

回転ゲルトラー流れの二次不安定

益 田 重 明* 堀 大 輔*

Secondary Instability of Rotating Goertler Flow

Shigeaki MASUDA and Daisuke HORI

Department of Mechanical Engineering, Keio University

ABSTRACT

The experiment on the secondary instability associated with Goertler vortices in rotating boundary layer is presented. The flow visualizations and hot-wire measurements show the instability with respect to spanwise disturbance resulting in the wavelength modulation. The instability with respect to streamwise disturbance appears downstream in the form of horseshoe and wavy modes, whose selection is related to the modulated spanwise wavelength of the nonlinear Goertler vortices.

Keywords : boundary layer transition, body force instability, Coriolis force, system rotation, non-linear development, Goertler vortices

1. まえがき

壁面に向かってコリオリ力が作用する平板境界層では、速度のスパン方向の微小な非一様性がまず線形増幅されて、凹面境界層と同様のGoertler渦に成長する^{(1) - (3)}。この一次不安定によってもたらされる流速のスパン方向空間振幅がある限界を越えると、二次不安定と呼ばれる非線形不安定が現れ^{(4) - (5)}、その後乱流へと崩壊する^{(6) - (8)}。本報告では非線形段階に達したGoertler渦を非線形Goertlerと呼び、そこに現れる二次不安定について実験的に調べた結果について述べる。

類似の凹面境界層におけるDNSや実験結果では、二次不安定に二つのタイプがあることが知られている。第一はスパン方向に周期性を有する攪乱に対する不安定で、一次不安定波長などの条件によっては縦渦の分裂 (*splitting*) や合体 (*merging*) を伴いながら、スパン方向波長の*modulation*が起こる (*Eckhaus instability*)⁽⁹⁾。ここではこれをスパン方向二次不安定と呼ぶ。第二は流れ方向に周期性を有する進行波形攪乱に対する不安定で、

ここではこれを流れ方向二次不安定と呼ぶ。凹面境界層においては、Goertler渦による低速領域中心に対して対称なモード (馬蹄渦モード) と反対称なモード (正弦波モード) が存在しうることが⁸、時間発展理論^{(10) - (11)}、空間発展理論⁽¹²⁾、DNS⁽¹³⁾ および実験⁽¹⁴⁾ によって明らかにされている。

2. 無次元数と基礎方程式

回転場のせん断流における微小攪乱の成長を支配する線形方程式には座標系の回転に関する唯一の項として、

$$2\beta^2 G_\delta^2 (DU - 2Ro_\delta) \quad (1)$$

が含まれる^{(1) - (2)}。ここで、 β は攪乱のスパン方向波数、 $(DU - 2Ro_\delta)$ は基礎流れの絶対渦度、 DU は基礎流れの相対速度勾配、 G_δ は回転ゲルトラー数 $G_\delta = Re_\delta \sqrt{Ro_\delta}$ で、 Re_δ 、 Ro_δ はそれぞれレイノルズ数と回転パラメータ、

$$Re_\delta = \frac{U_w \delta}{\nu}, Ro_\delta = \frac{\Omega \delta}{U_w} \quad (2)$$

U_w は主流流速, Ω は座標系の回転角速度, δ は境界層厚さ, ν は流体の動粘性係数である。 G_δ はまた,

$$G_\delta = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \left[\frac{U_w \lambda}{\nu} \left(\frac{\Omega \lambda}{U_w} \right)^{1/2} \right] (\beta \delta)^{3/2} \quad (3)$$

とも表される。[]内はスパン方向波長 λ の無次元数で Λ と書かれ, 波長の $modulation$ が起こらなければ Λ は下流方向に一定値をとる。

この現象を支配する重要な基礎式は回転場における相対渦度方程式で, その主流方向成分は, z 軸を系の回転軸方向に選べば,

$$\frac{D\xi}{Dt} = (\bar{\omega} \cdot \nabla)u + \nu \nabla^2 \xi + 2\Omega \frac{\partial u}{\partial z} \quad (4)$$

