

# 空力逆最適化による遷音速翼設計

大林 茂\*, 高梨 進†

## Aerodynamic Inverse Optimization Method for Transonic Wings

by

Shigeru Obayashi

Tohoku University

and

Susumu Takanashi

National Aerospace Laboratory

### Abstract

A Genetic Algorithm (GA) has been applied to optimize target pressure distributions for inverse design methods. Since GAs do not require any derivative information, the resulting aerodynamic optimization algorithm is robust. Once target pressure distributions are obtained, corresponding airfoil/wing geometries can be computed by an inverse design code coupled with a Navier-Stokes solver. Design examples indicate that the present optimization algorithm is efficient and that supercritical wing shapes are reproduced by the simulated evolution.

### 1. はじめに

空力性能が要求される形状を設計する上で、よりよい設計をするには空力最適化を行うことが望ましい。近年の数値流体力学(CFD)の発達に伴い、CFDを用いて数値的に設計最適化を行う試みがなされている<sup>1)</sup>。

空力最適化の問題点としては、流体問題の非線形性、流体解析のコスト、それに航空機設計における制約条件の厳しさ(多さ)などがあげられる。このため、勾配法に基づく従来の最適化法を空力最適化に適用することは困難であり、これまで汎用性のある方法が確立されていなかった。

遺伝的アルゴリズム(Genetic Algorithm、以下GAと略す)は、生物進化に着想を得た確率的最適化法の一種である<sup>2-4)</sup>。設計候補の集団に対し、適応度評価、選択、交配、突然変異を繰り返し、より進化した設計候補を産み出すことにより、最適解を探索する。この方法は、勾配に関する情報を必要としない、ロバストな最適化法として知られている。しかし、GAでは毎世代、設計候補の集団の個々のメンバーに対し適応度評価をするため、莫大な数の評価計算が必要となる。空力最適化では、流体解析のコストが高いため、単純に

GAを適用すると膨大な計算時間が必要となる。

空力形状を設計する場合、圧力分布を指定することにより形状を設計する逆設計法がよく用いられている。物体まわりの圧力分布が分かれば、空力性能の概略が分かるからである。そこで、この圧力分布から見積もった空力性能を最適化する逆最適設計という方法が考えられる<sup>5)</sup>。

逆最適設計法を用いると、GAを効率的に利用できる。すなわち、いちいちCFDによる流体解析をするのではなく、圧力分布から得られる揚力と抵抗の見積もりから設計評価をすることで、GAに必要とされる莫大な数の評価計算ははるかに短い計算時間でできることになるからである。こうして得られた最適な圧力分布をターゲットとして逆問題を解き、空力的に最適な形状を求めることができる。

本研究では、GAを用いた逆最適設計法を提案する(Fig.1)。CFDは逆問題を解くのに用いられる。すなわち、高梨の方法<sup>6)</sup>をNavier-Stokesコード<sup>7,8)</sup>と組み合わせて用いる。2次元翼型及び3次元遷音速翼の設計に適用し、結果を示す。

### 2. 設計変数とGAの戦略

翼型まわりの圧力分布を上面と下面の二つに分け、それぞれを7制御点を持ち始点と終点を通るB-spline

\*東北大学工学研究科航空宇宙工学専攻

†航空宇宙技術研究所空力性能部

曲線<sup>9</sup>で表す (Fig.2)。この2本の曲線は始点と終点、すなわち翼前縁と後縁で指定された圧力と一致するものとする。設計変数は残りの10点の(x/c, Cp)の値である。この圧力分布から、揚力係数Cl、翼厚t/c、抵抗係数Cdを見積もることができる。

本研究で用いたGAの特徴は、以下の3点である。まず、遺伝子型として実数型データをそのまま用いた。通常のGAでは二進数が遺伝子型として用いられるが、実数値の最適化問題では、二進数と十進数をともに扱うのは煩雑なだけである。そこで、設計変数を十進数のまま並べて遺伝子型とした。次に、これに対応して、交叉オペレータとして、実数データに対しランダムな重みつき平均を行うオペレータを用いた。また、各世代で最も評価の良い2個体を残すエリート戦略を採用した。

