

# 航空宇宙技術研究所特別資料

SPECIAL PUBLICATION OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

SP-33

「境界層遷移の解明と制御」研究会講演論文集  
(第17回・第18回)

「境界層遷移の解明と制御」研究会

1996年9月

航空宇宙技術研究所  
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

## 「境界層遷移の解明と制御」研究会幹事

空力性能部	伊藤 信 毅
空力性能部	高木 正 平
空気力学部	山本 稀 義
客員研究官（昭和 62, 63, 平成元年度）	
大阪府立大学工学部教授	西岡 通 男
客員研究官（昭和 62, 63, 平成 3 年度）	
東北大学流体科学研究所助教授	小濱 泰 昭
客員研究官（平成 2, 3, 5 年度）	
東京都立科学技術大学助教授	浅井 雅 人
客員研究官（平成 4, 5, 6 年度）	
日本大学理工学部教授	本橋 龍 郎
客員研究官（平成 6, 7, 8 年度）	
東北大学工学部助教授	福西 祐
客員研究官（平成 7, 8 年度）	
豊橋技術科学大学教授	蒔田 秀 治

**「境界層遷移の解明と制御」研究会講演論文集  
(第17回・第18回)**

**Proceedings of the 17th and 18th NAL  
Workshops on “Investigation and Control  
of Boundary-Layer Transition”**

1996年9月

**「境界層遷移の解明と制御」研究会**

**Steering Committee of NAL Workshop on  
“Investigation and Control of  
Boundary-Layer Transition”**

## 目 次

### 第17回研究会 (平成7年9月28日・29日)

1. 回転N角柱後流の1/N同期性 .....	電気通信大学	黒田 成昭 .....	1
2. 超音速ノズル内に発達する層流境界層を測る .....	計量研究所	石橋 雅裕 .....	5
		中尾 晨一	
3. 渦輪の周方向の不安定波に関する研究 .....	名古屋工業大学	内藤 隆 .....	11
		今井 伸治	
		山田日出夫	
4. 乱流中の変動静圧の測定 .....	北海道工業大学	豊田 国昭 .....	17
		石田 貴弘	
		平元 理峰	
		白浜 芳朗	
5. 高レイノルズ数乱流の統計的性質 .....	豊橋技術科学大学	蒔田 秀治 .....	23
		関下 信正	
	高知大学理学部	佐々 浩司	
6. Stability of Pulsed Flows .....	東京大学工学部	Ahmed Aouidef .....	29
		C. Normand	
		J. Wesfreid	
7. 斜め円柱の前縁に沿う境界層の不安定性 .....	航空宇宙技術研究所	伊藤 信毅 .....	33
8. 回転系流動システム内に生じる不安定性 .....	東北大学流体科学研究所	小濱 泰昭 .....	35
		飯野 淳	
9. 平板前縁での音波受容過程について .....	東北大学工学部	福西 祐 .....	39
		小林 陵二	
		森 元樹	
		榎本 保之	
10. 超音速境界層におけるT-S波動の挙動と変曲点不安定 .....	大阪府立大学工学部	坂上 昇史 .....	43
		西岡 通男	

### 第18回研究会 (平成8年3月28日・29日)

11. 外部流, 内部流における全体不安定性の解析 .....	海洋工学研究所	千葉 賢 .....	49
12. 一様等方性圧縮性乱流の位相幾何学的構造 .....	電気通信大学	桧山 貴志 .....	53
		前川 博	
	航空宇宙技術研究所	松尾 裕一	
13. 壁に沿う剪断流中の物体の周りの渦分布 .....	東京都立大学理学部	石澤 明宏 .....	57
		高橋 次男	
14. 乱流楔の初期発達について .....	日本大学理工学部	本橋 龍郎 .....	61
		小野 清秋	
		高橋 賢一	
15. 超音速層流境界層における非粘性型不安定性 .....	大阪府立大学工学部	坂上 昇史 .....	63
		西岡 通男	
16. 縦渦の変曲点不安定性と超音速混合促進への応用 .....	大阪府立大学工学部	西岡 通男 .....	69
		松岡 光大	
		比江島俊彦	
17. 角柱列を過ぎる流れ .....	同志社大工学部	水島 二郎 .....	75
		武本 幸生	

18. 箱の中の熱対流-遷移過程 .....	同志社大工学部	足立 高弘 .....	79
		水島 二郎	
19. 斜行 T-S 波を励起する試み .....	東北大学工学部	加藤 琢真 .....	83
		福西 祐	
	石巻専修大学理工学部	小林 陵二	
20. 臨界レイノズル数における球に働く空気力の変化 .....	名古屋大学工学部	神谷 信彦 .....	89
		渡辺 京司	
		田村 篤敬	
	航空宇宙技術研究所	岩崎 昭人	
		藤田 敏美	
21. 強安定成層流中の内部重力波の制御 .....	豊橋技術科学大学	蒔田 秀治 .....	93
		大庭 勝久	
22. 横流れ不安定場の制御 .....	東北大学流体科学研究所	小濱 泰昭 .....	99
		江上 泰広	
23. 翼まわりの流れの外乱に対する応答 .....	東京都立科学技術大学	浅井 雅人 .....	105
		妹尾 貴文	
第17回・第18回研究会の総括と成果 .....			111

# 回転 N 角柱後流の 1/N 同期性

黒田 成昭\*

## Vortex Shedding from a Rotating Regular Polygonal Prism in a Uniform Flow

Shigeaki KURODA

University of Electro-Communications

Synchronized vortex shedding from a rotating regular polygonal prism in a uniform flow is investigated. In the experiment, the frequency of Karman vortex is measured by a hot wire anemometer. In numerical analysis, body fitted grid system that coincides with a moving boundary of rotating prism is installed and the 2-dimensional Navier-Stokes equation is solved using finite difference method. It is found from both the experimental and the numerical results that when the Karman vortex shedding is synchronized with the rotation of prism, the relationship between spin parameter  $S$  and Strouhal number  $St$  for  $N$  sided rotating polygonal prism is expressed as  $S = k\pi \cdot St/N$  ( $k=1, 2, 3$ ).

**Key Words** : Karman vortex, rotating prism, CFD synchronized flow, moving boundary, body fitted grid

### 1. はじめに

一様流中に角柱<sup>1-3)</sup>や円柱<sup>4)</sup>が存在するとカルマン渦が発生する。角柱が一様流中で回転すると角の回転が渦の発生周期に影響する。カルマン渦の周期と角柱の回転周期の間に一定の関係があると、両者が同期し流れが周期的となる。前報<sup>5, 6)</sup>では、一様流中で4角柱が回転する場合の流れの数値解析を移動境界適合座標系で行なった。本研究では一様流中で回転する多角柱の渦放出周波数と回転数の間に高次の周期性が存在することを数値解析と実験により確認し、角数、回転数および渦周波数の間の一般的な関係を見いだした。

### 2. 記号と無次元数

$D$  : 多角柱外接円直径,  $f$  : 渦周波数,  $k$  : 同期次数 ( $k=1, 2, 3, \dots$ ),  $N$  : 多角柱の角数,  $n$  : 供試柱体の毎秒回転数,  $P$  : 圧力,  $U$  : 主流速,  $V$  : 速度ベクトル,  $\nu$  : 動粘性係数

$$\text{レイノルズ数} \quad Re = \frac{DU}{\nu}$$

$$\text{ストローハル数} \quad St = \frac{Df}{U}$$

$$\text{スピンパラメータ} \quad S = \frac{nD\pi}{U}$$

### 3. 実験装置と実験方法

図1に実験装置の概略を示す。風洞の流路断面300×300mmで、供試柱体としては3角柱と4角柱を用いた。柱体の回転数は0-2000rpm、流速は1.5m/s-10m/s、レイノルズ数は3000-21000、スピンパラメータは0-1で実験した。渦放出周波数は柱体後流の流速を熱線流速計で測定した。熱線プローブは柱体の後方へ4D、側方へ中心線上よりDの位置に配置した。

### 4. 実験結果と考察

スピンパラメータとストローハル数の関係を図示すると $Re$ 数に係わらず多くの点が数本の直線上に分布する。これらの直線は角柱の回転数と渦放出周波数の間に一定の同期関係があることを示す。図示するにあたっては周波数分析でスペクトル分布に単独のピークを持つ場合はレイノルズ数別に記号で示した。複数のピークを持つ場合は最大のピーク値でストローハル数を求めたが、この場合は直線上にあっても同期性が弱いのでレイノルズ数

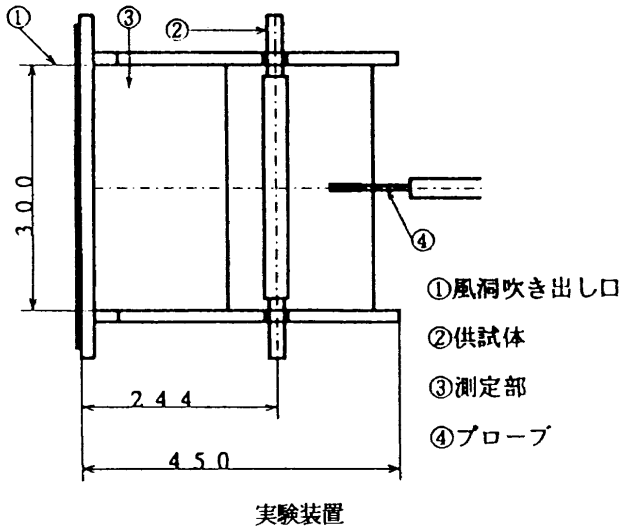


図1 実験装置概略

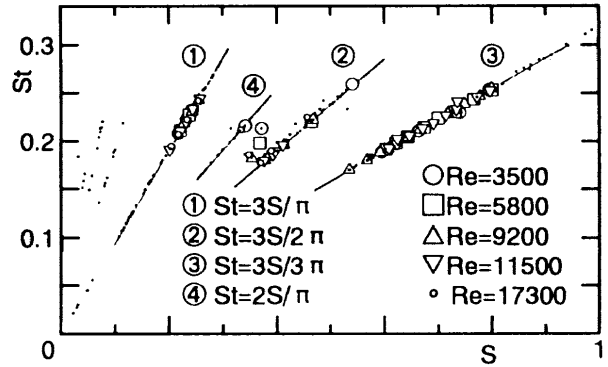


図2 回転三角柱のSとStの関係(実験)

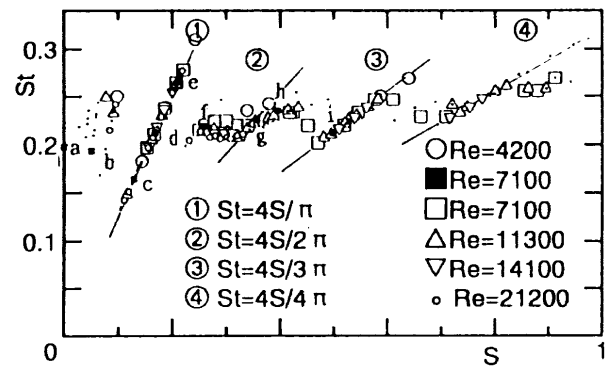


図3 回転四角柱のStとSの関係(実験)

に係わらず点で表わした。

図2に回転正三角柱のスピパラメータとストローハル数の関係を示す。直線①, ②, ③は各々, 三角柱が1回転の間に3, 2, 1対の渦を発生する場合に相当する。各直線は式(1)の関係がある。

$$S = k\pi \cdot St / N \quad (1)$$

$$(N = 3, k = 1, 2, 3)$$

角柱の回転数が遅いときは, 三角柱が1/3回転する度に1対の渦が生じ, 回転数が上がると2/3回転で1対の渦が生じ, さらに回転数が上がると3/3回転で1対の渦が生じる。回転する三角柱は1/3回転で形状が元に戻るため, 渦の発生が三角柱の回転と同期している事が解る。一方, 直線④は三角柱が1/2回転すると渦が発生する場合である。回転三角柱は1/2回転すると頂点が流れに正対する形から1辺が流れに正対する形に回転するので直線④の同期関係が現われる。

図3に一樣流中で四角柱が回転しているときのスピパラメータとストローハル数の関係を示す。遅い回転の時は角柱が1回転する間に4対の渦が発生し, 回転数が大きくなるにつれて角柱が1回転する間に3, 2, 1対の渦を放出する高次の周期が現れる。それぞれの直線は式(2)の関係がある。

$$S = k\pi \cdot St / N \quad (2)$$

$$(N = 4, k = 1, 2, 3, 4)$$

ストローハル数は角柱の回転速度に強く依存しているが, スピパラメータの増大に連れて角の回転への依存度が弱くなり, スペクトル分布のピークが小さくなる。スピパラメータが0.8を越えると, 回転三角柱, 四角柱とも顕著なピークが見られなくなっていく。

### 5. 流れ場の数値解析

数値解析の方法は前報<sup>5,6)</sup>と同様に, 時間方向補間を含んだ移動境界適合座標系を用いた。基礎式は2次元非圧縮性ナビエ・ストークスの式(3)と連続の式(4)である。

$$V_t + (V \cdot \nabla) V = -\text{grad } P + \Delta V / Re \quad (3)$$

$$D = \text{div } V = 0 \quad (4)$$

物理座標系  $(x, y, t)$  と回転する角柱の境界とともに移動する移動境界適合座標系  $(\xi, \eta, \tau)$  を考える。式(3)を物理座標系  $(x, y, t)$  から計算座標系  $(\xi, \eta, \tau)$  へ座標変換すると式(5), (6), (7)になる。 $(\xi, \eta, \tau)$  座標に変換された基礎式を差分法<sup>7)</sup>に準拠した手法で解析する。

$$u_t + (u y_\eta - v x_\eta) u_\xi / J + (v x_\xi - u y_\xi) u_\eta / J = -(y_\eta P_\xi - y_\xi P_\eta) / J + \Delta u / Re \quad (5)$$

$$v_i + (uy_\eta - vx_\eta)v_\xi / J + (vx_\xi - uy_\xi)v_\eta / J = -(x_\xi P_\eta - x_\eta P_\xi) / J + \Delta v / Re \quad (6)$$

$$V_i = \{ [(x_\eta y_\tau - y_\eta x_\tau) V_\xi^{n+1}_{NG} + (y_\xi x_\tau - x_\xi y_\tau) \cdot V_\eta^{n+1}_{NG}] / J + V^{n+1}_{NG} - V^n_{OG} \} / \delta\tau \quad (7)$$

ここで、 $J$  はヤコビアン、 $\xi, \eta, \tau$  等の下付き添字は微分を表す。その他の記号および他の式の展開は前報<sup>5)</sup>に詳細に記したので省略する。

計算領域の大きさは角柱1辺長の30倍、境界条件は角柱表面では速度については粘着条件、圧力については壁面の移動を考慮して壁面でN-S式を適用して圧力を求めた<sup>8)</sup>。遠方境界は一様流の条件を用いた。格子点は半径方向に60、円周方向に84とした。

### 6. 計算結果と考察

計算は  $Re$  数を2000として、3角柱、4角柱、6角柱について行った。ストローハル数は実験で熱線プローブを設置した位置での速度の変化波形の周期から算出した。図4、5に回転3角柱、回転4角柱のスピパラメータ

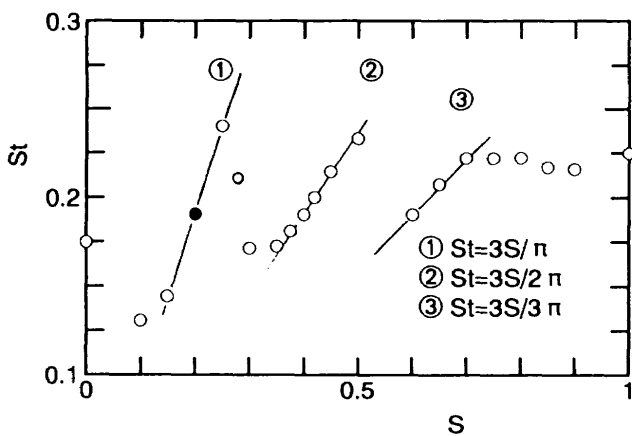


図4 回転3角柱の  $S$  と  $St$  の関係（計算）

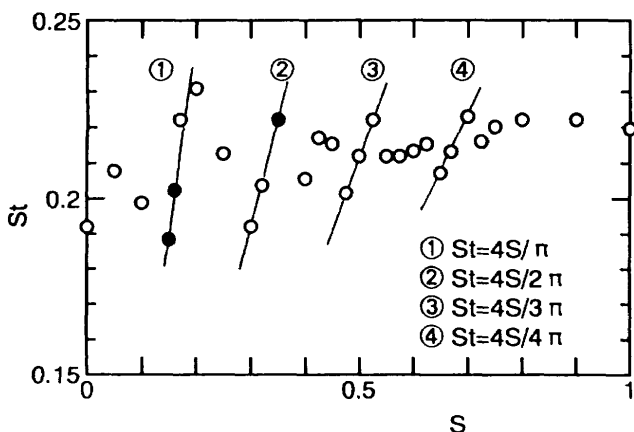


図5 回転4角柱の  $S$  と  $St$  の関係（計算）

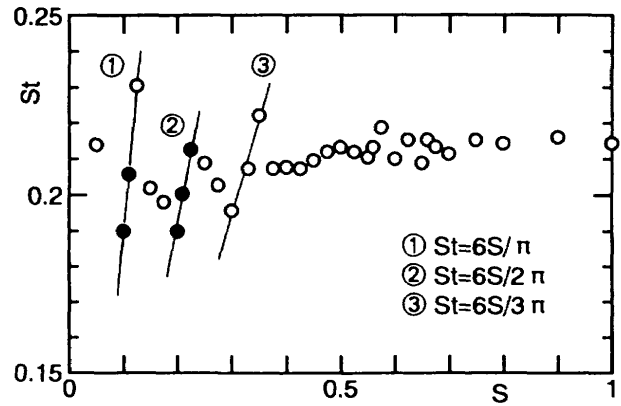


図6 回転6角柱の  $S$  と  $St$  の関係（計算）

とストローハル数の関係を示す。図2、3の実験結果と同様に数本の同期直線上に載っている。図中の黒丸は流速の変化波形や抗力係数、揚力係数の変化に特に周期性が明瞭な場合を示す。回転3角柱、4角柱とも  $S$  が0.7より大きくなると  $St$  の値が安定して増加するようになり回転円柱の場合の  $St$  の値<sup>4)</sup>に近くなる。

図6に回転6角柱のスピパラメータとストローハル数の関係を示す。3角柱、4角柱の場合と同様な同期直線が存在するが、 $k=4, 5, 6$ に相当する高次の同期直線は確認できなかった。6角柱は円柱に形状が近くなるため高次の同期が存在しないものと考えられる。6角柱の場合、 $S$  が0.35より大きくなると、ストローハル数の値が安定して増加するようになり回転円柱の場合の値に近くなる。角数が多くなるにつれて形状が円柱に近づき、スピパラメータとストローハル数の関係は回転円柱の場合と同様な関係になって行くものと考えられる。

### 7. 結論

(1) 一様流中で回転する回転  $N$  角柱のスピパラメータとストローハル数の間には

$$St = N \cdot S / (k\pi) \quad (k=1, 2, 3 \dots)$$

で表される同期関係が存在する。この関係が成立すると角柱の回転と渦放出の周期が同期し、角柱まわりの流れが周期的となる。

(2) 回転多角柱のストローハル数は、スピパラメータを次第に増加させていくとある下限値と上限値の間を、数本の同期直線上を移動しながら変化していく。

### 文献

- 1) 五十嵐, 機論, 50-449, B (1984), 210.
- 2) 五十嵐, 機論, 50-460, B (1984), 3185.
- 3) 岡島・上野・長久・加藤, 機論, 56-523, B (1990), 577.
- 4) 谷口・松村・山内・堂田, 機論, 55-509, B (1989), 41.



- 5) 大羽・黒田, 機論, 58-549, B (1992), 98. 8-12 (1965) 2182.  
6) 黒田・大羽, ながれ, 12-2 (1993), 119. 8) 中村・賈・水野, 日本航空宇宙学会誌, 41-469  
7) Harlow, F. H., Welch, J. E., Phys. Fluid, (1993), 40.

## No. 2

## 超音速ノズル内に発達する層流境界層を測る

石橋 雅裕\*, 中尾 農一\*

## Measurement of the Displacement Thickness in Sonic Venturi Nozzles

Masahiro ISHIBASHI and Shin-ichi NAKANO

National Research Laboratory of Metrology

The real mass flow rate produced by the sonic venturi is different from that theoretically calculated from the throat conditions because of the distorted velocity profile in the core flow and the displacement thickness of the boundary layer at the throat. The discharge coefficient is introduced to correct these effects, but it must be determined experimentally. However, if the sonic venturi is manufactured in the same shape as one used in the theoretical analysis, the discharge coefficient was determined from the theoretical analysis with the accuracy of around 0.1 percent. This means that the flow field around the throat is correctly estimated by the theoretical analysis and the displacement thickness of the boundary layer can be calculated from the discharge coefficient with the same accuracy.

Key Words : sonic venturi, displacement thickness, discharge coefficient

## 1. はじめに

ISO 9000シリーズが動き出したことにより、流量計測の分野でも、日本国内におけるトレーサビリティ体制の確立が重要な課題になっている。当研究室においてもこの動きに対応すべく、流量標準の設定およびその転移技術の確立に取り組んできた。そのために、定積槽を用いるPVT法、および、天秤を用いる質量法を用いて標準を設定し、大きな流量（200m<sup>3</sup>/h）から微小な流量（0.1L/min）を発生する様々な音速ノズルを用いて標準を移転するための研究を行ってきた。その結果、±0.1%程度以下の不確かさで国家標準の供給が可能となり、トレーサビリティ体系を確立するための基礎技術はほぼ完成したと考えられる<sup>1)</sup>。

この研究を占める大きな部分は、音速ノズルの流出係数を実験的に正確に測定することである。これまでの研究によると、超精密旋盤で製作されたノズルの流出係数の実測値は、精度の高い理論計算で得られた結果と0.1%以下の差で一致する事が確かめられた。このことは、音速ノズルのスロートにおける流れの状況、すなわち加速流における流速分布の歪みの程度、および、層流境界層の排除厚さを極めて高精度に予測・測定できることを

意味している。ここでは、流量標準を確立するために行われた音速ノズルに関する研究から派生してきた流れ場の予測、特に、音速ノズルの流出係数を用いた層流境界層の排除厚さの高精度推定について報告する。

## 2. 音速ノズルによる流量計測

はじめに、音速ノズルを用いた流量計測の原理について述べる。ここで用いる音速ノズルの形状は、図1に示すように、ISO型のトロイダルスロートソニックベンチュリノズルである。その流路は、円弧で絞られた後にその延長で3°拡大し、その直後から半頂角3°の円錐形ディフューザとなる。流れが一次元であると仮定すると、スロート部で計算した理論質量流量 $Q_t$ は、次式となる。

$$Q_t = a^* \cdot S \cdot \rho^* \quad (1)$$

ここで、 $a$ は音速、 $S$ はスロート部の断面積、 $\rho$ は気体の密度である。右肩の\*はスロートにおける値であることを示す。ノズル上流の澱み点からスロート部の音速面までの流れを理想気体の等エントロピ過程であると仮定すると、スロートの状態を澱み点状態で表すことができる。その結果、式(1)は次式となる。

$$Q_t = S^* \cdot C^* \cdot \sqrt{P_0 \cdot \rho_0} \quad (2)$$

ここで、添字<sub>0</sub>は澱み点での値であることを意味し、今

\*計量研究所

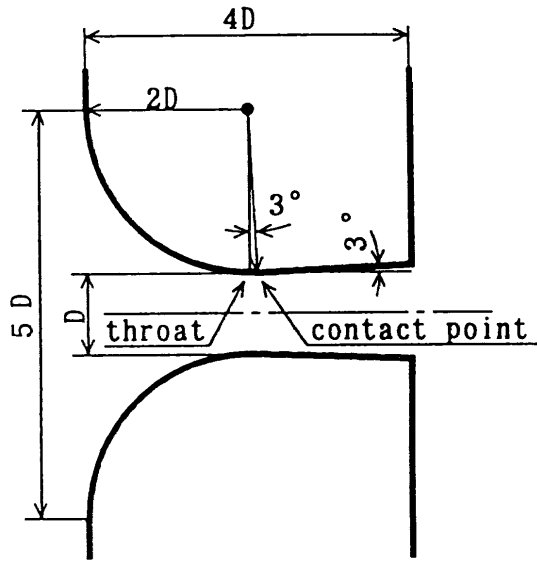


図1 ISO型トロイダルスロート音速ノズルの概形図

の場合は測定値である。 $C^*$ は、気体の種類を表す臨界定数であり、

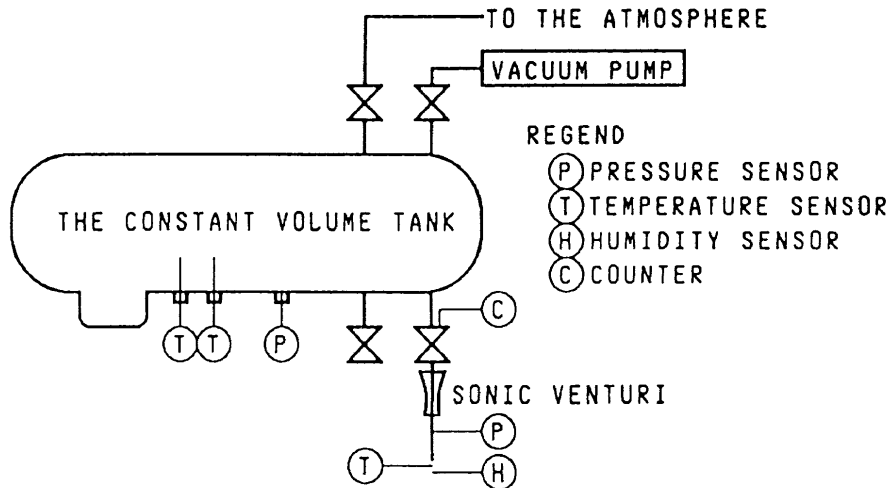
$$C^* = \sqrt{\gamma \cdot \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}}$$

で与えられる。 $\gamma$ は気体の比熱比である。

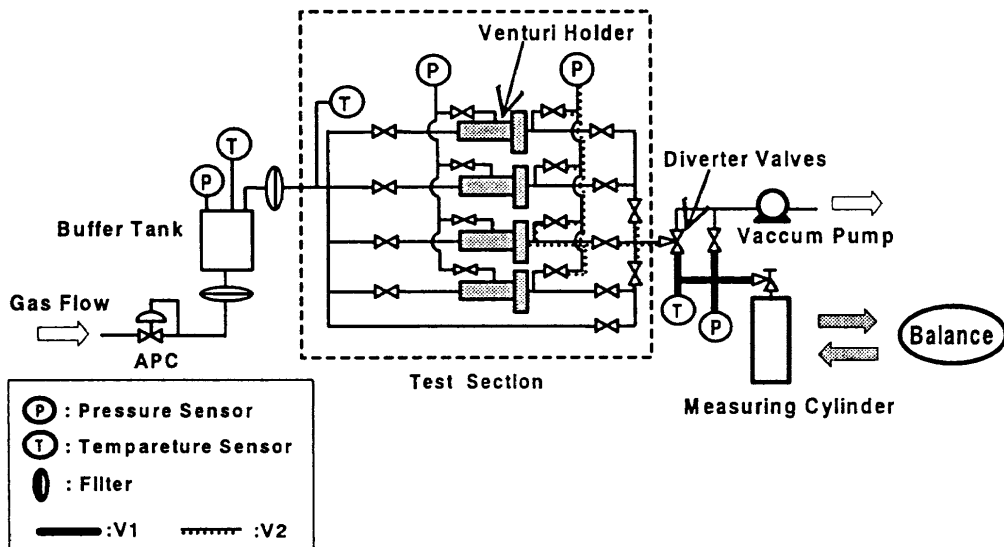
実際のノズルのスロートでは、主流が軸対称二次元流であるために流速分布が歪み、壁面で境界層が発達する。これらの影響によって、実際の質量流量 $Q_m$ は、(2)式で与えられる理論質量流量よりも小さくなる。この誤差を補正するために補正係数 $C_d$ を用い、真の流量 $Q_m$ は次式で表わされるものとする。

$$Q_m = C_d \cdot Q_t \tag{3}$$

この補正係数 $C_d$ は流出係数と呼ばれ、通常は、定積槽システムや秤量タンクシステム等の校正装置を用いて測



(a) 気体の状態方程式から質量を求めるPVTt法に使用する



(b) 天秤を用いて質量を直接測定する秤量法に使用する

図2 音速ノズルの校正装置の概略図

定される。計量研究所では、この測定のために、定積槽および天秤を用いた2種の校正装置を整備した。定積槽システム（図2a）は、槽内の圧力、温度の変化、流入時間の各測定値、および、気体の状態方程式を用い、ノズルを通して槽内に流入した気体の質量を求める装置である。本システムが測定可能な流量範囲は40~10m<sup>3</sup>/hであり、測定される質量流量の総合不確かさは、95%信頼区間において±0.05%である。秤量システム（図2b）は、ノズルを通して容器に流入した気体の質量を天秤で直接測定する装置であり、微小流量用のノズルの校正に使用される。本システムが測定可能な流量範囲は5~0.1L/minであり、測定される質量流量の総合不確かさは、95%信頼区間において±0.08%である。

### 3. 流出係数の理論的な決定

流出係数は、主に、先に述べた流れ場の二つの要因から生成されるはずである。すなわち、加速による主流の流速分布の歪み、および、ノズル壁面に発達する境界層の排除厚さである。計量研究所で現在測定できるレイノルズ数は、スロート直径に基づく値で10<sup>6</sup>より小さい。これまで各国で行われてきた様々な測定によると、この範囲のレイノルズ数では、スロートに形成される境界層は層流となるはずである。

#### (1) 主流の流速分布の非一次元性

ここでは、軸対称二次元ノズルに非粘性理想気体が行われる場合のスロートにおける流速分布を求めたHallの近似解を用いる<sup>2)</sup>。この解析では、スロート近傍における直径変化をスロートにおける曲率 $R$ の逆数で級数展開し、流れが非回転であるという仮定のもとに、連続の式、エネルギー保存の式を用いる。主流方向の速度 $u$ 、流れに垂直方向の速度 $v$ をスロートでの音速で無次元化し、そこからの摂動分を曲率の逆数で展開して方程式に代入し、低次項から順に解を求めて行く。3次の項まで求めることにより、精度の高い解を得ている。詳細は、文献<sup>2)</sup>を参照されたい。

最終的に得られた流速分布を積分し、スロートにおける質量流量を計算すると、理論質量流量との比は次式となる。

$$\frac{Q_m}{Q_t} \approx 1 - \alpha \quad (4)$$

ここで、

$$\alpha = \frac{k+1}{R^2} \cdot \left( \frac{1}{96} - \frac{8 \cdot k + 21}{4608 \cdot R} + \frac{754 \cdot k^2 + 1971 \cdot k + 2007}{552960 \cdot R^2} - \dots \right) \quad (5)$$

であり、 $R$ は壁面の曲率半径とスロート半径の比である。この $\alpha$ が、主流が一次元流れでないことによる質量流量

の欠損を与える。

#### (2) 層流境界層の排除厚さ

ここでは、図1に示したノズルとほぼ同じ形状を持つノズルについて、その中に発達する層流境界層の厚さを、相似解を仮定することにより、厳密な解析解として求めたGeroppの方法を用いる<sup>3)</sup>。この方法では、軸対称流におけるプラントルの境界層方程式に相似解を仮定し、ノズル形状に制限を与える一つの境界条件を選ぶことにより厳密な解析解を求める。境界層の厚さ方向に関してHowarth型の変数変換を行い、最終的には、次の形の相似解 $K$ を用いた境界層方程式を得る。

$$A \cdot (K'^2 - 1) = B \cdot K \cdot K'' + C \cdot K'''$$

ここで、 $(\prime)$ は、変換された座標による常微分を意味する。 $A, B, C$ は、ノズル形状と気体の種類によって決まる定数である。この式を一般的に解くことはできないが、ある条件を与えることによって、解析的に解く事が可能となる。具体的には、 $A = m \cdot C, B = 0$ と置く。ここで、 $m$ はノズルを軸方向に伸縮させる形状パラメータである。最終的に、スロート部の排除厚さ $\delta$ は、

$$\delta = \frac{D}{\sqrt{R \cdot m}} \cdot \left( \frac{\gamma+1}{2} \right)^{\frac{1}{4} \cdot \frac{\gamma+3}{\gamma-1}}$$

となる。 $D$ はスロート直径である。ここで、 $m$ を適正に選ぶことにより、使用しているノズルの寸法にほぼ合致する形状を与えることができる。これを用いてスロート部における排除厚さが占める割合を求めると、

$$\left( \frac{S - \pi \cdot D \cdot \delta}{S} \right)^2 = 1 - \frac{\beta}{\sqrt{Re}} \quad (6)$$

となる。ここで、

$$\beta = \frac{4}{\sqrt{m}} \cdot \left( \frac{\gamma+1}{2} \right)^{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\gamma-1}} \cdot \left( 3\sqrt{2} - 2\sqrt{3} + \frac{\gamma-1}{\sqrt{3}} \right) \quad (7)$$

である。 $\beta / \sqrt{Re}$ は排除厚さによる有効断面積の減少量を与え、これが質量流量欠損の原因となる。

#### (3) 理論的に求められる流出係数

上で求めた主流および境界層による質量流量欠損を結合し、実測される流出係数に相当するものを求めるためには、それぞれの欠損が十分に小さいことを考えて、(4)式と(6)式の積を取れば良い。空気の比熱比( $\gamma = 1.401$ )を用い、スロートにおける曲率半径を一致させると、次式が得られる。

$$C_d = 0.99859 - \frac{3.522}{\sqrt{Re}} \quad (8)$$

これが、理論的に決定された流出係数である。

#### 4. 理論と実験との比較

超精密旋盤を用い、スロート部分の形状が理論解析で用いられた形状とほぼ同じとなるノズルを製作した。図3は、理論解析されたノズル形状と実測に用いられたノズルの設計値を示す。スロート近傍はほぼ完全に同じ形状となっている。これまでに、スロート直径が7~20mmである範囲の相似形ノズルを20本以上製作した。実際に製作されたノズルについて、形状測定を行った結果の一例を図4に示す。図の実線は設計値、黒点は測定値であり、N1のノズル形状は設計値とほぼ完全に一致している。N5ノズルは、製作されたノズルの中で最も製作誤差が大きいためであり、スロート前後に凸凹が存在する。

これらのノズルの流出係数  $C_d$  を定積槽方式によって求めた結果を図5の黒丸で示す。実験的に求められた流出係数から最小二乗法によって求めた適合曲線は、

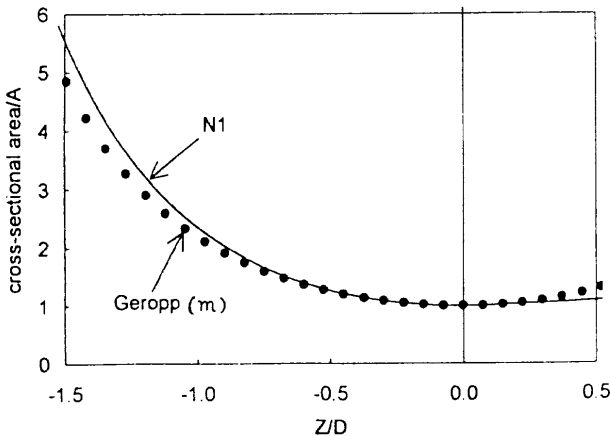


図3 ISO型音速ノズル(N1)と理論解析に使用される音速ノズルのスロート ( $Z/D=0$ ) 近傍における設計形状の比較

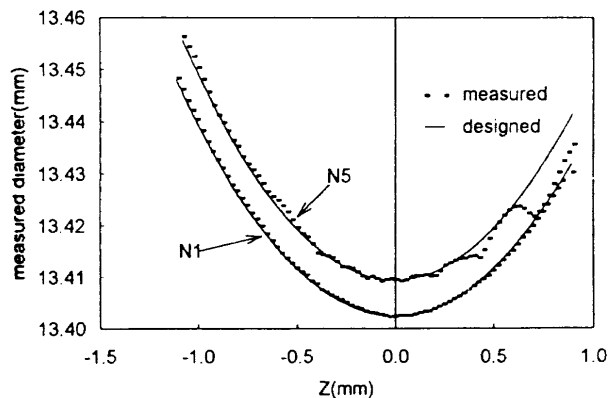


図4 音速ノズルの設計形状と製作後の測定された形状との比較

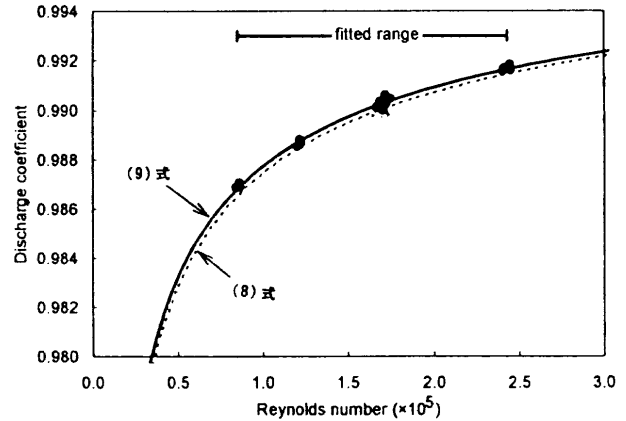


図5 N1音速ノズルの流出係数のレイノルズ数による変化

$$C_d = 0.99864 - \frac{3.448}{\sqrt{Re}} \quad (9)$$

となり、全ての測定値はこの式の $\pm 0.03\%$ 以内に分布した。ただし、(9)式は本測定で用いられた相似形ベンチュリノズルに限って有効であり、四分円等の別な形状のノズル用いた場合には、それぞれに固有な適合曲線が必要となった。ところが、(9)式を求めるために用いたノズルから円錐形のディフューザ部分を取り去ったノズルも(9)式と同じ適合曲線を持つことが確認されており、すなわち、流出係数を大きく支配する部分は、スロート前方のみではなく、その後方の $3^\circ$ までの円弧部分も含まれることが分かっている。図5の点線および実線は、それぞれ、(8)式および(9)式から計算された。これらの差は、

$$Re > 10000 \text{ において } 0.08\% \text{ 以下}$$

$$Re > 5000 \text{ において } 0.11\% \text{ 以下}$$

となり、測定範囲 (fitted range) においては、両者はほぼ完全に一致する。したがって、理論ノズルと同じスロート形状を持つノズルを製作すれば、その流出係数は、理論的な予測値を用いて $0.1\%$ 程度の精度で決定することが可能である。

#### 5. 境界層排除厚さの推定

これまでの議論によると、音速ノズルのスロート近傍の流れ場は、境界層の排除厚さを含め、理論的に極めて正確に予測できているはずである。この理論によると、主流の流速分布は、レイノルズ数に依存せず、形状と気体の種類のみ依存する。したがって、実験的に測定された流出係数を用い、スロートにおける排除厚さの変化を極めて正確に求めることができるはずである。図6は、スロート直径が $0.7\text{mm}$ 以下である微小な音速ノズルについて、測定値から求められた適合曲線を用いることにより、スロートにおける排除厚さのレイノルズ数依存性

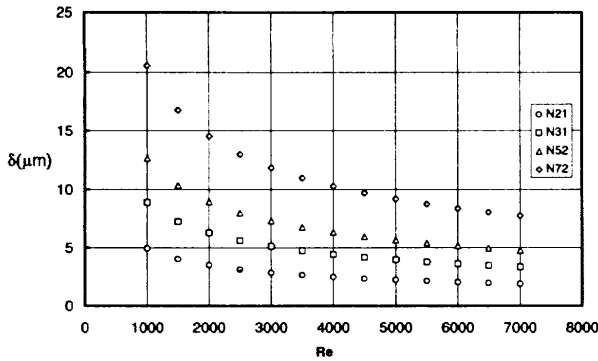


図6 音速ノズルスロート部における実験から推定された境界層排除厚さとレイノルズ数との関係

を計算したものである。ノズル名にある「N」の次の数字は、スロート直径 (mm) の小数点以下第一位の値を表す。どのノズルにおいても、レイノルズ数の増加に伴って排除厚さが急速に減少するが、漸近的にそれぞれの固有な値に近づく、これは、高いレイノルズ数域において流出係数がほぼ一定になるというこれまでの結果と一致している。このような小さなノズルでは、排除厚さも極

めて薄く、直径が0.2mmのN21ノズルにおいては $5\mu\text{m}$ 以下となる。ここに示された値は、これまでの議論から考え、0.1%程度の正確さを持っていると考えられる。このように、流出係数を正確に測定し、理論計算と併せて考えることにより、従来の方と比べて桁違いに高い精度で境界層の排除厚さを推定することが可能となった。

#### 参考文献

- 1 石橋雅裕等, “超精密加工音速ノズルの流出係数” 計測自動制御学会論文集 vol. 21, pp. 991-998, 1995.
- 2 Hall et al. “Transonic flow in two-dimensional and axially-symmetric nozzles”, Quart. J. Mech. and Applied Math., vol. 15, 487-508, 1962.
- 3 Geropp, “Laminare Grenzschichten in ebenen und rotationssymmetrischen Lavalduesen”, Deutsche Luft- und Raumfahrt, Forschungsbericht 71-90.



