

航空宇宙技術研究所特別資料

SPECIAL PUBLICATION OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

SP-28

「境界層遷移の解明と制御」研究会講演論文集
(第15回・第16回)

「境界層遷移の解明と制御」研究会

1995年9月

航空宇宙技術研究所
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

「境界層遷移の解明と制御」研究会講演論文集
(第15回・第16回)

**Proceedings of the 15th and 16th NAL
Workshops on “Investigation and Control
of Boundary-Layer Transition”**

「境界層遷移の解明と制御」研究会

**Steering Committee of NAL Workshop on
“Investigation and Control of
Boundary-Layer Transition”**

「境界層遷移の解明と制御」研究会幹事

空力性能部	伊藤 信毅
空力性能部	高木 正平
空気力学部	山本 稀義
客員研究官（昭和62, 63, 平成元年度）	大阪府立大学工学部教授 西岡 通男
客員研究官（昭和62, 63, 平成3年度）	東北大学流体科学研究所助教授 小濱 泰昭
客員研究官（平成2, 3, 5年度）	東京都立科学技術大学助教授 浅井 雅人
客員研究官（平成4, 5, 6年度）	日本大学理工学部教授 本橋 龍郎
客員研究官（平成6, 7年度）	東北大学工学部助教授 福西 祐

目 次

はしがき	1
------------	---

第15回研究会（平成6年9月29日・30日）

1. 横流れ不安定場の設計と制御	3
東北大学流体科学研究所	小 濱 泰 昭
	小 野 寺 達 也
2. 流体力学とマルチフラクタル	7
電気通信大学	細 川 巖
3. 大気境界層の流体力学的側面	13
ー特にエクマン層の不安定現象についてー	
東京大学海洋研究所	木 村 龍 治
4. 共鳴励起された水波の上の粒子運動	16
東京大学理学部	神 部 勉
5. 乱流剥離・再付着流れの能動制御	18
北海道大学工学部	木 谷 勝
6. 二つの粗度により誘起される流れ	22
日本大学理工学部	碓 井 次 郎
	本 橋 龍 郎
7. 平板前縁における受容過程について	27
東北大学工学部	福 西 祐
	小 林 陵 二
	森 元 樹
	米 井 彰 宏
8. 縦渦列を用いた超音速混合の制御	32
航空宇宙技術研究所	須 浪 徹 治
川崎重工	徳 永 英 紀
大阪府立大学工学部	西 岡 通 男
9. 極超音速流中の斜め円柱前縁付近の境界層遷移について	37
航空宇宙技術研究所	村 上 哲
DLR	E. Stanewsky
	P. Krogmann
10. 回転ゲルトラー流れの二次不安定	41
慶応大学理工学部	益 田 重 明
	堀 大 輔

第16回研究会（平成7年3月29日・30日）

11. 孔列のある二次元物体を過ぎる流れと抵抗	45
東京農工大学工学部	谷 嶋 良 夫
	佐 野 理

12. 横流れ不安定波の分散性について	50
	航空宇宙技術研究所 高木 正平 伊藤 信毅
13. 臨界レイノルズ数における球の回りの流れの型の変化	53
	名古屋大学工学部 神谷 信彦 渡辺 京司
14. 回転球後流中に生成するらせん渦の可視化	55
	明治大学理工学部 伊藤 光 高 仁秀 貞本 敦史
15. 剥離再付着流れにおけるT-S波動の非線形励起過程	59
	東京都立科学技術大学 浅井 雅人 相場 清宏
16. 下面加熱矩形ダクト内混合対流の不安定性と遷移	63
	電気通信大学 山田 純 宮 寄 武 細川 巖
17. 可視化実験による渦構造の定量的解明ー速度勾配テンソルの測定ー	67
	キャノン 森 友紀 岐阜大学工学部 福島 千晴 永田 拓
18. 離散渦法で模擬された二次元噴流の特性	73
	北海道大学工学部 早川 道雄
19. 乱流境界層の渦運動	78
	北海道工業大学名誉教授 小橋 安次郎
20. 主流中の点源攪乱による境界層遷移	83
	慶応大学理工学部 益田 重明 浜田 慎悟 伊藤 健二
第15回・第16回研究会の総括と成果	86

はしがき

本報告集は、平成6年9月と平成7年3月に航空宇宙技術研究所で開催された第15回と第16回「境界層遷移の解明と制御」研究会の講演要旨を収録したものです。本研究会が発足してから既に7年が経過し、この報告集もこれで7冊目になります。益々充実して参りましたのは、ひとえに皆様のご協力のお陰と感謝致しております。

最近では研究会への参加者も常時50名を超えるようになり、この会の趣旨が多く研究者に支持されているものと喜んでおります。本会をさらに魅力的なものにしていくためには、常連の方々の参加に加えて、専門分野のやや異なる研究者によって新しい情報の提供されることが必要と思われます。研究会の世話役として、機会あるごとに新しい参加者の勧誘にあたっておりますが、力不足の感が否めません。そこで参加者の皆様に、お近くの方々を積極的に勧誘して頂くと共に、適当な講演者のご推薦をお願いしたいと思います。これまでも「境界層遷移」という表題によって参加を躊躇される方が多いようですので、本会の実情が表題に拘束されない、ざっくばらんなものであることをよくご説明下さい。重ねて皆様のご協力をお願い致します。

今回の講演論文集を刊行するにあたって、研究会参加者、講演者、講演集原稿を準備して下さった方々、および会場使用その他いろいろと便宜を図って戴いた空力性能部海老原部長と総括室の方々に厚くお礼を申し上げます。

平成7年8月

「境界層遷移の解明と制御」研究会

幹事 伊 藤 信 毅
山 本 稀 義
高 木 正 平

横流れ不安定場の設計と制御

小 濱 泰 昭*・小野寺 達 也*

Design and Control of Crossflow Instability Field

Yasuaki KOHAMA and Tatsuya ONODERA
Institute of Fluid Science,
Tohoku University

In order to control crossflow dominant boundary layers, experimental model, which is composed from yawed flat plate with displacement body, is designed and transition process is measured in detail. Results showed that complicated flow structure which is quite similar to that of swept wing boundary layer flow is measured on the yawed flat plate. Stationary crossflow vortices, primary unsteady crossflow instability, high frequency secondary mode are also measured. From these results, it can be said that newly designed experimental model provides us almost same crossflow instability field as a swept wing. Control of crossflow instability field will be performed in the future by applying distributed suction on a yawed flat plate boundary layer.

Keywords : three-dimensional boundary-layer transition, flow design, active control, delay of transition

1. まえがき

三次元境界層の遷移プロセスの解明や層流制御を行う上で問題になることに、同じレイノルズ数でも境界層が薄く流速が速いこと、翼表面が強い曲率を有し流れに対して傾斜していること等があげられる。これらの諸制約を除去することが出来れば現象の解明が進み、実機の層流制御技術の進歩を大幅に促進させることが可能となる。

Saric, Yeates⁽¹⁾ は平板と圧力印加物体との組み合わせに後退角を付けて風洞に設置することにより、平板上に後退翼と同様な横流れ不安定場を作り出すことに成功している。しかし、横流れ不安定性により境界層が完全に乱流遷移するには圧力勾配の強さが不十分であったために、完全乱流までのプロセスを観測出来ていない。後に Bippes ら⁽²⁾ も同様の考え方で類似のモデルを製作し、風洞の開放型測定部に設置して測定を行っている。Bippes らの場合には測定対象が遷移初期の現象であったせいも

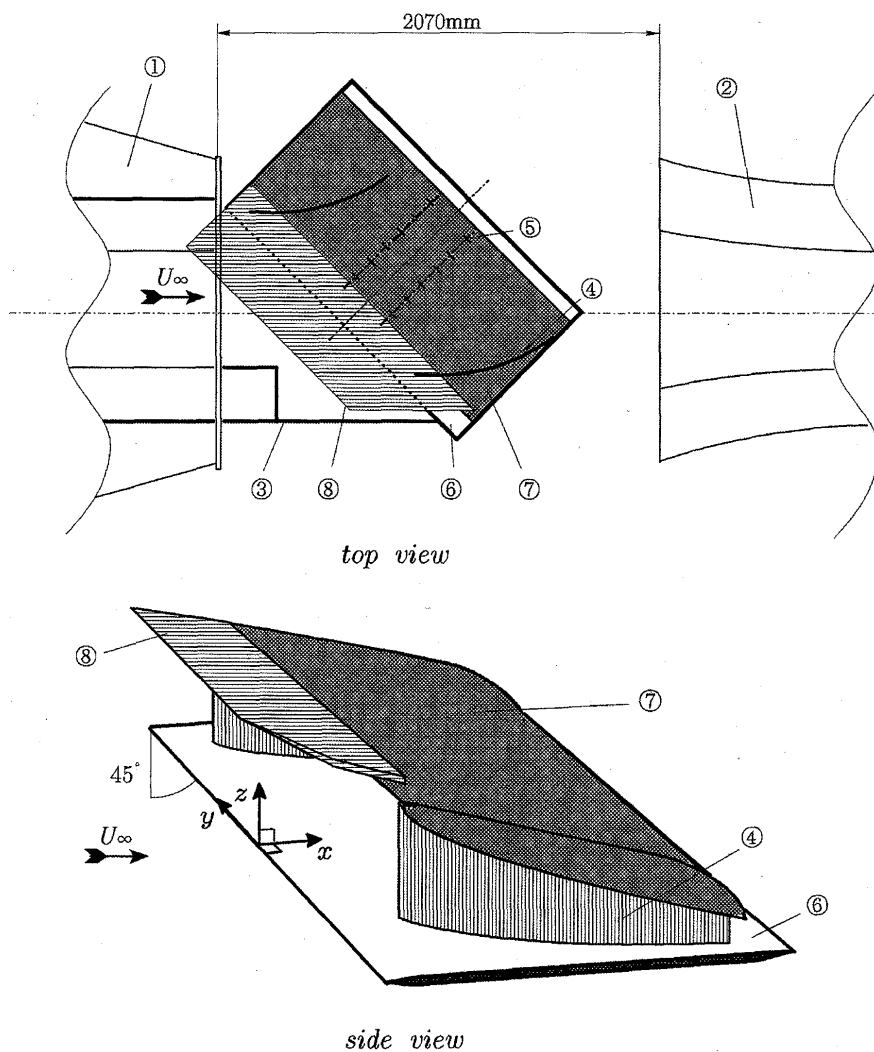
あり、完全乱流に至るプロセスで重要と思われる二次不安定の発生、完全乱流への遷移プロセスなどは確認されていない。

そこで我々は、横流れ不安定場を最終的には制御して層流化することを念頭に、類似のモデルを製作し、完全乱流に至る横流れ不安定場を再現出来る流れ場を設計することを試みている。すなわち、後退角 Λ を 45° に固定して横流れ不安定性のみを純粹培養し、パラメータとして風速 U_∞ 、境界層厚さ δ 、圧力勾配 C_p を任意に動かし、完全乱流まで遷移させてその遷移プロセスを詳細に測定している。

2. 実験結果と考察

実験には東北大学流体科学研究所、低乱風洞を開放型にして使用し、コンピュータ制御されたトラバース装置に熱線流速計を取り付けて測定を行っている。実験装置の概要を図 1 (a), (b) に示す。圧力分布は (b) 図に示

* 東北大学流体科学研究所



- ① contraction nozzle ② collector ③ extended nozzle ④ side plate
 ⑤ pressure taps ⑥ flatplate ⑦ displacement body
 ⑧ separation prevent body

図1 (a) 実験装置概略図

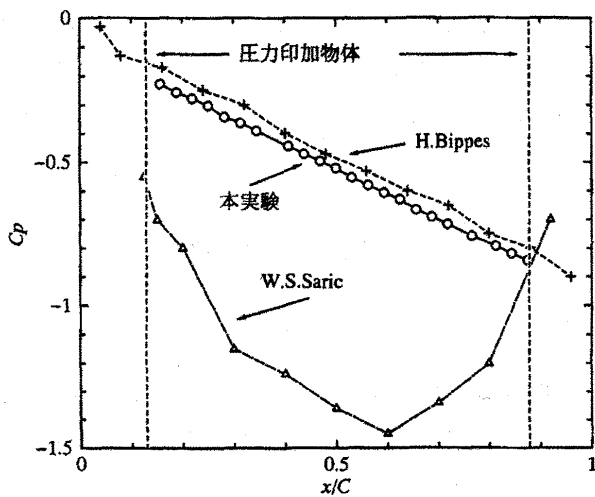


図1 (b) 圧力分布

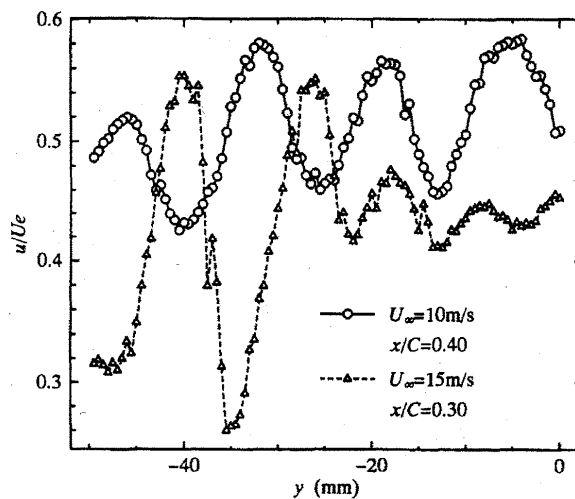


図2 スパン方向の速度分布
 ($z/\delta = 0.25$)

す通り、ほとんど *Bippes* らのものと一致している。しかし、境界層厚さと風速は我々の方が大きく変化させられ

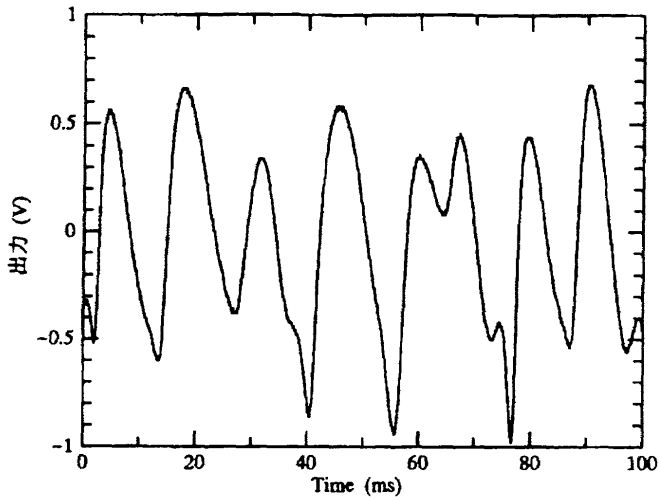


図3 (a) 時間信号波形
($U_{\infty} = 10 \text{ m/s}$, $x/C = 0.40$, $z/\delta = 0.2$)

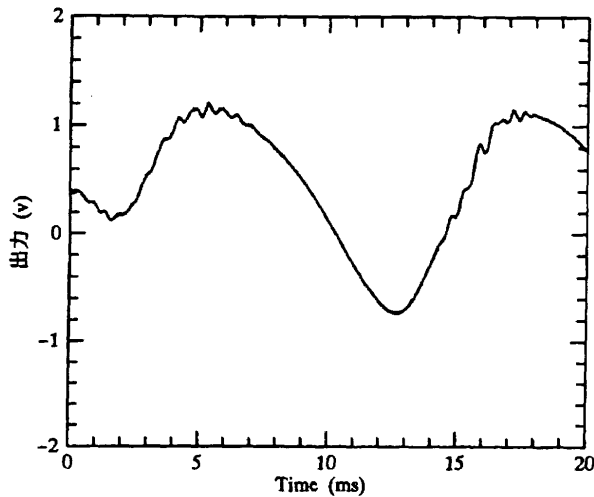


図3 (b) 時間信号波形
($U_{\infty} = 15 \text{ m/s}$, $x/C = 0.42$)

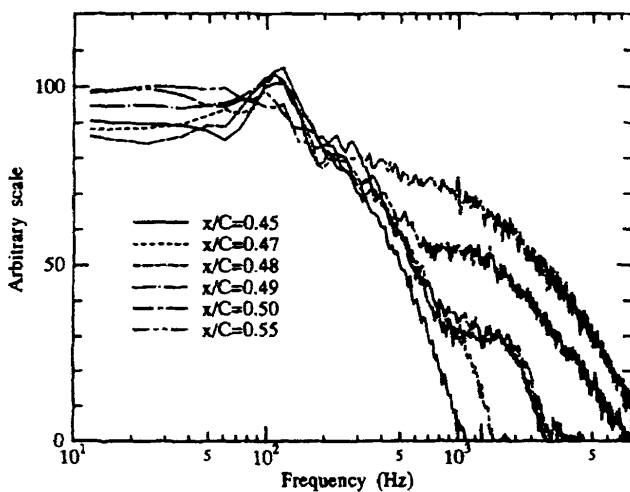


図4 周波数分析
($U_{\infty} = 15 \text{ m/s}$, $z/\delta = 0.25$, 遷移点付近)

るので、レイノルズ数範囲は大きく、従って $x/C = 0.7$ 位置で完全乱流に移行している。図2にスパン方向の速度分布を示す。サイン波状の周期的な変動が発生しており、壁に固定して発生する横流れ渦の存在を示している。横流れ渦の波長は境界層厚さの4～4.2倍の範囲にあり、*Arnal* ら⁽³⁾の測定結果と一致している。図3 (a), (b) は $x/C = 0.4, 0.42$ に熱線を入れた場合に得られる時間変動波形であり、低周波と高周波の非定常擾乱が発生していることを示している。遷移末期に得られた波形を周波数分析したものが図4である。下流に行くに従い、高周波成分の成長が著しく、一方、低周波成分はほぼ飽和状態にあることがわかる。図5 (a), (b) にメッシュ計測により得られた速度と乱れ強さの等高線図を示す。下流に進むに従って隣同士同じ方向に回転する構造の横流れ渦が発達し、部分的にはその渦の大きさが境界層厚さを超えて成長する様子が見られる。又、図で示していないが低周波の非定常擾乱の発生位置は渦の巻き込む根元、壁近くに在り、一方高周波のそれは、渦の巻き上がる上方、境界層外縁近くに在ることも判明している。これらはいずれも後退円柱⁽⁴⁾、後退翼⁽⁵⁾の場合とよく一致している。

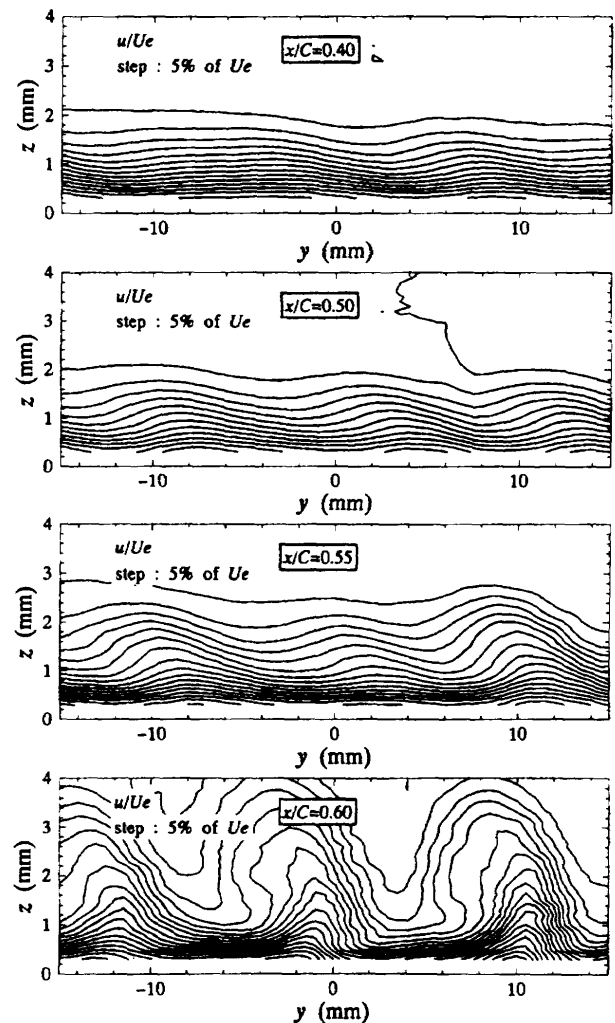


図5 (a) 等速度分布 ($U_{\infty} = 15 \text{ m/s}$)

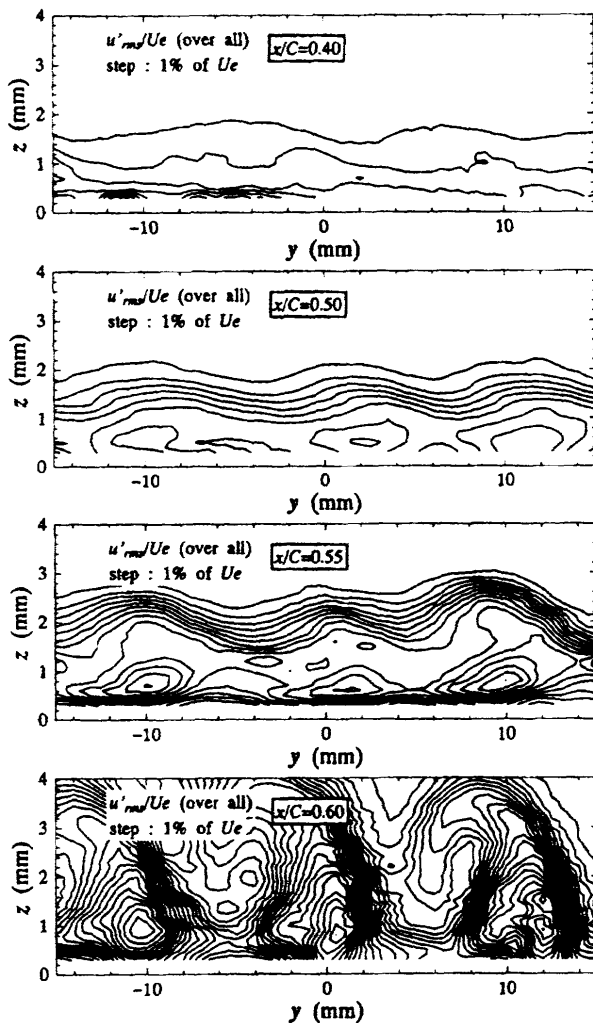


図5 (b) 等乱れ強さ分布 ($U_\infty = 15 \text{ m/s}$)

3. まとめ

以上新たに製作された横流れ不安定場を発生させる実験モデルは、後退翼の流れ場をほぼ忠実に再現しており、

最適な流れ場を設計することが出来たといえる。この流れ場には定常、非定常低周波・高周波攪乱が検出され、完全乱流まで遷移していることが確かめられている。発生する横流れ渦の波長は $\lambda/\delta \approx 4.1$ であり、又高周波攪乱の周波数は $U^{3/2}$ にほぼ比例することが確認された。

今後この流れ場に様々な制御を試みる予定である。

文 献

- 1) Saric, W. S., Yeates, L. G. : Generation of Cross-flow Vortices in a Three-Dimensional Flat-Plate Flow, Laminar-Turbulent Transition, ed. V. V. Kozlov, Springer-Verlag (1984), 429-437.
- 2) Müller, B., Bippes, H. : Experimental Study of Instability Models in a Three-Dimensional Boundary Layer, AGARD Conf. Proc. No. 434 (1988), 13. 1-13. 15.
- 3) Michel, R., Arnal, D., Coustols, E. and Juillen, J. C. : Experimental and Theoretical Studies of Boundary-Layer Transition on a Swept Infinite Wing, Laminar-Turbulent Transition, ed. V. V. Kozlov, Springer-Verlag (1994), 553-561.
- 4) Kohama, Y., Motegi, D. : Traveling Disturbance Appearing in a Yawed Cylinder Boundary-Layer Transition, Intern. J. Exp. and Therm. and Fluid Sci. 8 (1994), 273-278.
- 5) Kohama, Y., Kodashima, Y. Watanabe, H. : Randomization Process in Crossflow-Instability Dominant Three-Dimensional Boundary-Layer Transition, Laminar-Turbulent Transition, ed. R. Kobayashi, Springer-Verlag (1995), 455-462.

流体力学とマルチフラクタル

細 川 巖*

Fluid Dynamics and Multifractals

Iwao HOSOKAWA

University of Electro-Communications

ABSTRACT

How the concept of multifractals has been applied to fluid dynamics is described. Particularly the multifractal nature of the dissipation field of isotropic turbulence is explained together with the deep implication of intermittency exponents, which embody a stochastic multifractal in themselves.

Key Words : multifractal, stochastic multifractal, isotropic turbulence, dissipation, intermittency exponents

1. フラクタル次元とは

先ず手始めに用語の解説から入る。単位立方体を辺 r の小立方体に分割して r を無限に小さくして行ったとき、 r^{-D} の小立方体が或る性質を持ち続けると、その性質の空間分布は D 次元であるという¹⁾。これがユークリッド次元の自然の拡張になっていることはよく知られている。

もう少し進んで、 q 次Hausdorff次元を説明しよう。 r_i の大きさのdisjoint cellで空間を覆ったとき、cellの中の測度が p_i として

$$\lim_{\max(r_i) \rightarrow 0} \left[\sum_i p_i^q r_i^{-(q-1)D(q)} \right] \rightarrow \text{finite} \quad (1)$$

であるならば、この $\tau(q) = (q-1)D(q)$ において、 $D(q)$ をHausdorffの一般次元 $D(q)$ という。上に述べた D は、この場合の $D(0)$ と思えばよい。[]は状態和と呼ばれ、統計力学の状態和のアナロジーである。 Σ' は $p_i=0$ の項は除いた和であることを示し、 $q<0$ でも意味をもつようにしてある。特に $r_i \equiv r$ として定義されたものがHentschel-Proccaccia²⁾の一般次元 $D(q)$ と呼ばれ、これは前考の $D(q)$ に等しいか又はより大きいことが分ってい

る。このとき、(1)は

$$\Sigma' p_i^q \sim r^{-(q-1)D(q)} \quad (r \rightarrow 0) \quad (2)$$

と書かれる。

この $D(q)$ はかなり抽象的な印象を与えるが、すべてのマルチフラクタル測度がもたなければならない基本量である。ではマルチフラクタル測度とは何かというと、次のような自己相似性をもった測度を考えればよい。測度となる物理量 p が(cellの大きさを $0 < r < 1$ としたとき) r^α のようなスケール変化をし、 d 次元空間での α を支える集合が $f(\alpha)$ (フラクタル)次元のフラクタルを構成するようなものである。したがって α の空間分布確率は大体 $r^{d-f(\alpha)}$ となる。 d 次元空間には異なる α の集合が入り交って分布するので極めて複雑な様相を呈するが、これが $f(\alpha)$ という単一関数によってその統計的構造を記述されるということは一瞬驚異的である。

Hentschel-Proccacciaの $D(q)$ と $f(\alpha)$ は、Legendre変換によって一意的に関連づけられる³⁾。(2)式の右辺を上記の確率を使って表現し、計算の結果

$$\alpha(q) = d - dq\tau(q), f(q) = \alpha(q) q^{-\tau(q)} \quad (3)$$

が得られる。従って $D(q)$ と $f(\alpha)$ は等価の基本量である。

$D(q)$ は単調非増加であること², $\tau(q)$ は *non-concave* であること⁴ などは、現在知られている普遍的な性質である。後者から、 f の *non-concavity* がいえる。

最小限この程度のマルチフラクタルの概念を前提として、流体力学の方に話を移したい。

2. 相空間内のStrange Attractor

流体が遷移を起し、乱れ始めるとき、小数自由度のカオスが生ずる場合がある。*Lorentz*⁵ が示したいわゆる *Lorentz model* 中のカオス発見以来、この方面の研究はいろいろと行われて来た。

列举すると、

Rayleigh-Benard Flow (*Jensen et al.*⁶)

Taylor-Couette Flow

Duct Flow Heated from Below (*Koijumi et al.*⁷)

Curved Duct Flow

などなどである。いずれも乱れた温度場又は速度場の局所観測時系列より、有限次元の相空間に埋め込みの作業を行い、その相空間内で *strange attractor* の分布状況を調べようというものである。*Jensen et al.* の実験は⁶, *strange attractor* の相空間内の密度から $f(\alpha)$ を実際に算出している点で、異色的である。

流れが複雑になると励起された自由度が増加するので、十分な情報量を時系列から得ることは困難になる。現在では、たかだか10次元以下の埋め込み相空間でのリアプノフ指数のスペクトルを計算し、 $D(1)$ に相当するカプラン・ヨーク次元を推定するのがこの方面の主要な技術となっている⁷。とも角、これらの研究によって、カオスを示す *strange attractor* の相空間内密度が自己相似性を持ちマルチフラクタルを形成することは確立されたといつてよい。

とすれば、発達した乱流が高次元カオスを構成し、ここにマルチフラクタルの *strange attractor* が存在することは疑いが無いが、残念ながらこれを正確に捕えた研究はまだない。然し、*Keefe, Moin & Kim*⁸ の研究は2次元 *Poiseuille Flow* の乱流を取り扱ってリアプノフ指数のスペクトルを算出し、今の所最も興味のあるものの一つである。

3. 乱流エネルギーの散逸の空間分布

最近、発達した3次元等方性乱流のエネルギー散逸量を

測度とすると、これが3次元空間内のマルチフラクタルを近似的に構成することが、実験⁹ 及び *direct numerical simulation* (*DNS*)¹⁰ によって判明した。このことの力学的根拠としては、*Frisch & Parisi*¹¹ のいう、オイラー方程式における自己相似解の存在が有力である。これは、粘性に関係のない、そして境界の影響を殆ど受けないスケール、いわゆる慣性領域での流れの速度差 v_r のスケール則、 $v_r \sim r^{\alpha}$ を保証し、更に *Kolmogorov* の第2仮説 (1962)¹² によりスケール r での散逸率 ($\varepsilon_r \sim v_r^3 / r$) のスケール則、 $\varepsilon_r \sim r^{-1}$ を保証するのである。

第1図にこの場合の $D(q)$ を示す。点線の p モデルは *Meneveau & Sreenivasan*⁹ の実験に最もよく合うように調整された2項カントール集合モデルである。但し、この実験は速度場の固定点における時系列の解析であるから、3次元乱流の1次元カットの構造を見ていることに注意したい。これに比べて、サークルは減衰乱流の3次元 *DNS*¹⁰ で得られたものである。これに対応する $f(\alpha)$ を第2図に示す。 ε_r はスケール r の小さい体積の中での平均散逸量であるから、そこでの測度となるべき散逸量は $\varepsilon_r r^d \sim r^{\alpha-1-d} \sim r^{\alpha}$ となり、第1節に導入したのはこの α_1 であるので、混同を避けてほしい。最近ロス・アラモスで行われた強制乱流の3次元 *DNS* (512³ の格子を使用) でも、ほぼ同様の (レイノルズ数によらない) 結果が得られている。従って、乱流の形成のされ方の如何に拘らず、等方性乱流の散逸を測度とするマルチフラクタル構造は普遍的であると考えられる。

4. 負のフラクタル次元 ($f < 0$) の存在

第2図では、サークルは僅かに $f < 0$ の部分の存在を示すが、これは誤差の程度と思われる。何故なら、この $f(\alpha)$ は (2) 式で示される状態和の関係から $D(q)$ を求め、その *Legendre* 変換として計算されており、状態和の中に存在する測度 p_i の最も稀薄な頃は少なくとも1項は存在する筈で、それは空間の中の1点として存在する以上ここで $f=0$ の集合が現れるだけで、それ以下のことは起りようがないからである。

状態和から出発すれば、従って、負のフラクタル次元は容認しがたい。然し、状態和を1つに限定せず、そのアンサンブルを考えたらどうだろう。こうすると、たとえばアンサンブルにおける p_i の最大値又は最小値はサンプル状態和の中に存在したりしなかったりするであろう。従って、最も稀薄な頃は状態和の中に確率的に存在することになり、空間の中の最小次元0では表せない状況が発生する。この状況を $f < 0$ によって定量的に解釈しようというのが、*Mandelbrot*¹³ の発想である。実際彼は、*lognormal model* の $f < 0$ に無限に続く曲線をこのように考えているよ

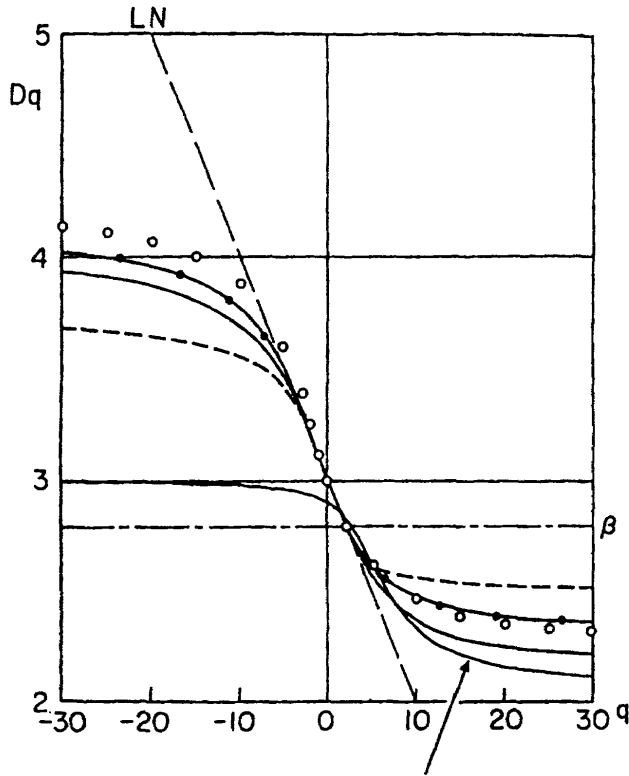


図1 Generalized dimensions for the 3D dissipation field of isotropic turbulence. Open circles denote a direct numerical simulation¹⁰; the plain solid line denotes the binomial generalized Cantor set model proposed by the author¹⁵; the solid line with solid circles denotes a modified version of that model¹⁵; the dashed line denotes the 3D version of the p model⁹; the long-dashed line denotes the lognormal model¹²; the long-dashed-short dashed line denotes the β model¹⁶; and the solid line pointed by an arrow denotes the random β model¹⁷. (I. Hosokawa: J. Phys. Soc. Jpn. 62 (1993) 3347より転載.)

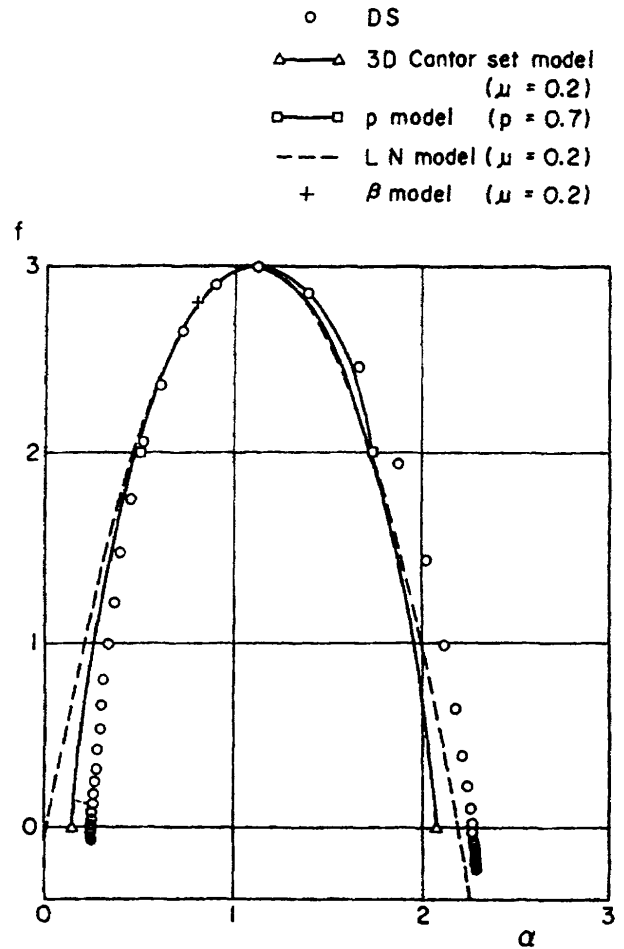


図2 $f(\alpha)$ spectra of dissipation field in isotropic turbulence obtained using various models (LN means lognormal) and DNS of decaying isotropic turbulence at the fully-developed state¹⁰. (I. Hosokawa: J. Phys. Soc. Jpn. 62 (1993) 2204より転載.)

うである。 $f < 0$ の領域をもつマルチフラクタルは、彼によって *stochastic multifractal* と命名された。

こうなると、状態和よりももっと柔軟な概念によってマルチフラクタルを構成したいものである。次にその方法を示す。

5. Intermittency exponentsの導入

流体力学の乱流理論には *intermittency exponents* $\mu(q)$ の概念がある。これが実は *stochastic multifractal* を扱うのに最も適していることを示そう。Novikov¹¹ は、 ε_r について

$$\langle (\varepsilon_r / \varepsilon_l)^q \rangle = (r/l)^{-\mu(q)} \quad (4)$$

のような関係が存在するとき、その散逸は *scale-similar* と定義した。但し $\langle \rangle$ はアンサンブル平均であり、 $r \leq l$

でスケール r の小体積は常にスケール l の小体積の中に含まなければならない。 $\mu(q)$ は *intermittency exponents* と呼ばれるが、ここではすべてのサンプルを重含するアンサンブルを考えているので、前節に述べた問題は消化されている。

特に $l=L$ と固定し、 $p_i = \varepsilon_i L^d / (\varepsilon_l L^d)$ として、スケール L の体積の中で状態和 (2) を作り、これの空間平均をアンサンブル平均と等しいとすると、

$$\mu(q) = -(q-1)(D(q)-d) \quad (5)$$

の関係が導かれる。従って一般に $\mu(q)$ が与えられると、これに対応する広義の $D(q)$ は分り、それから *Legendre* 変換 (3) によって $f(\alpha)$ が求められる。この $f(\alpha)$ は負の領域をもってもよい。ここで (4) 式の中の $(\varepsilon_r / \varepsilon_l)^q$ は、 $\varepsilon_r / \varepsilon_l = 0$ のときは常に $(\varepsilon_r / \varepsilon_l)^q \equiv 0$ と置く必要があることを注意する。それは、状態和 Σ' の定義に合わせ、 $q < 0$ の場合にも意味を与えるためである。

(5) によって、第1節で述べた $\tau(q)$ の *non-concavity*

は $\mu(q)$ の $non-convexity$ で置き換えられる。(4) 式は $\mu(q)$ の一般型を与えるのに極めて見通しがよい。今 ε_l , $\varepsilon_l=y$ とおき, $r=l=A^{-1}$ と固定すると

$$\mu(q) = \log_2 \left[\int_0^{A^d} y^q p(y; A^{-1}) dy \right] \quad (6)$$

が得られる。 p は y の確率分布で一般に $r=l$ に依存する。 A^d が上限になるのは, 自明の関係 $\varepsilon_l \leq \varepsilon_l^d$ による。実際 (6) の右辺が積分可能なら, その範囲間において $\mu(q)$ の $non-convexity$ が成立することは直接に証明できる。従って (4) は $\mu(q)$ の可能なすべての形を支えている¹⁵。

2項コントロール集合モデルの一般型は

$$p(y; A^{-1}) = v_1 \delta(y-B) + v_2 \delta(y-C) \quad (7)$$

となる。先に述べたMeneveau & Sreenivasanのいわゆる p モデルは $A=2$, $B=1.4$, $C=0.6$, $v_1=v_2=1/2$ の場合である。(7) 式は, Novikovモデル¹⁴, β モデル¹⁶, random- β モデル¹⁷そして著者が3D DNSに合うように設定した3D 2項コントロール集合モデル¹⁵もこの中に入る。この最後のモデルは, lognormal model¹²と同様に唯一のパラメータとして $\mu \equiv \mu(2)$ を含む。即ち, $A=2^{1/3}$, $B, C=1 \pm (2^{1/3}-1)^{1/2}$, $v_1=v_2=1/2$ 。

(6) 式の中の $p(y; A^{-1})$ はいかなる確率密度関数でもよく, 一般にそれから計算される $f(\alpha)$ は, lognormal modelのように無限に延びる負の部分をもつ筈である。 $f(\alpha)$ の両端の長い尻尾を有限に断ち切るためには, (7) のようなデルタ関数が存在しなければならないことが証明できる。¹⁵ 3D 2項コントロール集合モデルでは, 尻尾の端が $f=0$ になるようにしてある。

一般に $p(y; A^{-1})$ が分っていれば, 任意の $r=l$ に対して $p(y; r=l)$ も計算できる。 $y=(r=l)^{\alpha_1-d}$ として, α_1 の対応する確率密度関数 $p_1(\alpha_1; r=l)$ を調べると, $r \rightarrow 0$ の漸近表現として

$$p_1(\alpha_1; r=l) = \left[\frac{|f''(\alpha_1)| |n(r=l)|}{2\pi} \right]^{1/2} (r=l)^{d-1-\alpha_1} \quad (8)$$

が得られる。これが分ったのは比較的最近のことである。¹⁸ 第1節で α の空間分布確率は大体 $r^{d-f\alpha}$ であると述べたが, (8) 式はこのことと矛盾しない。

第3図に, いろいろなモデルと実験及びDNSから得られた $\mu(q)$ ($q \geq 0$ の部分のみ)を示す。実線が3D 2項コントロール集合モデルであり, $q=6$ までのAnselmet *et al.*¹⁹の実験値によく一致している。DNSにもっとよく合うコントロール集合は作れるけれども, パラメータを増加して更に複雑なモデルを考えるには, DNSのサークルはまだ決

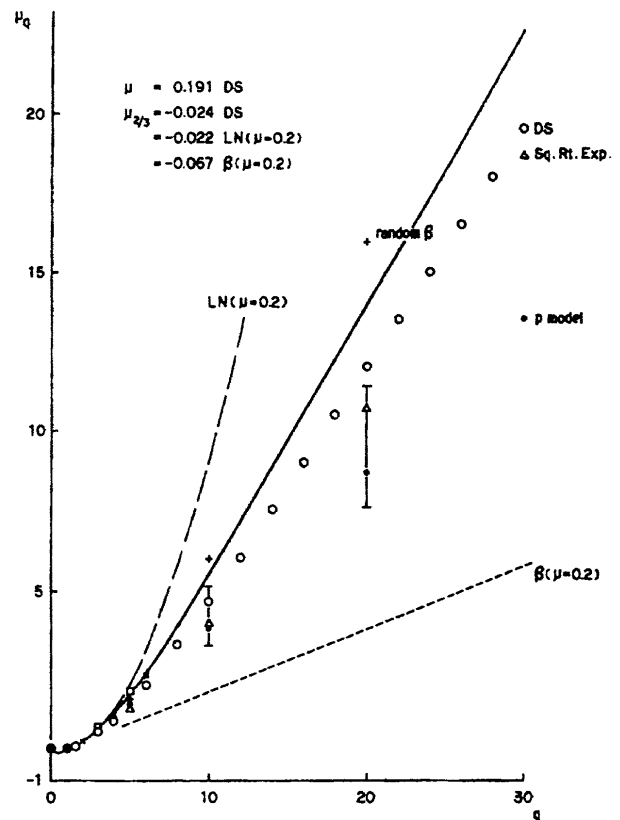


図3 $q \geq 0$ に対する間欠指数 μ , — LNモデル, ---- β モデル, ○DS, +random β モデル, ● p モデル, △SREモデル, ×Anselmet *et al.* の実験, □Antonia *et al.* の実験, — Meneveau & Sreenivasanの実験, — 3D 2項コントロール集合モデル。(日本物理学会誌46巻 (1991) 116より加筆の上転載)

定的な結果とはいえない。

この節の結論として, 歴史的にマルチフラクタルとは, 無関係に作られた乱流理論の $\mu(q)$ が, 実はstochastic multifractalの基本量になっているという興味ある事実を指摘しておきたい。

6. マルチフラクタルのシミュレーション²⁰⁾

$p(y; 1/2)$ が分っていると, 測度の2分割カスケードを繰り返すことによってマルチフラクタルを発生させることができる。3次元乱流散逸の場合は極めて簡単である。(7) 式より

$$p(y; 1/2) = 2^{-3} \sum_{\alpha=0}^3 C_\alpha \delta(y - B^{3-\alpha} C^\alpha) \quad (9)$$

が得られ²¹⁾, この確率に従って発生する乱数 y_1, y_2, \dots より

$$\varepsilon_L = \varepsilon_L \cdot y_1 \cdot y_2 \cdots y_n \quad (10)$$

の3次元の場を構成すればよい。

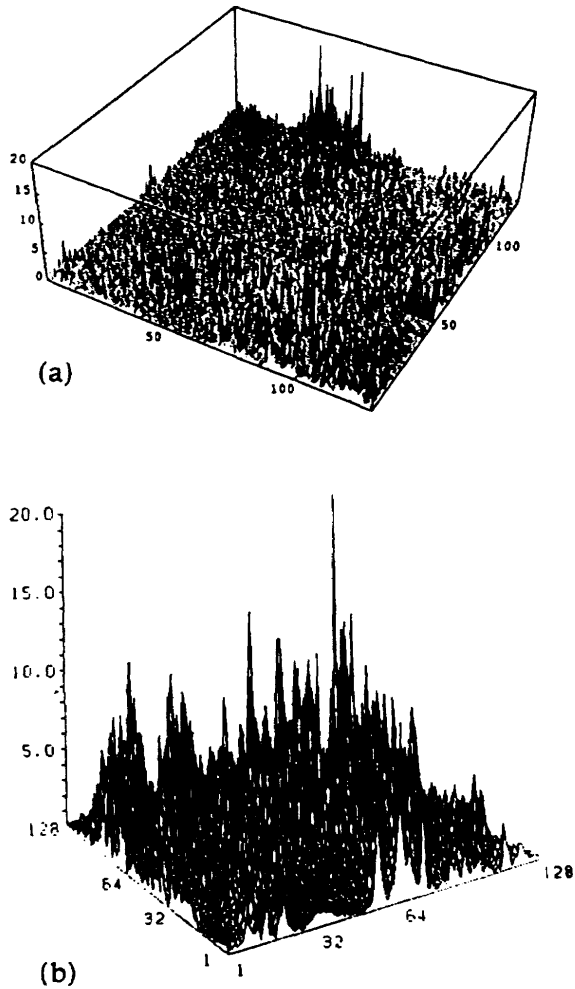


図4 Normalized dissipation fields in a 2D cut in isotropic turbulence obtained (a) by the 3D binomial Cantor set model¹⁵⁾ and (b) by the DNS on a 128³ grid¹⁰⁾. (I. Hosokawa: J. Phys. Soc. Jpn. 62 (1993) 2204より転載.)