各世代では、次のような手続きを繰り返す。まず、全個体の適応度を調べる。次に親(2個体)を選択する。親の選択には、通常のルーレット選択を用いた。これは、適応度の高いものほど親になる確率が高くなる方法である。そして、親の遺伝子の重みつき平均を行い、子(2個体)の遺伝子を作る。このとき導入される突然変異は、20%の確率で設計変数の値が±0.1の範囲で変化するように設定した。あらかじめ、親の世代中で最も適応度の高い2個体を無条件で子の世代に加えておき、子の個体数が1000になればその世代の手続きを終了する。こうしてまた、生成された子を親とする次の世代に進むことになる。なお各世代の個体数は、設計変数や後に述べる制約条件の多さを考慮して1000とした。この手続きを1000世代実行した後、最適な個体を最適解とした。計算時間は、SGI Indyで1時間程度である。

一般に、GAの初期集団はランダムに生成される。しかし、今回の場合  $0 < x/c < 1$  及び  $-1 < C_p < 1$  の範囲で設計変数をランダムに発生させて個体を生成しても、ほとんどの個体は制約条件を満たさない。そこで、下面の圧力分布が一部負になることと揚力が正になることを付加して初期集団を生成した。さらに、1000世代実行する前に、10世代のみの実行を100回繰り返し、そこで得られた100個のもっとも適応度の高い個体を保存して、最終的に実行する際の初期集団に加えた。

### 3. 逆最適設計問題

最適化問題として抗力最小化問題を考える。揚力係数と翼厚を指定することになるが、実際には得られた圧力分布が逆問題を解いたときに実現可能な形状を持つために、さらに様々な制約条件が必要となる。この

制約条件の多さに対する柔軟性も、GAの利点の一つであろう。以下に、今回用いた制約条件を具体的に示す。

目的関数： Cd 最小化

- 制約条件：
1. Cl 指定
  2. t/c 指定
  3. Cp,u (上面) < Cp,l (下面)
  4. Cp,l < 0 at 0.1 < x < 0.6
  5. Cp,l < 0.4 at 0.6 < x < 1
  6. Cp,suction peak < 1.1 Cp\*
  7. dCp,u/dx ≐ 0 at 0.1 < x < 0.5
  8. dCp,u/dx < 2.3
  9. 変曲点の数 < 4

ここで、Cp,uとCp,lは、それぞれ上面及び下面の圧力係数である。まず、揚力係数は圧力分布の積分そのものである。次に翼厚は、

$$t/c = -\frac{\sqrt{1-M_\infty^2}}{2} \int_0^1 \frac{C_{p,u} + C_{p,l}}{2} dx$$

により、近似的に見積もることができる<sup>5</sup>。そして、抵抗係数は、Squire-Youngの関係式<sup>10</sup>

$$C_d = 2\theta_{tr} \left( \frac{U_{e,tr}}{U_\infty} \right)^{3.2}$$

から見積もる。ここで、 $\theta_{tr}$ は後縁での運動量厚さ、 $U_{e,tr}$ は後縁での外部流速、 $U_\infty$ は一様流速である。運動量厚さは、遷移位置を与えると乱流境界層の積分方程式から見積もることができる。実際の設計では遷移位置の推定も重要だが、今回は遷移位置を上面5%下面10%に固定した。

制約条件中、条件4と5はリア・ローディングにするため、条件6と7はソニック・プラトーにするため、条件8は境界層の剥離を防ぐため、条件9は圧力分布を滑らかにするための制約条件である。これらの設計方針には、文献11を参考にした。

### 4. 衝撃波の取り扱い

遷音速翼型の設計では、弱い衝撃波も考慮に入れることが望ましい。そこで、 $x/c > 0.5$ 、マッハ数  $M > 1.1$ 、 $dCp,u/dx > 0.8$  を満たす最小のx座標が得られたとき、これを自動的に衝撃波位置とすることにした。

衝撃波位置が定まると、衝撃波による造波抵抗と圧力差の大きさを決定する必要がある。このうち、造波抵抗は文献12より、

$$C_{d,w} = 0.02(M_{w,loc}^2 - 1)^{4.4}$$

で見積もることができるので、これを前節の粘性抵抗に加える。圧力差については、2次元の風洞実験のデータから、垂直衝撃波の与える圧力差のおよそ70%であることが分かっている<sup>5</sup>。衝撃波位置から後縁までの圧力分布を求める際は、設計変数の $C_p$ から衝撃波による圧力差を引いてB-spline曲線を計算した。