## No. 3

## 渦輪の周方向の不安定波に関する研究

内藤 隆\*, 今井伸治\*, 山田日出夫\*

## Experimental Study on Circumferential Instability of Vortex Ring

Takashi NAITOH, Shinji IMAI, and Hideo YAMADA

Nagoya Institute of Technology

A vortex with fingers structure (named as fingers vortex) was for the first time found in a flow in which a vortex ring at  $Re=2600$  impinged on a flat plate. The fingers vortex accelerates to make the main and other induced vortices more wavy azimuthally and plays a crucial role in the subsequent development of the flow field. The azimuthal period of the flow field remained  $2\pi/14$  [rad] all that while. To clarify the origin of the periodicity, we examined the vortex ring, travelling in free space, in detail spatially and temporally using smoke visualization method. Then we happened to find that the number of waves called Widnall instability decreases as the ring travels downstream. Moreover in the case of the vortex ring impinging on the flat plate, the azimuthal period also increases as the distance between the nozzle and the plate becomes longer. Since the result in impinging case has shown good agreement with that in free space, it is concluded that the azimuthal periodicity appeared on the interaction with a plate is caused by Widnall instability.

**Key Words** : vortex ring, Widnall instability, number of waves, smoke visualization, fingers vortex, flat plate, induced vortex

## 1. はじめに

平板に垂直に接近する渦輪に関する研究課題は、壁乱流中に存在する渦構造やbursting等の現象の解明につながる基礎研究として注目されている。これまでの研究によれば、主渦の作り出す流れ場によって平板付近で境界層が形成され、その非定常剥離によって2次渦や3次渦といった誘起渦が発生・成長すること、また、主渦が誘起渦と干渉する様子とその干渉過程において円周方向に不安定な波状変形が起こることなどが明らかにされている<sup>1, 2)</sup>。

$Re=UD/\nu=2600$  ( $U=62\text{cm/s}$ : 渦輪の並進速度,  $D=6.4\text{cm}$ : 渦輪の直径) の渦輪が、平板に垂直に衝突する流れ場を煙可視化法によって調べたところ、フィンガー状の縦渦構造が偶然見出された。そして、このフィンガー渦は流れ場の周方向の周期性を増大させ、その後の乱流への遷移に大きな役割を果たしていることが観察された。なお、この流れ場に現れる周方向の周期の決定

要因についても調べられた。

## 2. 実験装置と可視化方法

実験装置の概要をFig. 1に示す。渦輪はスピーカを駆動して発生させた。また、円形ノズルと平板は水平に設置され、特に断りのない場合ノズル先端から平板までの距離は20.0cmである。流れ場を記述するために円柱座標系を用いる、Fig. 1非定常場を記述するための経過時間はトリガー信号を基準時刻とし、スピーカはその約200ms後に駆動されている。

線香の煙をトレーサーとして予め箱に入れておき、約3mm幅のスリット光によって流れ場を平板に垂直に、或いは平行に照明して可視化した。本研究で用いた実験装置による渦輪の発生は非常に安定しており、その再現性は確認されている。そのため、ここで示す時間経過の写真は、トリガー信号を基準にした別々の渦輪の特定の時刻の流れ場の様子を並べたものであるが、一つの渦輪の変化の過程として解釈することができる。



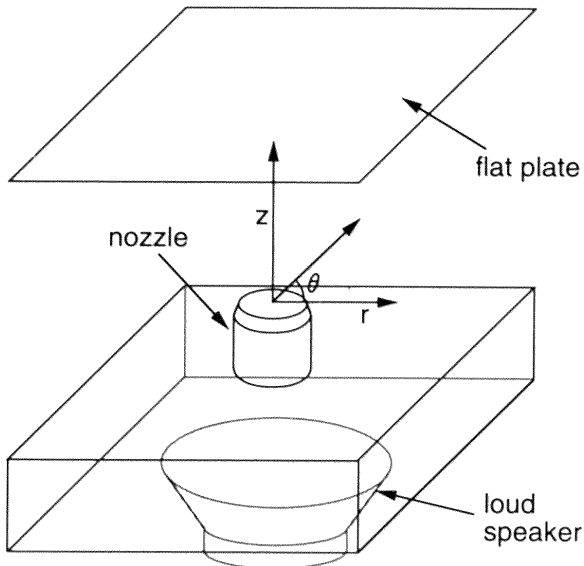


Fig. 1 Experimental arrangement and cylindrical coordinates

### 3. 結果と考察

#### 3. 1 フィンガー渦の様子

平板と渦の干渉によってフィンガー渦が発生する<sup>3)</sup>。Fig. 2 に  $t=660\text{ms}$  におけるフィンガー渦の構造を示す。(a)は平板と主渦・誘起渦・フィンガー渦の位置関係を表している。 $z=19.5, 18.0, 16.5\text{cm}$ の断面の様子が、それぞれ (c), (d), (e) に対応している。(c)では、主渦に巻き付いているフィンガー渦と円周方向に波状変形している2次渦輪が捉えられている。(d)では、内側から順に2次渦輪、 $z$ 軸方向に引き伸ばされ渦度が集中したフィンガー渦、主渦輪、そして一番外側に3次渦輪が可視化されている。(e)では、3次渦輪の自由空間側の一部とそれに巻き付き始めているフィンガー渦の自由空間側先端が捉えられている。この他多数の可視化情報をもとに、フィンガー渦のトポロジーが Fig. 2 (b) のよう

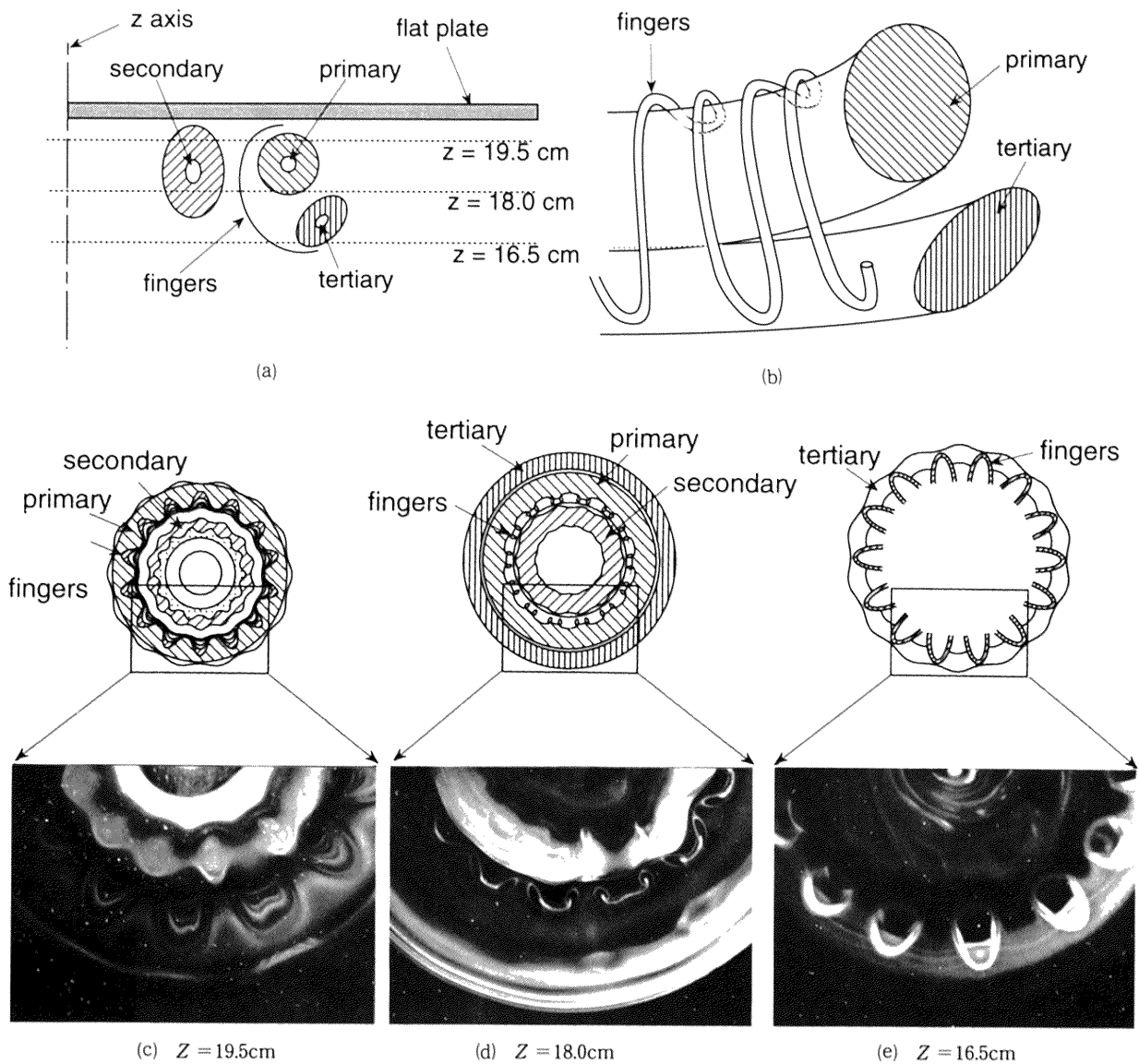
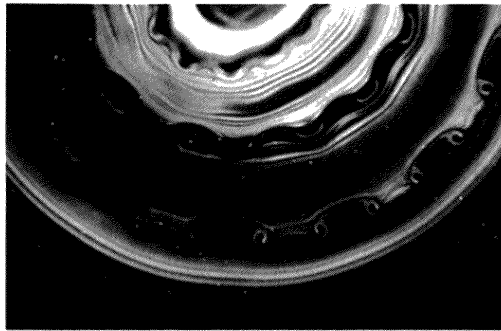
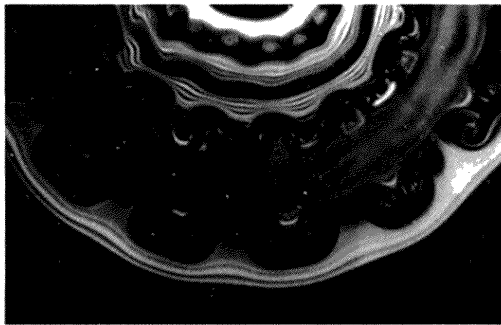


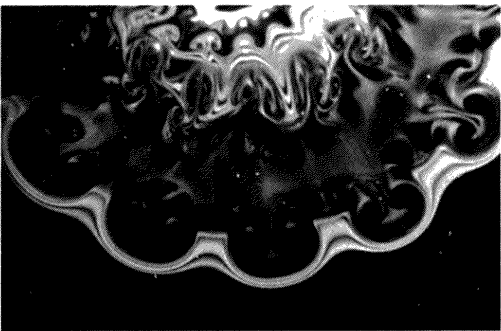
Fig. 2 Structure of the fingers vortex at  $t=660\text{ms}$



Z = 18.5cm, t = 690ms



Z = 18.5cm, t = 710ms



Z = 18.5cm, t = 740ms

Fig. 3 The cross section of the fingers vortex (front view)

に推測された。

時間経過と共にフィンガー渦は、主渦輪に巻き付くようにさらに引き延ばされるため、主渦輪・2次渦輪・3次渦輪の断面での煙の筋が円周方向のみであるのに対し、フィンガー渦のそれは半径方向や $z$ 軸方向にもつながっている。Fig. 3に $z = 18.5\text{cm}$ の断面における、フィンガー渦の成長していく様子が示されている。半径方向や $z$ 軸方向の渦度成分を持つフィンガー渦の誘起する流れが、この流れ場の乱流化を促進している。なお、この流れ場の周方向の周期は、波状変形が確認されてから乱流化するまでいつでも $2\pi/14$  [rad]であった。

### 3. 2 自由空間を並進する渦輪の周方向の波の数

自由空間を並進する渦輪をその並進方向と垂直な面( $r-\theta$ 面)で光切断した様子を観察した, Fig. 4.  $t =$

500msまでは渦輪の円周方向の波状変形は認められない。 $t = 750\text{ms}$ では、部分的に波の明瞭なところがあり、この明瞭な部分から不明瞭な部分についても波の数を推測してみた。(b)図がその場合であり、 $n = 10$ と求められた。(e), (f)の図では、波の頂点を白点で指摘してあるが、それぞれ波の数は整数値を取り、9個、8個であることが判る。ノズル先端からの並進距離 $z$ と波の数 $n$ の関係をFig. 5に○でプロットした。また、遷移状態にあると考えられる場合は、波の数 $n$ を7から11までの整数値列の中間の値、すなわち8.5, 9.5, 10.5として便宜的にプロットしておいた。このグラフから波の数 $n$ は、並進距離 $z$ の増加と共に減少することが判る。

### 3. 3 平板に衝突する渦輪の周方向の周期性

Fig. 6は、ノズルから平板までの距離を変化させて、平板と衝突する渦輪の周方向の様子を示している。ノズルから平板までの距離を変化させると波の数が変化することから、この流れ場に現れる不安定波の波の数は、実験装置に依存したものではなく、平板の影響を実質的に受け始める直前(本実験条件では平板の上流約4.5cm)に渦輪自身もっている固有の数であると推測される。

自由空間を並進する渦輪を可視化した場合には、ノズルから $z = 30\text{cm}$ までの領域では渦輪の周方向の波状変形はほとんど観察できなかった。しかしながら、可視化で波状変形が見られるようになる以前においても、渦輪自身が固有の不安定波の周期性を持っており、これが平板との干渉において増大したと考えられる。

Fig. 5の▲は、ノズル先端から平板までの距離と波の数の関係を示したものである。自由空間を並進する渦輪の場合と同様、ノズルからの距離が増加するにしたがって波の数が減少している。また、平板を設置した場合は、渦輪は平板の設置座標 $Z$ から4.5cm程度上流から平板の影響を強く受け、その渦径を急激に拡げることがその軌跡からわかっている。このため自由空間を並進する渦輪と条件が同一であるわけではない。そこで、▲については、平板設置の場合の $Z$ の値は、 $Z$ の値から4.5cm減じた値を用いてプロットした。ノズルからの距離と波の数の関係は、平板を設置した場合と設置しない場合とでよく一致している。特に、平板を設置してはじめて不安定波の波の数が観察される $z = 30\text{cm}$ 以下の波の数と、30cm以上の領域のそれとが滑らかにつながってプロットされる事実は特筆される事柄である。このことから、平板に垂直に衝撃する渦輪が作り出す周方向の不安定波の周期性は、Widnall Instabilityが原因であると考えられる。

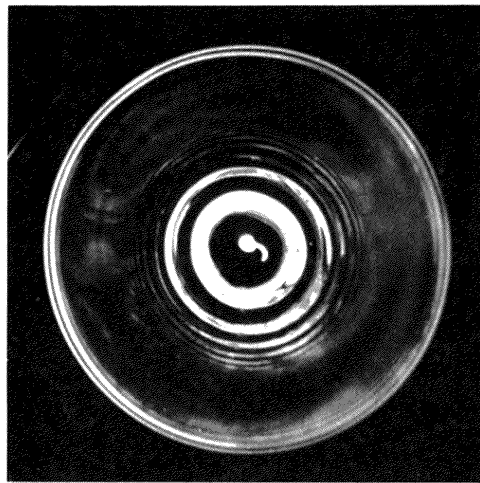
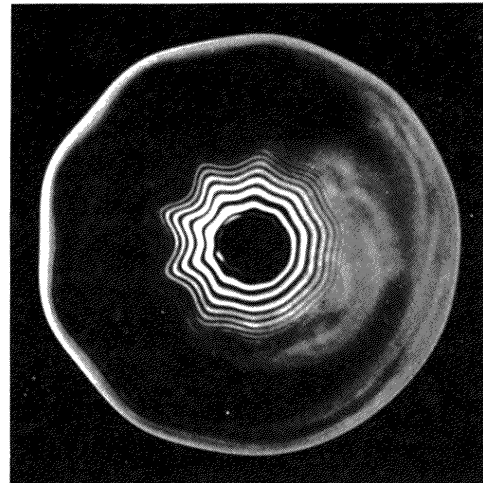
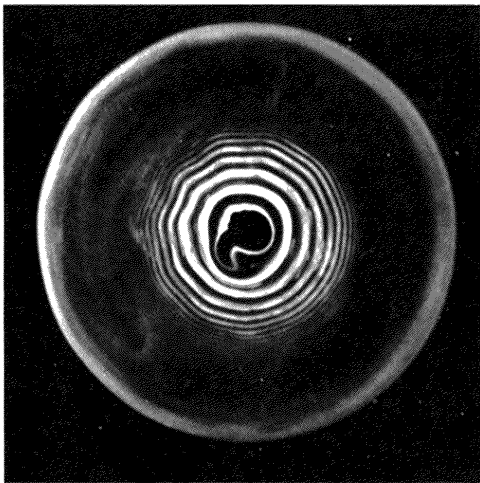
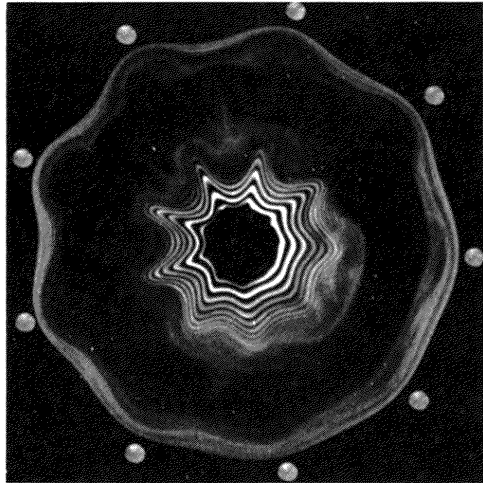
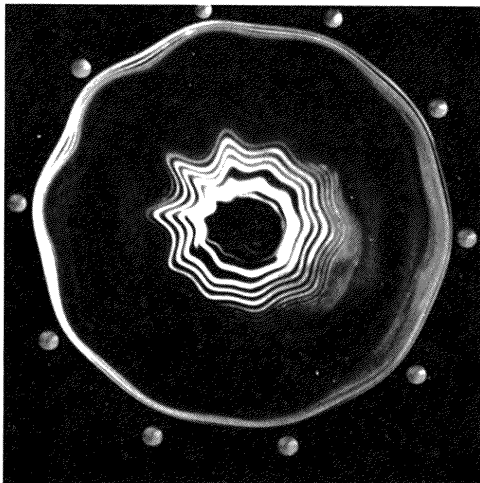
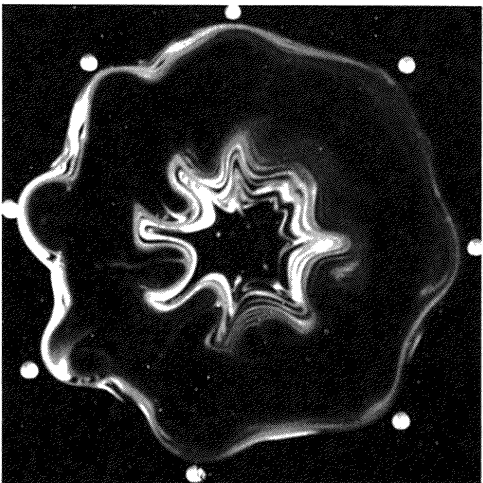
(a)  $t = 450\text{ms}$ ,  $z = 15.1\text{cm}$ (d)  $t = 1100\text{ms}$ ,  $z = 53.5\text{cm}$ (b)  $t = 750\text{ms}$ ,  $z = 32.7\text{cm}$ (e)  $t = 1200\text{ms}$ ,  $z = 59.1\text{cm}$ (c)  $t = 1000\text{ms}$ ,  $z = 48.3\text{cm}$ (f)  $t = 1300\text{ms}$ ,  $z = 65.1\text{cm}$ 

Fig. 4 Instability of the vortex ring travelling in a free space

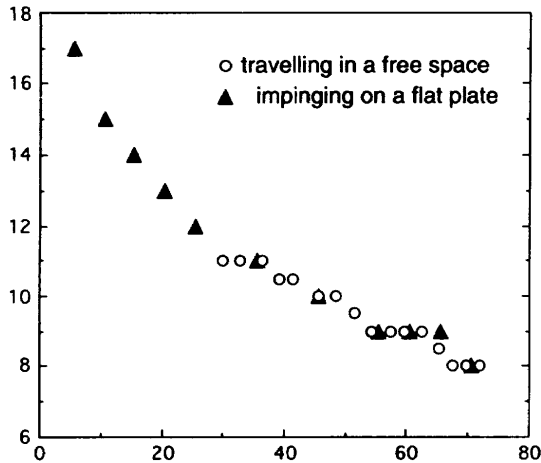


Fig. 5 Number of waves vs. distance from nozzle  $z$  [cm] for without plate and  $z-4.5$  [cm] for with plate

#### 4. まとめ

$Re=2600$  の渦輪を自由空間で並進または平板に衝突させ、その流れ場を煙可視化法によって調べた。その結果、

1. 平板と渦輪の干渉過程でフィンガー渦構造が見出され、その形状過程とトポロジーが明らかにされた。
2. フィンガー渦は主渦輪・3次渦輪の波状変形を促進し、流れ場の3次元化並びに乱流化に重要な役割を果たしていることが明らかにされた。
3. 単独渦輪が並進するのに伴い、周方向に現れる不安定波 (Widnall Instability) の波の数が減少することが初めて見いだされた。
4. 渦輪が平板に衝突する場合に現れる周方向の不安定波の波の数も、ノズルから平板までの距離を大きくすると減少することが判った。
5. 平板に衝突する場合の波の数が自由空間のそれとよく一致することから、渦輪が平板に衝突したときに現れる周方向の周期性は、平板の影響を強く受ける前の渦輪の Widnall Instability に因るものと推測された。

#### 参考文献

- 1) Walker, J. D. A., Smith, C. R., Cerra, A. W., and Doligalski, T. L. : The impact of a

vortex ring on a wall, *J. Fluid Mech.* **181** (1987) 99–140.

- 2) Orlandi, P. and Verzicco, R. : Vortex rings impinging on walls : axisymmetric and three-dimensional simulations, *J. Fluid Mech.* **256** (1993) 615–646.
- 3) 内藤隆, 今井伸治, 山田日出夫 : 渦輪の周方向の不安定波に関する実験, 「ながれ」別冊14 (1995) 175–178.
- 4) 内藤隆, 阪野治, 山田日出夫 : 平板に衝突する渦輪による流れ場中のフィンガー渦, 「ながれ」別冊13 (1994) 405–408.
- 5) Krutzsch, C. R. : Über eine experimentelle beobachtete Erscheinung an Wirbelrigen bei ihrer translatorischen Bewegung in wirklichen Flüssigkeiten, *Ann. Phys.* **35** (1939) 487–523.
- 6) Maxworthy, T. : The structure and stability of vortex rings, *J. Fluid Mech.* **51** (1972) 15–32.
- 7) Widnall, S. E. and Sullivan, J. P. : On the stability of vortex rings, *Proc. R. Soc. London A33* (1973) 335–353.
- 8) Widnall, S. E., Bliss, D. B., and Tsai, C.-Y. : The instability of short waves on a vortex ring, *J. Fluid Mech.* **66** (1974) 35–47.
- 9) Widnall, S. E. and Tsai, C.-Y. : The Instability of the thin vortex ring of constant vorticity, *Philos. Trans. R. Soc. London Ser. A* **287** (1977) 273–305.
- 10) Liess, C. and Didden, N. : Experimente zum Einfluss der Anfangsbedingungen auf die Instabilität von Ringwirbeln, *Z. angew. Math. Mech.* **56** (1976) T206–T208.
- 11) Maxworthy, T. : Some experimental studies of vortex rings, *J. Fluid Mech.* **81** (1977) 465–495.
- 12) Yamada, H., Kohsaka, T., Yamabe, H., and Matsui, T. : Flowfield produced by a vortex ring near a plane wall, *J. of the Physical Society of Japan* **51** (1982) 1663–1670.

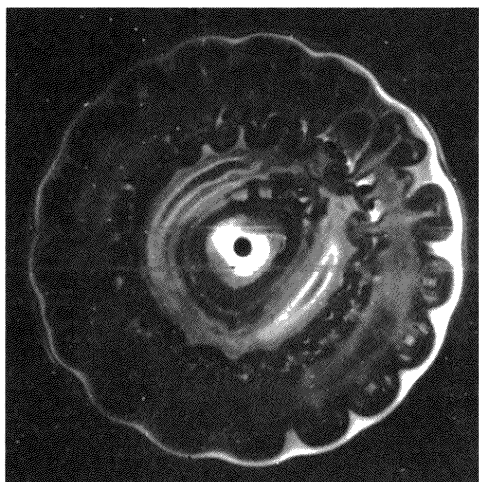
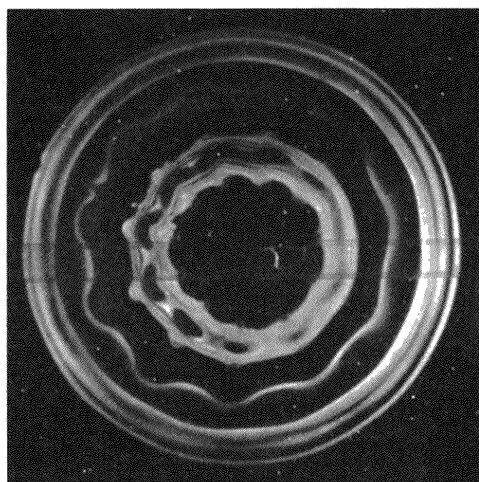
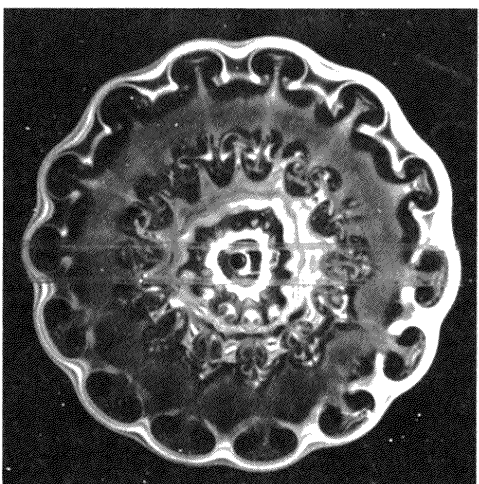
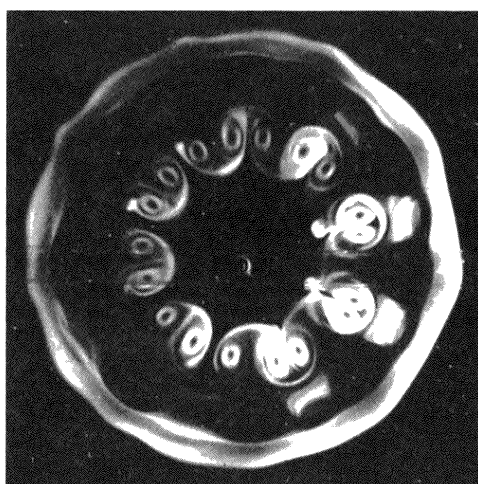
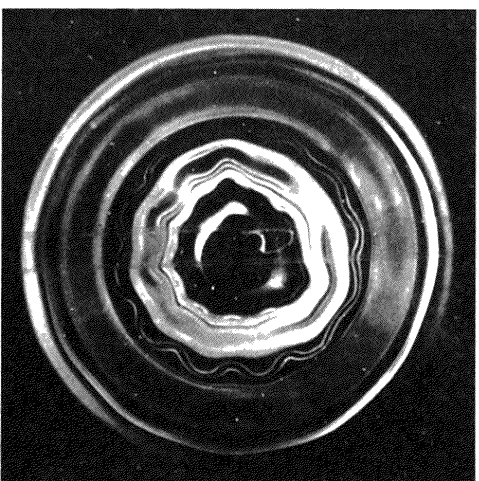
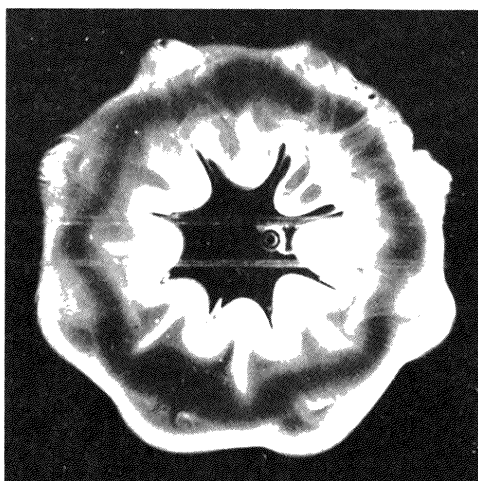
(a)  $H=10.0\text{cm}$ ,  $t=570\text{ms}$ (d)  $H=40.0\text{cm}$ ,  $t=1080\text{ms}$ (b)  $H=20.0\text{cm}$ ,  $t=740\text{ms}$ (e)  $H=60.0\text{cm}$ ,  $t=1300\text{ms}$ (c)  $H=30.0\text{cm}$ ,  $t=910\text{ms}$ (f)  $H=75.0\text{cm}$ ,  $t=1480\text{ms}$ 

Fig. 6 Instability of vortex ring impinging on flat plate  
 $H$ : distance between nozzle and flat plate

## No. 4

## 乱流中の変動静圧の測定

豊田 国昭\*, 石田 貴弘\*, 平元 理峰\*, 白浜 芳朗\*

## Measurements of Fluctuating Static-Pressure in Turbulent Flows

Kuniaki TOYODA, Takahiro ISHIDA, Riho HIRAMOTO and Yoshikuni SHIRAHAMA  
*Hokkaido Institute of Technology*

A pressure probe was developed to measure fluctuating static pressure in turbulent shear flows, and the probe was applied to the detection of the three-dimensional vortical structures in a rectangular jet. The static pressure tube of 1 mm in diameter with four small holes of 0.4 mm in diameter was connected at the end to a condenser microphone. The structure and the dimension of the probe were determined so as to minimize errors in the measurements of fluctuating static pressure. The three-dimensionally complicated vortical structures in a rectangular jet were detected by measuring the phase-average fluctuating pressure over the flow field. The results suggest that the direct measurements of fluctuating static pressure are very useful to detect three-dimensional vortical structures in turbulent shear flows.