第4図 (a) にそのような場の成る2次元断面での $\epsilon_{L/2}/\epsilon_L$ を示した。同図 (b) にDNS¹⁰⁾の対応する $\epsilon_{L/128}/\epsilon_L$ のデータを示す。後者から実際の乱流の散逸場がかなりのintermittencyをもつことが分るが、マルチフラクタルのシミュレーションとのミクロな相似はこの程度のものである。鳥瞰図の作り方と縦軸のスケールが違うので、比べるときにはこの点を考慮しなければならない。

3次元散逸場の鳥瞰図は作れないので、 $\epsilon_{L/128}/\epsilon_L \geq 0.76$ の3次元領域のコンツールを第5図に示す。(a) がマルチフラクタル、(b) がDNSで得られたものである。スポンジ状に拡がっている状況が両者に共通である。上の閾値を大きくすると、コンツールは収縮し、空間の中に点在するようになって行く。上の場合、 $y=0.76$ に相当する α は1.05であるから、そのときのフラクタル次元 $f(\alpha)$ は第2図から分るように3に近い。

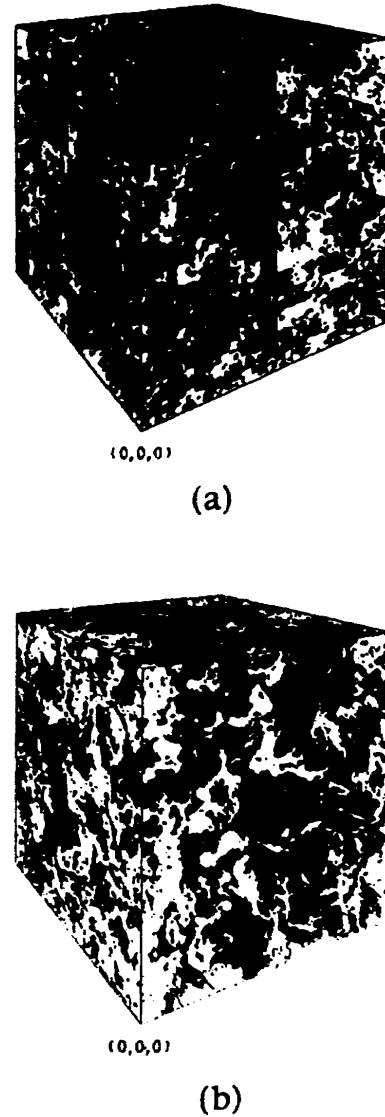


図5 Fig. 3. Domains of dissipation with $\epsilon_{L/128}/\epsilon_L$ larger than 0.76 obtained (a) by the 3D binomial Cantor set model¹⁵⁾ and (b) by DNS of decaying isotropic turbulence at the fully developed state¹⁰⁾. (I. Hosokawa: J. Phys. Soc. Jpn. 62 (1993) 2204より転載.)

7. あとがき

マルチフラクタルと流体力学とのかかわりを簡単に紹介した。その際Intermittency exponents $\mu(q)$ のマルチフラクタル基本量としての重要性について強調した。慣性領域の相対拡散における $\mu(q)$ の重要な働きは論を待たないが、乱流の速度構造関数における $\mu(q)$ と直接に関連する(8)式の重要な働きも興味がある。乱流の速度変動はKolmogorovの第2仮説を通して散逸量の統計とつながっているので、ここでもマルチフラクタル構造が一肌脱いでくれるわけであるが、これについてはRefs.²¹⁻²²⁾を参照されたい。又温度構造関数に及ぶマルチフラクタルの最

近の成果として *Refs.* ²³⁻²⁴ を挙げる。

境界層遷移の従来の視点とは、かなり遠い所の話題で、も一つ迫力が足りなかったものと思うが、遷移及び乱れの中の普遍的構造を探る一つ的手段として、現在注目されつゝあるニュー・フロンティアと理解して頂ければ幸いである。マルチフラクタルは非線型科学に共通する数理的“形象学”ともいえる。

参考文献

- 1) B. B. Mandelbrot : *The Fractal Geometry of Nature* (Freeman, 1982).
- 2) H. G. E. Hentschel and I. Procaccia : *Physica* 8D (1983) 435.
- 3) T. C. Halsey, M. H. Jensen, L. P. Kadanoff, I. Procaccia, and B. I. Shraiman : *Phys. Rev.* A33 (1986) 1141.
- 4) A. Bershadzkii and A. Tsinober : *Phys. Lett.* A165 (1992) 37.
- 5) E. N. Lorentz : *J. Atmos. Sci.* 20 (1963) 120.
- 6) M. H. Jensen, L. P. Kadanoff, and A. Libchaber : *Phys. Rev. Lett.* 55 (1985) 2798.
- 7) H. Koizumi, and I. Hosokawa : *Int. J. Heat Mass Transfer* 36 (1993) 3937.
- 8) L. Keefe, P. Moin, and J. Kim : *J. Fluid Mech.* 242 (1992) 1.
- 9) C. Meneveau and K. R. Sreenivasan : *Phys. Rev. Lett.* 59 (1987) 1424.
- 10) I. Hosokawa and K. Yamamoto : *J. Phys. Soc. Jpn.* 59 (1990) 401 ; *Phys. Fluids* A2 (1990) 889.
- 11) U. Frisch and G. Parisi : in *Turbulence and Predictability in Geophysical Fluid Dynamics and Climate Dynamics*, ed. M. Ghil (North-Holland, 1985) p. 84.
- 12) A. N. Kolmogorov : *J. Fluid Mech.* 13 (1962) 82.
- 13) B. B. Mandelbrot : *Physica* A163 (1990) 306.
- 14) E. A. Novikov : *Appl. Math. Mech.* 35 (1971) 231.
- 15) I. Hosokawa : *Phys. Rev. Lett.* 66 (1991) 1054.
- 16) U. Frisch, P. L. Sulem, and M. Nelkin : *J. Fluid Mech.* 87 (1978) 719.
- 17) R. Benzi, G. Paladin, G. Parisi, and A. Vulpiani : *J. Phys.* A17 (1984) 3521.
- 18) I. Hosokawa : *J. Phys. Soc. Jpn.* 60 (1991) 3983.
- 19) F. Anselmetti, Y. Gagne, E. J. Hopfinger, and R. A. Antonia : *J. Fluid Mech.* 140 (1984) 63.
- 20) I. Hosokawa : *J. Phys. Soc. Jpn.* 62 (1993) 2204.
- 21) I. Hosokawa : *J. Phys. Soc. Jpn.* 62 (1993) 10.
- 22) I. Hosokawa : *Fluid Dyn. Res.* to appear.
- 23) I. Hosokawa : *Phys. Rev.* A43 (1991) 6735.
- 24) I. Hosokawa : *Phys. Rev.* E49 (1994) 4775.

大気境界層の流体力学的側面 —特にエクマン層の不安定現象について—

木 村 龍 治*

Hydrodynamic Aspects of the Planetary Boundary Layer — Instability of the Ekman Layer —

Ryuji KIMURA
Ocean Research Institute, University of Tokyo

ABSTRACT

An overview of the hydrodynamic instability of the flow in the Ekman layer is presented. Two kinds of disturbances were found in laboratory experiments with a rotating tank in 60s. Both disturbances take a form of roll, but the wavelength and the phase velocity were different. Linear theories and numerical calculations revealed detailed characteristics of these disturbances.

Key Words : instability, Ekman layer, planetary boundary layer

1 はじめに

地球を取りまく大気をグローバルに見ると、地球表面から1km程度までの大気層の構造はその上空とかなり異なっている。そこで、この層を大気境界層 (*atmospheric boundary layer* または *planetary boundary layer*) という。例えば、乱流エネルギー消散率の高さ方向の分布を調べると、大気境界層の上空では急に小さくなる。また、大気境界層内では、気温の日変化がそれより上空より顕著である。風の吹き方も上空とかなり異なっている。熱的にも流体力学的にも、地表面の影響を直接受ける層が大気境界層に限定されているのである^{1,2)}。

大気境界層が形成される理由は2つある。第1は、大気が安定な密度成層をなしており、地面からの加熱の影響が大気全層に及ばないこと。第2は、地球の自転によって生まれるコリオリの力の作用によって、地面摩擦の影響が一定の高さに閉じこめられることである。後者の作用のみに着目する場合は、大気境界層を「エクマン層 (*Ekman layer*)」と呼ぶ。これに対して、地面からの加熱

によって形成される境界層を「対流混合層 (*convective mixed layer*)」という。気象学的な興味から大気境界層について論じる場合は熱的な現象も重要であるが、本稿では、後退角翼の前面に発生する「横流れ不安定」との関連を意識して、エクマン層内に発生する流体力学的な不安定現象のみについて述べる。

2 エクマン境界層の構造

エクマン境界層より上空の大気層を「自由大気 (*free atmosphere*)」という。自由大気に吹く風は水平流で、その風速ベクトルを (時間的に変化しない一様流を仮定して) U とすると、 U は地衡風平衡の状態にあるので、

$$f\mathbf{k} \times U = -\frac{1}{\rho} \nabla p \quad (1)$$

の関係が成り立つ。ここで $f=2\Omega \sin\phi$ はコリオリパラメータ (Ω は地球自転の角速度, ϕ は緯度), \mathbf{k} は鉛直方向の単

* 東京大学海洋研究所

位ベクトル, ρ は空気の密度, p は圧力である。境界層の中では, このバランスに粘性項が加わる。簡単のために, 境界層内部の密度成層は中立, 地面は水平面, 動粘性係数 ν は定数であると仮定する。このとき, 境界層内部の力の釣り合いは,

$$f\mathbf{k} \times \mathbf{u}(z) = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \frac{\partial^2 \mathbf{u}(z)}{\partial z^2} \quad (2)$$

と書ける。但し, z は地表面を原点とする鉛直軸の座標である。この方程式の解の中で, 地面で風速ゼロ, 境界層の外側で風速 U になる解は,

$$\mathbf{u}(z) = U(1 - e^{-\zeta \cos \zeta}) + \mathbf{k} \times U e^{-\zeta \sin \zeta} \quad (3)$$

で与えられる。ここで, ζ は境界層の厚さ $\delta (= \sqrt{2\nu/f})$ で無次元化した高さである ($\zeta = z/\delta$)。境界層内部の風が高さ方向に風向を変える点にエクマン境界層の特色がある。特に, 主風向と直角方向の成分 ((3) 式の右辺第2項) は変曲点をもつので, このような風は流体力学的に不安定であることが予想される。

3 エクマン層の不安定

3.1 室内実験

地球流体力学の研究分野でエクマン層の不安定を最初に注目したのは, *Arons, Ingersoll and Green III* (1961)³である。彼らは, 鉛直軸のまわりに回転する直径1.3mの円筒容器の底面中央部から一定流量 (1~5cm³/sec) の (過マンガン酸カリで着色した) 水を周辺部に向けて放出したとき, 底面付近に規則的な縞模様が可視化されることに注目した。回転角速度は1~2rad/sec。縞の幅は約1cmで, 中心からある程度外側で消える。*Faller* (1963)⁴は, 直径4mの回転台を用いて, 不安定の性質を詳しく観察した。彼の実験は, *Arons et al.* (1961) と逆に, 周辺部から中心部に向かう流れを作り, それに伴うエクマン層を扱っている。その結果によると, 不安定の生じる臨界レイノルズ数 ($Re = U\delta/\nu$: ここで U は主流の速度, δ はエクマン層の厚さ, ν は水の動粘性係数) は 125 ± 5 , 帯の間隔は1~2cm, 帯が主流となす角度は約10度で, 帯は中心に向かって移動する。*Faller*は, *Gregory et al.* (1955)⁵の実験結果では, 帯の位置が移動しないことに触れ, この違いは, 回転円盤上の主流の変曲点の高さとエクマン層の主流の変曲点の高さが違うことによると説明している。すなわち, 縞の方向が変曲点の高さの流れの方向に一致すれば, 位相速度がゼロになる。*Gregory et al.* (1955) の実験はそうになっているが, *Ekman*層では, そうならない, というのである。

Faller and Kaylor (1967)⁶は, さらにこの実験を発展させた。著者はこの論文で不安定によって発生する擾乱は2種類あることを指摘した。彼らは, それを $type1$ と $type2$ と呼んだ。 $type1$ の縞の方向は, 主流の方向から左側に15度傾き, 縞の幅はエクマン層の厚さの約10倍ある。これに対して, $type2$ の縞は主流の方向から右側に15度傾き, 縞の幅はエクマン層の厚さの約30倍である。どちらの縞も中心向きに移動する。

Tatro and Mollo-Christensen (1967)⁷は, 彼らの実験結果をさらに精密にした。この実験では, 回転円盤の中心部に空気を吸い込む方法でエクマン層が作られ, 熱線風速計による速度の測定によって, 擾乱の構造が捕らえられた。彼らは, 不安定の性質がレイノルズ数とロスビー数 ($Ro = U/(2\Omega r)$) で整理されることを示した。 $type2$ の不安定が生じる臨界レイノルズ数は $56.3 + 116.8Ro$ で与えられる。これに対して, $type1$ の不安定の臨界レイノルズ数はほとんどロスビー数に依存せず, 約125である。縞の間隔は*Faller and Kaylor* (1967)⁶の結果と同じであった。 $type1$ の縞は主流の速度の0.16倍で, また $type2$ の縞は0.034倍で中心向きに移動する。同様の実験は, *Caldwell and Van Atta* (1970)⁸によっても行われ, 乱流への遷移が議論されている。

3.2 線形理論

これらの実験に刺激されて, エクマン層の不安定現象に関して多くの理論的研究が行われた。*Stern* (1960)⁹は *Arons, Ingersoll and Green III* (1961)³の実験結果を説明する目的でエクマン層の安定性を調べ, *Taylor*数 ($= \Omega H^2/\nu$) が 2.5×10^3 より大きくなると, レイノルズ数が80以下で不安定になることを指摘した。*Barcilon* (1965)¹⁰も線形安定性を調べるための摂動方程式を導いたが, 計算の困難さから, 臨界レイノルズ数を求めることはできなかった。線形安定性を数値的な手法で詳細に調べることになったのは, *D. K. Lilly* (1966)¹¹である。その結果によると, 不安定は2種類ある。ひとつは臨界レイノルズ数55で不安定化する擾乱で, 縞の向きは主流に対して右側に約20度の角度をもつ。これは, *Faller and Kaylor* (1967)⁶が $type2$ と呼んだ擾乱に対応する。*Lilly*は, この不安定を $parallel instability$ と呼んだ。彼は, この不安定は粘性に起因すると考えた。レイノルズ数を大きくすると消えてしまうからである。もうひとつは, 臨界レイノルズ数が約115で不安定化するもので, 位相速度はほとんどゼロである。この不安定擾乱の波数は $parallel instability$ による擾乱の波数より大きく, 実験におけ $type1$ に対応するものと思われるが, 位相速度は理論と実験とで大きく違いがある。*Lilly*はこの不安定を $Inviscid Type$ と呼んだ。*Faller and Kaylor* (1966)¹²は, ほとん

とLillyと時を同じくして、数値的な手法で安定性を調べ、さらに有限振幅の計算も行い、彼らの実験結果をよく説明する結果を得た。

3. 3 大気境界層への応用

はじめに述べたように、大気下層にはエクマン境界層が形成される。その厚さは約1kmで、晴れた日の昼間、その上層部に積雲が発生する。その雲の配列が縞模様を形成することがある。エクマン層の不安定現象が発見されると、雲の縞はエクマン層の不安定によって発生した2次流れの上昇気流の中にできたのではないかという推測が生まれた。実験では、流体の密度は一樣であったが、大気の密度は高さ方向に変化する。安定な密度成層になることもあれば、不安定な密度成層になることもある。そこで、密度成層のあるエクマン層の不安定の性質について、さまざまな研究が行われた。

Lemone (1973)¹³⁾ は観測塔と航空機による気象観測データを解析して、大気中のロール上の擾乱の構造を検出することを試みた。Wippermann (1969)¹⁴⁾ は、不安定成層中のエクマン層の不安定性について、簡単化した方程式で議論している。反対に、Kaylor and Faller (1972)¹⁵⁾ は、安定な密度成層におけるエクマン層の不安定を数値的に調べた。この場合は不安定擾乱と内部重力波の共鳴が生じる。Brown (1970)¹⁶⁾ は、有限振幅の定常問題を扱い、擾乱の構造とエネルギー変換を議論した。大気現象に関する応用は、Brown (1980)¹⁷⁾ にまとめられている。

4 おわりに

以上に述べたように、エクマン層の不安定に関する研究は1960年頃に始まり、60年代、70年代に、多くの研究者の興味を集めた。しかし、大気のエクマン層の大気は、昼間、地面からの日射で下から加熱されるので熱対流が生じ、それによる上昇気流は、風に沿って並ぶので、エクマン層の力学的不安定との区別がつきにくく、雲の列を説明する問題は、決着がつかないまま今日に至っている。なお、筆者は、最近の文献を注意して見ていないので、最近の研究が落ちている可能性がある点をご容赦いただきたい。

参考文献

- 1) J. R. Garratt : The atmospheric boundary layer, Cambridge University Press (Cambridge Atmospheric and space science series) (1992)
- 2) 竹内清秀, 近藤純正 : 地表に近い大気, 東大出版会

(大気科学講座1) (1981)

- 3) A. B. Arons, A. P. Ingersoll and T. Green III : Experimentally observed instability of a laminar Ekman flow in a rotating basin, *Tellus*, 13 (1961) 31–39.
- 4) A. J. Faller : An experimental study of the instability of the laminar Ekman boundary layer, *J. F. M.*, 15 (1963) 560–576.
- 5) N. Gregory et al. : On the stability of three-dimensional boundary layers with application to the flow due to a rotating disk. *Phil. Trans. A*, 248 (1955) 155–199.
- 6) A. J. Faller and R. Kaylor : Instability of the Ekman spiral with applications to the planetary boundary layers. *Phys. of Fluids, Supplement* (1967) S212–S219.
- 7) P. R. Tatro and E. L. Mollo-Christensen : Experiments on Ekman layer instability. *J. F. M.*, 28 (1967) 531–543.
- 8) D. R. Caldwell and C. W. Van Atta : Characteristics of Ekman boundary layer instabilities. *J. F. M.*, 44 (1970) 79–95.
- 9) M. E. Stern : Instability of Ekman flow at large Taylor number. *Tellus*, 12 (1960) 399–417.
- 10) V. Barillon : Stability of non-divergent Ekman layer. *Tellus*, 17 (1965) 53–68.
- 11) D. K. Lilly : On the instability of Ekman boundary flow. *J. Atmos. Sci.*, 23 (1966) 481–494.
- 12) A. J. Faller and R. Kaylor : A numerical study of the instability of the laminar Ekman boundary layer. *J. Atmos. Sci.*, 23 (1966) 466–480.
- 13) M. A. Lemore : The structure and dynamics of horizontal vortices in the planetary boundary layer. *J. Atmos. Sci.*, 30 (1973) 1077–1091.
- 14) F. Wippermann : The orientation of vortices due to instability of the Ekman boundary layer. *Beitrage zur physik der Atmosphere*, 42 (1969) 225–244.
- 15) R. Kaylor and A. J. Faller : Instability of the stratified Ekman boundary layer and the generation of internal waves. *J. Atmos. Sci.*, 29 (1972) 497–509.
- 16) R. A. Brown : A secondary flow model for the planetary boundary layer. *J. Atmos. Sci.*, 27 (1970) 742–756.
- 17) R. A. Brown : Longitudinal instabilities and secondary flows in the planetary boundary layer : A review. *Reviews of Geophysics and Space Physics*, 18 (1980) 683–697.

共鳴励起された水波の上の粒子運動

神 部 勉*

Particle Motion on Surface Waves Excited Parametrically

Tsutomu KAMBE

Department of Physics, University of Tokyo

ABSTRACT

Drift motion of small particles floating on standing waves excited parametrically in a container (Faraday resonance) is studied, and particle displacements and drift speeds were analyzed statistically. Particle trajectories were reproduced from video images. It is found that the drift motion is characterized as the fractional Brownian motion.

Keywords : particle motion, surface wave, parametric resonance

Faraday (1831) は、鉛直に上下振動する容器の中の水面に、固有の共鳴振動パターンが発生することを発見した。この共鳴波は後に、Rayleigh (1883) あるいは Benjamin & Ursell (1954) らの解析によって、parametric resonance, sub-harmonic resonance (あるいはファラデー共鳴) と呼ばれることになった共鳴現象である。すなわち、水波は外から駆動する振動数の1/2の振動数の波が最も励起されやすい。外部駆動の振幅が小さいあいだは、水面は水平のまま上下運動するだけであるが、振動数が固有モードの約2倍で振幅がある閾値を超えると、その固有モードが励起されてくる。もし、2つのモードがたまたまほぼ等しい固有振動数をもつときには、両モードの間で励起の競合が起き、カオス的に交互に励起される現象が明らかにされた (Kambe & Umeki 1990)。このような共鳴波上の微粒子のドリフト運動が本研究の対象である。

水面に進行波があるときに、表面に浮遊する微粒子は進行波の方向に平均的にドリフトする。この性質は Stokes drift として知られている (Stokes 1847)。しかし、われわれの問題では、水は容器の中にあるので水の平均の運動

量はゼロで、進行波は存在できない。ところが実験的には粒子のドリフトは観測される (図1)。それは容器内に励起される波動モードの角運動量を定義することができ、その性質のために非線形効果でドリフトが起こる。

このドリフトは、分数ブラウン運動と呼ばれるフラクタル的な性質をもつことがわれわれの研究で明らかになった。水平面を x, y 面として、浮遊粒子の x 座標だけに注目し、時刻 t での2つの粒子の位置 $X_1(t), X_2(t)$ に対して、相対距離 $Y(t) = X_1(t) - X_2(t)$ を定義する。

よく知られたブラウン運動では

$$\langle Y^2 \rangle(t) \propto t \quad (\text{ブラウン運動})$$

であるのに対し、乱流の中では Richardson (1926) の乱流拡散の法則

$$\langle Y^2 \rangle(t) \propto t^3 \quad (\text{リチャードソンの法則})$$

が知られている。ここで、 $\langle \rangle$ はアンサンブル平均である。後者の法則は、次元解析によって、慣性領域の渦による乱流拡散としても説明される (Obukhov 1941)。

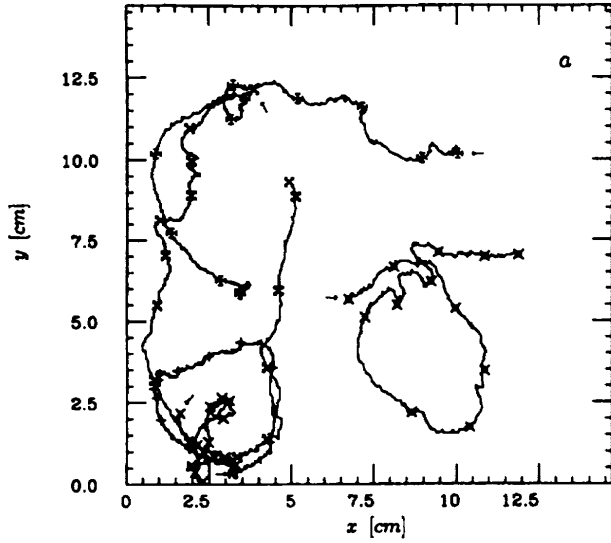


図1 微粒子のドリフト軌道。矢印が出発点。

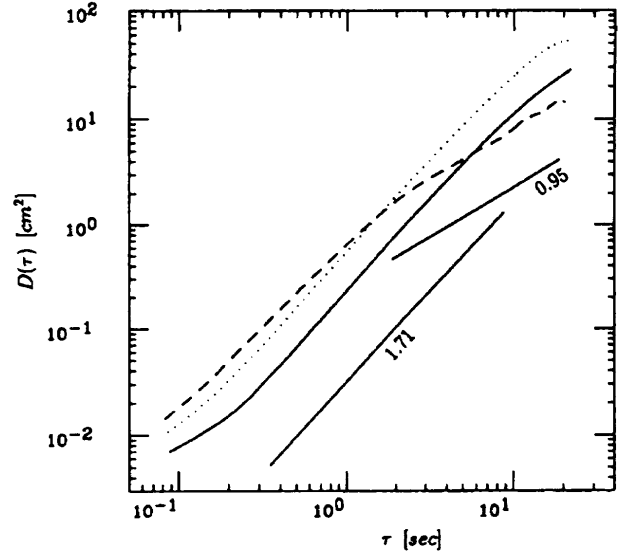


図2 $\log D(\tau)$ vs. $\log \tau$. 図中の数字は $D(\tau) \propto \tau^\alpha$ のときの α の値。

ファラデー共鳴では、粒子拡散はこれらの中間の指数で表わせることが実験から明らかにされた (図2) (Tokugawa, Umeki & Kambe 1994)。これは *fractional Brownian motion* と呼ばれる現象に属する (Mandelbrot 1965)。図2では、ビデオに記録された一つの粒子軌道上、時刻 τ だけはなれた2点 $X(t)$, $X(t+\tau)$ について、 $\eta(\tau) = X(t) - X(t+\tau)$ を定義し、

$$D(\tau) = \langle \eta^2 \rangle (\tau)$$

を計算し、それを $\log-\log$ 表示した。図中の数字は、 $D(\tau) \propto \tau^\alpha$ のときの α の値である。

参考文献

1) Benjamin, T. B. & Ursell, F. (1954) Proc. R.

Soc. London A225, 505–515.

- 2) Faraday, M. (1831) Phil. Trans. R. Soc. London 121, 319–340.
- 3) Kambe, T. & Umeki, M. (1990) J. Fluid Mech. 212, 373–393.
- 4) Mandelbrot, B. B. (1965) Comptes Rendus (Paris) 260, 3274–3277.
- 5) Rayleigh, Lord (1883) Phil. Mag. 16, 50–58.
- 6) Richardson, L. F. (1926) Proc. R. Soc. London A110, 709–737.
- 7) Stokes, G. (1847) Transact. of Camb. Phil. Soc. 8.
- 8) Tokugawa, N., Umeki, M. & Kambe, T. (1995) Fluid Dyn. Res. 16, 43–55.

乱流剥離・再付着流れの能動制御

木 谷 勝*

Active Control of a Turbulent Separated Flow

Masaru KIYA

Department of Mechanical Engineering, Hokkaido University

ABSTRACT

The leading-edge separation zone of a blunt circular cylinder is forced by a sinusoidal disturbance introduced at the separation edge. Reynolds number is of the order of 10^4-10^5 . For the forcing amplitude less than 10% of the main-flow velocity, the reattachment length attains a sharp minimum at a particular forcing frequency. A model is presented to successfully interpret this frequency and the minimum reattachment length. For the forcing amplitude of 14–20%, the separation zone is almost eliminated in a range of the forcing frequency.

Key Words : active control, separation bubble, periodic forcing, reattachment length, large-scale structure

1. はしがき

固体表面からの流れの剥離を防ぐことは、大迎角における航空機翼の空力性能の向上、流体を取り扱う機器・装置の性能向上に不可欠のことである。剥離の避けられない場合には、いったん生成された剥離領域をできるだけ縮小する必要がある。本論文はこの第2の場合の基礎研究として、鈍頭円柱の前縁乱流剥離泡を、剥離線に沿って導入された正弦波速度攪乱によって制御することを試みたものである。剥離の制御には受動的制御と能動的制御があり、*Gad-el Hak & Bushnell*¹⁾ による解説、日本機械学会分科会報²⁾ などがある。剥離流れの能動制御については木谷³⁾ による展望がある。

2. 実験装置および方法

図1に流れの概念図、座標系 (x, y) および主な記号の

定義を示してある。実験は横幅1.5m、高さ1.2m、長さ6mの矩形断面試験部をもつ還流風洞内を用いて行った。風洞内の乱れは主流速度 $U_\infty = 5-15 \text{ m/s}$ において0.3%、試験部後端に設けられたブリーザーで計測された騒音レベルは80dB (A) であった。速度変動および圧力変動のスペクトルには顕著なピークは認められない。供試円柱は直径 $d = 0.200 \text{ m}$ 、長さ2.0mの亚克力樹脂製であり、10本のピアノ線で風洞試験部中央に固定された。円柱の前縁に沿って周方向に一樣に幅 $2.75 \pm 0.10 \text{ mm}$ のスリットを設け、円柱内部に組み込んだスピーカーによって剥離せん断層に正弦波の速度変動を導入した。前縁における境界層の外縁よりやや外側の位置を基準点として、この位置における速度変動にもとづいて攪乱の強さと周波数を定義した。基準点における速度変動は良好な正弦波であり、攪乱周波数 f_s はスピーカの周波数と同一であった。攪乱の強さは振幅の実効値 q_r' で表すことにする。

剥離せん断層の時間平均再付着点は、円柱の表面近く

* 北海道大学工学部

(表面から1mmの高さ)における逆流時間割合 I が0.5の値をとる位置と定義した。このように定義される再付着点は、表面摩擦応力が0となる点として定義される再付着点にちかい (Ruderich & Fernholz⁴⁾)。剥離点と再付着点の間の距離を再付着長さ x_R とする。順流と逆流の識別は、*Split-film probe*によって行った。なお、剥離領域の速度は xy 面に垂直な I 形熱線プローブによって測定した。このプローブでは順流と逆流が不規則に転換する領域の速度は正しく求められないが、攪乱による速度の大きさの変化を見積もるうえでは有用である。攪乱による剥離せん断層の構造変化を調べるために、*Smoke wire*および*Tuft probe*による流れの可視化も併用した。

本実験における、主流速度 U_∞ と円柱直径 d にもとづくレイノルズ数 Re は $10^4 - 10^5$ の程度である。

3. 実験結果および考察

制御の効果をあらわす尺度として再付着長さ x_R を採用する。図2は主流速度の10%以下の攪乱強さに x_{R0} における再付着長さ x_R と攪乱周波数の関係を示す。再付着長さは攪乱がないときの値 x_{R0} ($=1.60d$) によって無次元化されており、攪乱周波数は円柱直径と主流速度によって無次元化されている。図2から再付着長さは $f_{ex}d/U_\infty = 1.6 - 2.1$ の攪乱周波数において極小値 x_{Rm} をとることがわかる。極小値は図3に示すように攪乱強さの対数関係でよく近似できる。

極小値を与える攪乱周波数 f_m は、つぎの二つの仮定：(i) この剥離再付着流れがフィードバック機構によって維持される自励振動系である (Mabey⁵⁾)；(ii) 再付着点が攪乱によって巻き上がったせん断層の渦の n 回目の合体位置に一致するとき、再付着長さの極小値が実現される；をおくことによって導くことができる。ただし n の値は攪乱強さの関数であり、実験によって決定しなければならない。なお、仮定(ii)では n 回目の合体によってつくられた渦の中心が再付着点に一致するものと考えている。

仮定(i)から、音速を a 、せん断層の渦の移動速度を U_c とすれば

$$\frac{x_R}{a} + \frac{x_R}{U_c} = \frac{N}{f_v} \quad (1)$$

である。ここに、 f_v はこのフィードバック系の基本周波数であり、再付着領域から大規模な渦が放出される周波数と解釈することができる。また N は正整数である。本研究では主流速度は音速に比較してはるかに小さいから、式(1)は $N=1$ のとき

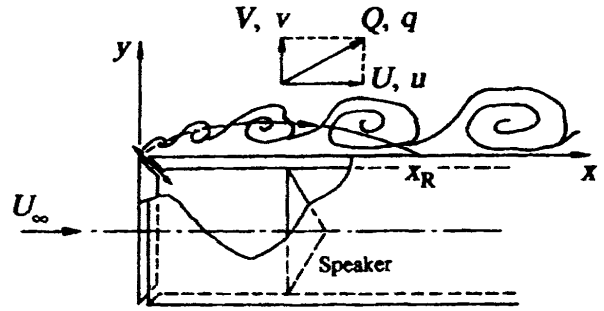


図1 流の概念図および主な記号の定義

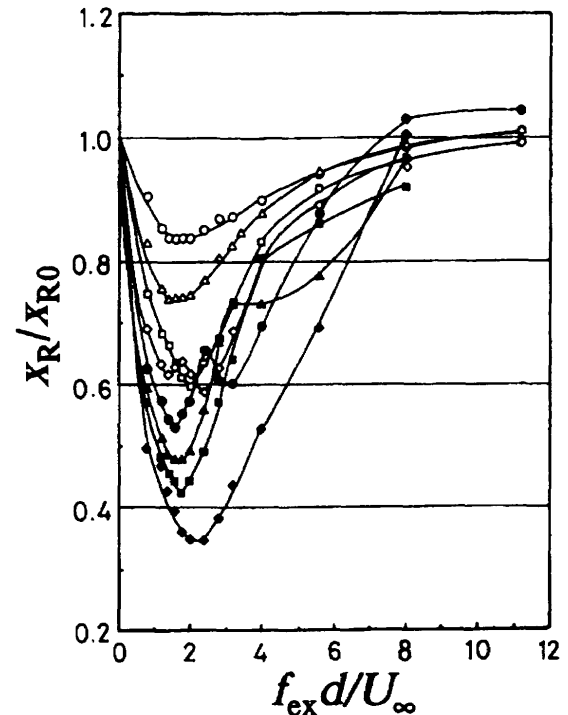


図2 再付着長さと攪乱周波数の関係 ($q_f'/U_\infty \leq 0.10$).
○, $q_f'/U_\infty = 0.005$; △, 0.01; □, 0.02; ◇, 0.03; ●, 0.04; ▲, 0.05; ■, 0.06; ◆, 0.10.

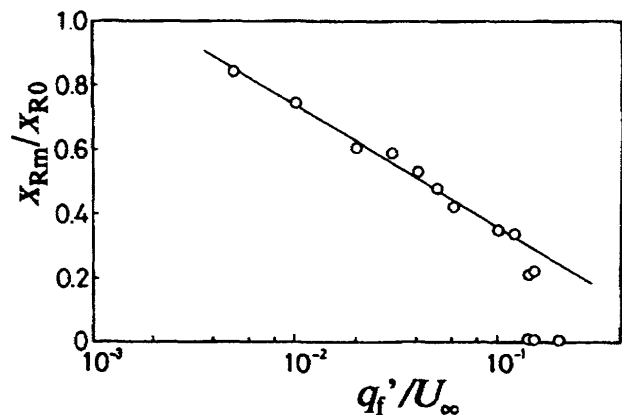


図3 再付着長さと極小値と攪乱強さの関係。実線は10%以下の攪乱強さに対する実験式： $x_{Rm}/x_{R0} = -0.371 \log_{10} (q_f'/U_\infty) - 0.007$.

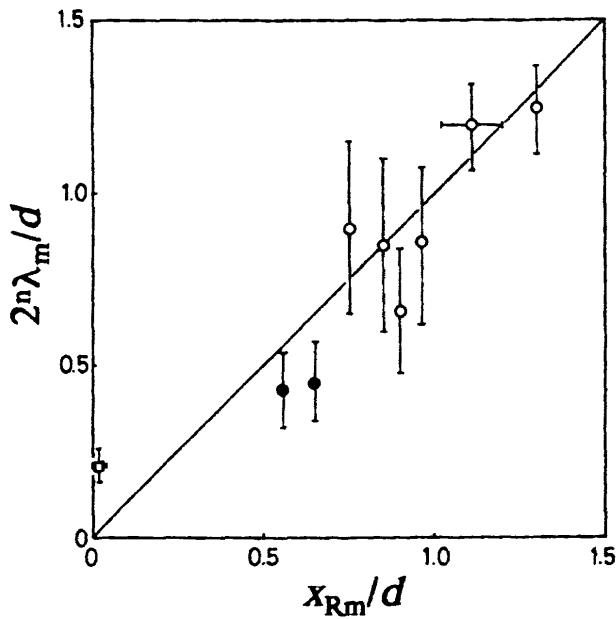


図4 再付着長さの極小値に対する理論モデルと実験の比較. ○, $n=1$; ●, $n=2$; □, $n=2$.

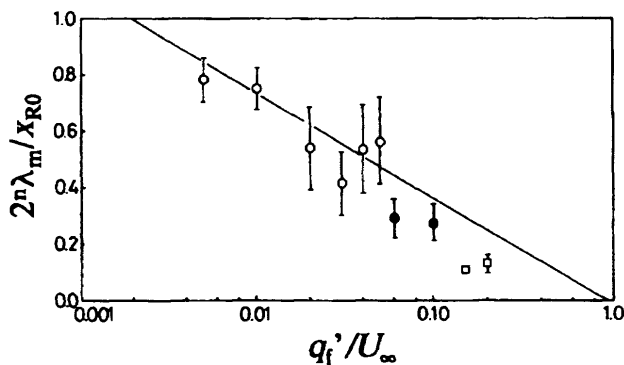


図5 再付着長さの極小値と攪乱強さの関係に対する理論モデルと実験の比較. ○, $n=1$; ●, $n=2$; □, $n=2$.

$$\frac{f_v x_{Rm}}{U_\infty} = \frac{U_c}{U_\infty} \quad (2)$$

となる。渦の移動速度は主流速度のほぼ1/2であるから、式(2)の右辺は0.5に近い。実際、広い範囲の剥離再付着流れにおいて、 $f_v x_{Rm} / U_\infty$ は0.5程度の値をとることが知られている(Mabey⁵⁾)。このことは主流に乱れがあるときも同様である(Cherry et al.⁶⁾)。したがって、フィードバック機構の存在は確実のようである。

仮定(ii)は、再付着長さの極小値と攪乱の波長との関係を与える。すなわち、剥離点に与えられた周波数 f_m の周期的速度変動は、剥離せん断層に波長 $\lambda_m = U_c / f_m$ の攪乱を与えるから、一度に2個の渦が合体するものとすれば、 n 回目の合体の起こる主流方向位置は $2^n \lambda_m$ である。したがって

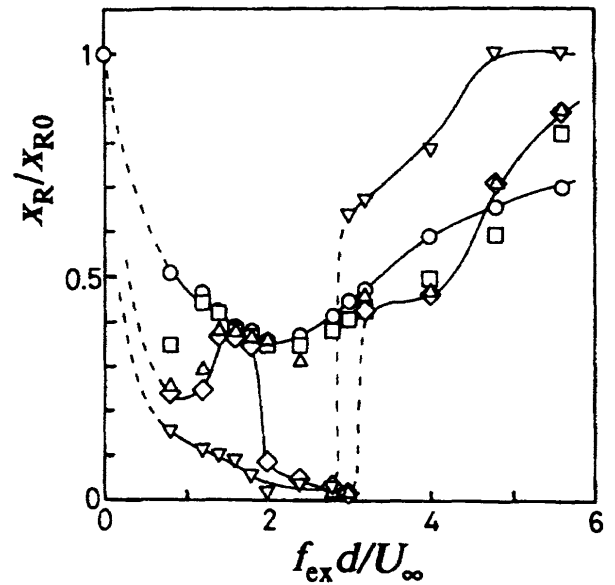


図6 再付着長さの極小値と攪乱周波数の関係. $(0.10 \leq q'_t / U_\infty \leq 0.10)$. ○, $q'_t / U_\infty = 0.10$; □, 0.12; ◇, 0.14; △, 0.15; ▽, 0.20.

$$x_{Rm} = 2^n \lambda_m \quad (3)$$

あるいは

$$\frac{f_m x_{Rm}}{U_\infty} = \frac{2' U_c}{U_\infty} \quad (4)$$

図4は式(3)の関係を実験結果と比較したものである。両者の間にはよい対応があるので、仮定(ii)は妥当なものと考えられる。式(2)の x_R を x_{Rm} に置き換え、式(4)と組み合わせれば

$$\frac{f_m}{f_v} = 2' \quad (5)$$

の関係がえられる。すなわち、再付着長さの極小値を与える攪乱周波数は、再付着点から大規模な渦が放出される周波数に比例するのである。実験結果によれば0.5–5.0%の攪乱強さにおいて $f_m / f_v = 5.0 \pm 1.3$ 、6–12%の攪乱強さにおいて $f_m / f_v = 2.6 \pm 0.3$ であり、これらの比の値は式(5)においてそれぞれ $n=2$ および $n=1$ とおいたときの値に近い。また式(3)から計算される再付着長さの極小値と攪乱強さの関係は図5のようになり、10%以下の攪乱強さにおいては予測と実験の一致はわるくない。したがって、再付着長さの極小値が現れる機構について一つの説明が与えられたことになる。

図6は10%以上の強い攪乱における攪乱周波数と再付着

長さの関係を示す。攪乱強さが14–20%のとき、剥離領域は $f_{cl}d/U_{\infty} \approx 2-3$ の攪乱周波数の範囲でほぼ消滅することがわかる。この現象を上述のモデルにもとづいて説明することは困難である。すなわち、極めて小さな再付着長さについては、式(5)の指数 n としては $n=0$ を選ばざるをえない。しかしこれに対応する再付着長さの極小値の予測値は、 $f_{cl}d/U_{\infty} \approx 2-3$ の範囲で $x_{rm}/x_{ro} = 0.1-0.2$ であり実験値よりもかなり大きい。この原因は、巻き上がった渦の中心が時間平均の再付着点に一致すると仮定したことにある。すなわち、両者の差は再付着点が前縁に近いほど相対的に大きいということである。

強い攪乱(20%)における円柱表面近傍($y=1\text{mm}$)の逆流時間割合 I_r と主流方向速度成分 U の分布は図7のようになる。剥離領域がほぼ消滅する攪乱周波数においては(図7b), 前縁近くに $I_r \approx 0.5$ すなわち $U \approx 0$ となる狭い領域があり, その下流ではつねに順流($I_r < 0.5$)である。攪乱周波数が増加すると(図7c), 逆流時間割合の下流側の極大値が増大し, さらに大きな攪乱周波数においては(図7d), この極大値が0.5を越えて再び広い逆流領域が現われる。図7cから図7dへの逆流時間割合分布の変化が, 図6の $f_{cl}d/U_{\infty} \approx 3$ における再付着長さの急激な変化に対応している。

4. 結言

本論文では鈍頭円柱の前縁における乱流剥離流れを正弦波速度攪乱によって制御した結果について述べた。適当な強さと周波数をもつ攪乱を採用すれば, 剥離領域を大幅に減少できることがわかった。この方法は翼の剥離の能動制御に応用可能と思われる。

参考文献

- 1) Gad-el Hak, M. and Bushnell, D. M. : Separation control : Review, ASME J. Fluid Engineering, 113 (1991), 5–30.
- 2) せん断乱流の制御調査研究分科会成果報告書, 日本機械学会, (1994).
- 3) 木谷 : 剥離流れの能動制御, ターボ機械, 22 (1994), 262–268.
- 4) Ruderich, R. and Fernholz, H. H. : An experimental investigation of a turbulent shear flow with separation, reverse flow, and reattachment, J. Fluid Mech. 163, 283–322.
- 5) Mabey, D. G. : Pressure fluctuations caused by separated bubble flow at subsonic speeds, RAE Tech. Rep. 71160 ref. Aero. 3204, August 1971.
- 6) Cherry, N. J., Hillier, R. and Latour, M. E. M. P. : Unsteady measurements in a separated and reattaching flow, J. Fluid Mech. 144 (1994), 13–46.

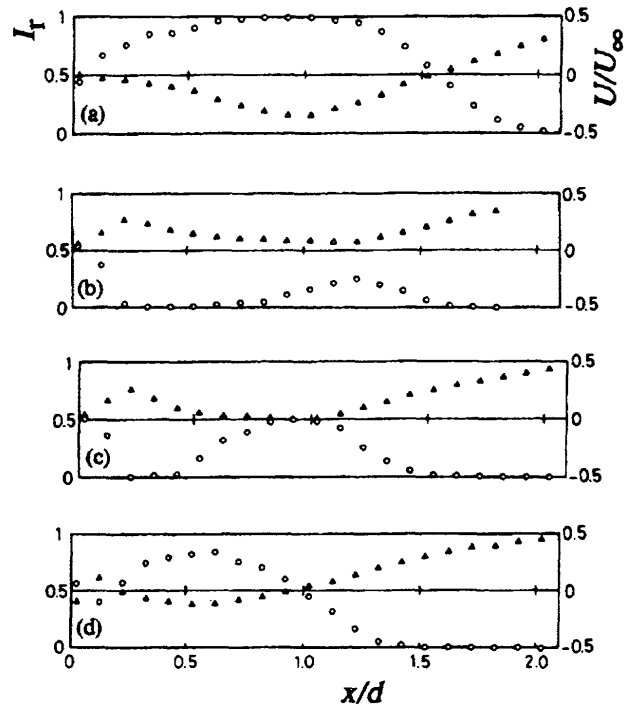


図7 攪乱による表面近くの逆流時間割合および主流方向速度成分の変化(測定位置: $y=1\text{mm}$). \circ , I_r ; \triangle , U . (a) 攪乱なし; (b) $(q'_r/U_{\infty}, f_{cl}d/U_{\infty}) = (0.20, 2.40)$; (c) $(0.20, 2.8)$; (d) $(0.20, 3.0)$.

二つの粗度により誘起される流れ

碓井次郎*・本橋龍郎*

Flow Induced by Two Roughness Elements

Jiro USUI and Tatsuo MOTOHASHI

Department of Aerospace

Engineering, Nihon University

ABSTRACT

The idea that the roughness element in the boundary layer accelerates transition process is widely acknowledged. Mechanism of the roughness-triggered transition, however, is still an open question. We deal with interaction of flows induced by two roughness elements to realize fundamental process of the transition. As a result of preliminary experiments, we observed a remarkable expansion of turbulent region at a specific spacing ratio of two roughness elements.

