

乱流中の worm 生成の数値シミュレーション

生出 伸一、佐藤 司、細川 巖(電通大)、
山本 稀義、末松 和代(航技研)

Direct Numerical Simulation of Worm Generation in Isotropic Turbulence

by

Shin-ichi Oide, Tsukasa Sato and Iwao Hosokawa

The University of Electro-Communications

Kiyoshi Yamamoto and Kazuyo Suematsu

National Aerospace Laboratory

ABSTRACT

The direct numerical simulation (DNS) of an isotropic turbulence decaying is performed using the NAL Numerical Wind Tunnel (NWT). The fully-developed turbulent flow and the passive scalar field are obtained through the DNS with 512^3 mesh points. The numerical analysis and visualization of the flow reveal that the intense portions of the turbulent vorticity concentrate in the sheet-like regions at the early stage. Then, the sheets roll up and finally form vortex tubes that are called worm. The tubes are also observed in the lower-vorticity regions. Furthermore, the intense portions of temperature gradient concentrate in the sheet-like regions and remain unchanged contrary to those of the vorticity.

1. はじめに

近年のコンピュータの高性能化により、乱流の直接数値シミュレーションが盛んになっている¹⁻⁵⁾。本研究は、航空宇宙技術研究所の数値風洞 (NWT) を用い、乱流の渦度場と温度場について、空間的集中構造の時間変化を追跡したものである。

2. 数値計算法

乱流場の基礎方程式として速度場 $\mathbf{u} = (u, v, w)$ のナビエ・ストークス方程式と連続の式、および温度場 θ の対流拡散方程式を用いる。温度場 θ にはパッシブ・スカラーを仮定する。流れ場には長さ $L = 4\pi$ の周期性を仮定し、フーリエ・スペクトル法を用いる。この時、波数空間における基礎方程式は次のようになる。

$$\frac{\partial \mathbf{u}(\mathbf{k})}{\partial t} = -i \sum_{\mathbf{k}'} \mathbf{u}(\mathbf{k}') \mathbf{k} \cdot \mathbf{u}(\mathbf{k} - \mathbf{k}') \quad (1)$$

$$-ikp(\mathbf{k}) - \frac{k^2}{R} \mathbf{u}(\mathbf{k})$$

$$\mathbf{k} \cdot \mathbf{u}(\mathbf{k}) = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial \theta(\mathbf{k})}{\partial t} = -i \sum_{\mathbf{k}'} \theta(\mathbf{k}') \mathbf{k} \cdot \mathbf{u}(\mathbf{k} - \mathbf{k}') - \frac{k^2}{RPr} \theta(\mathbf{k}) \quad (3)$$

ここで、 \mathbf{k} は波数ベクトル、 $k = |\mathbf{k}|$ は波数、 R は初期レイノルズ数、 Pr はプラントル数である。上式はルング・クッタ・ギル法によって計算される²⁾。エイリアジング誤差の消去には位相シフト法を用いる⁶⁾。減衰等方性乱流について空間格子点を 512^3 点とり、NWT 上で数値計算を行った。その結果、最も発達した乱流において $R_\lambda \sim 160$ の乱流速度場が得られた³⁾。

3. 計算結果と考察

3.1 エネルギー・スペクトルと温度分散スペクトル

図1に乱流速度場のエネルギー・スペクトル $E_u(k)$ の時間変化を示す。 $E_u(k)$ は発達した乱流場において $E_u(k) = C_\epsilon \langle \epsilon \rangle^{2/3} k^{-5/3}$ のようになる。ここで、 $\langle \rangle$ は空間平均を表し、 C_ϵ はコルモゴロフ定数、 k は波数、 ϵ はエネルギー散逸率： $\epsilon = \nu \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 (\partial u_i / \partial x_j + \partial u_j / \partial x_i)^2 / 2$ である。