$\bar{\omega}$ は相対渦度ベクトル, ξ はその流れ方向成分, u は主流方向の相対速度成分である。右辺第3項がコリオリ力による縦渦の生成項で, スパン方向の速度勾配に系の回転が作用して縦渦が生成されることを示している。これと渦糸の伸張・転向(右辺第1項)および粘性拡散(右辺第2項)との相対的な関係がこの問題の本質である。

3. スパン方向二次不安定

一次不安定(Goertler不安定)の成長率は波長依存性が弱いため^{1) 2) 15)}, 広範囲の初期攪乱波長を許容し, 発生するGoertler渦のピッチは, 不特定多数の攪乱が混在する自然状態ではユニークには決まらない^{6) 7) 18)}。本実験では前縁付近に等間隔の微小突起列を設置することによって, 特定の波長の微小攪乱を人工的に与え, これによって発生するGoertler流れの速度場の測定と可視化を行った。実験方法の詳細は文献^{3) 16)}を参照されたい。図1は流速のスパン方向空間変化のrms値で, $G_\delta \sim 100$ 付近までは線形増幅(指数関数的増幅)が見られるが, その後徐々に成長率が減少し, $G_\delta \sim 130$ 付近で振幅が最大に達した後, 急速に減衰している。非線形性が現れるあたりでは振幅のrms値は主流流速の10%程度に達している。

次に種々の波長の攪乱を与え, 非線形領域に相当する $G_\delta \sim 140$ 付近で非線形ゲルトラー渦の波長を観測した。図2は与えた初期攪乱のスパン方向波長 Λ_i と下流で観測される非線形ゲルトラー渦の波長 Λ の関係を示す。150 $\leq \Lambda_i \leq 500$ では波長の $modulation$ は起こらず, $\Lambda_i < 150$ では $merging$ が, $\Lambda_i > 500$ では $splitting$ が起こって波長が変化していること

が分かる。 $merging$ や $splitting$ の様子は図3に示す断面内の等速度線を見るとさらに明らかである。例えば $\Lambda_i = 278$ の場合には, ゲルトラー渦によってもたらされるマッシュルーム型の低速領域のスパン方向位置が, 三角形で示す初期攪乱の低速領域中心位置に一致しており, 非線形段階に至っても初期波長を維持していることが分かる。これに対して $\Lambda_i = 787$ の場合には初期攪乱位置の低速領域の中間に新たな低速領域が2個現れつつある。これは初期のゲルトラー渦対の間に2組の反対回転する新しい縦渦対が生まれたことを意味し, 縦渦の $splitting$ が起こっていることを示している。反対に $\Lambda_i = 98$ の場合には低速領域の間隔は初期攪乱の間隔の2倍近くとなっており, 縦渦の $merging$ が起こっていることを示している。

4. 流れ方向二次不安定

波長 $modulation$ に続いて, 流れ方向に周期性を持った進行波形攪乱の成長が始まる⁴⁾。この流れ方向二次不安定は, 凹面境界層と同様に対称モード(馬蹄渦モード)と反対称モード(正弦波モード)とが存在することがすでに確かめられている⁵⁾。図4はその発生条件を調べた結果で, 非線形ゲルトラー渦の波長 Λ が200を境に, 小さいと正弦波モードが, 大きいと馬蹄渦モードが観測される。 Λ が小さいということは縦渦がスパン方向に密集していることに対応し, 流速の断面内分布のスパン方向のシアアが壁直角方向のシアアを上回る。その結果, スパン方向分布の変曲点に起因する不安定性が現れやすく, 低速領域中心に対して反対称モードの攪乱が成長して正弦波モードとして観察されるものと考えられる。これに対して Λ が大きい場合には縦渦の配置に余裕があり, 壁直角方向のシアアがより重要となる結果, 低速領域上部の垂直方向変曲点に起因する不安定性が現れ, 低速領域中心に対して対称モードの攪乱が成長して馬蹄渦モードとして観察されるものと推測される。