Key Words : boundary layer, roughness elements, flow control, transition

1. はじめに

境界層内に粗さを配置すると、層流から乱流への遷移が促進されることはよく知られている。粗さは通常、その形状や配置によって、二次元粗度（ワイヤ・フェンス）、三次元粗度（円柱・球・角柱）、分布粗度（円柱群・サンドペーパー）などに分類される¹。また、都心のビル群・山・ガスタンクなども地表上の境界層に含まれた粗度と考えることができる。

これまでに筆者等は、平板上の層流境界層内に微小円柱を三次元粗度として設置し、その周辺及び下流で誘起される流れについて詳細な測定を行ってきた。その結果、前縁からの渦度が粗度前面で集中し、その成分が粗度を包むように流れ方向に曲げられて生じる縦渦すなわち馬蹄形渦が存在する。その渦が乱れの生成に大きな役割を果たしていることなどを明らかにしてきた²。

しかし、工学的には粗度が単独で存在していることは稀であり、分布粗度が多く用いられている。分布粗度によって誘起される流れの基礎的なメカニズムを考えるた

めには、それぞれの粗度によって誘起される流れがどのようにに干渉するかを調べる必要がある。そこで本研究は、粗度を二つに限定し粗度間隔を変化させ、それぞれの粗度から誘起される流れの干渉を調べた。研究は現在も進行中である。今回は粗度をスパン方向にのみ変化させ、それぞれの間隔に於ける周辺及び下流に生成される流れ及び乱れの広がりについて、風洞実験によって調べられた結果を中心に報告する。加えて、スパン方向に長軸を持つ変形楕円柱を用い、二つの粗度により誘起される流れが干渉する場合と比較する。

2. 実験装置及び方法

実験は、吹き出し口が30cm×30cmの回流型小型風洞（一様流5m/sでの残留乱れ0.08%）を用いて行われた。この風洞測定部に前縁（8：1の楕円形状）から層流境界層が発達するように幅28cm、長さ1mの平板を設置した。粗度には、高さ（ k ）と直径（ d ）が共に2mmの二円柱を使用し、前縁から10cmのところでは境界層内に埋没するよ

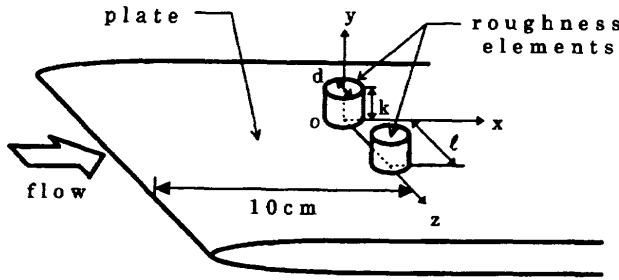


図1 粗度配置及び座標系

うに配置した（図1参照）。

速度及び乱れの計測には、定温度型熱線流速計（ $\phi 2.5 \mu\text{m}$ 白金線）を、流れ場の可視化には昇華法（溶液：樟脳＋アルコール）、スモークワイヤ法（ $\phi 0.05\text{mm}$ ニクロム線 $\times 2$ 本、流動パラフィン）を用いた。パラメータは、二円柱中心間距離 l を直径 d で無次元化した l/d 、一様流速 U と粗度高さ k で算出したレイノルズ数 Re とし、実験は $l/d=1.0 \sim 10.0$, $Re=460, 650, 900$ について行われた。

3. 結果及び考察

図2は $Re=650$ 一定で、横軸は l/d 、縦軸は粗度設置位置での境界層厚さ（ $\delta=2.75\text{mm}$ ）の約55%位置で乱れ度が1%以上になるスパン方向の長さを示している。この図から、各 x/d 断面で $l/d=1.2$ 付近の乱れの広がり大きさが分かる。そこで、下流で乱れの広がり大きくなる $l/d=2.0$ 以内に注目する。

図3にスモークワイヤ法による可視化写真と写真内の白丸の位置の速度変動スペクトルを示す。写真より、配置により馬蹄形渦の大きさ及び形状が異なること、さらに対応する速度変動スペクトルもそれぞれ異なることが分かる。 $l/d=1.0$ は、比較的安定して渦が出ている様子を示しており、 $l/d=1.2, 1.3$ では煙が左右に揺らいでおり、非常に不安定であることが分かる。スペクトルについては、特に $l/d=1.3$ で非常に鋭いラインスペクトルが観察された。

図4に流れと直交する $y-z$ 断面での等速度線図（左側）及び等乱れ度分布図（右側）を示す。ここでは、下流で大きな乱れの領域が観測された $l/d=1.2$ と粗度の間隙の流れが一方の円柱に偏る $l/d=1.5$ を取り上げる。なお、円柱の位置を $x/d=5.0$ での乱れ度分布図上に示す。等速度線図を見ると $l/d=1.2, 1.5$ 共に $x/d=5.0$ までは、スモークワイヤ法で観察されたように二つの粗度を包む一對の縦渦（馬蹄形渦）が生じていることが分かる。更に $x/d=0.75$ では、粗度間隙にも流れ込みがある。 $x/d=25.0$ までは粗度間隙への流れが粗度後流に大きく影響しているように思われる。次に乱れについて考える。ここに示

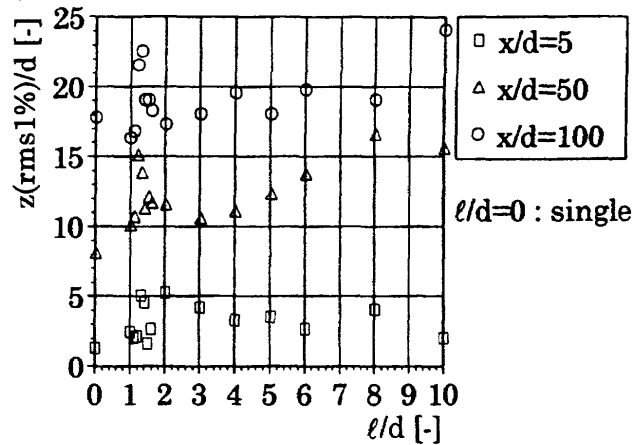


図2 乱れ度1%以上のスパン方向長さ

した等乱れ度分布図は、一様流に対する変動の大きさであり、濃くなるほど乱れが強いことを示す。この図からも $l/d=1.2$ が、粗度により近い位置で乱れが出始める様子が分かる。乱れの下流への広がり方は、まず粗度上方に強い乱れが現れる。そして粗度の外側に、更に底層部に強い乱れが集中していく。等速度線図と合わせてみると、低速流体が持ち上げられている部分、すなわち縦渦により吹き上げられた所と乱れの強い部分が一致することが分かる。これらの結果から、下流での乱れの生成及び発達には縦渦（馬蹄形渦）が大きな効果を発揮していることが分かる。

4. 変形楕円柱により誘起される流れ

図3に変形楕円柱のスモークワイヤ法による可視化写真及び速度変動スペクトルを示す。変形楕円柱とは、高さ2mm、長径4mm、短径2mmで、 $l/d=1.0$ の状態での二円柱の接合部の溝を平らに埋めたものである。可視化では、 $l/d=1.0$ と相似な馬蹄形渦が観察される。しかし、速度変動スペクトルは異なっている。今後は長径を流れ方向にとった場合を含め、下流での乱れの様子を調べ、二円柱の場合との比較検討を行う。

5. 一様流中の二次元円柱との比較

複数の二次元円柱を並列に設置した場合については、これまで多くの報告がなされている^{3)~6)}。二円柱間隙の様子としては、間隔の違いにより一方の円柱側へ流れが偏ること、その偏りが周期的に他方の円柱側へ入れ替わる、或は外乱が入らない限り安定しているなどの結果が観測されている。これらの流れに伴い円柱背後の渦放出周波数も間隔により異なった特性を示している。即ち、偏りが起きる、周波数が異なる等、定性的には三次元粗度と

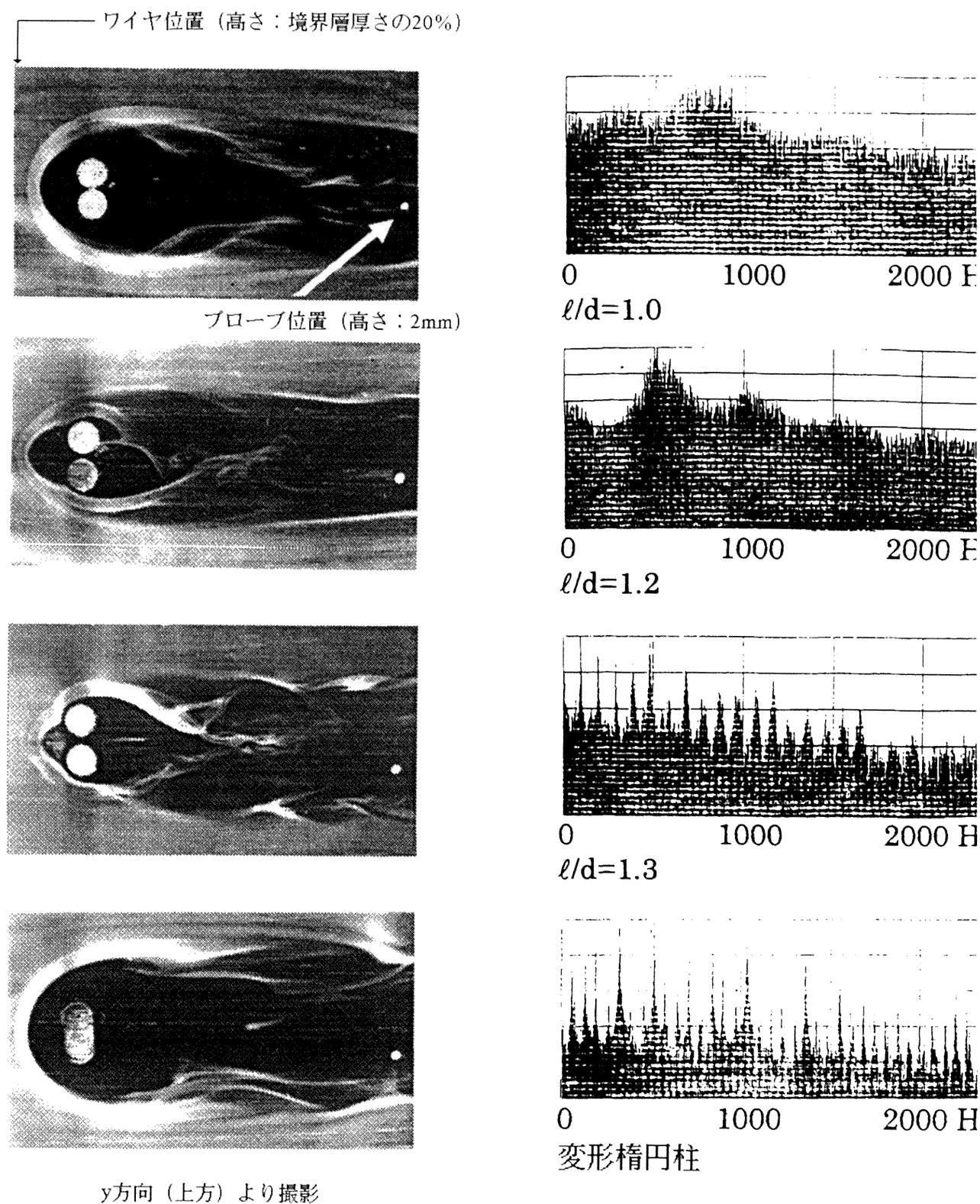


図3 スモークワイヤ法による可視化 (左側) 及び速度変動スペクトル (右側)

同じ流れ場になることが確認された。

6. まとめ

限られた Re 数ではあるが、粗度の配置が下流で生じる

乱れ領域の大きさに影響することが分かった。また、遷移を促進させるためには、 $l/d=1.2$ が最も効果的であることが判明した。しかし、そのメカニズムは、不明である。今後は、粗度間隙の流れが下流にどのように影響するかをより詳細に調べるため、

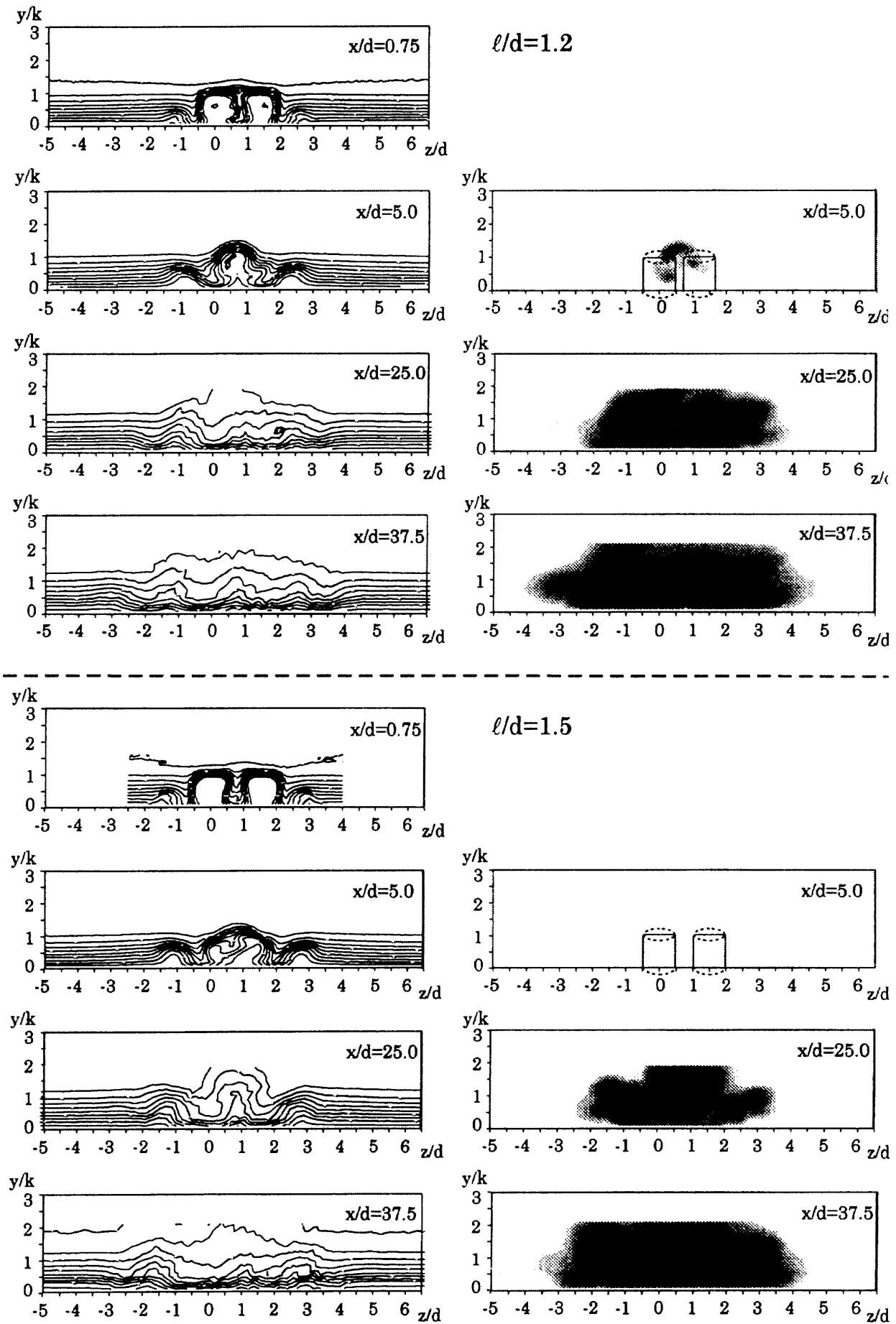


図4 等速度線図（左側）及び等乱れ度分布図（右側）

- (1) 変形楕円柱との比較を行う
 - (2) 一様流中の二次元円柱の結果から、粗度極近傍の様子を調べる
- などを含め、検討を行う予定である。

参考文献

- 1) 本橋龍郎 “粗度の誘起する不安定性” 航空宇宙技術研究所特別資料SP-21 (1993) 91-92
- 2) 本橋龍郎 他 “孤立粗度の回復領域について (実験)” 第25回乱流シンポジウム講演論文集 (1993) 206-209
- 3) 小林敏雄 “近接する円柱群・正方形柱群に作用する流体力の研究” 日本機械学会論文集 (第2部) 42巻367号 (1976) 1452-1461
- 4) 熊田雅弥 他 “流れに直交する並列3本管まわりの流れの干渉” 日本機械学会論文集 (B編) 50巻455号 (1984-7) 1699-1707
- 5) 岡島厚 他 “高レイノルズ数における並列2円柱まわりの流れ” 日本機械学会論文集 (B編) 52巻480号 (1986-8) 2844-2850
- 6) 岡本史紀 他 “円柱群まわりの流れに及ぼす円柱間隔比の影響 (第1報, 並列1列配置)” 日本機械学会論文集 (B編) 60巻573号 (1994-5) 1568-1574

平板前縁における受容過程について

福 西 祐* 小 林 陵 二* 森 元 樹* 米 井 彰 宏*

Receptivity at the Leading Edge of a Flat Plate

by

Yu FUKUNISHI, Ryoji KOBAYASHI, Motoki MORI

and

Akihiro YONEI

Faculty of Engineering, Tohoku University

ABSTRACT

A numerical study of flat-plate leading-edge receptivity to sound is carried out by solving the incompressible Navier-Stokes equations. Based on the results, we will introduce a new view which explains the physical mechanism by which energy is transferred from the long-wavelength free-stream disturbances to the short wavelength boundary layer instability waves. It is shown that the receptivity process can be understood more easily by focusing on the movement of vorticity fluctuation pattern.

1. 緒言

平板境界層中の遷移過程に現れる $T-S$ 波は、平板前縁等で境界層に入り込んだ微小な速度変動が核となって成長したものである。音波等の外乱が境界層の速度変動に転換される過程がここで問題にしている受容性である^{1, 2}。本研究においては、外乱を模擬するため主流と平行に平板を振動させ、その外乱がどのようにして境界層中に $T-S$ 波を励起するかをメカニズムを明らかにすることを目的として数値シミュレーションを行い、その結果をもとに渦度変動パターンの動きに注目することで受容過程が説明できることを示す。

2. 数値解析法

無次元化された2次元非圧縮性ナビエ・ストークス方程式により速度場を陰解法により求め、圧力に関するポアソン方程式を反復法で解くことで圧力場を求めた。

詳細は引用文献³⁾に譲る。

Fig. 1 に計算格子を示す。格子数は ξ 方向に 300、そのうち前縁部分に 100、 η 方向には 65 とした。

3. 結果及び考察

計算は実験結果⁴⁾との比較ができるよう、主流速度 $U_\infty = 7.0 \text{ m/s}$ 、空気の動粘度 $\nu = 1.501 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ とし、平板の振動の振幅はスピーカーから導入する音のレ

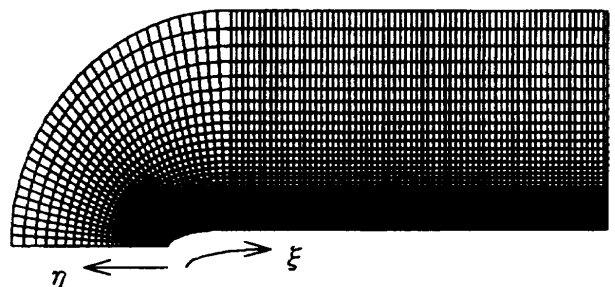


Fig.1 Grid for computation.

ベルの速度変動を想定し、主流の 0.01 % とした。中立安定曲線より予想される $T-S$ 波の周波数を求め、 $f = 77.8 \text{ Hz}$ とした。前縁部の長さは 0.1 m であり、この長さを代表長さにとったレイノルズ数は $Re = 4.66 \times 10^4$ である。前縁の形状は長短軸比 4 : 1 の楕円とした。

3.1 $T-S$ 波の構造について

平板の振動を模擬するために物体表面での速度として式 (1) のような非定常境界条件を与えて、前縁周辺において攪乱が境界層に侵入するメカニズムを調べた。

$$\mu(\xi, 0, t) = a \cos(\Omega t) \quad (1)$$

Fig. 2 に前縁部と平板の継ぎ目から下流での渦度の平均からのずれの空間分布を示す。図中の数字は $\pm |\omega|^{0.3}$ の値である。またこの図は y 方向に 20 倍に拡大してある。この図をみると、上下二つの渦度の島が存在することがわかる。一つは壁面上に沿った正負交互の渦度の島で、もう一つはその上に存在する位相が半周期異なる渦度の島である。同符号の渦度の島間の x 方向の距離は 0.036 m 、パターンの下流への移動速度は 2.8 m/s であり、平板の存在により約 8.4 m/s となっている境界層外縁速度に対し約 0.3 倍となっていた。 $T-S$ 波の位相速度は境界層外縁速度の $1/3$ 程度とされており、計算結果は妥当な値である。なお、図の右側に $x = 0.25 \text{ m}$ における平均流の境界層速度分布を示す。

ところで、この渦度の島が作られるプロセスであるが、それは次のようなものであると考えられる。まず、渦度の島による壁面誘導速度をキャンセルすべく壁面で渦度が生成され、それは境界層の速度分布にしたがって流されながら拡散していく。その際、壁面での渦度生成点は臨界速度で下流に移動するのに対し、臨界層より下では

流下速度が $T-S$ 波の位相速度より小さいため、相対的に上流側においていられる。その結果、左に傾いた渦度の島が臨界層より下には形成される。また、臨界層より上のパターンは、境界層の速度分布に従い臨界速度よりも速く流下しながら拡散していく。

Fig. 2 の下のグラフは壁面上の渦度の大きさを示す。ストークス層は除いてあるので、この値は流体中に存在する渦度分布の誘導する速度と、壁面滑りなしの条件により生成されるものである。この図より、 $T-S$ 波が成長している時、すなわち壁面に誘導する渦度が増大していく時には、臨界層の下に斜めに傾いた渦度の島と、その左上の渦度の島がつながったパターンとなっていることが分かる。これにより壁面で発生した渦度が拡散することにより臨界層の上にまで渦度が供給され、パターンは強化される。すなわち、 $T-S$ 波が自分自身を励起しながら空間的に成長するメカニズムができていることが分かる。 $T-S$ 波の減衰過程ではこのパターンは消失している。

3.2 前縁で $T-S$ 波が生成される過程について

Fig. 3 (a) に位相 $\Omega t = 0$ における前縁部の渦度分布を示す。図中の数字は $\pm |\omega|^{0.3}$ の値であり、この図も η 方向に 20 倍に拡大してある。この図を見ると、図の右側の平板部では $T-S$ 波である渦度の島のパターンができあがっていることが分かる。前縁部にある渦度の島の x 方向の空間スケールは、下流の $T-S$ 波と比較してかなり大きい。前縁から上下に拡散しながら下流へと流されていく渦度の島のパターンの同符号の島同士の間隔は λ_f は約 0.1 m であり、ほぼ境界層外縁速度に乗って流下していることがわかる。これは $T-S$ 波の波長 $\lambda_{TS} = 0.036 \text{ m}$ の約 3 倍である。

壁面上に誘導される渦度の大きさをその下のグラフに示す。下のグラフと上の渦度分布を見比べると、流体中

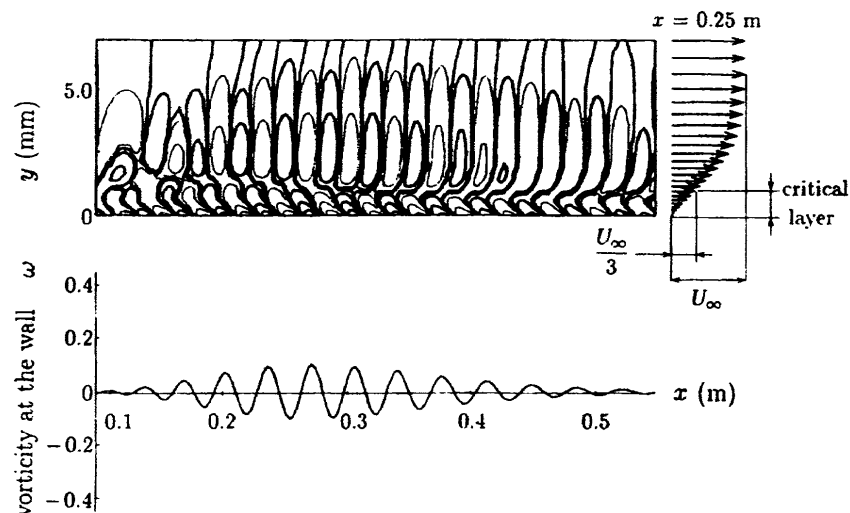


Fig.2 Vorticity profile on the flat plate.

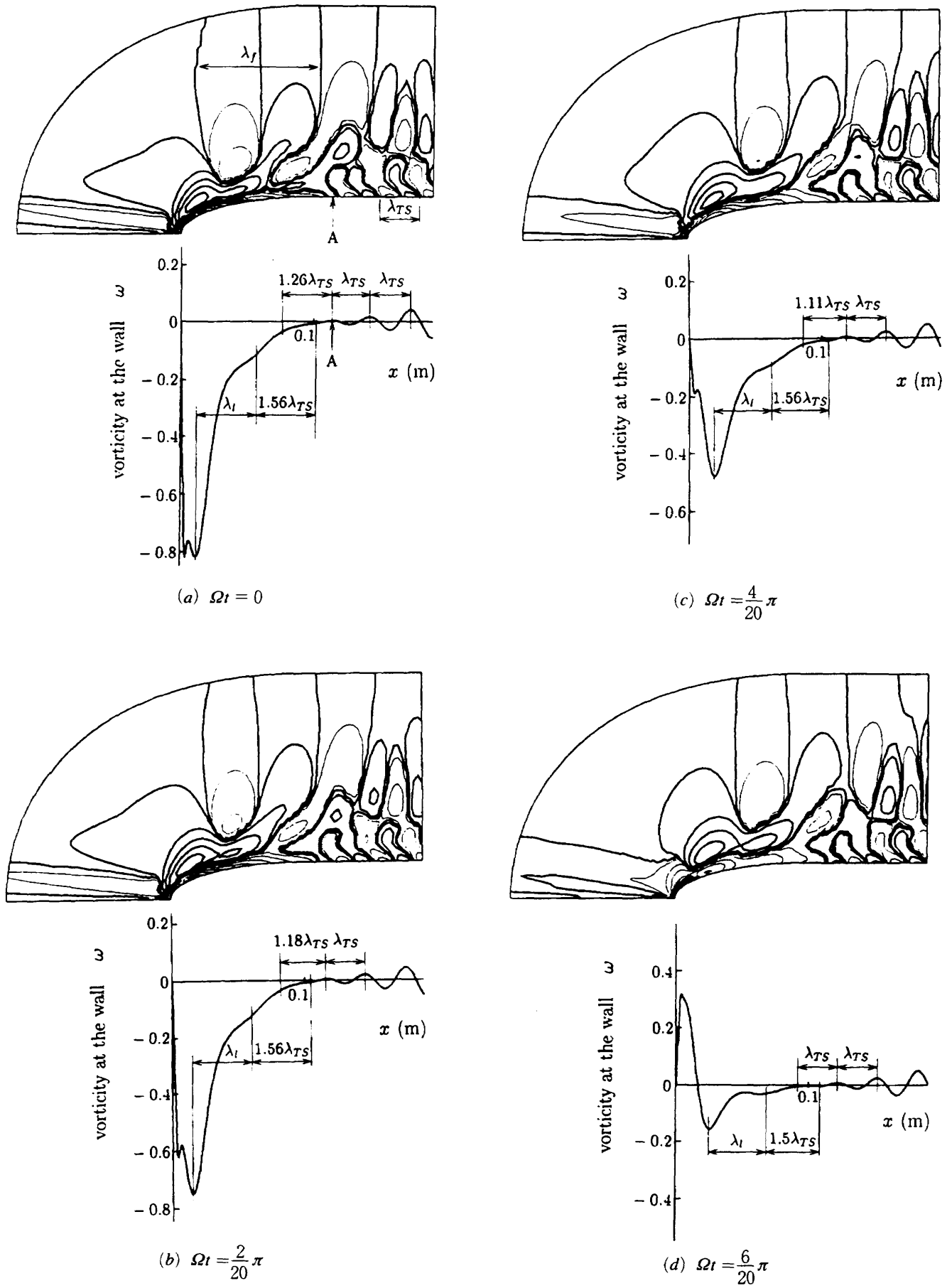


Fig.3 Contour maps of the vorticity fluctuation and the vorticity fluctuation at the wall.

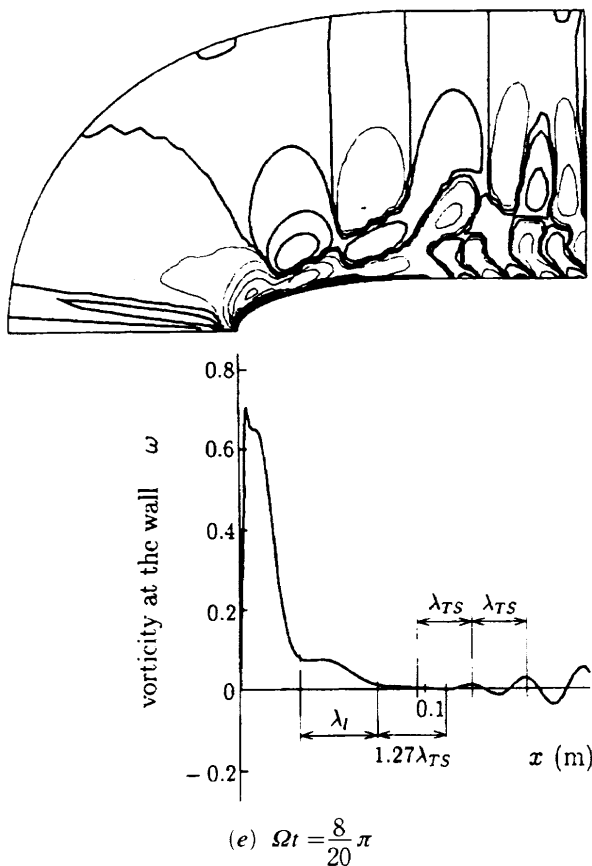


Fig.3 Contour maps of the vorticity fluctuation and the vorticity fluctuation at the wall.

の渦度の島が大きな値をとる位置と、壁面に誘導される渦度のピークが一致しており、流体中の渦度の島が壁面上に逆向きの渦度を誘導していることが確認できる。また、壁面に誘導される渦度の波長を調べると、前縁部壁面で誘導されている渦度は波長 $\lambda_l = 0.046$ mであり、淀み点近くでの波長 λ_j の約半分となっている。

Fig. 3 (a) から Fig. 3 (e) に、 $\Omega t = 0$ から $\Omega t = 8\pi/20$ までの渦度分布を示す。Fig. 3 (a) において、 $T-S$ 波型の渦度の島のパターンが見られるのは A の位置より下流であり、A より上流側では $T-S$ 波の渦度のパターンを持たないことがわかる。下のグラフをみると、A より下流では $T-S$ 波の波長 λ_{TS} を持つが、A より上流側では、 λ_{TS} より長くなっている。

次にこの波長の変化に注目すると、位相が進むにつれ波長は徐々に短くなり、 $\Omega t = 6\pi/20$ のときに λ_{TS} の波長が生じることがわかる。そしてこの位相以降では上流に控える半周期遅れの渦度の島もその波長を短くしはじめる。壁面上の渦度は流体中に存在する渦度の島により誘導されるから、この波長の変化は流体中の渦度の島の空間スケールの変化であると言いかえられる。

ここでこの渦度の島間の空間スケールの変化をもたらす原因について考えてみる。一周期毎に全く同じパターンが繰り返し形成されることからわかるように、渦度の

島間の距離は渦度の島の移動速度にはかならない。前縁近傍においては境界層が急激に厚くなるため、下流に移動するにつれ壁面に近い所では特に渦度の島の流下速度は小さくなる。壁面に近い所を移動する渦度の島からの誘導速度が壁面で生成される渦度に対して支配的な影響を与えるため重要であり、壁面で生成される渦度の x 方向空間スケールが徐々に小さくなる理由が説明される。

4. 結言

前縁を持つ平板が主流と平行に振動することによって前縁から発生する攪乱が、どのようにして境界層内に取り込まれ不安定波 ($T-S$ 波) を生成するか、数値シミュレーションを行い、そのメカニズムを明らかにした。以下に得られた結果を示す。

1. 平板に主流方向の微小振動を与えたとき前縁に生じた攪乱はやがて成長し、 $T-S$ 波を生成することを示した。
2. 得られた速度変動より渦度分布を求め、 $T-S$ 波特有の渦度の島のパターンを示した。その時、斜めに傾いた渦度のパターンが自ら渦度パターンを連鎖的に強化するメカニズムがそこに形成されていることを示した。
3. 前縁で音が受容される過程は以下のようにまとめられる。

○外乱により前縁部分で作られた渦度攪乱は、壁面上に渦度を誘導しながら境界層の速度分布にしたがって流下する。

○下流に流下するにしたがって境界層が厚くなるために、壁面近くの渦度の島はその流下速度をおとし、流下方向の空間スケールが小さくなる。

○渦度の島及びそれが壁面上に生成する渦度の波長は下流に進むにつれ短くなって行くが、やがてそれが $T-S$ 波の波長と一致した所で波長の短縮は止まり、今度は $T-S$ 波としての成長を始める。

参考文献

- 1) Goldstein, M. E and Hultgen, L. S. : Boundary-layer receptivity to long wave freestream disturbances. Ann. Rev. Fluid Mech. 21 (1989), 137 - 166.
- 2) Nishioka, M. Morkovin, M. V. : Boundary-layer receptivity to unsteady pressure gradients : experiments and overview. J. Fluid. Mech. 171 (1986), 219 - 261.
- 3) 小林陵二, 福西祐, 米井彰宏: 振動平板境界層における前縁での受容性, ながれ 13 巻別冊, 第 26 回乱流

シンポジウム講演論文集 (1994), 218 – 221.

- 4) R. Kobayashi, Y. Fukunishi, T. Nishikawa and T. Kato : The Receptivity of Flat-Plate Boundary-Layers with Two-Dimensional Roughness Elements to Freestream

Sound and Its Control, Proceedings of the IUTAM Symposium on Laminar-Turbulent Transition, 1994 Sendai (printing).

縦渦列を用いた超音速混合の制御

須 浪 徹 治* 徳 永 英 紀** 西 岡 通 男***

Control of Supersonic Mixing Using Streamwise Vortices

Tetsuji SUNAMI *National Aerospace Laboratory, Kakuda Centre*

Hidenori TOKUNAGA *KHI*

Michio NISHIOKA *Dep. Aero Space. Eng. Univ. of Osaka Pref.*

1. 序論

超音速混合制御技術は、スクラムジェットエンジンの超音速燃焼制御技術を達成するための重要課題となっている。それはスクラムジェットエンジン内での超音速燃焼が混合律速であり、1msec以下の短時間に燃焼水素と空気の混合・燃焼を行う必要があることによる^{1,2}。超音速では移流マッハ数 Mc が増すにつれ乱流組織渦の成長が鈍化することが知られており、混合層の成長率で見ると Mc が0.8以上では非圧縮流の0.2倍程度に低下し³⁻⁶、従って混合層の連行量・混合が抑制される。また、混合層は次第に3次元渦構造に支配されるようになる⁷。これは圧縮性の影響で横渦（非圧縮流では周知の2次元大規模渦構造）の成長が抑制され、実質的な移流マッハ数が $Mc \cdot \cos\theta$ となる斜行渦（主流に対して θ の角をなす渦）の成長がこれに卓越するようになるからである⁸。このようなことから、超音速混合を促進・制御するためには人為的な組織渦や乱流渦の導入・制御が必要となる。従来の超音速混合制御に関する研究には、バロクリニクトルク⁹、振動衝撃波¹⁰、縦渦^{11, 12, 13}、スワールジェット¹⁴の利用等がある。特に、縦渦を利用した混合は斜行渦が支配的となる圧縮性乱流の特性に合致したものである。

これまでの著者等の縦渦を用いた超音速混合制御に関する基礎研究^{15, 16, 17}では、超音速後流への縦渦の導入方法を提案し、その方法によると縦渦導入時のエネルギー

損失が極めて小さいこと、形成段階における直径の成長率は $dD/dx = 0.18 \sim 0.26$ であり非圧縮の場合の成長率に匹敵すること等、その有利性が示されている。その一方として、縦渦の回転方向を考慮してその配置を制御することにより超音速混合を制御できる可能性がある。そこで本研究¹⁸では、主流マッハ数2.45の超音速後流におけるCounter-rotation（スパン方向に交互に逆回転）とCo-rotation（同方向回転）の縦渦列について縦渦内の流れの諸量分布の下流方向変化、縦渦と剪断層やジェットとの干渉、縦渦の乱流化と混合等について観察し、超音速混合制御の観点から考察した。さらに、複葉モデルにより導入された縦渦列間の干渉についても同様の考察を行った。

2. 実験方法

実験にはマッハ数2.45の吸込式超音速風洞（測定部断面80mm×80mm）を用いた。測定部に燃料噴射ストラットに見立てたモデルを1個または2個設置し、これにより超音速後流に縦渦を導入した。モデルコード長85mmに基づく主流の単位レイノルズ数は $1.0 \times 10^6 \text{m}^{-1}$ である。モデル後流に於いてシュリーレン法による可視化、静圧・ピトー圧、熱線による質量流束 ρU の測定等を行った。これらの結果をもとに縦渦形成の様子、縦渦内の流れの諸量分布と乱流変動、縦渦断面形状およびそれらの下流方向への変化、縦渦間の干渉等を調べた。また、模擬燃料とし

* 航空宇宙技術研究所

** 川崎重工

*** 大阪府立大学工学部

てボタン蒸気のジェットをモデルから噴射し、直接撮影により縦渦とジェットの干渉の様子を観察した。

3. Counter-rotationの縦渦間の干渉

Counter-rotationの縦渦導入モデルCNR10（図1）後流のシュリーレン写真を図2に、縦渦断面のピトー圧分布の下流方向変化を図3に示す。以下に示す写真ではいずれも主流は左から右方向である。座標はモデル後縁から下流方向、モデル厚み方向、スパン方向にそれぞれ x , y , z 軸をとる。図2ではモデル後縁からの上下の剪断層と、それらの間に縦渦（幅広の明暗の縞）が観察される。縦渦の循環は文献¹⁷⁾と同様に見積もると $\Gamma=1.9\text{m}^2/\text{s}$ である。縦渦は下流に行くにつれて乱流化した剪断層を取り込み、 $x=50\text{mm}$ 付近から下流では乱流域が剪断層から縦渦中心部へ拡大していくので、強い縦渦の存在を示す明暗の鮮明な領域は狭くなり中心（ $y=0\text{mm}$ ）付近に限られるようになる。これに対応する様子は図3でも見られる。図3は2つの縦渦（回転方向は左が右回り、右が左回り）を捕らえているが、 $x=10\text{mm}$ ですでに直径約6mmのほぼ円形の縦渦

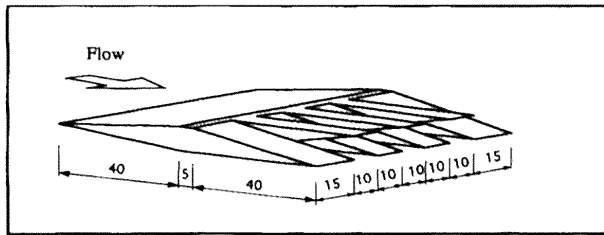


図1 モデルCNR10形状図

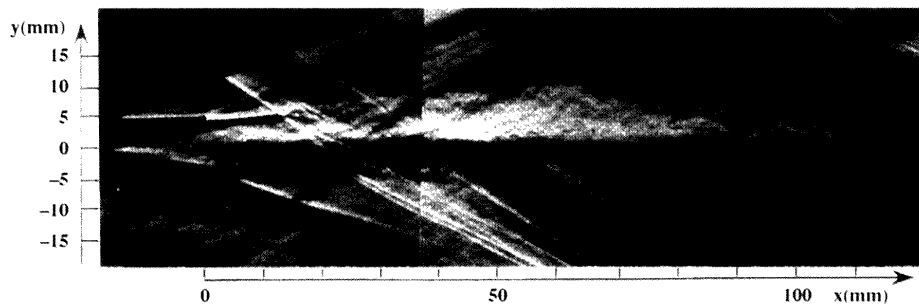


図2 CNR10後流シュリーレン写真（Counter-rotation, ナイフエッジ水平, 180nsec）

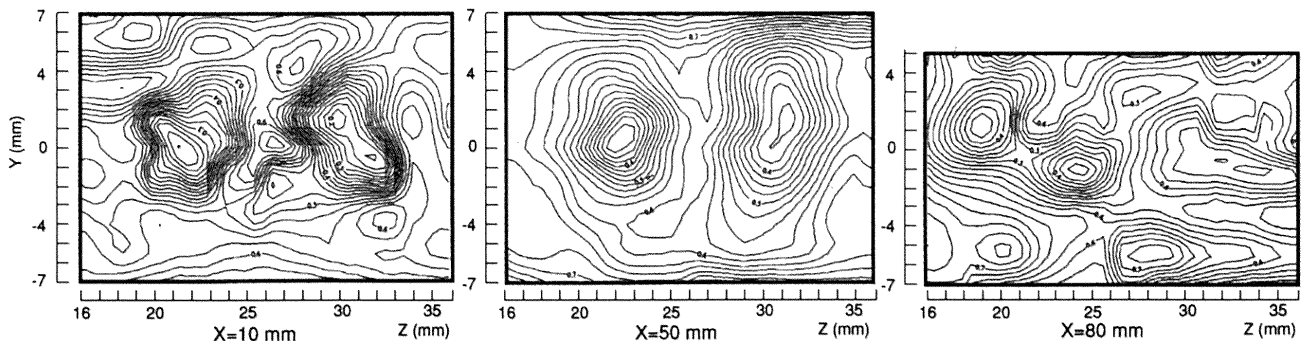


図3 CNR10縦渦断面ピトー圧分布

が形成されており、 $x=50\text{mm}$ では直径約10mmの大スケールの構造に成長した後 $x=80\text{mm}$ では小さなスケールに崩壊している。このような縦渦と剪断層の干渉は、縦渦と剪断層の相対的なスケール・強さ、乱流か層流かの状態などに強く依存すると考えられる。縦渦内（ $y=0$ ）の流れの諸量分布をピトー圧と静圧の測定値から貯気槽状態からの断熱流れを仮定して求めた結果、縦渦内では中心方向にピトー圧、マッハ数、流速、密度が減少し、静温が増加することがわかった。モデル直後の縦渦内での静温が高いことは、着火・保炎に利用できる可能性がある。 ρU 分布は $x=0\sim 20\text{mm}$ の間に急激に増加する。増加量は縦渦中心では僅かであるが中心から離れるほど大きくなり、 $x=20\text{mm}$ では縦渦の外縁部で $x=0\text{mm}$ の約2倍、 ρU を z 方向に積分して求めた質量流量は $x=0\text{mm}$ の約2.6倍であり、縦渦形成段階での連行量は大きい。 $x=20\text{mm}$ 付近から下流では縦渦内外の諸量の差は解消されていくが、特に ρU 分布が縦渦内で一様化すること、 $x=50\sim 80\text{mm}$ の縦渦内に強い衝撃波の入射が観察されない領域で縦渦内ピトー圧が上昇しかつ一様化していく様子は、縦渦内での混合が進んでいることを示す。次に、CNR10後半のスロープ部からボタン蒸気のジェットを後方へ噴射し、縦渦を可視化すると同時に縦渦とジェットの干渉の様子を観察した（図4）。図4からCounter-rotationの縦渦列を含む後流内の組織構造の一部と思われるパターン（ジェットに見られる下流方向に傾いた枝の様な構造）やジェットが縦渦による大スケールの移流拡散を受けている様子が観察される。



図4 Counter-rotationの縦渦列とブタンジェットの干渉

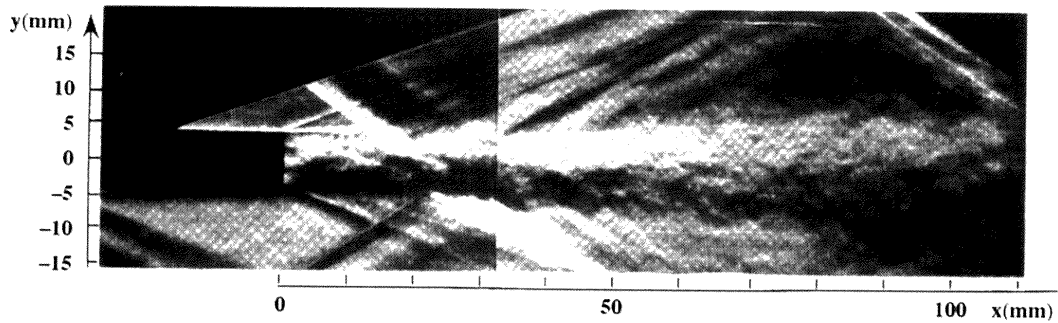


図5 COR8後流シュリーレン写真 (Co-rotation, ナイフエッジ水平, 180nsec)

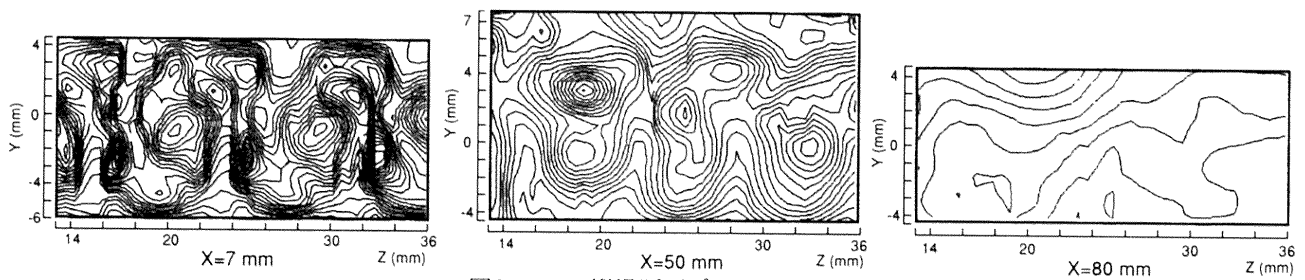


図6 COR8縦渦断面ピトー圧分布

4. Counter-rotationとCo-rotationの縦渦間干渉の比較

モデルCOR8によりCo-rotationの縦渦列を導入した。このシュリーレン写真及び断面ピトー圧を図5, 6に示す。図5を見るとCo-rotationの縦渦はCounter-rotationに比べて早期に乱流化している。さらに、縦渦の明暗のコントラストも $x=50\text{mm}$ 付近から突然弱くなり、その下流で縦渦内は小スケールの乱れで満たされているようである。図6では縦渦は剪断層を巻き込み ($x=7\text{mm}$)、 $x=50\text{mm}$ では縦渦と剪断層の区別が鮮明でなくなり、これらは一体化して縦渦全体としてのスケールを増しているようである。 $x=80\text{mm}$ ではピトー圧はほぼ一様化し、等高線も疎となっている。ピトー圧の最低値は0.55であり、Counter-rotation ($x=80\text{mm}$) の0.35に比べてかなり大きな値である。これらは $x=50\sim 80\text{mm}$ においてCOR8後流内での混合がより進んでいることを示している。以上からCounter-rotationの縦渦列はCo-rotationに比べて比較的安

定であり、かなり下流まで強い縦渦構造を維持するのに対し、Co-rotationの縦渦列は早期に乱流化し、後流内での混合を早めると言える。非圧縮の縦渦列についても同様の傾向を確認している。このような違いの原因としては、Co-rotationの縦渦が隣同士で密接するようになりその境界に混合層が生じること、そのために主流に垂直な面内でのy方向速度分布の変局点の数がCounterの場合の2倍になること、さらにCo-rotationの場合にはスパン方向(Z方向)速度変動が縦渦間の境界面に対して反対称攪乱であることなどが考えられる (Counterは対称攪乱)。定温度型熱線流速計 (応答周波数120kHz) による縦渦中心付近の ρU の変動波形を図7に示す。縦渦中心部での乱流変動の実効値は主流 ρU の約10~30%であり、強い乱れの存在を示している。

5. 複葉モデル後流の縦渦列間の干渉

CNR10と同様のモデルを2個並べ (複葉モデル) これに

より導入される縦渦列間の干渉を観察した。上下のモデルはスパン方向へのスライドが可能で、上下の縦渦配列を制御できる。実験を行った3ケースの縦渦配列のうち縦渦列間の干渉が最も顕著であった配列のシュリーレン写真と断面ピトー圧分布を図8, 9に示す。図8を見ると上下の縦渦列が干渉し、特に下側の縦渦列はかなり乱流化している。図9には剪断層を巻き込んだ4個の縦渦が捕らえられている。縦渦回転方向は左側2つが左回り、右側2つが右回りである。下流にいくにつれ縦渦の誘起場により剪断層がアーチ状に引き延ばされ、下側のモデルの剪断層が上側モデルの縦渦列に取り込まれていく様子がわかる。この断面内での縦渦の移動速度は約 100m/s と大きく、大スケールでの攪拌が起きていることを示す。このような縦渦の誘起速度による断面内での運動は、非圧縮の2次元渦の誘起場による運動に良く似ている。また、異なる縦

渦配列では上下の縦渦間の干渉は図8の場合ほど顕著でなく縦渦構造がかなり下流まで維持される様子が観察された。このように縦渦配列により下流での干渉・混合の様子が強く影響される。以上から $Counter-rotation$ や $Co-rotation$ 等の基本的な配置の縦渦列の挙動を考慮して、縦渦の循環・回転方法・スケール・配置等を制御パラメータとして渦運動・混合・燃焼の制御に利用できることが分かった。また、複数のストラットによる縦渦列で燃焼器全域における混合を実現できる可能性が示された。

6. まとめ

超音速流中の縦渦内の流れの諸量分布の下流方向変化、縦渦列間の干渉・縦渦とジェットとの干渉、縦渦内での乱流変動等が観察され、縦渦の初期配列が干渉の程度やこれによる乱流渦のスケールおよび混合の様子に大きく影響することがわかった。このことから衝撃波・剪断層・縦渦の配置の操作により、超音速の流れ場及び混合の制御、さらに燃焼・熱拡散の制御がかなり自由にできると考えられる。また、複数のストラットによる縦渦列で燃焼器内全域での混合を実現できる可能性が示された。

参考文献

- 1) A. Ferri : Ann. Rev. Fluid Mech. Vol. 5 (1973) 301-338.