計算結果は初期に低波数成分で与えられた乱れのエネギーが、エネルギー・カスケード機構によって高波数成分へと輸送されていく事を示している。こ

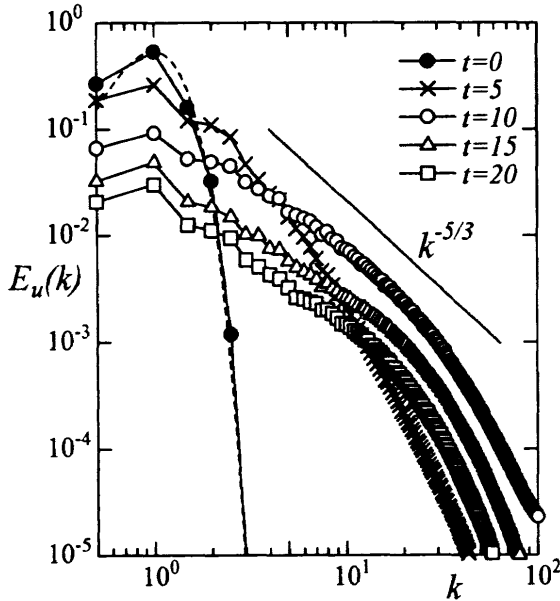


図1. 乱流速度場のエネルギースペクトルの時間的変化
($R=2000$, 点線は初期乱流の理論スペクトル)

れに伴い乱流中の渦度分布などの構造もスケールが大きなものから小さなものへと変化する。また、時刻 $t=10$ において最も高波数領域までエネルギーが届いており、この時刻で乱流が最も発達しているのがわかる。そして、そのスペクトルの中間領域ではコルモゴロフ・スペクトルが観測され、コルモゴロフ定数 C_k は 2.3 となった。この値はこれまでの DNS のものと同程度であるが、実験値 1.6~1.7 と比べるとかなり大きい。

図2は温度分散スペクトル $E_\theta(k)$ の時間変化を示す。 $E_\theta(k)$ も $E_u(k)$ と同様に発達した乱流では $E_\theta(k) = \beta \langle \chi \rangle \varepsilon^{-1/3} k^{-5/3}$ と表される。ここで、 β はパチェラー定数、 ε はエネルギー散逸率、 χ は温度分散散逸率： $\chi = (\nu/Pr) \sum_i (\partial\theta/\partial x_i)^2$ である。この図から、乱流速度場のエネルギー・スペクトルと同様のカスケードが

起こっており、小規模スケールの高波数成分へ変動が輸送されていく様子がわかる。これに伴い乱流中の温度勾配分布のような構造もスケールが大きなものから小さなものへと変化していく。また、乱流速度場よりも早い時刻 $t=7$ において最もスペクトルが発達している。乱流速度場の最大発達時 ($t=10$) でパチェラー定数 β は 1.5 となった。これは従来の実験値 0.6~0.8 と比べるとかなり高い。このようにコルモゴロフ定数やパチェラー定数が実験値より大きくなる原因としては周期境界条件のような特殊な拘束条件が考えられるが、今のところ明白ではない。

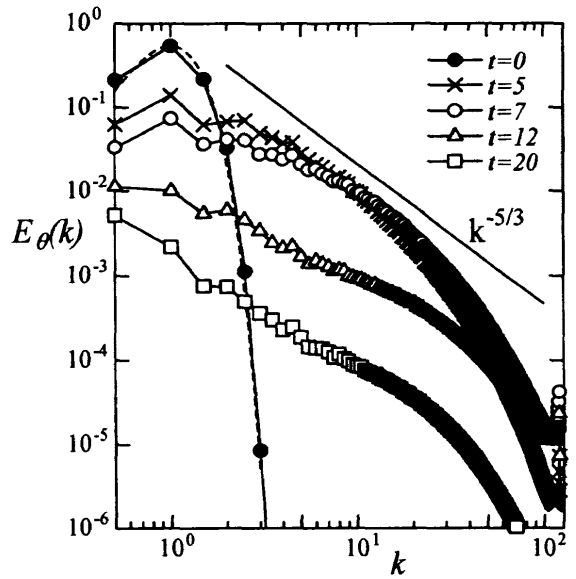


図2. 温度分散スペクトルの時間的変化
($R=2000$, $Pr=1.0$, 点線は初期乱流の理論スペクトル)