さらに、前節で述べた制約条件は衝撃波無しの場合の設計方針なので、制約条件6、7と9を次のように変更する。

- 6'.  $C_{p,suction\ peak} < 2.2C_{p*}$
- 7'. Suction peakが前縁近くにあり、そこから衝撃波までやや右下がりの圧力分布となる。衝撃波の後流側では、境界層を安定させるため、なるべく平坦な圧力分布を実現する。
- 9'. 変曲点の数  $< 5$

単に圧力分布に垂直衝撃波の70%の圧力差を与えたところで、そのような圧力分布を実現する逆問題の解があるとは限らない。実現可能な圧力分布を得るには、条件7'をどう扱うかが重要である。今回は、はじめ垂直衝撃波の60%の圧力差で衝撃波位置から後縁までの圧力分布を計算し、衝撃波直後で圧力分布が一定になるように後流側から外挿した。(  $C_{p,u}$ を表すB-spline曲線を40点で定義したが、衝撃波直後は2点が同じ $C_p$ の値を取るように後流側から代入し直した。) この結果、衝撃波位置での圧力差は、ほぼ70%になった。

衝撃波の導入により、今回の抗力最小化問題は、目的関数が不連続で、制約条件も条件そのものが変わるという複雑な問題になった。従来勾配法では、このまま取り扱えないが、GAでは、衝撃波無しにするか、弱い衝撃波を入れるかどうかを含めてこのまま最適化することができた。

## 5. 設計結果

### 1) 衝撃波無しの翼型設計 - Case 1

まず、揚力を低めに設定して、衝撃波無しの遷音速翼型の最適設計を試みた。マッハ数0.75、レイノルズ数 $10^7$ 、 $C_l = 0.5$ 、 $t/c = 0.1$ としたとき、GAによる最適化の収束履歴をFig.3に、GAにより最適化された圧力分布(target)、逆解法(高梨の逆解法+Navier-Stokes計算)から得られた翼型形状とその圧力分布(design)をFig.4に示す。Targetとdesignの圧力分布は、良く一致している。

図中の表は、GAによる最適圧力分布からの見積もり、逆解法から得られた形状の解析結果、NASA遷音速翼型の解析結果による空力性能の比較を示してい

る。この設計例は既存の翼型より高い性能を示しており、このアプローチの有効性が確認できた。

なお、今回使用したNavier-Stokesコード中のBaldwin-Lomax乱流モデルは後縁厚み(blunt trailing edge)のある翼型の解析には適しておらず<sup>13</sup>、現在2方程式モデルの導入を検討中である。従って、今回の設計翼型は後縁厚みが0であることを仮定し、NASA遷音速翼型も後縁厚みがなくなるように変形させた。

### 2) 衝撃波有りの翼型設計 - Case 2

次に、揚力を高めに設定し、衝撃波有りの遷音速翼型の設計をした。マッハ数0.8、レイノルズ数 $10^7$ 、 $C_l = 0.7$ 、 $t/c = 0.1$ としたとき、GAにより最適化された圧力分布(target)、逆解法から得られた翼型形状とその圧力分布(design)をFig.5に示す。前縁のsuction peakでやや不一致があるが、衝撃波の位置と圧力差を含め、逆問題はうまく解けている。

図中の表は、GAによる最適圧力分布からの見積もりとその逆解法から得られた形状の解析結果を示している。この設計翼型の性能は必ずしも最適とはいえないが、これは先に述べたように後縁厚みを0としたためである。将来的に、後縁厚みのある流れ場に十分信頼のおける乱流モデルを導入すれば、実用的な最適設計ができるであろう。

### 3) 3次元遷音速翼設計 - Case 3

Case 1の2次元最適圧力分布をスパン方向に通すことにより設計された、3次元遷音速翼と上面の圧力分布をFig.6に示す。翼の平面形は、20.4度の前縁後退角を持ち、テーパー比0.3、アスペクト比8.22とした。マッハ数を0.8とし、初期翼として、Fig.4の翼型をスパン方向に並べたものを取った。Fig.7と8には、それぞれ初期翼及び設計翼の断面形状とその圧力分布を示す。Fig.6-8を見ると、初期翼の圧力分布はターゲットと全く異なるが、逆解法によって得られた設計翼ではきれいに等圧線が通っている。設計翼のルート部では形状変化に対して格子点数が足りなかったため、前縁で圧力が振動しているが、他の断面では目標の圧力分布が実現されている。翼の空力性能は、 $C_l = 0.492$ 、 $C_D = 0.0212$ であった。