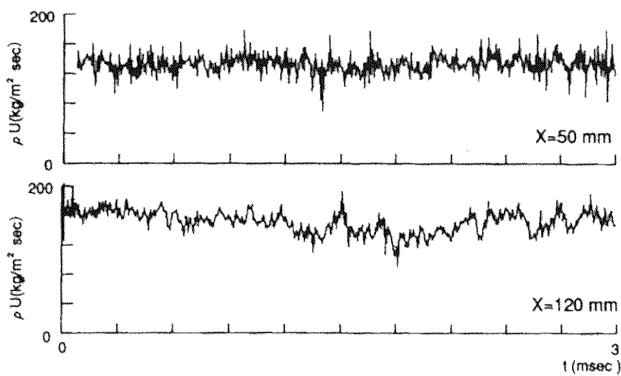


図7 COR8縦渦内 ρU 変動 ($y=0\text{mm}$)

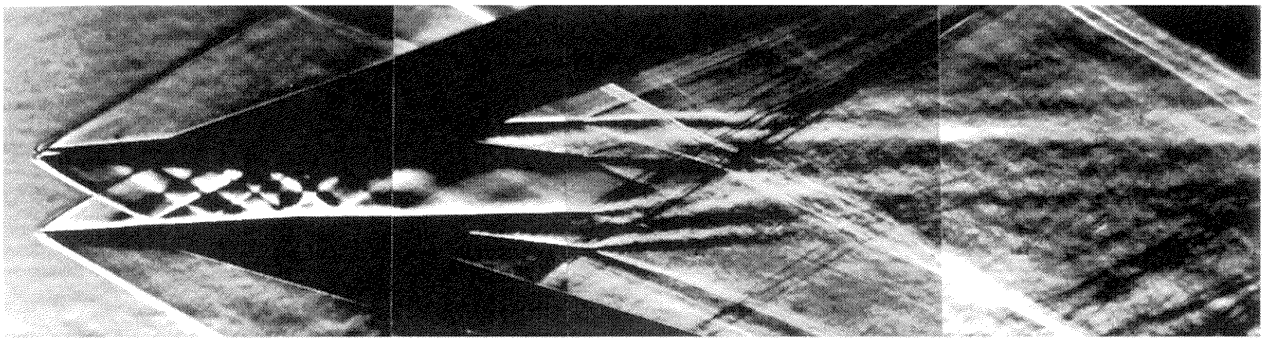


図8 複葉モデル後流シュリーレン写真 (ナイフエッジ水平, 180nsec)

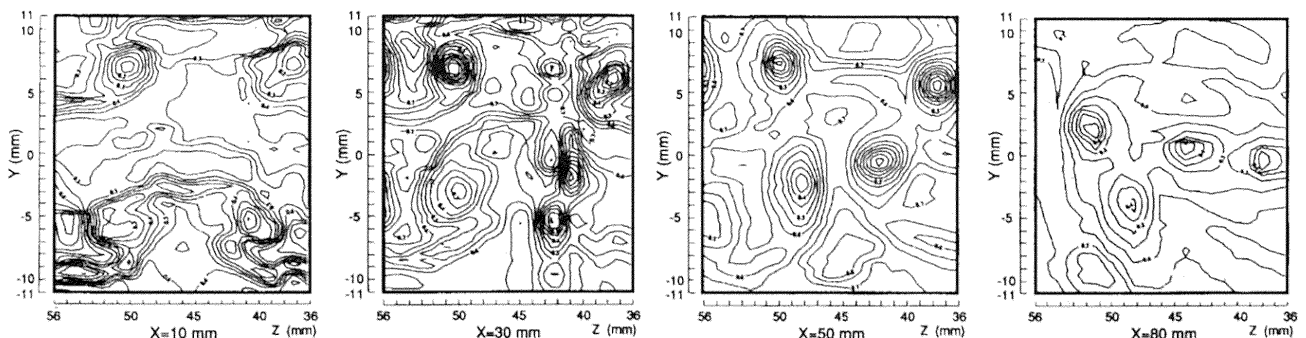


図9 複葉モデル縦渦断面ピトー圧分布

- 2) J. R. Henry and G. Y. Anderson : NASA TM X-2895 (1973).
- 3) D. W. Bogdanoff : AIAA J. 2 (1982) 926-927.
- 4) D. Papamoschou and A. Roshko : J. Fluid Mech Vol. 197 (1988) 453-477.
- 5) P. E. Dimotakis : AIAA J. 24 (1986) 1791-1796.
- 6) N. Chinzei, G. Masuya, T. Komuro, A. Murakami and K. Kudou : Phys. Fluids 29 (5) (1986) 1345-1347.
- 7) N. T. Clemens and M. G. Mungal : AIAA J. 30 (4) (1992) 973.
- 8) D. Papamoschou : AIAA Paper 89-0126 (1989).
- 9) F. E. Marble, G. J. Hendricks and E. E. Zukoski : AIAA Paper 87-1880 (1987).
- 10) A. Kummar, D. M. Bushnell and M. Y. Hussaini : AIAA Paper 87-1882 (1987).
- 11) J. P. Durummond, M. H. Carpenter, D. W. Riggins and M. S. Adams : AIAA Paper 89-2794 (1989).
- 12) E. M. Fernando and S. Menon : AIAA Paper 91-1721 (1991).
- 13) I. A. Waitz, F. E. Marble and E. E. Zukoski : AIAA Paper 91-2265 (1991).
- 14) J. Naughton, L. Cattafesta and G. Settles : AIAA Paper 98-2456 (1989).
- 15) 西岡通男 : NAL SP-12 (1990) 39-42.
- 16) 野村聡幸, 石井隆次, 西岡通男 : 第9回航空機計算空気力学シンポジウム講演集 (1991).
- 17) 西岡通男, 須浪徹治 : 日本流体力学会「ながれ」投稿中.
- 18) 須浪徹治, 徳永英紀, 西岡通男 : 第26回乱流シンポジウム講演論文集 (1994).

極超音速流中の斜め円柱前縁付近の境界層遷移について

村上 哲* Egon STANEWSKY** Paul KROGMANN**

Boundary Layer Transition near the Leading Edge of Swept Cylinders at Hypersonic Speeds

Akira MURAKAMI *National Aerospace Laboratory*

Egon STANEWSKY *DLR*

Paul KROGMANN *DLR*

ABSTRACT

This paper presents boundary layer transition data which were obtained at freestream Mach numbers of 5.0 and 6.9 for three swept cylinders of the sweep angles of 30, 45 and 60 degrees. In this study, the effects of upstream end plate and surface roughness heights were investigated on the transition Reynolds number for the attachment layer by the liquid-crystal flow visualization. Reynolds numbers based on the cylinder diameter at attachment-line transition were about $0.2-0.3 \times 10^6$ for the end plate disturbances and $0.9-1.2 \times 10^6$ for no contaminations. Trends of attachment-line transition Reynolds numbers with surface roughness heights were roughly similar to those obtained at subsonic speeds. However the behavior of the attachment-line transition around "critical" roughness heights depended strongly on spanwise Mach numbers. With flow visualizations using liquid crystals, off-attachment-line transition could be observed as well as fine streak pattern in the upstream regions of the transition front, confirming the streamwise vortices induced by crossflow instability at hypersonic speeds.

Keywords : boundary layer transition, flow visualization, hypersonic flow

1. はじめに

超音速／極超音速領域での境界層遷移の理解と予測は超音速／極超音速機の開発にとってその熱防御システムの最適化や境界層制御の観点から重要であり、理論的研究とともに実験による基礎データの蓄積がメカニズムの理解や信頼できる遷移予測法の確立には必要不可欠である。しかしながら、高速機に採用される後退翼の前縁付近の境界層遷移については、極超音速域での実験データは十分にあるとは言い難い。

そこで、本研究では極超音速流中に置かれた斜め円柱

前縁付近での境界層遷移について、感温液晶による可視化を用いて境界層遷移レイノルズ数に及ぼす上流端板や表面粗さ等の影響について調べた。

2. 実験

2. 1. 実験模型

実験模型は後退角 $\Lambda=30^\circ$ 、 45° 及び 60° の亚克力製円柱であり、直径及びスパンはそれぞれ $D=40\text{mm}$ 及び 300mm である。円柱両端には主流と平行に鋭い前縁を有する端板を取り付けることができる。また、円柱の下流

* 航空宇宙技術研究所

** DLR

側にはフェアリングカバーを取り付けた。表面粗さの影響についての実験では円柱上流端から $S_{trip}=200\text{mm}$ ($S_{trip}/D=5$) の位置にトリップワイヤを円周方向に取り付けた。実験模型は予め黒色に塗装し、その上から感温液晶をスプレーした。表面粗さの計測値はほぼ感温液晶のマイクロカプセル直径に相当する約 $14\mu\text{m}$ であった。

2. 2. 実験方法

実験はDLR Göttingen研究センターに設置されている極超音速ルートヴィーク管を用いて、主流マッハ数 $M_\infty=5.0$ 及び6.9で行い、上流端板及びトリップワイヤによる表面粗さの影響を調べた。実験条件を表1に示す。表面粗さの影響については $M_\infty=5.0$, $\Lambda=45^\circ$ 及び 60° の場合のみ実施した。レイノルズ数は総圧により変化させ、各実験ケースでは総温 (T_o) は一定とした。なお、模型表面温度 (T_w) は付着線での値であり、風試中の変化を液晶の色変化から推定した (但し、初期温度は室温である)。

実験では境界層の状態を決定するために感温液晶によ

る可視化を用い、実験条件に合わせて感温範囲が $30^\circ\text{C}-40^\circ\text{C}$ と $60^\circ\text{C}-75^\circ\text{C}$ の2種類の液晶を使用した。実験模型を風洞試験部に水平に取り付け、風試中の液晶の色変化を風洞観測窓外側に設置したTVカメラを通してビデオレコーダーで記録した。

3. 実験結果

3. 1. 可視化結果

図1に $M_\infty=5.0$, $\Lambda=45^\circ$ における感温液晶による流れの可視化結果の一例を示す。円柱直径を長さ基準とした一様流レイノルズ数 ($ReD=Q_\infty D/\nu_\infty$) は 1.0×10^6 である。(a)は上流端板やトリップワイヤによる付着線污染が無い場合で、円柱の上流端を除くと、付着線に沿って表面温度はほぼ一定であり、付着線境界層は全域で層流である。しかし、付着線の下流に表面温度が高い領域が見られ、境界層遷移が生じていることが分かる。その上流側 (付着線側) の層流領域には横流れ不安定によって形成される縦渦の存在を示す規則的な間隔の縦筋が観察できる。(b)はトリップワイヤ ($d=0.05\text{mm}$) を取り付けた場合で、トリップワイヤにより付着線境界層が遷移していることが分かる。また、付着線下流での境界層遷移も(a)と同様に生じている。

3. 2. 付着線境界層遷移について

上流端板の影響

上流端板が無い場合、流れの可視化より得られた遷移一様流レイノルズ数 (基準長は円柱直径) は $ReD=0.9-$

表1 実験条件

#	M_∞	$\Lambda(\text{deg})$	M_{ex}	$T_o(\text{K})$	T_w/T_o	disturbances
1	5.0	30	1.15	365	0.8-0.9	end plate
2	↑	↑	↑	535	0.6-0.7	↑
3	↑	45	1.89	400	0.7-0.8	trip wire
4	↑	↑	↑	570	0.5-0.6	end plate
5	↑	60	2.89	400	0.7-0.8	trip wire
6	↑	↑	↑	560	0.5-0.6	end plate
7	6.9	45	2.03	500	0.6-0.7	↑
8	↑	60	3.25	540	0.5-0.6	↑

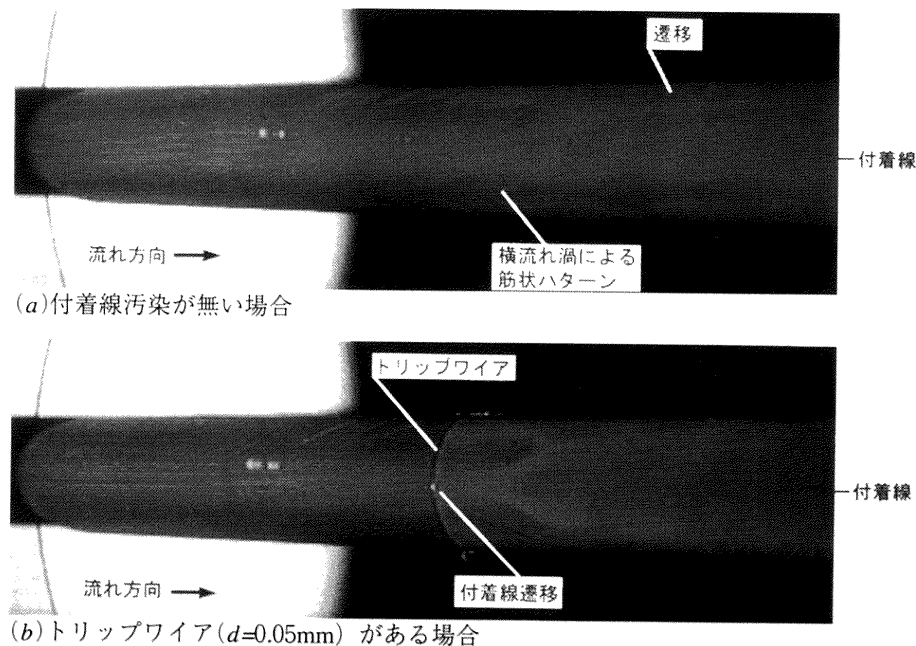


図1 感温液晶による流れの可視化結果
($M_\infty=5.0$, $\Lambda=45^\circ$, 上流端板が無い場合)

1.2×10^6 であったのに対して、上流端板がある場合はその1/3-1/5程度のレイノルズ数で遷移が生じた。これは衝撃波との干渉で生じた端板境界層の剥離等によって乱れが付着線境界層に与えられるためと考えられる。また、遷移レイノルズ数の値は $ReD=0.2-0.3 \times 10^6$ であり、Bushnellらによる遷移臨界条件 ($ReD=0.2 \times 10^6$)⁴⁾と概ね一致した。図2はPollによる圧縮性相似パラメタ ($\bar{R}^*=Ve\eta^*/v^*$: 文献 3) 参照) で遷移データを整理したものである。本実験では付着線でのスパン方向マッハ数 (Mes) が大きくなるに伴い、遷移 \bar{R}^* (以下、 $(\bar{R}^*)_t$) が高くなる傾向を示し、高い Mes ではPollの臨界条件 ($\bar{R}^*=245$) や他の実験データよりも高いことが分かる。本実験条件では上流端板上の境界層は層流であることから、端板と円柱との結合部付近で生じる乱れ強度が小さいためと考えられる。しかし、上流端板が無い場合でも、 Mes の増加とともに $(\bar{R}^*)_t$ が増加する傾向がみられ、付着線境界層に影響する乱れ強度やその特性が遷移に与える影響について、さらに研究が必要と考える。

表面粗さの影響

図3に表面粗さが付着線境界層遷移に与える影響を示す。Pollによる亜音速領域での実験データ¹⁻³⁾やCreelらによる $M_\infty=3.5$ での実験データ⁵⁾との比較を容易にするために、 $(\bar{R}^*)_t$ と d/η^* で整理した。本実験で得られた表面粗さに対する $(\bar{R}^*)_t$ の振る舞いは概ねPollやCreelらによるものと同様な傾向を示しており、 $(\bar{R}^*)_t$ が急激に変化する臨界粗さ $(d/\eta^*)_{crit}$ が存在することが分かる。臨界粗さよりも小さい場合には粗さに対する $(\bar{R}^*)_t$ の感度は低く、さらに主流マッハ数や後退角の影響も小さいことが分かる。この領域では $(\bar{R}^*)_t=680-750$ であり、Pollの亜音速データやCreelらのデータと概ね一致する。一方、臨界粗さ付近ではすでに述べた通り、 $(\bar{R}^*)_t$ は表面粗さが大き

くなると急激に低下し、その低下量は主流マッハ数や後退角に依存することが分かる。ここで臨界粗さでの $(\bar{R}^*)_t$ の低下量を Mes で整理すると、 Mes が大きくなるにつれて急激に小さくなることが分かる。つまり、 Mes が大きくなるほど臨界粗さでの $(\bar{R}^*)_t$ は亜臨界粗さのそれに近づく。このことは遷移レイノルズ数の表面粗さに対する感度が Mes の増加とともに低下するとも言え、表面粗さによる付着線境界層遷移の振舞いにとって Mes は重要なパラメタである。さらに粗さの大きな超臨界粗さ領域でも $(\bar{R}^*)_t$ は表面粗さの増加とともに徐々に低下する。しかし、Pollによる亜音速データでは $d/\eta^*=2$ で $(\bar{R}^*)_t$ は漸近値をとるのに対して、本実験ではトリップワイヤ直径がほぼ付着線境界層厚みに相当する $d/\eta^*=3.5$ においても $(\bar{R}^*)_t$ は上流端板がある場合に得られた値よりも高く、 $(\bar{R}^*)_t$ の漸近値は得られなかった。

3. 付着線下流での境界層遷移について

3. 1. 節で述べたように付着線下流での境界層遷移が、 $M_\infty=5.0$ において $\Lambda=45^\circ$ では $ReD \geq 1.0 \times 10^6$ 、 $\Lambda=60^\circ$ では $ReD \geq 0.9 \times 10^6$ で観察された。遷移位置の上流側 (付着線側) の層流領域には横流れ不安定による縦渦の発生を示す規則的な間隔の縦筋が見られ、極超音速領域においても横流れ不安定による遷移プロセスは亜音速のそれとほぼ同様であると考えられる。また、 $\Lambda=45^\circ$ ではレイノルズ数の増加とともに遷移位置が付着線側へ移動するのが観察されたが、遷移位置における横流れレイノルズ数 ($X=Wmax \cdot \Delta / ve$: 文献1-3) 参照) は $(X)_t=380$ でほぼ一定であった。一方、 $\Lambda=60^\circ$ では、 $(X)_t=650$ であり、

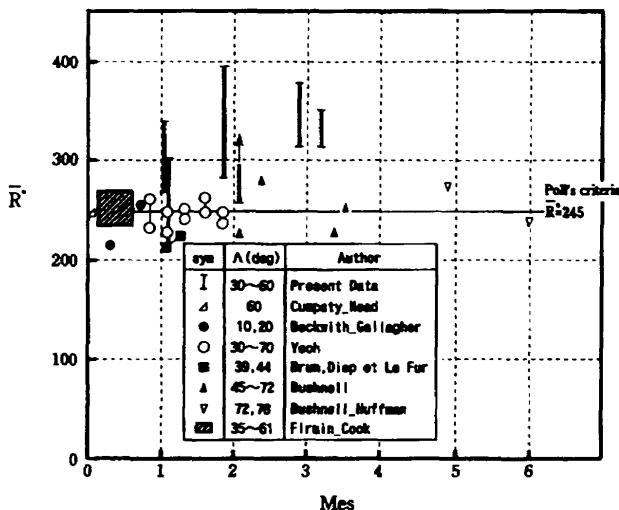


図2 Pollの臨界条件との比較 (上流端板がある場合)

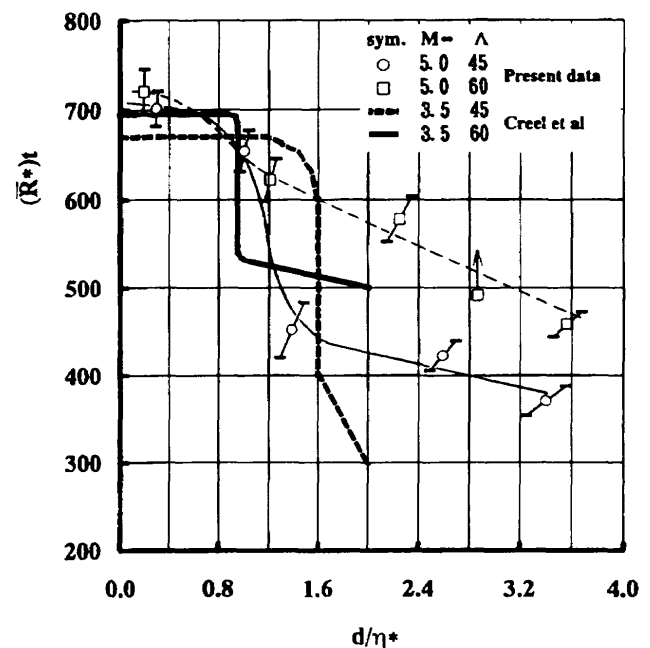


図3 表面粗さの影響

$(\chi)_t$ に対して後退角（或いは局所マッハ数）の影響が大きいことが明らかになった。

4. まとめ

主流マッハ数5.0及び6.9, 後退角 30° , 45° 及び 60° の斜め円柱前縁付近の感温液晶による流れの可視化から, 以下のことが明らかとなった。

(1) 上流端板がある場合は, 無い場合の約 $1/3 \sim 1/5$ の一樣流レイノルズ数である $ReD=0.2 \sim 0.3 \times 10^6$ で付着線境界層の遷移が生じる。本実験条件では $(\bar{R}^*)_t$ は Mes の増加とともに僅かに増加し, 高 Mes ではPollの遷移臨界条件 ($\bar{R}^*=245$) よりも高くなった。

(2) 急激に遷移レイノルズ数が低下する臨界表面粗さが存在し, その近傍での遷移レイノルズ数の振舞いに Mes は強い影響を及ぼす。 Mes の増加とともに臨界粗さでの遷移レイノルズ数は急激に増加し, 高い Mes になるほど遷移レイノルズ数の表面粗さに対する感度は低下する。

(3) 横流れ不安定による縦渦の存在を示す規則的な間隔の縦筋とそれを伴う付着線下流での遷移が観察され, 極超音速領域においても横流れ不安定による遷移プロセスは亜音速と基本的に同様であることが液晶による可視化で確認された。

(4) 遷移位置での横流れレイノルズ数は後退角（或いは局所マッハ数）の影響が大きく, $M_\infty=5.0$ において $\Lambda=45^\circ$ では $(\chi)_t=380$ であるのに対して $\Lambda=60^\circ$ では $(\chi)_t=650$ であった。

参考文献

- 1) Poll, "Leading Edge Transition on Swept Wings," AGARD-CP-224, 1977.
- 2) Poll, "Three-Dimensional Boundary Layer Transition via the Mechanisms of Attachment Line Contamination and Cross Flow Instability", Proceedings of IUTAM Symposium, Stuttgart, 1979.
- 3) Poll, "Transition Description and Prediction in Three-Dimensional Flows", AGARD-R-709, 1984.
- 4) Bushnell & Huffman, "Investigation of Heat Transfer to a Leading Edge of a 76° Swept Fin With and Without Chordwise Slots and Correlations of Swept-Leading-Edge Transition Data for Mach 2 to 8" ; NASA TMX-1475, 1967.
- 5) Creel et al., "Transition on Swept Leading Edges at Mach 3.5", Journal of Aircraft, Vol. 24, NO. 10, 1987.
- 6) Ludwig et al., "Der Rohrwindkanal der Aerodynamischen Versuchsanstalt Göttingen", Jahrbuch der DGLR, 1969,
- 7) Chapman, G. T., "Some Effects of Leading-Edge Sweep on Boundary-Layer Transition at Supersonic Speeds", NACA-TH-D-1075, 1961.
- 8) Arnal, D., "Laminar-Turbulent Problems in Supersonic and Hypersonic Flows", AGARD-R-761, 1991.

回転ゲルトラー流れの二次不安定

益 田 重 明* 堀 大 輔*

Secondary Instability of Rotating Goertler Flow

Shigeaki MASUDA and Daisuke HORI

Department of Mechanical Engineering, Keio University

ABSTRACT

The experiment on the secondary instability associated with Goertler vortices in rotating boundary layer is presented. The flow visualizations and hot-wire measurements show the instability with respect to spanwise disturbance resulting in the wavelength modulation. The instability with respect to streamwise disturbance appears downstream in the form of horseshoe and wavy modes, whose selection is related to the modulated spanwise wavelength of the nonlinear Goertler vortices.

Keywords : boundary layer transition, body force instability, Coriolis force, system rotation, non-linear development, Goertler vortices

1. まえがき

壁面に向かってコリオリ力が作用する平板境界層では、速度のスパン方向の微小な非一様性がまず線形増幅されて、凹面境界層と同様のGoertler渦に成長する^{(1) - (3)}。この一次不安定によってもたらされる流速のスパン方向空間振幅がある限界を越えると、二次不安定と呼ばれる非線形不安定が現れ^{(4) - (5)}、その後乱流へと崩壊する^{(6) - (8)}。本報告では非線形段階に達したGoertler渦を非線形Goertlerと呼び、そこに現れる二次不安定について実験的に調べた結果について述べる。

類似の凹面境界層におけるDNSや実験結果では、二次不安定に二つのタイプがあることが知られている。第一はスパン方向に周期性を有する攪乱に対する不安定性で、一次不安定波長などの条件によっては縦渦の分裂 (*splitting*) や合体 (*merging*) を伴いながら、スパン方向波長の *modulation* が起こる (*Eckhaus instability*)⁽⁹⁾。ここではこれをスパン方向二次不安定と呼ぶ。第二は流れ方向に周期性を有する進行波形攪乱に対する不安定性で、

ここではこれを流れ方向二次不安定と呼ぶ。凹面境界層においては、Goertler渦による低速領域中心に対して対称なモード (馬蹄渦モード) と反対称なモード (正弦波モード) が存在しうることが⁸、時間発展理論^{(10) - (11)}、空間発展理論⁽¹²⁾、DNS⁽¹³⁾ および実験⁽¹⁴⁾ によって明らかにされている。

2. 無次元数と基礎方程式

回転場のせん断流における微小攪乱の成長を支配する線形方程式には座標系の回転に関する唯一の項として、

$$2\beta^2 G_\delta^2 (DU - 2Ro_\delta) \quad (1)$$

が含まれる^{(1) - (2)}。ここで、 β は攪乱のスパン方向波数、 $(DU - 2Ro_\delta)$ は基礎流れの絶対渦度、 DU は基礎流れの相対速度勾配、 G_δ は回転ゲルトラー数 $G_\delta = Re_\delta / Ro_\delta$ で、 Re_δ 、 Ro_δ はそれぞれレイノルズ数と回転パラメータ、

$$Re_\delta = \frac{U_\infty \delta}{\nu}, Ro_\delta = \frac{\Omega \delta}{U_\infty} \quad (2)$$

U_∞ は主流流速, Ω は座標系の回転角速度, δ は境界層厚さ, ν は流体の動粘性係数である。 G_δ はまた,

$$G_\delta = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \left[\frac{U_\infty \lambda}{\nu} \left(\frac{\Omega \lambda}{U_\infty} \right)^{1/2} \right] (\beta \delta)^{3/2} \quad (3)$$

とも表される。[]内はスパン方向波長 λ の無次元数で Λ と書かれ、波長のmodulationが起こらなければ Λ は下流方向に一定値をとる。

この現象を支配する重要な基礎式は回転場における相対渦度方程式で、その主流方向成分は、 z 軸を系の回転軸方向に選べば、

$$\frac{D\xi}{Dt} = (\vec{\omega} \cdot \nabla)u + \nu \nabla^2 \xi + 2\Omega \frac{\partial u}{\partial z} \quad (4)$$

$\vec{\omega}$ は相対渦度ベクトル, ξ はその流れ方向成分, u は主流方向の相対速度成分である。右辺第3項がコリオリ力による縦渦の生成項で、スパン方向の速度勾配に系の回転が作用して縦渦が生成されることを示している。これと渦糸の伸張・転向(右辺第1項)および粘性拡散(右辺第2項)との相対的な関係がこの問題の本質である。

3. スパン方向二次不安定

一次不安定(Goertler不安定)の成長率は波長依存性が弱いため^{1), 2), 15)}、広範囲の初期攪乱波長を許容し、発生するGoertler渦のピッチは、不特定多数の攪乱が混在する自然状態ではユニークには決まらない^{6) - 18)}。本実験では前縁付近に等間隔の微小突起列を設置することによって、特定の波長の微小攪乱を人工的に与え、これによって発生するGoertler流れの速度場の測定と可視化を行った。実験方法の詳細は文献^{3), 16)}を参照されたい。図1は流速のスパン方向空間変化のrms値で、 $G_\delta \sim 100$ 付近までは線形増幅(指数関数的増幅)が見られるが、その後徐々に成長率が減少し、 $G_\delta \sim 130$ 付近で振幅が最大に達した後、急速に減衰している。非線形性が現れるあたりでは振幅のrms値は主流速の10%程度に達している。

次に種々の波長の攪乱を与え、非線形領域に相当する $G_\delta \sim 140$ 付近で非線形ゲルトラー渦の波長を観測した。図2は与えた初期攪乱のスパン方向波長 Λ_i と下流で観測される非線形ゲルトラー渦の波長 Λ の関係を示す。 $150 \leq \Lambda_i \leq 500$ では波長のmodulationは起こらず、 $\Lambda_i < 150$ ではmergingが、 $\Lambda_i > 500$ ではsplittingが起こって波長が変化していること

が分かる。mergingやsplittingの様子は図3に示す断面内の等速度線を見るとさらに明らかである。例えば $\Lambda_i = 278$ の場合には、ゲルトラー渦によってもたらされるマッシュルーム型の低速領域のスパン方向位置が、三角形で示す初期攪乱の低速領域中心位置に一致しており、非線形段階に至っても初期波長を維持していることが分かる。これに対して $\Lambda_i = 787$ の場合には初期攪乱位置の低速領域の中間に新たな低速領域が2個現れつつある。これは初期のゲルトラー渦対の間に2組の反対回転する新しい縦渦対が生まれたことを意味し、縦渦のsplittingが起こっていることを示している。反対に $\Lambda_i = 98$ の場合には低速領域の間隔は初期攪乱の間隔の2倍近くとなっており、縦渦のmergingが起こっていることを示している。

4. 流れ方向二次不安定

波長modulationに続いて、流れ方向に周期性を持った進行波形攪乱の成長が始まる⁴⁾。この流れ方向二次不安定は、凹面境界層と同様に対称モード(馬蹄渦モード)と反対称モード(正弦波モード)とが存在することがすでに確かめられている⁵⁾。図4はその発生条件を調べた結果で、非線形ゲルトラー渦の波長 Λ が200を境に、小さいと正弦波モードが、大きいと馬蹄渦モードが観測される。 Λ が小さいということは縦渦がスパン方向に密集していることに対応し、流速の断面内分布のスパン方向のシアアが壁直角方向のシアアを上回る。その結果、スパン方向分布の変曲点に起因する不安定性が現れやすく、低速領域中心に対して反対称モードの攪乱が成長して正弦波モードとして観察されるものと考えられる。これに対して Λ が大きい場合には縦渦の配置に余裕があり、壁直角方向のシアアがより重要となる結果、低速領域上部の垂直方向変曲点に起因する不安定性が現れ、低速領域中心に対して対称モードの攪乱が成長して馬蹄渦モードとして観察されるものと推測される。

5. まとめ

回転平板境界層に発生するゲルトラー渦の非線形成長について実験的に調べ、速度のスパン方向空間振幅が限界を越えると、スパン方向二次不安定および流れ方向二次不安定が現れることを示した。前者はゲルトラー渦の分裂・合体を伴ってスパン方向波長のmodulationの形で観察されることが分かった。後者はこのmodulationを受けた後の非線形ゲルトラー渦の波長によって、正弦波モードと馬蹄渦モードに分かれることが分かった。この実験では二次不安定に対する攪乱は背景に存在する雑多な外乱の中から選択されている。今後は二次不安定波動に同期

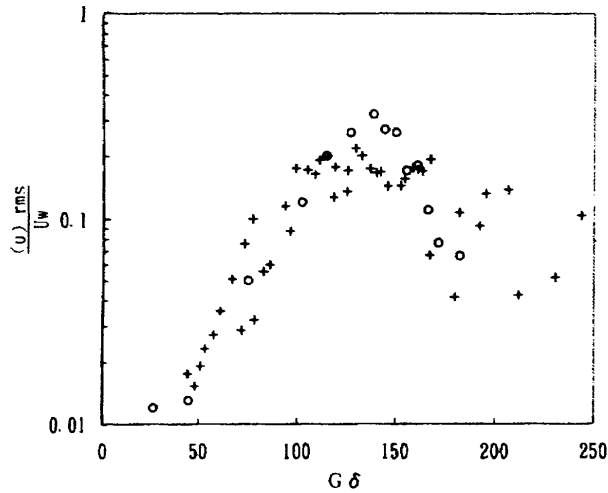
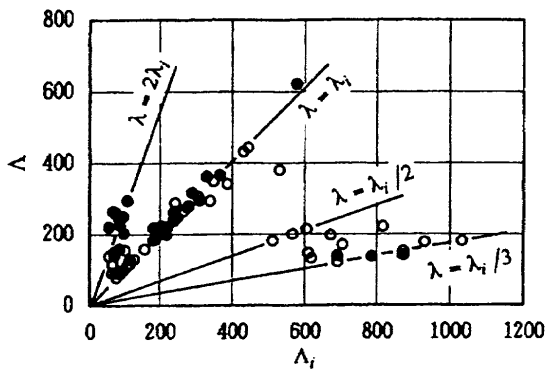


図1 流速のspan方向空間変化のrms値
(+ : 本実験, O : 凹面境界層の実験, Swearingen (1987))



●: Hot wire data, ○: visualization

図2 初期攪乱の波長 Λ_i と非線形ゲルトラー渦の波長 Λ の関係

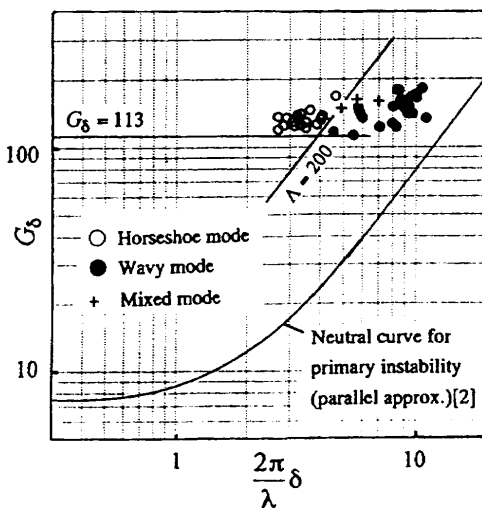


図4 流れ方向二次不安定のモード選択条件

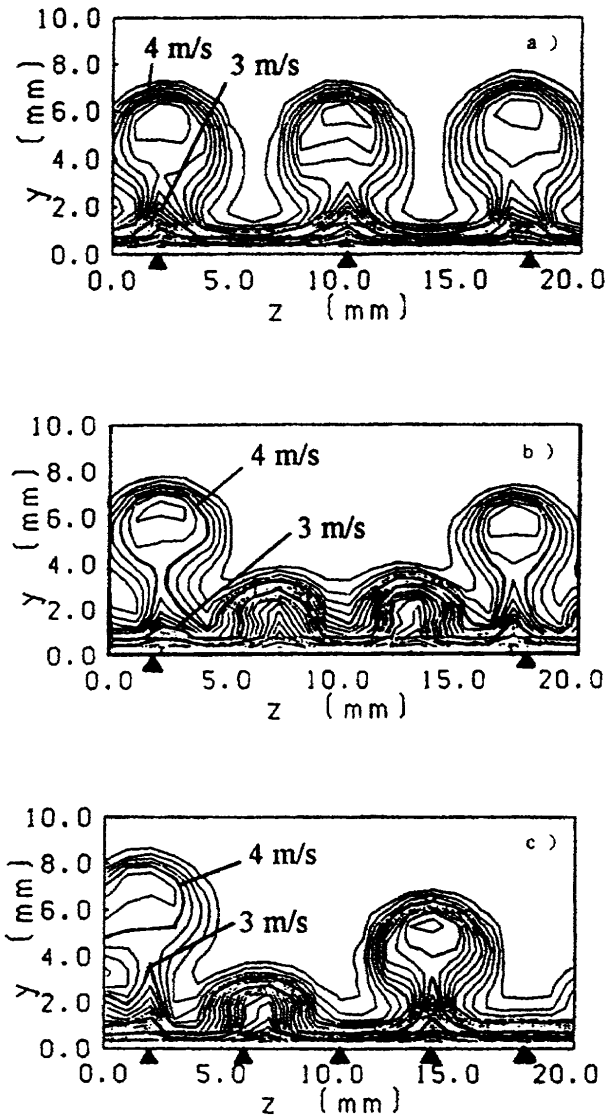


図3 スパン方向二次不安定による非線形ゲルトラー渦の分裂と合体, 図は等速度線, ▲は初期攪乱の低速領域中央のspan方向位置を示す。 $G\delta=140$, $U_w=5\text{ m/s}$, $\Omega=6.8\text{ rad/s}$, a) $\lambda_i=8\text{ mm}$, $\Lambda_i=278$, b) $\lambda_i=16\text{ mm}$, $\Lambda_i=787$, c) $\lambda_i=4\text{ mm}$, $\Lambda_i=98$

した微小な周期攪乱を人為的に加えて、二次不安定のロックを行い、上記の推論を確認したいと考えている。

参考文献

- 1) 松原・益田 (1990), 第22回乱流シンポジウム講演論文集, 214-218.
- 2) Matsubara, M. and Masuda, S. (1991), Boundary Layer Stability and Transition to Turbulence, ASME FED-114, 103-107.
- 3) 松原・益田 (1991), 第23回乱流シンポジウム講演

- 文集, 89-93.
- 4) 松原・益田 (1992), 第24回乱流シンポジウム講演論文集, 11-15.
- 5) 堀・益田・小尾 (1994), 第26回乱流シンポジウム講演論文集, 136-139.
- 6) 益田・松原 (1989), 機論 (B) 55-516, 2162-2171.
- 7) 松原・益田 (1989), 第21回乱流シンポジウム講演論文集, 76-80.
- 8) Masuda, S. and Matsubara, M. (1990), Laminar-Turbulent Transition, IUTAM Symposium Toulouse France, 465-474.
- 9) Guo, Y. and Finlay, W. H. (1994), J. Fluid Mech. 264, 1-40.
- 10) Yu, X. and Liu, J. T. C. (1991), Phys. Fluids A3, 1845-1847.
- 11) Sarby, A. S. and Liu, J. T. C. (1991), J. Fluid Mech. 231, 615-663.
- 12) Hall, P. and Horseman, N. J. (1991), J. Fluid Mech, 232, 357-375.
- 13) Liu, W. and Domaradzki, J. A (1993), J. Fluid Mech, 246, 267-299.
- 14) Swearingen, J. D. and Blackwelder, R. F. (1987), J. Fluid Mech, 182, 255-290
- 15) Floryan, J. M. and Saric, W. S. (1984), AIAA J. 22, 1529-1538.

孔列のある二次元物体を過ぎる流れと抵抗

谷 嶋 良 夫* 佐 野 理*

Flow and Drag of Two-Dimensional Bodies with Rows of Holes

Yoshio YAJIMA and Osamu SANO

Department of Applied Physics, Tokyo University of Agriculture and Technology

ABSTRACT

Measurements of the velocity field around and the drag force on cylindrical bodies in water flows were made by means of a laser Doppler velocimeter and strain gauges, respectively. A circular cylinder and an airfoil with different types of surface roughness as well as those with single or double rows of holes were tested. In particular a cylinder with double rows of holes placed across its diameter shows a drag reduction for fairly wide range of attack angle. It amounts to as much as 38% in comparison to a smooth surfaced cylinder in the Reynolds number range of 5.9×10^3 .