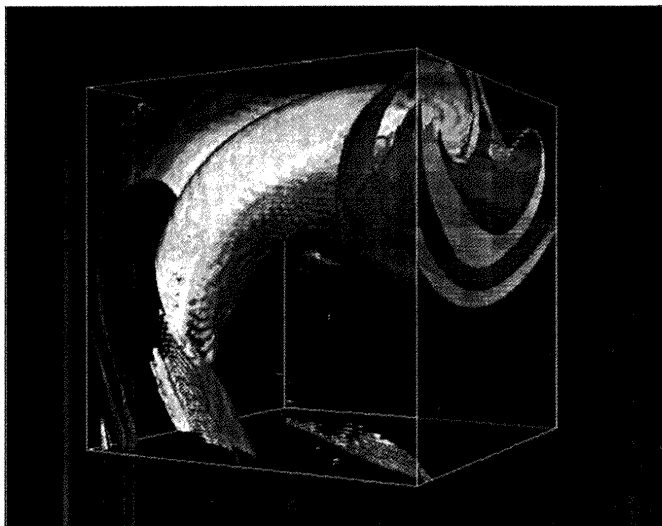
3.2 渦度集中領域の発達過程

ナビエ・ストークス式に適切な操作を施すことによって次のようなエンストロフィ方程式が得られる。

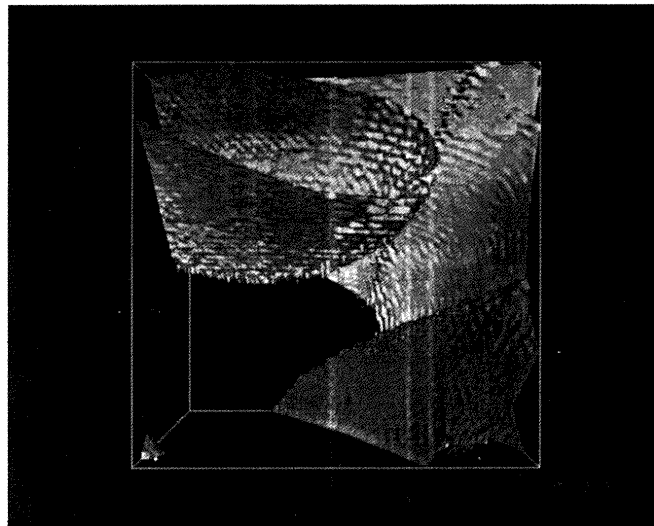
$$\frac{D}{Dt} \left(\frac{1}{2} \omega_i^2 \right) = \omega_i \omega_j S_{ij} - \frac{1}{\text{Re}} \left\{ \left(\frac{\partial \omega_i}{\partial x_j} \right)^2 - \frac{\partial^2}{\partial x_j^2} \left(\frac{1}{2} \omega_i^2 \right) \right\} \quad (4)$$

ここで、 ω_i は渦度 $\omega = \nabla \times \mathbf{u}$ の i 方向成分、 $S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$ は歪み速度テンソルである。この方程

