

# 浮力が作用する回転曲管内の流れと熱伝達

石垣 博\*

## Fundamental Characteristics of Mixed Convective Laminar Flow in Rotating Curved Pipes

Hiroshi ISHIGAKI

National Aerospace Laboratory, Kakuda Research Center.

The fluid flowing in rotating heated curved pipes is subjected to three body forces: centrifugal, Coriolis and buoyant forces. Fully developed laminar flow in rotating coiled pipes is investigated through similarity arguments and computational studies. The thermal boundary conditions at the wall are uniform wall heat flux axially and uniform wall temperature peripherally. Flow and heat transfer characteristics are elucidated for the case when they are governed by four parameters: Dean number, Prandtl number, body force ratio and buoyancy parameter. Detailed structures of velocity and temperature fields are shown for wide range of these parameters.

### 1 緒言

回転体内部に流路を設け、流体を流して冷却する回転機械の冷却問題では3つのモード、すなわち (I) 直流路が回転軸に平行な場合 (平行回転), (II) 直流路が回転軸に直交している場合 (直交回転), (III) 曲流路が曲率中心のまわりに回転している場合 (回転曲管), が基本的に重要である。著者はこれらすべてのモードについて、流れと熱伝達の特徴を系統的に解明している。本報告はモード (III) についてのものであり、浮力が作用しない場合についてはロスビー数が大きい場合の流れ特性<sup>(1),(2)</sup>と熱伝達特性<sup>(3)</sup>, およびこれらにおよぼすロスビー数の影響<sup>(4)</sup>について既に報告した。

曲管がその曲率中心のまわりに一定角速度で回転するとき、管内を流れる流体には管の曲率による遠心力、管の回転による遠心力とコリオリの力が同時に作用する。さらにたとえば大形発電機などでは回転による遠心力が  $10^4g$  にも達するので、管壁と流体のあいだに温度差があると遠心浮力の影響が顕著にあらわれる。このときには3種の体積力が同時に作用し、流動伝熱特性はさらに複雑になる。

浮力が作用する回転曲管内層流についての唯一の研究として、かなり以前の Miyazaki の解析がある<sup>(5),(6)</sup>。この解析は主流と回転が同方向の場合 (正回転) について、境界層近似を用いた摂動解を差分法により数値的に求めたものであるが、回転および浮力の効果がきわめて微弱な場合しか適用できず、また第ゼロ近似でさえもその境界層近似の適用には問題があって信頼性にとぼしい。

さてこの流れの体積力効果は曲率、回転、加熱の三つから成るから、後で示すように極限状態として静止曲管と回転直管の二つの強制対流および平行回転直管の複合対流の合計三つの流れをもつ。このうち、前二者については曲率パラメータ  $\lambda$  とロスビー数  $Ro$  がともに大きい場合に定量的相似性 (アナロジー) が成立し (層流については文献 (7)–(10), 乱流については文献 (11), (12)), 著者の回転曲管内流れの研究はこのアナロジーに基礎をおいている。また平行回転直管の複合対流については文献 (13), (14) でその流動伝熱特性を明らかにした。

本研究では著者の相似理論を適用して標記の問題に対する相似パラメータを導く。その結果、この流れは  $\lambda$  と  $Ro$  が大きくてその影響が無視できれば、ディーン数  $K_{Lc}$ , プラントル数  $Pr$ , 体積力比  $F$  および浮力パラメータ  $B$  の四つのパラメータにより支配されるこ

\* 航空宇宙技術研究所角田宇宙推進技術研究センター

とが明らかになった。少なくとも4つ以上のパラメータにより支配されるこの流れの全容は複雑・多岐にわたるので、ここでは相似性と流動伝熱場の構造を明確にし、実用的に重要な圧力損失と熱伝達については別に述べる。なお熱的境界条件は軸方向に熱流束一定、周方向に壁温一定とする。

2. 主な記号

- $B$  : 浮力パラメータ =  $K_{LB}^2 / (Pr K_{LC}^2)$
- $F$  : 体積力比 =  $\lambda / Ro$
- $K_{LB}$  : 水平直管複合対流の層流特性数 =  $\sqrt{Ra_H}$
- $K_{LC}$  : 曲管の層流特性数(ディーン数) =  $Re / \sqrt{\lambda}$
- $Pr$  : プラントル数 =  $\nu / \alpha$
- $Ra_H$  : 回転レイリー数 =  $R\Omega^2 \beta q_w d^4 / (\nu k \alpha)$
- $Re$  : 主流のレイノルズ数 =  $w_m d / \nu$
- $Ro$  : ロスビー数 =  $w_m / \Omega d$
- $\beta$  : 体積膨張係数
- $\lambda$  : 曲率パラメータ =  $R / d$