Key Words : drag reduction, cylinder with holes, roughness

1. はじめに

形状による抵抗の減少は自然界においても、また工学的な応用においても重要な問題である。例えば、イルカの高速泳法には体形や皮膚の構造が、また急激な方向転換には皮膚表面のしわの移動が影響していると言われている^{1, 2)}。これらの流体力学的な解明は、イルカの生態や進化の問題とも関係するだけでなく、より効率の良い物体形状や泳法の可能性とも関連する。実際、競泳用の水着にはさまざまな抵抗減少の試みがなされている。水着の素材表面の凹凸を減らし摩擦抵抗を5~12%軽減させることができるという報告や、表面のフラット化に加えて細い溝を縦に走らせた特殊シリコンコート³⁾の装着により、より抵抗減少の効果を上げることが可能であるとの報告がなされている。

表面加工の抵抗への影響を調べた基礎研究は非常に古い歴史を持っているが、そのうち近年になって着目されているものの1つはリプレットである。リプレットは縦溝を持つ壁面形状であり、溝の形状もV字型やU字型など様々である。これらを航空機の表面に用いた実験による

と2~3%の抵抗減少が、また軸対称物体では最大で7~8%の効果が得られている³⁾。もう1つは一樣流中に置かれた円柱にスリットを施したものであり、スリットの無い円柱と比較して明らかに低い抵抗係数が得られている。その軽減度は亜臨界レイノルズ数の領域で38%にも達し、また一樣流の方向とスリットとの角度を迎角 α とすると $\alpha \pm 60^\circ$ までの広い範囲で抵抗減少の効果が得られることが報告されている⁴⁾。

これらを踏まえ、本研究では一樣流中に置かれた二次元物体の抵抗及び流れ場に対する表面形状、とくに孔列の効果について報告する。

2. 実験装置および方法

実験に用いた回流水槽の概略を図1に示す。使用した流体は水である。まずレーザー流速計により水槽内の流速測定を行なった。得られた速度分布から、測定部の中央付近では一樣流に近い流れが得られていることが確認された。

流体から受ける抵抗の測定にあたっては、物体を支持

* 東京農工大学工学部

する測定板に取り付けたストレインゲージの歪みを利用する。まず弾性をもつ支持板を用いて物体を水槽側の固定部とつなぐ。支持板上部にストレインゲージを貼り付け、物体に働く力によるストレインゲージの歪みを電気抵抗変化として検出する。この電気抵抗変化の測定には、精度を上げるため2ゲージ法を用いた⁵⁾。ストレインゲージの電気抵抗変化と力の較正曲線をあらかじめ実験的に求めておき、物体に働く抵抗を求める。

本実験では一様流中に物体を置き、流速と物体に働く抵抗を同時に測定した。流速測定は20 [s] 間の時間平均値を用いた。電気抵抗は抵抗測定装置により周波数20 [Hz] でサンプリングし、20 [s] 間の合計400個の時間平均値を用いた。また物体の周りの流れを水素気泡法⁶⁾を用いてビデオカメラで撮影し、その様子を観察した。

2. 1 物体の種類と配置

試験物体には円柱と翼型の2種類を用いた(図2参照)。これらは流れの方向と垂直に置かれほぼ2次元物体と見なせる。

(1) 円柱

- (a) 円柱：直径32 [mm] のビニールパイプ製
- (b) 片孔円柱：上記の円柱に直径3 [mm] の孔を中心間隔6 [mm] で円柱の母線方向に開けた円柱。孔列と流れ方向とのなす角を迎角 α とし、下向きを正とした。 $\alpha=0^\circ, 40^\circ, 80^\circ, 90^\circ$ のそれぞれの場合について測定。
- (c) 両孔円柱：円柱の母線方向に孔列を2列開けたも

の。孔列は円柱の直径の両端に配置される。 $\alpha=0^\circ, 20^\circ, 40^\circ, 60^\circ, 80^\circ, 90^\circ$ の場合を測定。

(2) 翼型

翼型は幅89 [mm]、厚み29 [mm]。表面形状の違いにより以下の7種類に分類する。

- (a) 滑面：翼型模型の表面にOHPフィルムを貼ったもの。
- (b) 突起(A~G)：滑面に、三角柱を取り付けたもの。取り付ける位置によってA~Gに分類。
- (c) 縦溝：流れの方向と平行になるように縦溝をつけたOHPフィルムを貼り付けたもの。
- (d) 横溝：流れの方向と垂直になるように横溝をつけたもの。
- (e) ディンプル：滑面に、孔(径3mm)の開いた板を上下両面に貼り付けたもの。
- (f) 一様粗さ：翼型模型に紙やすり(40番)を貼り付けたもの。
- (g) 孔あき：翼型模型の片面の前縁付近と後縁付近に孔(径3mm)を母線方向に中心間隔6mmで開けたもの。迎角 $\alpha=0^\circ, 20^\circ$ について測定した。模型を傾けた場合も同様に測定した。

2. 2 レイノルズ数と抵抗係数

一般に速度と抵抗は無次元量のレイノルズ数 Re と抵抗係数 C_D で表わされる。本実験においても、流速測定から得られる平均流速 U と抵抗測定から得られる抵抗 F を用いてレイノルズ数と抵抗係数を求め、両者の関係を調べる。

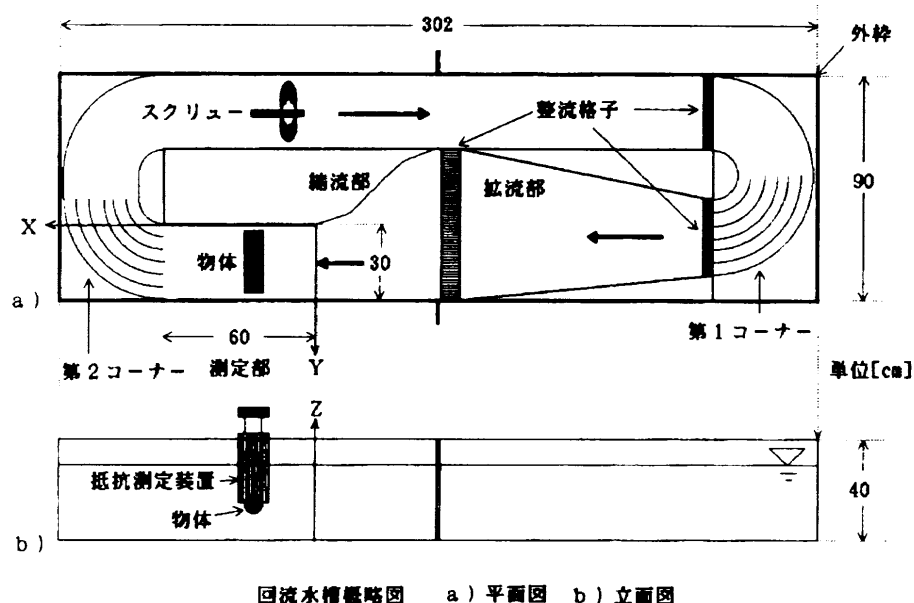


図1 実験装置概略

ただしレイノルズ数は $Re = DU/\nu$, 抵抗係数は $C_D = F / (1/2) \rho U^2 A$ で定義される。ここで, D は流れに垂直な方向の厚さ, ν は水の動粘性率, ρ は水の密度, A は物体の流れに垂直な断面積である。

3. 結果と考察

電気抵抗測定の実出力波形から物体が振動しているのが確認された。この振動の原因として考えられるものに支持板の弾性による固有振動, カルマン渦の放出による振動, 流れの脈動などが挙げられる。 LDV の流速測定から流速変動が約3%以下であることが分かっているので流れの脈動はあまり影響していないとみなせる。水素気泡法による可視化から, 物体の伴流に渦が発生しているのが観測された。渦の発生周期 T からストローハル数 $St = D/UT$ を求めると $St \sim 0.21$ となる。これは一般的によく知られているカルマン渦の発生による数とほぼ同じである。したがって, 伴流内にはカルマン渦が発生していると考えてよい。

3. 1 円柱のレイノルズ数と抵抗係数の関係

(1) 孔なし円柱

孔なし円柱のレイノルズ数と抵抗係数の関係を求めた。 Re が約 6×10^3 では C_D が約 1.45~1.50 であり, Re が約 8×10^3 では C_D が 1.6~1.8 になっている。円柱の一般的な C_D の実験値は, $10^3 < Re < 2 \times 10^5$ の範囲で 1~1.2 のほぼ一定値を示すことが知られているので, 本実験の測定値はいくらか大きな値となっている。この原因として水路の壁からの影響(流路壁の拘束効果)や支持板に働く抵抗の付加, 等が挙げられる。支持板は物体と比べて断面積をかなり小さくしてある(面積比0.4%)ので, 影響は小さいと考えられる。これに対して本実験装置における拘束比(物体の断面積と流路の断面積の比)は1割程度である。このことを考慮するとほぼ4割程度の抵抗係数の増加が見込まれ, 既存の実験値とはほぼ一致する。

(2) 片孔円柱

片孔円柱の迎角 α を変化させたときのレイノルズ数と抵抗係数の関係を図3に示す。比較のために孔なし円柱のデータも載せてある。図から $\alpha = 0^\circ$ のときに円柱や他の迎角と比べて C_D が低いことが見られる。

(3) 両孔円柱

両孔円柱の迎角を変化させたときのレイノルズ数と抵抗係数の関係を図4に示す。図から $\alpha = 0^\circ \sim 90^\circ$ のすべての範囲で抵抗の減少が見られる。特に $\alpha = 20^\circ \sim 60^\circ$ のとき, C_D がほぼ一定で約1の値になっている。この値は孔なし円柱と比べてかなり低く, 抵抗の軽減度 $(C_{D0} - C_D) / C_{D0}$ (ここで C_{D0} は孔なし円柱での抵抗係数とする) は 31~38%

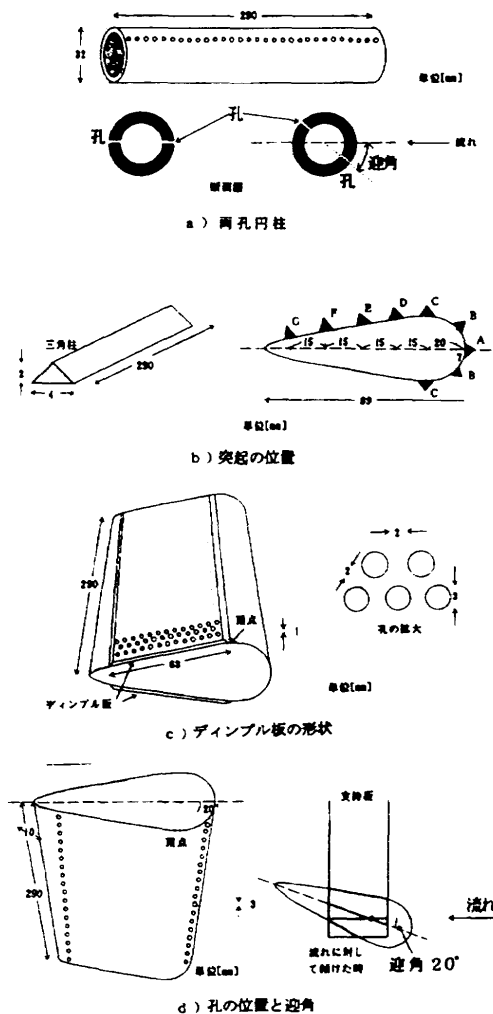


図2 測定物体の形状

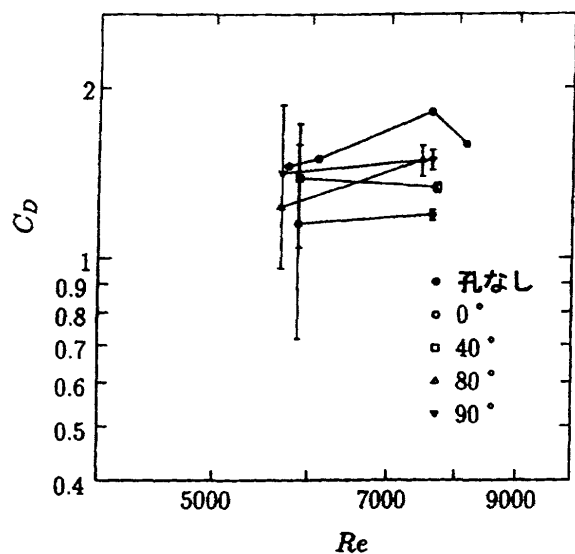


図3 片孔円柱の抵抗係数 — 迎角依存性

に達する。同様の結果はスリットのある円柱でも観測されているが、スリットに比べて小さな面積しか持たない孔列でも同程度の減少が見られたことは注目に値する。

両孔円柱での抵抗減少の原因として圧力抵抗の減少や渦の発生の抑制などが考えられる。円柱のような鈍い物体では圧力抵抗の割合が摩擦抵抗と比べて大きい。低い抵抗係数の値が得られた迎角 $\alpha=20^\circ$ 、 40° 、 60° のとき、上流側にある孔の位置は剥離点よりも前方に、下流側にある孔の位置は伴流の中にあり、両方の孔の間には流体が満たされている。前面にある孔に流体から圧力が働くとき、その圧力は円柱の内部の流体を通じて下流側の孔へと伝えられる。その結果、前面に働く圧力が下がり、下流側では圧力が増加するので、円柱の前後の表面で圧力差が減少し物体に働く圧力抵抗が減少すると考えられる。また、両孔円柱の内部にインクを注入した可視化実験より、迎角 $\alpha=20^\circ$ 、 40° 、 60° のとき、前面の孔で吸い込みが起こり、下流側の孔で噴出が起こっていることが観測された。前面の孔での吸い込みによって前面の孔のある側の境界層の厚みが減少し、その結果剥離点が下がる。他方、下流側の伴流内部にある孔の近傍では流体の噴出により渦の発生が抑制される。これらの効果により伴流領域が狭められ抵抗も減少すると考えられる。これに対して迎角 $\alpha=80^\circ$ 、 90° のときの可視化実験では、内部のインクは上下の孔からそれぞれ交互に噴出するのが見られた。これは、2列の孔のいずれもが剥離点よりも後方にあるため、両者間の圧力差が小さく、通常のカルマン渦の放出と同様の流れが形成されていることによると思われる。

3. 2 翼型の形状と抵抗係数の関係

(1) 滑面

表面が滑らかな翼型のレイノルズ数と抵抗係数の関係を図5に示す。図から円柱に比べて明らかに C_d が低いことがわかる。

(2) 突起

滑面に三角柱を取り付けた翼型の、取付位置によるレイノルズ数と抵抗係数の関係も図5に示す。図からB点に取り付けたものが最も低い C_d 値を与えることがわかる。しかし、滑面と比べて C_d 値は高く、 Re が増加するとその差は顕著となる。C点に取り付けたものが最も高い C_d 値を示すが、これは流れに対して垂直平板が置かれたように振る舞うためであると思われる。D～G点のものはほぼ同じ値を示した。これは下流側の伴流内にあるので差が見られなかったためであると思われる。

(3) 表面粗さ

翼型に表面加工したもののレイノルズ数と抵抗係数の関係を図6に示す。翼型に縦溝や横溝をつけたものは滑面と比べて大きな違いが見られなかった。ディンプル板を

取り付けたものは、 Re が小さいときは円柱の抵抗係数と同程度の値をとるが、 Re が増加すると滑面の場合よりも急勾配で低くなっていることが見られる。一様粗さを取り付けたものは C_d 値が1を越えており、 Re の増加に伴って C_d も増加する傾向が見られた。

(4) 孔あき

翼型に孔をあけたものを流れに対して迎角 $\alpha=0^\circ$ 、 20° に傾けたときのレイノルズ数と抵抗係数の関係を図7に示す。 $\alpha=0^\circ$ のとき孔あき翼は滑面翼と C_d 値がほぼ同じ値をとった。これに対して $\alpha=20^\circ$ のときは Re が増加すると C_d 値が滑面翼と比べて低くなっているのが見られた。

本実験において翼型に表面形状を変化させたものを用いたが、抵抗の減少は見られなかった。しかし、抵抗係数のレイノルズ数依存性は、滑面とは違った傾向を示すものがあつた。また、孔あき翼では、流れに対して傾けたときに抵抗係数の減少が見られたが、これは円柱の場合と同じ効果が働いたためと思われる。

4. 結論および議論

一様流中に置かれた物体に働く抵抗をレイノルズ数 $5 \times 10^3 \sim 9 \times 10^3$ の範囲で測定した結果以下のことがわかった。

- 1) 両孔円柱では、孔をあけていない円柱と比較して迎角が $0^\circ \sim 60^\circ$ のときに特に大きな抵抗の減少が見られ、抵抗の軽減度は最大で38%であった。スリットに比べて小さな面積しか持たない孔列でも同程度の減少が見られたことは注目に値する。
- 2) 片孔円柱では、迎角が 0° のとき最も大きな抵抗の減少が見られた。
- 3) 表面形状を変化させた翼型では、滑らかな表面を持つ翼型と比較して抵抗の減少が見られなかった。しかし、抵抗係数のレイノルズ数依存性の傾向の変化が見られた。

本実験の結果によると、円柱に孔列をあけることにより大きな抵抗減少が見られたが、これは迎角が $0^\circ \sim 60^\circ$ と広範囲にわたって効果があるので、流れの方向が変動するような場合でも有効である。また、孔の占める面積の割合はスリット等に比べても非常に小さいので強度的に問題が少ないと思われる。

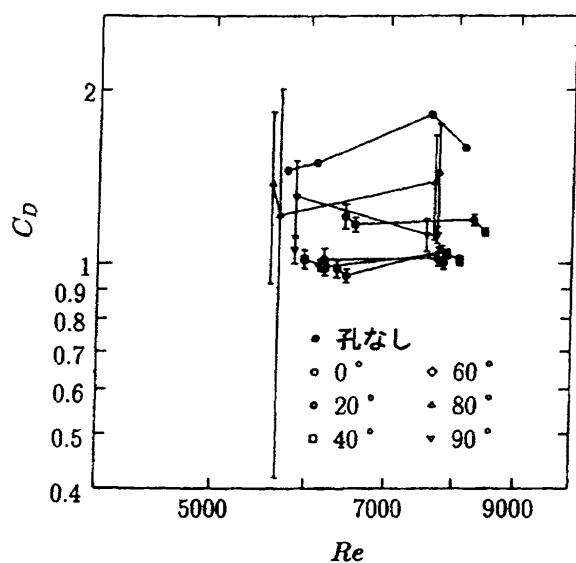


図4 両孔円柱 (図2a) の抵抗係数 —— 迎角依存性

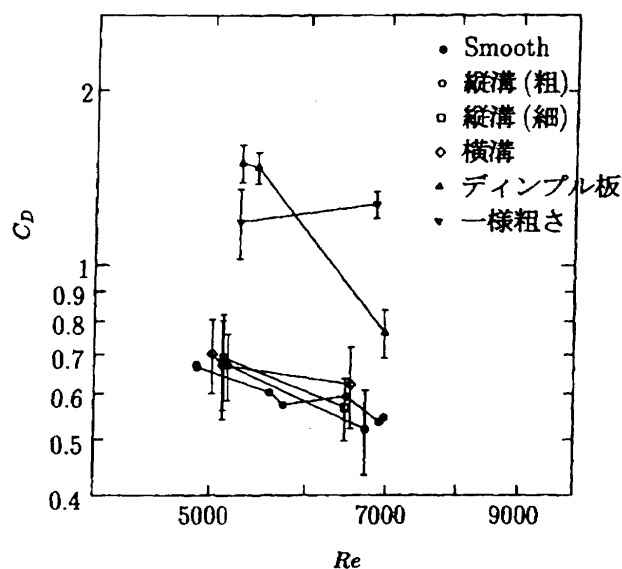


図6 翼型の抵抗係数 —— 表面粗さ依存性 (図2c)

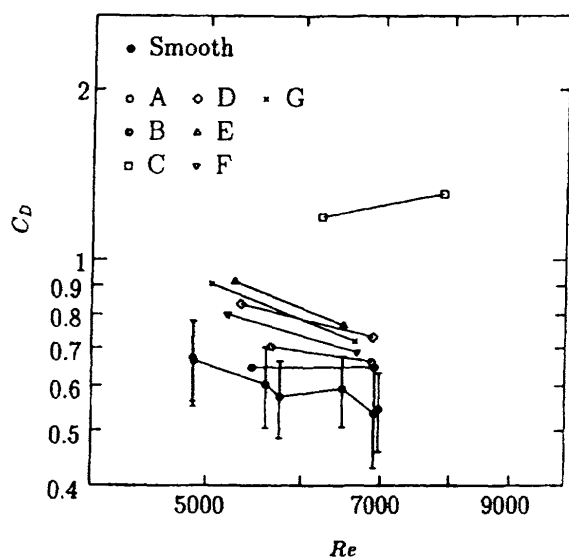


図5 翼型の抵抗係数 —— 三角柱の取り付け位置依存性 (図2b)

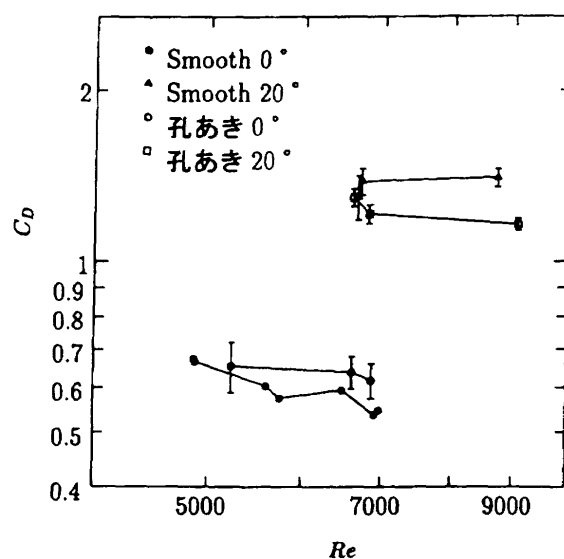


図7 翼型の抵抗係数 —— 孔列の影響 (図2d)

参考文献

- 1) 大村秀雄 : 鯨の生態, (共立出版, 1974).
- 2) H. ヘルテル 著 土屋喜一 訳 : バイオエンジニアリング, (朝倉書店, 1985).
- 3) 中尾晨一 : リブレット技術の実用化への課題, ながれ13 (1994) 271-277
- 4) 井筒直樹 : スリットを持つ円柱に働く流体力の測

定, ながれ12 (1993) 293-301.

- 5) 横山直隆 : パソコン機械制御と制作実習入門 (技術評論者, 1990).
- 6) 浅沼強 編 : 流れの可視化ハンドブック (朝倉書店, 1977).
- 7) 日本流体力学会 編 : 流体力学ハンドブック (丸善株式会社, 1987).

横流れ不安定波の分散性について

高 木 正 平* 伊 藤 信 毅*

Dispersive Evolution of a Point-Source Disturbance in Three-Dimensional Boundary Layers Subject to Crossflow Instability

Shohei TAKAGI and Nobutake ITOH

National Aerospace Laboratory

ABSTRACT

The formation and development of a point-source disturbance in a three-dimensional boundary layer subject to crossflow instability has been investigated experimentally. The disturbance was artificially initiated by an airjet column, which was continuously issued into the boundary layer flow through a small hole. Hot-wire surveys showed that both stationary and traveling modes evolve into a wedge shape as the traveling waves dispersively propagate in both directions approximately normal to local external flow.

Keywords : crossflow instability, stationary vortices, traveling waves, one-point disturbance

1. はじめに

三次元境界層に固有な横流れ不安定場では、外部流にほぼ平行な軸をもつ同方向に回転する縦渦 (e. g. Gray 1952, Gregory *et al.* 1955) と外部流にほぼ直角方向に伝播する進行波 (Takagi & Itoh 1994) が観察されている。しかしこれらの攪乱の増幅率や成長限界は風洞の固有乱れや模型表面粗さ等の外乱に関連するだけでなく、縦渦と進行波の非線形干渉が予想以上に早い段階で生じることが最近の研究 (Bippes *et al.* 1991, Malik & Chang 1994) で指摘され始めた。このような横流れ不安定の特性を克服し、信頼性が高く整合性のある実験結果を提供するためには、まず外乱の影響を出来る限り軽減する必要がある。そのために横流れ不安定攪乱の人工励起が有効であるが、励起方法は粗度 (高木他 1993) 以外知られていない。そこで本研究では模型前縁の小さな孔から空気を噴出させ、点状連続攪乱を導入して進行波と縦渦を同時に励起する方法を示すと共に、これらの攪乱の分散特性についても調べる。

2. 実験結果と考察

一連の実験は航技研にある小型低乱風洞で実施し、一様流速を 38.9m/s とした。後退翼は外径直径 $D=100\text{mm}$ 、前縁長 750mm 、後退角 50° の円柱模型で模擬した。横流れ攪乱を励起するために噴流を前縁から周方向 20° で、円柱のほぼ中央の 0.8mm の穴から 17m/s で定常噴出させた。この噴流によって境界層内に局所的に変曲点型の剪断層が形成され、この不安定の結果噴出孔直後の狭い領域内に外部流の3%程度の乱れが発生した。その乱れは 20kHz まではほぼ平坦な白色雑音特性を示した。図1は種々の θ における主流方向の平均速度及び非定常攪乱の振幅分布を示す。ここで Y は噴出孔からとった前縁と平行方向の距離である。左図から縦渦、右図から進行波が励起されていることは明白である。右図の2本の破線は進行波成長の限界を示す中立線である。進行波は指数成長と楔状の広がりを見せているが、縦渦の振幅はほぼ一定である。これは進行波と縦渦の干渉の結果と思われる (Bippes *et al.*)。進行波の分散特性を調べるために、そのスペクトル分析をした。結果の一部を図2に示した。図中の丸数字は図1

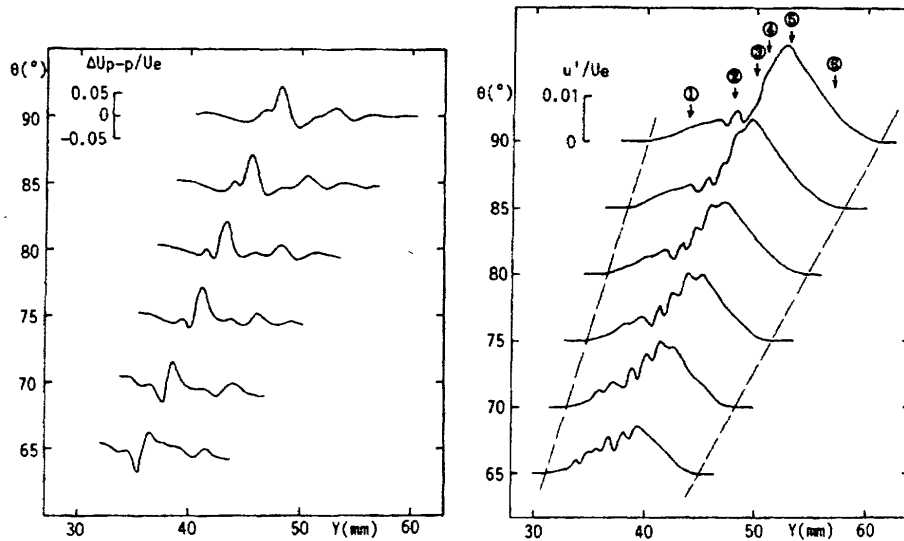


図1 縦渦及び進行波の発達

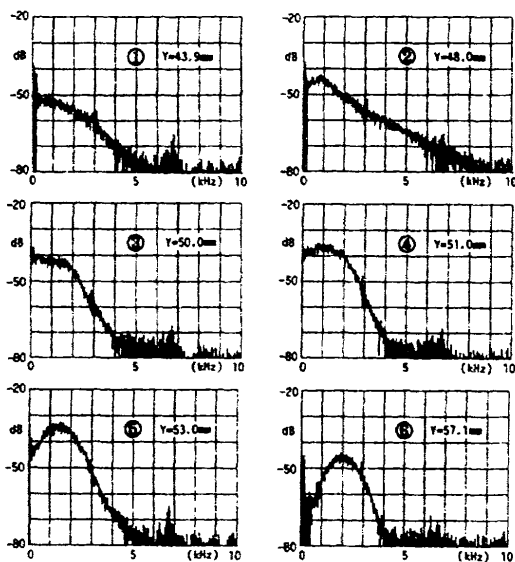


図2 横流れ進行波のスペクトル

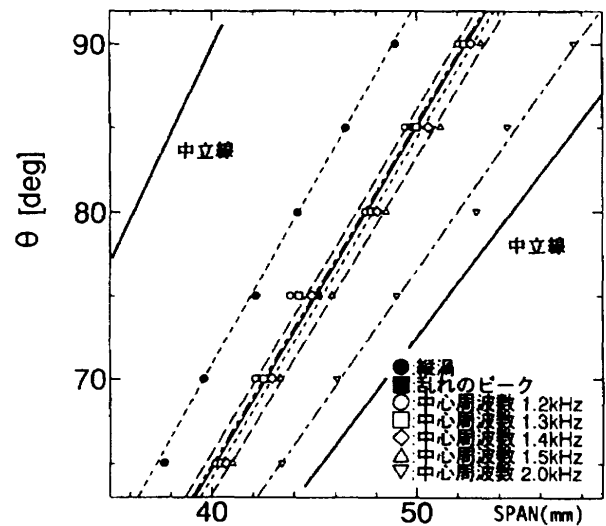


図3 横流れ不安定攪乱の分散特性

内の丸数字と対応している。楔内の攪乱の周波数は位置の関数であることが分る。そこで、特定の周波数の攪乱に着目し、その振幅が最も大きくなる位置を図示したのが図3である。図には中立線、最大乱れ及び周波数0、すなわち縦渦の位置も示されている。線形安定理論は伝播方向の異なる二種類の進行波の存在を予測しているが、図3は縦渦を挟んで左右に分散する二種類の攪乱が成長していることを明示している。すなわち横流れと反対方向つまり縦渦の右側は最も不安定な攪乱を含む領域である。従来から実験的に多く観察された横流れ進行波はこの領域に属する。一方、横流れ方向に伝播している成長率の

低い進行波の存在は図2のスペクトル ($Y=43.9\text{mm}$ と 48mm) から明白であるが、縦渦の右領域のように分散関係を明確に表わすことは出来なかった。縦渦の勾配は付着線から 62° 、 $f=1.3\text{kHz}$ 及び最大乱れ強度線の勾配は 60° であり、TakagiとItohが求めた一様に発達している横流れ不安定場で計測した進行波の波面の勾配とほぼ一致している。

以上をまとめると、横流れ不安定場の小孔から噴出した定常噴流は縦渦と進行波を励起するのに有効手段であり、ここで導入された点状連続攪乱は、外部流線にはほぼ平行に縦渦を形成するとともに、それとはほぼ直角方向に伝播する進行波に成長し、その周波数は縦渦から離れる程周波数が高くなる。

引用文献

- 1) Bippes H., Müller B. & Wagner M. 1991 Phys. Fluid 3, 2371-7.
- 2) Gray W. E. 1952 RAE TM Aero 255.
- 3) Gregory N., Stuart J. T. and Walker W. S. 1955 Phil. Trans. R. Soc. Lond. A208, 155.
- 4) Malik, M. R. & Chang, C. -L. 1994 J. Fluid Mech. 268, pp. 1-36.
- 5) Takagi S. and Itoh N. 1994 Fluid Dyn. Res. 14, 167-189.
- 6) 高木正平, 伊藤, 中野, 細川 1993第25回乱流シンポジウム 104-107.

臨界レイノズル数における球の回りの流れの型の変化

神谷 信彦* 渡辺 京司*

Change of the Type of the Flow Past a Sphere in the Critical Range of the Reynolds Numbers

Nobuhiko KAMIYA and Kyouji WATANABE
Faculty of Engineering, Nagoya University

ABSTRACT

The process of the change of the type of the flow from the subcritical type to the supercritical type has been clarified by means of force measurement, surface oil-flow method and smoke method.

Keywords : sphere, type of flow, critical Reynolds numbers

1. まえがき

円柱に働く空気力は臨界レイノズル数において不連続的に変化するが¹⁾、球の場合には連続的に変化する²⁾。また、臨界レイノズル数前後における球の回りの流れの型は報告されているが³⁾、その変化の過程は未だ明らかにされていない。流れの型の変化の過程、及び、変化が連続的である理由を明らかにする目的でこの実験を行なった。

2. 実験装置

名大の傾斜風洞で実験を行なった。

3. 実験結果

球の直後の位置で支柱から煙を出して、高速度カメラで撮影した。また、同時に油膜法による可視化も行った。油膜の厚さは $1 \sim 100\mu\text{m}$ である。結果を図1に示す。

$Re = 1.97 \times 10^5$ の場合は剥離線が 80° 附近にあり、剥離泡の形成は認められず、明らかに亜臨界型である。煙で示される剥離領域は 90° 附近まで遡っている。

$Re = 2.43 \times 10^5$ の場合には剥離線は 85° 附近にあり、 100° 附近にもう一本線が認められる。これが再付着線とするとその後は付着領域で、付着流の剪断応力のため油膜が

薄くなり黒くなる領域が現れる筈であるが、それが認められない。これが剥離線とするとその上流は付着流であり、やはり黒くなる筈であるが、それも認められない。しかし、この線の下流では一様流方向の流線は殆どなく、気流は殆ど流れてないように見える。高速度撮影によれば、この場合には煙により示される剥離線（煙が遡る上流の限界線）は大きく振動しており、油膜で示される二本の線は剥離線の上流の限界と下流の限界を表し、剥離線はこの二本の線の間で激しく振動しているものと考えられる。従ってこの場合は、層流剥離泡が出来たり消えたりして、亜臨界型の流れと超臨界型の流れが交互に、時間的にはランダムに、また、後述のように空間的には非軸対称的に現れたり消えたりしているものと思われる。

$Re = 5.05 \times 10^5$ の場合は層流剥離泡、再付着領域、乱流剥離線が明瞭に表されており、超臨界型を示している。

油膜模様は常に軸対称であった。一方図2に示すように、ビデオカメラで撮影された煙は非軸対称な流れの存在を示している。煙の偏りの方向はランダムに変化していた。

4. 結論

- 1) 流れが亜臨界型から超臨界型に遷移する臨界レイノズル数領域では、層流剥離泡が出来たり消えたりして、亜臨界型の流れと超臨界型の流れが交互に、時

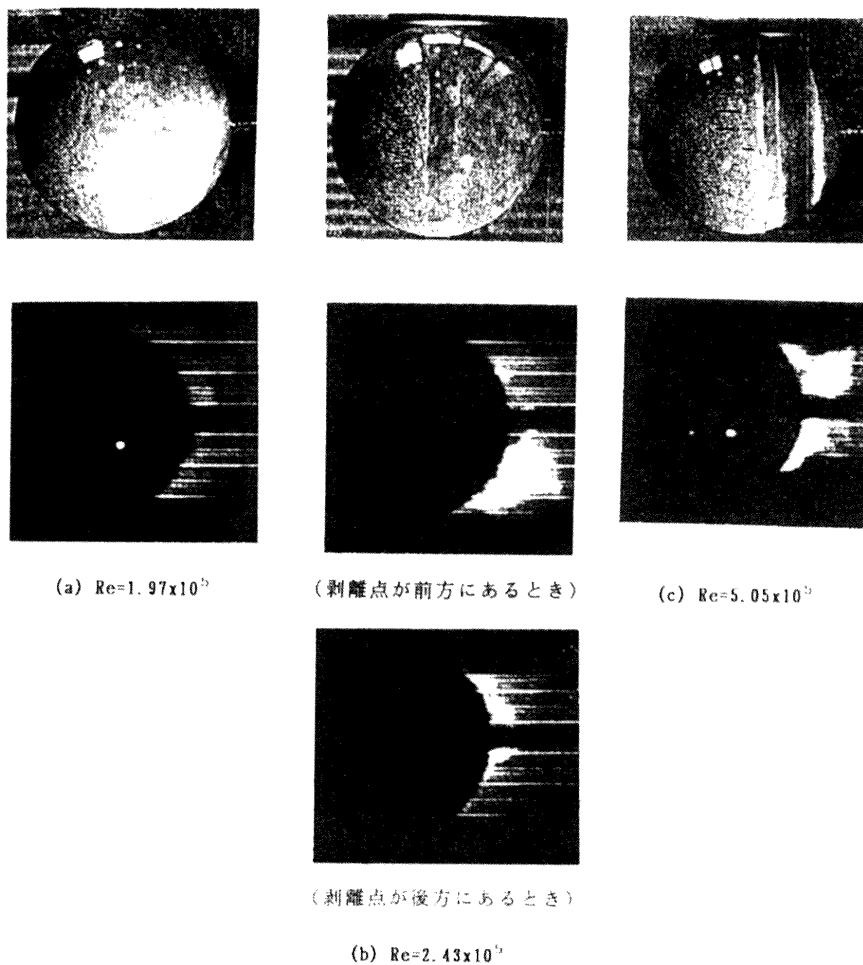
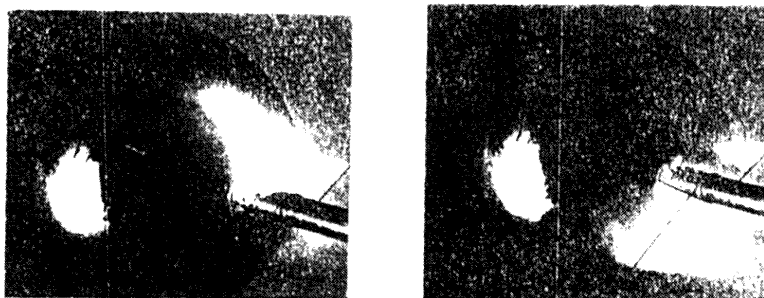


図1 煙及び油膜による可視化の対応

図2 煙の非軸対称，非定常な変動 ($Re=3.19 \times 10^5$)

参考文献

間的にはランダムに，また，空間的には非軸対称的に現れたり消えたりしていることが分った。

2) 測定された空気力は (1) で記された非定常，非軸対称な流れによる力の時間，空間平均の値であり，亜臨界型と超臨界型の中間の値を示すので，レイノルズ数による変化が連続的になるものと思われる。

- 1) N. Kamiya, S. Suzuki and T. Nishi, On the Aerodynamic Force Acting on a Circular Cylinder in the Critical Range of the Reynolds Number, AIAA Paper 79-1475, 1979.
- 2) E. Achenbach, Experiments on the Flow Past Spheres at very High Reynolds Numbers, J. Fluid Mech. (1972), vol. 54, part3, pp. 565-575.

回転球後流中に生成する らせん渦の可視化

伊 藤 光* 高 仁 秀* 貞 本 敦 史*

Flow Visualization of Spiral Vortices Generated in the Wake of a Rotating Sphere

Akira ITO, Yoshihide KOH and Atsushi SADAMOTO
Department of Mechanical Engineering, Meiji University

ABSTRACT

Flow patterns around a rotating sphere with smooth surface in axial air flow were visualized by smoke technique at low Reynolds number range in a vertical wind-tunnel. The sphere has a diameter of 38mm, and the experiments were carried out for main airflow velocity up to 1m/s and rotating maximum speed of 1800 rpm. It was found that the spiral vortices with mushroom type sectional forms were generated in the wake of the rotating sphere. Furthermore, the spiral vortices around the sphere were also visualized clearly in still fluid.

Keywords : rotating sphere, spiral vortices, axial flow, still fluid

1. はじめに

筆者らの研究室では以前に、自転降下するカエデ翼果の模型実験を試みたとき、種子部の代わりに付けた回転球まわりの流れが注目された¹⁾。このような回転球後流の構造については興味深く、未知な部分が多いように考えられたので以下に述べる実験を試みた。一般に主流方向に軸を持つ回転球の実験としては多くの報告があるが、例えば静止流体中および主流を加えた流れの可視化からは、球表面の境界層内にスパイラル状渦の生成も報告²⁾されている。一方本実験では小型垂直軸風洞の中に平滑球を置き、定常回転する球のまわりの模様を煙で可視化したところ、低速気流中においては球後流域にキノコ似た断面を持つ大規模ならせん状渦が新たに認められた。さらに静止流体中でも、回転球赤道延長面上を波状的に広がるせん状渦も可視化された³⁾。今回の実験はいずれも低レイノルズ数の範囲に限られているが、まずその可視化結果の概略を報告する。

2. 実験方法

図1に実験した垂直小型風洞の概略図を示す。その観測筒中央部に直径 $d=38\text{mm}$ の平滑回転球を配置し、筒内の主流速度 u_0 を 1.0m/s (レイノルズ数 $Re=u_0d/\nu=2600$) 以下、回転球の最高回転数 n を 1800rpm の範囲で、周速比 w/u_0 ($w=\pi nd$) の異なる回転球後流の模様を観察した。この実験では、静止球まわりの流れはすべて層流剥離が保たれているのを確かめている。流れの可視化は、はじめにスモーク・ワイヤ法で回転球まわりの全体の様相を観察したが、本報告では球面上の流れの分岐点(この点を極と呼ぶ)に一本のノズルからの煙を送ってストロボで写した流れを紹介する。この方法には、球面に沿って発達する境界層内に極から煙を供給するので、球を包む流れ全体をみることができる長所がある。

3. 回転球まわりのらせん状渦

はじめに回転軸方向の主流を加え、回転球後流の模様をストロボで可視化してみた。上流のノズルから気流に

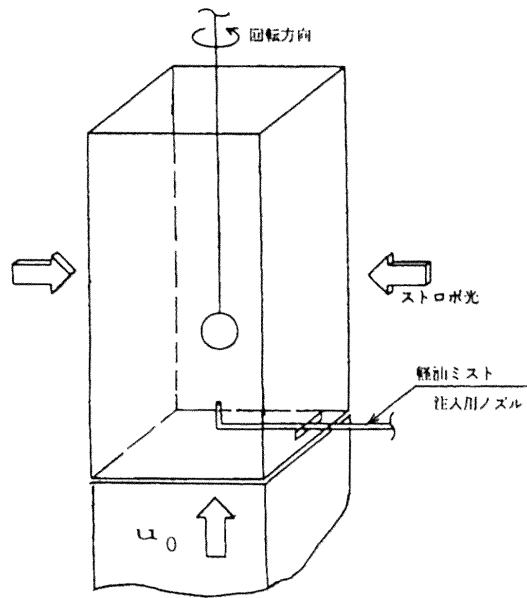


図1 実験装置

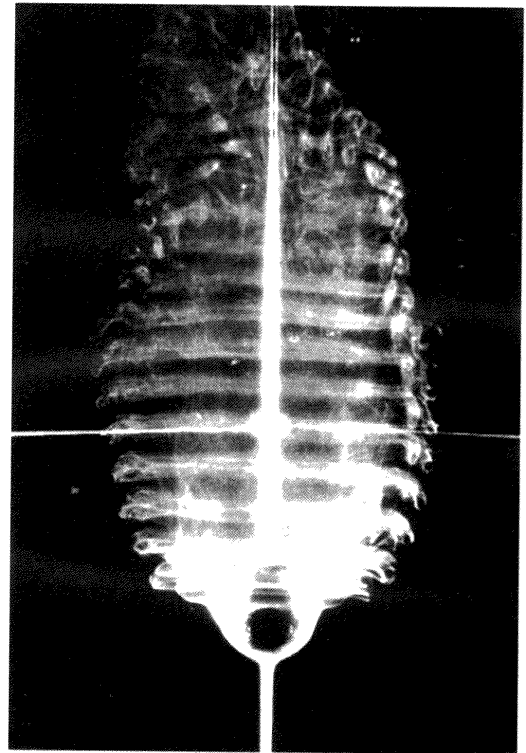


図3 らせん状渦の生成
 $(u_0 = 0.3 \text{ m/s}, n = 1500 \text{ rpm})$ の場合

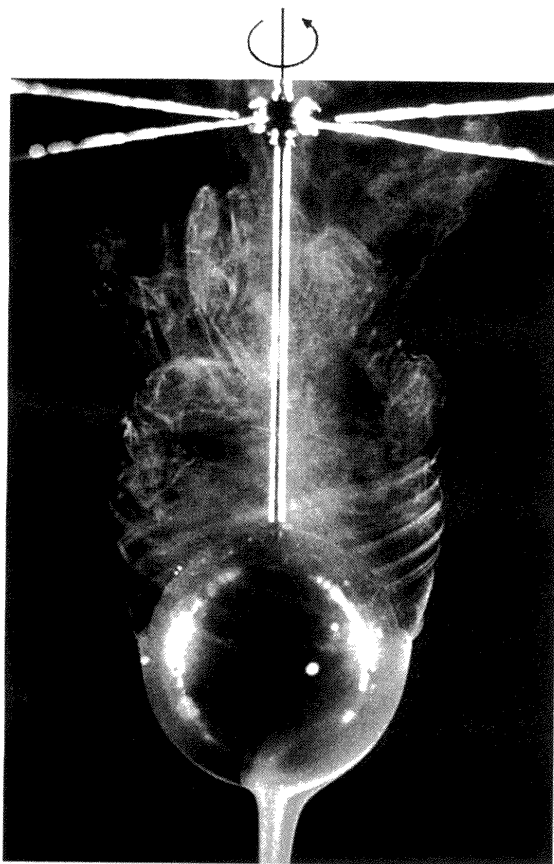


図2 (a) 回転球まわりの流れ
 $(u_0 = 1.0 \text{ m/s}, n = 1200 \text{ rpm})$ の場合

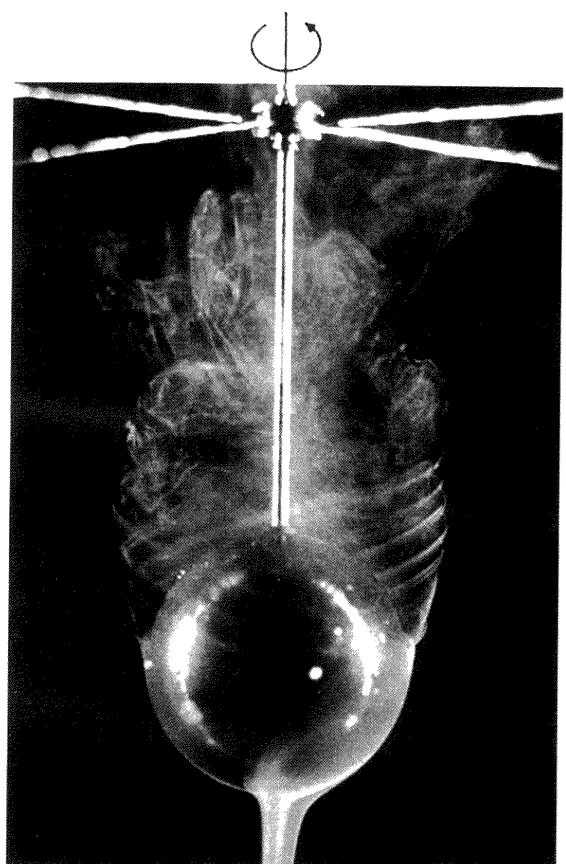


図2 (b) キノコ型煙の生成
 $(u_0 = 0.5 \text{ m/s}, n = 1800 \text{ rpm})$ の場合

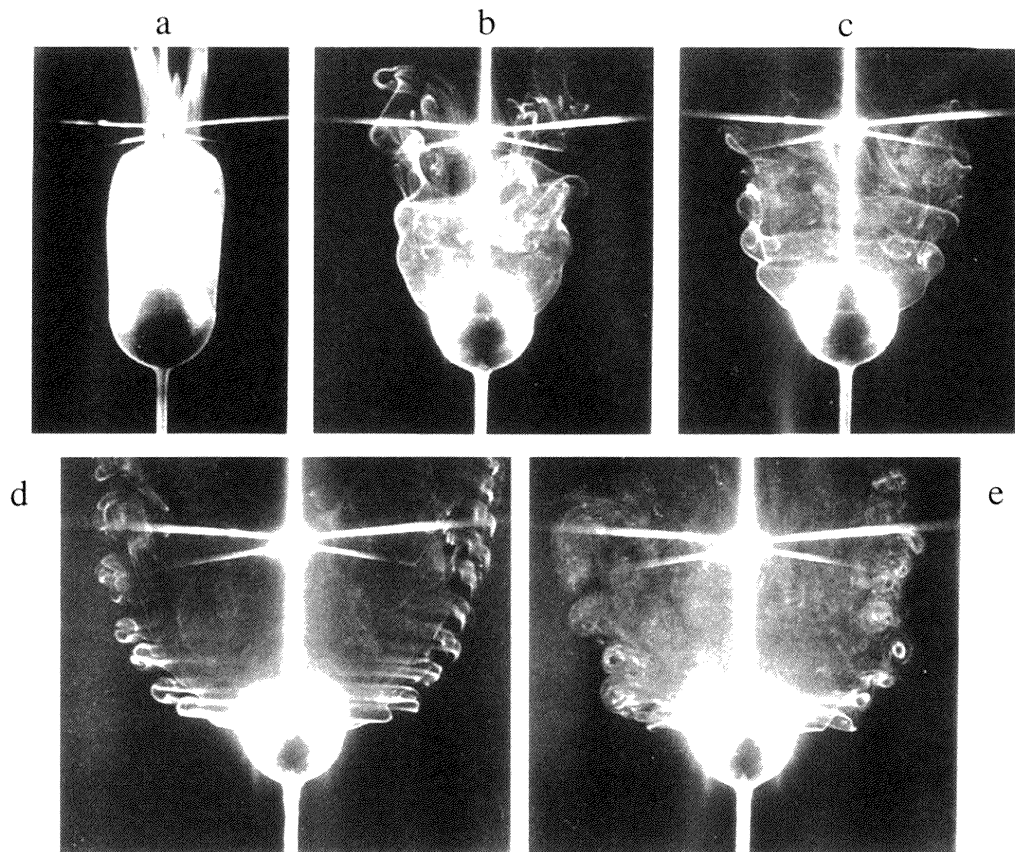


図4 球回転数による後流域の形 ($u_0=0.3m/s$ の場合)
 $a: n=0, b: n=600, c: n=900, d: n=1500, e: n=1800rpm$