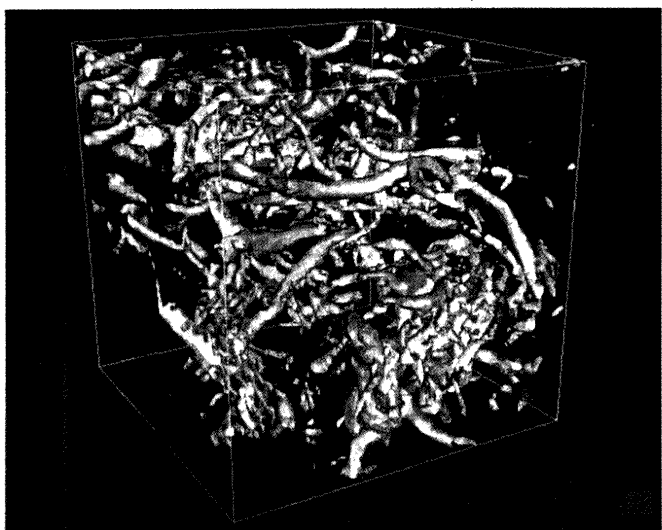
式に従い渦度は発達していくが、乱流中では渦度集中領域は空間的に一様には分布せず、局所的に集中するような構造を示す。これまでの研究によって発達した乱流中では渦度集中領域の空間的構造は worm と呼ばれる細い管状構造で満たされる事がわかって来た¹⁻⁵⁾。そこで、渦度の集中領域の可視化を行ったところ、次のような worm 形成の過程がわかった。DNS 初期には、与えられた初期エネルギー・スペクトルに対応する大規模な渦度分布構造が存在する。時間とともに、それが引き伸ばされてシート状構造へと変化していく。その後このシートが不安定化して次第に巻きあがり、中心部分に大きなスケールの管状構造を持つスパイラル構造が形成される(図3(a))。さらに時間が経過するとこれが引き伸ばされて、スケールの小さな worm が形成される。その結果として、最も乱流が発達した時刻 ($t=10$) では大小様々な worm がからまりあった構造になる(図3(b))。



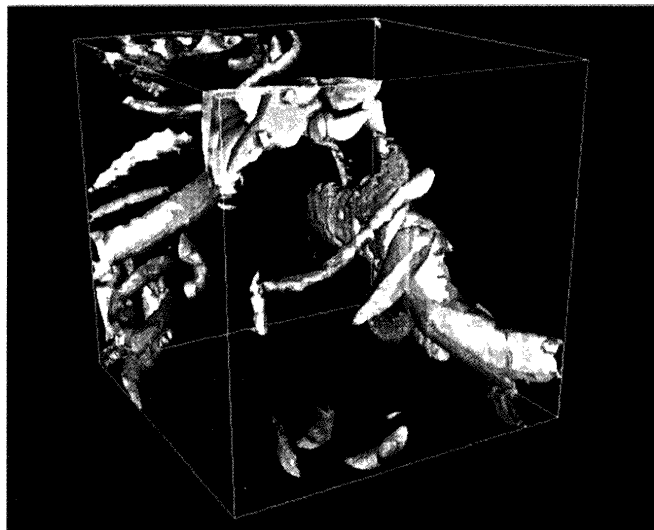
(a) 乱流発達途上 ($t=5$, $|\omega| = 2.1\sqrt{\langle|\omega|^2\rangle}$)



(a) 乱流発達途上 ($t=5$, $|\omega| = 0.24\sqrt{\langle|\omega|^2\rangle}$)



(b) 乱流最大発達時 ($t=10$, $|\omega| = 3.2\sqrt{\langle|\omega|^2\rangle}$)



(b) 乱流最大発達時 ($t=10$, $|\omega| = 0.78\sqrt{\langle|\omega|^2\rangle}$)

図 3. 高渦度サブボックスにおける渦度集中領域

図 4. 低渦度サブボックスにおける渦度集中領域

さらに、渦度の局所的な大きさによってその集中の
 様子が違いが現れるかどうかを調べるために、計算領
 域を一辺が $L/8$ の長さのサブボックスに分割し、その
 内部の渦度の平均値： $\omega' = \langle|\omega|^2\rangle^{1/2}$ が大きければ局所高
 渦度領域、小さければ局所低渦度領域とする。全計算
 領域は 512 個のサブボックスに分割されるが、その中
 から代表的なものを取り出し、空間的な渦度集中の様
 子を可視化して比較を行った。局所高渦度領域につ
 いては前述したように図 3(a), (b) に示す構造が現れる。
 これに対して、同時刻の局所低渦度領域について同様
 の可視化を行ったものが図 4(a), (b) である。図 3 と図 4
 を比較すると、図 3(a) にはスパイラル構造が見られる
 が、図 4(a) にはシート構造が見られる。なお、表示し
 た等値面のレベルは前者が全空間における渦度の平均