3. 基礎式と数値解法

図1に示すように、曲率中心まわりに回転する曲管に固定して円環座標系  $(r, \theta, \phi)$  をとり、速度成分を  $(u, v, w)$ 、温度  $T$  とする。曲管は  $0'-y'$  軸のまわりに一定の角速度  $\Omega$  で回転するものとし、回転方向が主流方向と同じ場合 ( $\Omega > 0$ ) を正回転、逆の場合 ( $\Omega < 0$ ) を逆回転と呼ぶ。一般に回転機械では回転半径が大きいので、 $\lambda$  が十分に大きい ( $\lambda \approx 8$ ) と仮定すれば、管軸距離  $z = R\phi$  として円筒座標  $(r, \theta, z)$  に変換できる。曲管壁が管軸方向に熱流束一定、周方向に壁温一定の条件で加熱されているものとし、管内の流れは定常、非圧縮性層流で、速度場、温度場ともに完全に発達した状態にあるものとする。また Boussinesq 近似を導入して密度変化は浮力項でのみ考慮し、粘性係数などの物性値は一定と仮定、重力による浮力は無視する。

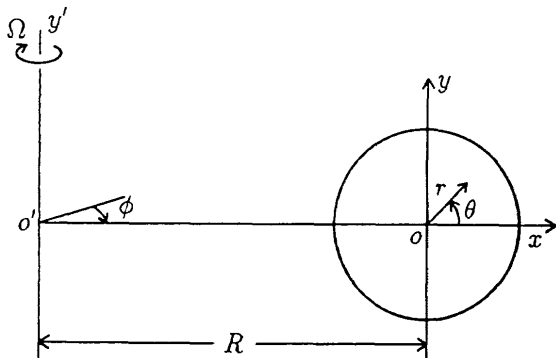


図1 回転曲管の座標系

このとき加熱曲管管内の完全発達層流の基礎方程式は次のようになる。

$$\frac{\partial}{\partial r}(ru) + \frac{\partial}{\partial \theta}(v) = 0 \dots \dots \dots (1)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} - \frac{v^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p^*}{\partial r} + \frac{w^2 \cos \theta}{R} + 2\Omega w \cos \theta + R\Omega^2 \beta (T_w - T) \cos \theta + \nu \left( \nabla^2 u - \frac{u}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v}{\partial \theta} \right) \dots \dots \dots (2)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{uv}{r} = -\frac{1}{\rho r} \frac{\partial p^*}{\partial \theta} - \frac{w^2 \sin \theta}{R} - 2\Omega w \sin \theta + R\Omega^2 \beta (T_w - T) \sin \theta + \nu \left( \nabla^2 v - \frac{v}{r^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial u}{\partial \theta} \right) \dots \dots \dots (3)$$

$$u \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p^*}{\partial z} - 2\Omega(u \cos \theta - v \sin \theta) + \nu \nabla^2 w \dots \dots \dots (4)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta} + w \frac{\partial T}{\partial z} = \alpha \nabla^2 T \dots \dots \dots (5)$$

ここに  $\nu$  は動粘性係数、 $\alpha$  は温度拡散係数であり、ラブラシアンは次式で与えられる。

$$\nabla^2 \equiv \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}$$

また  $p^*$  は実際の圧力  $p$  から回転遠心力場の作用による平衡圧力を引いた換算圧力である。

$$p^* = p - \frac{1}{2} \rho \Omega^2 (R + r \cos \theta)^2 \dots \dots \dots (6)$$

完全発達流では  $\partial p / \partial z$  は一定となる。

$$-\frac{\partial p^*}{\partial z} = C \dots \dots \dots (6a)$$

さらに軸方向熱流束一定で加熱したときの温度場の完全発達条件より

$$\frac{\partial T}{\partial z} = \frac{dT_b}{dz} = \frac{4q_w}{\rho c_p w_m d} \dots \dots \dots (6b)$$