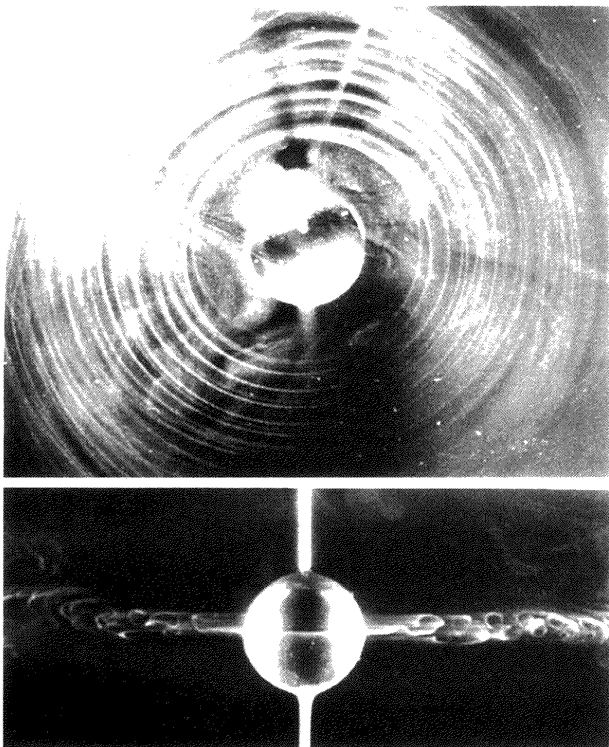


図5 (a) 静止流体中のらせん状渦
 $(u_0=0m/s, n=900rpm)$

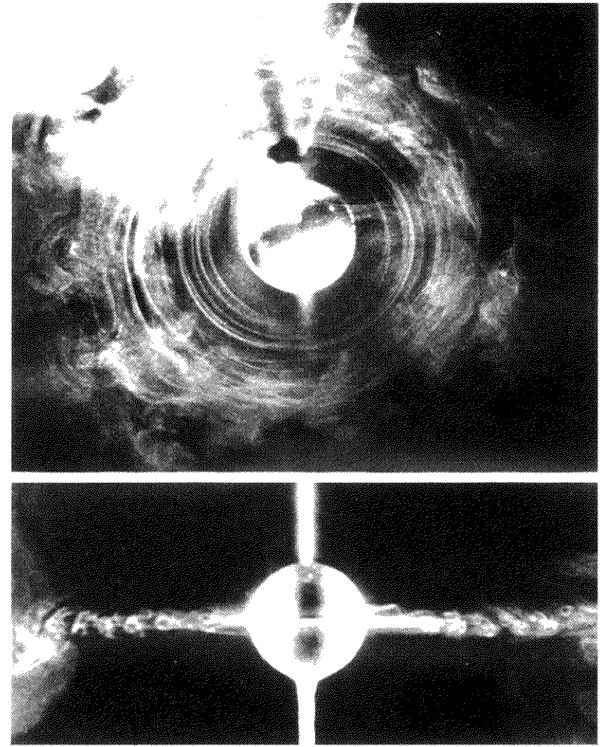


図5 (b) 静止流体中のらせん状渦
 $(u_0=0m/s, n=1500rpm)$

乗せられた煙を上記の極に当てると、煙は回転球面全体に沿って後流に運ばれていく。試みに $u_0=1.0\text{m/s}$, $n=1200\text{rpm}$ では、図2(a)のように回転球からの流れの剥離面に斜めの煙の縞がみえる⁴⁾。主流速度を下げて $u_0=0.5\text{m/s}$, $n=1800\text{rpm}$ にしてみると、図2(b)キノコ状の煙が球後流にみえてくる。この現象に興味を覚えて、さらに $u_0=0.3\text{m/s}$, $n=1500\text{rpm}$ 、周速比 $w=10$ にしてみると、図3のように安定した顕著ならせん状渦を新たに見いだすことができた。断面はキノコ状であり、回転球後流の広範囲に生成されている。 $u_0=0.3\text{m/s}$ に保って n を増してみると、 w/u_0 の増しにつれて図4のように後流域の全体形状および球赤道近くから剥離する煙の挙動が顕著になる。 $n=1500\text{rpm}$ では流体遠心力の増加により、上記のように断面がキノコ状の螺旋渦が傘を開いたような形状を作る。さらに n を増すと渦が早期に崩壊しはじめる。上のらせん状渦の周波数 f は球回転数と一致している。なお球面の振幅をレーザ変位計で測定すると、 $0.003d$ 程度である。

つぎに、らせん渦の発生機構を確かめるために、静止流体中の回転球まわりの流れを可視化した。図5(a)、図5(b)は回転球赤道から半径方向に広がるらせん状渦の模様で、平面と断面との比較を示す。 n を増すに連れて、球近くで渦が崩壊するようになる。このような渦は、球赤道付近に集められた境界層の噴流が静止流体との間に作られる速度せん断層の不安定面に形成したと理解される。この場合、球面から赤道延長面上の $0.8d$ 付近で噴流平均速度および速度変動が最大に達するが、この変動周波数 f は上と同じく球回転数 n とよく一致している。

4. むすび

レイノルズ数 $Re=2800$ の範囲で、主流方向に軸を持つ回転球まわりの流れを実験し、球赤道付近から生成するらせん状渦を検討した。その結果、 $Re=800$, $w/u_0=10$ 近くで球後流域を包む明瞭なキノコ型のらせん状渦模様が観察された。今後、直径の異なる回転球の実験を加えて、広い範囲のレイノルズ数におけるらせん状渦の生成過程を検討する計画である。さらに主流に回転軸を傾けた実験も予定している。回転円板まわりの流れも比較してみたい。

参考文献

- 1) 伊藤 光, 高橋睦: 第23回流体力学講演回講演集, (1991), 13-16.
- 2) R. Kobayashi, Y. Kohama and M. Kurosawa: J. Fluid Mech., Vol. 127 (1983), 341-352.
- 3) 伊藤 光, 高 仁秀, 貞本敦史: 第26期日本航空宇宙学会年会, (1995), 76-77.
- 4) 伊藤 光, 高 仁秀: 第22回可視化情報シンポジウム講演論文集, (1994), 55-58.

剥離再付着流れにおけるT-S波動の非線形励起過程

浅井 雅人* 相場 清宏*

A Nonlinear Process Generating Tollmien-Schlichting Waves in a Reattached Boundary Layer

Masahito ASAI and Kiyohiro AIBA
Tokyo Metropolitan Institute of Technology

ABSTRACT

In this study, a possibility of the occurrence of Tollmien-Schlichting wave of frequency f^2-f^1 through the nonlinear interaction between two primary instability modes of f^1 and f^2 is investigated numerically in a flow over backward-facing step. The results clearly show that the f^2-f^1 mode which is first generated through the second-order coupling between the primary waves changes in structure around the reattachment position and eventually evolves into the viscosity-conditioned Tollmien-Schlichting wave in the downstream reattached boundary layer.

1. まえがき

乱れが弱い気流環境下での境界層遷移は粘性型不安定によるT-S波動の空間増幅から始まる。それゆえ流れの安定性理論は遷移予測の有効な手段と言えるが、しかしながら安定性理論は各周波数の固有モード（T-S波）の増幅減衰を予測するだけで気流中の外乱がどれほどの初期振幅の固有モードを生みだすかについては答えてくれない。この外乱が固有モードを生みだす機構および過程が受容性¹⁻³であり、与えられた外乱場とそれから生まれる固有モード（T-S波）をリンクする。例えば、平板境界層の場合には、主流中の外乱（音など）が壁で誘起する振動ストークス層が流れ方向に変化する前縁領域や壁のわずかな凸凹などと協力して発生することになる²⁻⁴。

このような受容過程は本質的には線形現象であり、与えられた外乱が生み出す渦度変動の中で固有モードのフーリエ成分が種となりその強さ（振幅）に比例して固有モードの強さが決まる^{2, 3, 5}。励起されるT-S波動の周波数はもちろん外乱周波数と一致する。しかしながら、最近、筆者らにより、励起されるT-S波動の高調波成分がもし増幅帯域に或るかそれに近い場合には、高調波周波数の固有モードが同時に励起され得ることが指摘された

。これはまた、複数の周波数のモードがある場合、各モード間の非線形干渉で生まれる成分が流れの条件によっては新たに固有モードに変身する場合があることを示唆する。そのような流れの例として、バックステップを過ぎる剥離再付着流れが考えられる。この流れはまず、剥離剪断層においてまず変曲点不安定の特性をもち、そこでは、剥離剪断層の厚さでスケールされる小スケール（高周波数）の変動を増幅させる。一方、再付着後の境界層における粘性型不安定により増幅するT-S波動の波長は境界層厚さの10倍以上であり一般に上流で増幅する変曲点不安定波動のそれよりもかなり大きい（周波数は低い）。このとき、剥離域において近接した周波数のモード（周波数 f^1 と f^2 ）間の非線形干渉で生じる低周波成分（周波数 f^2-f^1 ）がT-S波動の種になり下流でT-S波動を生み出す可能性はないであろうか。本研究では、この点を数値シミュレーションを通して詳細に調べている。

2. 計算モデル

計算対象は図1に示すバックステップを過ぎる流れである。座標はステップの底を原点にとり、流れ方向に x 、垂直上向きに y である。ステップの上流でブラジウス境界層

分布を与え、その排除厚さを基準長さにとっている。ステップの高さは上流境界層厚さ（排除厚さの3倍）と同じ3である。上流境界はステップの10倍（ $x=-30$ ）、下流境界は50倍（ $x=150$ ）の位置にあり、上方には約9倍（ $y=27.5$ ）の計算領域をとっている。計算領域は 600×215 に離散化し、 x 方向には等間隔メッシュ、 y 方向には不等間隔メッシュを用いた。基礎方程式は非圧縮ナビエーストークス方程式であり、対流項には三次風上差分⁷⁾、その他の空間微分は二次の中心差分を用いている。数値計算はSMAC法により行った。一様流速度と上流境界での排除厚さに基づくレイノルズ数は200（ステップ高さに基づけば600）である。攪乱はステップの壁面に次の v 変動、

$$v = \cos^2 \{ \pi (y-1.6) \} \{ A_1 \sin(\omega_1 t) + A_2 \sin(\omega_2 t) \},$$

$$(|y-1.6| < 0.5)$$

を連続的に与えることにより導入される。

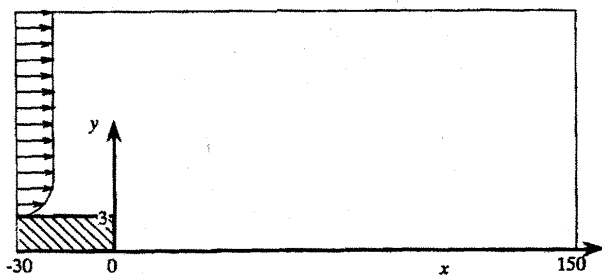


図1 流れ場の概略。

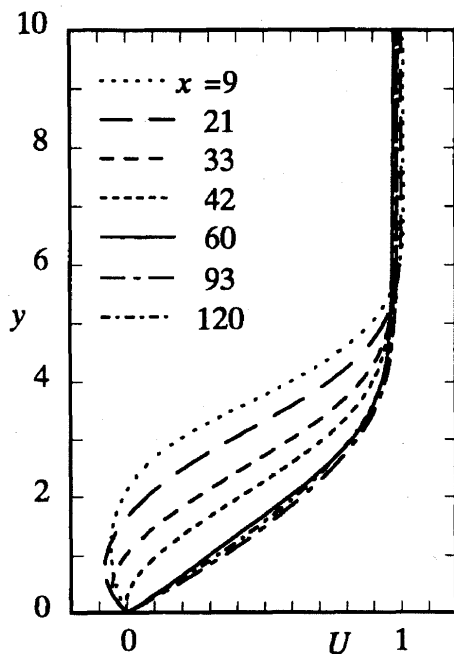


図3 定常流の x 方向速度 U の y 分布。

3. 結果と考察

初めに、上記外乱を導入しない状態で計算を行ない、定常な流れを得た。図2は得られた定常流れの流線を表している。逆流域は $x=42$ まで続いている。図3は各 x 位置での速度分布 $U(y)$ であり、剥離泡内の逆流は最大でも主流の10%弱であり、従って絶対不安定性の性質が現われず⁸⁾、攪乱を連続的に与えない限りこのような定常な流れが得られる。 $x=70$ 以遠の速度分布はブラジウス分布に近く、下流境界（ $x=150$ ）での境界層排除厚さおよび運動量厚さに基づくレイノルズ数はそれぞれ390および157である。また、図4は $x=9, 21, 33, 120$ 位置の速度分布に対して平行流近似（オル・ゾンマーフェルド方程式）に基づき計算された増幅率（ $-\alpha_i$ ）である。ステップのすぐ下流の剥離域では周波数0.2付近の攪乱が最大増幅率をもち、再付着位置（ $x=42$ ）に近づくにつれ増幅周波数が低周波数に移る。また再付着後の境界層では $\omega=0.07$ 付近が最も不安定なモード（減衰率最小）であることがわかる。

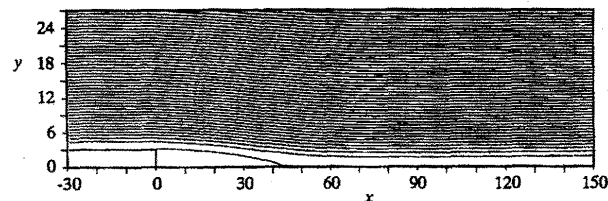


図2 攪乱を導入しないときの定常流の流線

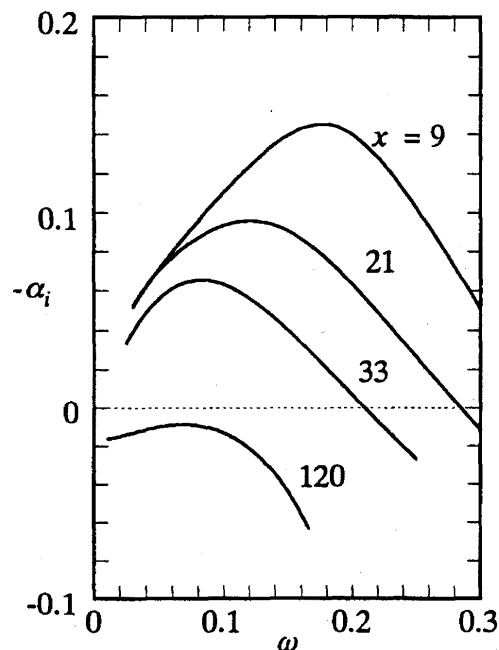


図4 オル・ゾンマーフェルド方程式により計算された空間増幅率の周波数依存性。

この特性を参考に、外乱周波数として $\omega_1=0.15$, $\omega_2=0.20$ を選択した：差の周波数 $\omega_2-\omega_1=0.05$ である。外乱振幅は $A_1=A_2=0.05$ （一様流速の5%）である。

図5はステップ直後の $x=12$ 位置での ω_1 モードの速度変動の振幅位相分布をオル・ゾンマーフェルド方程式の固有モードと比較している。図のように、励起された攪乱の構造は固有モードと極めて良く一致するのがわかる。 ω_2 モードについても同様の極めてよい一致を確認している。これらの基本モードは、局所的に線形安定理論に従い増幅し、 ω_1 モードは $x=50$ まで、 ω_2 モードは $x=37$ まで増幅した後（最大振幅はそれぞれ1%程度である）、再付着後の境界層で粘性型の波動に構造を変化させながら速やかに減衰する。

これら基本モードの増幅減衰の様子も含め、初めに述べたように、励起された2つの基本モードの非線形干渉により生じる差の周波数（ $\omega_2-\omega_1$ ）成分の振る舞いに注目しよう。まず、攪乱の構造は流れが非常に非平行であるため下流方向に著しく変化するので、各モードの発達を次式で定義される攪乱エネルギー

$$E = \int_0^\infty |u'|^2 + |v'|^2 dy$$

の x 方向変化で追跡する。図6は ω_1 、 ω_2 および $\omega_2-\omega_1$ のモードのエネルギーの x 変化を比較している。図のように、基本モードが増幅し振幅が増すと共に丁度両モードの増幅

率の和の増幅率で差のモードが成長していて、剥離領域では二次の非線形効果で発達するのがわかる。注目すべきは、基本モードの増幅が止る再付着後の境界層においては、基本モードが急減衰するのと対照的に、差のモードはそれに追従せず最大増幅時の強さを維持し緩やかに減衰するだけである。再付着後の境界層におけるこの差のモードの構造を調べるとさらに興味深い結果が得られる。図7は $x=93$ 位置での差のモードの振幅位相分布であ

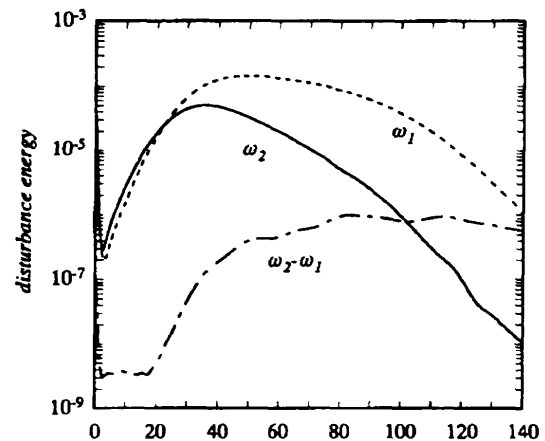


図6 基本モード（ ω_1 モード、 ω_2 モード）および（ $\omega_2-\omega_1$ ）モードのエネルギーの x 方向変化（ $A_1=A_2=5\%$ ）

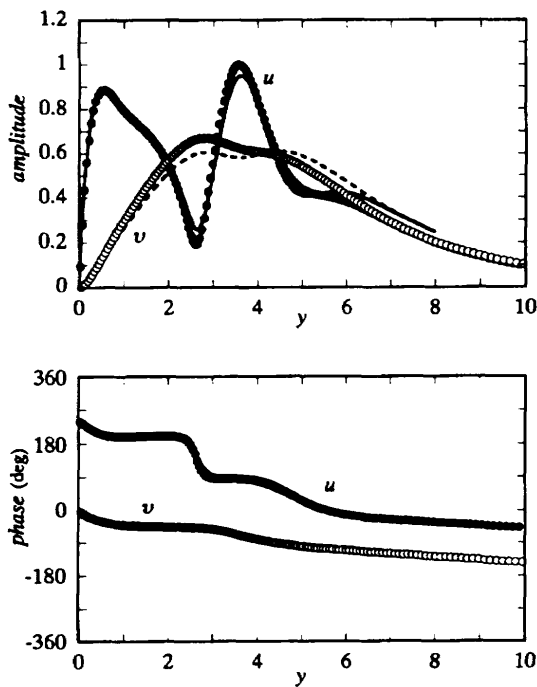


図5 励起された攪乱（ ω_1 モード）の振幅位相の y 分布（ $x=12$ ）。
実線（ u ）と破線（ v ）；オル・ゾンマーフェルド方程式の固有モード。

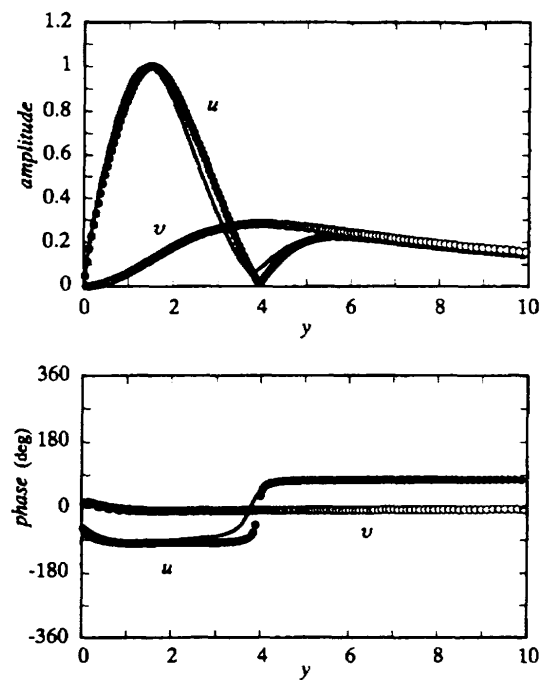


図7（ $\omega_2-\omega_1$ ）モードの振幅位相の y 分布（ $x=93$ ）。
実線（ u ）と破線（ v ）；オル・ゾンマーフェルド方程式の固有モード。

る。図のように、分布の特徴は粘性型の $T-S$ 波動の分布そのものであり、基本モードの減衰後、非線形で生まれた差の周波数モードは固有モードに変身している。図にはそこでの境界層速度分布から計算される固有モードの振幅位相分布を比較のため示しているが、 $\omega_2 - \omega_1$ のモードがまさに固有モードとして同定される。この $\omega_2 - \omega_1$ 周波数の固有($T-S$)モードが生成される過程は、速度分布が変曲点型から壁面に沿う境界層型に移り変わる付近から始まる。受容性の観点から言えば、剥離域で発達した2つの変曲点不安定波動の二次の非線形効果で生まれた $\omega_2 - \omega_1$ 周波数成分が基本流が急激に空間変化する再付着位置付近で粘性型の $T-S$ 波動の波長をもつ渦度攪乱に変化することを示している。

4. むすび

以上のように、剥離剪断層の不安定性で成長した2つの高周波攪乱が二次の非線形干渉の結果として低周波の $T-S$ 波動を励起することが示された。複数の周波数の不安定波動がある場合、このような非線形応答は常に念頭に置く必要があると考えられる。

なお、本研究は部分的に東京都特定学術研究費の援助を受けた。

参考文献

- 1) M. V. Morkovin, AFFDL-TR-68-149 (1969)
- 2) M. E. Goldstein, J. Fluid Mech. 154, 509-529 (1985).
- 3) M. Nishioka and M. V. Morkovin, J. Fluid Mech. 171, 219-261 (1986).
- 4) Y. Fukunishi, R. Kobayashi, Y. Kohama, W. Saric, and H. Reed, NAL SP-25, 33-36 (1994).
- 5) M. Asai and M. Nishioka, Fluid Dyn. Res. 13, 12, 229-239 (1993).
- 6) M. Asai and M. Nishioka, Fluid Dyn. Res. 14, 53-62 (1994).
- 7) T. Kawamura and K. Kuwahara, AIAA Paper, No. 84-0340 (1984).
- 8) P. Huerre and P. A. Monkewitz, Ann. Rev. Fluid Mech. 22, 473-537 (1990).

下面加熱矩形ダクト内混合対流の不安定性と遷移

山 田 純* 宮 寄 武* 細 川 巖*

Instability and Transition of Mixed Convection in a Rectangular Duct Heated from below

Jun YAMADA, Takeshi MIYAZAKI and Iwao HOSOKAWA

The University of Electro-Communications

ABSTRACT

The linear stability of mixed convection in a rectangular duct heated from below is investigated numerically by a collocation method. The eigenvalue problem obtained by making use in the double expansion method in Chebyshev polynomials and the resulting generalized eigenvalue problem is solved numerically. It is found that the traveling transverse roll is the most unstable disturbance when the Reynolds number is less than a certain critical value, while the longitudinal roll is most dangerous when the Reynolds number is larger the critical value.

Keywords : mixed convection, rectangular duct, linear stability, pattern formation

1. はじめに

下面を加熱した水平矩形ダクト内の自然対流では、レイリー数が臨界レイリー数より大きくなると定常なパターンを持った対流が現れ、さらにレイリー数を上げると、対流が非定常化し、カオスを経て乱流へと遷移していく。 x 軸をダクトの軸方向に、 y 軸をスパン方向に、そして鉛直方向に z 軸を選ぶと、ダクト内に現れる定常な対流として、 x 方向に平行な軸を持つ縦ロール対流と x 方向に垂直で y 方向に平行な軸を持つ横ロール対流の2つのロールのどちらかが生じる。*Lee*ら¹⁾は2次元流れの線形安定性を調べ、縦ロールの構造と臨界レイリー数を明らかにした。*Luijckx*ら²⁾は、ダクト内の自然対流の3次元的な理論解析を行い、横ロールが縦ロールより低いレイリー数で生じることを示した。複合対流の場合、縦ロールに関しては、*Lee*らによると側壁が完全伝導壁（温度変化がリニア）のとき、アスペクト比1, 2, 4に対して臨界レイリー数は4946.8, 2347.5, 1837.9で、ロールの数はそれぞれ1, 2, 4と与えられているが、横ロールが形成される臨界レイリー数はまだ調べられておらず、複合対流の臨界レイリー

数と対流のパターンについては、十分な知識は得られていない。

加藤ら³⁾はアスペクト比2のダクト内の複合対流の3次元数値シミュレーションにより、縦ロールの臨界レイリー数より低いレイリー数での不安定性を見出し、対流の発生に3次元性の影響が存在することを指摘した。ここでは、矩形ダクト内の複合対流について、線形安定性理論を用いて3次元の理論解析を行い、横ロールを中心としたダクト内流れのパターン形成の様子を検討する。

2. 線形攪乱方程式と解析法

水平矩形ダクトを考える。ダクト内には定常な主流が存在する。下面は上面より高温で、側壁の温度変化はリニアで固定される。このときダクト内の複合対流を支配するパラメータは、レイノルズ数 Re 、レイリー数 Ra 、プラントル数 Pr の3つの無次元数となる。無次元化の際の代表長さとしてダクトの高さ、代表速度は主流の平均流速を選んだ。流速 u 、圧力 P 、温度 θ とすると、無次元化した線形攪乱方程式は、ブシネ近似を用いて次のように書く

ことができる。

$$\frac{\partial \hat{u}}{\partial t} + (\bar{u} \cdot \nabla) \hat{u} + (\hat{u} \cdot \nabla) \bar{u} = -\nabla \hat{p} + \frac{1}{Re} \nabla^2 \hat{u} + \frac{Ra}{PrRe} \hat{\theta} e_z$$

$$\nabla \cdot \hat{u} = 0$$

$$\frac{\partial \hat{\theta}}{\partial t} + (\bar{u} \cdot \nabla) \hat{\theta} + (\hat{u} \cdot \nabla) \bar{\theta} = \frac{1}{PrRe} \nabla^2 \hat{\theta}$$

ここで変数のバーは定常成分、ハットは攪乱成分を示す。

主流 $\bar{u} = (U_x(y, z), 0, 0)$ は次式で与えられる。

$$U_x(y, z) = \frac{1}{c} \left[\frac{A^2}{4} - y^2 + \frac{8}{A} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{m^3} \operatorname{sech} \frac{m}{2} \cosh mz \cos my \right]$$

$$m = (2n+1)\pi / A$$

$$c = \frac{A^2}{6} - \frac{32}{A^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\tanh m}{m^5} \frac{2}{m^3}$$

境界条件は、アスペクト比を A とすると、 $y = \pm A$ で、

$$\hat{u} = 0, \quad \hat{p} = \theta = 0$$

$$\frac{\partial \hat{v}}{\partial y} = 0$$

$z = \pm 1$ では、

$$\hat{u} = 0, \quad \hat{p} = \theta = 0$$

$$\frac{\partial \hat{u}}{\partial z} = 0$$

となる。

速度、圧力、温度を x 方向にフーリエ級数展開する。基本流が x 方向に一様であることから、1つのフーリエ成分だけを取り出して考えることができるので、波数 k 、線形増幅率 σ のフーリエ成分、

$$e^{ikx - \sigma t}$$

について考える。速度の x 方向成分と圧力を消去し、残りの未知数のフーリエ係数を y, z 方向に2重チェビシェフ多項式展開する。

$$\tilde{v}(y, z) = \left\{ 1 - \left(\frac{y}{A} \right)^2 \right\}^2 \left\{ 1 - z^2 \right\}^2 \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^N V_{mn} T_m \left(\frac{y}{A} \right) T_n(z)$$

$$\tilde{w}(y, z) = \left\{ 1 - \left(\frac{y}{A} \right)^2 \right\}^2 \left\{ 1 - z^2 \right\}^2 \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^N W_{mn} T_m \left(\frac{y}{A} \right) T_n(z)$$

$$\tilde{\theta}(y, z) = \left\{ 1 - \left(\frac{y}{A} \right)^2 \right\}^2 \left\{ 1 - z^2 \right\}^2 \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^N \Theta_{mn} T_m \left(\frac{y}{A} \right) T_n(z)$$

$V_{mn}, W_{mn}, \Theta_{mn}$ は展開係数である。これらは境界条件を自動的に満足する。

ダクト断面のコロケーションポイントは、

$$y = A \left\{ \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos \left(\frac{\pi(2i-1)}{2M} \right) \right\}, \quad i = 1, 2, \dots, M$$

$$z = \cos \left(\frac{\pi(2j-1)}{4N} \right), \quad j = 1, 2, \dots, N$$

とした。これにより、問題は一般化固有値問題

$$Ax = \sigma Bx$$

$$x = [V_{11}, \dots, V_{MN}, W_{11}, \dots, W_{MN}, \Theta_{11}, \dots, \Theta_{MN}]^T$$

に帰着する。各展開を $M = N = 12$ 程度で打ち切ると、 430×430 程度の行列の固有値を求めることになり、 σ の有効数字は6~7桁が得られた。プラントル数は0.71とした。

3. 結果と検討

線形攪乱方程式は、 $y-z$ 面内での流れの対称性に注目すると4つのモードに分けて考えることができる。このモードを対称性のモードと呼ぶ。Leeら¹⁾ や Luijckxら²⁾ によると、 w が y 軸に対して非対称となるモードが臨界レイリー数を与えることはないので、これらを考察の対象から外す。実際に検討するのは2つの対称性のモードで、次のとおりである。

$$\text{モード1: } \{\tilde{v}^{00}, \tilde{w}^{EE}, \tilde{\theta}^{EE}\}$$

$$\text{モード2: } \{\tilde{v}^{EO}, \tilde{w}^{OE}, \tilde{\theta}^{OE}\}$$

ここで、 \tilde{v}^{EO} とは v が y, z に対して偶関数、奇関数であることを意味し、

$$\tilde{v}^{EO} = \left\{ 1 - \left(\frac{y}{A} \right)^2 \right\}^2 \left\{ 1 - z^2 \right\}^2 \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^N V_{mn} T_{2m} \left(\frac{y}{A} \right) T_{2n+1}(z)$$

の関係がある。

図1に中立曲線を示す。(a), (b), (c) はそれぞれアスペクト比 A が1, 2, 4の結果である。波数 k が0のとき流れは2次元的な縦ロールとなり、臨界レイリー数はLeeら¹⁾ の結果に従うのでこれを白点で示す。波数が0に近い領域では、このアルゴリズムでの計算は精度が低いため、白点までを補間し点線で示す。この部分の計算は今後の課題である。レイノルズ数が小さいときには、Leeらの結果より低いレイリー数でも不安定となっている。このとき臨

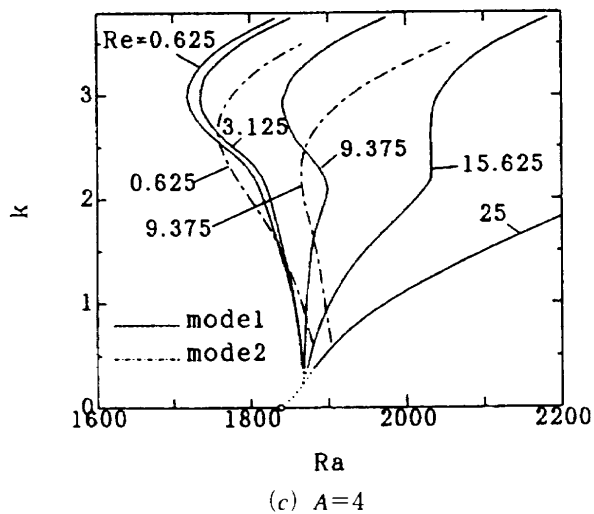
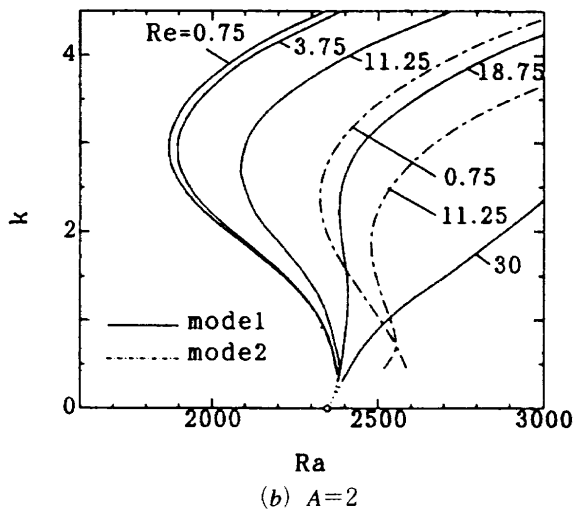
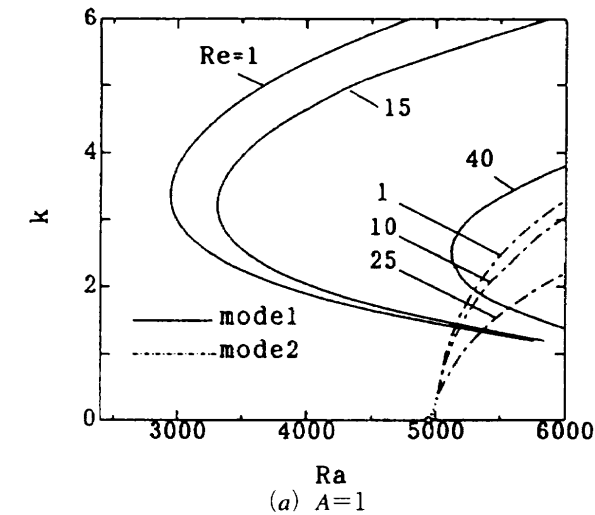
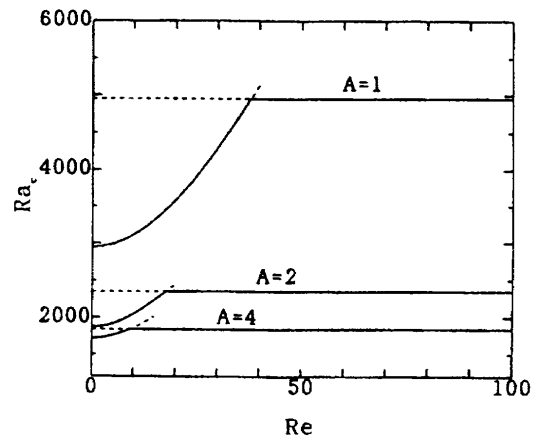


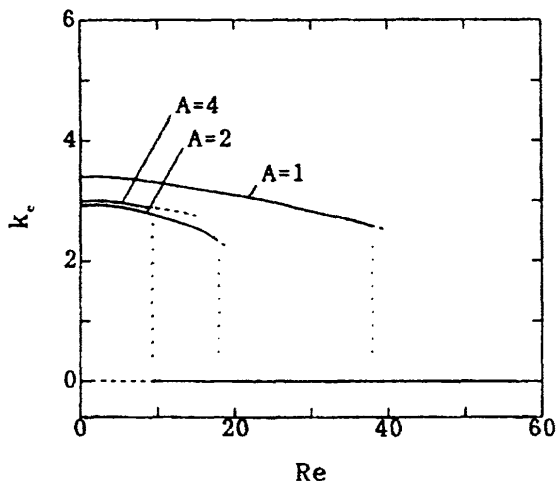
図1 中立曲線

界数 k_c は $k_c \neq 0$ を示し、波数 $k=k_c$ を持つ横ロールが現れる。レイノルズ数の増加と共に、曲線は全体としてレイリー数が大きい方にシフトする。波数が小さいほどシフト量は少なく、波数 $k=0$ ではシフトしない。縦ロールは、レイノルズ数に関らず一定の臨界レイリー数を持つためである。レイノルズ数の増加につれて、曲線の極値部分の臨界レイリー数が、波数 $k=0$ でのレイリー数と一致することが考えられるが、このときのレイノルズ数が臨界レイノルズ数 Re_c となる。レイノルズ数が臨界レイノルズ数を越えた中立曲線では、臨界波数は $k_c=0$ を示し、縦ロールが現れる。臨界レイリー数はレイノルズ数に依らず一定となる。

攪乱の対称性のモードについては、(a)では、臨界波数が $k_c \neq 0$ の臨界点はモード1、 $k_c=0$ の臨界点はモード2により与えられ、臨界レイノルズ数を越えるとき、モードの交代を伴う。(b)、(c)では、モード2はモード1より高レイリー数側にあり、臨界レイリー数は常にモード1が与える。縦ロールについては、モード1はy軸方向に偶数個、モード2は奇数個の縦ロールを与える。アスペクト比に応じて、形成される縦ロールの数が変わるため、それぞれに対応した対称性のモードが臨界レイリー数を与える。横ロールではアスペクト比に関らずモード1が優勢となり、臨界レイリー数は常にモード1が与える。このため(a)と(b)、(c)のような違いが起こる。

図2は臨界レイリー数の変化を示す。破線は、各ロールの臨界点を不安定領域まで追跡したもので、臨界レイリー数を与えるものではない。横ロールが現れるレイノルズ数の領域では、臨界レイリー数の変化は単調増加の曲線となる。曲線の増加率はどのアスペクト比のものも類似している。縦ロールが現れる領域は直線で示される。臨界レイノルズ数は曲線と直線の交点で表わされ、アスペクト比が大きいほど低レイノルズ数側に移動している。アスペクト比が ∞ (平行平板間の流れ) では縦ロールのみ

図2 Ra_c の Re に対する変化

図3 k_c の Re に対する変化

が現れる (Fujimura⁴⁾, 1987) ので, アスペクト比を大きくするにつれて臨界レイノルズ数が0にまで移動することが予想される。

図3は波数の変化を捉えたもので, 臨界レイノルズ数で曲線は不連続で, $k_c \neq 0$ から $k_c = 0$ への臨界波数の跳躍が起こる。臨界レイノルズ数より低いレイノルズ数領域での横ロールの波数は, 大きな変動がなく, どのレイノルズ数でもほぼ同じ大きさの横ロールが発生している。この横ロールは, 有限の位相速度で移動する進行波であり, 図4のようにその位相速度はほぼ一定でレイノルズ数の変化の影響を受けない。

4. おわりに

矩形ダクト内複合対流の3次元線形不安定性を2重チェビシェフ多項式展開を用いたコロケーション法で調べた。臨界レイノルズ数より小さいレイノルズ数で横ロールが

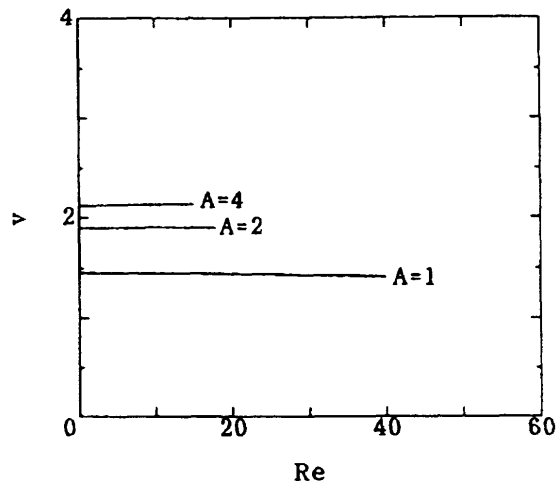


図4 横ロールの位相速度

現われ, これによる臨界レイリー数の低下が確認された。臨界レイノルズ数より大きいレイノルズ数では縦ロールが現われた。臨界レイノルズ数は, アスペクト比によって変化し, アスペクト比が大きいほど低レイノルズ数側へ移動した。またアスペクト比1では, この臨界レイノルズ数の前後で攪乱の対称性のモードも変化した。

参考文献

- 1) N. Y. Lee, W. W. Schultz and J. P. Boyd: Int. J. Heat Mass Transfer. Vol. 32, No. 3, pp. 513-520, 1989
- 2) J. M. Luijkx and J. K. Platten: J. Non-Equilib. Thermodyn. Vol. 6, No. 3, PP. 141-158, 1981
- 3) 加藤智子: 電気通信大学修士論文, 1993
- 4) K. Fujimura and R. E. Kelly: Fluid Dynamics Research 2, pp. 281-292, 1988

可視化実験による渦構造の定量的解明 —速度こう配テンソルの測定—

森 友紀* 福島 千晴** 永田 拓**

Quantitative Study of Vortex Structure by Means of Flow Visualization Experiment ---Measurement of Velocity Gradient Tensor---

Tomonori MORI*, Chiharu FUKUSHIMA** and Hiroshi NAGATA**

*Canon Co. Ltd. and **Gifu University

ABSTRACT

We proposed a technique for quantitative information to understand the vortex structure by means of hydrogen bubble techniques. Using the technique we obtained not only the velocity but the velocity gradient tensor in the vortex region in the near wake of a circular cylinder. Based on the values obtained in this technique, the patterns of sectional streamlines passing through stagnation points and extending to the region near the center of vortices and the contour of vorticity were illustrated to see the overall structure of the vortices. Thus, we determined the local values of shear stress and divergence in the vortex region as well as the global characteristic values of vortices, e. g. circulation, enstrophy, momentum, angular momentum, etc. These results suggest that the vortices change in structure from sheet-like vortices to rod-like vortices when the vortices formed behind the cylinder were convected downstream in the near wake of the cylinder.