値の 2.1 倍、後者が 0.24 倍である。次に発達した渦度
 場 ($t=10$) における可視化結果を比較すると、高渦度領域
 では小さい worm 構造が見られ(図 3(b))、低渦度領域に
 おいても大きい worm が存在することが分かる(図 4(b))。
 なお、表示した等値面のレベルは前者が全空間におけ
 る渦度の平均値の 3.2 倍、後者は 0.78 倍である。後者
 について表示レベルを減らしてみると、渦管に巻き付
 くシート構造が見られる。これらの事から、高渦度の
 領域ばかりでなく低渦度の領域にも明確な構造が存在
 している事が分かった。また、低渦度領域では高渦度
 領域よりも遅れて worm 形成が起こっていると考えられ
 る。

3.3 温度勾配集中領域の発達過程

温度拡散方程式に適当な操作を施すと次のような温度勾配方程式が得られる。

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2} H_i^2 \right) = -H_i H_j S_{ij} - \frac{1}{\text{Re Pr}} \left\{ \left(\frac{\partial H_i}{\partial x_j} \right)^2 - \frac{\partial^2}{\partial x_j^2} \left(\frac{1}{2} H_i^2 \right) \right\} \quad (5)$$

ここで、 H_i は温度勾配 $\mathbf{H} = \nabla \theta$ の i 方向成分である。(4) 式と (5) 式は、 $\text{Pr}=1.0$ とすれば右辺第一項の符号を除いて同じ形になっている。そこで、温度勾配の集中過程を渦度集中過程と比較して調べることにする。

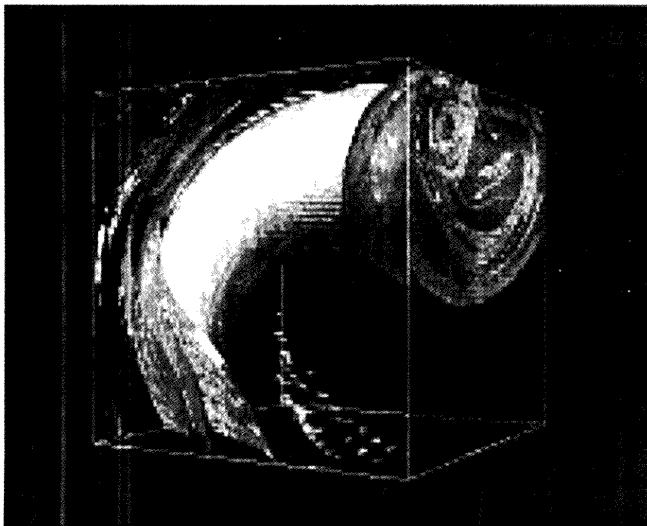
温度勾配の集中領域も渦度の空間的集中構造と同様に、空間的に一様には分布せず局所的に集中する構造を持つ。これまでの研究により、発達した乱流中では高温度勾配領域は空間的にシート状の構造を持つ事が分かっている¹⁾。この高温度勾配のシート状構造の形成過程を調べた結果を以下に示す。

図 3(a), (b) と同時刻、同サブボックスで温度勾配の集中する領域を示したのが図 5(a), (b) である。各時刻

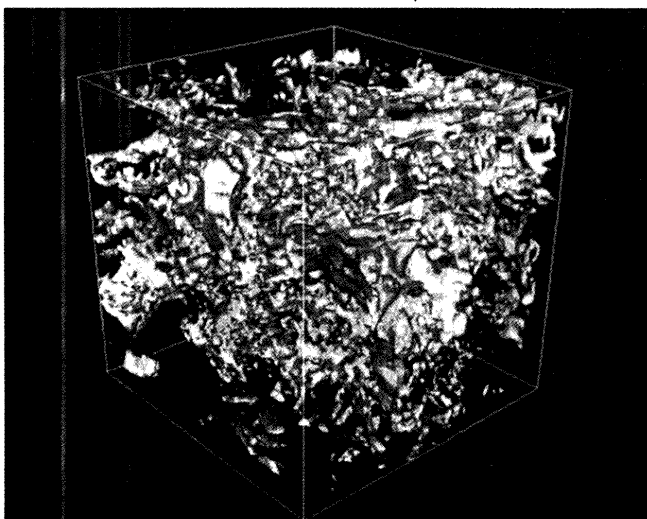
での温度勾配の平均値を $H' = \langle |\mathbf{H}|^2 \rangle^{1/2}$ として、図 5(a) は $|\mathbf{H}| = 1.4H'$ の等値面を、図 5(b) は $|\mathbf{H}| = 1.1H'$ の等値面をそれぞれ 3 次元的に可視化している。