の関係がある。ここに  $\rho$  は密度、 $c_p$  は比熱、 $T_b$  は混合平均温度、 $q_w$  は壁熱流束、 $w_m$  は管内平均流速である。

計算は全管断面について行い、境界条件を次のように与えた。

$$r = d/2 : u = v = w = 0, T = T_w,$$

しかし計算結果の等高線はすべて  $x$  軸に関して対称であったので、§5の等高線は半断面のみについて示してある。数値計算プログラムは Patanker の著書<sup>(15)</sup>を参考にして作成したもので、著者らの一連の研究に用いているものである。有限体積法、スタガード格子、べき乗スキーム、SIMPLE法によっている。速度場、温度場ともに発達している場のエネルギー式の計算方法は Kays & Crawford の著書<sup>(16)</sup>を参考にした。格子点は  $r$  方向32、 $\theta$  方向53点を取り、 $\theta$  方向は  $\Delta \theta$  等間隔、 $r$  方向は壁近傍で密な不等間隔にとった。

4. 流動伝熱場の相似性

著者以外の回転曲管内流れの研究では二次流れ速度  $u, v$  を粘性速度  $\nu/d$  で無次元化して導いた無次元パラメータを用いて、実験あるいは計算結果を表示している。しかし粘性速度は二次流れのない非加熱直管流では正しい長さスケールであるが、いったん二次流れが起れば物理的意味を失う。このようにして導かれたパラメータは流れの相似性とは無関係であるから、これらのパラメータを使って流れの変化を連続的に表示したとしても、物理的には脈絡のないものになる。たとえば Miyazaki の研究では曲りがゆるやかな場合の基礎式から出発しているにもかかわらず、物理的に出現しないはずの  $\lambda$  が支配パラメータの一つとして現れている。ゆるやかな曲りの仮定は議論を流れ特性が  $\lambda$  に独立な場に限定するために導入される仮定なのである。

著者の理論で用いる無次元変換は、軸方向代表速度を  $u_m$ 、断面内の代表速度を  $U_S$  として、一般的に次のように表される。

$$\left. \begin{aligned} \tilde{u} &= \frac{u}{U_S}, \quad \tilde{v} = \frac{v}{U_S}, \quad \tilde{w} = \frac{w}{u_m}, \quad \tilde{p} = \frac{p}{\rho U_S^2} \\ \tilde{C} &= \frac{C}{\rho U_S u_m / d}, \quad \tilde{T} = \frac{T - T_b}{T_s}, \quad \tilde{r} = \frac{r}{d} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

壁熱流束一定の場合の、温度スケール  $T_s$  は  $k$  を流体の熱伝導率として、 $T_s = q_w d / k$  である。

緒言でも述べたように、この流れは三つの流れを極限としてもつので、三通りの無次元化が可能である。このうち曲管流と直交回転管内流のあいだにはアナロジーが成立するので、実質的には二つと考えてよい。浮力が小さいときを想定して曲管内流れを基準にとれば、速度スケール  $U_S$  は文献(1)-(4)で示したように

$$U_S = u_m / \sqrt{\lambda} \dots\dots\dots (8)$$

であるから、式(2)~(5)を無次元化した式は次のようになる(式(1)は同じ形になるので省略する)。

$$\begin{aligned} \tilde{u} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{r}} + \frac{\tilde{v}}{\tilde{r}} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \theta} - \frac{\tilde{v}^2}{\tilde{r}} &= -\frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{r}} + \tilde{w}^2 \cos \theta + 2F \tilde{w} \cos \theta + B \tilde{T} \cos \theta \\ &+ \frac{1}{K_{LC}} \left( \tilde{\nabla}^2 \tilde{u} - \frac{\tilde{u}}{\tilde{r}^2} - \frac{2}{\tilde{r}^2} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \theta} \right) \dots\dots\dots (9) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tilde{u} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \tilde{r}} + \frac{\tilde{v}}{\tilde{r}} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \theta} + \frac{\tilde{u}\tilde{v}}{\tilde{r}} &= -\frac{1}{\tilde{r}} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \theta} - \tilde{w}^2 \sin \theta - 2F \tilde{w} \sin \theta + B \tilde{T} \sin \theta \\ &+ \frac{1}{K_{LC}} \left( \tilde{\nabla}^2 \tilde{v} - \frac{\tilde{v}}{\tilde{r}^2} + \frac{2}{\tilde{r}^2} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \theta} \right) \dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