Keywords : Flow Visualization, Vortex Structure, Velocity Gradient Tensor, Critical Point, Sectional Streamlines, Separatorix, Vorticity

1. はしがき

前報⁽¹⁾⁽²⁾では、「渦を見る」ばかりでなく「渦を測る」ことが可能な、水素気泡法を用いた新しい可視化実験の方法を導いた。本研究ではこの方法を一様流中の円柱背後の渦流れに適用し、円柱直後の流れの速度場ばかりでなく、速度こう配テンソルを測定した。そして、渦構造を視覚的に理解するために、観察断面内の速度ベクトルが接線となる *sectional streamlines* や種々の物理量（渦度、発散、流れ関数等）の等値線を図示し、さらに、速度こう配テンソルの特性値（ p , q ）や、渦度 ω とせん断応力 τ の分布状況を明らかにした。これらの値は、観察座標系の並進速度 U_0 に依存しないので本質的な渦の構造が定量的に把握できると考えられる。

2. 実験の装置と方法

一様流中（速度： U ）の円柱（直径： d ）背後に、流れに直交するように気泡発生細線を設置し、これから気泡をパルス的に発生させる。図1に示すように、気泡が N 回発生するごとに、照明光源のストロボを同期発光させる。こうして可視化した流れを、カメラのシャッターを開放にして、フィルムを巻き取りながら撮影する「流しカメラ」の手法によって、ストロボが発光するたびに1枚の画像を撮影する。図2は、この手法による連続写真の一例である。円柱は気泡発生細線の上流にあり、写真には写っていない。この場合のストロボの発光間隔 Δt は0.26秒で、渦の放出周期 T_v の $1/12$ である。したがって、写真（a）は、写真（b）に比して渦中心が $1/12$ 下流に移流してい

* キヤノン

** 岐阜大学工学部

る状態を示している。気泡発生細線直後の一群のタイムラインから、気泡の流跡がわかるので、流跡の長さ（含方向）と時間 t の関係から、気泡発生細線を通過する流れの速度ベクトル $\mathbf{v}(u, v)$ の流れの横断方向（ y 方向）の分布が、ストロボの発光時間間隔 Δt ごとに求まる。 $\mathbf{v}(u, v)$ を局所的な速度と見なし、テラー仮説のもとに $\Delta x = u_i \Delta t$ （ u_i ：渦の移流速度、 x ：円柱の中心からの主流方向の距離）として Δt を Δx に置き替え、 $\mathbf{v}(t, y)$ を $\mathbf{v}(x, y)$ に読み替えた。そして、前報⁽¹⁾⁽²⁾で述べたように、平滑化とスプライン補間³⁾⁽⁴⁾によって、速度場の格子点上の速度 u, v とその x, y 微分 u_x, u_y, v_x, v_y からなる速度こう配テンソル \mathbf{F} を求めた。

図3は、円柱表面を発色電極とする電解沈殿法によって、円柱背後の流れを可視化したものである。この写真に見られるように、渦列の構造は、円柱からの距離によって変化する。この変化を定量的に知るために、気泡発生細線の設置位置 X_H/d （ X_H ：円柱中心からの距離）を3.0, 5.0, 及び7.0（図中矢印）に変えて上述の方法を適用した。

3. 速度こう配テンソルと渦構造

3. 1. 渦の局所的構造

前述の方法により求めた格子点の速度こう配テンソル \mathbf{F} から、以下の渦構造の局所的な特性が算出できる。

$$\begin{aligned} p &= -(u_x + v_y) = -\text{div}(u, v) = -\text{trace} \mathbf{F} \\ q &= u_x v_y - y + u_y v_x, x = \det \mathbf{F} \\ \omega &= v_x - u_y : \text{渦度} \\ \tau &= \mu(v_x - u_y) : \text{せん断応力} (\mu : \text{粘性係数}) \end{aligned}$$

3. 2. 渦の大域的構造

3. 2. 1 渦度の積分量

前述の方法により求めた格子点上の渦度 ω から、以下に示す渦の特性値が算出できる。

$$\begin{aligned} \text{循環} : \Gamma &= \iint \omega dA \quad \text{エンストロフィ} : e = \iint \omega^2 dA \\ \text{運動量} : \mathbf{P} &= \iint \mathbf{r} \omega dA \quad \text{角運動量} : \mathbf{M} = \iint \mathbf{r}^2 \omega dA \\ \text{単位質量当りのエネルギー} : E &= \iint \Psi \omega dA \end{aligned}$$

ここで、 Ψ は流れ関数で、格子点上の ω の値を与えて $\Delta \Psi = -\omega$ を数値的に解いて求めた。 A は面積、 \mathbf{r} はsectional streamlineが示す渦中心を始点とする位置ベクトルである。

3. 2. 2 Critical Point近傍の流体粒子の軌道

速度 \mathbf{v} が0の点（不動点）、すなわち速度の方向が0/0の不定になる点をcritical pointと呼んでいる。critical pointの極く近くの速度は、critical pointを始点とする位置ベク

トルを \mathbf{x} とすると $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{x}$ と近似できるので、critical point近傍の流体粒子の軌道は、速度こう配テンソル \mathbf{F} の $p^* = pd/U$, $q^* = qd^2/U^2$ の値によって、図4のように分類できる⁽⁶⁾。

3. 2. 3 Sectional Streamlinesの描き方

前述の方法により格子点上の速度 (u, v) が求まるので、前報⁽¹⁾⁽²⁾に述べたように、Bissetら⁽⁵⁾と同様な方法でsectional streamlinesを描くことができる。前報⁽¹⁾⁽²⁾では、sectional streamlineの始点を任意に設定し、多くの本数の曲線により渦構造を表示したが、本研究では、まず速度こう配テンソル \mathbf{F} の値からsaddle pointの位置を特定し、この点を始点とするsectional streamlineを求めた。この方法によれば、セパラトリックスに相当するsectional streamlineが描けるので、critical pointを通過する少数の曲線で渦構造が簡明に表示できる。また、saddle pointから、速度こう配テンソルの固有ベクトルの方向に曲線を伸ばすことによって、より正確にsectional streamlineを描くことができる。

4. 実験の結果と考察

4. 1. 等値線図とCritical Pointの分布

渦度 $\omega^* = \omega d/U$ 、流れ関数 $\Psi^* = \Psi/Ud$ 、発散 $-p^* = -pd/U$ 、及びせん断応力 $\tau^* = \tau d/\mu U$ の等値線図と p^*-q^* 図で区分された種々のcritical pointの分布図が、図5にまとめられている。

4. 1. 1 渦度と流れ関数の等値線

図5-Iは、円柱背後に設置した気泡発生細線を通過する渦列の渦度分布を、白黒の濃淡と等渦度線で表示したものである。円柱直後の $X_H/d=3.0$ の場合には、流れ方向に扁平な領域に渦度は集中しているが、下流に移行する（ $X_H/d \rightarrow \infty$ ）に従って、 ω^*_{max} は小さくなり、渦度の集中領域は円形に近づくことがわかる。この図に示す渦度の集中領域は、前報⁽¹⁾⁽²⁾で示したように、円柱表面から溶出する色素の分布状況と良く対応している。

図5-IVは、上述の渦度分布 $\omega = \omega(x, y)$ を用いて、ポアソン方程式 $\nabla^2 \Psi = -\omega$ を数値的に解いて求めた流れ関数 $\Psi^* = \Psi/Ud$ の等値線を示す。流れが二次元流 $\mathbf{v}(u, v, 0)$ の場合には、この等値線は流線と一致するが、後述するように、流れはこの面内にだけでなく三次元的であるので、前報⁽¹⁾⁽²⁾で示したようにこれらの等値線は流線と一致しない。三次元的な渦構造を知るためには、流れ関数 Ψ の等値線よりも、前報⁽¹⁾⁽²⁾で示したsectional streamlinesや後に示すセパラトリックスの方が、より詳細な情報が視覚化できる。（例えば、流れ関数 $\Psi = \text{一定}$ の曲線群は、渦中心近傍で閉曲線となり、sectional streamlinesやセパラトリックスが示すspiral-inやspiral-outの曲線になることはな

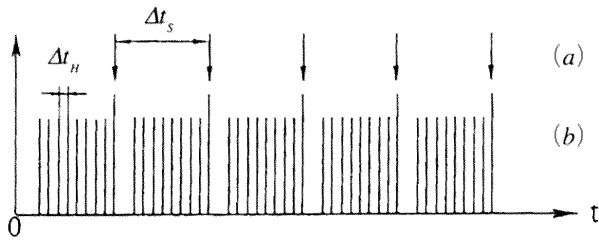


図1 水素気泡の発生時期とストロボの発光時期の関係
(a) ストロボ発光時期 (b) 水素気泡発生時期

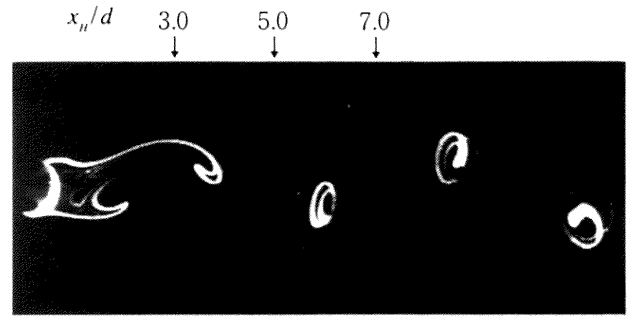


図3 電解沈殿法により可視化した円柱背後の流れ ($Re=120$)

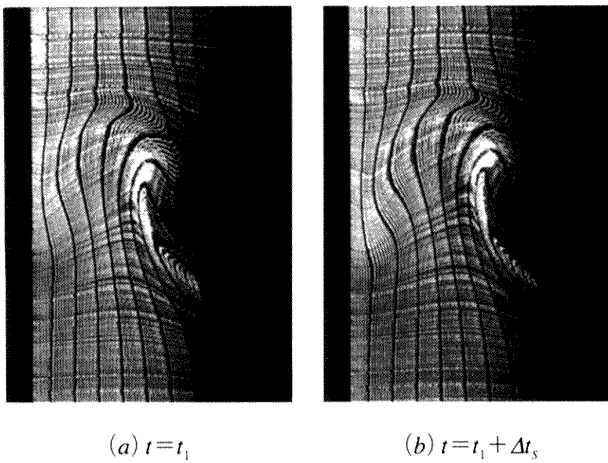


図2 流しカメラの手法で連続撮影した可視化写真の一例
($Re=120$, $\Delta t_s=0.26S$, $\Delta t_H=\Delta t_s/10$, $\Delta t_s/Tv=1/12$, $x_H/d=3.0$)

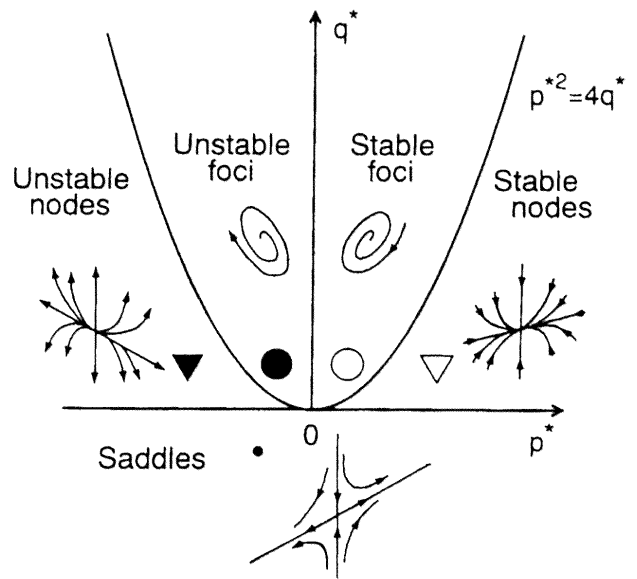


図4 p^*-q^* 図上のcritical pointの区分

い。

4. 1. 2. 速度こう配テンソルの特性値(p^* , q^*)の分布

図6-Iは、格子点 ($58 \times 88 = 5104$ 点) 上の p^* と q^* の値を p^*-q^* 面にプロットしたものである。図中の実線は、前述のcritical pointの判別曲線 $p^{*2} = 4q^*$ を示す。ここで $p^* = -\text{div}(u^*, v^*)$ であるので、流れが観察断面内にだけあれば p^* の値は0になるはずである。しかし $x_H/d = 3.0$ の場合の p^* の値は、 $p^* = 0$ を中心に ± 0.4 の範囲に分散しており、この面を貫く流れが存在することを示す。 p^* の値の分散範囲は x_H/d が5.0, 7.0と大きくなる程小さくなり、渦が下流に移行するに従って流れが二次元的になることを示している。

図5-IIは、上述の p^* , q^* 値によって区分したcritical pointの空間分布状況を、前述の図4中に示した記号 (例えば○印: stable foci) を用いて、xy面内に表示したもので

ある。図中○と● ($4q^* > p^{*2}$) の分布領域は、前述の図5-Iの渦度分布が示す渦領域と良く対応している。この流れは、基本的には二次元流であるので、 $p^* = -\text{div}(u^*, v^*)$ の値は0に近いはずである。しかし、図6-Iの p^* の分布状況が示すように、 $x_H/d = 3.0$ の場合は、 ω_{max}^*/p_{max}^* は約0.25程度であり、 p^* と ω^* の測定精度は同程度と考えられるので、 ω^* の値に比して p^* の値は無視しうる程小さくはない。

p^* の値が $p^* \neq 0$ である点では、流れがxy面内だけでなく、z方向の速度 w がある。また、 $\text{div}(u, v, w) = 0$ から、 $p = Up^*/d = w_z$ であるので、 $p^* > 0$ なら流体要素はz方向に引き伸ばされ、 $p^* > 0$ かつ $4q^* > p^{*2}$ のcritical pointにおける流体の軌道は、spiral-in (図4中のstable foci) となる。($p^* < 0$ の場合は、 $W_z < 0$, spiral-outとなる。)

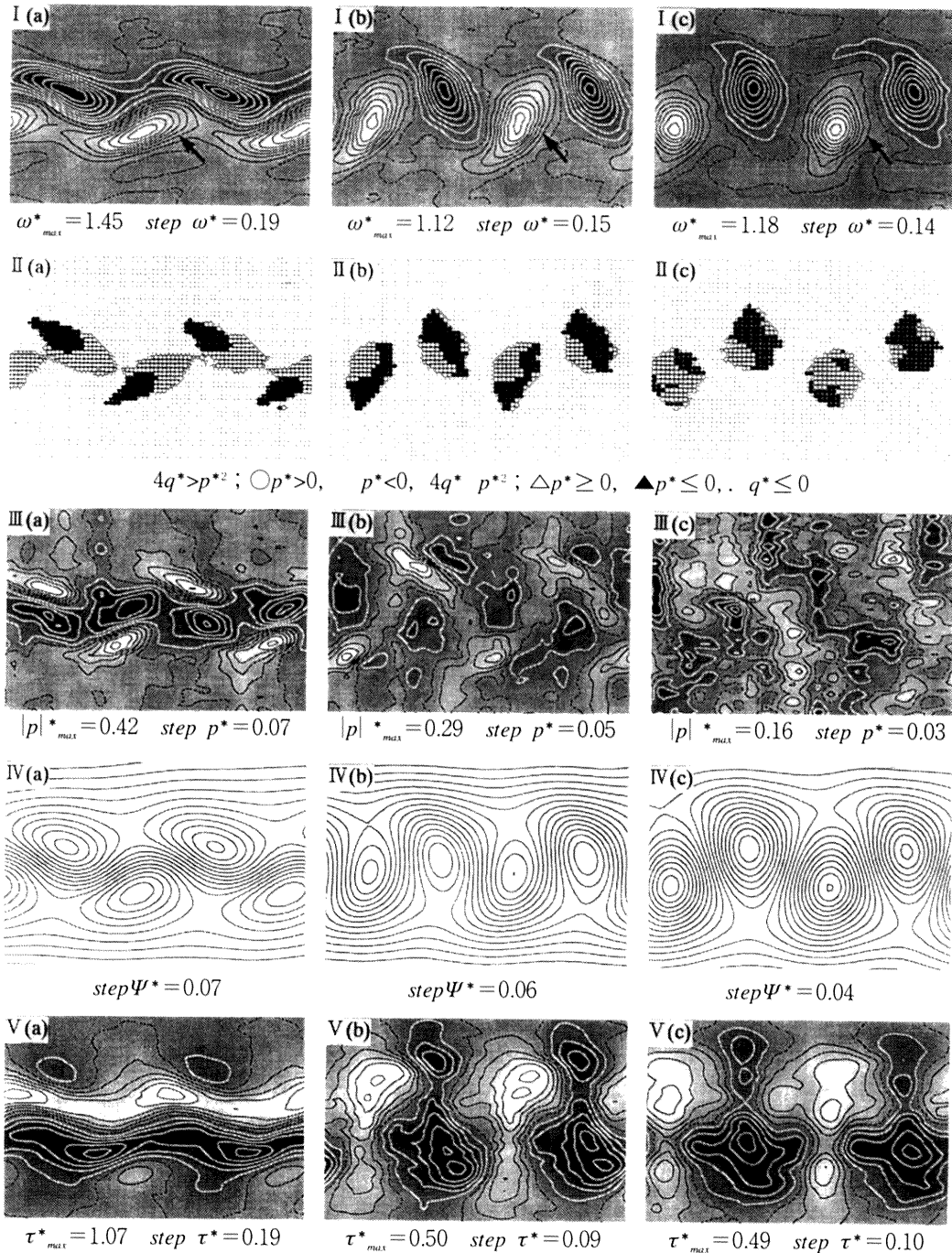


図5 気泡発生細線を通過する渦構造 (a) $x_H/d=3.0$ (b) $x_H/d=5.0$ (c) $x_H/d=7.0$

I : 等渦度線 II : $p-q$ 値により区分したcritical pointの分布

III : 発散 $u_x^* + v_y^* = -p^*$ IV : 流れ関数の等値線 V : セン断応力 τ^* の等値線

4. 2. セパトリックス

図7は、 $x_H/d=3.0$ に設置した気泡発生細線を通過する渦流れの速度ベクトルと、critical pointを通るsectional streamlinesすなわちセパトリックスを示す。図7の (a) と (b) は、同一の流れであるが、観察座標系の並進速度 U_0 が異なり、それぞれ $U_0/U_v=1.0$ と $U_0/U_v=0.6$ の場合を示す。ここでは U_v は渦の移流速度を示す。いずれのsectional streamlinesもよどみ点 (saddle point) から渦中

心 (foci point) につながっている。注目すべきは、同じ流れでも、観察座標系の速度 U_0 によって流線パターンは著しく異なり、渦中心に向かう流線が、図 (a) ではspiral-out (unstable foci), 図 (b) ではspiral-in (stable foci) になっていることである。これは、観察座標系の並進速度 U_0 の相違によって速度が0になる渦の中心位置が見かけ上異なり、その中心近くで p^* の値の符号が、図 (a) の場合には負、図 (b) の場合には正になっていることと

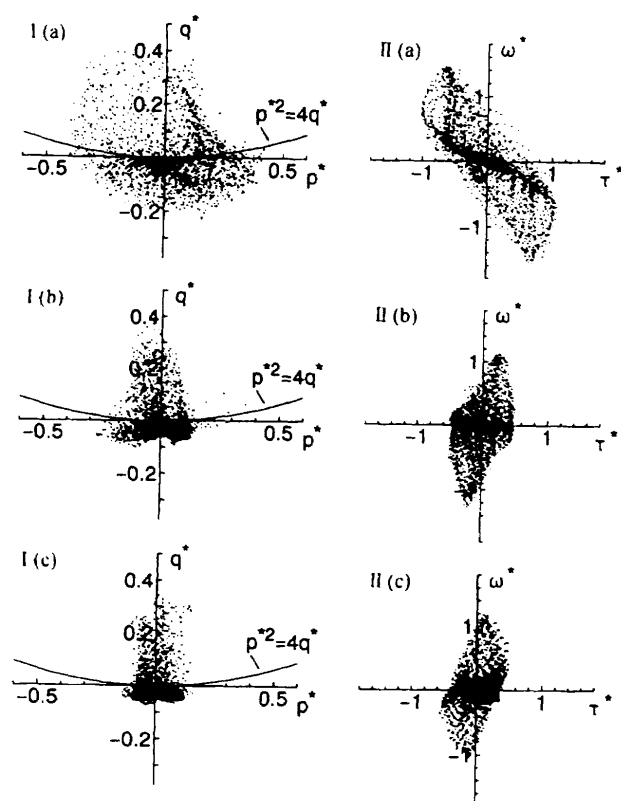
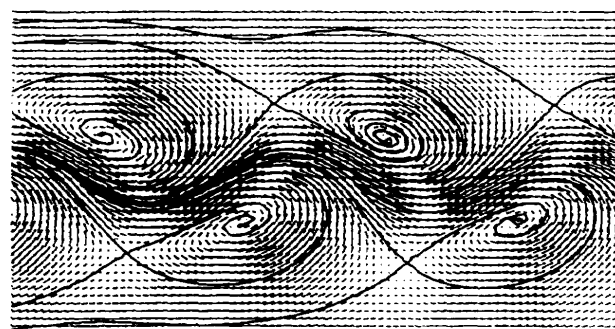
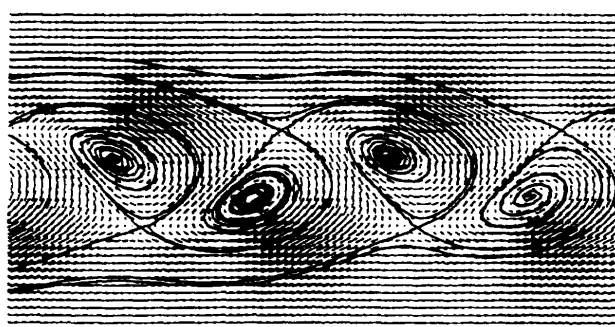


図6 位相面表示した渦特性

(a) $x_H/d=3.0$ (b) $x_H/d=5.0$ (c) $x_H/d=7.0$ (a) $U_0/U_V = 1.0$ (b) $U_0/U_V = 0.6$ 図7 観察座標系の速度 U_0 によるセパトリックスの変化と速度ベクトル ($Re=120$, $x_H/d=3.0$)

対応している。

4. 3. 渦度とせん断応力の分布

渦領域は、剥離せん断層が巻き込んだ領域であるので、せん断応力と渦度の分布状況についての知見は、渦の特性を知る上で極めて重要である。渦領域（渦度 ω^* が最大の領域）の特性を、渦度 ω^* とせん断応力 $\tau^* = \tau d / \mu U$ の相対的な大きさによって、 $\omega^* \gg \tau^*$ の場合をrod状の渦 (vortex tube), $\omega^* \sim \tau^*$ の場合をsheet状の渦 (vortex layer) と呼び、rod状の渦は安定しており、sheet上の渦は不安定であることが知られている⁷⁾。このような観点から渦構造を理解するために、図6-IIは、格子点上の渦度とせん断応力を、 ω^* と τ^* の位相面にプロットしたものである。個々のプロット点の流れ場における分布状況は、図5-Iと図5-Vにそれぞれ ω^* と τ^* の等値線として示す。これらの図から、円柱直後の $x_H/d=3.0$ ではsheet状の渦に近く、渦が下流に移行するに従ってrod状の渦に変化する様子がわかる。

4. 4 渦度の積分量

図8は、3. 2節で述べた渦度の積分量が示す渦の特性値をまとめたものである。渦度の面積分は、 $\omega^*=0.4$ の等渦度線で囲まれた領域と、渦領域の外周に近い等渦度線

(図5-I 中矢印で示す) で囲まれた領域について行った。図には、 U と d で無次元化した循環 Γ^* 、エントロフィー e^* 、運動量 P^* 、角運動量 M^* 、及びエネルギー E^* (計算式は3. 2節参照) と x_H/d の関係を示す。さらに平均渦度 $\omega^* = \Gamma^* / A^*$ 、渦度分布の断面二次モーメントに相当する渦度分布の広がり M^* / Γ^* 及び、渦度分布の重心 $|P^*| / \Gamma^*$ の x_H/d に対する変化が図示されている。これらの渦度の積分量から渦の下流への移行に伴って、渦領域の特性が変化する状況が定量的に把握できる。

5. 結言

水素気泡法を用いた新しい可視化実験の方法によって、円柱背後の渦構造が定量的に明らかにされた。渦構造を定量化する物理量として、「速度」ばかりでなく、「速度こう配テンソル」を流れ場全体に亘って測定できた。これらの測定値から、セパトリックスに相当するsectional streamlinesや、渦度等の物理量の等値線を描くことによって、渦構造が視覚的に把握できた。さらに、渦構造の特性値として、循環、渦度とせん断応力及び発散の分布、エントロフィー、渦の運動量と角運動量及びエネルギーが明らかにされた。これらの結果から、円柱背後の渦列

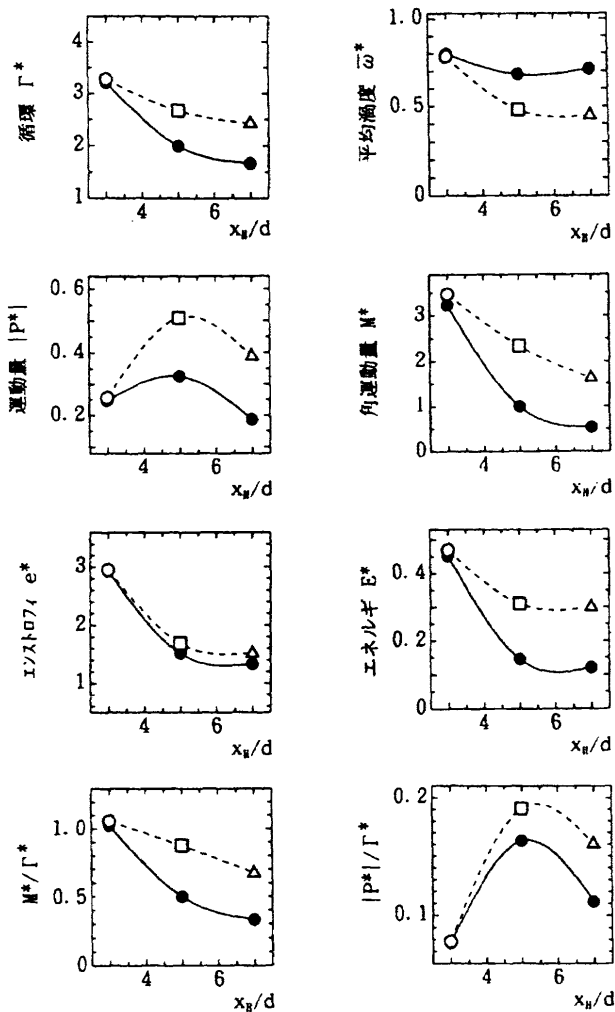


図8 等渦度線で囲まれた領域の渦構造を示す各種の特性値
(等渦度線上の渦度, $\bullet \omega^* = 0.40$, open symbols: 図
5-I 中矢印で示す等渦度線; $\circ \omega^* = 0.42$, $\square \omega^* =$
0.17, $\triangle \omega^* = 0.15$)

は、円柱直後で三次元的なsheet状の渦構造であるが、下流に移行するに従って、二次元的なrod状の渦構造に変化する経過が定量的に明らかにされた。

参考文献

- 1) 森, 福島, 永田, ながれ, 別冊 (1994) 401-404.
- 2) 永田, 福島, 森, 航空宇宙技術研究所特別資料, SP-25 (1994) 47-50.
- 3) 吉村, 高山, パソコンによるスプライン関数, (東京電機大学出版, 1988) 174-192.
- 4) Spedding, G. R., and Rignot, E. J. M., Exp. in Fluids, 15 (1993) 417-430.
- 5) Bisset, D. K., Antonia, R. A. and Browne, L. W. B., J. Fluid Mech., 218 (1990) 439-461.
- 6) Perry, A. E. and Chong, M. S., Ann. Rev. Fluid Mech., 19 (1987) 125-155.
- 7) Kida, S., and Tanaka, M., J. Fluid Mech., 274 (1994) 43-68.

離散渦法で模擬された二次元噴流の特性

早 川 道 雄*

Characteristics of a Two-Dimensional Jet Simulated by the Discrete-Vortex Method

Michio HAYAKAWA
Faculty of Engineering, Hokkaido University

ABSTRACT

Some characteristics of the plane jet simulated by the discrete-vortex method are discussed in comparison with available experimental data. Both the predominant frequency of velocity fluctuations and the streamwise location beyond which antisymmetric motion with respect to the jet centerline prevails over symmetric motion are in fair agreement with those of experimental results. However the present result gives no positive evidence for the upstream feedback of perturbations from the interaction region of the jet to the exit shear layer, the occurrence of which has been observed by Thomas & Chu [Phys. Fluids A 1, 1566 (1989)].

Keywords : plane jet, numerical simulation, vortex method, disturbance mode, upstream feedback.

1. はじめに

周期攪乱を与えて噴流の発達を制御する実験的研究はこれまでに多数報告されているが、軸対称噴流の場合に比べると、二次元噴流についての系統的研究は比較的少ない^{1, 2, 3}。本研究の主要な目的は、種々の周期攪乱に対する二次元噴流の応答を離散渦法を用いた非粘性モデル計算によって調べ、従来の測定実験結果を補完するデータを得ることにある。

本報告は、その第一段階として、離散渦法によってモデル化された基本流の特性が実際の流れ場をどの程度反映しているかを、従来報告されている実験事実の幾つかと比較、検討したものである。

2. 計算方法の概略

2.1 流れ場のモデル

図1に本計算で対象にした二次元噴流のモデルと主な使用記号を示す。スリット幅 H の二次元ノズル出口の速度せ

ん断層を2列の固定渦点（各10個）で作られる不連続面で近似し、噴流の発達にはノズルの上下端から一定時間間隔で放出した多数の移動渦点を作り出す速度場によって模擬する。また、計算の初期段階に現れる大きな渦点塊の流下を促し、計算領域（後述）内の流れが定常状態に達するまでの時間を短縮するため、流速 $Ua=0.2Ue$ （ Ue は出口中心流速）の一樣流を重ねている。したがって、この流れはいわゆる同軸二次元噴流であり、次の複素ポテンシャルで表される。

$$W(z) = Ua z - i \cdot \sum_m \frac{\Gamma m}{2\pi} (z - z_m) - i \cdot \sum_n \frac{\gamma n}{2\pi} (z - z_n)$$

ここで、 Γ , γ はそれぞれ固定渦点と移動渦点の循環値（反時計廻りを正とする）、 $z=x+i \cdot y$ である。

2.2 計算パラメータの設定

計算時間ステップは $\Delta t = 1.125H/Ue$ 、渦点の放出時間間隔は $2\Delta t$ に設定した。移動渦点に与える単位時間当たり

* 北海道大学工学部

の循環量は出口速度差に基づき $\pm (Ue^2 - Ua^2)/2$ とし、渦点の移動量を求める際の時間積分には修正オイラー法を用いた。また、移動渦点の初期位置 (x_s, y_s) と初期速度 (u_s, v_s) はそれぞれ、

$$x_s = u_s \Delta t, \quad y_s = \pm H/2, \\ u_s = (Ue + Ua)/2, \quad v_s = 0$$

とした。

固定渦点の循環値 Γ_m ($m=1\sim 20$) は以下の三つの拘束条件から決定し、これらの条件が常に満足されるように、計算ステップ毎に Γ_m の値を更新した。

- 1) $u(0, 0) = Ue$,
- 2) $v(x_r, y_r) = 0$; (x_r, y_r) はノズル壁を構成する固定渦点間の中間位置 (18点, $y_r = \pm H/2$)
- 3) 流れ場内の循環量の総和がゼロ。

使用した計算機 (NEC PC-98系パーソナルコンピュータ) による計算所要時間の制約上、流れ場の観測領域を $x/H=15$ 、計算時間範囲を $1000\Delta t$ 、移動渦点の総数を1000個までに限定した。

平均速度、その他の統計平均量は $x/H=20$ までの流れ場がほぼ定常状態に達した時刻 $480\Delta t$ 以降の速度信号から求めた。しかし、これによる平均化時間 ($520\Delta t$) がひじょうに短いため、放出渦点の初期位置 (x_s, y_s) に弱い不規則性 (r) を導入した。すなわち、

$$x_s(1+r), \quad \pm y_s(1+r).$$

ここで、 r は標準偏差0.01 (RMS値が約 $0.003Ue$ の速度変動に相当) の正規乱数で、 $+y_s$ と $-y_s$ の位置に与えた乱数は互いに無相関である。これにより、同一条件下でも計算試行毎に異なる速度信号が得られるので、6~9回の試行を繰り返して平均諸量を算出した。

また、次節で述べるように実験結果との対応を考慮して、次式のように移動渦点の循環を時間経過とともに指数関数的に減衰させた。

$$\gamma(t) = \gamma(0) \{1.0 - \exp[-C(Ue - H)]\}$$

ここで、定数 C の値は循環の減衰率が $x/H=9$ 付近で最大になるように、 $C=30$ とした。

なお、本計算でカバーし得る速度変動の有意な周波数 (f) 範囲は、計算時間ステップ Δt と平均化時間 $520\Delta t$ から、 $fH/Ue=0.25\sim 4.0$ となる。

3. 計算結果と検討

3.1 平均速度と乱れ強さ

図2 (a, b) に、周囲流との相対速度 $(U-Ua)$ を基準とした、中心軸上の平均流速 (Uo) と乱れ強さ u_o' (rms値)

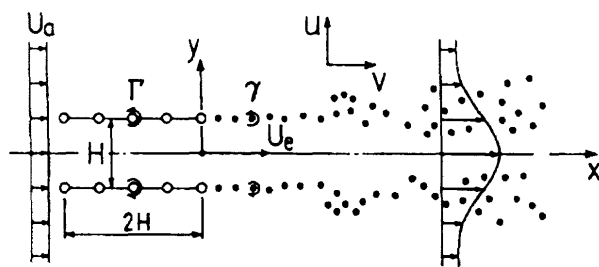


図1 流れ場のモデルと主な使用記号

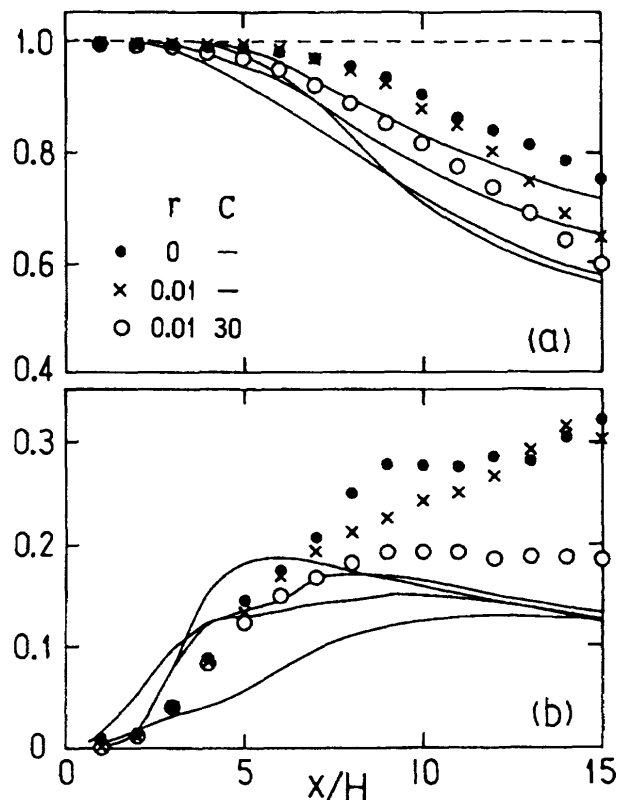


図2 噴流中心軸上の平均速度と乱れ強さ。実線は自由噴流 ($Ua=0$) の実験結果^{5, 6, 7}。

(a) $(Uo - Ua) / (Ue - Ua)$, (b) $u_o' / (Ue - Ua)$

を示す。図には、不規則性を与えないとき ($r=0$)、与えたとき ($r=0.01$)、および後者に循環の時間的減衰を加えたとき ($r=0.01, c=30$) の三通りの結果を、自由噴流 ($Ua=0$) の実験データ^{5, 6, 7} とともに記入してある。

循環に減衰を与えない場合には、乱れ強さが x の増加とともに増大し、とくに $x/H=8$ より下流においては実験結果と定性的にも大きく異なっている。この不一致は循環の減衰を考慮することによって、かなり改善されており、中心流速も実験結果に近くなっている。ただし、 $x/H=10$ 以降における Uo の減衰率は自由噴流の場合 ($\sim x^{-1/2}$) よりも明らかに大きい。また、 $x/H=10\sim 15$ の範囲の速

度分布から求めた噴流半値幅の x に対する増加割合は0.075～0.085で、自由噴流の自己保存領域における値（＝0.10～0.11）よりも小さかった。

3. 2 速度変動の特性

周期攪乱によって流れを制御する場合、攪乱を与えない状態においてその流れに内在する特徴的な変動の挙動を調べておくことは重要である。ここでは、噴流軸に関して対称な半値半幅の位置（ $y=\pm b$ ）における v 変動間の空間相関とクロス・スペクトル解析の結果を示す。

図3が相関係数 R_{vv} の流れ方向変化である。負の相関は $x/H=4\sim7$ の範囲で最も強い。 $x/H=8\sim10$ で相関は負から正に変わり、下流に進むにつれて正の相関がしだいに強まっている。 R_{vv} は噴流軸に関して対称の変動に対して負、逆対称の変動に対して正になることを考慮すると、図3の結果はポテンシャルコア終端付近では対称型の変動、 $x/H>9$ では逆対称型の変動がそれぞれ支配的であることを示している。

図4は $v(+b)$ と $v(-b)$ とのクロス・スペクトルから、各 x 位置におけるスペクトルのピークまたは盛り上がりの中心周波数、とそれらの最大値70%以上の周波数範囲を求め、 U_e と H に基づくストロハル数（ $St=fH/U_e$ ）の形で示したものである。図中の白丸は顕著なスペクトルピーク、黒丸は副次的なピークの周波数である。

卓越ストロハル数はポテンシャルコア終端付近の $x/H=5\sim7$ において0.2～0.3、その下流の $x/H=9\sim14$ においては、0.10～0.17となっている。図3の結果から、前者のストロハル数（0.2～0.3）は主に対称型の変動、後者のそれ（0.10～0.17）は逆対称型の変動に起因するとみなすことができる。

これらの結果を、従来の実験と比較してみる。まず、

変動が対称型から逆対称型へ変わる位置は

$x/H=8\sim10$: *Antonia et al.*⁹⁾,

$x/H=8\sim10$: *Thomas & Goldschmidt*¹⁰⁾,

$x/H=8\sim11$: *Thomas & Chu*⁷⁾,

であり、本計算の結果はこれらとほぼ一致する。

次に、ポテンシャルコア終端付近における速度変動のストロハル数 $St=0.2\sim0.3$ は、いわゆる（二次元）噴流卓越モード（*jet preferred mode*; $St\approx 0.25$ ）¹¹⁾と良く対応している。*Thomas & Chu*⁷⁾の実験では、 $x/H=5$ における卓越ストロハル数が約0.17、逆対称型変動が明瞭に観測された位置（ $x/H=11$ ）でのそれは約0.08であり、いずれも本計算による値よりも低い。しかし、二つの代表ストロハル数の比が約2:1である点は、本結果と同様である。

なお、層流ポアズイユ流を初期条件とする二次元噴流を対称にした、蒔田ら³⁾の一連の実験における対称と逆対称モードの代表的ストロハル数は、それぞれ0.25と0.16であり、前者の値は本噴流の場合と一致している。

3. 3 フィードバック効果の検討

*Thomas & Chu*⁷⁾はノズル出口直後（ $x/H=0.6$ ）のせん断層内の u 変動と、ポテンシャルコアよりも下流の $y=b$ （半値半幅）における u 変動との間に強い相関があり、且つ時間遅れゼロで相関値が最大となることを見いだした。とくに、相関係数が最大になるのは $x/H=11$ のときで、その値は0.5に達している。彼らはこれを、ポテンシャルコア終端以降で急速に成長する逆対称型変動のフィードバック作用によって、ノズル出口近傍のせん断層が揺さられるため、*Biot-Savart*則による誘導速度で説明される“*kinematic mechanism*”によると結論している。

下流側の観測位置を変えても時間遅れゼロで相関がピークを持つことは、実験装置に起因する共鳴現象を想起

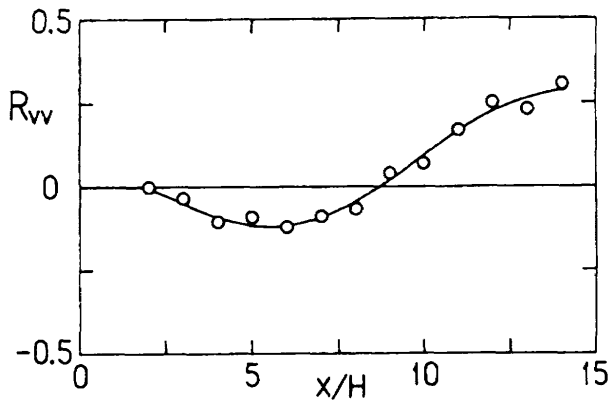


図3 半値半幅 $y=\pm b$ における v 変動間の空間相関（ R_{vv} は相関係数）。

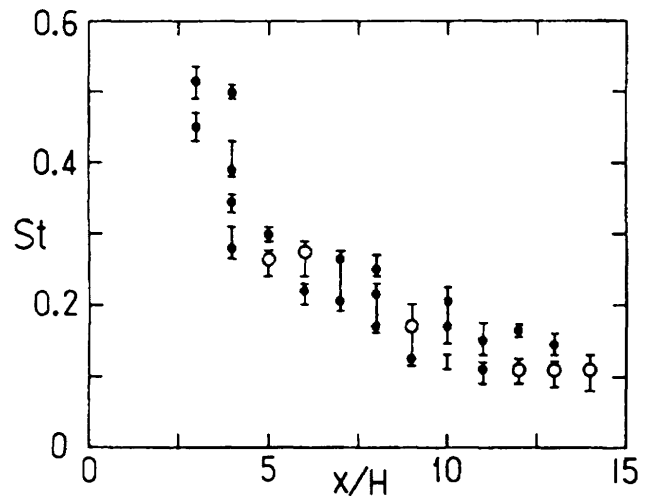


図4 $v(+b)$ と $v(-b)$ とのクロス・スペクトルから求めた速度変動の卓越ストロハル数（ $St=fH/U_e$ ）。

させる。しかし、彼らの解釈が正しいとすれば、噴流のフィードバック制御の観点から、極めて興味深い結果であるといえる。

そこで、本流れ場において *Thomas & Chu* の測定と同様の方法で、 $u-u$ 相関を調べた。しかし、彼らの結果に反し、なんら有意な相関は認められなかった。

もし彼らの指摘するように、逆対称型の変動が重要な役割を果たしているとすれば、前項の結果からも明らかのように、 u 変動よりは v 変動を観測する方がより適切であると考えられる。このことを考慮して、ノズル端下流のせん断層中 ($x/H=0.5$, $y/H=0.51$) の v 変動と、 $4 \leq x/H \leq 14$ における噴流中心軸上の v 変動との時空間相関を測定した。

図5 (a, b) にその結果を相関係数の形で示す。下流側の観測点の位置が $x/H=8$ 付近まではほとんど無相関であるが、それより下流に対しては明らかに相関のあることが分かる。しかし、相関係数の値は高々0.1程度であり、相関のピークを示す時間遅れ τ は x 位置とともに変化している。すなわち、この弱い相関をもたらし変動は移流的な性格を有しており、*Thomas & Chu* が観測したものとは定性的にも全く異なっている。

ただ、彼らが測定した噴流の初期境界層は層流であるのに対し、本噴流のそれには弱い正規乱数が加えられている。また、本計算モデルではノズルリップが特異点になっているため、変動が受容される過程が適切に再現されていない恐れもある。したがって、*Thomas & Chu* が観測した現象は実験装置に潜在する何らかの共鳴に起因するという疑いは残るものの、本解析結果のみから彼らが強調しているフィードバックの存在を否定するのは早計であるように思われる。

4. おわりに

粘性効果を考慮しない簡単な離散渦法を用いて2次元噴流を模擬し、ノズル幅の15倍下流までの流れ場の特性の幾つかを、既存の実験結果と比較してみた。その結果、噴流中に現れる代表的な速度変動の周波数、および変動が対称型から逆対称型に変化する流れ方向位置は、いずれも実験結果と良く対応することが分かった。しかし、本解析では、*Thomas & Chu* が観測したポテンシャルコア下流の逆対称型変動による上流へのフィードバック現象は見いだされなかった。なお、本研究の初期の目的である、周期攪乱による噴流制御に関しては、第27回乱流シンポジウムで報告する予定である¹²。

終わりに、解析手法について多くの貴重なご助言をいただいた望月修助教授（北大工学部）に謝意を表する。

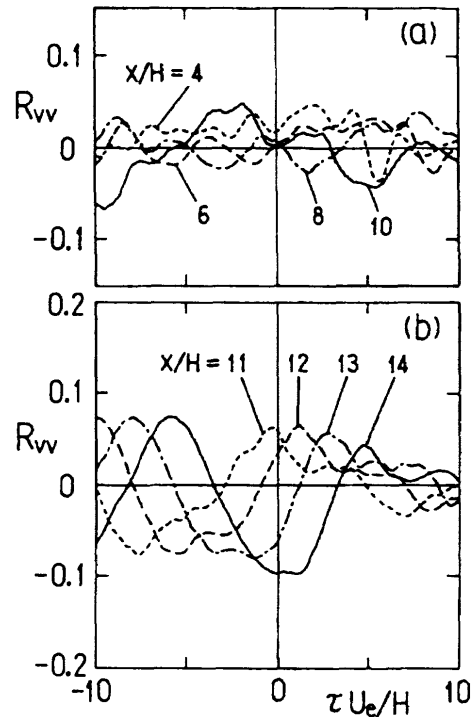


図5 時空間相関 $\overline{v(x_1, y_1) \cdot v(x_2, y_2; \tau)}$ (R_{vv} は相関係数). $x_1/H=0.5$, $y_1/H=0.51$; $y_2=0$.
(a) $x_2/H=4 \sim 10$, (b) $x_2/H=11 \sim 14$.

参考文献

- 1) Hussain, A. K. M. F & Thompson, C. A. : J. Fluid Mech. 7 (1980) 77.
- 2) Thomas, F. O. & Goldschmidt, V. W. : Trans. ASME, J. Fluids Engr. 105 (1983) 134; 108 (1986) 331.
- 3) 蒔田, 大谷, 石角: 日本機械学会論文集 (B) 54-504 (1983) 1938; 54-504 (1988) 1946.
- 4) Kiya, M., Sasaki, k. & Arie, M. : J. Fluid Mech. 120 (1982) 219.
- 5) Hussain, A. K. M. F. & Clark, A. R. : Phys. Fluids 20 (1977) 1416.
- 6) Chambers, A. J., Antonia, R. A. & Browne, L. W. B. : Exp. Fluids 3 (1985) 343.
- 7) Thomas, F. O. & Chu, H. C. : Phys. Fluids A 1 (1989) 1566.
- 8) Rajaratnam, N. : Turbulent Jets (1976) Elsevier Sci. Pub. Co.
- 9) Antonia, R. A., Browne, L. W. B., Rajagopalan, S. & Chambers, A. J. : J. Fluid Mech. 134 (1983) 49.
- 10) Thomas, F. O. & Goldschmidt, V. W. : J. Fluid

- Mech. 163 (1986) 227.
- 11) Ho, C. M. & Huerre, P. : Ann. Rev. Fluid Mech. 16 (1984) 365.
- 12) 早川, 飯田, 北川 : 日本流体力学会誌「ながれ」14 [別冊] (1995)。

乱流境界層の渦運動

小 橋 安次郎*

Vortex Motions of a Turbulent Boundary Layer

Yasujirou KOBASHI

Hokkaido Institute of Technology

ABSTRACT

The present work deals with the flow structures of a turbulent boundary layer which are characterized by the existence of spanwise and streamwise vortices. Double row vortex model is introduced so that the experimental results obtained so far can be explained and that the relation between the inner layer structure and that of the outer layer can be studied. The velocity distribution of the outer layer is obtained simply as the induced flow field of the row of vortices, while that of the inner layer must take into account both viscous and Reynolds stresses. By introducing a variable eddy viscosity for the Reynolds stress which represents the average effect of near wall structure, a simple formula with two length scales is obtained which covers whole the inner layer.