**Key Words :** pressure probe, fluctuating pressure, turbulent flow, vortical structure, jet

## 1. まえがき

乱流の実験的研究では、乱流構造に関する情報は熱線流速計などを用いた速度測定により得られることが多い。ところで、非圧縮性流れの挙動は、ナビエ-ストークスの方程式で示されているように、速度と静圧により決定されるので、流れの実験解析では速度と静圧の測定が必要である。また、近年急速に発展している数値解析の結果を実験と比較する際にも、流れ中の静圧の測定結果が必要となる。乱流モデルを構築する際に圧力・速度相関項のモデルが大きな問題となるが、この項の適切なモデリングのためにも信頼できる圧力測定が望まれる。

近年乱流構造の解明および制御へ有力な手がかりを与えるものとして組織的渦構造が注目されているが、乱流の三次元的に複雑な組織的渦構造を熱線流速計で測定することは極めて困難である。近年のDNSの結果によると、乱流中の変動静圧の低圧部が渦構造の渦度集中領域に対応することから、三次元的に複雑な渦構造が変動静圧場により明瞭になることが示されている<sup>1, 2)</sup>。したがって、乱流中の変動静圧の測定は乱流構造の詳細を知る上で有力な情報を提供するものと期待されるが、流れの中

にプローブを挿入することによる誤差を伴う測定上の困難さのために変動静圧を直接測定した例は少ない。

Kobashi<sup>3)</sup>は静圧管にコンデンサマイクロホンを取り付けた圧力プローブにより円柱後流中の静圧変動を測定し、乱流のエネルギーバランスを検討して変動静圧測定の可能性を初めて示した。その後、同様の形式の圧力プローブが開発され<sup>4-6)</sup>、噴流中の静圧変動の測定に適用されプローブの信頼性も検討されている<sup>7)</sup>。しかし、これらの測定は相関やスペクトルなどの統計量に限られ、最も重要な生情報である変動静圧の時間的变化は測定されておらず、また、これを高精度で測定できるプローブは開発されていない。また、近年、流体中の気泡の挙動をホログラフィ画像により解析し変動静圧を測定することが試みられているが<sup>8)</sup>、乱流中の変動静圧を測定するには多くの問題点がある。

本研究では、乱流中の変動静圧を精度よく測定できる圧力プローブを開発し、そのプローブにより噴流中の変動静圧を測定しその結果を検討した。

## 2. 圧力プローブ

乱流中の変動静圧を圧力プローブにより測定する際の誤差要因を考慮すると、圧力プローブの条件として次の事項が挙げられる。(1) プローブ挿入による流れの変化

\*北海道工業大学

が小さい, (2) 受圧部面積が小さい, (3) 受圧面に垂直な速度成分による誤差 (クロスフロー誤差) が小さい, 4) 圧力変換器が高精度で周波数帯域が広い。以上の条件を考慮し, (1) と (2) により圧力プローブ先端部の静圧管の直径を 1.0mm, 静圧孔径を 0.4mm とし, (4) により圧力変換器としてコンデンサマイクロホン (1/4 インチ) を用いることとした。とくに問題となる (3) のクロスフロー誤差については, この誤差が出来る限り小さい静圧管形状を実験的に検討した。

静圧管のクロスフロー誤差は, 一様流中で静圧管に対する流れの迎角を変化させて静圧管の方向特性を測定して検討された。静圧管先端形状 (半球, 円錐), 静圧孔径, 静圧管肉厚, 静圧孔数を実験的に検討し<sup>9)</sup>, 図 1 の静圧管形状を採用した。静圧管の方向特性を図 2 に示す。図より, 半球形の先端を持つ標準型静圧管と比較して, 本静圧管は広い角度範囲に渡って圧力降下が小さく, したがって, 流れ方向が変動する乱流中の静圧測定の誤差は標準型静圧管の場合より著しく小さいことが解る。このような方向特性改善の要因は, 円錐形先端形状, 静圧孔と静圧管径の比が 50%, 静圧管肉厚が薄いことにあると思われる。とくに, 第 2 と第 3 の要因による静圧孔内への流入効果により圧力降下が抑制されたものと思われる。また, 静圧孔数を 8 個 (4 個 × 2 列) とすることにより,

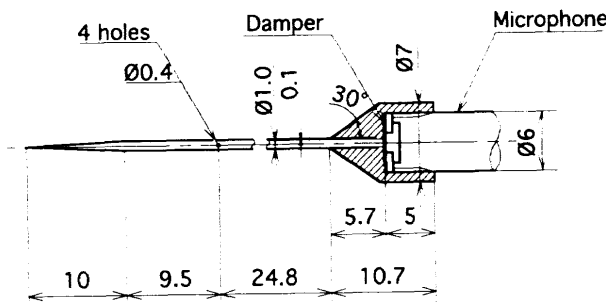


図 1 圧力プローブ

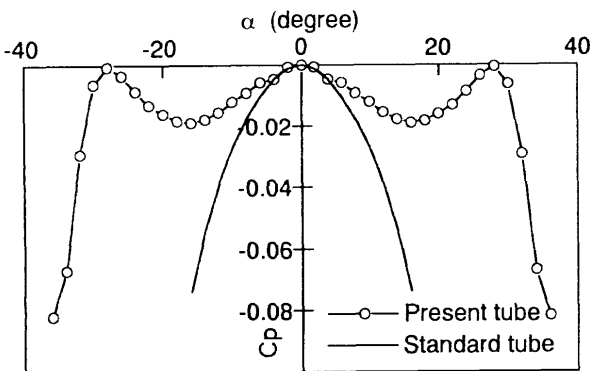


図 2 静圧管の方向特性 ( $C_p$ : 圧力係数  $= 2\Delta p / \rho U^2$ ,  $\Delta p: p_\alpha - p_{\alpha=0}$ ,  $\alpha$ : 迎角)

さらに方向特性が改善されることが確かめられている。

変動静圧測定は, 上述の静圧管後端にコンデンサマイクロホンを図 1 のように取り付けて行われた。導管部の気柱共振およびヘルムホルツ共振を減衰させるために, マイクロホン前面に厚さ 0.3mm のプラスチックのリングを介してダンパ (市販ストッキングのナイロン布地: 20 デニール・針数 380 本程度) を挿入した。また, マイクロホンは周波数帯域 5 Hz ~ 70 kHz, 感度 4.02 mV/Pa, 背極電圧 200V, 直径 6.4mm のコンデンサマイクロホン (アコー社製) である。本プローブの周波数特性は, スピーカからの音圧を用いて基準マイクロホンとの比較測定により求められ, 2.0 kHz までほぼ平坦である<sup>10)</sup>。

流れ中でのプローブの動特性は, 円柱後方の流れ場で, 近接した熱線プローブと圧力プローブにより速度と圧力変動を同時に測定して検討された<sup>10)</sup>。この際, 変動静圧の真値は次式によって速度の測定値より推定した。

$$p' = -\rho (\bar{u} - u_c) u'$$

ここで,  $p'$  は変動静圧,  $\rho$  は密度,  $\bar{u}$  は平均速度,  $u_c$  は渦の移動速度,  $u'$  は変動速度である。圧力変動の推定実効値  $\tilde{p}'_{th}$  と測定値  $\tilde{p}'_m$  の比較を図 3 に示す。 $f=2.0$  kHz 以下では測定誤差は 18% 以内で, 渦のスケール (変動の波長) と静圧管径  $D$  の比が小さくなると測定値は推定値よりも多少大きくなる。

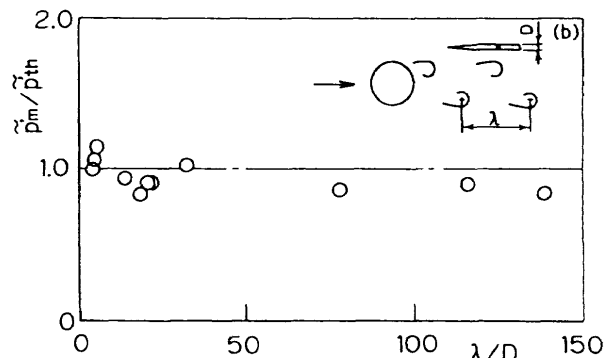
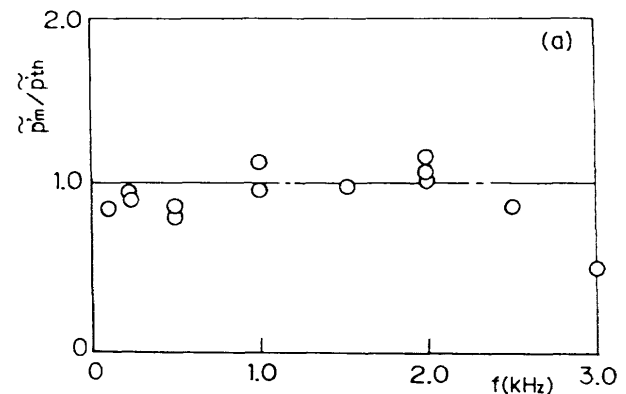


図 3 圧力プローブの動特性

### 3. 噴流測定への適用例

#### 3.1 円形噴流

実際の乱流中の変動静圧測定の実誤差を検討するために、近接した圧力プローブとX型熱線プローブにより円形噴流中の変動静圧と2方向速度を同時に測定し、速度の瞬時値より計算された流れ方向 $\alpha$ を基に変動静圧を補正した。この際、図2の静圧管方向特性を用いた。図4に変動静圧の実測値と補正值の比較を示す。図より、実測値の誤差は微小であることが解る。また、噴流中の全圧変動、静圧変動、速度の同時測定による検定結果を図5に示す。図では、全圧変動実測値が静圧変動と速度からの推定値と比較されている。この結果からも、静圧変動は十分な精度で測定されていると思われる。

合体モード ( $St=f_p De/Ue=0.85$ ,  $f_p$ : 励起周波数,  $De$ : 噴出口速度,  $Ue$ : 噴出速度) <sup>10)</sup> で励起された円形噴流中の渦構造の測定例を以下に示す<sup>12)</sup>。測定には位

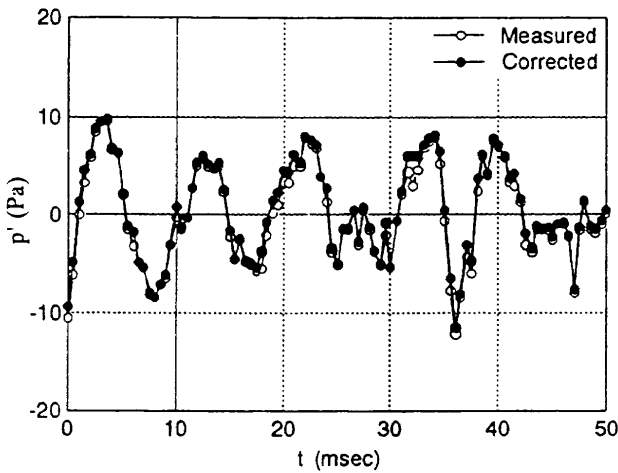


図4 変動静圧の測定値と補正值の比較  
( $Ue=8\text{ m/s}$ ,  $x/De=2.0$ ,  $r/De=0.5$ )

相平均手法を用い、同一位相における渦度場と静圧場を抽出して比較検討した。図6の比較図より、変動静圧の負圧領域が渦度集中領域とほぼ一致していることがわかる。

#### 3.2 非円形噴流

非円形噴流は混合促進手法として近年注目されているが、その効果は噴流中に生成される非円形渦構造の変形・干渉挙動によると思われる<sup>13-14)</sup>。この渦構造は三次元的に複雑な挙動を示すので、可視化および渦度測定のような従来の測定手法により渦構造を明らかにすることは現状では極めて困難である。本節では、長方形噴流中の三次元渦構造を変動静圧測定により抽出した例を述べる<sup>16)</sup>。

実験では、アスペクト比4の長方形オリフィスからの噴流について、位相平均法を用いて位相平均静圧場の測定を行った。噴出口の等価直径 $De$ に基づくレイノルズ数  $Re=Ue De/\nu$  は  $1.3 \times 10^4$  で、噴流中の渦構造を安定化し周期的に発生させるために、噴流は風洞整流部を取

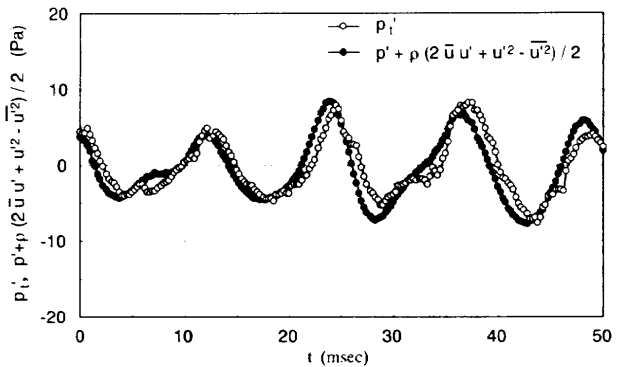


図5 全圧変動・静圧変動・速度の同時測定による検定  
( $Ue=8\text{ m/s}$ ,  $x/De=2.0$ ,  $r/De=0$ )

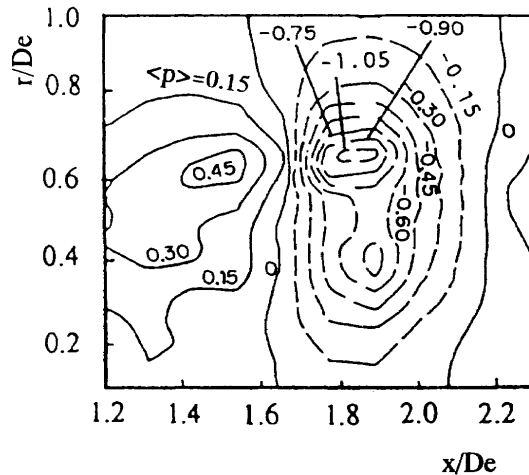
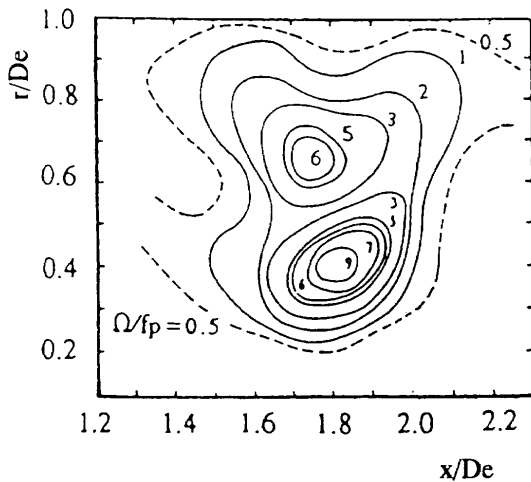


図6 円形噴流中の渦度分布と静圧分布

( $\Omega$ : 渦度,  $\langle p \rangle$ : 動圧  $\rho Ue^2/2$  で無次元化された位相平均静圧)



り付けられたスピーカにより励起された。励起周波数は  $f_n/4$  ( $f_n$ : 噴出口近傍混合層の不安定変動周波数) で、この励起により、 $f_n/4$  の周波数で発生する大規模非円形渦列の安定な干渉モード<sup>17)</sup> を生成した。

位相平均測定では、図 7 に示すように、噴流出口近傍に固定された I 型熱線信号を参照信号とし、変動圧力は流れ場中を移動する圧力プローブにより測定され、同一位相の圧力の平均値を流れ場全体で求めた。さらに、流れ方向に垂直な断面内の位相平均等圧画像に Taylor 仮説を適用し静圧場の三次元画像を作成した。この際、次式により時間変化を流れ方向距離に変換した。

$$\Delta x = -Uc \cdot \Delta t$$

ここで、 $x$  は噴出口からの流れ方向距離、 $t$  は時間、 $Uc$  は渦構造の移動速度で噴流中心速度の半分の値とした。

長方形噴流中の静圧場の三次元画像を図 8, 9 に示す。これらの図は噴流の上半部のみを示している。三次元画像を作成する際の圧力範囲は渦構造が明瞭になるような負圧領域とした。図 8 は  $x/De=1.0$  における三次元画像であり、図中の L は先行渦、T は追跡渦を示している。先行渦は自己誘起速度により端部が下流方向に傾斜

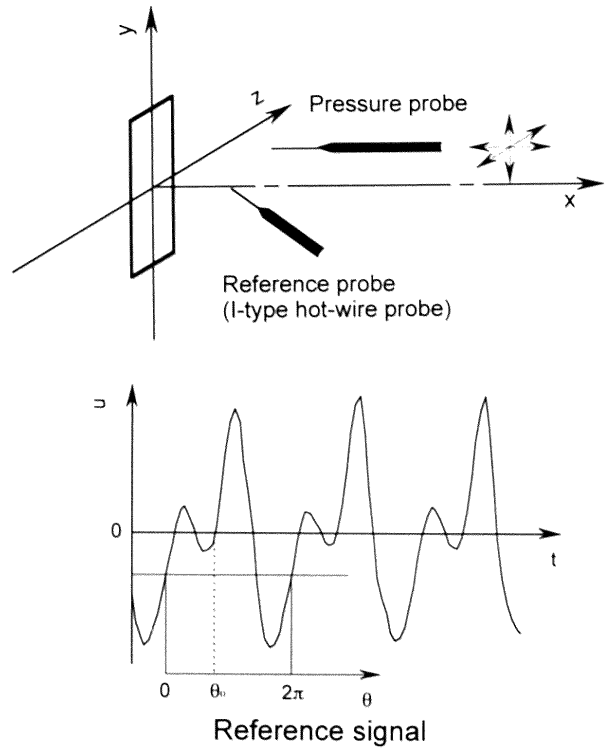


図 7 位相平均測定法

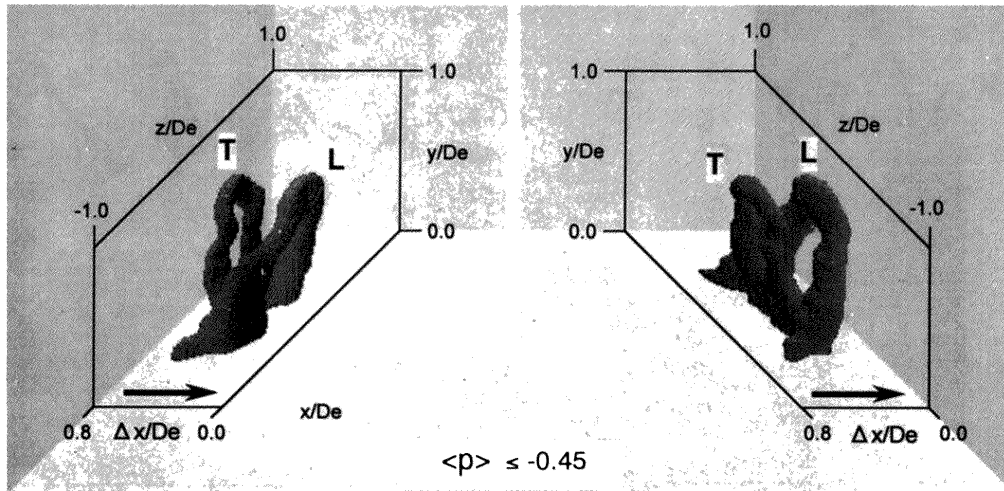


図 8 長方形噴流中の三次元静圧場 ( $x/De=1.0$ )

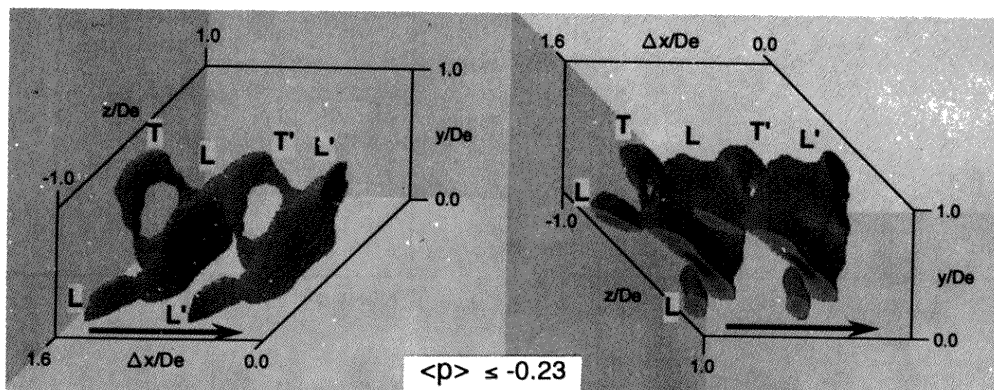


図 9 長方形噴流中の三次元静圧場 ( $x/De=1.5$ )

し、逆に追跡渦は上流方向に引き伸ばされている様子が解る。

図9は $x/De = 1.5$ における三次元画像で、2周期分をつなぎ合わせた画像である。追跡渦の先端部は上流の先行渦に巻き込まれ、流れ方向に伸長している。また、先行渦は $z$ 方向に分裂していることが推測される。

#### 4. あとがき

乱流中の変動圧力を測定する圧力プローブを開発し、各種検定により測定精度を検討した。その結果、開発した圧力プローブは乱流中の静圧変動測定に有効であることが確認された。また、圧力プローブにより長方形噴流中の変動静圧を測定し、渦構造との関連性を検討した結果、位相平均変動静圧場は複雑な三次元渦構造を抽出する手法として極めて有効であることを確認した。

本研究で示したように、変動静圧測定は乱流構造を解明するための有用な情報を提供するので、変動静圧をさらに精度良く測定するための圧力プローブの開発および乱流計測への適用の発展が望まれる。

#### 参考文献

- 1) M. Lesieur, O. Metais and P. Comte : *New Approaches and Concepts in Turbulence*, Birkhauser Verlag Basel, (1993), 61-77 (1993).
- 2) N. Kasagi, Y. Sumitani, Y. Suzuki and O. Iida : *J. Heat and Fluid Flow*, **16** (1988), 2.
- 3) Y. Kobashi : *J. Phys. Soc. Jpn.*, **12-5** (1957), 533.
- 4) T. E. Siddon : *Univ. Tront Inst. Aerosp-Rep.*, No.136 (1969).
- 5) R. E. J. Arndt and A. W. Nilsen: *ASME Paper*, #71-FE-31 (1971).
- 6) H. V. Fuchs : *J. Sound Vib.*, **22-3** (1972), 361.
- 7) W. K. George, P. D. Beuther and R. E. A. Arndt : *J. Fluid Mech.*, **148** (1984), 155.
- 8) B. Ran and J. Katz : *J. Fluid Mech.*, **262**(1994), 223.
- 9) 石田・豊田・田尾・白浜 : 日本機械学会講演論文集 No.95-19 (1995), 169.
- 10) 白浜・豊田・岡本 : 日本機械学会論文集, 59-567, B (1993), 79.
- 11) A. K. M. F. Hussain and K. B. M. Q. Zaman : *J. Fluid Mech.*, **101** (1980), 493.
- 12) K. Toyoda and F. Hussain : *Proc. 5th Asian Congr. Fluid Mech.*, (1992), 587.
- 13) C. M. Ho and E. Gutmark : *J. Fluid Mech.*, **179** (1987), 257.
- 14) F. Hussain and H. S. Husain : *J. Fluid Mech.*, **208** (1989), 257.
- 15) 豊田・白浜・小谷 : 日本機械学会論文集, 58-545, B (1992), 7.
- 16) 豊田・平元・石田・白浜 : 第27回乱流シンポジウム講演論文集 (1995), 275.
- 17) 豊田・F. Hussain : 日本機械学会論文集, 55-514, B (1989), 1542.



## No. 5

## 高レイノルズ数乱流の統計的性質

蒔田 秀治\*, 関下 信正\*, 佐々 浩司\*\*

## Statistical Properties of High-Reynolds Number Turbulence

Hideharu MAKITA, Nobumasa SEKISHITA

*Toyohashi University of Technology*

and Koji SASSA

*Kochi University*

Statistical properties of turbulence fields of  $R_\lambda = 80 \sim 393$  were experimentally examined. Turbulence intensities, energy spectrum and pdf of velocity fluctuations were obtained and anisotropic tensor spectrum was introduced. The relation between the turbulence energy and the invariant  $\Pi$  of the anisotropic tensor showed that return to isotropy process proceeded decay process in the downstream region where the turbulence attained self similarity. The inertial subrange defined as  $l_D \sim l_G$ , where  $l_D$  is the scale of the maximum dissipation, and  $l_G$  is the scale of the largest locally isotropic eddy, covered the wavenumber range of more than one order of magnitude for  $R_\lambda = 393$ . The decay rate and the Kolmogorov constant of  $R_\lambda \rightarrow \infty$  were also estimated.

Key Words : isotropic turbulence, energy spectrum, local isotropy, decay

## 1. はじめに

現在、直接数値計算により乱流場の微細構造の解明<sup>1-3)</sup>に関心が持たれているが、それに伴って風洞実験等によって乱流の諸現象の本質を抽出していくことの重要性も増している。これまで、一様等方性乱流に関する実験的研究は、主に格子乱流場を用いて、減衰特性の解明<sup>4)</sup>、Kolmogorovの理論<sup>5)</sup>の検証<sup>6)</sup>、微細構造の間欠性の発見<sup>7)</sup>、乱流モデルの検証<sup>8)</sup>等が行われ、理論的研究と共に大きな貢献を果たしてきた。この種の実験には高レイノルズ数乱流場を実現することが不可欠である。著者らは乱流発生装置を開発し<sup>9)</sup>、高レイノルズ数乱流の統計的性質を解明してきた<sup>10-12)</sup>。本報告では、乱流場の減衰特性を明らかにする。また、新しく非等方テンソルスペクトルを導入し<sup>13)</sup>、慣性小領域の定義に関して、蒔田と飯田<sup>10)</sup>が提案した最大等方渦スケール $l_c$ の妥当性を検証すると共に、局所等方性についての議論を行う。

## 2. 大規模乱流場の実現

風洞の測定胴 ( $0.7 \times 0.7 \times 6\text{m}^3$ ) 上流に乱流発生装置<sup>9)</sup> (図1) を設置し、乱流レイノルズ数  $R_\lambda = 80 \sim 393$  の一様性乱流を形成した。表1に  $R_\lambda = 393$  の本乱流場の基本的な性質を示す。本乱流場は、通常の実験室規模の風洞乱流としては大規模な乱流場である。また、比較のために  $R_\lambda = 25$  の格子乱流の実験も行った。計測には、定温度型熱線流速計とXプローブ (検査体積  $0.6 \times 0.6 \times 0.2\text{mm}^3$ ) を用いた。熱線に沿った流れによる冷却や高次モーメントの省略による誤差は、長野と田川<sup>14)</sup>の方法にて補正を行った。

## 3. 減衰特性

本乱流場の減衰過程の特徴を明らかにするために、非等方テンソル  $b_{ij}$ <sup>21)</sup>

$$b_{ij} = \frac{u_i u_j}{q^2} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (1)$$

の不変量  $\Pi (= b_{ij} b_{ji})$ <sup>22)</sup> と乱流エネルギー  $q^2 (= \overline{u_1^2} + \overline{u_2^2} + \overline{u_3^2})$  の関係を、図2に示す。格子乱流場は図中

\* 豊橋技術科学大学

\*\* 高知大学理学部

表 1 乱流特性量による各乱流場の比較

Experiment	$U$ (m/s)	$u'/U$ (%)	$L_{ux}$ (mm)	$\lambda_g$ (mm)	$\eta$ (mm)	$R_L$	$R_\lambda$	$u'/v'$
Present work	7.0	12.1	398	9.7	0.21	16130	393	1.19
Conventional grid turbulence <sup>15)</sup>	10.0	2.22	24	4.9	0.29	355	72	1.0
Large pressurized wind tunnel <sup>16)</sup>	61.0	1.97	47.8	2.4	0.047	13300	669	1.23
Aximetric jet <sup>17)</sup>	54	—	—	—	—	—	662	—
Boundary layer in large wind tunnel <sup>18)</sup>	43.2	0.07	—	—	0.09	—	1450	1.45
Huge wind tunnel <sup>19)</sup>	20.0	—	—	—	—	—	2720	—
Atmospheric turbulence <sup>20)</sup>	4.3	12.0	—	144	1.05	—	4830	—

$U$  : 主流方向の平均流速,  $u'$  : 主流方向変動速度の RMS 値,  $v'$  : 直角方向変動速度の RMS 値  $L_{ux}$  : 縦方向のインテグラルスケール,  $\lambda_g$  : 横方向のマイクロスケール,  $\eta$  : Kolmogorovスケール,  $R_L$  :  $L_{ux}$  を基にした乱流レイノルズ数,  $R_\lambda$  :  $\lambda_g$  を基にした乱流レイノルズ数

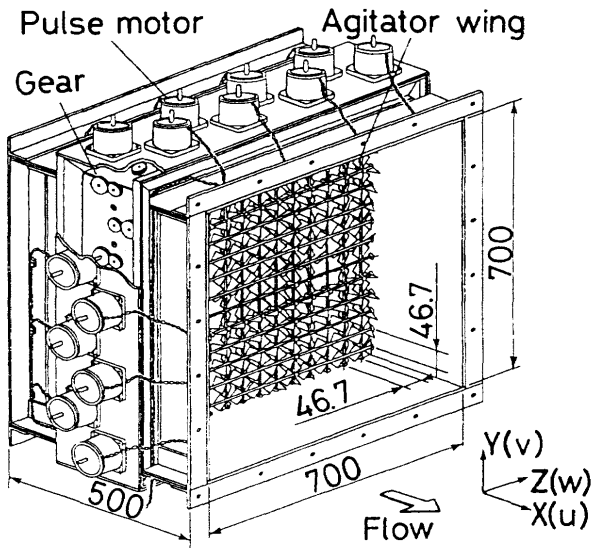


図 1 乱流発生装置 (単位: mm)

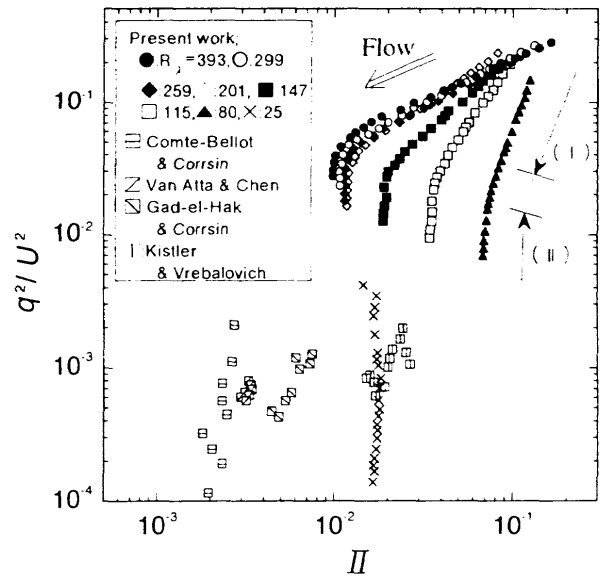


図 2 乱流エネルギーと異方性の関係

の勾配が大きく、減衰が全域で支配的であるのに対し、本乱流場は、上流側に勾配の緩い等方化領域 (i) とその下流に勾配の急な減衰領域 (ii) が存在する。等方化領域では、 $R_\lambda$  が大きいほど勾配は緩く、減衰領域までに達成される異方度は小さくなる。従って、減衰領域では  $R_\lambda$  により不変量  $\Pi$  が異なるが、 $R_\lambda \geq 200$  では格子乱流と同程度の異方性を有する準等方性乱流場が形成されている。

時田と飯田<sup>12)</sup> は、最大等方渦スケール  $l_G$  を導入し、乱流場が自己相似状態に達する流れ方向距離の推定法を提案した。すなわち、

$$T_L / T_{OI} \geq 2^2 \sim 2^3 \quad (2)$$

ここで、 $T_L$  は減衰の特性時間  $[=-q^2 (dq^2/dt)^{-1}]$ ,  $T_{OI}$  は乱流を発生させた時 ( $X/M=0$ ) の渦の特性時間  $[=l_G/u_c, u_c = (q^2/3)^{1/2}]$  である。図 2 における遷移領域では  $T_L / T_{OI} = 3.79 \sim 7.94$  であり、式 (2) が満足

されると乱流場が自己相似状態に達し、減衰が支配的となる。

図 3 に、 $R_\lambda = 393$  における乱流エネルギーの減衰曲線を示す。 $q^2$  や、減衰領域の  $u'^2$  および  $v'^2$  の減衰に関しては、べき乗則

$$\begin{aligned} q^2 &\sim (Ut/M - Ut_0/M)^{-n_q} \\ u'^2 &\sim (Ut/M - Ut_0/M)^{-m_u} \\ v'^2 &\sim (Ut/M - Ut_0/M)^{-m_v} \end{aligned} \quad (3)$$

が適用できるが、等方化領域での  $u'^2$  や  $v'^2$  の減衰特性を、式 (3) で表すことはできない。そこでは、各成分間のエネルギー交換を考慮しなければならない<sup>23)</sup>。

減衰率  $n_q$  の乱流レイノルズ数依存性を図 4 に示す。 $R_\lambda \geq 200$  の時、 $R_\lambda$  の増加にともない  $n_q$  は減少している。 $R_\lambda$  が十分に大きくなると、 $n_q$  は Loitsiansky<sup>24)</sup> の理論値  $10/7$  や Tatsumi & Kida<sup>25)</sup> の数値計算結果と同

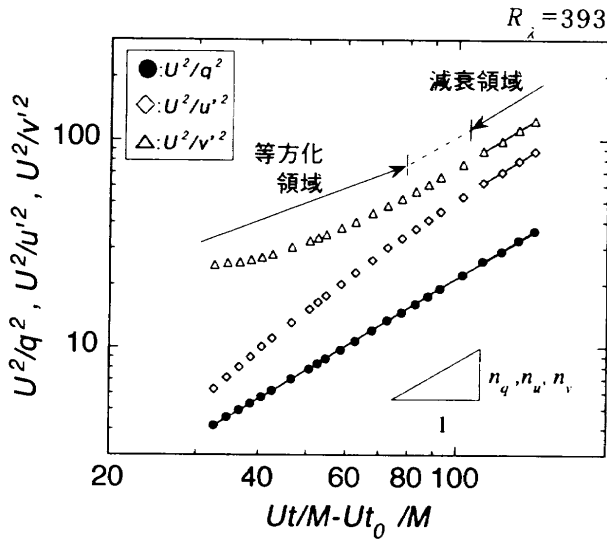


図3 乱流エネルギーの減衰

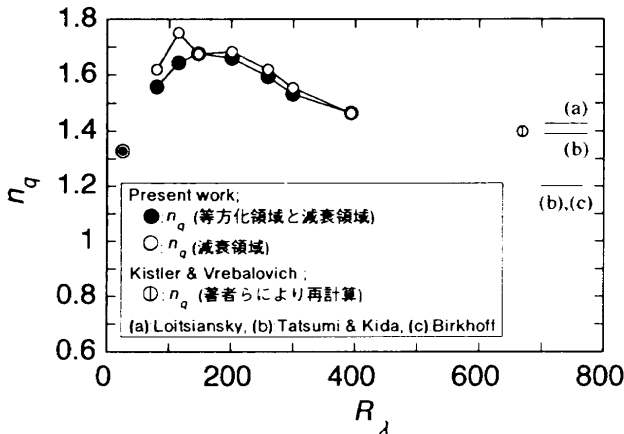


図4 減衰率  $n_q$  の乱流レイノルズ数依存性

程度の値を持つことが、本実験結果から推察される。

#### 4. 速度場の確率密度分布

図5に、主流方向の変動速度  $u$  と変形速度  $\partial u / \partial t$  の確率密度分布 (PDF) を示す。 $u$  のPDF がほぼガウス分布であるのに対して、乱流場の小規模構造を表す  $\partial u / \partial t$  のPDF は、他の研究結果<sup>2,26)</sup>と同様に、ガウス分布から大きくずれており、小振幅と大振幅変動成分の存在確率が多い。すなわち、微細構造に間欠性が存在することがわかる。また、正の大振幅の確率に比べ負の大振幅の確率が大きいのは、Tennekes<sup>27)</sup>によると、渦糸の伸長による渦度の生成が生じていることを示している。

#### 5. 普遍平衡理論と局所等方性

Kolmogorov<sup>5)</sup> は、乱流レイノルズ数が十分に大きい時、慣性小領域中の3次元スペクトル  $E(k)$  を散逸  $\varepsilon$  のみで表した。すなわち、

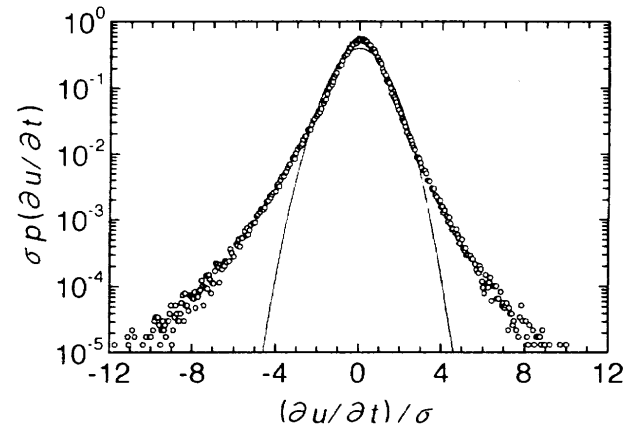
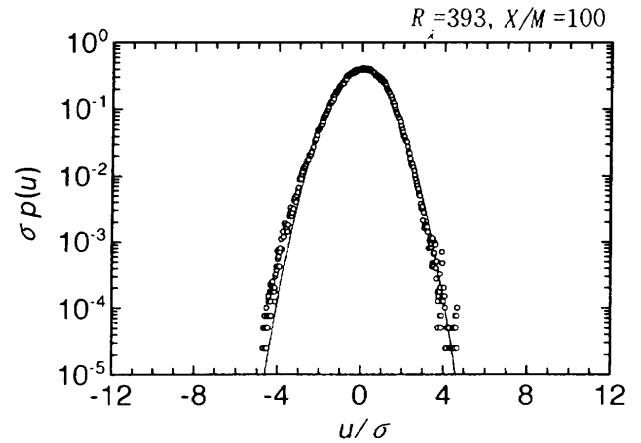


図5 速度変動と変形速度の確率密度分布

$$E(k) = \alpha \varepsilon^{2/3} k^{-5/3} \quad (4)$$

ここで、 $\alpha$  はKolmogorov 定数と呼ばれる普遍定数であり、等方性を仮定した場合、1次元スペクトル  $E_1$  及び  $E_2$  のKolmogorov 定数  $\alpha_1$ 、 $\alpha_2$  と次の関係を持つ。

$$\alpha = 55 \alpha_1 / 9 = 55 \alpha_2 / 12 \quad (5)$$

3次元スペクトルを直接計測することは難しく、一般に1次元スペクトルから  $\alpha_{1,2}$  を決定する。式(4)をKolmogorov スケール  $\eta [=(\nu^3 / \varepsilon)^{1/4}]$ 、 $\nu$  : 動粘性係数] とKolmogorov 速度  $v_k [=(\varepsilon \nu)^{1/4}]$  で無次元化すると次式の様になる。

$$A_{1,2}(k\eta) = E_{1,2}(k\eta) \cdot (k\eta)^{5/3} \quad (6)$$

なお、慣性小領域において  $A_{1,2}$  は一定値を持つ。

$$A_{1,2}(k\eta) = \alpha_{1,2} \quad (7)$$

著者等は、波数空間での乱流渦 (eddy) の形状を調べるため、1次元エネルギースペクトル  $E_{ii}(k)$  を用いて、非等方テンソルスペクトル  $b_{ii,k}$  を以下のように定義した。

$$b_{ii,k} = \frac{E_{ii}(k)}{E_{11}(k) + E_{22}(k) + E_{33}(k)} - \frac{1}{3} \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (8)$$

慣性小領域で $-5/3$ 乗則を、粘性散逸領域ではHeisenbergのスペクトル分布<sup>28)</sup>  $E_{11} \sim (2\nu^2)^{-2} \varepsilon^2 k^{-7}$ を仮定すると、各波数領域で渦形状が等方的であるとした場合の $b_{11,k}$ の値を、次の様に導出することができる。等方性が仮定された場合、 $E_{11}$ と $E_{22}$ の関係は

$$E_{22} = \frac{1}{2} \left( E_{11} - k \frac{\partial E_{11}}{\partial k} \right) \quad (9)$$

となる<sup>29)</sup>。この時、各波数領域での $E_{22}/E_{11}$ 、 $b_{11,k}$ の値は以下の様になる。

低波数領域 :  $E_{22}/E_{11} = 1/2$ ,  $b_{11,k} = 1/6$

慣性小領域 :  $E_{22}/E_{11} = 4/3$ ,  $b_{11,k} = -2/33$

粘性散逸領域 :  $E_{22}/E_{11} = 4$ ,  $b_{11,k} = -2/9$

図6(a)に、 $R_\lambda = 393$ ,  $X/M = 100$ における1次元エネルギースペクトルを示す。図中の矢印は、インテグラルスケール $L_{ur}$ 、最大等方渦スケール $l_G$ 、マイクロスケール $\lambda_f$ 、散逸最大の渦スケール $l_D$ に相当する波数を示す。慣性小領域を $l_G \sim l_D$ の範囲で表すとき<sup>11)</sup>、 $R_\lambda = 393$ の本スペクトル分布には1桁以上の慣性小領域が存在している。厳密には、本スペクトル分布の慣性小領域における勾配は、 $-5/3$ よりも若干緩い。山本<sup>30)</sup>も $R_\lambda = 134$ のスペクトル分布に関して同様のことを指摘している。Taylorの凍結仮説<sup>31)</sup>を採用していることの影響とも考えられ、著者らは、Champagne<sup>17)</sup>の方法にて補正を試みたが、自己相似領域におけるスペクトルの分布形状についてはほとんど影響がないことを確認した。

本乱流場では、慣性小領域の勾配が若干緩いために、図6(b)に示す様に、式(6)で定義した $A_{1,2}$ は慣性小領域( $l_G \sim l_D$ )で一定値を持たない。 $R_\lambda = 626$ の噴流場を用いたChampagne<sup>17)</sup>の結果や $R_\lambda = 1450$ の境界層中で求めたSaddoughi & Veeravalli<sup>18)</sup>の結果でも慣性小領域の $A_{1,2}$ の分布は完全に一定値を持たない。慣性小領域( $l_G \sim l_D$ )の範囲にて $A_{1,2}$ を平均し、Kolmogorov定数を算出したところ、 $R_\lambda \geq 200$ の場合、 $\alpha_1 = 0.56$ であった。この値は、 $R_\lambda \rightarrow \infty$ と考えられる大気乱流<sup>32)</sup>や数値計算<sup>33)</sup>の結果と良い一致を示している。

式(8)で定義した非等方テンソルスペクトルを、図6(c)に示す。低波数領域( $\sim l_G$ )では、 $L_{ur}$ 以下において $b_{11,k} > 1/6$ であり、この領域での渦形状は異方的である。 $l_G$ を境に、 $l_G$ よりも高波数の $b_{11,k}$ はほぼ $-2/33$ で一定になっていることから、 $l_G$ が最大等方渦スケールであり、かつ、慣性小領域の最大渦スケールを表すものと見なして良いことがわかる。慣性小領域( $l_G \sim l_D$ )

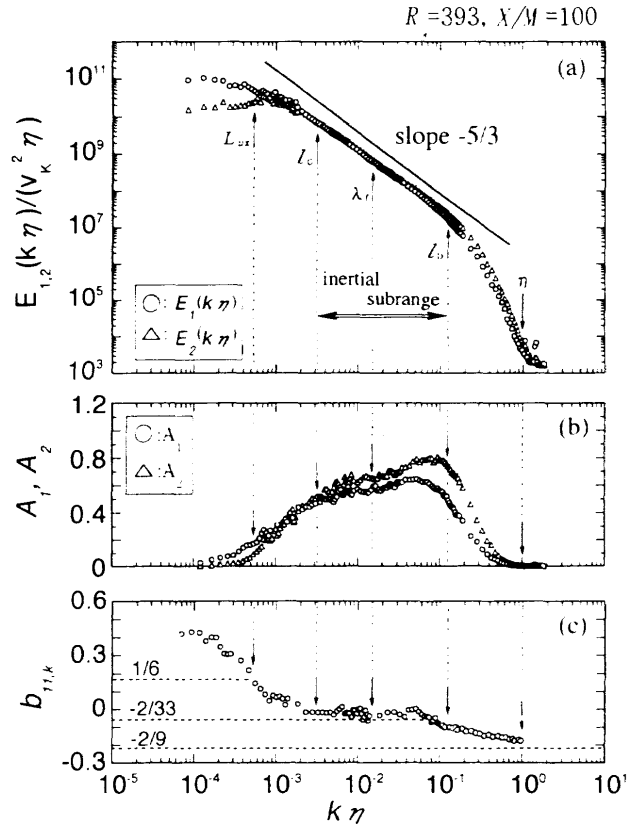


図6 (a) 1次元エネルギースペクトル  
(b) 関数 $A_1, A_2$   
(c) 非等方テンソルスペクトル

では $b_{11,k} \approx -2/33$ であり、局所等方的である。しかし、慣性小領域の最小渦スケールは、厳密には、 $l_D$ より大きいものと考えられ、これに関しては、現在検討中である。粘性散逸領域( $l_D \sim$ )で $b_{11,k}$ が一定値を持つかどうかは、Xプローブの空間分解能や電氣的雑音のため、速度変動が正確に計測できず、確認できていない。それは本研究の今後の課題として残されている。

### 6. まとめ

乱流発生装置を用いて、 $R_\lambda = 80 \sim 393$ の一様性乱流場を風洞中に実現し、乱流エネルギーの減衰特性と普遍平衡理論を調べた。その結果、大規模乱流場の減衰率やKolmogorov定数を決定した。また、非等方テンソルスペクトルを用いて $l_G \sim l_D$ を慣性小領域と決定することの妥当性を証明すると共に、確率密度分布により乱流場の微細構造中に間欠性の影響が表れることを示した。

### 参考文献

- 1) Vincent, A. & Meneguzzi, M., J. Fluid Mech., 225 (1990), 1.
- 2) Hosokawa & Yamamoto, J. Phys. Soc. Japan, 58 (1989), 20.