$$\tilde{u} \frac{\partial \tilde{w}}{\partial \tilde{r}} + \frac{\tilde{v}}{\tilde{r}} \frac{\partial \tilde{w}}{\partial \theta} = \tilde{C} - \frac{2}{Ro} (\tilde{u} \cos \theta - \tilde{v} \sin \theta) + \frac{1}{K_{LC}} \tilde{\nabla}^2 \tilde{w} \dots\dots\dots (11)$$

$$Pr \left( \tilde{u} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{r}} + \frac{\tilde{v}}{\tilde{r}} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \theta} \right) + \frac{4\tilde{w}}{K_{LC}} = \frac{1}{K_{LC}} \tilde{\nabla}^2 \tilde{T} \dots\dots\dots (12)$$

ここに

$$\tilde{\nabla}^2 = \frac{1}{\tilde{r}} \frac{\partial}{\partial \tilde{r}} \left( \tilde{r} \frac{\partial}{\partial \tilde{r}} \right) + \frac{1}{\tilde{r}^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \dots\dots\dots (13)$$

上式で浮力パラメータ  $B = K_{LB}^2 / (Pr K_{LC}^2)$  は流体にはたらく浮力と遠心力の比をあらわし、 $B \rightarrow 0$  とおけば回転曲管内強制対流の無次元式となる。文献(1)-(4)で明らかにしたように  $B = 0$  のときの速度場は温度場から独立で、 $Pr$  に無関係であり、軸速度場のパターンは  $K_{LC}$  のみによって決まる。温度場は  $Pr$  によって大きく異なり、(i)  $Pr \ll 1$  のときは二次流れのない直管強制対流場に相似、(ii)  $Pr \approx 1$  のときは軸速度場に相似、(iii)  $Pr \gg 1$  のときは二次流線  $\psi$  に相似となる<sup>(4)</sup>。

つぎに他方の極限である平行回転直管内複合対流を基準にとれば、文献(13)、(14)に示したように二次流れの速度スケールは

$$U_S = \sqrt{R\Omega^2 \beta T_s d / Pr} \dots\dots\dots (14)$$

であるから、式(2)~(5)を無次元化した式は次のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{1}{Pr} \left( \tilde{u} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{r}} + \frac{\tilde{v}}{\tilde{r}} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \theta} - \frac{\tilde{v}^2}{\tilde{r}} \right) &= -\frac{1}{Pr} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{r}} + \frac{\tilde{w}^2}{B} \cos \theta + \frac{2F}{B} \tilde{w} \cos \theta \\ &+ \tilde{T} \sin \theta + \frac{1}{K_{LB}} \left( \tilde{\nabla}^2 \tilde{u} - \frac{\tilde{u}}{\tilde{r}^2} - \frac{2}{\tilde{r}^2} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \theta} \right) \dots\dots\dots (15) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{Pr} \left( \tilde{u} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \tilde{r}} + \frac{\tilde{v}}{\tilde{r}} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \theta} + \frac{\tilde{u}\tilde{v}}{\tilde{r}} \right) &= -\frac{1}{Pr \tilde{r}} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \theta} - \frac{\tilde{w}^2}{B} \sin \theta - \frac{2F}{B} \tilde{w} \sin \theta \\ &+ \tilde{T} \sin \theta + \frac{1}{K_{LB}} \left( \tilde{\nabla}^2 \tilde{v} - \frac{\tilde{v}}{\tilde{r}^2} + \frac{2}{\tilde{r}^2} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \theta} \right) \dots\dots\dots (16) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{Pr} \left( \tilde{u} \frac{\partial \tilde{w}}{\partial \tilde{r}} + \frac{\tilde{v}}{\tilde{r}} \frac{\partial \tilde{w}}{\partial \theta} \right) &= \frac{\tilde{C}}{Pr} - \frac{2}{Pr Ro} (\tilde{u} \cos \theta - \tilde{v} \sin \theta) \\ &+ \frac{1}{K_{LB}} \tilde{\nabla}^2 \tilde{w} \dots\dots\dots (17) \end{aligned}$$

$$\tilde{u} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{r}} + \frac{\tilde{v}}{\tilde{r}} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \theta} + \frac{4\tilde{w}}{K_{LB}} = \frac{1}{K_{LB}} \tilde{\nabla}^2 \tilde{T} \dots\dots\dots (18)$$

