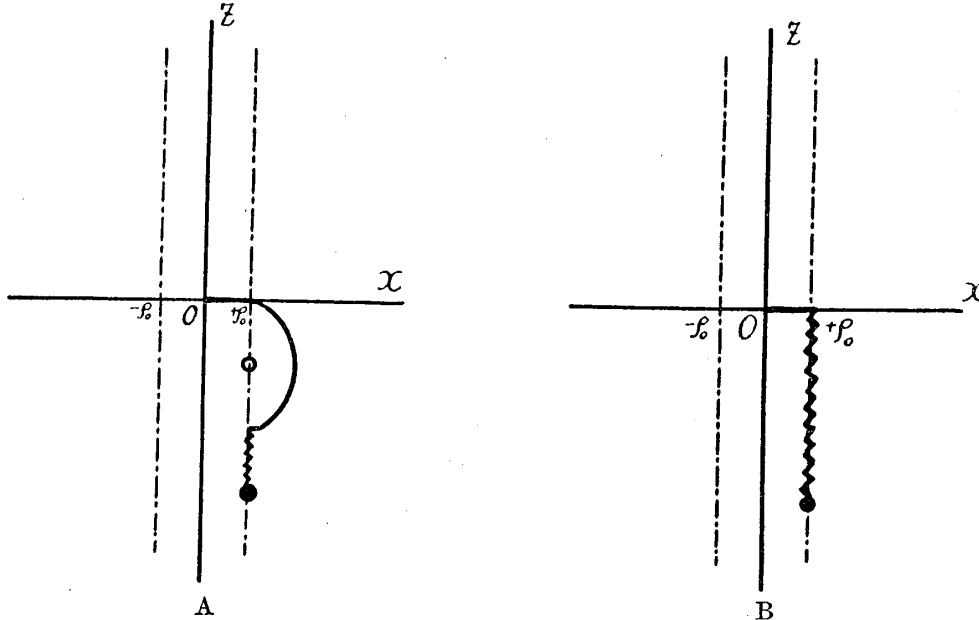
$$\frac{dz}{dx} = \frac{-\epsilon(x - \rho_0)}{\alpha z - \mu + \frac{V\Omega}{g} \left(\alpha - \frac{g}{V} \right)}$$

$$\alpha \left\{ z - \frac{\mu}{\alpha} + \frac{V\Omega}{g} \left(1 - \frac{g}{\alpha V} \right) \right\}^2 + \epsilon \{ x - \rho_0 \}^2 = \text{const.}$$

これは中心が (x_0, z_0) である楕圓を表はす。

$$\begin{cases} x_0 = \rho_0 \\ z_0 = \frac{\mu}{\alpha} - \frac{V\Omega}{g} \left(1 - \frac{g}{\alpha V} \right) \end{cases}$$

$\frac{V\Omega}{g} \left(\alpha - \frac{g}{V} \right) < \mu$ ならば楕圓は成立しない。この時は $(x = \rho_0, z = 0)$ より $x = \rho_0$ 直線の近傍を振動しつつ $(x = \rho_0, z = z_{00})$ に到達して静止する。結局この場合には第5圖 A, B に示した二つの型の軌跡の何れかを畫いて平衡點 (ρ_0, z_{00}) に到達するのである。



第 5 圖

$z_{00} = z_0 - \frac{\mu}{\alpha} = -\frac{V\Omega}{g} \left(1 - \frac{g}{\alpha V} \right)$ であるから, $z_{00} = 0$ とすれば,

$$\frac{g}{\alpha V} = 1 \quad \text{即ち} \quad \frac{MVh}{I\omega} = 1$$

となる。之は已に得た結果(2)と一致する。

(c) ヨウイングの際の運動

飛行機が遠心力を伴ふことなく鉛直軸の周りに廻轉する時即ちヨウイングをなす場合には gyrorector の基本条件(2)が全く満たされぬから大きな誤差を生ず。斯かる場合は普通には起らぬことであるが、操縦を誤つて不規則な運動をなす時はこの場合に該当することがあらう。簡単のため $\rho_0=0$ なる極限の場合に就て考へる。P 點の運動の方程式は旋回飛行中の運動方程式(9)に於て $\rho_0=0$ となし且つ遠心力に関する項 $\alpha \frac{V\Omega}{g}$ を除けばよく、

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= \alpha z - \Omega \mp \mu \\ \frac{dz}{dt} &= -\epsilon x \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(10)$$