- 3) Jiménez, J., Wray, A., Saffman, P. G. & Rogallo, R. S., *J. Fluid Mech.*, **255** (1993), 65.
- 4) Mohamed, M. S. & LaRue, J. C., *J. Fluid Mech.* **219** (1990), 195.
- 5) Kolmogorov, A. N., *C. R. Acad. Sci. URSS*, **30** (1941), 301.
- 6) Schedvin, J., Stegen, G. R. & Gibson, C. H., *J. Fluid Mech.*, **65** (1974), 561.
- 7) Batchelor, G. K. & Townsend, A. A., *Proc. Roy. Soc., A* **199** (1949), 238.
- 8) Anselmet, F., Gagne, Y., Hopfinger, E. J. & Antonia, R. A., *J. Fluid Mech.*, **140** (1984), 63.
- 9) 蒔田・佐々・岩崎・飯田, *機論*, 54-495 B (1987), 3173.
- 10) 蒔田・飯田, *機論*, 55-515 B (1989), 1847.
- 11) 蒔田・飯田, *機論*, 56-522 B (1990), 342.
- 12) 蒔田・飯田, *機論*, 56-522 B (1990), 351.
- 13) 蒔田・関下, *機論*, 論文No.951517, 投稿中
- 14) 長野・田川・機論, 54-503 B (1988), 1642.
- 15) Comte-Bellot, G. & Corrsin, S., *J. Fluid Mech.* **25** (1966), 657.
- 16) Kistler, A. L. & Vrebalovich, T., *J. Fluid Mech.* **26** (1966), 37.
- 17) Champagne, F. H., *J. Fluid Mech.*, **86** (1978), 67.
- 18) Saddoughi, S. G. & Veeravalli, S. V., *J. Fluid Mech.* **268** (1994), 333.
- 19) Gange, Y., Hopfinger, E. J. & Frisch, U., in *New Trends in Nonlinear Dynamics and Pattern Forming Phenomena*, 1989, Plenum Press.
- 20) Sheih, C. M., *Phys. Fluids*, **14** (1971), 201.
- 21) Rotta, J. C., *Z. Phys.* **129** (1951), 547.
- 22) Lumley, J. L. & Newman, G., *J. Fluid Mech.* **82** (1977), 161.
- 23) 蒔田・関下・機論, 62-594 B (1996).
- 24) Loitsiansky, L. G., *NACA TM No.1079* (1945).
- 25) Tatsumi, T. & Kida, S., *J. Phys. Soc. Japan*, **49** (1980), 2014.
- 26) Van Atta, C. W. & Chen, W. Y., *J. Fluid Mech.* **44** (1970), 145.
- 27) Tennekes, H., *Phys. Fluid*, **11** (1968), 669.
- 28) Heisenberg, W., *Zeitschrift fur Physik*, **124** (1948), 628.
- 29) Hinze, J. O., *Turbulence*, (1975), McGraw-Hill.
- 30) 山本, *ながれ*, 14-5(1995), 353.
- 31) Taylor, G. I., *Proc. Roy. Soc. London, A* **164** (1938), 476.
- 32) Bradshaw, P., *NPL Aero Report*, **1220** (1967).
- 33) Kida, S. & Murakami, Y., *Phys. Fluid*, **30** (1987), 2030.





## No. 6

## Stability of Pulsed Flows

Ahmed AOUIDEF

*Department of Aeronautics & Astronautics, Faculty of Engineering, University of Tokyo, Japan*

Christiane NORMAND

*Service de Physique Theorique, C. E. de Saclay 91191 Gif-sur-Yvette Cedex, France*

José -Eduardo WESFREID

*Laboratoire d'Hydrodynamique et Mécanique Physique, E. S. P. C. I., 10 rue Vauquelin,  
75231 Paris Cedex 05, France*

The purpose of this communication is to present experimental and theoretical results stemming from the linear stability analysis of pulsed flows. The first analysis we tackled theoretically and experimentally deals with a pulsed flow developing in a Taylor-Couette geometry where the instability is driven by the centrifugal forces due to the curvature of the streamlines. The second investigation deals with the stability of a pulsed flow developing in a rectangular tank oscillating back and forth. The Coriolis force drives the base flow and is at the origin of the instability. Theoretical results will be presented in the light of the experiments of Bolton & Maurer (1994).

**Key Words** : fluid dynamics, flow stability, centrifugal force, Coriolis force, pulsed flows.

## 1. Purpose of the study

In the present study, we are concerned with the linear stability of unsteady flows and especially we shall pay attention to the case of pulsed flows that are often encountered in problems of biomechanics. Many previous studies dealing with these problems prove that the threshold of instability is very high<sup>[1]</sup>, so a question arising is to find out if such a flow can be subject to other kinds of instability, as due to the centrifugal and Coriolis forces, with much lower threshold. We shall attempt to answer this question by studying the two following cases<sup>[2, 3]</sup>. First, we consider a flow that is developing above an oscillating plate that is concave or convex leading then to a curvature of the streamlines. Above a critical threshold, structures of instability appear and consist of vortices with the axes aligned in the streamwise direction. The second problem we tackle is defined by imposing a Coriolis force on a developing Stokes layer leading as previously to the appearance of longitudinal

vortices.

## 2. Centrifugal instability of a pulsed flow

We study the stability of a time dependend flow between concentric cylinders when the angular velocities of the outer and the inner cylinders are the same  $\Omega(t) = \Omega_0 \cos(\omega t)$ . The primary flow is characterized by the two parameters  $\Omega_0$ , which affects the amplitude, and  $\omega$ , which affects the shape of the primary flow profile :

– For high frequencies  $\omega$ , the viscous diffusion length  $\lambda = \sqrt{2\nu/\omega}$  is small compared to the gap  $d$ . The primary flow is described two Stokes layers confined in narrow regions adjacent to the inner and outer cylinders.

– For low frequencies  $\omega$ , the gap is small compared to  $\lambda$  and the primary flow tends towards a solid rotation flow modulated by  $\Omega(t)$ .

– For intermediate frequencies  $\omega$  according to the Rayleigh's circulation criterion, the flow admits destabilizing curvature effects in a large part of the gap. The dimensionless number  $\gamma = d/\lambda =$

$\sqrt{\omega d^2/2\nu} = \sqrt{\sigma/2}$  is introduced naturally in order to characterize these different flow regimes. At the lowest order of the small gap approximation, the fluid velocity takes the explicit form :

$$V(x, t) = A(x) \cos(\sigma t) + B(x) \sin(\sigma t)$$

with  $A(x)$  and  $B(x)$  as given in [2].  $x$  and  $t$  are dimensionless variables (the radial coordinate and time scaled respectively with  $d$  and  $d^2/\nu$ ).

For the linear stability analysis, we shall assume that the pressure and velocity field are written as the sum of the base flow and a perturbation that is small enough for the linearization to be a valid procedure. The resulting partial differential system of eigenfunctions has time-periodic coefficients suggesting that the Floquet theory can be used to solve the stability equations. In the present study we have used the approach adopted by Seminara and Hall [4].

Concurrently with this theoretical study, an experimental facility [2] was designed in order to check the results obtained from the linear stability scheme describing the synchronous responses of the system. The variations of the critical Taylor number values versus the frequency  $\gamma$  are reported in figure 1, where the solid line shows the theoretical results and the symbols  $\blacklozenge$  represent experimental data.

### 3. Coriolis instability of a pulsed flow

We now consider the flow of a Newtonian fluid

in a rectangular vessel subjected to rotation around its vertical axis at  $\Omega(t) = \Omega_0 \cos(\omega t)$ . The Navier-Stokes equation are written in a relative frame of reference fixed on the box and include the terms  $-2\Omega \wedge V$ ,  $-\Omega \wedge \Omega \wedge OM$ ,  $-d\Omega/dt \wedge OM$  corresponding respectively to the Coriolis, centrifugal and Euler forces. The latter is due to the unsteadiness of the rotation and acts as the source term to induce the fluid motion. As in the former problem, the equations are rendered non-dimensional and two control parameters are introduced naturally : a frequency number

$$\gamma = \sqrt{\omega d^2/2\nu} = \sqrt{\sigma/2} \text{ and } Re = \Omega_0 d^2/\nu \text{ a Reynolds number.}$$

Subject to a few hypotheses on the dimensions of the vessel, an analytical expression for the base flow can be given and the linear stability analysis can be performed according to the scheme described in [2, 3]. The instability consists in the appearance of longitudinal vortices perpendicular to the axis of rotation and the first evidence was reported by Bolton and Maurer in 1987 [5]. The variations of the critical Reynolds number values versus the frequency  $\sigma$  are reported in figure 2 and the topological feature of this curve is due to the particular shape of the marginal stability curves. No evidence of subharmonic responses were found in the experimental investigations, nor in our theoretical calculations so the present results deal only with synchronous responses.

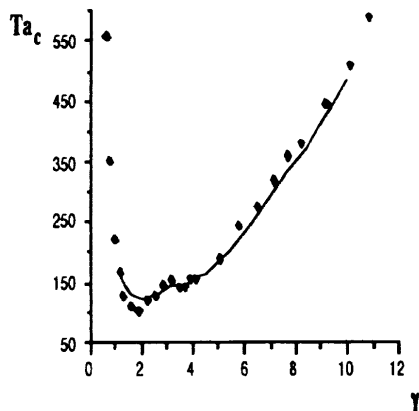


Fig. 1 Changes of  $Ta_c$  versus  $\gamma$ .

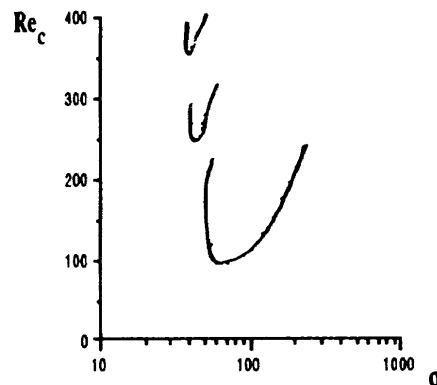


Fig. 2 Changes of  $Re_c$  versus  $\sigma$ .

### References

- [1] S. H. Davis, "The stability of time-periodic flows, " *Ann. Rev. of Fluid Mech.*, **8**, 57 (1976).
- [2] A. Aouidef, C. Normand, A. Stegner and J. E. Wesfreid, "Centrifugal instability of pulsed flow, " *Phys. Fluids*, **11**, 3665 (1994).
- [3] A. Aouidef, C. Normand and J. E. Wesfreid, "Coriolis instability of pulsed flow, " *Phys. Fluids*, **10**, 2230 (1995).
- [4] G. Seminara and P. Hall, "Centrifugal instability of a Stokes layer : linear theory, " *Proc. Roy. Soc. London Ser. A* **350**, 299 (1976).
- [5] E. W Bolton and J. Maurer, "A new roll-type instability in an oscillating fluid plane, " *Bull. Am. Phys. Soc.*, 2097 (1987). And also *J. F. M.* **268** , 293 (1994).



## No. 7

## 斜め円柱の前縁に沿う境界層の不安定性

伊藤 信毅\*

## Instability of the Boundary Layer along the Leading Edge of a Yawed Circular Cylinder

Nobutake ITOH

National Aerospace Laboratory

Linear stability calculations based on an approximate system of disturbance equations are made to show principal characteristics of the attachment-line flow. It is found that critical Reynolds numbers of this flow are determined by the streamline-curvature instability, except for a narrow region close to the attachment line, which the cross-flow instability dominates.

Key Words : attachment-line flow, instability, cross flow, streamline curvature

## 1. はじめに

後退翼の前縁に近い、負の圧力勾配を持つ三次元境界層では、横流れ不安定と流線曲率不安定が発生する。特に付着線付近の流れが不安定になると、その下流の境界層はすぐに乱流に遷移するから、前縁近傍の不安定特性を知ることは後退翼の遷移過程を解明する上で非常に重要である<sup>1, 2)</sup>。そこで、斜め円柱上の付着線流を例に取り、微小攪乱を支配する近似的な常微分方程式の固有値問題を解くことによって、その安定特性を調べる。

## 2. 安定計算の方法

前縁近傍付近を拡張して、注目する領域に適合する簡単な近似攪乱方程式を導き、その固有値問題を数値的に解いて臨界レイノルズ数を算定した。付着線流の速度分布は Falkner-Skan-Cooke 流において圧力勾配を表わすパラメータを  $m = 1$  に置くことによって得られる。攪乱方程式は平行流近似式に基本流の壁に垂直な速度成分と流線の曲率項を付け加えただけの簡単なもので、詳細は他の文献に譲る<sup>3, 4)</sup>。付着線流れでは、臨界値が外部流線の付着線に直交する座標  $X$  からの傾き角  $\gamma$  だけの関数として定まる。したがって、流線の傾き角を翼前縁からの距離の関数に表わすとき、臨界レイノルズ数の翼表面に沿う変化を明確にすることができる。

## 3. 主要結果

計算結果から、付着線流れでは横流れ不安定より流線曲率不安定の方が低い臨界レイノルズ数を与えることが示された。流線曲率不安定の臨界レイノルズ数  $R_c$  を  $\gamma$  の逆数に対して図示するとき、 $\gamma^{-1} \approx 0.85$  で最小値を持ち、両側に向って上昇する曲線が得られる。与えられた後退角の円柱に対しては、簡単な境界層計算によって  $\gamma^{-1}$  を前縁からの距離  $X$ （前縁から後縁までの表面長で無次元化）の関数として表わすことができ、 $R_c$  の  $X$  に対する変化が図示される。この曲線も  $X$  のある値で最小値を持ち、その両側で上昇する。前縁に向っての上昇は非常に急激であるが、下流方向には比較的緩やかに上昇する。横流れ臨界曲線もほぼ同様な傾向を示すが、こちらは前縁に近づくとき上昇が鈍り、流線曲率の臨界曲線と交差した後、付着線に対して Hall<sup>2)</sup> が与えた臨界点に収束する。

円柱の後退角を小さくしてゆくと、流線曲率不安定の臨界レイノルズ数が最小値を取る位置  $X_{\min}$  は前縁に近づき、 $R_c(X)$  の左右分枝間の距離が狭くなる（図1）。臨界レイノルズ数は  $X_{\min}$  のごく近傍で、急激な下降上昇を行なうことになるが、 $R_c$  の最小値は変化しない。この性質から、三次元付着線流れの安定性は、後退角を0に近づけた極限においても、二次元淀み点流れの安定特性<sup>5)</sup> に一致しないことが結論される。一方、十分大きい後退角を持つ流れでは（図2）、流線曲率不安定の臨界曲線は、前縁近傍で最小値を取ったのち、 $X$  とともに緩やかに上昇する。前縁から離れるに従って、圧力勾配の変化が影響すると考えられるので、この曲線は下流の境界層の流線曲率不安定に対する臨界曲線に接続す

\* 航空宇宙技術研究所

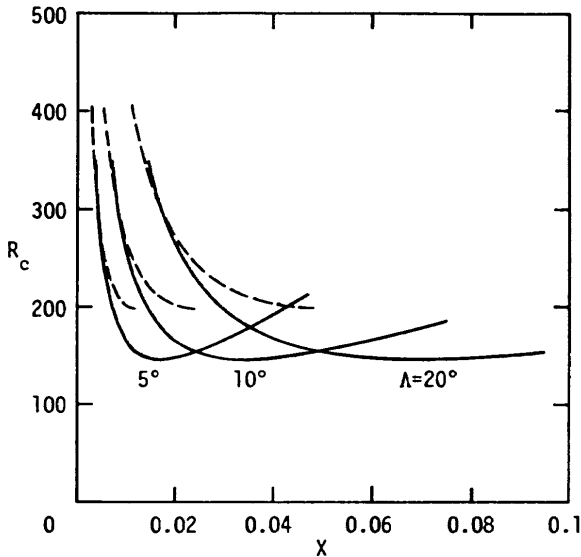


図1 前縁近傍の臨界曲線 ( $X$ : 前縁からの無次元距離;  $\Lambda$ : 後退角; 実線: 流線曲率不安定; 破線: 横流れ不安定)

るものと見てよい。横流れ不安定の臨界曲線も、最小臨界値がやや高い点を除いて、同じ傾向を示す。付着線流れの安定性を記述する近似攪乱方程式は、筆者が一般境界層に対して用いた近似方程式系と本質的に等価であるから、以前の計算法<sup>4)</sup>をそのまま前縁近傍まで適用できることが示されたことになる。

#### 4. むすび

本研究によって、付着線流れで発生する不安定性は流線曲率不安定と同じものであることが示された。横流れ不安定はそれよりも高い臨界レイノルズ数を与えるので、この領域で支配的になることはありえない。しかし十分下流の境界層においては、横流れ不安定の臨界レイノルズ数が流線曲率不安定のそれよりも低くなることが知られている。両者の攪乱の分布形状が非常に似ていることを考えると、強い相互干渉の存在が推測される。三次元

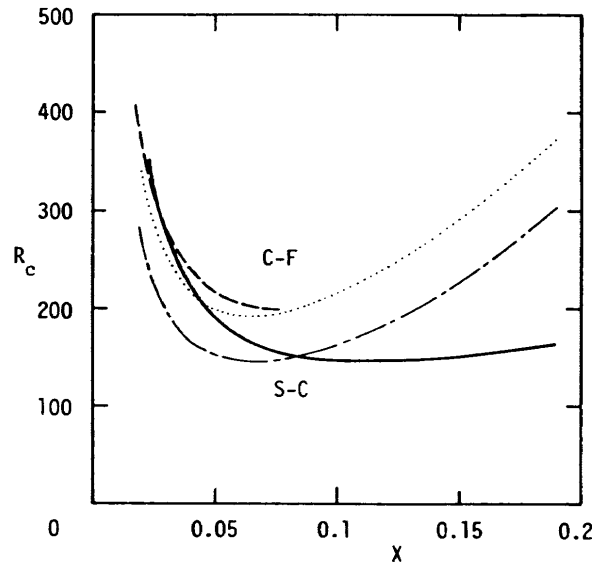


図2 後退角 $30^\circ$ の場合の臨界曲線 (実線: 付着線流れの流線曲率不安定; 破線: 付着線流れの横流れ不安定; 鎖線: 境界層<sup>4)</sup>の流線曲率不安定; 点線: 境界層<sup>4)</sup>の横流れ不安定)

境界層におけるこれら二つの不安定性の相互作用を解明することは、今後の重要な研究課題である。

#### 参考文献

- 1) Poll, D. I. A. (1984) AGARD Rep. No.709, pp. 5.1-5.23.
- 2) Hall, P., Malik, M. R. and Poll, D. I. A. (1984) Proc. R. Soc. Lond. A 395, 229-245.
- 3) Itoh, N. (1994) Fluid Dyn. Res. 14, pp. 353-366.
- 4) Itoh, N. (1995) Laminar-Turbulent Transition, ed. R. Kobayashi, pp. 323-330, Springer-Verlag.
- 5) Wilson, S. D. R. and Gladwell, I. (1978) J. Fluid Mech. 84, 517-527.

## No. 8

## 回転系流動システム内に生じる不安定性

小 濱 泰 昭\*, 飯 野 淳\*

## Instabilities Occurring in a Rotating Fluid System

Y. KOHAMA and J. IINO

Institute of Fluid Science, Tohoku University

Experimental investigation reported here is concerned with instabilities occurring in three-dimensional laminar (Ekman) boundary layer flow. Ekman flow is produced in between two coaxial systems, one is a rotating cylindrical vessel filled up with water and the other is a stationary disk mounted in it. Nature of the instabilities in the boundary layer is visualized by introducing dye from slits grooved on the stationary disk. From previous investigations, two types of instabilities were found, one which appears at lower Reynolds number is called Type II instability, and the other at higher Reynolds number is called type I instability. In the present investigation, we were able to measure type II instability but not Type I. One of the important results of the present investigation is that new type of stationary instability is observed.

**Key Word :** geophysical fluid dynamics, Ekman boundary layer, solid rotation, Coriolis force, pressure gradient, streamline curvature instability, crossflow instability

## 1. はしがき

本研究は、代表的な大気境界層であるEkman境界層に生じる不安定性を明らかにすることを目的としている。過去の研究では、Fallerら<sup>1-5)</sup>によって2つの異なる不安定波が発生することを見い出されている。この2つの不安定性は、境界層厚さを代表長さにとったレイノルズ数で考えると、それぞれ異なるレイノルズ数で発生しており、Faller<sup>1)</sup>は低レイノルズ数で発生する不安定波をType II、高レイノルズ数で発生する不安定波をType Iと名付けた。2種類の不安定性に関する過去の研究結果を表1にまとめる。

時を少しさかのぼり、Gregory, Stuart & Walker<sup>6)</sup>は、航空機の後退翼上にできる3次元境界層の問題を解く上でEkman境界層と類似した流れ場が存在する回転円盤上の境界層について、理論と実験の両面から組織的研究を行っている。Gregoryらは、可視化実験により接線方向に対しておよそ14°の角度を成し一定の間隔で並んだらせん状の渦列が層流域と乱流域の間に発生していることを示した。以後壁面に固定したこの渦列は横流

れ渦と呼ばれ、3次元境界層に特有な現象として注目された。その後航空機関連の3次元境界層の研究<sup>8, 9)</sup>は精力的に続けられ、横流れ渦や位相速度を持つ2つの進行攪乱の存在が観察されている。また最近になって、高木と伊藤<sup>7)</sup>は後退翼上や回転円盤上に横流れ不安定より著しく臨界レイノルズ数の低いもう1つの不安定が存在し、それが流れの流線曲率に基づくものであることを見い出している。高木らは、この不安定がEkman境界層に於けるType II不安定に対応していると述べている。以上のように、地球流体力学上のEkman境界層に於ける不安定性と、航空力学上の研究として調べられてきた様々な3次元境界層の不安定性とは、同様に3次元的にねじれた流れ場でありながら、Ekman境界層には航空流体力学上の3次元境界層に特有な現象である横流れ渦が存在していない等、異なる様相を示している。そこで本研究では、Ekman境界層を実験室レベルにおいて再現し、再び航空機関連の実験との比較検討を加えながら、3次元境界層のメカニズムを詳細に調べることが目標としている。

## 2. 実験装置及び実験方法

今回の実験装置の概略を図1に示す。実験装置は2つ

\* 東北大学流体科学研究所



表1 エクマン境界層における2種類の不安定波

不安定波の種類		理 論		実 験		
		Faller & Kaylor	Lilly	Faller & Kaylor	Tatro et al.	Caldwell & Van Atta
Type II	臨界 $Re$ 数	55	55	$>70$	$56.3 + 116.8Ro$	56.7
	$\lambda / \delta$	24	21	22~33	$27.8 \pm 2.0$	
	$\epsilon$	$-15^\circ$	$-20^\circ$	$+5^\circ \sim -20^\circ$	$0 \sim -8^\circ$	
	$C/V_0$	0.50	0.57		0.16	
Type I	臨界 $Re$ 数	118	110	$125 \pm 5$	$124.5 + 7.32Ro$	
	$\lambda / \delta$	11	11.9	10.9	11.8	
	$\epsilon$	$10^\circ \sim 12^\circ$	$8^\circ$	$+14.5 \pm 2.0^\circ$	$14.8^\circ \pm 0.8^\circ$	
	$C/V_0$	0.33 ( $11^\circ$ )	0.094	0.023 ( $14.5^\circ$ )	0.034	

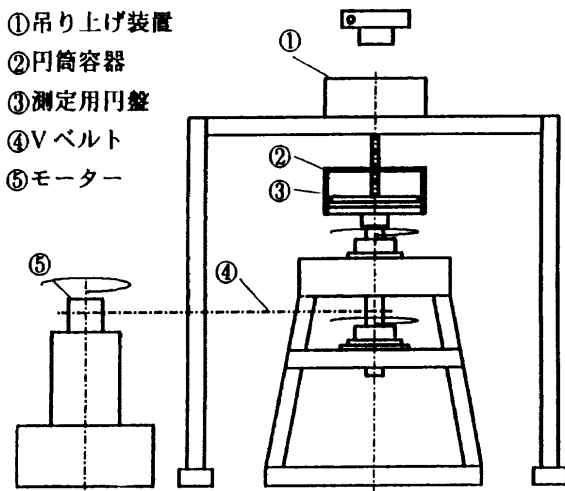


図1(a) 実験装置概略図

の系から成っている。内径280mm，高さ70mmの蓋付きの円筒容器②をモーター⑤によってVベルト④を介して回転させる系と，その中に設置され表面を滑らかに仕上げられた276mmの静止している円盤③の系である。円盤は中心部のシャフトを介して上方の吊り上げ装置①に接続されており，その円盤を吊り上げることで容器の回転とは独立して静止した固体表面を成している。また，容器の上面と側面は透明なアクリルで出来ており，上方と側方からの流れの可視化による観察を可能にしている。

円盤が設置された容器を水で満たし，一定時間同じ回転速度で回転させると水は剛体回転を始める。その後円盤を静止させると，円盤上約1mm前後の流体には粘性の影響により接線方向に境界層が成長する。その結果，半径方向にバランスが取れていた圧力勾配に境界層内と主流との間で不安定な関係が生まれ，結果として接線方向と半径方向に速度分布を持つねじれた境界層，Ekman境界層が作り出される(図2)。

円盤には幅1mmのスリットが，半径40mm，80mm，120mmの位置に円弧上に設けられている(図1(b))。

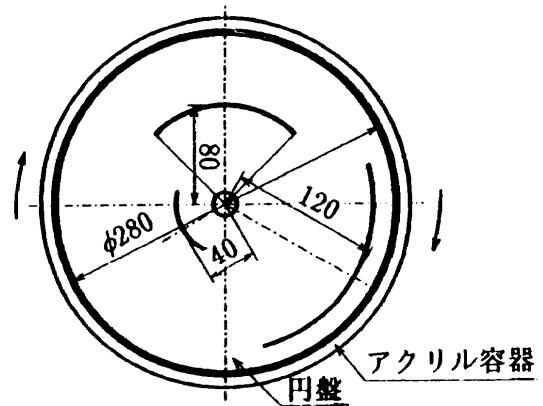


図1(b) 測定部概略図(鉛直上方より)(単位mm)

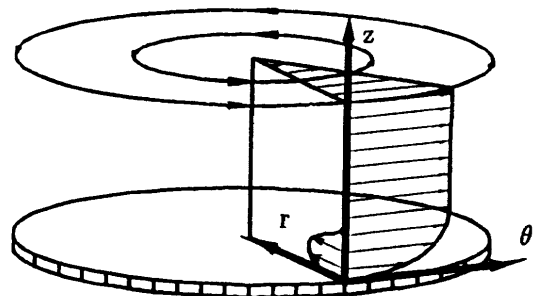


図2 エクマン境界層概念図

それぞれのスリットから染料を注入することによって境界層内の流れを可視化し，その様子を上方からカメラとビデオで撮影した。今回の実験では染料として牛乳を水で薄めたものと，水と比重を等しくした黒いインクを使用している。

### 3. 結果及び考察

図3に回転角速度を変化させた時のEkman境界層の可視化写真を示す。30分以上容器を回転させ流体を剛体回転させてから，染料(牛乳)を半径120mmのスリットより一定の速度で注入し，円盤上方より撮影を行っている。図の黒い部分は円盤表面であり，白く写っている

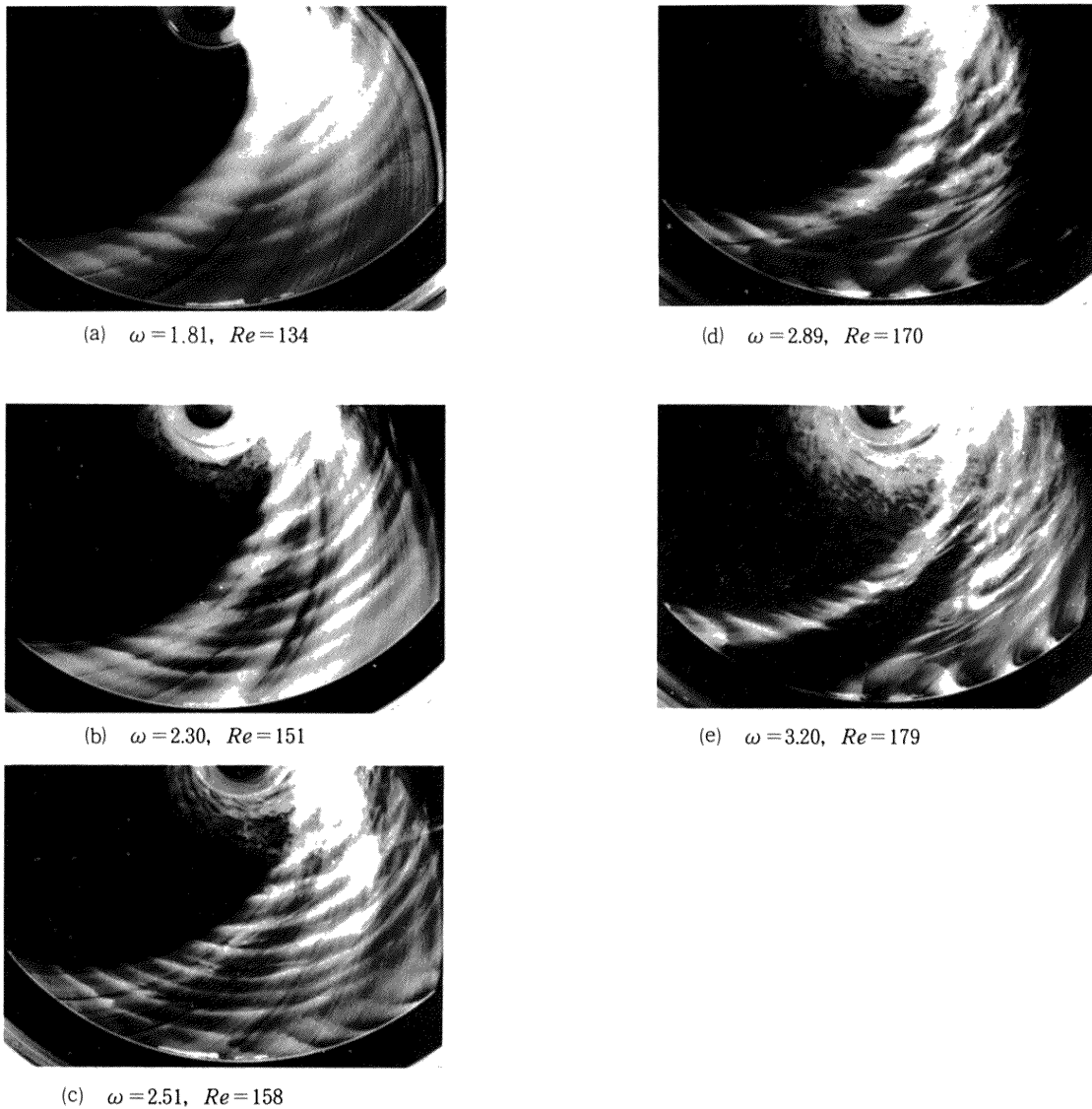


図3 各回転角速度におけるエクマン境界層の可視化写真

部分が染料の存在している流体部分である。境界層流は写真下側のスリットかららせん状に円盤に沿って内側に流れ、中央部（図の上部）において上昇、その後外側に広がっている。一連の可視化写真より2つの非定常な不安定波が観察される。1つは全ての写真において見られる円盤全域に同心円上に広がる波である。もう1つは図3(c)~(e)において観察されるように、スリット付近のみに存在する、接線方向に対し約 $30^\circ \sim 60^\circ$ の角度を持つ波である。ここでは便宜上前者を波動a、後者を波動bと呼ぶことにする。波動a、bは共に進行波であり、前者は半径方向内側に、後者は主流の方向に一定の位相速度を有し、一定波長で進んでいる。そこでビデオで撮影した画像を用いて種々の量を測定した結果を表2に示す。どちらの不安定波もスリット位置で発生していることから、臨界レイノルズ数は、その位置での境界層厚さを代表長さとしている。

Faller<sup>1)</sup>の可視化写真と今回の写真を比較してみると、

表2 波動a、波動bの特性値

		図3(a)	(b)	(c)	(d)	(e)
	角速度	$\omega = 1.81$	2.30	2.51	2.89	3.20
	Re数	134	151	158	170	179
波動a	$\lambda / \delta$	11.2	10.7	12.5	11.5	
	$C / V_e$	0.035	0.076	0.088	0.102	
波動b	$\lambda / \delta$				34.6	30.3
	$C / V_e$				0.15	0.12

Type I と波動aはその進行方向、波の接線方向からの角度など非常に似通った性質を示している。さらにそれぞれの特性値を比較すると、無次元波長、無次元位相速度に於いて良い一致がみられ、同じタイプの不安定性であると考えられる。波動bに関しては無次元波長、無次元位相速度の値はType IIと似通っているが、臨界レイノルズ数が明らかに異なっており、Type IIとは異なる

不安定波のように思われる。ビデオで観察すると、波動  $b$  はスリットの左端から発生しているようにも見え、本実験に於いてはこの波の正体を明らかにすることはできなかった。Type I, Type II の不安定波に関しては、過去の研究に於いてもその特性値が多少のばらつきがみられ、更なる詳細な調査が必要と思われる。

これ迄は、いずれも円盤外縁付近に発生する不安定波に注目してきた。しかし図 3 (d), (e) をみると、境界層外縁に拡散した染料に覆われてははっきりしないが、円盤中心付近の境界層中にも何か別の構造があるように見える。そこで半径 80mm のスリットから染料を注入し、円盤中心部の流れを詳しく観察することにした。その様子を鉛直上方から撮影したものが図 4 (a) であり、回転角速度は  $\omega = 2.51$ ,  $Re = 158$  である。この図を見ると、写真右側半分の所に一定の間隔で接線方向に並んだ組織的構造が観察された。この組織的構造は位相速度を持たず、円盤に固定して発生している。この部分を拡大したものが図 4 (b) である。また、比重を等しくした黒いインクを染料として同様の実験を行った結果、同様な構造が確認されている。我々は、この構造がこれ迄回転円盤の実験等で発見された横流れ渦ではないかと考えているが、現在までのところその確証を得るまでには至っていない。その理由としては、これ迄発見された横流れ渦はその渦と渦の間隔が発生位置での境界層厚さの約 4 倍となっていたが、今回の構造は境界層厚さ程度の間隔となっていることや、従来の横流れ渦を上方より可視化すると、それ

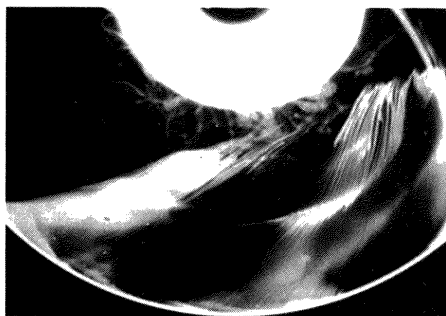
ぞれの渦にその構造に原因し、軸の両側に染料の濃淡がみられていたが、今回の構造にはその濃淡が確認できなかったことなどが挙げられる。しかし、これらの規則的な構造が境界層中の不安定を原因として発生していることはほぼ間違いなく、従ってこの構造が横流れ渦である可能性がある和我々は考えている。

## 5. おわりに

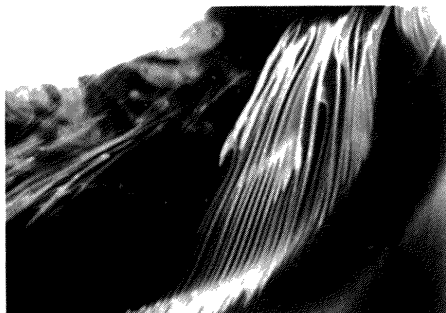
Ekman 境界層を発生する装置を実験室レベルに於いて設計製作し、染料を境界層内に注入することによって流れ場を可視化し、その流れ場に発生する不安定性を調べた。今後の予定としては、実験装置を改良し (スリット部など)、特に横流れ渦と思われる組織的構造に注目して調べていきたいと考えている。

## 参考文献

- 1) Faller, A. J. : An experimental study of the instability of the laminar Ekman boundary layer, *J. Fluid Mech.* **15**, (1963), 560–576.
- 2) Faller, A. J. and Kaylor, R. E. : Investigation of stability and transition in rotating boundary layers, Tech. Note BN-427, Institute for Fluid Dynamics and Applied Mathematics, University of Maryland. (1965).
- 3) Tatro, P. R. and Mollo-Christensen, E. L. : experiments on Ekman layer instability, *J. Fluid Mech.* **28**, (1966), 531–543.
- 4) Caldwell, D. R. and Van Atta, C. W. : Characteristics of Ekman boundary layer instabilities, *J. Fluid Mech.* **44**, (1969), 79–95.
- 5) Lilly D. K. : On the instability of Ekman boundary flow, *J. Atmos. Res.* **23**, (1966), 481–494.
- 6) Gregory, N., Stuart, J. T. and Walker, W. S. : On the stability of three-dimensional boundary layers with application to the flow over a rotating disk, *Phil. Trans. A* **248**, (1955), 155–199.
- 7) 高木正平, 伊藤信毅 : 回転円盤流における進行波の観察—孤立粗度励起—, 第 26 回 流体力学講演会講演集, (1994), 193–196.
- 8) Kohama, Y. and Suda, K. : Crossflow Instability in a spinning disk boundary layer, *AIAA Journal*, **31**, (1993), 74–79.
- 9) 小濱泰昭, Saric, W. S. and Hoos, J. A. : 後退翼における境界層の乱流遷移, 日本機械学会論文集 (B編), **58**, (1992), 3053–3059.