上式で  $B \rightarrow \infty$  にすれば平行回転直管内複合対流の無次元式となる。式(8)からわかるように、この流れでは速度場ではなく温度場が  $Pr$  に独立になる(実際に  $Pr > 0.7$  では  $Pr$  には  $\nabla$  無関係になることは既に示した<sup>(13),(14)</sup>)。  $Pr$  の影響は速度場に大きくあらわれ、速度場  $\tilde{w}$  のパターンは (i)  $Pr \ll 1$  のときには二次流線  $\psi$  に相似、(ii)  $Pr \approx 1$  のときには温度場に相似、(iii)  $Pr \gg 1$  のときには二次流れのない直管強制対流のポワズイユ分布に相似となる<sup>(13)</sup>。

浮力が作用する曲管内の流動伝熱特性は上に述べた二つの極限の間状態になり、 $B$ の値を増加させると  $B=0$  の特性から  $B=\infty$  の特性へと変化していく。したがって  $K_{LC}$ 、 $F$ を一定にとり  $B$ を増加させると軸速度と温度場のパターンは次のように変化する。(i)  $Pr \ll 1$  では軸速度場は  $K_{LC}$ の値により決まるパターン ( $K_{LC}$ が小さければ粘性流型、 $K_{LC}$ が大きければ境界層型) から  $\psi$ に相似なパターンへと変化する。温度場は直管強制対流場の分布から  $K_{LB} = K_{LC}\sqrt{PrB}$ により決まるパターンに移行する。(ii)  $Pr \approx 1$  では軸速度と温度場は常に相似である、(iii)  $Pr \gg 1$  では軸速度場は  $K_{LC}$ によって決まるパ

ターンからポワズイユ流れのパターンに変化し、温度場は  $\psi$ に相似なパターンから  $K_{LB}$ によって決まるパターンに移行する。

以上のことからパターンの様相に着目すれば、 $B$ が増加するにつれて (i) ポワズイユ分布のパターンは  $Pr \ll 1$  の  $\hat{T}$ から  $Pr \gg 1$  の  $\hat{w}$ へと移り、(ii)  $\psi$ に相似なパターンは  $Pr \gg 1$  の  $\hat{T}$ から  $Pr \ll 1$  の  $\hat{w}$ に移ることがわかる。