5. まとめ

回転平板境界層に発生するゲルトラー渦の非線形成長について実験的に調べ, 速度のスパン方向空間振幅が限界を越えると, スパン方向二次不安定および流れ方向二次不安定が現れることを示した。前者はゲルトラー渦の分裂・合体を伴ってスパン方向波長の $modulation$ の形で観察されることが分かった。後者はこの $modulation$ を受けた後の非線形ゲルトラー渦の波長によって, 正弦波モードと馬蹄渦モードに分かれることが分かった。この実験では二次不安定に対する攪乱は背景に存在する雑多な外乱の中から選択されている。今後は二次不安定波動に同期

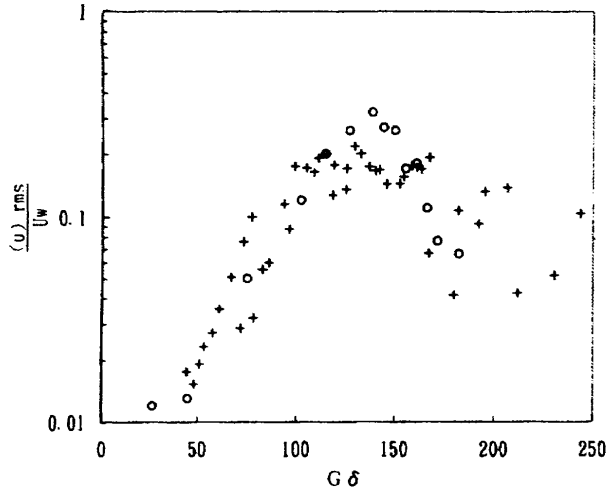
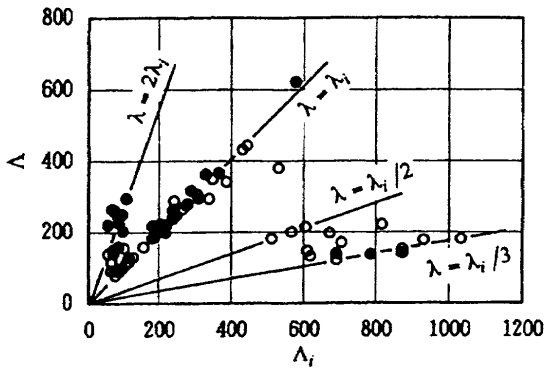


図1 流速のspan方向空間変化のrms値
(+ : 本実験, o : 凹面境界層の実験, Swearingen (1987))



●: Hot wire data, ○: visualization

図2 初期攪乱の波長 λ_i と非線形ゲルトラー渦の波長 λ の関係

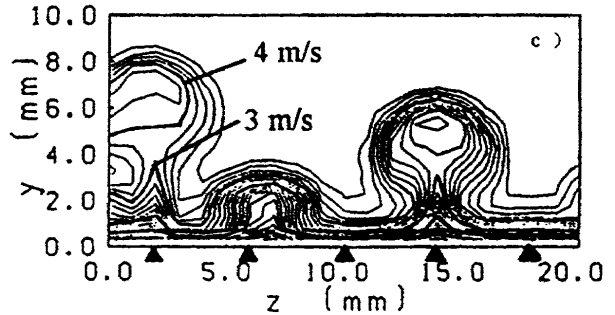
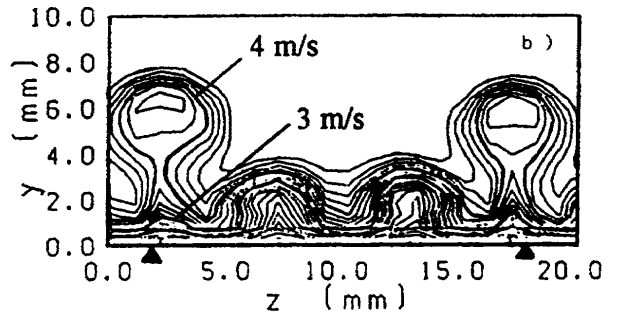
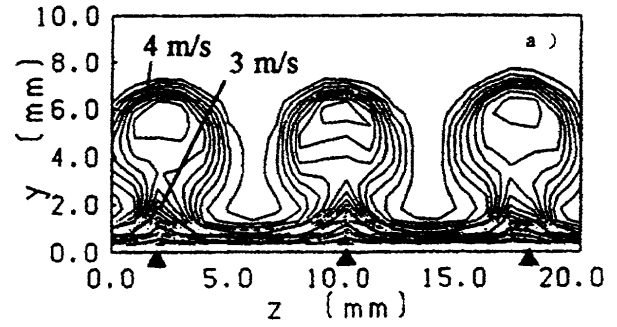