(a)  $\omega = 2.51$ ,  $Re = 158$



(b) 拡大写真  $\omega = 2.51$ ,  $Re = 158$

図 4 エクマン境界層中心部の可視化写真

## No. 9

## 平板前縁での音波受容過程について

福西 裕\*, 小林 陵二\*, 森 元樹\*, 榎本 保之\*

On the Receptivity Process at the Leading Edge  
of a Flat Plate

Yu FUKUNISHI, Ryoji KOBAYASHI, Motoki MORI and Yasuyuki ENOMOTO

Faculty of Engineering, Tohoku University

A numerical study of boundary layer receptivity to sound at the leading edge is carried out. Receptivity of two types of leading edges with different aspect ratio are compared. It is shown that the junction between the surface of the leading edge and the flat surface of the plate plays a critical role in the receptivity process.

**Key Words :** boundary-layer transition, receptivity, Tollmien-Schlichting wave, leading edge.

## 1. はじめに

境界層の遷移過程の始まりは、平板前縁において外乱が境界層内に取り込まれるところまで逆上る。これは前縁の受容性<sup>1)</sup>と呼ばれるが、この受容性は前縁の形状により強い場合弱い場合があることが知られている<sup>2)</sup>。

本研究では、前縁形状が4.1ののだ円の場合と10:1ののだ円の場合の2通りについてNavier-Stokes方程式を解く数値シミュレーションを行った。外乱としては主流中に音波を注入した場合を模擬し、境界値として与える速度に主流の0.01%の小さな速度変動を与えた。

渦度の変動成分の作り出す空間パターンの動きに注目することで、現象の理解を試みている。

## 2. 計算方法

非圧縮のNavier-Stokes方程式をMAC法により解いた。対流項には3次精度の風上差分を用いた。計算領域下流端50グリッド分は粘性係数を人工的に増加させたバッファ領域とし、下流側から流出する波動の影響が上流に及ばないようにくふうしている。計算方法の詳細については文献<sup>3)</sup>に譲る。

## 3. 結果および考察

図1に境界層中で測定された速度変動の $y$ 方向（平板に垂直な方向）分布を示す。どちらもTollmien-Schlichting波（以下T-S波）に特有の2つ山のある

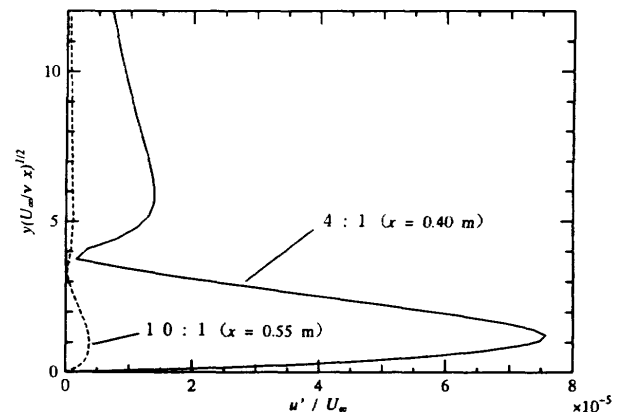


図1 速度変動の最大振幅値の分布  
(前縁と平板の継ぎ目から0.3m下流の位置における値)

分布であるが、アスペクト比4:1の前縁の場合が圧倒的に受容性が高いことがわかる。

図2にアスペクト比4:1の前縁の場合について渦度の変動分のコンター図を示す。線の濃淡が渦度変動分の正負に対応している。前縁の先のよどみ点から渦度の正負の縞が発生しているものの、その流下方向の空間スケールは大きく、前縁と平板との接合点付近から下流に見られるT-S波の波長よりも長い。図2を見るかぎりT-S波は接合点付近から発生しているように見える。しかしながら壁面での渦度分布における波長を見ていくと波長がだんだんと短くなり接合点付近でT-S波の波長に漸近することから、よどみ点で作られた渦度変動のパターンが境界層の急激な成長に伴い下流への移動速度が小さくなり、接合点付近で偶然その波長がT-S波の波長と

\* 東北大学工学部

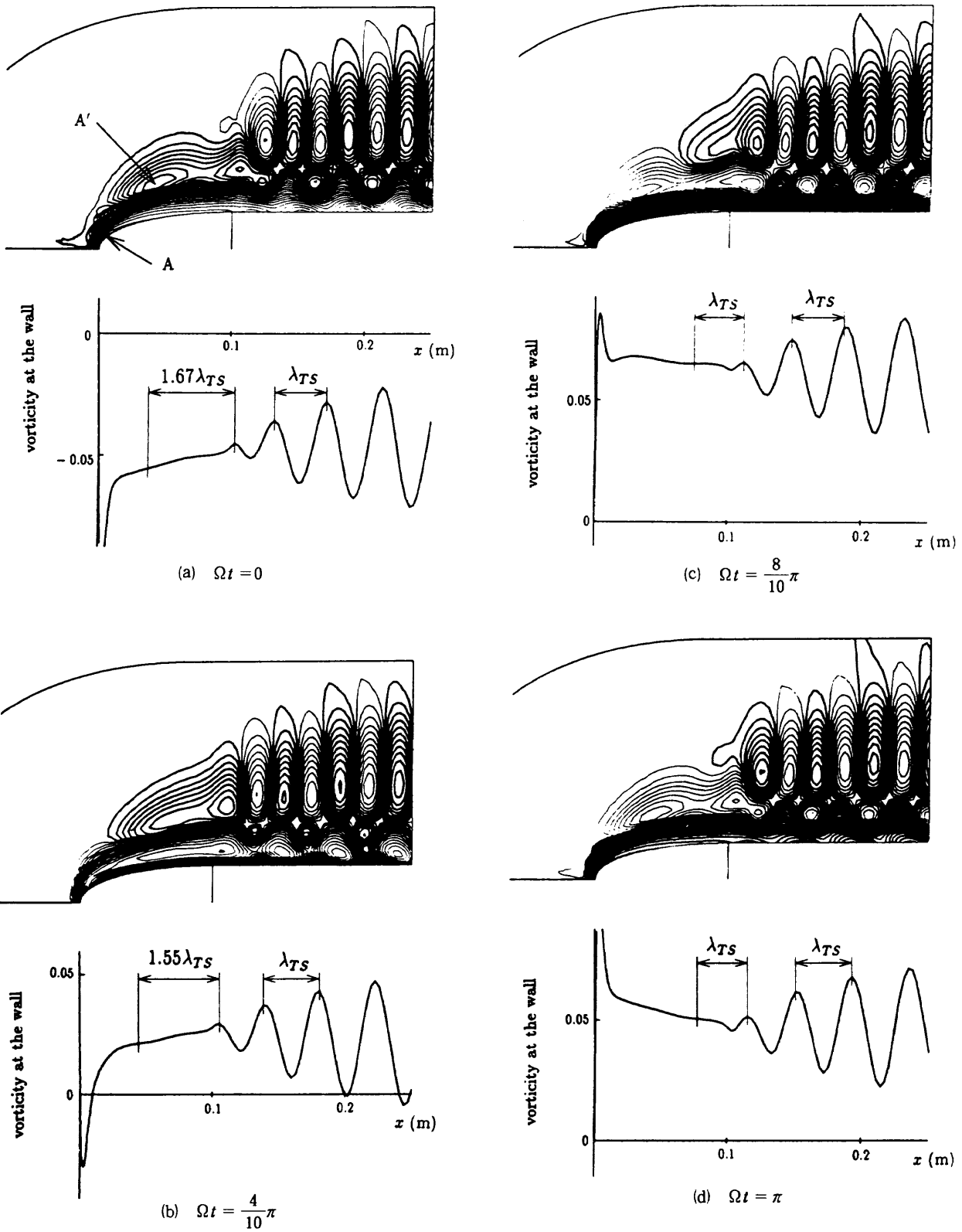


図2 前縁付近の渦度変動の分布  
 (前縁が4 : 1の楕円の場合,  $f=83.3\text{Hz}$ )

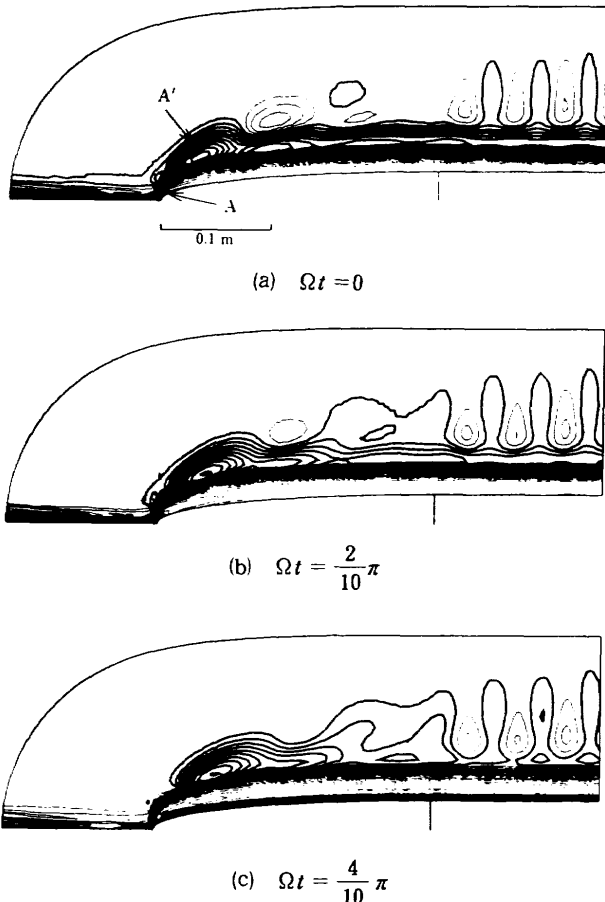


図3 前縁付近の渦度変動の分布  
(前縁が10:1の楕円の場合,  $f=83.3\text{Hz}$ )

一致してT-S波としての成長を始めるようにも見える<sup>4)</sup>。

図3はアスペクト比10:1の前縁の場合について渦度の変動分のコンター図である。この場合よどみ点で作られた渦度変動パターンは接合点付近に達する前に粘性拡散によりほぼ消失してしまうため、T-S波は接合点付

近から発生していてよどみ点で作られる渦度変動パターンは寄与していないことが明らかである。したがってT-S波は接合点付近において音の受容により発生しているという結論が得られた。

しかしながら、逆によどみ点で作られる渦度変動のパターンがないからこそ、アスペクト比10:1の場合にはアスペクト比4:1の場合と比較して弱いT-S波しか作られないという可能性もある。

#### 4. まとめ

- だ円断面の前縁と平板との接合点において、音が受容され、T-S波へと成長する渦度変動が作られる。
- よどみ点で作られる渦度変動のパターンがT-S波の生成に寄与しているか否かは不明である。

#### 参考文献

- 1) Saric, W. S., Reed, H. L. and Kerschen, E. J. : Leading Edge Receptivity to Sound : Experiments, DNS, and Theory, AIAA 94-2222, (1994).
- 2) Welzien, R. W., Parekh D. E. and Island, T. C. : Measurement of acoustic receptivity at leading edges and porous strips, dimensional roughness elements to freestream sound and its control, Appl. Mech. Rev. 43 (1990), 167-174.
- 3) 福西裕, 小林陵二, 森元樹: 平板前縁において外乱が境界層中へと受容されるメカニズム, 日本機械学会第72期総会講演会講演論文集 (1995) 41-42.
- 4) 小林陵二, 福西裕, 米井彰宏: 振動平板境界層における前縁での受容性, 第26回乱流シンポジウム講演論文集 (1994), 218-221.



## No. 10

## 超音速境界層における T-S 波動の挙動と変曲点不安定

坂上昇史\*, 西岡通男\*

A Numerical Study of Tollmien-Schlichting Waves  
in Supersonic Laminar Boundary Layer and Inflectional Instability

Shoji SAKAUE and Michio NISHIOKA

Osaka Prefecture University

The stability of supersonic boundary layer flow past a flat plate/compression ramp combination and the behavior of Tollmien-Schlichting waves are investigated using direct simulation and linear stability analysis. At Mach number 2.2, the two-dimensional periodic disturbances are introduced into the flow as the upstream boundary conditions and the boundary layer responses are studied through directly solving the 2D Navier-Stokes equations using a TVD scheme. Results are presented for a range of corner angles, including separated cases. We find that the increase in  $\rho(\partial u/\partial y)$  at the so-called generalized inflection point gives rise to the increase in the spatial amplification rate considerably as the ramp angle increases.

**Key Words** : supersonic flow, boundary layer stability, Tollmien-Schlichting waves, linear stability theory, TVD scheme, inflectional instability

## 1. はじめに

次世代の超音速輸送機の開発における技術的課題の1つに翼境界層の層流化による空気抵抗の低減がある。その実現のための基礎研究として、乱流遷移の第1段階である微小振幅増幅攪乱の生成条件（受容性）や、種々の条件下における微小攪乱の挙動を調べることが重要である。筆者らは、微小攪乱の挙動を数値計算により調べることに、この層流制御に必要な基礎知識を得ることを目的として研究を続けており、圧縮性 N-S 方程式に対する計算コードを作成、T-S 波の構造・挙動に関して数値解と線形安定性解析の結果を比較することによる計算精度の検証をおこなった<sup>1)</sup>。また、圧縮斜面周りの超音速流れに注目し、斜面による T-S 波動の構造や挙動の変化を調べた結果、斜面の傾斜角が増加すると攪乱の増幅率が增大し、斜面下流において特にその傾向が顕著であること、また、その変化が一般化変曲点における  $\rho(\partial u/\partial y)$  の増加に伴って生じることを明らかにした<sup>2)</sup>。

本研究では、これら微小攪乱の挙動や境界層の不安定要因の解析を目的として、数値計算で得られた圧縮斜面

周りの境界層分布を局所的に平行流を仮定して線形安定性解析を行い、数値解との比較を行った。その結果、流れ方向の変化に関してずれがあるものの、線形安定性解析により微小攪乱の挙動を捉える得ること、一般化変曲点における  $\rho(\partial u/\partial y)$  の大きさ、すなわち、変曲点不安定の寄与が T-S 波の挙動を支配していることを明らかにした。

## 2. 計算モデル

計算モデルとしては、斜面を有する壁面上に形成される主流マッハ数  $M_1=2.2$  の 2 次元層流境界層を含む領域を考え、壁面に沿って  $x$  軸、壁面と垂直な方向に  $y$  軸をとる（図 1）。支配方程式は、2 次元圧縮性 N-S 方程式を用い、数値計算は、Chakravarthy と Osher<sup>3)</sup> による 3 次精度の TVD スキームに基づく計算コードを用いて行った<sup>1, 2)</sup>。計算領域は、数値計算における無次元化の基準量、主流密度  $\rho_1$ 、主流音速  $c_1$ 、長さ  $L$ 、主流粘性係数  $\mu_1$  をもとに次のように設定する<sup>2)</sup>。

$$Re = \rho_1 c_1 L / \mu_1 = 4500$$

$$\text{平板前縁からの距離} : x = 30L \sim 90L$$

$$\text{壁からの距離} : y = 0 \sim 5L$$

$$\text{斜面の傾斜角} : \theta = 0.0^\circ \sim 4.0^\circ$$

$$\text{格子数} : x \text{ 方向} \times y \text{ 方向} = 500 \times 160$$

\* 大阪府立大学工学部



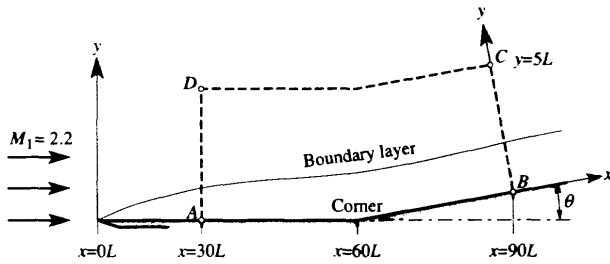


図1 計算領域

格子間隔： $\Delta x = 0.1250L, \Delta y = 0.0125L$

計算領域上流境界での境界層厚：約 $0.55L$   
 $(= 10x / Re_x^{1/2})$

下流境界での境界層厚：約 $0.95L$

この計算領域を通例の吸い込み式風洞を用いた実験に対応させると、平板前縁から約 $23 \sim 70\text{mm}$  ( $L = 0.78\text{mm}$ )の領域に相当し、斜面は前縁から約 $47\text{mm}$ の位置にある。

微小攪乱としては、

$$[\bar{\rho}, \bar{u}, \bar{v}, \bar{p}, \bar{T}]^T(x, y, t) = [\rho', u', v', p', T']^T(y) \times \exp[i(\alpha x - \omega t)] \quad (1)$$

の形で与えられる空間増幅型の攪乱を考え、Mack<sup>4)</sup>の方法に基づいて線形安定性解析を行った。今回解析の対象とした攪乱の固有値は、上流境界において線形安定性解析の基準量 $\rho_1$ 、主流流速 $U_1$ および長さ $\delta$  ( $\delta = x / Re_x^{1/2}$ )を用いて無次元化すると次のようになる。

$$R = \rho_1 U_1 \delta / \mu_1 = 544.98 \quad (U_1 = M_1 c_1, \delta = 0.05505L)$$

$$\omega = 0.03120$$

$$\alpha = 0.514093706167 \times 10^{-1} - i 0.994804359750 \times 10^{-3}$$

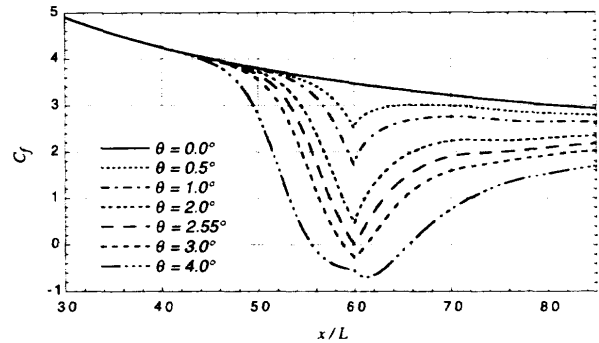
数値計算における基準量 $L, c_1$ で無次元化するとき、これらの固有値は上流境界において次の値をとる：

$$\omega = 1.2469, \alpha = 0.93390 - i 1.8072 \times 10^{-2}$$

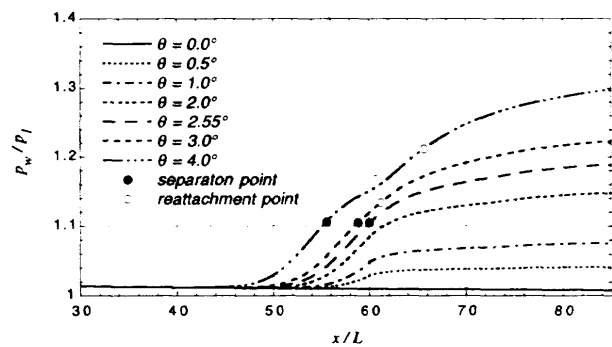
### 3. 計算結果

まず、数値計算によって得られた平均流の結果を示す。図2 (a)は圧縮斜面周りの壁面における摩擦応力係数 $C_f$ , (b)は壁面の圧力の流れ方向の変化を示したものである。Triple-deck理論<sup>5)</sup>による結果と比較すると、それぞれほぼ一致した結果を示しており、また、臨界剥離の傾斜角 (incipient separation angle) は、本計算では $\theta = 2.55^\circ$ , triple-deck理論によると $\theta = 2.61^\circ$ であった。

このような平均流を局部的に平行流と仮定して線形安定性解析を行い、微小攪乱を導入したときの数値計算の結果と比較した。平板 ( $\theta = 0.0^\circ$ ) の場合、数値計算と線形安定性解析の結果はよい一致を示す<sup>1)</sup>ので、傾斜角 $\theta = 4.0^\circ$ の場合について変動の振幅と位相の $y$ 方向分布を比較した結果を図3に示す。図3 (a)は平均流の流れ方向



(a)



(b)

図2 圧縮斜面を過ぎる超音速境界層 ( $M_1 = 2.2$ ) の(a) 摩擦応力係数 $C_f$ と(b)壁面上の圧力 $p_w/p_1$ . 圧縮斜面のコーナー位置： $x/L = 60$ , 図1参照。

速度, (b)は変動の振幅, (c)は位相の各 $y$ 方向分布である。変動の振幅は密度変動の最大値で正規化してある。超音速境界層の特徴として、

$$\frac{\partial}{\partial y} \left( \rho \frac{\partial u}{\partial y} \right) = 0 \quad (2)$$

を満たす点として定義される一般化変曲点の流れ場中に現れるとそれに起因する非粘性型の不安定性 (変曲点不安定) が生じることがあげられる。今回調べた $M_1 = 2.2$ の流れにおいても、T-S波の振幅は、密度、温度変動については一般化変曲点近傍に最大値をとり、また、速度 $u$ 変動についてもピークを持っており、変曲点不安定の影響が顕著であると考えられる。この一般化変曲点が斜面の上流側では境界層外縁へ、下流側では壁面へ向かって移動するのに対応して、固有関数におけるこのピークも移動している。線形安定性解析の結果はこの変化を捉えており、T-S波が平均流の各 $x$ 位置での局所的な性質、すなわち、一般化変曲点に伴う不安定性に強く影響されていることがわかる。なお、コーナー近傍において、特に流れ方向速度の振幅分布のずれが顕著であるが、これは、斜面による流れの偏向に伴う非平行性による影響が現れている<sup>1)</sup>と考えられる。

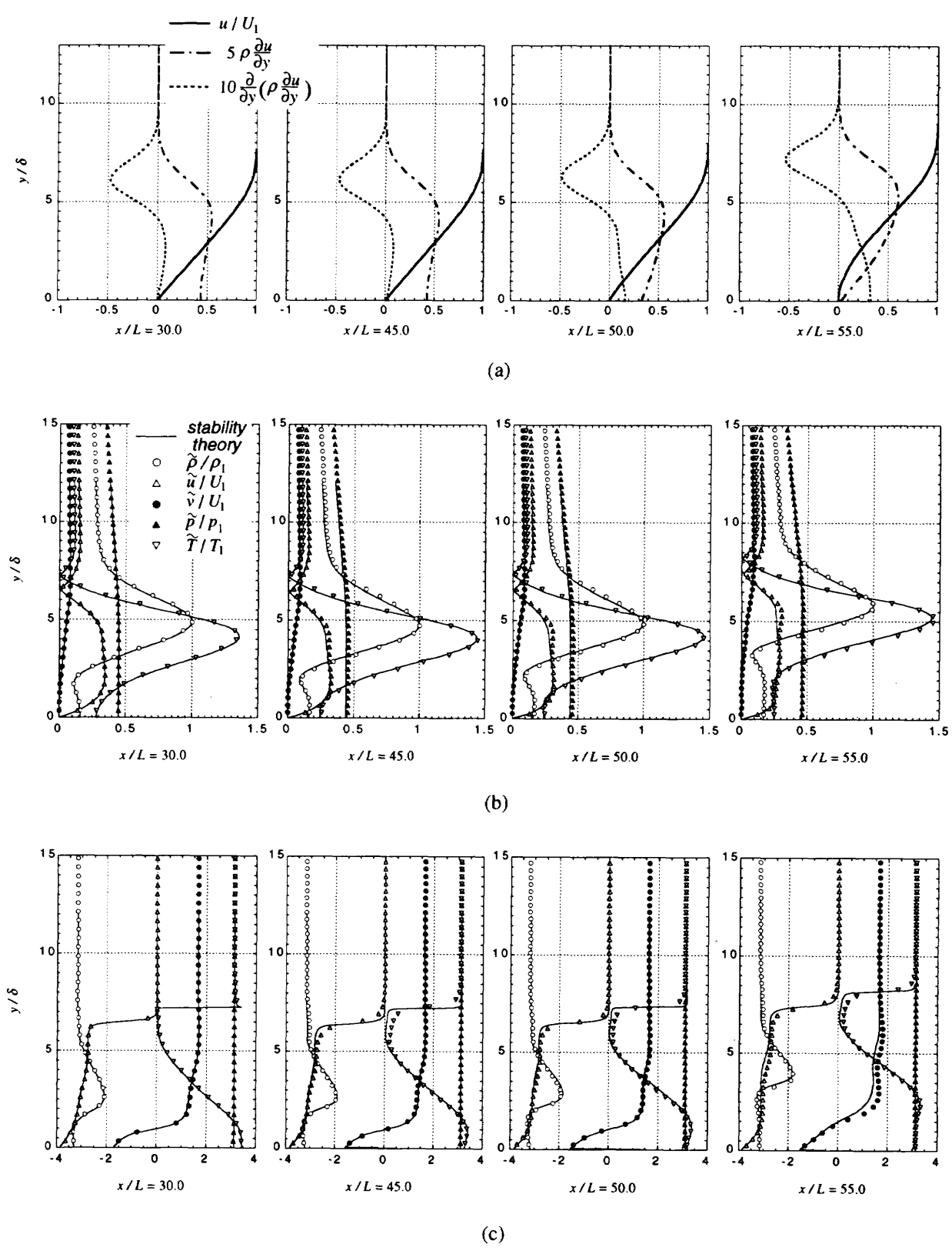


図3 圧縮斜面周りのT-S波動に関する数値解と線形安定性解析との比較 ( $M_1=2.2$ ,  $\theta=4.0^\circ$ ):  
 (a)平均流の速度, (b)T-S波動の振幅, (c)位相, のy方向分布。

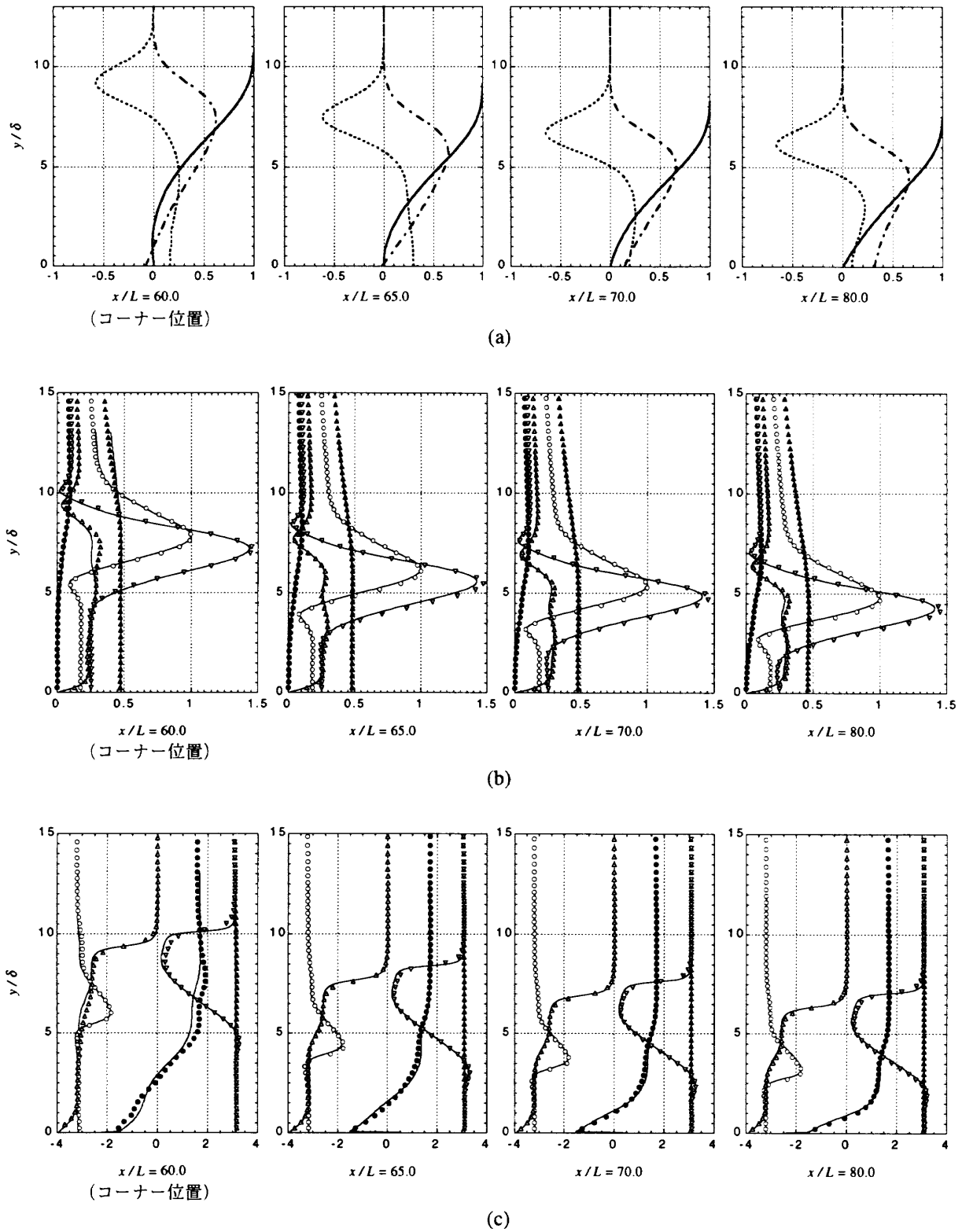


図3 圧縮斜面周りの T-S 波動に関する数値解と線形安定性解析との比較 ( $M_1=2.2$ ,  $\theta=4.0^\circ$ ):  
 (a)平均流の速度, (b)T-S 波動の振幅, (c)位相, の  $y$  方向分布 (つづき)

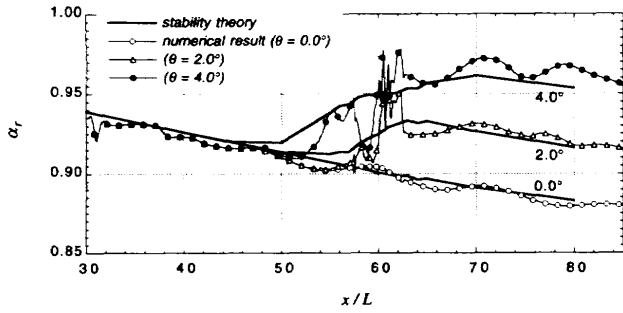


図4 圧縮斜面周りのT-S波動に関する数値解と線形安定性解析との比較：波数 $\alpha_r$ ， $M_1=2.2$ 。

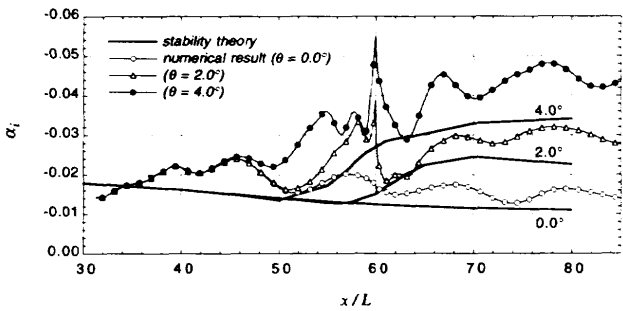


図5 圧縮斜面周りのT-S波動に関する数値解と線形安定性解析との比較：増幅率 $\alpha_i$ ， $M_1=2.2$ 。

図4は、波数 $\alpha_r$ の流れ方向の変化について、数値計算と安定解析の結果を比較したものである。コーナー近傍の斜面による流れの非平行性が顕著である領域を除いて両者の一致は極めて良好である。

図5は、増幅率 $\alpha_i$ の流れ方向の変化について、同様に比較したものである。斜面の傾斜角による増幅率の変化する傾向やその割合はほぼ捉えられているが、波数に比べるとずれが大きい。また、数値計算の結果は流れ方向に波打ちがみられる。この波打ちは、攪乱のエネルギーに寄与する成分として微小な変動が存在するためであり、増幅率を計算すると明確に現れてくる。この波打ちは周期的であることから誤差とは考えにくい。線形安定性解析は純粋にT-S波成分のみを扱うのに対し、本数値計算は流れの非平行性に伴う攪乱の変化などをすべて計算しているはずであるから、T-S波動モード以外の周期攪乱も現れる可能性が考えられる。このような周期攪乱としては非粘性モードなどがその候補であり、予備的な安定解析の結果はこの推論を支持しているが、これについてはより詳細な検討を行う予定である。

図6は、T-S波動を増幅させる要因の1つとして考えられる、一般化変曲点における角運動量に比例する量である $\rho(\partial u / \partial y)$ と増幅率を比較したものである。図6(a)，(b)は図5の増幅率を平板の場合の局所値で正規化したもの、(c)は各 $x$ 位置における一般化変曲点での $\rho(\partial u / \partial y)$ の値を示したものである。線形安定

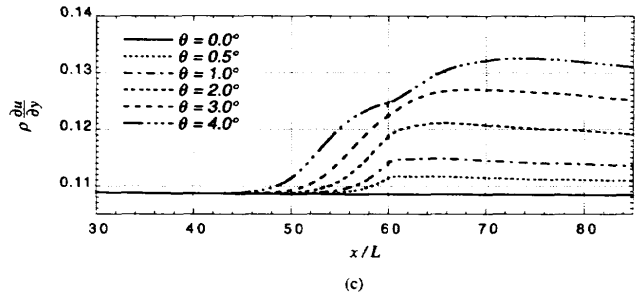
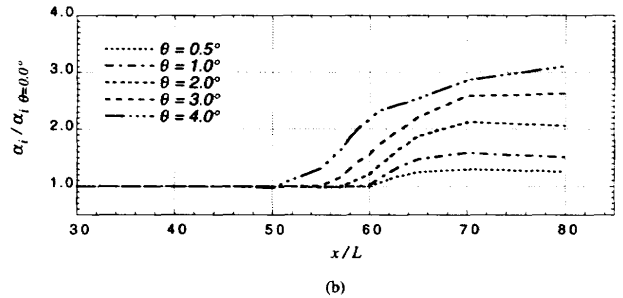
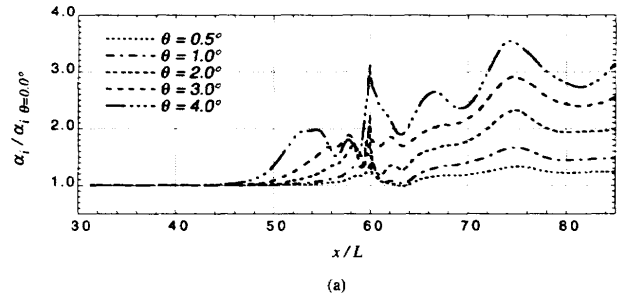


図6 攪乱の増幅率と $\rho(\partial u / \partial y)$ の関係：(a)  $\theta = 0.0^\circ$ の値で正規化した増幅率（数値解），(b)同（線形安定性解析），(c)一般化変曲点における $\rho(\partial u / \partial y)$ の流れ方向変化。

性解析の結果からも、一般化変曲点における $\rho(\partial u / \partial y)$ が流れ方向に増加するのに伴って攪乱の増幅率が増加すること、すなわち、圧縮斜面による境界層の不安定性は、変曲点不安定の寄与が増大するためであり、この変曲点不安定は変曲点における $\rho(\partial u / \partial y)$ の大きさに強く依存すること、それがT-S波モードの挙動を支配することを明確に示している。また、平均流分布が得られればその一般化変曲点における $\rho(\partial u / \partial y)$ の値をもとに流れの不安定性が、変曲点不安定の寄与として評価できることが、本研究の重要な成果として、明らかにされた。Mack<sup>8)</sup>によると、超音速境界層内の微小攪乱の挙動において、変曲点不安定が支配的となるのは $M_1=4.0$ 以上の流れである。これに対し、本研究は、 $M_1=2.2$ の流れにおいても一般化変曲点における $\rho(\partial u / \partial y)$ の大きさ、すなわち、変曲点不安定の寄与が重要であり、それがT-S波モードの挙動を支配することを明確に示している。これは、超音速境界層の層流制御の観点から重要な知見である。また、数値計算に

より得られた境界層分布を局所的に平行流を仮定して線形安定性解析を行い、微小攪乱の挙動について数値計算の結果と比較検討することは、超音速境界層の不安定性の機構を理解する上で非常に有効であることが示された。

#### 4. まとめ

超音速境界層の層流制御に関する研究の1つとして、圧縮斜面が $M_1=2.2$ の超音速境界層中のT-S波の挙動に及ぼす影響について、数値計算と線形安定性解析の結果を比較することにより調べた。その結果、境界層の速度分布における一般化変曲点近傍に攪乱の振幅分布はピークを持ち、この変曲点が斜面による圧縮の影響で移動するのに伴って攪乱の振幅および位相の $y$ 方向分布が変化すること、T-S波は、一般化変曲点における $\rho(\partial u/\partial y)$ の値の増加に伴って強く増幅されることなどが明らかにされた。このことから、今回調べた $M_1=2.2$ の流れにおいても、一般化変曲点に伴う不安定性がT-S波の挙動を強く支配していることが示され、境界層の層流制御の観点から重要な知見が得られた。変曲点不安定は非粘性モードであるので、非粘性モードのみ

の線形安定性解析を行うことにより、変曲点不安定の影響やその詳細について明らかにできると考えられる。

#### 引用文献

- 1) 坂上昇史, 西岡通男: 超音速境界層におけるT-S波動の挙動, ながれ(投稿中)。
- 2) 坂上昇史, 西岡通男: 圧縮斜面周りの超音速境界層におけるT-S波動の挙動, ながれ(投稿中)。
- 3) S. R. Chakravarthy & S. Osher: A new class of high accuracy TVD schemes for hyperbolic conservation laws. AIAA 85-0363 (1985).
- 4) L. M. Mack: Computation of the stability of the laminar compressible boundary layer. Methods in Computational Physics, Vol. 4, Academic Press (1965) 247-299.
- 5) Rizzetta, D. P., Burggraf, O. R. & Jenson, R.: Triple-deck solutions for viscous supersonic and hypersonic flow past corners. J. Fluid Mech. 89 (1978) 535-552.