となる。 $\mp \mu$ は $x > 0$ のとき $-\mu$ を、 $x < 0$ のとき $+\mu$ を取ればよい。一定の角速度 Ω_0 にて旋回する場合には、平衡點に達するまでは P 點は $(x_0=0, z_0=\pm \frac{\mu}{\alpha} + \frac{\Omega}{\alpha})$ を中心とした楕圓を畫く。楕圓を畫き得ないときには $x=0$ なる直線の左右を振動しつゝ平衡點 $(x_{00}=0, z_{00}=\frac{\Omega}{\alpha})$ に到達して靜止する。 z_{00} は誤差であるから、誤差を小さくするには重心が下へ大きくずれてゐる程よい。直線飛行中に起る小さき左右の振動的ヨウイングの場合には $\Omega = \Omega_0 \sin pt$ とおけば、

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2x}{dt^2} + \alpha \epsilon x &= -\Omega_0 p \cos pt \\ \frac{d^2z}{dt^2} + \alpha \epsilon z &= +\epsilon \Omega_0 \sin pt \pm \epsilon \mu \end{aligned} \right\}$$

となる。 $\sqrt{\alpha \epsilon} = p$ ならば共鳴振動的となるから誤差は大きく振動する。 $\sqrt{\alpha \epsilon}$ を小さい値に設計すればこの缺點は大部分除去される。

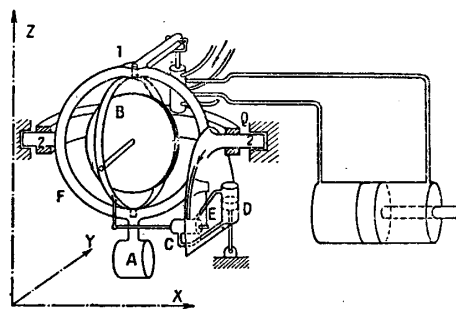
3. Smith 型の gyrorector.

Smith 型の gyrorector の構造は大體第6圖に示した通りである。獨逸型に於ける電路接續子と電動機の代りに、空氣リレー C とピストン・ポンプ装置 D がある。A は重錘、B はジャイロである。空氣リレー C 中のピストンの變位が小さい間は D に發生する空氣動力モーメント \mathcal{M} は變位に比例するとしてよい。⁽⁵⁾ 然らば、前と同様 P 點の運動を決定する方程式は、

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= \alpha z - \mu x \\ \frac{dz}{dt} &= -\epsilon x \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(12)$$

となる。變數を分離すれば、

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \mu \frac{dx}{dt} + \epsilon \alpha x = 0$$



第6圖 Smith 型の gyrorector

(5) 或は、實際は獨逸型と同様に一定の變位の後一定のモーメントを生ずるかも知れぬが、動力モーメントの効用は本文の如くにすれば明瞭である。

$$\frac{d^2z}{dt^2} + \mu \frac{dz}{dt} + \varepsilon az = 0$$

x, z の何れも減衰振動を行ふことが明かである。 $\mu = \frac{\sqrt{\varepsilon\alpha}}{2}$ (臨界制振の時) 以上では非振動的に零に近迫する。 $\mu = \frac{\sqrt{\varepsilon\alpha}}{2}$ なる臨界制振の場合には、

$$x = x_0 e^{-\mu t} \quad z = z_0 e^{-\mu t}$$

となり、減衰時間は $\frac{1}{\mu} = \frac{2}{\sqrt{\varepsilon\alpha}}$ である。

旋回飛行中の運動は座標軸の廻轉と遠心力のモーメントを考慮すれば、前と同様にして

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= az - \mu x + \alpha \frac{V\Omega}{g} - \Omega \\ \frac{dz}{dt} &= -\varepsilon x \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (13)$$

を得る。變數を分離すれば、

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \mu \frac{dx}{dt} + \alpha \varepsilon x = 0$$

$$\frac{d^2z}{dt^2} + \mu \frac{dz}{dt} + \alpha \varepsilon z = -\varepsilon \left(\alpha \frac{V\Omega}{g} - \Omega \right)$$