5. 速度場と温度場の基本構造

前節では二つの極限流の速度・温度場のパターンには次の4種があることを述べた。(i)  $K_{LC}$ で決まるパ

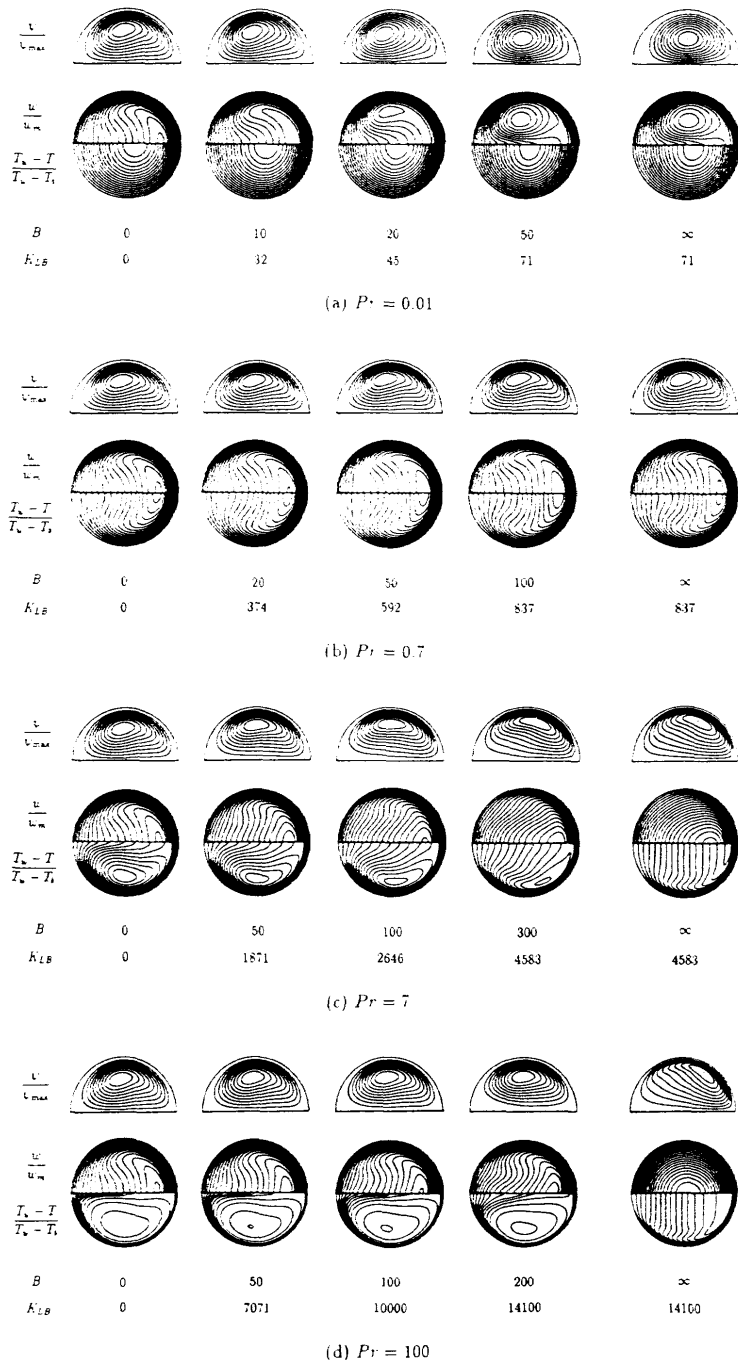


図2 浮力パラメータ  $B$  による等高線の変化 ( $K_{LC} = 100, F = 2$ )

ターン, (ii)  $K_{LB}$  で決まるパターン, (iii) 放物面パターン, (iv) 二次流線に類似したパターン. そして  $B=0$  から  $B$  を増加させたときの曲管内複合対流のパターンは, 上の4種のパターンの一つから別のパターンに遷移する中間過程であると説明した. 本節ではこの相似性の考察から得た推論を数値計算結果により具体的に検証する.

はじめに正回転 ( $F > 0$ ) の計算結果を示す. 図2(a)-(d) は  $K_{LC} = 50$ ,  $F = 2$ ,  $\lambda = 20$  に固定し,  $Pr = 0.01, 0.7, 7, 100$  の4種の流体について, 軸速度  $w$ , 二次流線  $\psi$ , 温度  $T$  の無次元等高線分布が  $B$  の増加とともにどのように変化するかを示したものである. 温度は軸速度場  $\bar{w}$  との対応を定量的にも維持するため,  $\bar{T}$  の代わりに  $(T_w - T)/(T_w - T_b) = Nu\bar{T}$  (ここに  $Nu$  は平均ヌッセルト数) の形で示した. 左端の  $B=0$  は曲管内強制対流を示し,  $w$  分布は  $K_{LC} = 100$  で決まるパターン (粘性流形) をとり,  $Pr$  によって変化しない. 他方  $T$  の分布は  $Pr = 0.01$  では放物面分布,  $Pr = 0.7$  では  $w$  分布と相似,  $Pr = 100$  では2ヶ所に極値をもつ  $\psi$  に類似した分布になっている.

参考のため右端には水平直管複合対流 ( $B \rightarrow \infty$ ) の分布を示した. このときの  $K_{LB}$  はその隣の分布と同じ値を与えているので, 同一条件における直管 ( $\lambda$

$\rightarrow \infty$ ) の分布に相当する. このとき  $T$  分布は  $K_{LB}$  の値によって決まるパターンをとり,  $Pr$  にはほとんど関係しない. 他方,  $w$  の分布は前節で述べたように  $Pr = 0.01$  では  $\psi$ ,  $Pr = 0.7$  では  $\tau$ ,  $Pr = 100$  では放物面分布にそれぞれ相似になっている.