## 6. まとめ

GAを用いて圧力分布を最適化し、これをターゲットとして逆問題を解いて最適形状を求める空力逆最適設計法を提案し、遷音速翼型及び3次元翼の設計例を示した。目的関数が不連続かつ制約条件も変わるような複雑な空力最適化問題も、GAを用いることによって比

較的容易に解くことができる。

翼型の最適化としては、後縁厚みのある翼型の性能を定量的に正しくとらえることが、CFDの課題であろう。また、最適化法の課題としては、制約条件の設定があげられる。特に、設計方針は、様々な形で制約条件として最適化問題に取り込まれることになる。従って、最適化法の実用化には、制約条件の作り方が決め手となろう。このため、設計方針の制約条件としての定式化、それらのデータベースとしての蓄積と、将来的には人工知能を用いたエキスパートシステムの構築などが望まれる。

## 7. 参考文献

1. Labrujère, Th. E. and Slooff, J. W., "Computational Methods for the Aerodynamic Design of Aircraft Components," *Annu. Rev. Fluid Mech.*, Vol. 25, pp.183-214, 1993.
2. Goldberg, D. E., *Genetic Algorithms in Search, Optimization & Machine Learning*, Addison-Wesley Publishing Company, Inc., Jan. 1989.
3. 北野宏明編、遺伝的アルゴリズム、産業図書、1993.
4. L. デービス編、遺伝アルゴリズムハンドブック、森北出版、1994.
5. van Egmond, J. A., "Numerical Optimization of Target Pressure Distributions for Subsonic and Transonic Airfoil Design," *Computational Methods for Aerodynamic Design (Inverse) and Optimization*, AGARD Conference Proceedings No. 463, Reference 17, March 1990.
6. Takanashi, S., "Iterative Three-Dimensional Transonic Wing Design Using Integral Equations," *Journal of Aircraft*, Vol. 22, No. 8, pp. 655-660, August 1985.
7. Fujii, K. and Obayashi, S., "Navier-Stokes Simulations of Transonic Flows over a Practical Wing Configuration," *AIAA Journal*, Vol.25, No. 3, pp. 369-370, March 1987.
8. Obayashi, S. and Wada, Y., "Practical Formulation of a Positively Conservative Scheme," *AIAA Journal*, Vol. 32, No.5, pp. 1093-1095, May 1994.
9. 佐藤義雄、実習グラフィックス、アスキー・ラーニングシステム②実習コース、アスキー出版局、1988.
10. Young, A. D., *Boundary Layers*, AIAA Education Series, 1989.
11. Harris, C. D., "NASA Supercritical Airfoils – A Matrix of Family-Related Airfoils," NASA TP-2969, March 1990.
12. Inger, G. R., "Application of Oswatitsch's theorem to Supercritical Airfoil Drag Calculation," *Journal of Aircraft*, Vol. 30, No. 3, pp. 415-416, May-June 1993.
13. Stanaway, S. K., W. J. McCroskey and Kroo, I. M., "Navier-Stokes analysis of Blunt Trailing Edge Airfoils," AIAA Paper 92-0024, Jan. 1992.