これらの図から、 $t=5$ での温度勾配集中領域はシートが巻き上がった構造をしており、 $t=10$ ではかなり変形するものの、シート構造は保たれる。図 5(b) において構造の一部が切れ切れに見えるのは可視化の際のしきい値の設定が高いためである。図 5(a), (b) を図 3(a), (b) とそれぞれ比較してみると、図 3(a) と図 5(a) は殆ど同じ構造を持っている事が分かる。ただし、温度勾配は渦度構造の外のスパイラル・シート状の領域にのみ集中している。なぜ渦管構造の部分に温度勾配が集まらないのかは未だ明白でない。

図 4(a), (b) と同時刻、同サブボックスで温度勾配の集中する領域を示したのが図 6(a), (b) である。図 6(a) は $|\mathbf{H}| = 0.34H'$ の等値面を、図 6(b) は $|\mathbf{H}| = 0.89H'$ の等値面をそれぞれ 3 次元的に可視化している。 $t=5$ の時刻

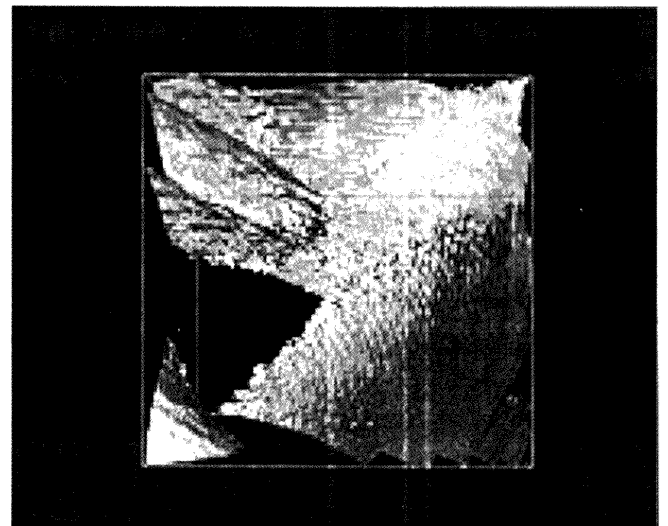


(a) 乱流発達途中 ($t=5$, $|\mathbf{H}| = 1.4 \sqrt{\langle |\mathbf{H}|^2 \rangle}$)

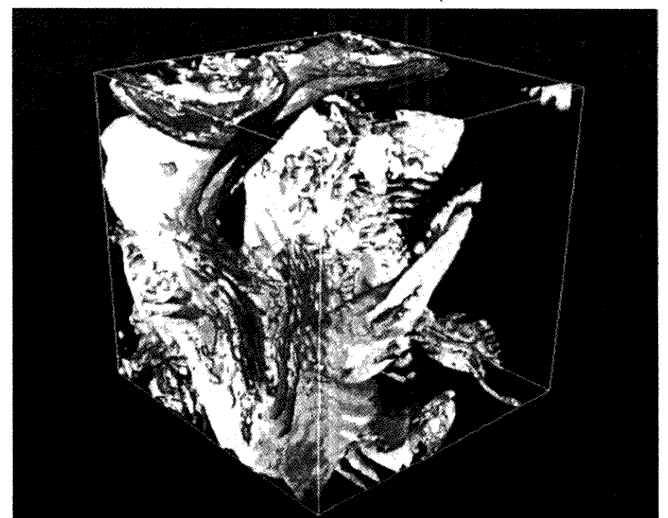


(b) 乱流最大発達時 ($t=10$, $|\mathbf{H}| = 1.1 \sqrt{\langle |\mathbf{H}|^2 \rangle}$)