遠心力と浮力が同時に作用する  $B$  の有限値の分布を見る.  $F > 0$  のこの場合には管曲率による遠心力, 回転によるコリオリの力および遠心力が同一方向 ( $x$  方向) にはたらき, 3種の二次流れの方向が同じになって重畳されるので, 二次流れの逆転現象は起きない.  $Pr = 0.01$  の場合の  $w$  分布の変遷を見ると,  $\bar{w}$  は  $K_{LC} = 100$  の一つの極値が分岐して極大値が二つのパターンになり,  $B \rightarrow \infty$  の流線に相似なパターンに漸近する. また  $T$  は放物面分布から,  $K_{LB} = 71$  の値で決まるパターンに漸近していく.

$Pr = 0.7$  の場合には,  $w$  と  $T$  のパターンはつねにたがいの相似性を保持しながら変化し, 分布の様相も  $K_{LC}$  で規定されるパターンから  $K_{LB}$  で規定されるパターンへと変化していく.  $Pr = 7, 100$  の場合には  $Pr = 0.01$  の  $w$  とは逆に,  $T$  分布の2つの極値が  $B$  が増加するにつれて一つに縮退する現象がおきる.  $Pr = 100$  では  $K_{LB}$  が非常に大きな値になっても, 極限形の対称パターンにはなかなか近づかない. またこれ以

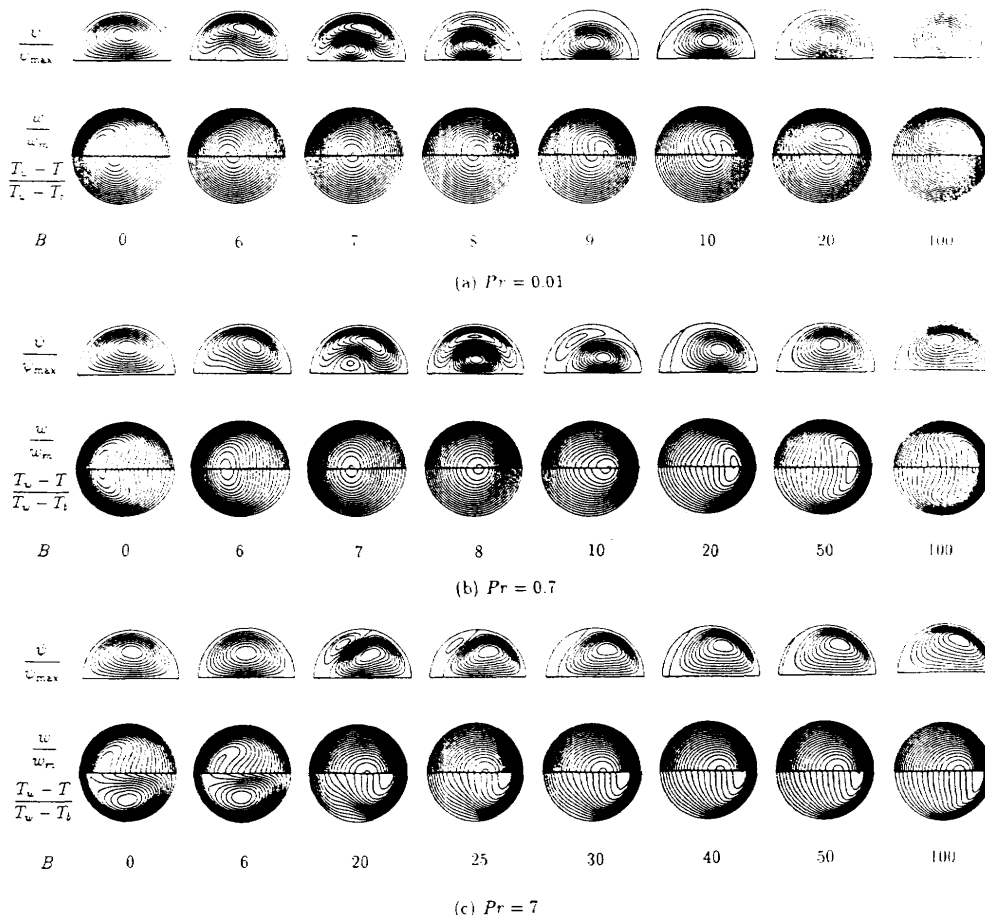


図3 浮力パラメータ  $B$  による等高線の変化 ( $K_{LC} = 100, F = -2$ )

上の大きな $K_{LB}$ の値では、数値計算が不安定となって収束解が得にくくなる。現実にも $K_{LB}$ の値が非常に大きくなれば、層流状態が維持できず、非定常あるいは乱流状態になると思われる。