Keywords : outer layer, inner layer, organized structure, vortex and vortex core, laminar and turbulent vortex, burst structure

1. 前書き

乱流境界層の外層に存在する渦が境界層流れに果たす役割について検討する。この目的のために2重渦列モデルを提案し、従来の実験結果がこれによって説明できることを明らかにするが、実験的にも理論的にも未解決の問題が数多く残されており、これについては思い切った仮定を導入したことを断っておく。

2. 乱流境界層の組織構造

乱流境界層中に渦状の組織構造が存在すると認められてから既に久しいが、その正体が果して渦であるか、またそれが流れとどのように関係しているかについては明らかでなかった。渦構造が疑問視されるのは、その検出が条件抽出という間接的な手法によってのみ行われてい

て、直接的に確認されていないことによる。最近発表されたAntoniaら¹⁾の研究はこれに対する明確な回答を与えたもので、多点のX-プローブを用いて流れ場の同時測定を行い、移動速度に対する補正を行うことによって流れが渦状の回転をしていること、更にこれらが渦度を伴った運動であることを示すことに成功した。従って外層の組織運動が渦であることは今や疑う余地はないと言える。

内層の組織構造については最近の多くの実験、特に各種の可視化実験によって流れ方向に軸を持つ渦（ゲルトラー渦）で覆われており、その後端での吹き上げがバーストであると知られているが、その発生の原因や機構についての定説はなかった。Blackwelderら²⁾は人工的に発生させた渦を使ってゲルトラー渦に伴う低速の吹き上げ流れ（低速ストリーク）が渦に刺激されて、局所的に不安定となりバーストを引き起こすことを見出しており、これによって内層と外層の組織構造が密接に関連してい

* 北海道工業大学名誉教授

ることが証明された。

これらの研究によって乱流境界層が渦と密接な関係を持つことが明かとなったと言えるが、本報ではこうした渦が境界層の構造とどのように掛かりあっているかについて検討を行う。なお、さきの報告³⁾では2組の渦列によって外層の速度分布が記述できること、およびこれら渦列の干渉によってバーストが誘起されることを述べたが、こゝでは更に立ち到って渦が境界層構造の本質であることを明かにする。

3. 組織構造と渦

3. 1 渦とは何か

渦という言葉は今日極めて日常的に用いられているが、その実体は極めて曖昧で、理論的には「渦度を持った流体粒子（渦粒子）またはその集合（渦核）である」と定義されている（「流れ学」(P61)）が、これを実験的に検出することは極めて困難である。その理由は渦度そのもの、測定が容易でないうえに、これと流れとの関係を実験的に記述することが困難なためである。事実、渦粒子それ自体は一定の角速度 ω で回転し、その集合である渦核も回転しており（ ω が均一に分布している場合にはその速度は $1/2\omega$ である）さらに、渦核の外には誘導速度としての循環流が存在するという複合流れを形成していて、これらを分離して取り出すことは容易ではない。これに関連してHussain⁴⁾は速度勾配の対称成分と非対称成分とで作られる対称テンソルの固有値の一つが渦核内の流れに対応するとし、速度測定から渦を検出する方法を提唱しているが、これを実際の流れに適用するにはなお問題が残されていると思われる。

3. 2 何故渦か

渦度は速度勾配と粘性とが共存する場合に生じるから、実在する流体の基本量であると言ってもよく、従って実際の流体は渦で被われていると言っても過言ではない。ただ、渦度の減衰、消滅や流体粒子間での渦度の交換（拡散）は粘性を通してのみ行われるから、一般の流れでは渦と渦無し流れとが共存することになる。なお、渦なし流れの部分には渦によって誘起される循環のため、回転流れが生ずるがこれは渦には含めないものとする。

粘性の影響を受ける境界層は層流であれ乱流であれすべて渦度を持ち、従って渦が存在することは論を待たない。その渦は粘性によって減衰拡散するが、壁面から次々と渦度の供給を受けていて消滅しない点が噴流や伴流のばあいと異なっている。平板境界層に発生する渦は基本的には2次元で、流れに強い外乱を与えてもやがて元の状態に復帰することから考えても渦核は安定した構造

を持つと思われる。2次元渦は渦核の変形（伸び、縮み、撓み）に伴う渦度の局所的変化によって3次元化する筈であるが、その強さは新たに発生する2次元渦に比べて小さいものと思われる。

なお、層流と乱流の違いは渦度の分布が連続的であるか否かで、この意味では乱れは孤立した渦の集団によって作り出される速度の時間変動であると言える。ただこゝで注意すべき点は、通常乱れとして定義される速度変動には渦核外の速度変動が含まれていて純粋に渦そのものの挙動を表すものではないことである。乱れを渦に関連づけてとり扱う場合には渦度とその広がり（渦核の大きさ）を示す渦度スペクトルの概念が速度スペクトルよりも重要であると思われる。

3. 3 渦の表示

渦を表すには渦度とその広がりである渦核の大きさをを用いることが望ましいが、本論文の解析には簡単のためランキン渦を用いることとする。これは剛体的に回転する円筒形の渦核の内部に渦度が均一に分布する特殊な場合で、孤立して渦が分布する実際の渦（乱流渦）とは異なるが、渦度の平均値と渦核の大きさが等しいばあいには平均の速度場に及ぼす影響は同じと考えてよい（図1参照）。

3. 4 渦列の形成

壁面で発生する渦の強さは U_0 を一樣流の速度、 X を壁面に沿う前縁からの距離でとすると

$$\Gamma = U_0 X \quad (1)$$

で与えられる。発生した渦粒子の一部は壁面を離れて層内を移動するが、この場合渦点法による渦形成の数値シミュレーションからも予想されるように下流に進むに連れて一ヶ所に集まって渦塊を作ろうとする傾向があるようで、しかも壁面を離れる際の状況によって外層の大規模渦になるものと、壁面近くに集積する渦との2組があるように思われる。こうした2組の渦列の存在はSchlichtingの著書⁵⁾に載せられている管内流の写真からも予測することが出来、本論文ではこれをもとに2重渦列モデルを提案したが、これによってバーストの発生周期が外層組織運動の周期の2倍であると言う実験結果が証明されることは既に述べた。

これらの渦が流れに垂直な横方向の軸を持つ2次元的な渦であることは既に述べたが、それにも拘わらず外層構造にはスパン方向に境界層厚さ程度の相関長さが存在することがBlackwelderとKovasznay⁶⁾によって見いだされ3次元の構造を持つことが知られている。

この一見矛盾して見える外層の構造は流れ方向に軸を

持つ渦対の列を二次元渦に重畳させることによって説明できる。このような渦対の存在は横断面の可視化実験で観測されるキノコ雲状の巻き上がりによっても窺えるが、その発生の機構は明かでない。おそらく流線の曲率に関係するものであろう。

3.5 バーストと乱れの発生

壁面に接した粘性底層内にはゲルトラー渦に類似した流れ方向に軸を持つ渦が存在することが知られている。これは負の速度勾配を持つ壁面上の流れに現れる一種の乱流斑点であると考えられるが、これが外側の渦と干渉してバーストを引き起こすことはBlackwelderの実験から明かである。この場合、発生する渦は二次元渦と三次元渦とが重畳したもので、特に後者は境界層内に発生する乱れの大半(80%)を占めるが、対になった縦渦の部分が一体になっていてこれによる速度分布への寄与はないものと思われる。これらは外層の渦によって運ばれて境界層内に均一に配分される。バーストの過程では壁面の低速流体が吹き上がるエジェクションと高速流体が吹き降ろすスweepとが対になって現れるが、縦渦構造はスweepによって吹き払われるため、次の乱流斑点が現れる迄は静かな状態(Calming Region)が存在し、従って壁面での乱れの生成が間欠的に行われることが観測されている。

3.6 渦列モデルとX-T線図

Blackwelderの実験によってバーストが壁面の縦渦と外側の渦との干渉によって生ずることが証明されたが、これだけではバーストの発生周期が外側の渦の周期の2倍であるというUedaとHinze⁷ および一条と小橋⁸ らの実験結果を説明することは出来ない。これに対する回答は2重渦列モデルにおける渦の移動速度の差によってのみ与えられると思われる。

壁面に沿って移動する渦を考える場合壁を通しての運動量の移動はあり得ないからこの条件を満足させるため壁面に対して対称の位置に逆回りのイメージ渦をおく必要があり、その結果渦には進行方向に逆らった速度が誘起される。この速度は渦の回転方向が正(反時計方向)のとき負、負(時計方向)のとき正で、これが流れの速度に加わったものが実際の移動速度となる。

2重渦列の場合、移動速度は異なるため渦の相対位置は時間によって異なり、図2に示すようなX-T線図によって与えられる。図中の○印は第1列の渦と第2列の渦とが重畳する時刻で大きな速度変動が現れるところから、バーストの発生する時刻であると考えられる。

図3aにある時刻におけるX軸上の速度分布を、また3bにX軸上の一点における速度の時間変化の様態を示すが、こ

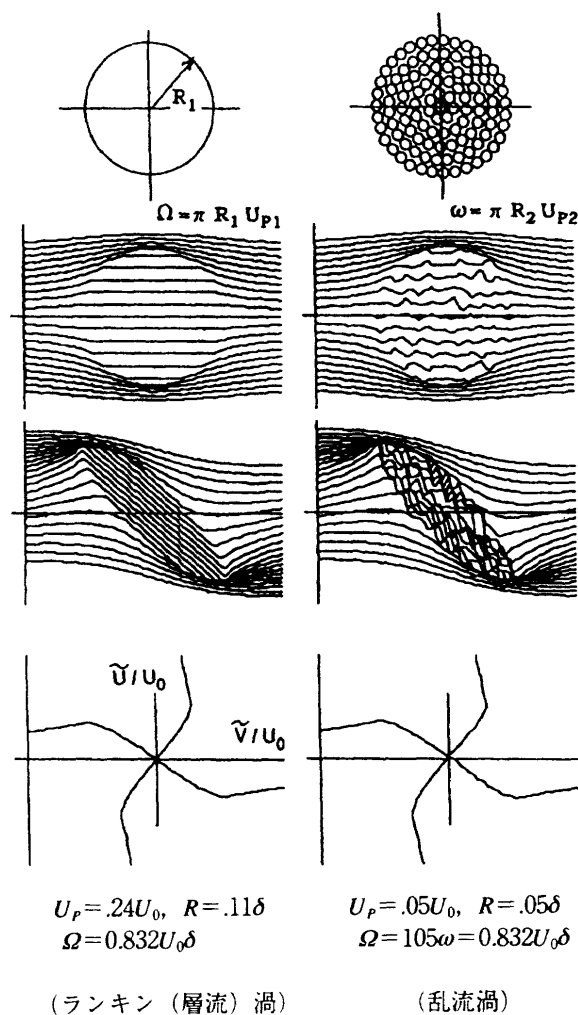
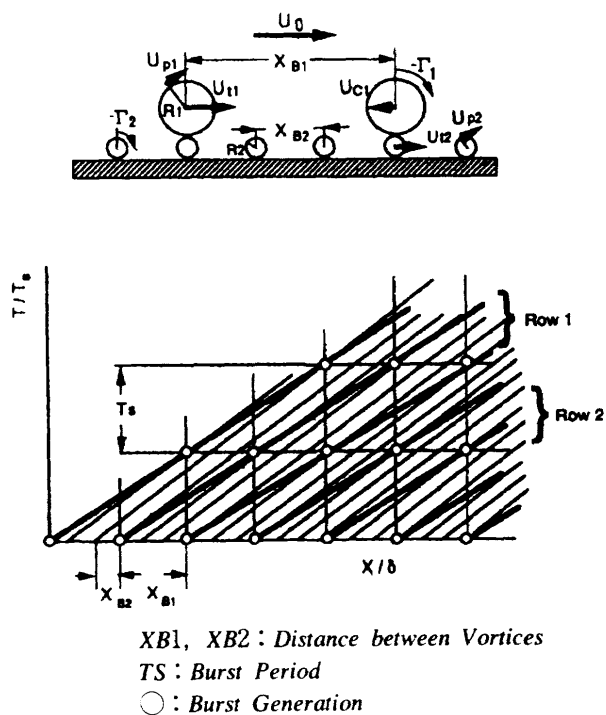


図1 ランキン (層流) 渦と乱流渦



XB1, XB2 : Distance between Vortices
TS : Burst Period
○ : Burst Generation

図2 渦列モデルとX-T線図

れらは可視化実験と熱線風速計によって得られる流れ模様の差異に対応すると考えてよい。

図4は壁面近くの流跡を示したもので、バーストに伴って流体部分が境界層の奥深く舞い上がっていく様子や、その後吹上が抑止されて壁面近くに停滞する様子を窺うことができる。

4. 境界層速度分布

外層は境界層の大半を占める部分で流体の種類やレイノルズ数に無関係であるが、外縁境界面が湾曲しているこれを通過して流入する外部の流体は直ちに乱流化するという特徴があり、このため乱流と非乱流が交互に観測される間欠領域を作り出している。外層は伴流域とも呼ばれるが、これが伴流域と呼ばれる理由は速度欠損が伴流型であるという考えに基づくものである。しかし、境界層の場合運動量損失は壁面に沿って絶えず起こっており、しかも渦による攪拌作用が働いていることを考えれば速度分布は層流型の運動量損失によるとするよりもむしろ渦の局所平衡の条件で決まると考える方が妥当なように思われる。

外層の速度分布を渦列の誘導速度場として求めるため次のようにしておく。

$$R_{01}=0.5\delta, U_{P1}=0.3U_0, X_{S1}=2.5\delta=5.0R_{01}, \\ Y_{S1}=0.55\delta$$

$$R_{02}=0.1\delta, U_{P2}=0.3U_0, X_{S2}=0.83\delta=1.7R_{01}, \\ Y_{S2}=0.12\delta$$

ただし、 δ を境界層厚、渦核の半径を R_{0i} 、回転の円周速度を U_{pi} 、渦間隔を X_{Si} 、渦列の壁からの距離を Y_{Si} とする。添字 i ($=1, 2$)は渦列の番号である。このばあい渦の移動速度は第1列が $0.85U_0$ 、第2列が $0.72U_0$ で、それぞれの位置での平均速度よりも僅かに小さい。

内層は粘性だけで決まる粘性底層と粘性とレイノルズ応力とが共存する緩和層（バッファレイヤー）とからなるが、前者がほぼ2次元の平行流であるのに対して後者は縦渦の存在やバースト発生のため3次元のかつ非定常であって速度分布を理論的に記述することは極めて困難である。このため先報では壁面補正関数を適当に選んで実験値に合致させる方法をとったが、本報告では渦の上昇に伴って生ずる流れに逆らう力（レイノルズ応力）を想定しこれを渦動粘性係数 ϵ で記述することにする。

ϵ は壁面から遠ざかるに従って増大し一定値に近づき、逆に壁面応力の影響は低下すると考えられるから

$$(v+\epsilon) \frac{dU}{dY} = (v+\epsilon_0 (1-\exp(-B \cdot Y))) \frac{dU}{dY} \\ = U_\tau^2 \exp(-B \cdot Y) \quad (2)$$

とおく。 U_τ は摩擦速度である。これから粘性底層での直線分布に繋がる分布として

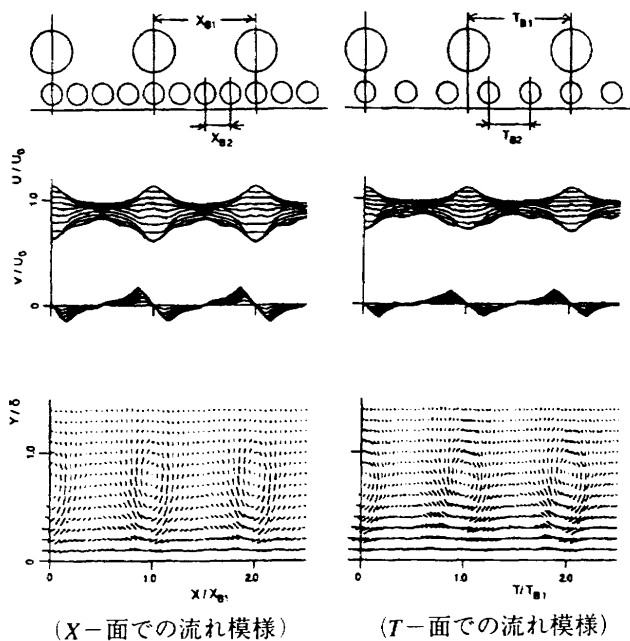


図3 渦列の流れ模様

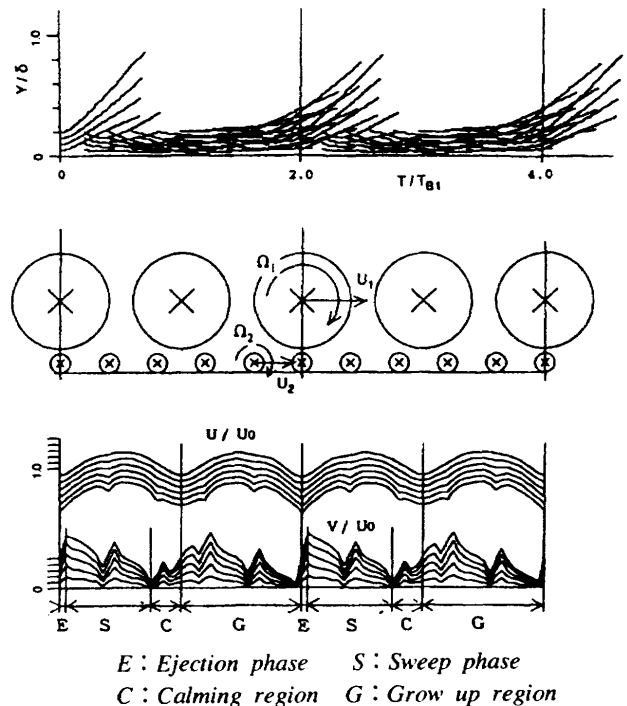


図4 壁面近傍での流体粒子の挙動と流れ模様

$$U = D \cdot Yv + B \cdot \log(1 + (1 - \exp(-A(Y - Yv))) \quad C) \quad (3)$$

が得られる。 D は粘性底層内の速度勾配, Yv は粘性底層の厚さであり, $B = U_{\tau}^2 / (\epsilon_0 \delta)$, $C = v_{\tau} / \epsilon_0$ である。

(2) 式は粘性底層および一定剪断応力層に対して別々に提案されていた関係

$$\begin{aligned} v \frac{dU}{dY} &= U_{\tau}^2 \\ \epsilon \frac{dU}{dY} &= U_{\tau}^2 \end{aligned}$$

をバッファレイヤに適用したもので、壁から充分離れた位置で成り立つ

$$(v - \epsilon_0) \frac{dU}{dY} \sim U_{\tau}^2 \exp(-B \cdot Y)$$

は対数法則に相当する関係である。

$A = 0.1$, $B = 1.0$, $C = 0.05$, $D = 65$ としたばあいの速度分布を図5に示してある。

5. 結び

渦が乱流境界層の基本的性質であるという立場に立つて外層の組織構造を渦列モデルを用いて表すことを試みた。用いたモデルが周期的であるため、バーストの発生が空間の一定の点でのみ起こるという問題点はあるが、これによって従来実験的にのみ知られている現象を説明するとともに、壁面でのバースト発生の機構を明らかにすることが出来たと考える。

乱れを渦度の変化として捉える立場からするとき、渦

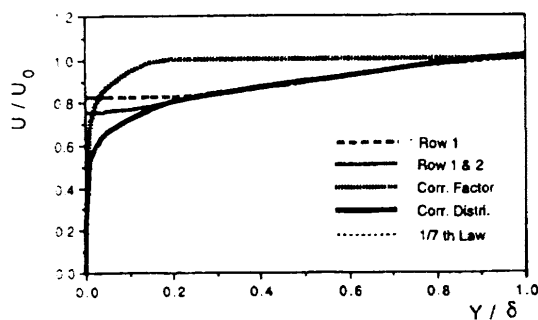


図5 乱流境界層速度分布と壁面補正係数

度と渦核の大きさから定義される渦度スペクトルの方が渦核の外部の速度場まで含む従来の速度変動のスペクトルよりもより直接的に乱れの特性を記述すると考えられる。

外層の平均速度分布を渦列の誘導速度場として与えたが、これは渦列が消滅しない限り乱流境界層が存在することを示すもので、レイノルズ数 ∞ 時の乱流境界層や平衡乱流境界層の問題を解明する上で有効な手掛を与えるものと思われる。この領域では渦による攪拌作用のため乱れが均等に配分されるが、それに伴って流れの特性がその場所の状態だけで決まることになるから、いわゆる伴流法則は存在しないと考える。

内層の速度分布はバッファレイヤーに関する限り極めて便宜的で、実験式の域を出ず、一定剪断応力層で成り立つとされる対数法則もレイノルズ数によって適用範囲が変わることはよく知られている。本論文では粘性応力とレイノルズ応力の共存する領域を考えているが、両者の兼ね合いを明らかにするためには、壁面からの渦の放出と、これに伴う応力（レイノルズ応力）の解明が必要である。

参考文献

- 1) Klogstad P-A, Antonia R. A., Browne L. W. B. (1993) Experiments in Fluids 15 : 231-239.
- 2) Myose R. Y., Blackwelder R. F. (1994) J. F. M. 259 : 345-373.
- 3) 小橋 安次郎：平板乱流境界層の組織構造について (1994) 航技研SP-25.
- 4) Jeong J., Hussain F. (1995), On the identification of a vortex : J. Fluid Mech. 285, 69-94.
- 5) Schlichting, H., Boundary-Layer Theory, McGraw-Hill, N. Y. 556 (1960).
- 6) Blackwelder, R. F., Kovasznay, L. S. G., (1972) Phys. Fluids 10 : 1545-54.
- 7) Ueda, H., Hinze, J., (1975) J. Fluid Mech. 67 : 125-43.
- 8) 一條 真古人, 小橋 安次郎 (1982) ながれ1-4 : 350-359.

主流中の点源攪乱による境界層遷移

益 田 重 明* 浜 田 慎 悟* 伊 藤 健 二*

Boundary Layer Transition Caused by Point Disturbance in Free-Stream

Shigeaki MASUDA, Shingo HAMADA and Kenji ITO
Department of Mechanical Engineering, Keio University

ABSTRACT

Response of a laminar boundary layer to an impulsive point disturbance in free stream has been examined. The ensemble average of hot-wire signal showed the penetration of disturbance through the outer edge of the boundary layer. Growth of disturbance is most remarkable at the middle of the boundary layer thickness, though it decays before breakdown.

1. まえがき

主流中の乱れの前縁のように流れが急変する場所で、乱流化へのきっかけとして受容されることが知られているが¹⁾、前縁より十分下流で境界層外縁を通して侵入する攪乱も、同様のストリークパターンを描きながら乱流に遷移する様子は、実験室においてもしばしば見られる²⁾。応用面でも伝熱促進を目的として片側に乱流促進体を取り付けたチャンネルの対向壁上の境界層や、自由表面からの攪乱を受ける海底の境界層などの遷移はこの範ちゅうに属すると考えられる。

本研究では、二次元平板境界層の主流から加えられたパルスジェット型の点源攪乱に対する境界層の応答特性を、壁面上の点源攪乱に基づく乱流斑点の成長実験と同様の手法を用いて調べた。

2. 実験装置と方法

実験は測定部断面170mm×800mm、長さ2500mmの吸い込み式風洞に平板を設置し、主流速 $U_\infty=2.2\text{m/s}$ 、主流乱れ0.5%において行った。攪乱は図1に示すように風洞対壁から挿入した内径1.9mmのパイプからのパルスジェットとし、

口径47mmのスピーカーにステップ状の電圧を印可することによって駆動した。熱線流速計出力データは1kHzのローパスフィルタを通し、攪乱による流れの変化が終了し攪乱を与える前の状態に復帰するまで(1秒)、サンプリング周波数2kHzで収録し、その後スピーカ入力電圧をリセットした。これを1サイクルとして、合計100サイクル分のデータを収録した後、アンサンブル平均値、

$$\langle u(t) \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N u_i(t)$$

を算出した。攪乱の強さは攪乱を与えた x 位置での境界層外縁における速度変動の最大値で定義し、スピーカ入力電圧を変えることによって実現した。本実験では可視化実験において乱流斑点と同様パターンが観察された $0.5U_\infty$ (*strong disturbance*) および観察されなかった $0.36U_\infty$ (*weak disturbance*) の2種類について流速測定を行った。パイプの判流が外乱となって境界層遷移を早めることが懸念されたので、測定領域の下流端 ($x=0.88\text{m}$) における平均流速分布 $U(y)$ がパイプを挿入しただけでは変化しないことを確かめた。

流速測定には定温度型熱線流速計を使用し、センサ長1

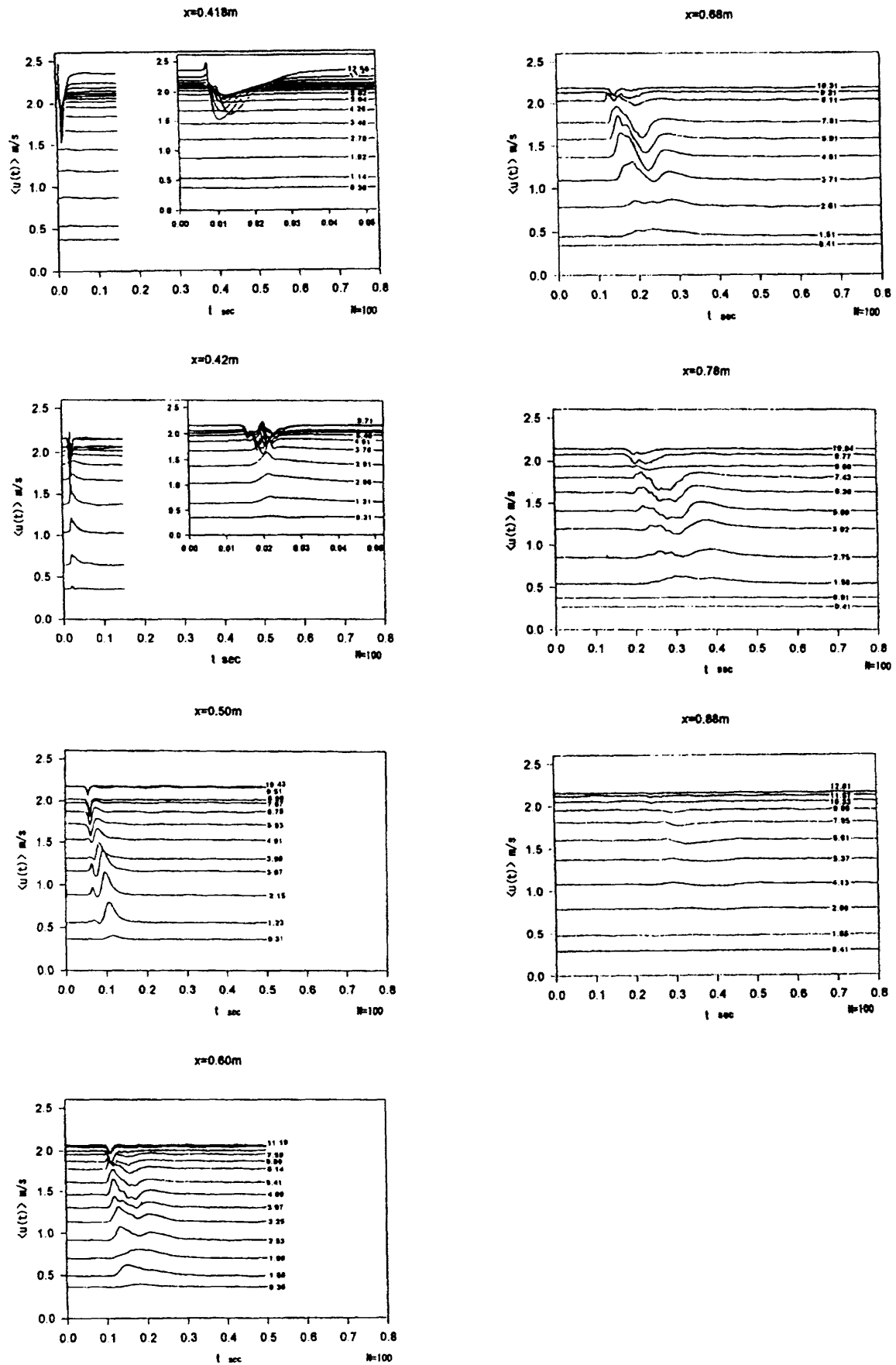


図2 アンサンブル平均の速度変化 (weak disturbance)

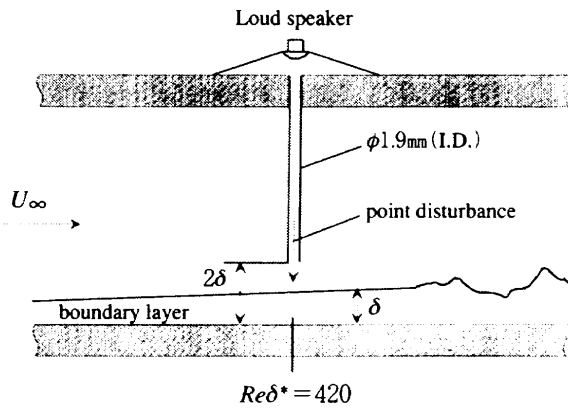


図1 実験装置

mm, 直径 $5\mu\text{m}$ のI型熱線プローブを $z=0\text{mm}$, $x=0.418\sim 0.88\text{m}$ において y 方向に移動させて行った。移動装置には手動マイクロメータ(移動精度 $5\mu\text{m}$)を使用し, y の原点はプローブに固定された位置決め用探針の壁面への接触によって定めた。攪乱を与えた x 位置における排除厚さ基準のレイノルズ数 $Re_{\delta^*}=420$ である。

3. 実験結果

図2は*weak disturbance*の場合の流速の時刻歴のアンサンブル平均値である。外乱を与えた x 位置($x=0.418\text{m}$)について見ると境界層外縁付近において(ブラジウス理論により見積もった境界層厚さは $\delta=8.4\text{mm}$)、約 20ms にわたって急減速に続く緩やかな加速が認められ、速度変化の大きさは壁面に近づくにつれて減少し、 $y<0.7\delta$ の範囲では反応はまったく認められなくなる。しかし、攪乱源よりわずか 2mm 下流の $x=0.42\text{m}$ では境界層内部に主流側とは逆の加速→減速のパターンが現れ始める。この兆候は最も壁面に近い測定点にまで達しているが、速度変化は境界層厚さの中央付近で最も大きい。この加速・減速ピークは、 $x=0.5\text{m}$ ではさらに成長するがこのほかに第2の加速・減速ピークが第1のピークに先だって現れ、以後第1ピークは減衰するのに対して第2ピークは急速に成長する。この状況は $x=0.68\text{m}$ 付近まで続くが、その後減少して $x=0.88\text{m}$ ではどの y 位置でも速度変化は見られなくなる。なお、主流での速度変化は下流に向かって単調に減少する。以上の一連の結果から、主流中の点源攪乱の場

合、 $0.36U_\infty$ というかなり強い攪乱でも境界層内で新たな不規則変動を生み出す機構には結びつかず、乱流遷移を導かないことを示している。なお、可視化実験において乱流斑点と同様のパターンが観察された*strong disturbance*の場合でも、アンサンブル平均で見ると基本的な傾向は*weak disturbance*の場合と同様であったが、各 x 位置で速度変化が始まる時刻と終わる時刻から見積もった攪乱の伝播速度やスパン方向中央断面における等速度線の形状など、壁面上の点源攪乱により発生した乱流斑点と良く似た結果が得られた。

Butler and Farrell (1992) は $Re_{\delta^*}=1000$ の場合について、種々の線形攪乱の時間発展を調べ、スパン方向にのみ周期性を持つ純三次元攪乱がすべての攪乱の中で最もエネルギー増幅率が大きいこと、増幅率は流れ方向にのみ周期性を持つ純二次元攪乱($T-S$ 波)の50倍以上に達すること、その場合でも線形の範囲で論ずる限りやがて極大値に達した後、再び減衰し乱流には至らない(*transient growth*)ことを明らかにした。本実験で与えた攪乱は点源攪乱であり、主流速の36%と強く、レイノルズ数も異なる等、Butler and Farrell の条件とは一致しないため定量的な比較は出来ないが、一端成長した後減衰するなど定性的な共通点が見られる。

4. 結論

臨界レイノルズ数において主流から加えられた点源攪乱は、境界層外縁を通して境界層内部に侵入し、境界層厚さの中央付近で最も高い増幅率を示す。しかし、境界層外縁で主流速の36%という大きな速度変化の場合でも、一度増幅した後再び減衰し、乱流には至らないことが分かった。

5. 参考文献

- 1) Nishioka, M. and Morkovin, M. V., J. Fluid Mech. 171 (1986), 219–261.
- 2) 清水, 益田, 機論 (B) 59–565 (1993), 2769–2776.
- 3) Butler and Farrell, Phys. Fluids A, 4–8 (1992), 1637–1650.

第15回・16回境界層研究会の総括と成果

「境界層遷移の解明と制御」研究会は平成6年度中に2回開催され、合計20の講演が行われた。第15回と第16回の研究会で発表・討論された講演を内容別に分類すると次のようになる。

- ・流れの不安定性 (5)
- ・縦渦型攪乱の発達 (6)
- ・剥離・噴流及び渦構造 (5)
- ・その他 (4)

以下にテーマ毎の研究成果をまとめる。

1. 流れの不安定性

福西ら（第15回）は境界層中に発生する $T-S$ 波動が境界層の外側に存在する音波等の外乱からどのようなプロセスをたどって形成されるか、すなわち受容性の問題を追及している。今回は平板の前縁部に注目し、ここに加えられた周期的速度変動が下流に流される間に $T-S$ 波に変形する過程を数値シミュレーションで記述し、渦度変動パターンの動きを詳細に解析している。理論的にある程度解明されている現象を、渦度分布という物理量のパターンで視覚化し、明確な現象論的説明を加えている。しかし、このような形態学的な研究によって新しい物理現象や普遍的な原理あるいは法則性を導くことは容易ではないように思われる。一大飛躍を目指しての独創的研究が望まれる。

浅井と相場（第16回）も $T-S$ 波動の受容性に関する報告をしている。外乱が複数の高い振動数成分を持ち、それら自身は $T-S$ 波の増幅領域から外れているが、それらの差の振動数が増幅帯に含まれる場合を考えている。このような状況を作るために、バックステップを過ぎる剥離付着流れを取上げ、近接する二つの周波数のモードの発生から、その差の周波数を持つ $T-S$ 波動への変遷を数値シミュレーションで調べた。はじめに与えられた周波数成分は剥離剪断層の不安定に対応して一旦増幅するものの、再付着後には急速に減衰する。この間に、両者の非線形干渉によって、差の周波数成分が生じ、再付着後の境界層における $T-S$ 波動発生に初期振幅を提供することになる。受容性のプロセスに流れ場の急激な変化がどのように関わっているかも知りたいところである。

益田ら（第16回）は平板境界層中に主流から加えられたパルスジェット型点源攪乱の成長を実験的に調べている。一様流速の36%というかなり強い攪乱を加えても境界層内には新たな不規則変動が生み出されず、乱流遷移に至らないという結論を得ている。十分発達したブラジ

ウス流に対する瞬間的外乱の影響は、 $T-S$ 型固有モードをどのように刺激するかという受容性の問題としても極めて重要である。壁面からパルスジェットを加えた場合との本質的な違いが解明されることを期待したい。

木村（第15回）は大気境界層の様々な不安定現象を紹介している。地表面から1km程度までの大気境界層はその上空とかなり異なった構造を持ち、地表面からの加熱の影響と地球の自転によるコリオリ力の影響を強く受ける。特に後者の作用に注目する場合には、この境界層がエクマン層と呼ばれ、そこでは、後退翼などに生じるものと関連する流体力学的な不安定現象が現われる。その一つは、境界層のねじれ速度分布によって生じる変曲点型の横流れ不安定であり、もう一つは、タイプ2あるいはパラレル不安定と呼ばれるもので、最近伊藤（第14回）によって主張されている流線曲率不安定に対応するものと思われる。このような共通性を見るとき、専門分野のやや異なる研究者との交流がいかに重要かをあらためて知らされる。

山田ら（第16回）は下面を加熱した場合の矩形ダクト内の混合対流に対する線形安定計算を行なっている。縦ロール対流に比べて研究が進んでいない横ロール対流に注目し、各モードに対するレイリー数の臨界値やレイノルズ数およびアスペクト比の影響が調べられている。

2. 縦渦型攪乱の発達

後退角を持つ翼の表面や物体の表面などに発達する境界層は、物体表面からの距離に応じて境界層の流れの向きが変ることから三次元境界層と呼ばれるが、これまでの研究によりその変遷過程においては縦渦攪乱が主役を演ずることが知られている。小濱ら（第15回）はこの三次元的な境界層を、圧力印加物体を利用することで平板上に発達させ、パラメータをより大きな自由度で変化させることを可能とした装置を製作し、それにより縦渦型

攪乱である横流れ渦が発達し完全な乱流に至るまでの過程を再現した。そしてこの実験装置を用いることで、そこに発生する高周波数及び低周波数の非定常攪乱の存在を確認し、それぞれ高周波数の攪乱が境界層外縁付近、低周波数の攪乱が壁近くとその発生位置が異なっていることを明らかにした。

流れに関する知識を受動的に追い求めるだけでなく、新しい知識を活用して流れを制御するという試みが流体力学の各分野で始められつつあるが、高木ら（第16回）は三次元境界層の遷移過程の制御に対してこの試みを行い、その成果が報告された。研究対象として後退翼を模擬した後退角を有する円柱模型を用い、模型表面に開けられた小さな孔から空気を連続的に吹き出すことで、三次元境界層に特有の縦渦構造及び進行波を同時に励起することに成功している。励起された縦渦は外部流線にほぼ平行に存在し、一方の進行波はそれとほぼ直角方向に伝播し、縦渦から離れるほどその周波数が高くなるという興味深い結果が得られている。

一方、縦渦の導入や境界層遷移の促進などの目的で流れの制御にしばしば用いられる粗度に関する基礎的な研究成果が碓井ら（第15回）により報告された。スパン方向に一对の粗度を置きその間隔を変化させた場合、スパン方向に長い変形楕円粗度が単独で置かれている場合などが比較された。その結果、2個の粗度の間隔により流れの様子は大きく変化し、乱れの強さ、スペクトル分布、左右への偏りなどが異なってくること、またそれが二次元の流れで2円柱の間隔を変えた場合と類似していることが報告された。そしてこの時、やがて後流で一对の縦渦となる馬蹄形渦も2個の粗度の間隔により大きく変化を受け、その対の縦渦が乱れの生成に大きく関与しているということが示された。

一般に平板境界層の遷移は縦渦型ではなくスパン方向に様な二次元的変動から出発する 경우가多いが、壁面に向って垂直にコリオリ力が働くような回転系にあっては平板境界層であっても凹面境界層と同様のGoertler渦が成長する。益田ら（第15回）は風洞自身が回転する実験装置を用い、一次不安定としてGoertler不安定が成長した後のスパン方向及び流れ方向の二次不安定についての実験的研究を行った。まず、前縁付近に等間隔の微小突起列を設置することで一次不安定のスパン方向波長を制御し、その波長に応じて二次不安定領域において縦渦のsplittingあるいはmergingは起こり、スパン方向波長の変調が引き起こされることを示した。さらに、一次不安定のスパン方向の波長は、流れ方向の二次不安定から生れる進行波型攪乱にも影響し、波長が短いときにはスパン方向の剪断不安定が卓越して反対称モードの攪乱が成長することを明らかにした。

回転する物体表面の境界層も三次元境界層になっており、縦渦である螺旋状の渦が観察されることが知られているが、境界層中の縦渦と後流を形づくる渦群との関係はほとんど明らかにされていない。伊藤ら（第16回）の研究は回転する球を取り上げ、後流中の渦構造を風洞実験により調べたものである。まず一様流中で球を一様流と同じ方向の回転軸回りに回転させ、後流を可視化して調べている。最初螺旋状に見えていた煙の筋が、一様流の風速を落とし回転数を上げるにつれ、キノコ状の断面を持ったはっきりとした螺旋渦となり、螺旋渦がある点を通る周波数は球回転数と一致していることを見出した。さらに一様流速がない静止流体中で球を回転させると、球の赤道付近から半径方向に吹き出す流れができるが、その時にも螺旋渦の形成が見られた。この螺旋渦の成長は噴流の速度剪断層の不安定と関連するのではないかと推察されている。

3. 剥離・噴流及び渦構造に関する研究

球や円柱のような鈍頭物体の流体抵抗係数は、臨界レイノルズ数を境に著しく変化することはよく知られている。臨界レイノルズ数を越えた流れで抵抗係数が小さくなるのは、物体から剥離した流れが乱流遷移して再付着し、剥離領域が狭められるためと説明されている。従って、物体の空力特性を向上させるには、剥離させないか、たとえ剥離してもその領域をできるかぎり狭めれば良いことになる。木谷（第15回）はこのような目的で鈍頭円柱の前縁剥離泡を、剥離線に沿って導入された正弦波速度攪乱によって制御することを試みた。剥離泡の長さはある特定の無次元周波数のとき最小となることを見出した。すなわち、再付着長さが極小値をとるのは攪乱の波長との人工制御によって導入された攪乱が再付着点までの間に2N回合体をする場合であることを示した。また導入する攪乱の振幅が主流の14–20%の場合には剥離泡は消滅することも見出した。

渦度を持たない一様流と境を接する乱流境界層の外層には大規模な組織構造が存在し、一方壁面近傍には乱流エネルギーを生成するもう一つの組織構造が存在する。内層の流れを可視化すると、速度の高低縞が観察されるが、この低速領域から持上がる低速物体塊がそれを取囲む高速流体に引き延ばれ、やがて崩壊する。この一連の過程はバースト現象と呼ばれ、乱流境界層の全乱流エネルギーのうち約80%がこの過程で生成される（Kim et al.）。小橋（第14回、16回）はこのバーストの発生と外層の組織運動との関連を示すために、簡単な2重渦列モデルを提案し、これまでに得られた実験事実を説明しようと試みた。簡単なモデルであるため、バーストの発生機構等を理解するのには大いに役立つが、バーストの発生は本来

時空間ともにランダムであること、またその発生周期は外層スケールよりはむしろ内層スケールで整理されるという見方が強い現在、提案したモデルでバーストの物理現象そのものを理解するには限界があるように思われる。

早川（第16回）は吹き口が二次元でトップハット型の速度分布をもつ噴流の周期攪乱に対する応答を、非粘性の仮定の下に離散渦法を用いて数値的に調べた。その結果、トップハット型の速度分布では初め対称モードの速度変動が支配的に成長し、やがて下流で逆対称モードに入替わり、噴流の蛇行運動が増長することが示された。モードの入替わり位置、対称及び逆対称モードの速度変動周波数は実験結果と良く一致した。しかしThomasとChu（1989）は吹き口直後の速度変動と逆対応モードとの間に強い相関関係が存在していることを実験的に見出ししているが、このようなフィードバック機構は離散渦法では明確に示すことが出来なかった。

流れの可視化流れの構造を視覚に訴えるために、流体现象を理解する上で有効な手段である。しかし得られた画像から容易に物理量を定量評価することは一般に難しい。このような可視化手法の欠点を克服するために、永田ら（第15回、16回）は「渦を測る」一つの手法として新しい水素気泡法を開発し、レイノルズ数が低い円柱背後の流れに適用した。この方法によって速度場場の他、速度勾配テンソル等の高次の物理量が二次元平面で計測可能となり、渦度や剪断応力の等値線等が容易に得られるようになった。同様な物理量を空間一点計測の熱線風速計から得る場合に比べて、画期的な進歩である。高レイノルズ数流れへの応用を期待したい。

4. その他

細川（第15回）は発達した乱流の普遍的な空間構造として最近注目されているマルチフラクタル構造について調べた。まず、Mandelbrotによって導入されたフラクタル次元が、スケール変換に対する自己相似性を持つ物理量に共通の概念である事を説明し、これが従来乱流のエネルギー散逸の空間的構造を説明するために導入されてい

たintermittency exponentと密接に関連する事を示した。また、マルチフラクタルにおいて導入されている負のフラクタル次元が具体的にはアンサンブル平均操作から導かれる事を示した。これらの理論的説明に対する具体例をコントロール集合やその他の様々な確立モデル及び最近のDNSの計算データに基づいて示した。

谷嶋ら（第16回）は孔列のある円柱や表面形状を変えた二次元翼型回りの流れや抵抗を測定し、これらによる抵抗減少について調べた。円柱については、片孔及び直径の両端に開けた両孔円柱の2模型について、孔と流れ方向の角度を $0^\circ \sim 90^\circ$ と変えて実験した結果、両孔円柱では $0^\circ \sim 60^\circ$ の範囲で大きな抵抗減少が見られ、最大では38%にも達した。一方、表面粗さのある翼型では、滑面の翼と比較してあまり抵抗減少は見られなかったが、抵抗係数のレイノルズ数依存性の傾向には変化が見られた。

須波ら（第15回）は超音速混合において重要な役割を果す縦渦の色々な配列による効果を調べるために、マッハ数2.45の超音速流で実験を行った。実験はCounter-rotation及びCo-rotationの渦列を発生させる二つ実験モデル及びこれらを組合せた複葉モデルによって初期配列の異なる縦渦列を発生させ、縦渦内の流れの諸量の下流方向の変化や縦渦間の干渉、縦渦とジェットの干渉、縦渦の乱流化の様子が観測された。その結果、縦渦の初期の配列が干渉の程度や縦渦の乱流化及びこれらによる混合に大きく影響することが分り、この様な方法による超音速流の混合や拡散の制御が可能なが示された。

村上（第15回）は、極超音速流中の斜め円柱前縁付近の境界遷移を液晶による可視化実験によって調べた。実験条件は気流マッハ数が5.0と6.9で、円柱の後退角は 30° 、 45° 及び 60° ある。付着線境界層に沿った遷移レイノルズ数は、上流端板がある場合は $0.2 \sim 0.3 \times 10^6$ で、それが無い場合は $0.9 \sim 1.2 \times 10^6$ であった。臨界表面粗さ近傍における付着線境界層遷移にはスパン方向マッハ数が強く影響する。また、付着線から下流における境界層遷移については、亜音速流と同様に、横流れ不安定性に基づく遷移が観測された。

航空宇宙技術研究所特別資料28号

平成7年9月発行

発行所 航空宇宙技術研究所
東京都調布市深大寺東町7丁目44番地1
電話三鷹(0422)47-5911(大代表)㊦182
印刷所 株式会社 東京プレス
東京都板橋区桜川2-27-12