となり、 $t = \infty$ に於ける平衡點は、

$$x_0 = 0$$

$$z_0 = \frac{V\Omega}{g} \left(1 - \frac{g}{\alpha V} \right)$$

であつて、 $z_0 = 0$ とすれば gyrorector の基本條件(2)が得られる。

ヨウイングのみが起る場合は誤差を生ず。一定の角速度 Ω でヨウする時は $x=0, z = \frac{\Omega}{\alpha}$ に平衡する事は前と同様である。 $\Omega = \Omega_0 \sin pt$ の場合には、

$$z = \frac{\varepsilon \Omega_0}{\sqrt{(\alpha \varepsilon - p)^2 + \mu^2 p^2}} \sin \left(pt - \tan^{-1} \frac{\mu p}{\alpha \varepsilon - p^2} \right)$$

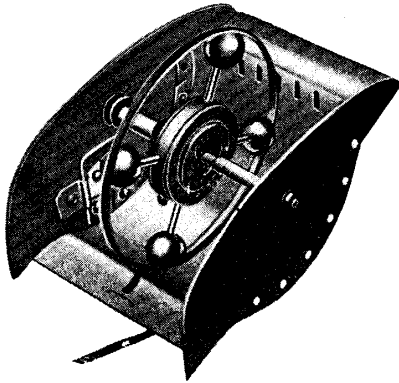
となり、振動する。振幅が過大とならぬためには、臨界制振 $\frac{\mu}{2} = \sqrt{\alpha \varepsilon}$ の状態に置くか、若しくは $\sqrt{\alpha \varepsilon}$ を普通に起り得る p の値よりも遙かに小さくすればよい。ヨウイングを伴ふことなしに、左右の水平な振動的加速度を受けた場合も同様である。

空気リレー C 中のピストンの變位 x が著しく大になれば、D より受ける空気動力モーメントは變位 x に無關係な値となる。この時の運動は獨逸型の gyrorector 運動と殆ど同様である。

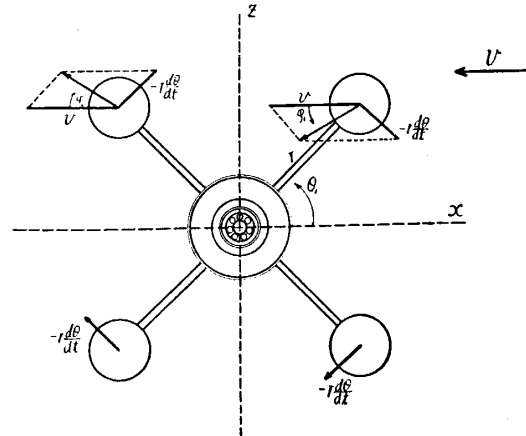
Cloudring に 就 て

Cloudring の構造は大體第7圖に示した通りである。之は操縦席の前面の機體外に装置する。之に當つた氣流は球を押し流すから、恰もロビンソン式風速計の様に廻轉する。従つて此の四個の球と之等を保持する腕狀體と外周を圍む白色の環 (ring) とはヂャイロの作用をする。このヂャイロは約 45° まで傾くことが出来る自由軸受 (universal bearing) にて支持されてゐる。底面は風除けになつて居て、その前方に目盛が施してある。

高速度に廻轉すると球は見えないで、白色の環のみが明瞭に見えるから操縦者はこの白色環が常に鉛直で且前後の位置を占める様に操縦すれば定針飛行を行ふことが出来、約言すれば定針儀と左右傾斜計を兼ねた作用をなすのである。然もこの Cloudring の面白い特徴は操縦者が一時的に環の指示と相違する様に操縦して初めの道筋 (track) から離れても、環の指示に従つて操縦すれば再び元の道筋に歸ることが出来ることである。



第 7 圖 Cloudring の構造



第 8 圖

1. 定常廻轉速度の計算

環、球及び之等の支持體より成る廻轉體に作用する風力のモーメントを近似的に球に働く風力の抵抗に依るものとし、球相互の干涉等を考慮せずに計算する。Cloudring に當る風の速度 v は飛行機の對氣速度 V に比例して $v = \alpha V$ であるとする。 α は 1 に近き比例常數である。第 8 圖に示す様に x 軸を前方に、 z 軸を鉛直上方に取つて、第一象限にある球より順次に 1, 2, 3, 4 の番號を附す。 $z < 0$ の範圍では風速が 0 で、 $z > 0$ の範圍では風速 $v = \alpha V$ とする。球には抗力のみが作用するから、抗力係數を k_D とすれば、風力モーメント q は次の如くなる。

$$\left. \begin{aligned} q_{z>0} &= \sum_{k=1}^2 r \rho A \left\{ v^2 + \left(r \frac{d\theta}{dt} \right)^2 - 2r \left(r \frac{d\theta}{dt} \right) \sin \theta_k \right\} k_D \sin (\theta_k - \varphi_k) \\ q_{z<0} &= \sum_{k=3}^4 r \rho A \left(r \frac{d\theta}{dt} \right)^2 k_D \end{aligned} \right\} \dots (14)$$