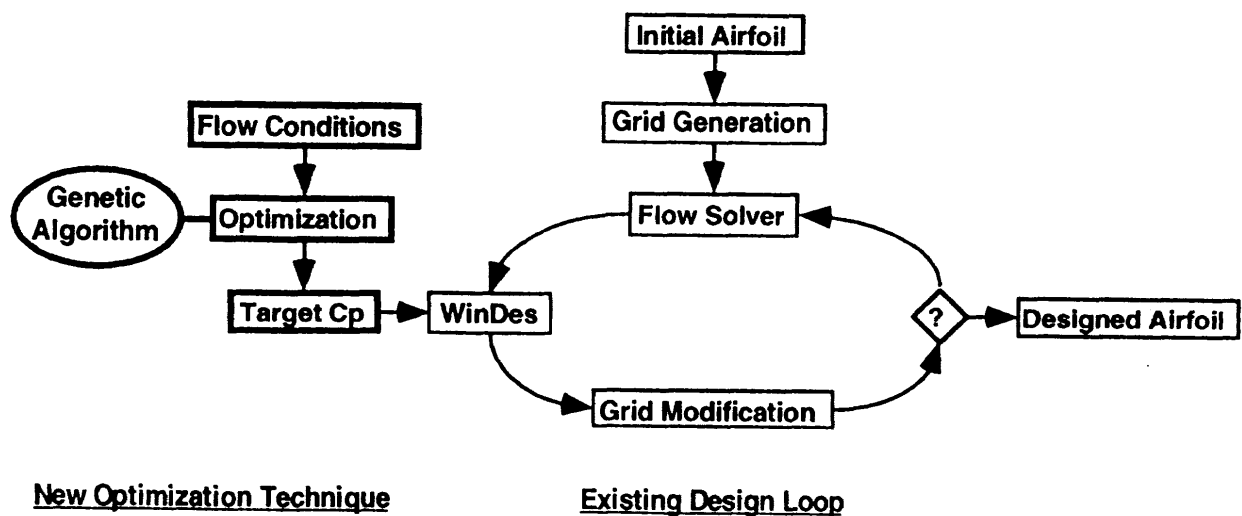


Fig.1 Flowchart of the present design procedure

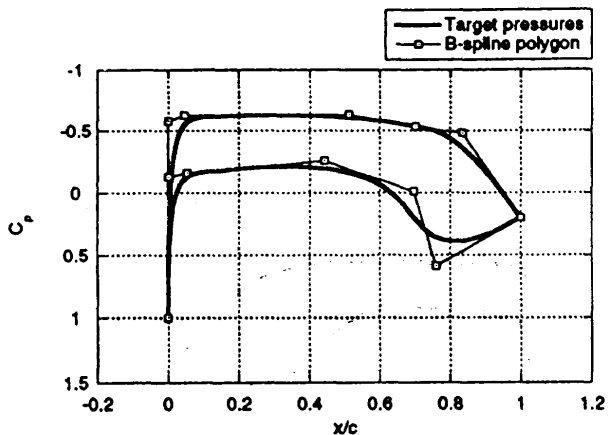


Fig. 2 B-spline polygons and corresponding pressure distributions

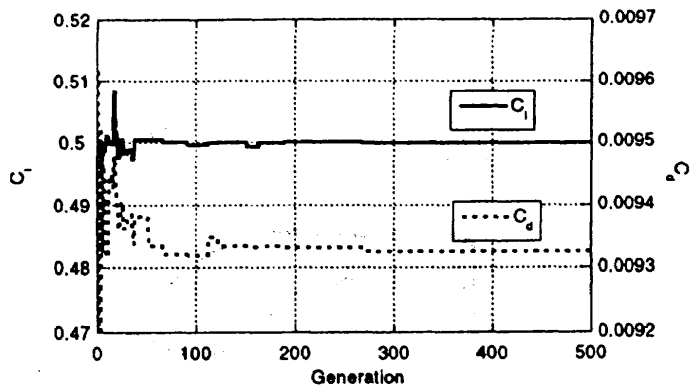


Fig. 3 Optimization history of lift and drag of the best fit in generation

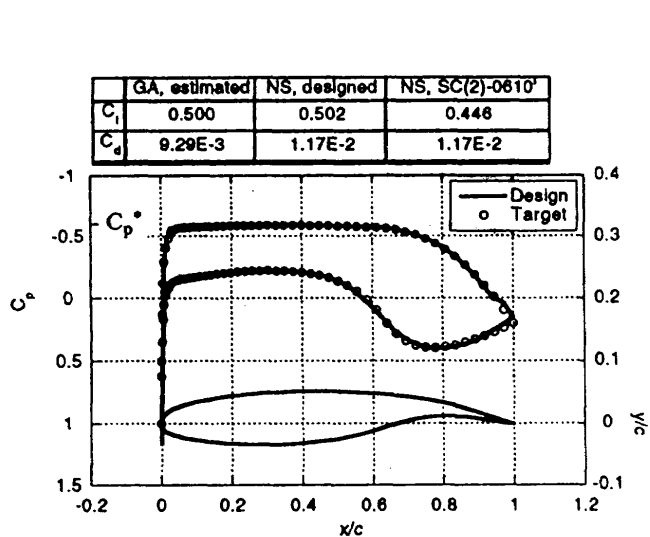