## No.11

## 外部流, 内部流における全体不安定性の解析

千葉 賢\*

## Study of Global Instability in Open and Closed Flows

Satoshi CHIBA

Ocean Engineering Research Co.

Global instabilities of a flow past a circular cylinder and a 2D square cavity flow were investigated. The applied method is the modification of Eriksson and Rizzi's method for stability analysis of numerical scheme. Eigenvalues, eigenfunctions were computed varying Reynolds number near the 1st Hopf bifurcation point of each flow. The critical Reynolds number and Strouhal number were determined and compared with other authors' results.

**Key Words :** global instability, Hopf bifurcation, numerical method, circular cylinder, cavity flow

## 1. はじめに

流れ場の線形不安定性を考える場合, 領域全体の不安定性を全体不安定性 (Global Instability), 局所流の不安定性を局所不安定性 (Local Instability) と呼ぶことがある<sup>1)</sup>。一般の流れ場において, 局所不安定性は局所流を平行流と近似して, Orr-Sommerfeld 式等で解析出来る場合が多いが, 全体不安定性は非平行流を含むため, 数値解析にならざるを得ない。ErikssonとRizzi<sup>2)</sup>は, 圧縮性 Euler 方程式に対する数値スキームの, 数値不安定性を解析する方法を開発したが, 本研究ではこの方法を, 非圧縮性粘性流体の全体不安定性の解析へ応用する。

数値解析法の詳細については文献3), 4)で述べたので, ここでは線形安定性問題の定式化のみを記述する。そして, 外部流と内部流に対する計算として, 円柱を過ぎる流れと2次元キャビティ流の解析を行い, その結果について述べる。

## 2. 線形安定性問題

非圧縮性ニュートン流体のNavier-Stokes 方程式を以下のように書く。

$$\partial u / \partial t = f(u) \quad (1)$$

$$f(u) = -(u \cdot \nabla)u + Re^{-1} \nabla^2 u - \nabla p(u) \quad (2)$$

ここで,  $t$  は時間で,  $u, p$  はそれぞれ境界条件を満足する速度ベクトルと圧力であり,  $Re$  はレイノルズ数である。また  $p$  は次のPoisson 式と連続式から決定されると考え,  $p$  を  $u$  の関数  $p(u)$  と書いている。

$$\nabla^2 p = -\partial(\nabla \cdot u) / \partial t - \nabla \cdot [(u \cdot \nabla)u] + Re^{-1} \nabla^2(\nabla \cdot u) \quad (3)$$

$$\nabla \cdot u = 0 \quad (4)$$

基本流 (定常解)  $u_0$  と微小攪乱  $\tilde{u}$  を考え,  $u = u_0 + \tilde{u}$  とすると, 次の攪乱の時間発展方程式を得る。

$$\begin{aligned} \partial \tilde{u} / \partial t &= A \tilde{u} \\ A &= (\partial f / \partial u)_{u=u_0} \end{aligned} \quad (5)$$

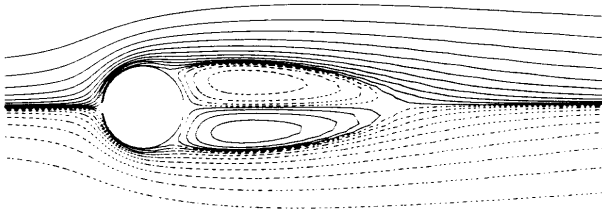
差分法等による空間の離散化を考え,  $u, f$  を格子点の値からなる  $N$  次元ベクトルとすると, 流れ場の線形安定性は,  $N \times N$  次元の非対称実行列  $A$  の固有値  $\lambda^a$  の実数部分  $\lambda_R^a$  から次のように決まる。

$$\lambda_R^a > 0 \text{ 不安定, } \lambda_R^a = 0 \text{ 中立, } \lambda_R^a < 0 \text{ 安定}$$

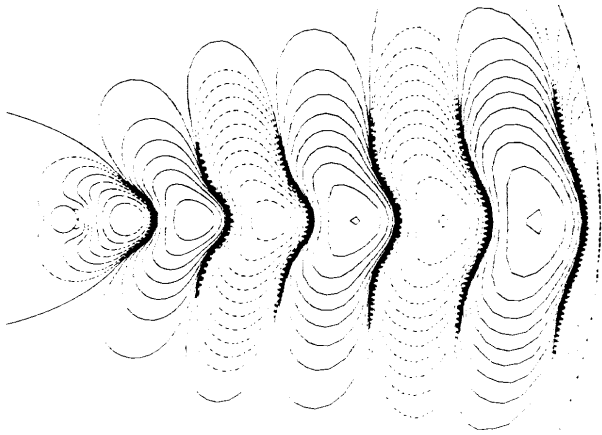
## 3. 円柱を過ぎる流れ

最初のHopf 分岐点を含むと考えられる,  $Re = 40 \sim 60$  の範囲の7点で解析を行った。解析領域は円柱を中心とする半径20の2次元平面で, 円柱直径は1.0とする。一様流速は1.0である。この解析領域にO型の格子 (格子数, 半径方向81, 円周方向101) を作成し計算を行った。

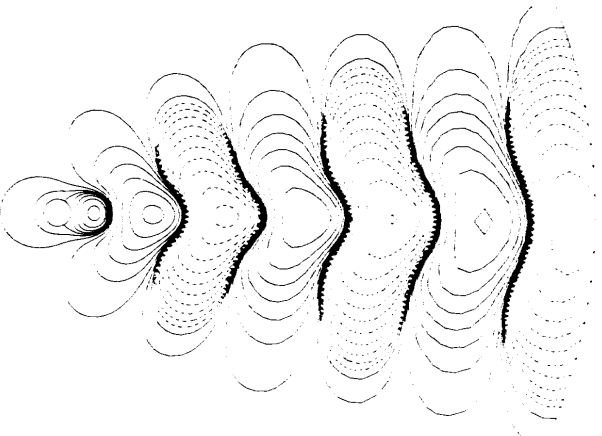
$Re = 45$  の解析で得た定常解 (流線) と, 最小安定なモードの固有ベクトル (流線で表示) を図-1(a)から(c)に



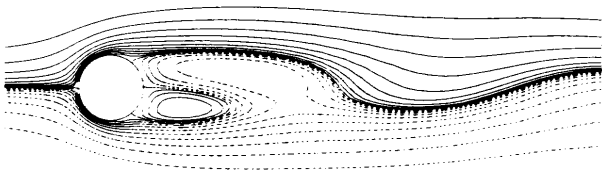
(a) 定常解 (流線)



(b) 固有ベクトル実部 (流線)



(c) 固有ベクトル虚部 (流線)

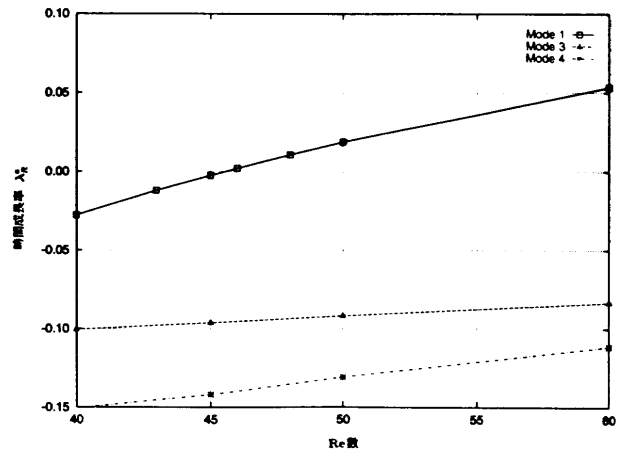


(d) 定常解に固有ベクトルを加えた瞬間場の流線

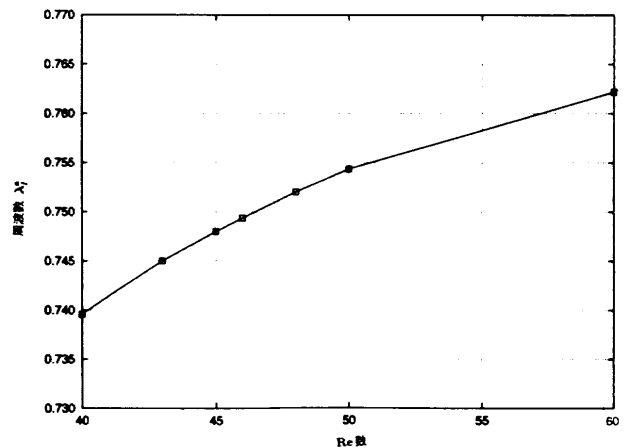
図-1 円柱を過ぎる流れの  $Re=45$  における定常解と最小安定な固有モード (モード1) 固有値,  $\lambda_R^a = -0.00220$ ,  $\lambda_I^a = 0.746$

示す。図の右側の円弧は外部境界である。固有値は,  $\lambda_R^a = -0.00220$ ,  $\lambda_I^a = 0.746$  であり, 時間的にはほぼ中立安定で周期的である。このモードに適当な定数を掛けて, 定常解を加えて瞬間場の流線を求めた。結果を図-1 (d)に示すが, いわゆる交番渦による流線の状態が再現されている。

次にモード1, 3, 4 (安定度の低い順番) の時間成長率  $\lambda_R^a$  と  $Re$  数の関係を図-2(a)に示す。  $Re=40\sim 60$  の範囲において, モード1の時間成長率が負値から正値へ変わり, 全体不安定モードとなっている。モード1の臨界レイノルズ数は  $Re_{cr}=45.5$  であった。モード1以外 (モード2は1の共役モード) は全て時間的に減衰するモードであった。図-2(b)はモード1の周波数  $\lambda_I^a$  と  $Re$  数の関係である。この図から, 臨界点のストローハル数は  $St_{cr}=0.12$  であることがわかる。文献(6)と(7)で他の数値解法を用いて, 円柱を過ぎる流れの全体不安定性を検討しているが, それらの結果は  $Re_{cr} \approx 45$ ,  $St_{cr} \approx$



(a) 時間成長率 (固有値実部, モード1, 3, 4)



(b) 周波数 (固有値虚部, モード1)

図-2 円柱を過ぎる流れの固有モードの固有値と  $Re$  数の関係

0.13である。本研究もほぼ同様な結果となった。

#### 4. キャビティー流

最初のHopf分岐点を含むと考えられる、 $Re=6000\sim 11000$ の範囲の8点で解析を行った。検討したキャビティー流は、Regularized Cavity<sup>8)</sup>で、Lid Driven Cavityに見られる速度の特異点が存在しない。解析領域は一辺の長さが1.0の正方形である。駆動壁の境界条件は、 $u=(16X^2(1-X)^2, 0)$ 、 $(0\leq X\leq 1)$ であり、他の壁の境界条件はNon-Slipである。計算は、格子数 $101\times 101$ の不等間隔格子を用いて行った。

$Re=11000$ の定常解と固有ベクトル（流線）を図-3に示す。固有ベクトルは安定度の低い順番で並べた。モード番号は $Re=10000$ における安定度の順番を表す。これらのモードの時間成長率 $\lambda_r^0$ と $Re$ 数の関係を図-4(a)に示す。図から、モードには2種類あり、 $Re$ 数の増加とともに時間成長率が大きく増加するモード（モード1, 20, 24, これをSモードと呼ぶ）と、中立状態へ漸近するモード（その他のモード, Cモードと呼ぶ）があることがわかる。Sモードのモード1は、検討した $Re$ 数の範囲でHopf分岐し不安定化している。臨界レイノルズ数は $Re_{cr}=1.015\times 10^4$ であった。

また、各モードの周波数 $\lambda_r^0$ と $Re$ 数の関係を図-4(b)に示す。同図から、全てのモードの周波数は $Re$ 数にか

かわらずほぼ一定であること、また、Cモードの周波数には約0.7の整数倍の関係があることがわかる。

CとSモードはそれぞれ、定常流の剛体回転している主渦部分（クエット流）と、主渦と壁の間の剪断層部分に関連したモードと考えられる。非粘性クエット流の固有ベクトルと周波数は、クエット流の中心を原点とする極座標表示 $(r, \theta)$ で、次のように与えられる<sup>9)</sup>。

$$\phi_{mj} = A \exp\{i(p_m t + m\theta)\} J_m(\alpha_{mj} r) \quad (6)$$

$$p_m = m\Omega \quad (7)$$

ここで、 $\phi_{mj}$ は固有ベクトル（流れ関数）、 $m$ は周方向の波の数、 $j$ は節円の数を表す。 $J_m$ は $m$ 次のベッセル関数、 $\Omega$ はクエット流の角速度である。また、 $\alpha_{mj}$ は $J_m(x)=0$ の $j$ 番目の正根を、 $p_m$ は周波数を、 $A$ は任意定数を表す。これらの表記は文献(9)に従った。

図-3と4のデータを、クエット流のモード $(m, j)$ で分類して図に表示したが、Cモードについては非常にうまく分類できる。主渦の角速度 $\Omega$ は約0.70であるが、(7)式から周波数は $\Omega=0.70$ の整数倍になり、図-4(b)は正確にこの関係を表していることになる。

また、主渦と壁の間の剪断層部分の局所流を平行流近似して、OS方程式（時間モード）を用いて安定性を検討した。その結果、時間成長が最大となるモードの周波数と波数が、モード1とほぼ一致することが確認できた。

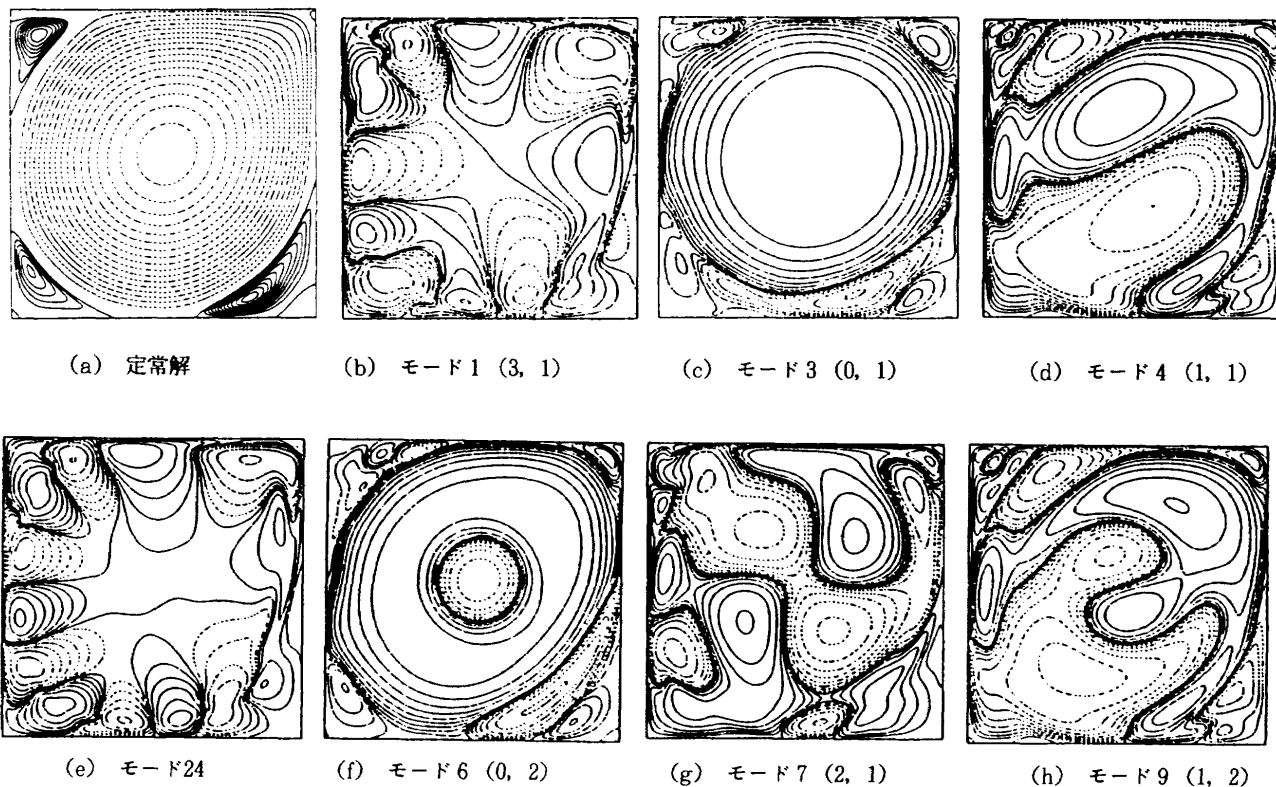
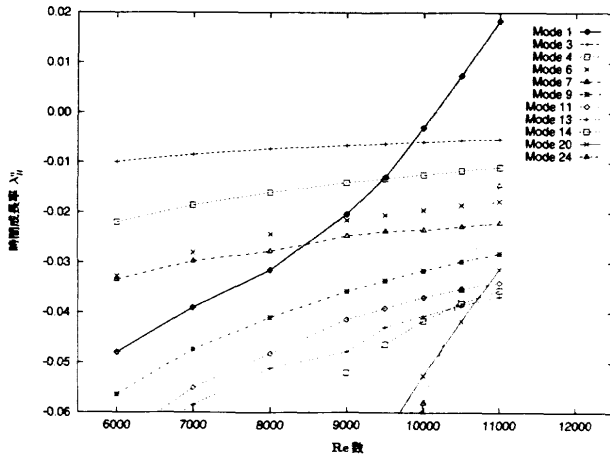
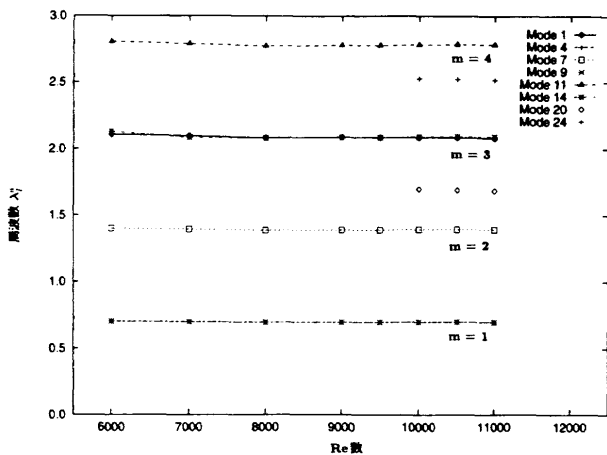


図-3 2次元キャビティー流の $Re=11000$ における定常解と固有ベクトル（流線）  
固有ベクトルは実部のみ表示。括弧内数字は $(m, j)$





(a) 時間成長率 (固有値実部)



(b) 周波数 (固有値虚部)

図-4 2次元キャビティー流の固有モードの固有値と  $Re$  数の関係

モード1は臨界点付近の時間成長率の挙動からSモードと分類したが、周波数がクエット流の固有モードの  $m=3$  と一致している点、 $Re=6000\sim 7000$ では時間成長率がCモードの特性を示している点など、クエット流固有モード ( $m=3, j=1$ ) の性質も持つ。これは、モード1が剪断層の時間成長率が最大の固有モードと、クエット流の固有モードが結びついたものであるためと考えられる。

尚、文献(8)では時間発展計算により、Regularized Cavityの第1の臨界点は $Re=10000\sim 10500$ の間にあると述べている。本研究により、具体的に臨界レイノルズ数が定まったと考えられる。

## 5. あとがき

外部流と内部流の例として、円柱を過ぎる流れとキャビティー流の最初のHopf分岐点近傍の全体不安定性解析を行った。臨界レイノルズ数、臨界時のストローハル数等を決定したが、それらは過去の他の手法に基づく研究結果とほぼ一致することを確認した。これらの検討結果から、ここで用いた数値計算法が、一般的な外部流と内部流の全体不安定性の解析に有効であることを示すことが出来たと考えている。

## 参考文献

- 1) P. Huerre & P. A. Monkewitz : Local and Global Instabilities in Spatially Developing Flows, Annu. Rev. Fluid mech. 22 (1990) 473-537.
- 2) L. E. Eriksson & A. Rizzi : Computer-Aided Analysis of the Convergence to Steady State of Discrete Approximation to the Euler Equations, J. Comp. Phys. 57 (1985) 90-128.
- 3) 千葉賢 : 離散近似 Navier-Stokes 方程式を用いた平行流、非平行流の安定性解析, 航空宇宙技術研究所特別資料, SP-21, 「境界層遷移の解明と制御」研究会講演論文集, 第11回・第12回, 1993年11月
- 4) 千葉賢 : 円柱を過ぎる流れの全体不安定性に関する研究, 日本流体力学会誌「ながれ」に投稿中, 1996年
- 5) W. E. Arnoldi : The Principle of Minimized Iterations in the Solution of the Matrix Eigenvalue Problem, Quart. Appl. Math. 9 (1951) 17-29.
- 6) C. P. Jackson : A finite-element study of the onset of vortex shedding in flow past variously shaped bodies, J. Fluid Mech. 182 (1987) 23-45.
- 7) Marek Morzyński : Numerical Investigation of Wake Instabilities, Bluff Body Wakes, Dynamics and Instabilities(ed. J. M. R. Graham, P. Huerre, P. A. Monkewitz, Springer, 1993) 135-142.
- 8) Shen, J. : Hopf Bifurcation of the Unsteady Regularized Driven Cavity Flow, J. Comp. Phys., 95 (1991), 228-245.
- 9) Chandrasekhar, S. : Hydrodynamic and Hydrodynamic Stability, Dover Publications, 1961.

## No. 12

## 一様等方性圧縮性乱流の位相幾何学的構造

絵山 貴志\*, 前川 博\*, 松尾 裕一\*\*

## A Study of the Geometry of Flow Patterns in Compressible Isotropic Turbulence

Takashi HIYAMA\*, Hiroshi MAEKAWA\*, and Yuichi MATSUO\*\*

\*The University of Electro-Communications, Chofu, Tokyo

\*\*National Aerospace Laboratory, Chofu, Tokyo

The geometry of flow patterns in a numerically simulated compressible isotropic decaying turbulent flow at  $M_t=0.6$  was studied using three-dimensional critical point theory. The solution trajectories for three first-order linear differential equations are used to classify the elementary three-dimensional flow patterns defined by instantaneous streamlines. Fluid motions characterized by high rates of kinetic energy dissipation and/or high enstrophy are of particular interest. It is found that motions corresponding to high rates of dissipation are characterized by a 3-D rate-of-strain topology which are of the types saddle-saddle-unstable-node and stable-focus-stretching.

Key Words : compressible turbulence, critical point theory, dissipation

### 1. まえがき

古典的 Kolmogorov 法則が示す乱流エネルギーのカスケードプロセスによる低波数から高波数領域へのながれの中で、乱流エネルギーを受取る側の高波数領域の微細渦の振舞いは従来ほとんど明らかにされていない<sup>1)</sup>。圧縮性乱流における散逸運動は圧縮性 ( $\text{div} \mathbf{u} \neq 0$ ) による膨張散逸過程が存在することが知られているが、その散逸機構は明らかではない。

数値シミュレーションや計測機器の発達により、膨大なデータを得ることが可能になっている。そのような非常に多くのデータによって与えられる流れ場を解析する手法として位相幾何学的分類法は有益である。流れの解軌跡の位相幾何学（トポロジー）は流体の運動形態を分類するものであり、圧縮性、非圧縮性流れの局所運動における微細構造の位相幾何学的分類は複雑な3次元乱流構造に新しい流体力学的考察を与え乱流の数理モデルを構成するのに重要な手法になることが期待される<sup>2, 3)</sup>。

本研究の目的は、一様等方性圧縮性乱流について微細

構造の統計的状态と流れ場における局所運動を位相幾何学的に明らかにすることである。

### 2. 解析方法

#### 2.1 三次元特異点のトポロジー

流体運動における相対速度  $\mathbf{u}$  は流体に局所変形をもたらす。Taylor 展開して一次の項まで考慮すれば

$$\delta u_i = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \delta x_j \quad (1)$$

と書ける。速度勾配テンソル  $\partial u_i / \partial x_j$  において  $u_i$  は瞬間的な速度場を表わし、解軌跡は瞬間的な流線である。微分方程式(1)に対する特性方程式

$$\det[A - \lambda I] = 0 \quad (2)$$

の固有値と固有ベクトルが解軌跡を位相平面で定義する。速度勾配テンソル  $A_{ij}$  を対称部分  $S_{ij}$  と反対称部分  $R_{ij}$  に分けると

$$A_{ij} = S_{ij} + R_{ij}, S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), R_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (3)$$

変形速度テンソルと回転テンソルの和で表わされる。二次元位相面上で与えられる不変量と同様に、三次元の運動においてはスカラー不変量

\* 電気通信大学

\*\* 航空宇宙技術研究所

$$P = -\text{trace}[A], \quad (4)$$

$$\begin{aligned} Q &= \frac{1}{2} (P^2 - \text{trace}[A^2]) \\ &= \frac{1}{2} (P^2 - S_{ij} S_{ji} - R_{ij} R_{ji}), \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} R &= -\det[A] \\ &= \frac{1}{3} (-P^3 + 3PQ - S_{ij} S_{jk} S_{ki} - 3R_{ij} R_{jk} S_{ki}), \end{aligned} \quad (6)$$

に関する不変量  $P-Q-R$  空間において固有値の判別が可能になる。

実根と虚根は特性方程式における判別式

$$27R^2 + (4P^3 - 18PQ)R + (4Q^3 - P^2Q^2) = 0 \quad (7)$$

によって与えられる。  $\text{div } \mathbf{u} \neq 0$  においては  $P > 0$  または  $P < 0$  面ではそれぞれ16種類の流線パターンが形成される。圧縮性条件に特徴的な SF/C や UF/S のトポロジーを示す流線パターンが存在する。詳細は文献(2, 3)を参照されたい。

### 3. 解析結果

#### 3.1 不変量空間におけるトポロジー

図1は全流れ場の不変空間におけるプロットを示す。また、図2は全流れ場の中から最大エンストロフィーの60%以上の高エンストロフィー領域を不変量空間にプロットした結果を示す。この領域は  $P < 0$  で虚根をもつ安定渦状点 (stable-focus-stretching) と一部は  $P > 0$  で渦状点 (stable-focus-stretching/unstable-focus-compressing) の流れパターンを示す。いっぽう、図3は散逸が最大値の60%以上の領域が  $Q-R$  空間において

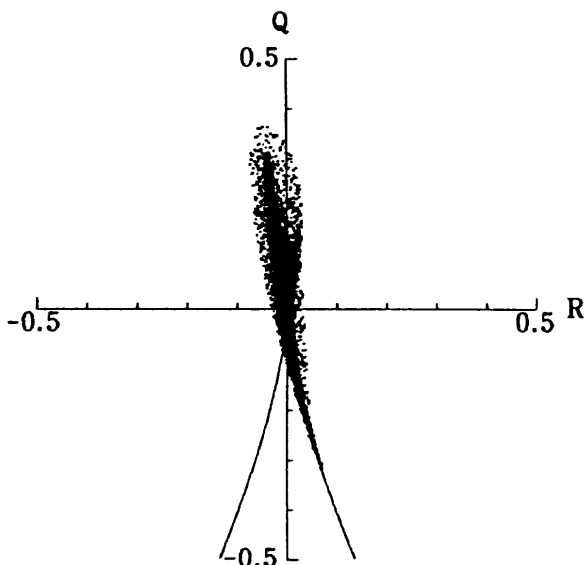


Fig. 1 Scatter plot of  $Q$  versus  $R$

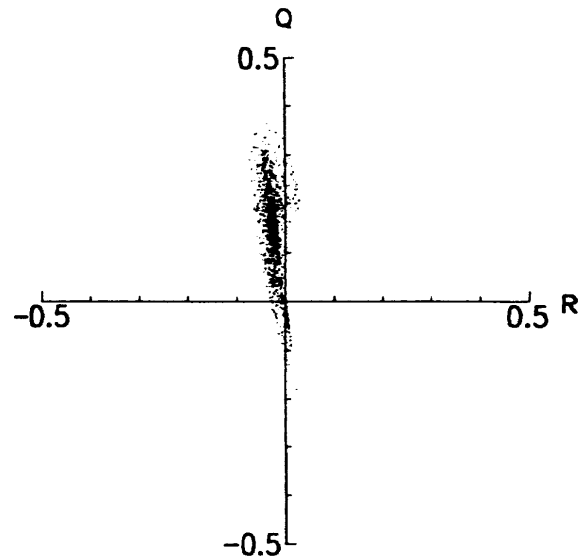


Fig. 2 Scatter plot of  $Q$  versus  $R$  for high enstrophy field

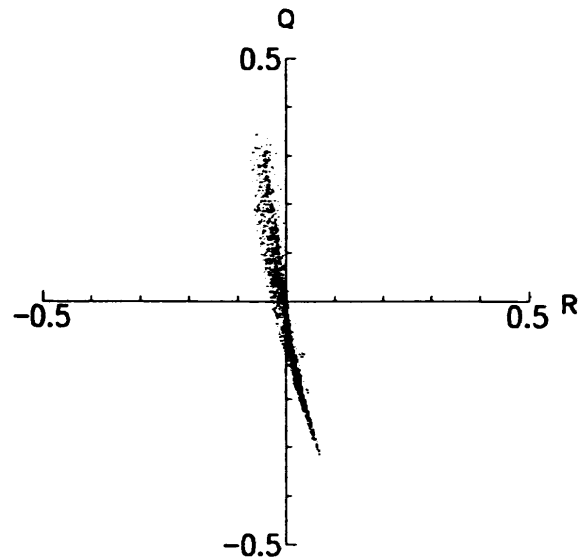
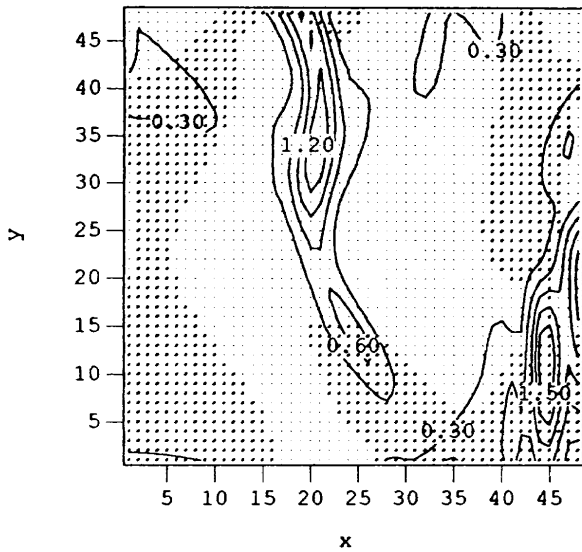
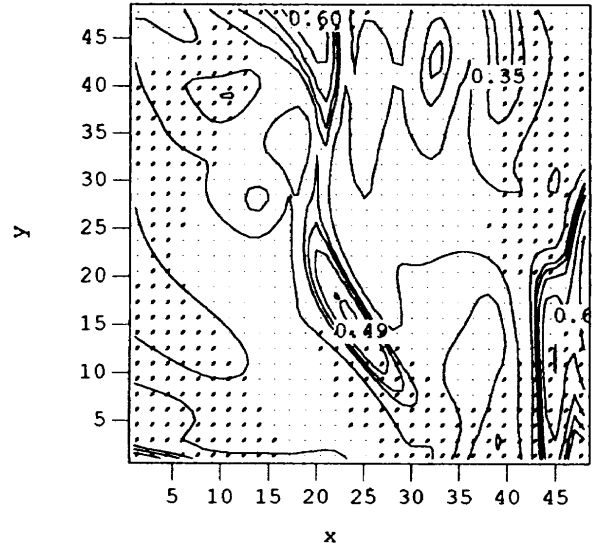
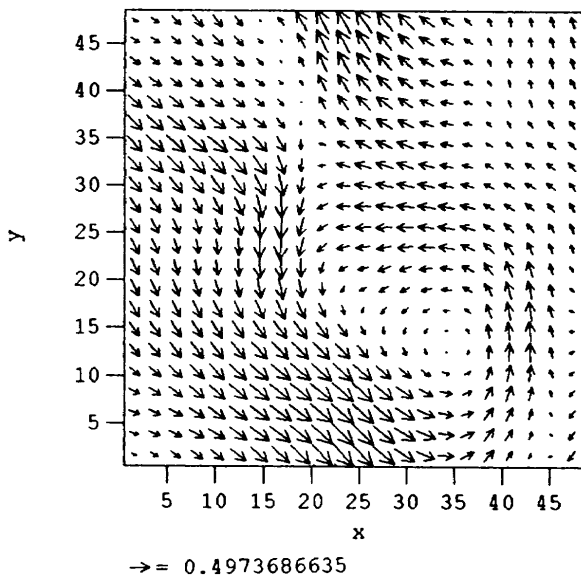


Fig. 3 Scatter plot of  $Q$  versus  $R$  for high dissipation field

プロットされている。  $P < 0$  ではトポロジーは渦状点 (stable-focus-stretching/unstable-focus-compressing) と不安定結節鞍状点 (unstable-node-saddle-saddle) であり、  $P > 0$  では渦状点 (stable-focus-stretching/unstable-focus-compressing) を示す流れパターンが対応していることが観察される。

#### 3.2 物理空間における高散逸構造

図4, 5はそれぞれ  $(x-y)$  平面から観察した高散逸領域の様子と流速ベクトルを示している。  $(x-y)$  平面におけるトポロジーと流れ場を重ね合わせてみると、散逸が大きい流れは高ひずみ領域で発生する不安定結節鞍状点 (unstable-node-saddle-saddle) のトポロジー

Fig. 4 High dissipation region in the  $(x-y)$  planeFig. 6 High enstrophy region in the  $(x-y)$  planeFig. 5 Velocity vectors in the  $(x-y)$  plane

を示す局所運動と安定伸張渦状点 (stable-focus-stretching) であることがわかる。いっぽう、図4と図6を比較すると、高エンストロフィー構造が安定/不安定渦状点のトポロジーを示す流体運動より形成され、 $x-y$ 面においては高エンストロフィー領域の間に高散逸領域が存在していることも観察される。

#### 4. まとめ

乱流マッハ数 $M_t=0.6$ における一様等方性圧縮性乱流をトポロジー的観点から調査することによりトポロジーの指向性と高散逸領域の関係が明らかになった。

(1) 初期条件から十分時間が経過した状態では、高エンストロフィー領域は $P < 0$ で虚根をもつ安定渦状点 (stable-focus-stretching) と一部は $P > 0$ で渦状点 (stable-focus-stretching/unstable-focus-compressing) の流れパターンを示す。

(2) 高散逸領域は、流体運動のトポロジーの中で不安定結節鞍状点 (unstable-node-saddle-saddle) を示す流れパターンが支配的である。さらに、トポロジーが渦状点 (unstable-focus-compressing/stable-focus-stretching) の流体運動を示す高散逸領域も存在する。

#### 参考文献

- (1) Frisch, U. & Orzag, S., Physics Today 43, No.1 (1990), 24.
- (2) 前川, 藤田, 第7回数値流体力学シンポジウム講演論文集, (1993), 347.
- (3) Perry A. E. & Chong M. S., Ann. Rev. Fluid. Mech., 1987, 19 (11), 125-155.