廻轉體の慣性能率を J とすれば、軸受の摩擦を無視して廻轉速度は次の式に依つて決定せらる。

$$J \frac{d^2 \theta}{dt^2} = q_{z>0} - q_{z<0}$$

廻轉體の慣性能率が大きければ定常状態に達せる後の廻轉は殆ど一様の角速度にて行はれる。それ故、 $r \frac{d\theta}{dt} = cv$ と置いて c を常數となし得る。然らば (14) は次の様になる。

$$\begin{aligned} q_{z>0} &= r \rho A v^2 k_D \sum_{k=1}^2 \sqrt{1 + c^2 - 2c \sin \theta_k} \cdot (\sin \theta_k - c) \\ q_{z<0} &= r \rho A v^2 \sum_{k=3}^4 c^2 k_D = 2r \rho A v^2 c^2 k_D \end{aligned}$$

(6) ロビンソン風盃速度計の理論, 航空研究所彙報, 128 號, 昭和十年四月, 283 頁.

定常状態に於ては $\frac{1}{4}$ 廻轉中の平均のモーメントは零であるから、

$$\frac{2}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} q_{z>0} d\theta = \frac{2}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} q_{z<0} d\theta$$

が成立する。然らば c を決定するには、

$$\sum_{k=1}^2 \frac{1}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1+c^2-2c \sin \theta_k} \cdot (\sin \theta_k - c) d\theta = c^2$$

を解けばよい。風速 v 及び抗力係数 k_D は c に影響を與へない。暗探法と圖解法を併用して上の方程式を解けば、

$$c=0.373$$

を得る。結局廻轉體の廻轉速度（角運動量）は空氣密度 ρ の如何に係らず飛行機の對氣速度に比例する。

2. 横風を受ける場合

以上は風が Cloutring の真正面から吹いた場合である。Cloutring が左右に偏つた場合、或は飛行機が横切りをする場合等には Cloutring の側面にも風が當る。この場合の廻轉速度は横風の方向が著しく側方に偏つて居ない限り前に計算した真正面より吹いた場合の廻轉速度に大體等しい。一方横風は $z>0$ の部分に $z<0$ の部分よりもやゝ強く當るから、環の面を倒す様にモーメント M_x が働く。

$$M_x = k_x \rho v^2 \cdot \psi$$

と置くことが出来る。 M_x は Cloutring の環を左右に偏らす様に作用する。 ψ は風の偏りの角である。球自體が高速度に廻轉するため附近の流れは變形を受け、鉛直に下向きのモーメントが発生する。第7圖に見ゆる軸受を包む圓盤狀物體も亦このモーメントの發生に役立つて居る。このモーメントを M_z とすれば、

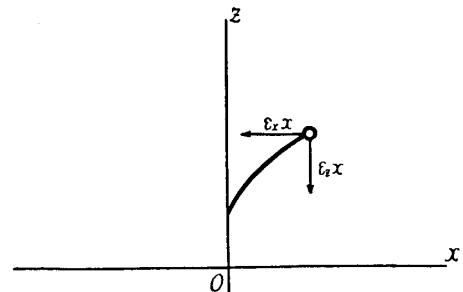
$$M_z = k_z \rho v^2 \cdot \psi$$

と置くことが出来る。實際 M_x に比して M_z は大きい様になつてゐる。

3. Cloutring のジヤイロ力學的運動

Cloutring の運動を表はすには、環の面に垂直に中心より立てた直線が、單位球の表面を交る點 P の運動を以てする。正常の姿勢よりの偏りが小ならば單位球の表面を平面と考へて、第9圖に示す様に xz 直交座標系にて P 點の位置を示すことが出来る。 xz 座標系は飛行機に固定した座標系で、風の偏りは Cloutring の中心より風に垂直に引いた線と x 軸との交點 ξ で表はす。 Cloutring の廻轉體の角運動量は極めて大であるから、 P 點の運動方程式は次の様になる。

$$\left. \begin{aligned} J \frac{cv}{r} \frac{dx}{dt} &= -k_x \rho v^2 (x - \xi) \\ J \frac{cv}{r} \frac{dy}{dt} &= -k_z \rho v^2 (x - \xi) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(16)$$