Fig. 4 Design result and comparison of aerodynamic performance for Case 1

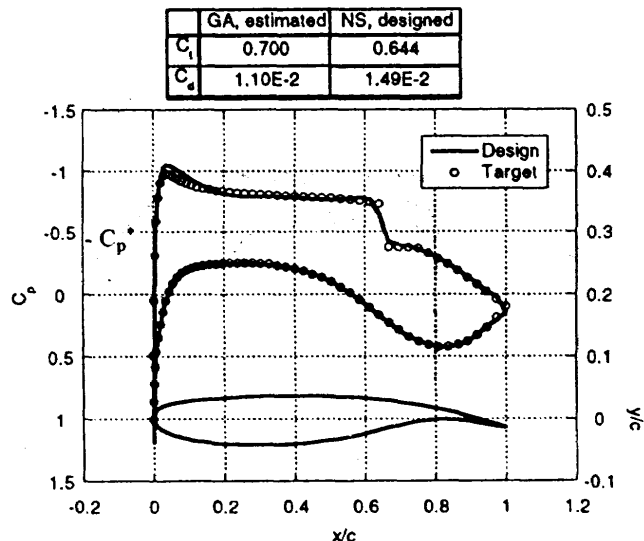


Fig. 5 Design result and comparison of aerodynamic performance for Case 2

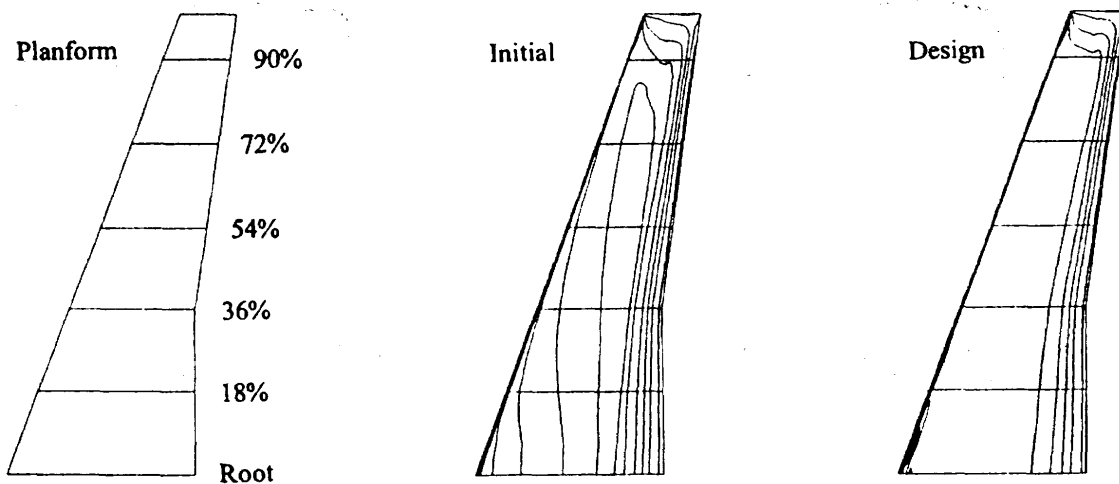


Fig. 6 Wing planform and pressure distributions

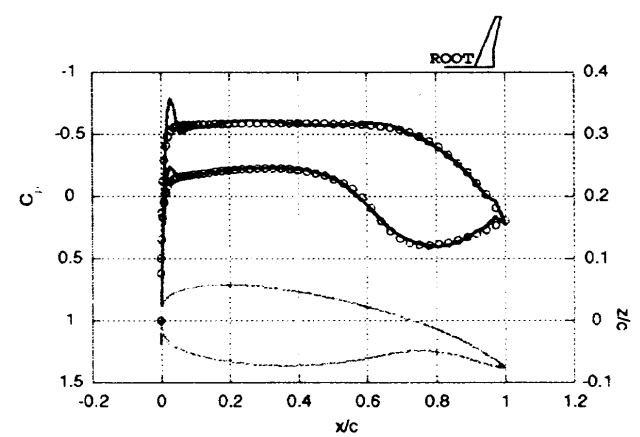