これら4種の $Pr$ についてのパターンを比較してみると、前節の最後で述べた $\hat{w}$ と $\hat{T}$ とのあいだのパターンの転移、すなわち $B$ が増加するにつれて放物面パターンは $Pr = 0.01$ の $\hat{T}$ から $Pr = 100$ の $\hat{w}$ に移り、 $\psi$ パターンは $Pr = 100$ の $\hat{T}$ から $Pr = 0.01$ の $\hat{w}$ に移るという予測が実現されていることがわかる。

つぎに逆回転( $F < 0$ )の場合の計算結果を示す。図3(a)-(c)は $K_{Lc} = 100$ ,  $F = -2$ ,  $\lambda = 20$ に固定し、 $Pr = 0.01$ ,  $0.07$ ,  $7$ について等高線が $B$ によりどのように変化するかを示したものである。 $F < 0$ のこの場合にはコリオリの力が $x$ の負方向、他の二つは $x$ の正方向にはたらくので、二次流れの逆転現象が見られる。 $Pr = 0.01$ の二次流れ線図で説明する。 $B = 0$ では管曲率による遠心力に比してコリオリの力が支配的であり、管曲率による二次流れ渦は打ち消されて見えない。しかし、 $B = 6$ では浮力による二次流れが管壁に沿って発生して(反時計回り)、コリオリの力による渦(時計回り)の強さを弱めるため、遠心力による二次流れ渦(反時計回り)が相対的に強くなって $x$ 軸上に姿を現わす。 $B$ が大きくなるにしたがって、浮力による渦はコリオリの力による渦をさらに弱める。たとえば $B = 7$ では3つの二次流れの効果は相殺して、軸速度分布への影響は実質ゼロになり、軸速度は二次流れのない(非回転非加熱直管の)ポワズイユ分布の様相を呈する。さらに $B$ が大きくなると、たとえば $B = 10$ ではコリオリの力による渦と浮力による渦は殆ど相殺して遠心力による渦が分布を決定する。 $B = 20$ では遠心力による渦と浮力による同方向の二つの渦が重畳し、 $B$ の値が大きくなるほど渦の強さは大きくなる。 $B = 100$ のパターンは図2( $F > 0$ )

の $B = 71$ のパターンとほとんど同じになっている。

$Pr = 0.7$ の場合の変化も $Pr = 0.01$ の場合と同様であり、軸速度、温度場の変化は§4の相似則で予測した特徴にしたがっている。 $Pr = 7$ では $6 < B < 20$ の区間で数値解が不安定となり、収束解が得られなかった。この区間では $Pr = 0.01$ ,  $0.7$ と同じように二次流れ渦の共存と逆転が起り、 $Pr$ のより小さい場合に比べて浮力による渦が活発な運動をするため、全体として非定常運動となり、定常解は得られないのであろうと推測する。

#### 引用文献

- (1) 石垣, 機論, 58-561, B, (1993), 1494-1591.
- (2) Ishigaki, H. J. Fluid Mech. (1996), 印刷中.
- (3) 石垣, 機論, 61-582, B, (1995), 672-678.
- (4) 石垣, 機論, 62-597, B, (1996), 1788-1794.
- (5) Miyazaki, H., Int. J. Heat Mass Transfer, 14(1971), 1295-1309.
- (6) Miyazaki, H., Trans. ASME, J. Heat Transfer, 95 (1973), 64-71.
- (7) 石垣, 機論, 58-550, B (1992), 1661-1667.
- (8) Ishigaki, H., J. Fluid Mech. 268 (1994), 133-145.
- (9) 石垣, 機論, 59-561, B (1993), 1486-1493.
- (10) 石垣, 機論, 61-585, B (1995), 1782-1789.
- (11) 石垣, 機論, 60-576, B (1994), 2736-2741.
- (12) Ishigaki, H., J. Fluid Mech. 307 (1996), 1.
- (13) 石垣, 機論, 59-560, B (1993), 1094-1100 (正誤表, 59-564, B, 2600).
- (14) 石垣, 機論, 61-585, B (1995), 1612-1619.
- (15) Patankar, S. V., Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, (1980), 113-137, Hemisphere.
- (16) Kays, W. M. & Crawford, M. E., Convective Heat and Mass Transfer 2nd ed. (1980), 90-98.