第 9 圖

飛行機が水平飛行をなす限り $\rho = \text{const}$ であるから、

$$\epsilon_x = \frac{k_x r \rho}{Jc} \quad \epsilon_z = \frac{k_z r \rho}{Jc}$$

と置けば、

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= -\epsilon_x v(x-\xi) \\ \frac{dz}{dt} &= -\epsilon_z v(x-\xi) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (16')$$

となる、 $\xi=0$ として、 $t=0$ に於て $x=x_0$ 、 $z=z_0$ 、とすれば $t=\infty$ に於て $x=0$ となるが、 $z=z_0 - \frac{\epsilon_z}{\epsilon_x} x_0$ となつて零にならぬ。即ち左右の偏りは直線飛行中に保持される傾向があるが、左右の傾斜は保持力が無いから一度傾斜する時は手で調整する必要がある。

次には操縦士が直線飛行中に誤つて方向が狂つたまゝ暫時放置したため、飛行機が初めの道筋 (track) から相當偏つても、気付いた時から Cloutring の環の指示する様に (即ち環が常に一線に見える様に) 操縦すれば再び元の道筋へ歸ること、及び左右に傾斜した儘放置し横じりのため右若くは左へ偏れるも、気付いた時より Cloutring に従つて操縦すれば矢張再び元の道筋へ歸ることが出来ることを示す。

4. 横振れを放置した場合

今第10圖の直線路 XX 上を進行して居た飛行機が圖の如く $t=0$ に於て突然向を變へ、 XX 線と小さな角 α_0 をなす方向に飛行し初めたとする。 $t=0$ に於て Cloutring は正常の姿勢にあり、 $t=t_1$ に至るまで操縦者はそのまゝ放置したものとす。 $t=0$ より $t=t_1$ に至る間の Cloutring の運動は (16') に於て $\xi=0$ 、 $x_{t=0}=x_0$ 、 $z_{t=0}=0$ とすればよく、 ϵ_x は ϵ_z に比して極めて小にして、 t_1 なる時間中には認め得べき程の影響を生ぜざりしものとす。 然らば $t=t_1$ に於ける Cloutring の姿勢 (x_1, z_1) は

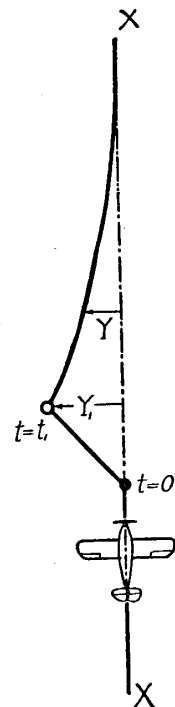
$$\begin{aligned} x_1 &= x_0 e^{-\epsilon_x v t_1} \doteq x_0 - \epsilon_x v x_0 t_1 \doteq x_0 \\ z_1 &= -\epsilon_z v x_0 t_1 \end{aligned}$$

であつて、此の間に於ける飛行機の XX 線路よりの偏り Y_1 は、

$$Y_1 = \int_0^{t_1} V x_0 dt = V x_0 t_1$$

である。操縦士が $t=t_1$ に於て方向の偏りに気が付き、その後は Cloutring の指示通りに操縦したものとす。 然らば $t=t_1$ に於て Cloutring は鉛直ならず z_1 だけのバンクがあるから、機體はバンクして横じりを初める。横じりがあれば Cloutring に當る風もそれだけ偏つて居るから、環の面は再び XX 線に平行になり初める。斯の如くして $t=t_1$ 以後の Cloutring の姿勢の變化は、(16') に於て $x=0$ 、 $\xi = -\beta z \epsilon_z v$ とすればよく、

$$\begin{aligned} \frac{dz}{dt} &= -\beta z \epsilon_z v & z &= z_1 e^{-\beta \epsilon_z v t} \\ z &= -\epsilon_z v x_0 t_1 e^{-\beta \epsilon_z v t} \end{aligned}$$



第10圖
飛行機の経路

となる。飛行機の XX 線よりの偏りは単位時間に $\beta z V$ の割合で小さくなり、

$$\begin{aligned} Y &= Y_1 - \int_0^t \beta z V dt \\ &= Y_1 - \int_0^t \beta \epsilon_z v x_0 t_1 V e^{-\beta \epsilon_z v t} dt \end{aligned}$$