## No. 13

## 壁に沿う剪断流中の物体の周りの渦分布

石澤明宏\*, 高橋次男\*

## Vorticity Distribution Around a Obstacle in Shear Flow

Akihiro ISHIZAWA and Tsuguo TAKAHASHI

Department of Physics, Tokyo Metropolitan University

The vorticity distribution in a two-dimensional shear flow along a flat plane around a source doublet is investigated analytically with an incompressible inviscid fluid. The velocity field is obtained by the linearized Euler equation. With this velocity field the inertial turning of a vortex line, which is straight in far upstream, is investigated by use of the Lagrangian method and the vorticity distribution in the downstream of the doublet is obtained. It is shown that there remains finite vorticity in the far downstream of the doublet, where the disturbances vanish in the linearized approximation.

Key Words : shear flow, source doublet, inertial turning, vortex line deformation

## 1. はじめに

2次元物体のまわりの流れと異なり渦度のある流れにおかれた3次元物体のまわりでは、渦は3次元的速度場で流されることにより変形、引き伸ばしを受けその強さ方向が変わる。またこの渦が誘導する速度場も3次元的になり、さらに変形、引き伸ばしを導くという非線形性により、流れの場は非常に複雑になる。固体平面に沿う境界層中の3次元物体を過ぎる流れは実験<sup>1-9)</sup>、およびシミュレーション<sup>10,11)</sup>により詳しく調べられてきた。これらの研究において中レイノルズ数で物体下流に、主に2種類の定常渦が現れることが示された<sup>1-3, 11)</sup>。この渦は物体の前面から下流に延びる馬蹄形渦と呼ばれ後流中に吹き降ろしをつくるもの、および吹き上げ渦と呼ばれ後流中に吹き上げをつくるものである。さらにその外側に弱い吹き上げ渦が現れることも知られている<sup>2, 10)</sup>。

馬蹄形渦、吹き上げ渦の生成要因として境界層渦の変形、および粘性による物体表面での渦の生成が考えられる。馬蹄形渦は、境界層渦が上流から流されてきて、物体に引っかかることにより生成されると言われている。しかしこの説明では吹き上げ渦の生成は説明することができない。Mason and Morton<sup>10)</sup>は物体表面での圧力勾配による渦の生成により、これらの渦の生成を説明し

ようとした。我々は吹き上げ渦も馬蹄形渦と同様に、上流から流されてきた渦の変形によって生成されるのではないかと考えた。そこで完全流体の流れを考え、剪断流中に置かれた3次元物体の後流に現れる馬蹄形渦、吹き上げ渦が、上流から流されてきた渦の変形によって生じるのかどうか、またこれらの渦の生成過程を調べた。

渦がある流れの中の3次元物体の周りの流れは、その非線形性が解析的な取り扱いを困難にしており、一様な渦を持つ流れ（一様剪断流）の中の3次元物体の周りの流れでさえ、現在も良く理解されていない<sup>12-20)</sup>。我々は剪断流中の二重わきだしの周りの流れを線形近似を用いてもとめ、その速度場による渦の変形を調べる。

## 2. 線形解

オイラー方程式を線形化し解析解を求め一様剪断流中の物体の周りの速度分布を求める。ここでは簡単のために3次元物体として二重わき出しを考え、流体は非圧縮性完全流体として一様な渦度を持つ剪断流、

$$U = (U_0(1 + \lambda y), 0, 0),$$

中に置かれた3次元物体のまわりの流れをもとめる。基礎方程式はオイラー方程式と二重わきだしを含む連続の式

$$\nabla \cdot v = m \{ \delta(x + \xi) - \delta(x - \xi) \}$$

となる。ここで $\mp \xi$ 、 $m$ はわきだしと吸い込みの位置、強さを表し、二重わきだしの強さ $\mu = 2m |\xi|$ が一定になるような $|\xi| \rightarrow 0$ の極限をとるものとする。一様

\* 東京都立大学理学部

な流れの中に二重わき出しを置くと球のまわりの流れが得られることから、一様な剪断流中の二重わき出しのまわりの流れは平面上に置かれた物体のまわりの流れに対応する。また二重わきだしは、任意の物体を置いたときの主項になっていることから、物体の形によらない一般的な結果が得られることが期待できる。二重わき出しを置いたことによる剪断流,  $U$ , からのずれ,  $v$ , は小さいとして、そのずれの二次の項を無視することによりオイラー方程式を線型化

$$U \cdot \nabla v + v \cdot \nabla U = -\nabla p,$$

する。線形化されたオイラー方程式は一様剪断流中では特異面を持つ方程式になり速度場の流れ方向成分が発散することが知られていたが<sup>15)</sup>、我々は平面に沿う流れを扱うことによりこの特異性を回避し、速度場をもとめることを可能にした<sup>18)</sup>。境界条件は無限上流では剪断流からのずれはなく、また壁面上で壁面に沿って流れるものとする。フーリエ変換を用いて、線形化したオイラー方程式と連続の式を満足する解をもとめた。

### 3. ラグランジュの方法

非粘性流中では渦は物体粒子と同じ運動をする。従って、渦線の変形は流線中の流体粒子のドリフトによって表され<sup>12-14)</sup>、流体粒子が遅れたところでは吹き下ろしをつくる渦(馬蹄形渦と同じタイプ)があらわれ、進んだところでは吹き上げ渦が現れる。線形化近似によってもとめた速度場を用い、流体粒子の運動を次の式で表す

$$\frac{dx(t)}{dt} = u(x(t)) = U(x(t)) + v(x(t))$$

この式を数値積分することによって、この流れの場による上流で直線状の渦の変形、引き伸ばしから後流中の渦度分布を求める<sup>21)</sup>。完全流体ではヘルムホルツの渦定理

$$\omega_L(x(t)) = |\omega_L(x(t_0))| \frac{\delta x(t)}{\delta x(t_0)},$$

が成り立つ。この式は完全流体の剪断流中に置かれた物体の下流に現れる渦は、上流から流されてきた直線状の渦の変形と引き伸ばしによって生成されることを示して

いる<sup>12-14)</sup>。ここで  $\delta x(t)$  は渦線素片を表す。無限上流の一様な剪断流は一様な渦度分布によって表される。

$$\omega_L(x(t_0)) = \nabla \times U = \Omega$$

流線の形は上流下流に対称であるが、流線上の流体粒子の運動は非線形性により上流と下流で対称にならない。従って渦線の形も上流と下流で非対称になり、物体の十分下流で流れ方向の渦度場が現れる。

流体粒子の運動を数値積分によってもとめた結果、物体下流での渦の変形は図1のようになることが示された。二重わきだしの近くを通った部分は遅れ、その外側が進んでいることがわかる。この変形に対応する流れ方向の渦度分布は図2のようになる。馬蹄形渦(負の渦度)は後流中に局在し、弱い吹き上げ渦(正の渦度)はその外側に広く拡がっており無限下流においてもそれぞれ有限の値をもつ。物体下流では、馬蹄形渦の周りに弱い反対向きの渦が分布することがシミュレーションによって示されており<sup>10)</sup>、この性質が渦の変形から導かれることが示された。二重わきだしの高さが高いときは低いときに比べ馬蹄形渦が弱く吹き上げ渦が強いことも示された。この結果は実験によって示されている渦の性質<sup>10)</sup>に対応し、上流から流れてきた渦の変形により実験の結果を

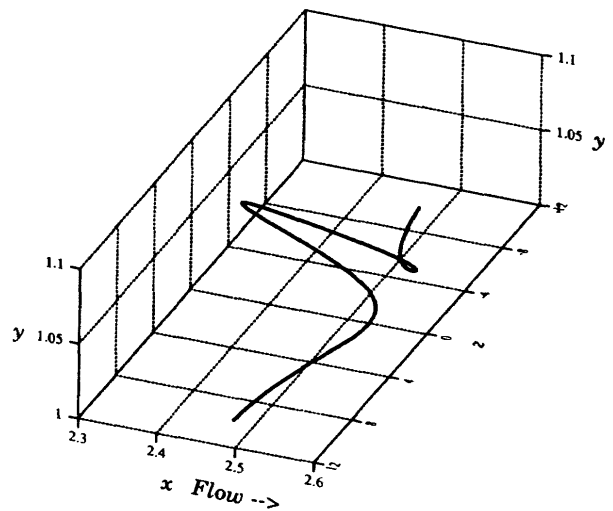


Fig. 1 Typical shape of a vortex line downstream of the doublet.

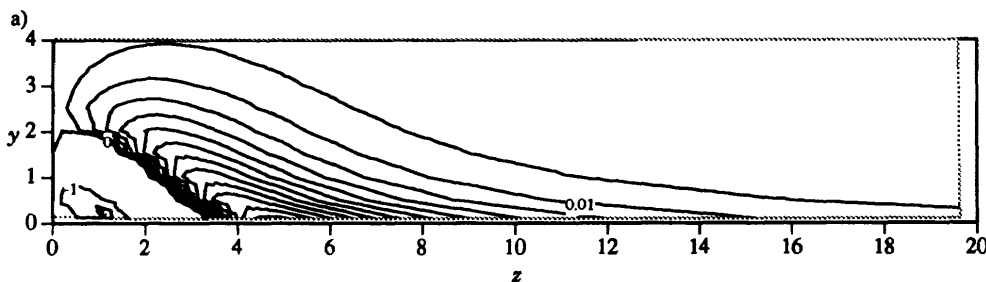


Fig. 2 Strength of the streamwise component of the vorticity,  $\omega_{Lx}(x(t)) / |\Omega|$ , in the downstream of the doublet.

説明できることを示している。

#### 4. まとめ

流体粒子の運動を数値積分によってもとめた結果、二重わき出しの下流において現れる後流中の馬蹄形渦、その外側に現れる弱い吹き上げ渦は、上流から流れてきた渦の変形によって生じることが示された。馬蹄形渦は上流から流れてきた渦がよどみ点の近くを通り、まわりの渦よりも遅れることにより生成される。また弱い吹き上げ渦は物体のわきもしくは上を通るとき加速されてまわりの渦よりも進むことにより生成される。

馬蹄形渦の生成については、渦が大きく変形して生成されているので今回用いた近似法が確かではない。しかし、従来言われている、上流から流れてきた渦が物体近傍で遅れることにより生成されるという説明に沿った結果となっている。

馬蹄形渦の内側に生じる吹き上げ渦の生成要因として渦が物体の近くで持ちあがり剪断流による上方の速い流れにのって進むことにより生じることが考えられるが、今回の解析ではこの渦は得られなかった。したがって、このような機構で吹き上げ渦が生成されるのではないことが示された。この他に考えられる生成機構は、物体背後での圧力の低下による不安定性、粘性による物体表面での生成、物体背後における剥がれが流れの様子を変えその結果生じる渦のさらなる変形、などである。

#### 引用文献

- 1) M. Mochizuki : J. Phys. Soc. Jpn. 16 (1961) 995.
- 2) B. Thwaites ed: Incompressible Aerodynamics. Oxford Univ. Press, England, 1960, p. 554.
- 3) I. Tani, H. Komoda, Y. Komatsu and M. Iuchi : Rept. 357, Nov. 1962, Aeronautics Research Inst., Univ. of Tokyo, Tokyo, Japan, 129.
- 4) R. Sedney : AIAA J. 11 (1973) 782.
- 5) J. C. R. Hunt and W. H. Snyder : J. Fluid Mech. 96 (1980) 671.
- 6) M. S. Acarlar and C. R. Smith : J. Fluid Mech. 175 (1987) 1, 43.
- 7) P. S. Klebanoff, W. G. Cleveland and K. D. Tidstrom : J. Fluid Mech. 237 (1992) 101.
- 8) T. Motohashi, K. Ono, T. Tamura and K. Kuwahara : *Int. Conf. on Near-Wall Turbulent Flows* (1993) p. 1009.
- 9) H. J. Hussein and R. J. Martinuzzi : Phys. Fluids 8 (1996) 764.
- 10) P. J. Mason and B. R. Morton : J. Fluid Mech. 175 (1987) 247.
- 11) K. Ono, T. Motohashi, T. Tamura and K. Kuwahara : *Int. Conf. on Near-Wall Turbulent Flows* (1993) p. 357.
- 12) C. G. Darwin : Proc. Camb. Phil. Soc. 49(1953) 342.
- 13) W. R. Hawthorne and M. E. Martin : Proc. Roy. Soc. A 232 (1955) 184.
- 14) M. J. Lighthill : J. Fluid Mech. 1 (1956) 31, with Corrigenda J. Fluid Mech. 2 (1957) 311.
- 15) M. J. Lighthill : J. Fluid Mech. 3 (1957) 113.
- 16) S. Nakamura and T. Takahashi : J. Phys. Soc. Jpn. 59 (1990) 1225.
- 17) A. Ishizawa : J. Phys. Soc. Jpn. 65 (1996) 439.
- 18) A. Ishizawa and T. Takahashi : J. Phys. Soc. Jpn. 65 (1996) No.7 (to be published).
- 19) H. Affes, Z. Xiao and A. T. Conlisk : J. Fluid Mech. 275 (1994) 33.
- 20) M. R. Dhanak : J. Fluid Mech. 110 (1981) 129.
- 21) A. Ishizawa and T. Takahashi : submitted to Fluid Dyn. Res.





## No. 14

## 乱流楔の初期発達について

本橋 龍郎\*, 小野 清秋\*, 高橋 賢一\*

## Initial Development of Turbulence Wedge

T. MOTOHASHI\*, K. ONO and K. TAKAHASHI

*Dept. of Aerospace Eng. Nihon Univ.**\*Dept. of Mechanical Eng. Nihon Univ.*

Incipient evolution of a turbulence wedge generated behind an isolated roughness element in a laminar boundary layer is discussed in the report. The initial development of turbulence wedge is characterized with a rapid growth of the disturbed region in the spanwise direction. The so-called inflectional instability is responsible for the broke-out of the disturbance at off-center positions in the wake of the roughness element.

**Key Word :** turbulence wedge, roughness element, boundary layer transition

## ・ 緒 言

境界層中に置かれた孤立粗度下流には、速度変動を多く含む乱流楔が生成される。その発生機構については、未だ解明されているとは言い難い。乱流楔の特徴は、その板幅方向への急激な拡張にある。この特徴をうまく利用できれば、乱流領域の拡大や縮小を人工的に制御することができ大変有効であると考えられる。本報告は、乱流楔の初期発達に対する実験および数値計算の両面からの研究報告である。

## ・ 研究方法

研究は風洞実験による流れ場の計測と運動方程式を数値的に解く方法の二面から進められた。実験は、測定部が30cm角の小型回流式風洞を用いて行われた。乱流楔を発生するための粗度として、高さ・直径とも2mmの円柱を測定部に水平に置かれた平板の中央に設置し、粗度後流を熱線風速計を用いて計測した。実験装置の詳細等は、参考文献1を参照されたい。

数値計算は、三次元NS方程式をMac法を用いて解くことが行われた。粗度近傍の領域は、円柱座標、下流領域は、直交座標を用いて計算が行われた。計算の詳細についても参考文献2を参照されたい。

## ・ 研究結果

## (1) 乱流楔

乱流楔の境界は、さまざまな定義が採用されているが、本報告では、一様流速の1%以上の速度変動(rms)を有する領域と定義する。図1は、レイノルズ数700( $=Uh/\nu$ ,  $U$ :一様流速,  $h$ :粗度高さ), 粗度高さでの乱流楔の断面図である。

流れ方向に乱流領域がスパン方向に広がっていく様子が観測される。初期の広がり角度は、十分に発達した乱流楔の広がり角度である約10度比べて、小さくおよそ5度である。

## (2) 粗度直後の流れ

再循環領域(Recirculation region)が形成され、外側の領域との境界に高剪断層が発生する。高剪断層は二種類存在する。一つは、平板に垂直方向の速度勾配に基づくもので、粗度高さの4倍付近で最大値をとり、その下流では減衰する。もう一つの高剪断層は、粗度の後流に生ずる変動で、板幅方向の剪断層に基づくものと考えられる。したがって、この変動のピークは、境界層の下層に、中心線の両側に見出される。

## (3) 下流での乱れの拡張

上記の不安定性より生成される速度変動は、急激に減衰し、粗度高さの20倍程下流では、他の不安定性が発生する。この第2の不安定性は、粗度後流の中心線から離れた位置に発生し、乱流楔の初期発達を支配するものと考えられる。図2(a)は、 $x=34\text{mm}$ における等速度変動線( $z < 0$ のみ)を表している(実験)。3つのピークが観測される。 $z=-3\text{mm}$ 付近に発生するピークは、

\* 日本大学理工学部

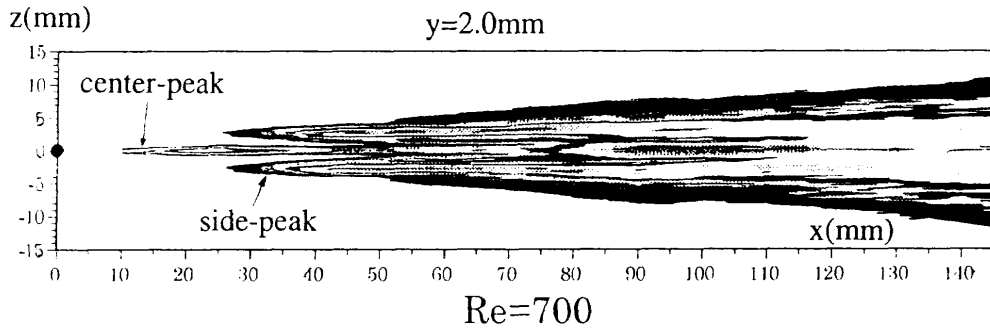


図1 乱流楔

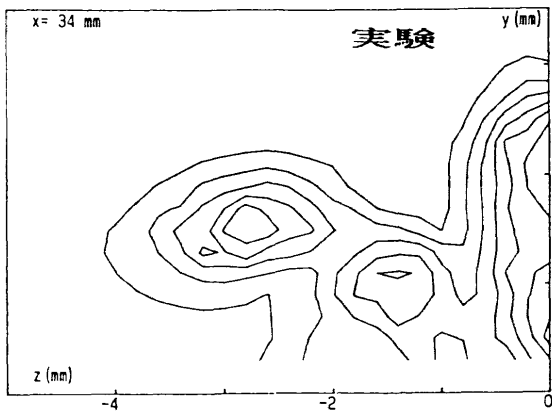


図2 (a) 等速度変動線 (実験)

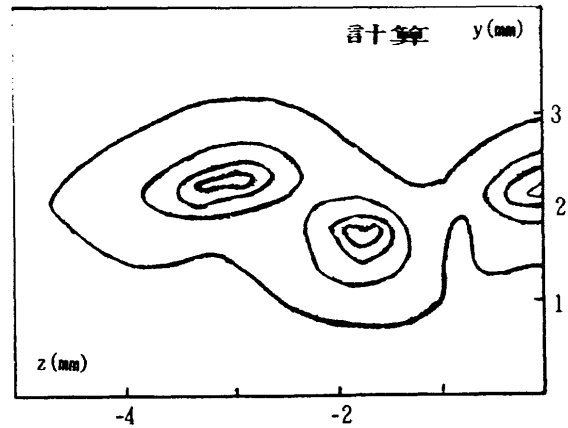


図2 (b) 等速度変動線 (計算)

下流でさらに増幅し、乱流楔を形成していく。

一方、上記の  $z = -3\text{mm}$  付近には、変曲点不安定を誘発する  $y$ -方向速度分布が観測されている。この分布は、下層に存在する馬蹄形渦の吹上により生成されると考えられる。図2(b)は、数値計算から得られて等速度変動線を表している。ピーク位置の  $z$  座標は実験データとよい一致を示しているが、 $y$  座標は、少し実験データより高いことが分かる。

#### ・まとめ

境界層中の粗度後流に発生する乱流楔の初期発達は、馬蹄形渦の誘起する変曲点不安定で説明することができる。

#### ・参考文献

- ①本橋他『馬蹄形渦による不安定性の発生』27回乱流シンポジウム, 1995
- ②小野他『孤立粗度の回復領域について』25回乱流シンポジウム, 1993
- ③Klebanoff, et al., J.Fluid Mech., vol. 237, (1992) pp. 101-187.

No. 15

# 超音速層流境界層における非粘性型不安定性

坂上 昇 史\*, 西岡 通 男\*

## Inviscid Instability in Supersonic Laminar Boundary Layer

Shoji SAKAUE and Michio NISHIOKA

Osaka Prefecture University

The instability of supersonic flat-plate boundary layer flow disturbed by compression or expansion corner is investigated on the basis of the linear stability theory and through direct numerical simulations. We find that the parallel-flow stability theory can well predict the DNS results for the behavior of Tollmien-Schlichting waves. Furthermore, we have made the inviscid linear stability analysis to clarify that the inflectional instability really governs the boundary layer instability at such Mach number as 2.2, being far below the often cited value  $M_1=4.0$ .

**Key Words :** supersonic flow, boundary layer stability, Tollmien-Schlichting waves, linear stability theory, TVD scheme, inflectional instability

### 1. はじめに

次世代超音速旅客機の空気抵抗の低減や超音速風洞の低騒音化において、境界層の層流化が重要な課題である。その基礎研究として、筆者らは超音速境界層における微小攪乱の挙動を直接数値シミュレーション（TVD法）と線形安定性解析により調べている。

超音速境界層は、主流マッハ数が4を越すと速度分布の一般化変曲点による変曲点不安定に支配されることは、Mack<sup>1, 2)</sup>の研究以来周知であるが、超音速旅客機の飛行マッハ数領域、例えば $M_1=2.2$ における変曲点不安定の重要性やそれが種々の条件によりどのように影響されるかについては従来から詳しい研究はない。そこで、主流マッハ数2.2の境界層流れにおけるT-S波動の挙動に注目し、まず、斜面による圧縮がその構造や挙動にどのように影響するか調べた。その結果、斜面の傾斜角が増すと、境界層速度分布の一般化変曲点における $\rho(\partial u/\partial y)$ が増加するのに伴って、攪乱の増幅率は増大することが明らかになった<sup>3, 4)</sup>。このように、T-S波動は $M_1=2.2$ の低マッハ数領域においても変曲点不安定に支配されることがわかった。

本論文では、膨張過程によりT-S波動がどのような影響を受けるか調べた。さらに、本来非粘性の不安定性

要因である変曲点不安定に対し、非粘性の安定性解析も行い、数値解、粘性および非粘性安定性解析の3者の結果を比較し、圧縮・膨張による超音速境界層の不安定性について検討した。

### 2. 解析対象の流れ場

斜面を有する壁面上に形成された主流マッハ数 $M_1=2.2$ の2次元層流境界層流れを考え、図1のように壁面に沿って $x$ 軸、それに垂直な方向に $y$ 軸をとる。この図において基準長さ $L$ は、N-S方程式を主流密度 $\rho_1$ 、主流音速 $c_1$ 、主流粘性係数 $\mu_1$ を用いて無次元化するとき、 $Re = \rho_1 c_1 L / \mu_1 = 4500$ となるように設定されており、吸い込み式風洞を用いた実験に対応させると $L=0.78\text{mm}$ となる。平板と斜面の接点は $x/L=60$ の位置に設定し、平板の傾斜角は圧縮を伴う場合を正、膨張となる場合を負とする。

図2に壁面上の圧力と摩擦応力係数 $C_f$ の流れ方向変化を示す。圧縮斜面では、非粘性流の場合、コーナー部分で斜め衝撃波が発生し、コーナーは不連続点となるが、粘性流の場合、コーナーの存在は壁面近くの逆流域低速流の向きを急変させ、 $C_f$ 分布が図2(b)のように急変することを除くと平均流に対する不連続性の影響は顕著でない。逆に、膨張斜面の場合、境界層内の垂音速部を通してコーナーで発生する膨張波の影響が上流側へ伝わるが、その影響域は圧縮斜面に比べて狭く、圧縮の場合よ

\*大阪府立大学工学部

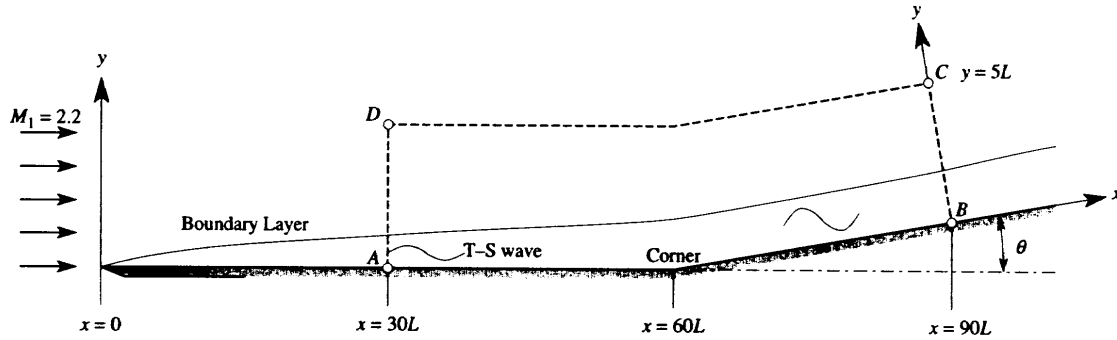


図1 計算領域

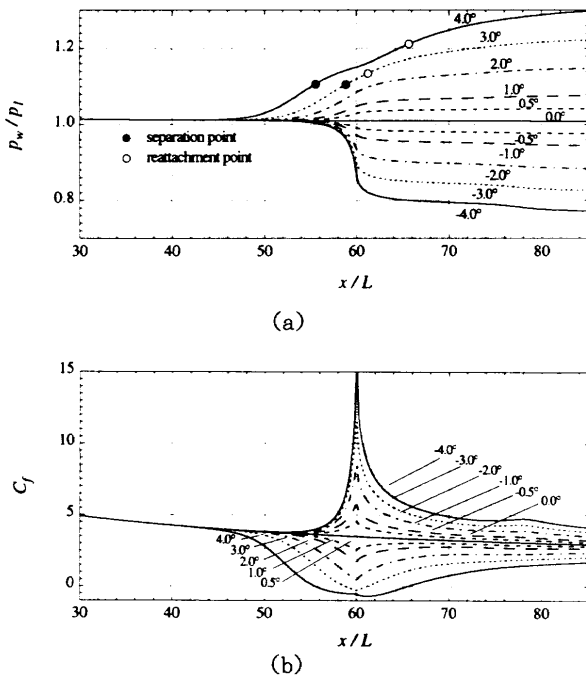


図2 斜面を過ぎる超音速境界層 ( $M_1=2.2$ ) の(a)壁面上の圧力 $p_w/p_1$ と(b)摩擦応力係数 $C_f$ 。斜面のコーナー位置:  $x/L=60$ , 図1参照。

りも急な変化となっている。

このような平均流場において、微小攪乱として、

$$[\bar{\rho}, \bar{u}, \bar{v}, \bar{p}, \bar{T}]'(x, y, t) = [\rho', u', v', p', T']'(y) \exp[i(\alpha x - \omega t)] \quad (1)$$

の形で与えられる空間増幅型の2次元攪乱を考え、その挙動を数値計算と局所平行流近似に基づく線形安定性解析<sup>1)</sup>により調べた。今回解析の対象とした攪乱は、上流境界においてほぼ最大増幅率となるものであり、その固有値は、数値計算における基準量 $L$ 、 $c_i$ で無次元化するとき上流境界において次の値をとる：

$$\omega = 1.2469, \quad \alpha = 0.93390 - i 1.8072 \times 10^{-2}$$

### 3. 圧縮・膨張の影響下でのT-S波動の挙動

圧縮過程がT-S波動に及ぼす影響については、文献

3, 4に詳しいので、ここでは主として膨張の影響について述べる。図3は、傾斜角 $\theta = -4.0^\circ$ の場合の変動の振幅、位相の $y$ 方向分布について数値解と安定性解析の結果を比較したものである。図3(a)は流れ方向の平均速度、(b)は変動の振幅、(c)は位相である。各変動の振幅は相対値が正しく表現されている。前述のように、膨張斜面の影響は上流側へあまり伝わらないので、コーナーの上流域では、平均速度、変動の振幅・位相分布は、平板境界層の場合とほぼ相似である。また、数値解と安定性解析の結果は、コーナー位置( $x/L=60$ )を除いて流れ場全体でよく一致している。

波数 $\alpha$ の流れ方向の変化について数値解と安定性解析の結果を図4に比較する。コーナー近傍の非平行流の影響が強い領域を除いて、両者はよく一致している。なお、コーナーの下流で大きな波打ちが見られるが、これについては後で述べる。

各 $x$ 位置での一般化変曲点における $\bar{\rho}(\partial \bar{u} / \partial y)$ の大きさと増幅率 $-\alpha_i$ の関係を図5に示す。圧縮の場合<sup>1)</sup>と同様、増幅率は一般化変曲点の $\bar{\rho}(\partial \bar{u} / \partial y)$ の増減に追従して変化するが、傾斜角が $-2.0^\circ$ を越えると、この一般化変曲点が消滅し、攪乱は減衰に転じる。なお、数値解はコーナー下流で一度増幅に転じ、安定解析の結果とのずれが大となる。この点について考える。

図6(a)に $\theta = -4.0^\circ$ の場合にコーナーから発生する膨張波の様子を、(b)はその時の圧力変動をそれぞれ等値線で示す。T-S波動の流下により膨張波に沿って伝わる新たな攪乱が現れている。この攪乱はT-S波動と周波数は同じであるが、マッハ波に沿って伝播するので位相速度(すなわち波数)は異なる。数値解ではこの影響を分離できないため、図4の波数の波打ちや図5の増幅率のずれがその結果現れると考えられる。

以上の結果をまとめると、流れの非平行性の影響が無視できない領域を除けば、局所的な平行流近似による線形安定性解析が微小攪乱の挙動を追跡する上で有効であり、また、その挙動は、各 $x$ 位置での境界層の局所的な不安定特性(変曲点不安定の影響)により支配されると

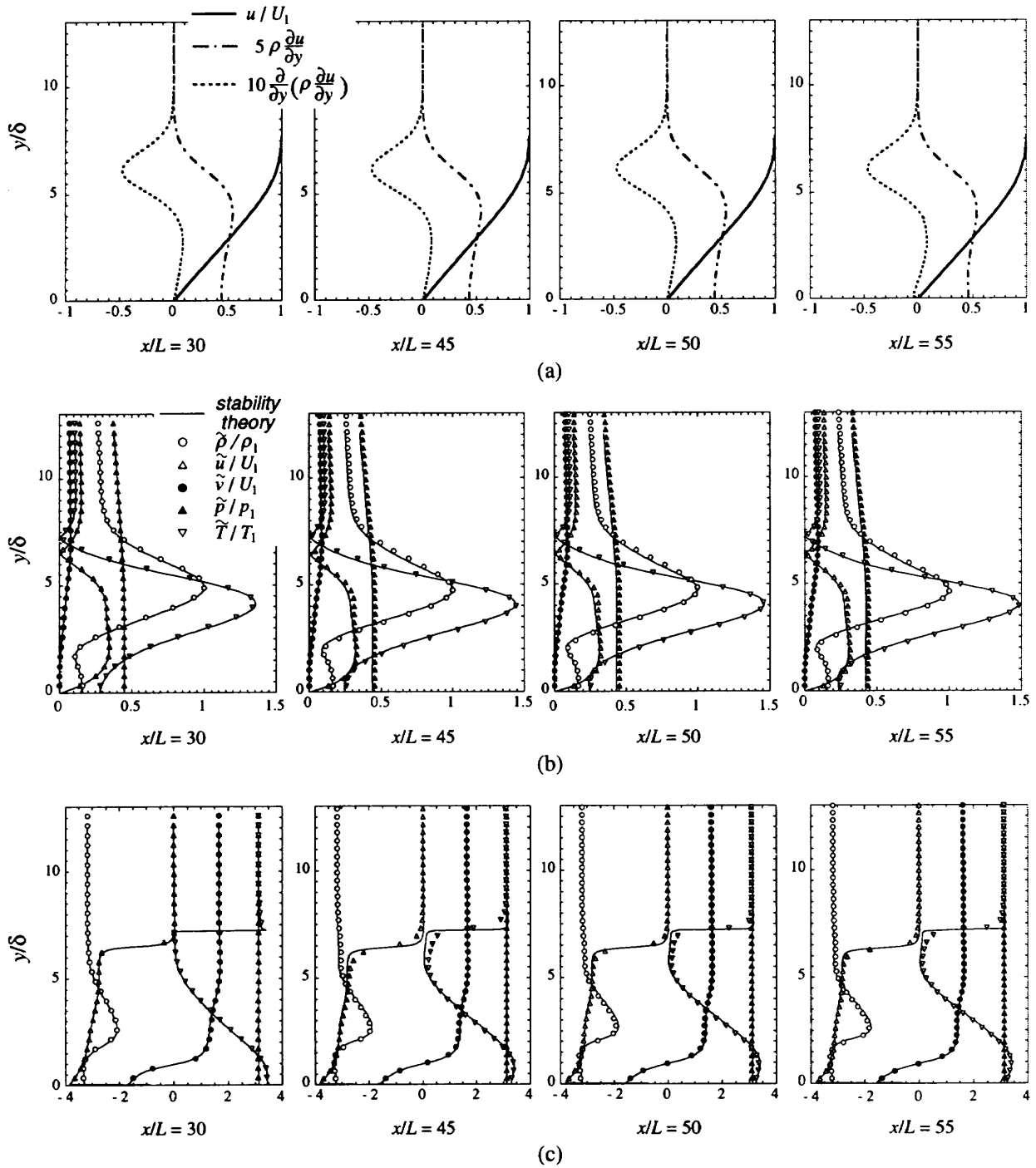


図3 膨張斜面周りのT-S波動に関する数値解と線形安定性解析との比較 ( $M_1=2.2$ ,  $\theta=-4.0^\circ$ ):  
 (a)平均流の速度, (b)T-S波動の振幅, (c)位相, の  $y$  方向分布。

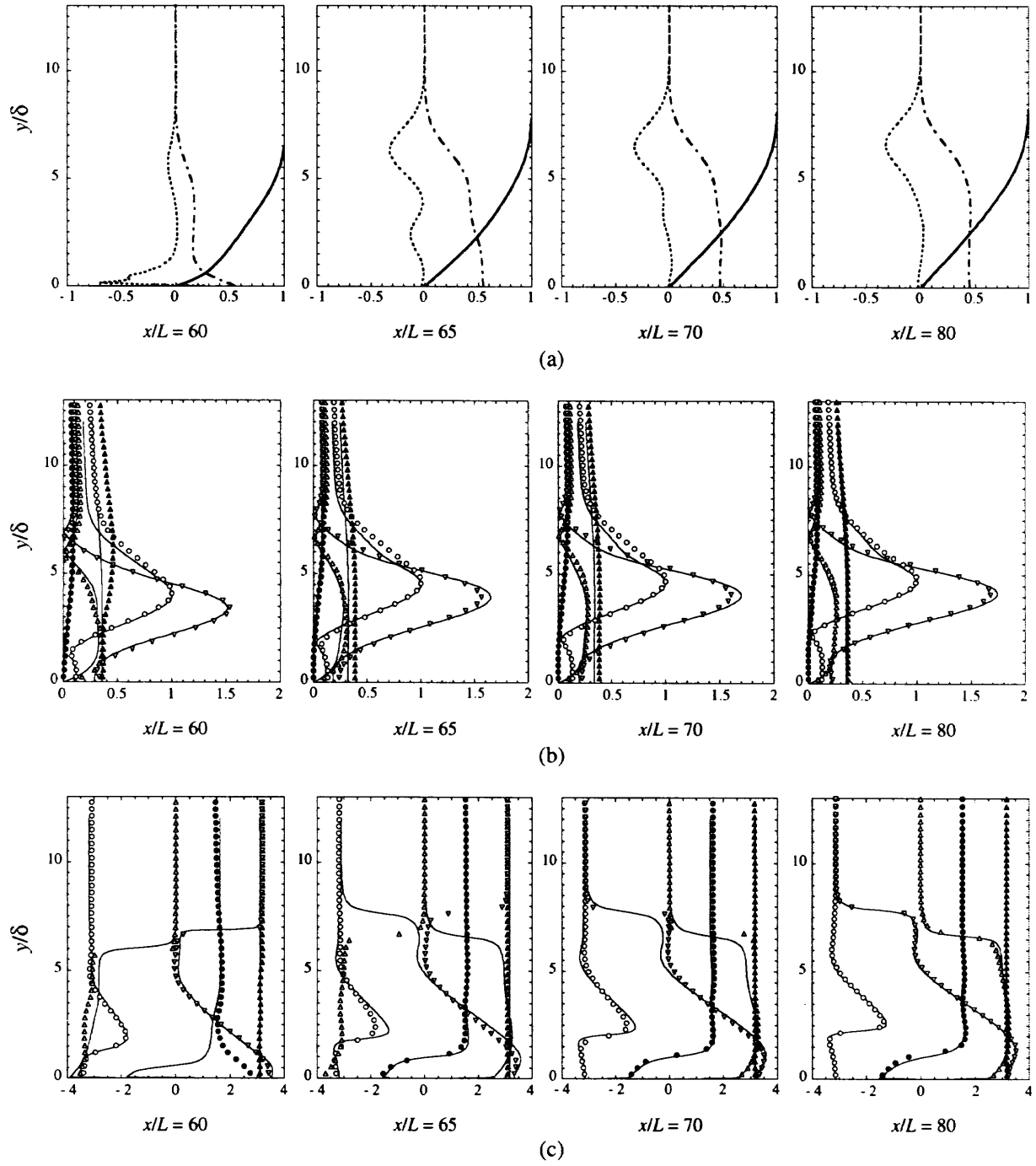


図3 (つづき)