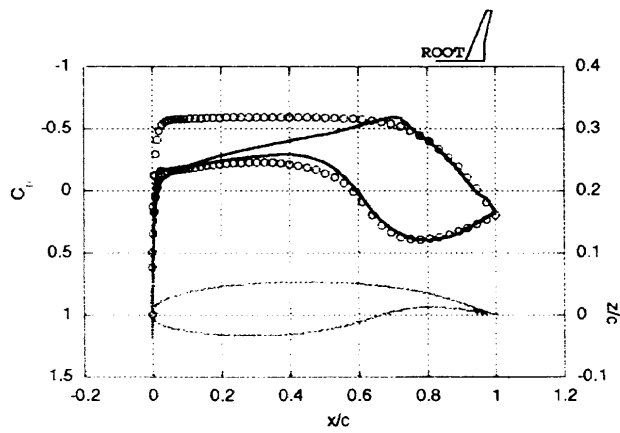
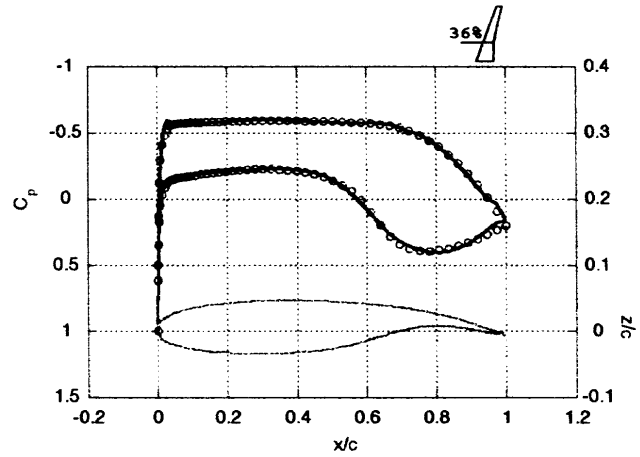
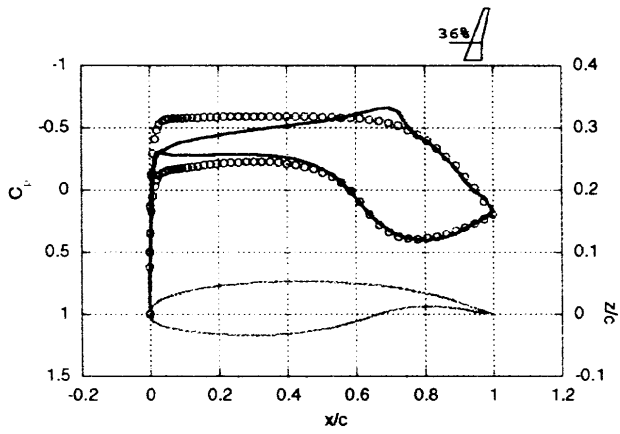
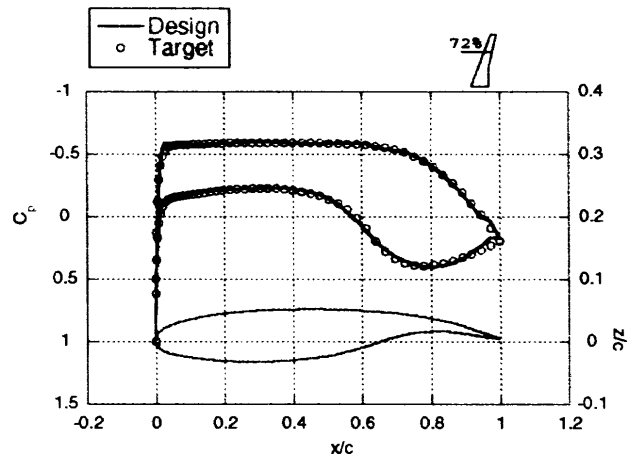
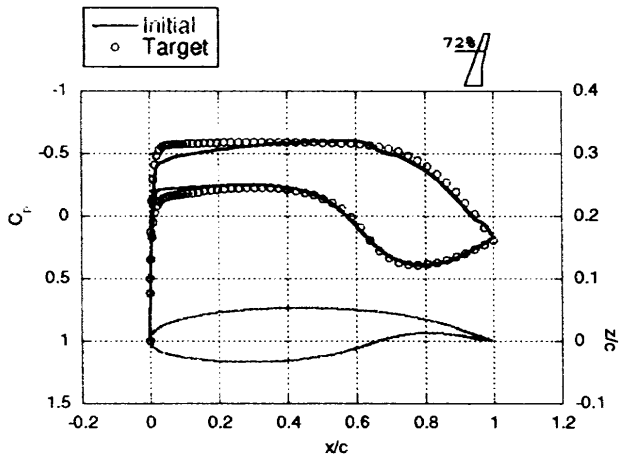


Fig. 7 Initial wing geometry and corresponding pressure distributions

Fig. 8 Designed wing geometry and corresponding pressure distributions