図 5. 高渦度サブボックスにおける温度勾配集中領域



(a) 乱流発達途中 ($t=5$, $|\mathbf{H}| = 0.34 \sqrt{\langle |\mathbf{H}|^2 \rangle}$)



(b) 乱流最大発達時 ($t=10$, $|\mathbf{H}| = 0.89 \sqrt{\langle |\mathbf{H}|^2 \rangle}$)

図 6. 低渦度サブボックスにおける温度勾配集中領域

では温度勾配集中領域は大きなシートが積み重なったような構造をしており、 $t=10$ では図 5 (a), (b) と同様にかなり変形するが、シート構造自体は保存されている。また、図 4 (a), (b) と図 6 (a), (b) を比較してみると、 $t=5$ においては渦度集中領域と温度勾配集中領域は殆ど同じ構造を持っているが、乱流が発達して $t=10$ となるとそれらは異なる構造を持つようになる事がわかる。この事は高渦度領域で起こっている渦度および温度勾配の集中構造形成過程とほぼ同じであると思われる。

以上の事から、次のような温度勾配の集中構造の形成過程が判った。温度勾配集中領域は乱流の発達とともに渦度の集中領域へと集まっていき、そのシート構造と同じ構造を持つようになり早い時刻で温度勾配集中構造が出来上がってしまう。その後、渦度集中構造は worm 構造へと変化していくのだが、温度勾配のシート構造はそのまま保存される。そして、worm 形成が温度勾配場のシート構造をかき乱し、当初とは異なる形のシート構造が現れるのだと思われる。このような形成過程の結果が $t=10$ の時刻で示される可視化結果である。また、渦度が worm 構造へ変化するのに要する時間の分だけ、速度場の最大発達時刻は温度場よりも遅れると考えられる。それが 3.1 で示したような温度分散スペクトルが速度場のエネルギー・スペクトルよりも早く発達する原因であると考えられる。

4. 結言

NWTを用いた減衰等方性乱流のDNSを行った。得られたデータを可視化することで以下の事がわかった。

(1) 流れの大規模な剪断によってシート構造が形成され、それが巻きあがって中心に渦管構造を持つスパイラル・シートが出来上がる。その後渦管が引き伸ばされて worm 構造が形成される。

(2) 局所低渦度領域での worm 構造の形成は局所高渦度領域よりも遅れる。

(3) 温度勾配も渦度と同様にシート構造を形成する。このシート構造は維持されるが、渦度の worm 構造による変形を受ける。

(4) 温度勾配がシート構造で維持される一方で渦度は worm 構造へと変化する。この変化に要する時間の分だけ速度場の発達は温度場よりも遅れる。

参考文献

- 1) 生出 伸一, 山口 博, 細川 巖, 山本 稀義, 末松 和代 : 直接数値シミュレーションに基づく乱流構造の数値解析, 航空宇宙技術研究所特別資料 SP-30 (1996) 147.
- 2) 山本 稀義 : 航技研数値風洞と乱流の数値シミュレーション, ながれ 14 (1995) 353.
- 3) 山口 博, 生出 伸一, 山本 稀義, 細川 巖 : 等方性乱流の微細構造の可視化, 第 9 回数値流体力学シンポジウム講演論文集 (1995) 167.
- 4) K. Yamamoto : Direct Numerical Simulation of Isotropic Turbulence Using NAL Numerical Wind Tunnel, in *Parallel Computational Fluid Dynamics : New Algorithms and Applications, Proceeding of the Parallel CFD'94 Conference* (eds. N. Satofuka et al, Elsevier Science, 1995) 13.
- 5) 生出 伸一, 山本 稀義, 細川 巖 : DNSに基づく等方性乱流の微細構造解析, 第 26 回乱流シンポジウム講演論文集 (1994) 370.
- 6) C. Canuto, M. Y. Hussaini, A. Quarteroni and T. A. Zang : *Spectral Methods in Fluid Dynamics* (Springer-Verlag, New York, 1988).