となる。 $t = \infty$ に於ける Y を Y_∞ とすれば、

$$\begin{aligned} Y_\infty &= Y_1 - \beta \epsilon_z v x_0 t_1 V \left[-\frac{e^{-\beta \epsilon_z v t}}{\beta \epsilon_z v} \right]_0^\infty \\ &= Y_1 - V x_0 t_1 \\ Y_\infty &= 0 \end{aligned}$$

となる。即ち飛行機は元の道筋 XX に歸つた譯である。 $z_\infty = 0$ であるから、元の道筋へ歸へつた時には飛行機はバンクせず正しき姿勢にあるから、そののちは XX 線を真直に進行することが出来る。 ϵ_x に依る x の變化は丁寧な計算に依れば、上の性質を破壊するものであるが、 ϵ_x が小ならばこの影響は第二次的の小さなもので $x_1 = x_0(1 - \epsilon_x v x_0)$ を採用した場合にも $t = \infty$ に於て再び $x = 0$ となることが容易に證明される。即ち

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= -\epsilon_x v \beta z \\ x &= \epsilon_x v x_0 t_1 - \epsilon_x v \beta \cdot \epsilon_z v x_0 t_1 \int_0^\infty e^{-\beta \epsilon_z v t} dt \\ &= \epsilon_x v x_0 t_1 - \epsilon_x v \beta \cdot \epsilon_z v x_0 t_1 \cdot \frac{1}{\beta \epsilon_z v} = \epsilon_x v x_0 t_1 - \epsilon_x v x_0 t_1 \\ &= 0 \quad \text{Q.E.D.} \end{aligned}$$

5. 横迂りを放置した場合

直線飛行を續けて XX 線を進行し來つた飛行機が或る時より操縦者の不注意にて z_0 なるバンクを起しそのまゝ放置して t_1 なる時間が経過したものとす。然らば此の間に於て Cloudring 及び飛行機は正常の位置より次の如く偏る。

$$\begin{array}{ll} \text{Cloudring} & z_1 = +\epsilon_z \beta v z_0 t_1 \\ \text{飛行機} & Y_1 = \beta z_0 V t_1 \end{array}$$

この時操縦者が気が付いて Cloudring の指示に追隨して操縦し始めたとすれば、機體は z_1 のため今迄とは反對の側へバンクし、横迂りも反對の方向へ起り XX 線に近づく。即ち、Cloudring は

$$\begin{aligned} \frac{dz}{dt} &= -\epsilon_z \beta v z \\ z &= z_1 e^{-\epsilon_z \beta v t} = \epsilon_z \beta v z_0 t_1 e^{-\epsilon_z \beta v t} \end{aligned}$$

の如く運動し、飛行機の横迂りに依る復歸の状態は、

$$\begin{aligned} Y &= Y_1 - \int_0^t \beta z V dt \\ &= Y_1 - \int_0^t V \beta \epsilon_z \beta v z_0 t_1 e^{-\epsilon_z \beta v t} dt \end{aligned}$$

であつて、 $t=\infty$ に於ける Y を Y_∞ とすれば、

$$\begin{aligned} Y_\infty &= Y_1 - V\beta \cdot \epsilon_z \beta v z_0 t_1 \cdot \frac{1}{\epsilon_z \beta v} \\ &= Y_1 - \beta z_0 V t_1 = 0 \end{aligned}$$

となり、 $t=\infty$ に於ては $z=0$ となるから、矢張横迂りを放置した場合も Cloudring に従つて操縦すれば結局元の道筋に歸還し得ることが證明されたのである。

以上の所論に於て飛行機を吹き流す風はなきものとして考察した。風がある場合には當然地球に固定した道筋へ歸還する性質はない。然し發明者 Dove 氏に依れば、不思議な程よくこの性質が實際には保たれる由である。 ϵ_x は前述した如く、この歸還性を害ふ作用があるが、然しこの値が小さくて時間 t_1 の間に著しく x の値を變化せざる限り大した影響を與へないものであるし、僅かの ϵ_x の値は直線飛行中に廻轉子の位置を正常に保ち得る作用があるから全然之を除去せぬ方がよいと思はれる。

終りに、御指導を賜つた佐々木教授に厚く感謝の意を表します。

昭和十三年三月

測器部に於て