図3 span方向二次不安定による非線形ゲルトラー渦の分裂と合体, 図は等速度線, ▲は初期攪乱の低速領域中央のspan方向位置を示す。 $G_\delta = 140, U_w = 5 \text{ m/s}, \Omega = 6.8 \text{ rad/s}$, a) $\lambda_i = 8 \text{ mm}, \lambda = 278$, b) $\lambda_i = 16 \text{ mm}, \lambda = 787$, c) $\lambda_i = 4 \text{ mm}, \lambda = 98$

した微小な周期攪乱を人為的に加えて、二次不安定のロックを行い、上記の推論を確認したいと考えている。

参考文献

- 1) 松原・益田 (1990), 第22回乱流シンポジウム講演論文集, 214-218.
- 2) Matsubara, M. and Masuda, S. (1991), Boundary Layer Stability and Transition to Turbulence, ASME FED-114, 103-107.
- 3) 松原・益田 (1991), 第23回乱流シンポジウム講演論

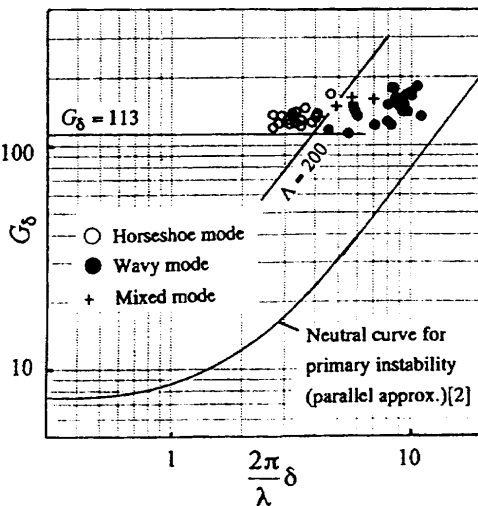


図4 流れ方向二次不安定のモード選択条件

- 文集, 89-93.
- 4) 松原・益田 (1992), 第24回乱流シンポジウム講演論文集, 11-15.
 - 5) 堀・益田・小尾 (1994), 第26回乱流シンポジウム講演論文集, 136-139.
 - 6) 益田・松原 (1989), 機論 (B) 55-516, 2162-2171.
 - 7) 松原・益田 (1989), 第21回乱流シンポジウム講演論文集, 76-80.
 - 8) Masuda, S. and Matsubara, M. (1990), *Laminar-Turbulent Transition*, IUTAM Symposium Toulouse France, 465-474.
 - 9) Guo, Y. and Finlay, W. H. (1994), *J. Fluid Mech.* 264, 1-40.
 - 10) Yu, X. and Liu, J. T. C. (1991), *Phys. Fluids A3*, 1845-1847.
 - 11) Sarby, A. S. and Liu, J. T. C. (1991), *J. Fluid Mech.* 231, 615-663.
 - 12) Hall, P. and Horseman, N. J. (1991), *J. Fluid Mech.* 232, 357-375.
 - 13) Liu, W. and Domaradzki, J. A (1993), *J. Fluid Mech.* 246, 267-299.
 - 14) Swearingen, J. D. and Blackwelder, R. F. (1987), *J. Fluid Mech.* 182, 255-290
 - 15) Floryan, J. M. and Saric, W. S. (1984), *AIAA J.* 22, 1529-1538.