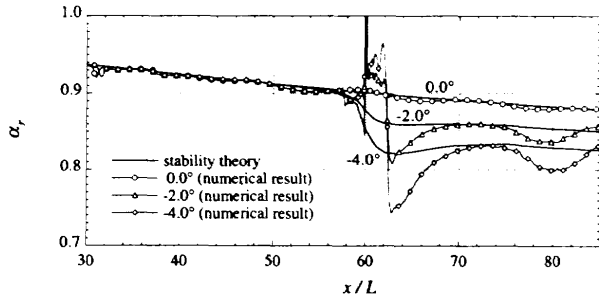


図4 膨張斜面周りのT-S波動に関する数値解と線形安定性解析との比較：波数 $\alpha_r$ ， $M_1=2.2$ 。

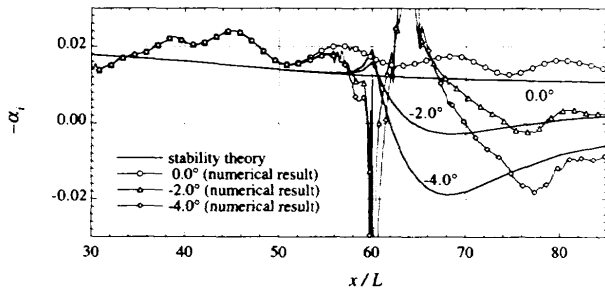


図5 膨張斜面周りのT-S波動に関する数値解と線形安定性解析との比較：増幅率 $\alpha_i$ ， $M_1=2.2$ 。

結論される。

#### 4. 非粘性攪乱に対する安定解析

T-S波動の増幅率は、境界層分布の一般化変曲点における $\rho(\partial\bar{u}/\partial y)$ の値に追従して増減する。このことは、変曲点不安定が攪乱の挙動を支配することを示す証拠である。変曲点不安定は非粘性であるので、非粘性攪乱に対する線形安定性解析を行い、その点を考察する。

図7は、T-S波動と同じ角周波数を持つ非粘性攪乱に関し、(a)波数 $\alpha_r$ と(b)増幅率 $-\alpha_i$ の流れ方向変化を粘性安定性解析の結果と比較したものである。両者の波数 $\alpha_r$ は驚くほどよく一致している。一方、増幅率 $-\alpha_i$ について見ると、変化の傾向はよく合っているが、その値は、膨張斜面( $\theta=-4.0^\circ$ )の $x/L=70$ 近傍を除くと、非粘性攪乱の方が粘性攪乱より大である。一般に、粘性の影響は壁面近傍に限定され、変曲点不安定に対し境界層を安定化させる方向に働くことを考慮すると、 $M_1=2.2$ の超音速境界層におけるT-S波動の挙動は、本質的には非粘性の変曲点不安定に由来するといえる。また、粘性攪乱の方が増幅率が大きい部分は、図5より一般化変曲点が消滅し、この意味では、前節で述べたように境界層は安定化される領域であり、粘性型不安定の他に不安定要因はないと考えられる（なお、今の場合、粘性を考慮しても安定である）。

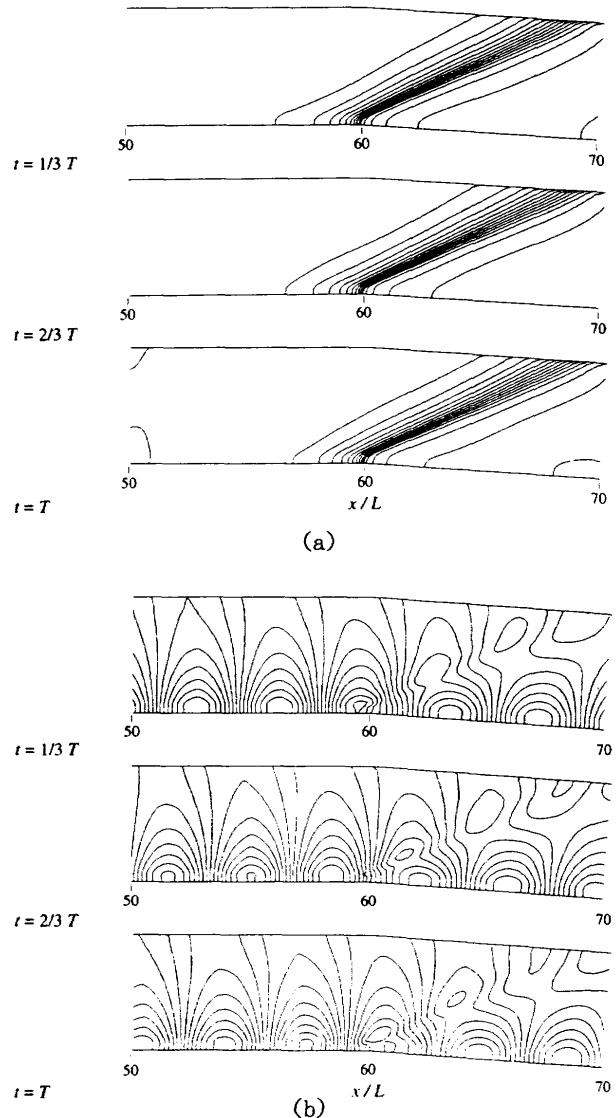


図6 膨張斜面を過ぎる流れ場：(a)コーナーで生じる膨張波、(b)圧力変動( $\bar{p}$ )の等値線図。

#### 5. まとめ

主流マッハ数 $M_1=2.2$ の圧縮・膨張斜面周りの境界層におけるT-S波動の挙動をTVD法に基づく数値解で調べ、さらに、粘性・非粘性攪乱に対する局所平行流近似の線形安定性解析を行い、結果を比較した。重要な結論として、このような低マッハ数領域においても、T-S波動は、一般化変曲点に由来する変曲点不安定に支配されること、圧縮・膨張過程はこの変曲点不安定に直接影響を及ぼし、圧縮の場合は境界層の不安定化に、膨張の場合は安定化の方向に働くことを明らかにした。これらの知識は、超音速境界層の不安定性や層流制御を考える上で重要である。



引用文献

- 1) L. M. Mack : Computation of the stability of the laminar compressible boundary layer. Methods in Computational Physics, Vol. 4, Academic Press (1965) 247-299.
- 2) L. M. Mack : Linear stability theory and the problem of supersonic boundary-layer transition. AIAA J. 13 (1975) 278-289.
- 3) 坂上昇史, 西岡通男 : 圧縮斜面周りの超音速境界層における T-S 波動の挙動 ながれ, 15 (1996) 124-132.
- 4) 坂上昇史, 西岡通男 : 超音速境界層における T-S 波動の挙動と変曲点不安定 NAL-SP (to be submitted).

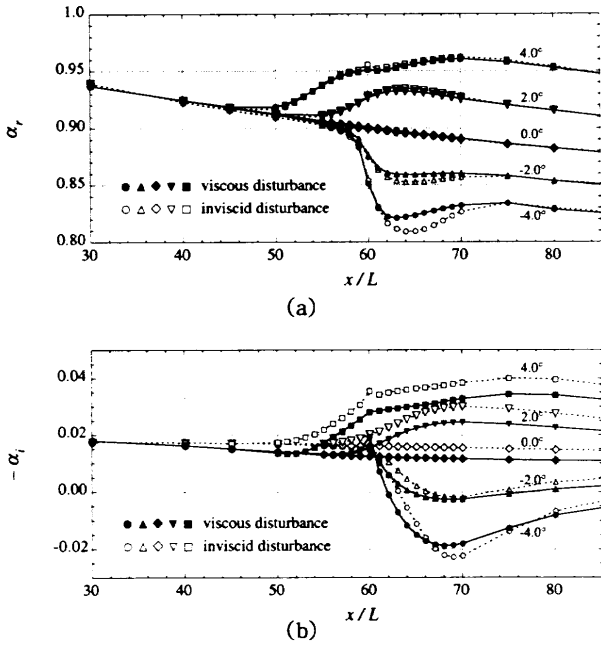


図7 粘性・非粘性攪乱に対する安定性解析：  
 (a) 波数  $\alpha_r$ , (b) 空間増幅率  $-\alpha_i$ 。

## No. 16

## 縦渦の変曲点不安定性と超音速混合促進への応用

西岡 通 男\*, 松岡 光 大\*, 比江島 俊 彦\*

Inflectional Instability of Streamwise Vortex  
and Its Application to Supersonic Mixing Enhancement

Michio NISHIOKA, Mitsuhiro MATSUOKA and Toshihiko HIEJIMA

The motivation of the present study is to contribute to the development of scramjet engines through the research of finding such vortical flow structures that are not much affected by compressibility effects and can thus work to enhance the supersonic mixing, an important technical prerequisite for the engine. A candidate we propose here is a certain type of streamwise vortex characterized by an annular and axisymmetric distribution of vorticity. This is because it may undergo 'inflectional instability' like in low-speed mixing layers. We have made the inviscid linear stability analysis and direct numerical simulations to clarify the 'inflectional instability'. The results demonstrates its powerful potential as a means of supersonic mixing enhancement, showing the development of complex flow driven by rapidly growing and interacting discrete vortices of various scales.

**Key Words :** turbulence control, supersonic mixing enhancement, streamwise vortex, instability of streamwise vortex, scramjet engine

## 1. まえがき

スクラムジェットエンジンの技術課題として注目を集めている超音速乱流混合の問題<sup>1)</sup>は、乱流制御の課題として興味深く、筆者等は一連の基礎研究を進めている。混合における乱流の役割は、大規模渦の連行作用がその一つであり、もう一つは大規模渦が崩壊して生じる無数の小規模渦の作用、すなわち異種流体の接触面積を一気に増大させる働きである。ところが、このような大規模渦は超音速域では圧縮性の影響により生成が強く抑制されるため、混合に寄与する渦運動を人為的に励起し超音速混合を促進させる技術が求められている。

筆者等は、圧縮性の影響が緩和される渦構造として流れ方向の渦軸をもつ縦渦を提案し、主流マッハ数 2.4, 2.5, 4.0 の実験を行い、種々の寸法、循環値をもつ縦渦や縦渦列（同方向回転あるいは交互逆回転のスパン方向の渦列）が超音速流中で容易に生成できることを示し、縦渦による超音速混合の促進手法を詳しく調べてきた<sup>2-5)</sup>。

特に縦渦列を対象として構造的に不安定な縦渦を数値

計算で探索し、中心軸から一定距離の環状領域内だけに渦度を有し他では零の軸対称分布（'中空'）をもつ縦渦を採用したところ、縦渦列（渦軸方向に事柄が同じ 2 次元流れ）が激しく不安定化し、縦渦要素も小スケール渦に崩壊して混合に有利な流れが得られた<sup>6)</sup>。この結果は渦列の不安定化が縦渦単体の不安定性に由来することを示唆している。

このような '中空' の渦度場を扱った例として、カルマン渦列や混合層の横渦の安定性を理論的に調べた研究がある<sup>7)</sup>。しかし超音速混合促進などの乱流制御の立場から見ると、横渦ではなく、軸流速度をもつ縦渦としての特性の方が興味深く、その場合、渦度分布、軸流速分布、エントロピ分布（バロクリニック性）、圧縮性、さらに壁の存在など、種々の因子の影響が重要であるが、これらは勿論のこと、非圧縮流についても、攪乱の構造や非線形発達の様子は従来からよくわかっていない。混合促進などへの応用を目的とした研究も筆者等の他にはないようである。

そこで本論文では、'中空' 渦度場をもつ縦渦単体の不安定性をまず線形安定性理論で解析し、次に攪乱の非線形発達を数値計算で追跡し、混合促進に役立つ流れ場が生まれるか調べた。線形安定性解析では非圧縮かつ非

\* 大阪府立大学工学部

粘性を仮定し、数値シミュレーションでは圧縮性粘性流れを扱い、縦渦がマッハ数2.43の超音速流中にあるとした。

2. 縦渦の変曲点不安定

中空縦渦列を扱った文献6では縦渦のスケールや循環値を主流マッハ数2.43の実験<sup>5)</sup>で観察された縦渦(中実)の値に合わせているので、ここでもそれを踏襲する。そこで、本稿の線形安定性計算と数値シミュレーションでは基準長さに縦渦列導入モデルのコード長(85mm)を、また速度および密度の基準値に主流音速(約230 m/s)と主流密度を用い、流れの諸量と方程式を無次元化した。平面極座標( $r, \theta$ )で表すと、ここで扱う‘中空’縦渦は図1に示す軸対称の渦度( $\Omega$ )分布と周速度( $U_\theta$ 分布をもつ。この基本流に時間増幅型の  $\exp[i(m\theta - \sigma t)]$  の形をもつ微小振幅の攪乱を重畳し、非圧縮のオイラー方程式に代入して、線形化すると、変数  $\phi(r) = ru_r$  ( $u_r$  は  $r$  方向攪乱速度: 複素数) について次の形の攪乱方程式を得る。

$$r^2 \phi'' + r\phi' - F\phi = 0$$

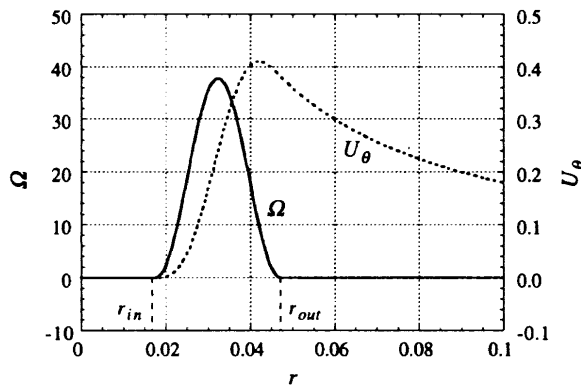


Fig.1 Distributions of  $\Omega$  and  $U_\theta$

ここで、

$$F = \frac{r^2 \Omega'}{U_\theta - (\sigma/m)r} + m^2$$

ただし、 $\theta$  方向の波数  $m$  は物理的な要請から整数である。また、 $\sigma = \sigma_r + i\sigma_i$  で、 $\sigma_r$  は角周波数、 $\sigma_i$  は時間増幅率である。 $\phi$  に対する境界条件は、

$$\phi(0) = 0$$

$$\frac{\phi}{r} \rightarrow 0 (r \rightarrow \infty)$$

である。

この固有値問題については、いくつかの一般的な判定条件が導かれている<sup>7)</sup>。

- (1)  $m=1$  の場合、 $\sigma_i = 0$  の中立解をもつ。
- (2)  $m=0$  の場合、不安定のための必要条件は、 $\sigma_r = 0$ 、かつ  $U_\theta \Omega < 0$  を満たす領域が存在することである: 遠心力不安定。
- (3) 一般に ( $m \neq 0$ )、不安定のための必要条件は  $\Omega' = 0$  を満たす点が存在することである。これは、平行流の変曲点不安定に関する Rayleigh の判定条件に対応する。

固有値  $\sigma_r(m)$  と  $\sigma_i(m)$  を図2に示す。 $m$  整数の解を滑らかに結ぶため、整数でない場合の解も求めた。実線で結んだ解は文献6の数値計算の条件に対応する。この場合、最大増幅は  $m=3$  と  $m=4$  で見られ、増幅率  $\sigma_i$  はそれぞれ、3.153, 3.154 である。これは極めて大きい値であり、実時間に換算すると、1 ms (無次元時間2.71) の間に攪乱の増幅は5000倍を越す。攪乱が1周に要する時間は  $m=3, 4$  の場合、それぞれ約0.38ms (同1.04), 0.36ms (同0.97)、また、最大周速度をもつ流体粒子が1周に要する時間は約0.24ms (同0.65) であるから、攪乱や流体粒子が3~4周の距離を移動する間に5000倍の増幅が生じることを意味し、確かに激しい増幅である。図2には、渦度の最大値および  $r_{out}$  を固定し、

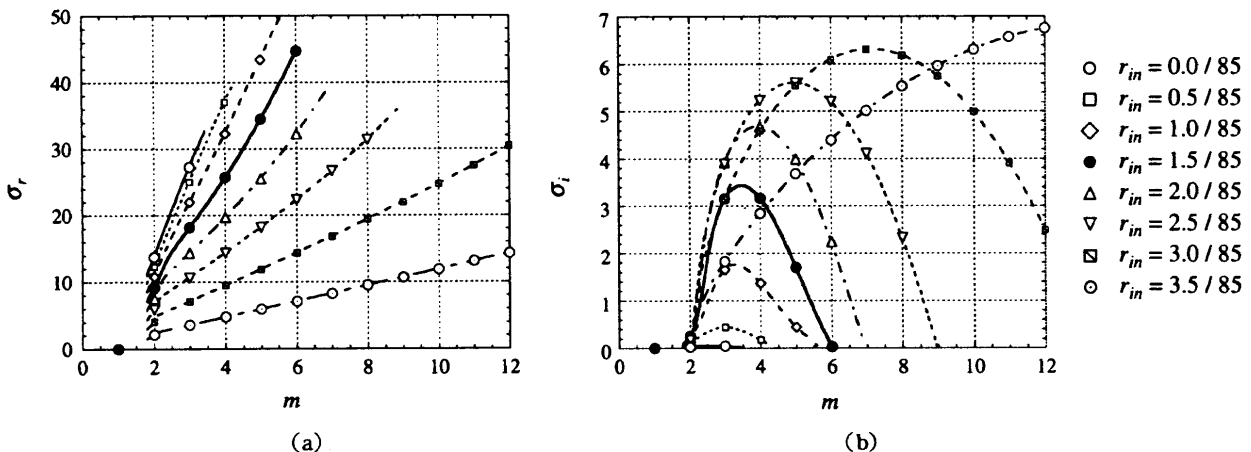


Fig.2 Eigenvalue vs.  $m$ : (a) angular frequency  $\sigma_r$ , (b) growth rate  $\sigma_i$ .

$r_{in}$  を種々に変えた場合の結果も示しているが、 $r_{in}$  を  $r_{out}$  に近づけて渦度を有する環状領域を薄くするほど増幅率は大きく、また角速度  $\sigma_r/m$  は小さくなる。図2が示すように、成長する攪乱のスケールや増幅率は環状領域の寸法や渦度分布により幅広く制御できる。

### 3. 数値シミュレーション

圧縮性 N-S 方程式の対流項に5次精度の MUSCL TVD 法<sup>8)</sup>、粘性項には2次精度の中心差分を適用し、積分は3次精度のルンゲ・クッタ法で陽的に行った。10 ×  $r_{out}$  を一辺とする正方形の計算領域を401 × 401 の等間隔格子に分割し、境界条件には対称（滑り壁）条件を用いた。最大周速度と環状領域の幅に基づくレイノルズ数は  $1.06 \times 10^4$  である。前述の  $m = 3, 4$  の攪乱や不規則攪乱を初期攪乱とした場合の計算結果を図3, 4に示しているが、孤立渦が激しく成長して合体・融合するなど、条件により混合に有利な流れ場がつけられる。微小振幅（1%）時の攪乱挙動は、増幅率が理論値より10%程度

低い点を除くと、安定性理論と一致する。確かに安定性理論の予測の通り、 $r_{in} = 0, 0.5/85$  における増幅率は緩やかで、しかも、 $r_{in} \geq 1.0/85$  の場合に見られる孤立渦への崩壊は生じない。一方、 $r_{in} = 1.5/85; 2.0/85; 2.5/85; 3.5/85$  の場合、それぞれ  $m = 3, 4; 3, 4, 5; 4, 5, 6; 5, 6, 7, 8$  の攪乱が競合しつつ成長し、スケールの一段小さい複数の孤立渦が生まれ、それらは干渉しあって短時間に流れ場を複雑にする。

周知のように、超音速混合層においては、非圧縮混合層におけるブラウン・ロシュコ渦（大規模横渦）は圧縮性の影響で抑制される。その理由の一つは次のように考えると明らかである。そのような横渦と一緒に移動する座標系から見ると必ず淀み点が存在する。この移流座標系から見た主流速度が超音速の場合（移流マッハ数が超音速）には、超音速の流れが淀み点に向かうことになるので必ず衝撃波が現れる。現実の流れは、このような状況を避けて（つまり、このような横渦の種となる攪乱の増幅率は低下し）、斜行波が成長し、斜め渦構造が生ま

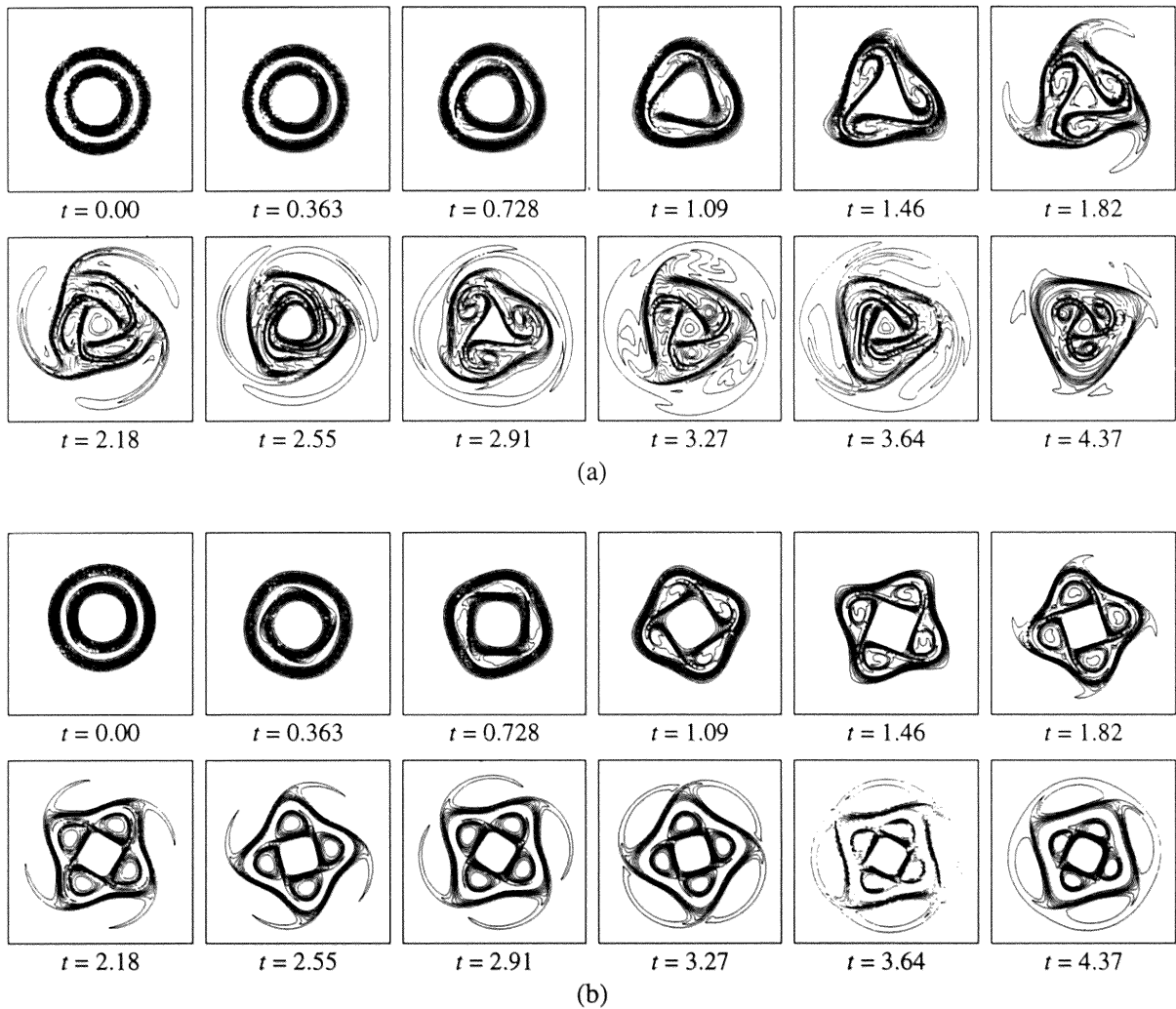


Fig.3 Nonlinear development of vorticity field initially disturbed by unstable mode :

(a)  $m = 3$ , (b)  $m = 4$ .

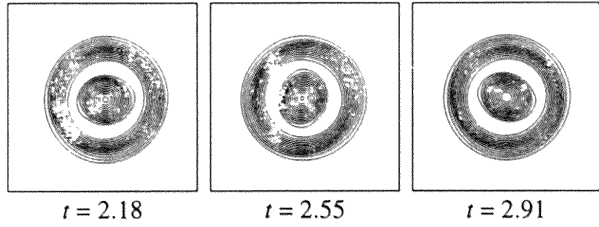
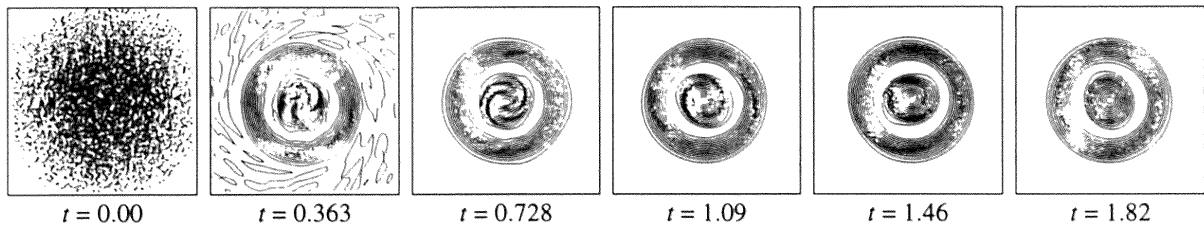
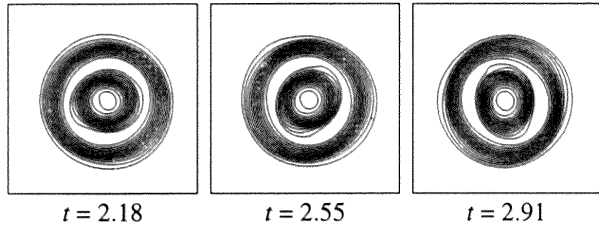
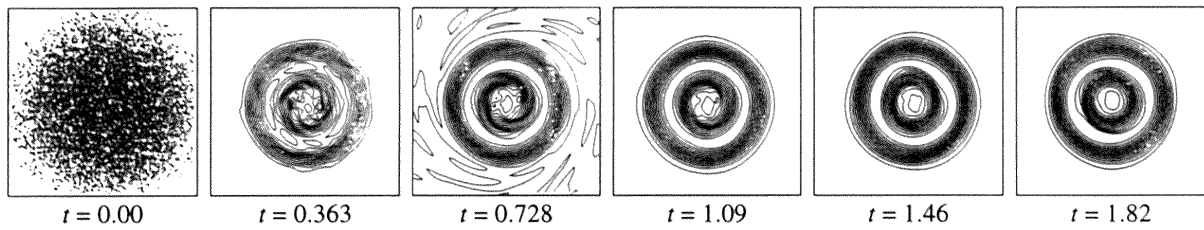
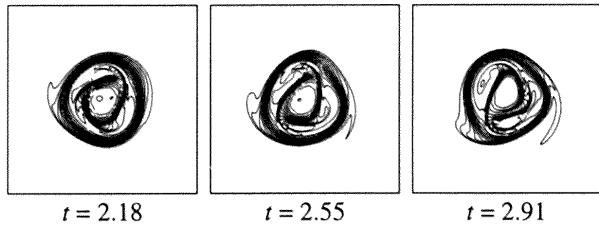
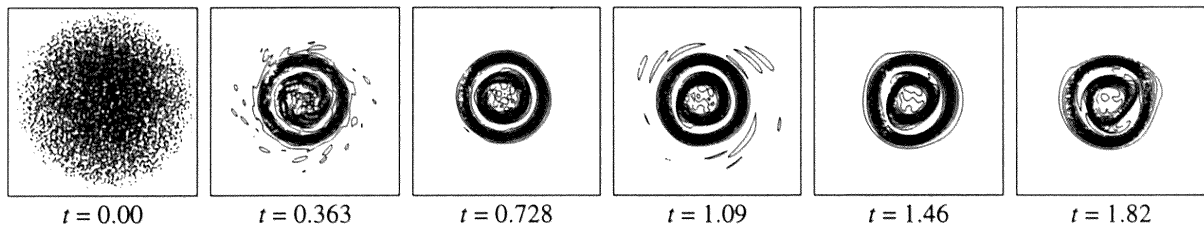
Fig. 4 (a)  $r_{in} = 0.0/85$ .Fig. 4 (b)  $r_{in} = 0.5/85$ .Fig. 4 (c)  $r_{in} = 1.0/85$ .

Fig. 4 Nonlinear development of vorticity field initially disturbed by random noise :  
 (a)  $r_{in} = 0.0/85$ , (b)  $r_{in} = 0.5/85$ , (c)  $r_{in} = 1.0/85$ , (d)  $r_{in} = 1.5/85$ , (e)  $r_{in} = 2.0/85$ ,  
 (f)  $r_{in} = 2.5/85$ , (g)  $r_{in} = 3.5/85$ .

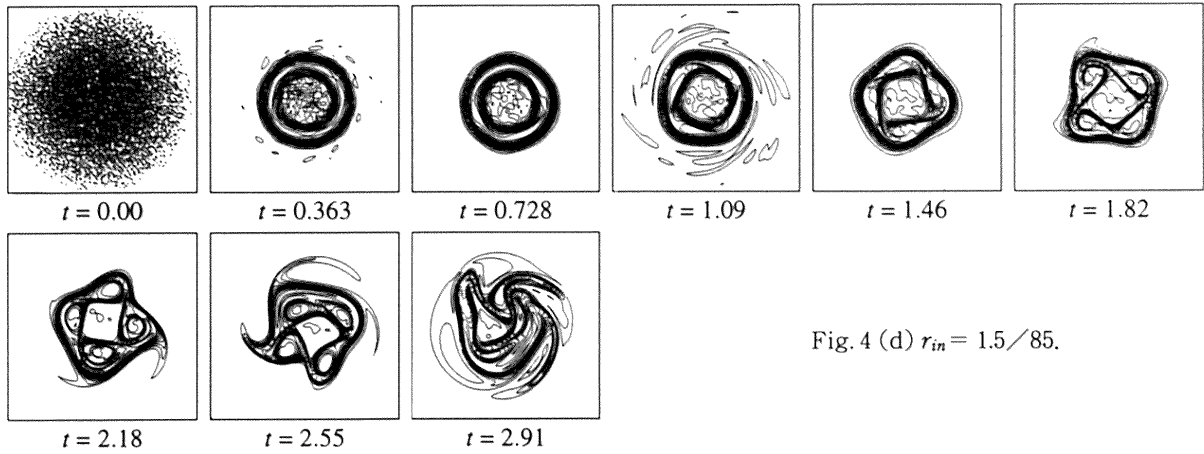


Fig. 4 (d)  $r_{in} = 1.5/85$ .

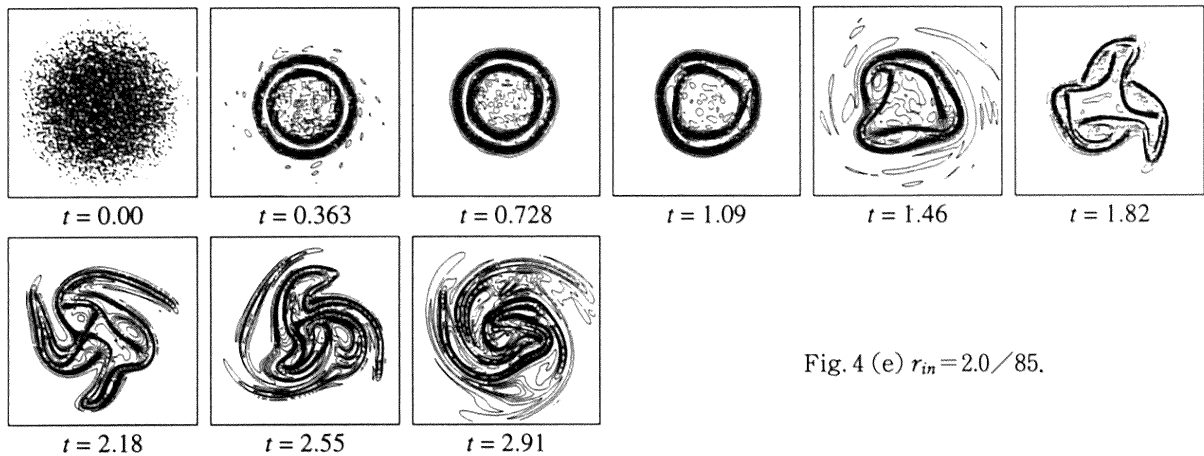


Fig. 4 (e)  $r_{in} = 2.0/85$ .

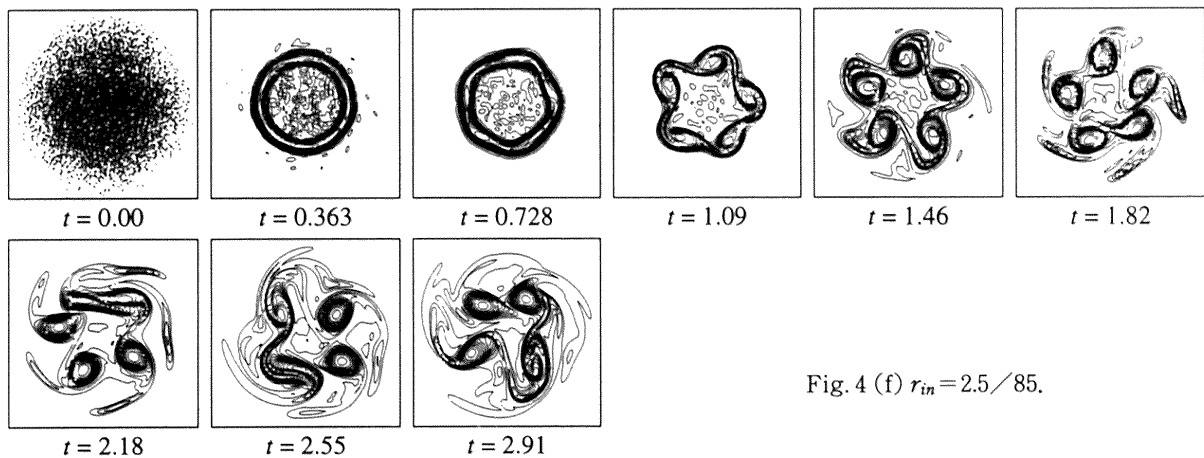


Fig. 4 (f)  $r_{in} = 2.5/85$ .

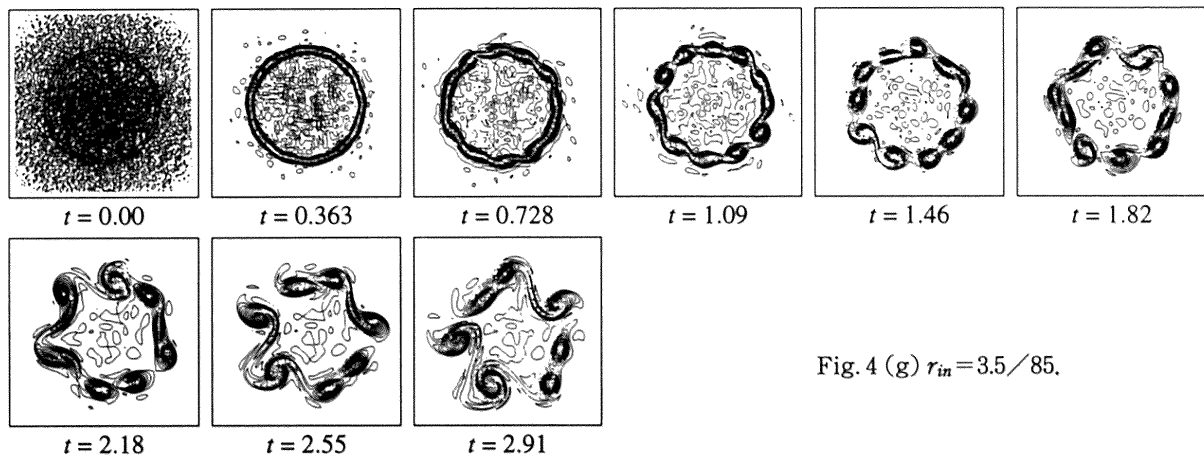


Fig. 4 (g)  $r_{in} = 3.5/85$ .

れる。これは、翼に後退角を持たせて、圧縮性の影響を回避するのと原則的に同じである。つまり斜行波も後退角翼も淀み点の発生を避ける意味では同一である。この意味では、縦渦は後退角  $90^\circ$  の翼（そんな翼はないが）と同じであって、圧縮性の影響を最も緩和できる渦構造と言えるだろう。超音速混合の促進制御への適用が大いに期待される。

#### 4. まとめ

本論文では、新しく、低速の噴流や混合層の場合と類似の変曲点不安定性が励起される構造的に不安定な縦渦構造を提案した。その特徴は、中心軸からある一定の距離にある環状領域だけに渦度が存在し、中心軸まわりの領域の渦度はゼロであり、いわば‘中空’である。この流れ場における攪乱の成長を線形安定性の解析（非粘性・非圧縮）と 2 次元圧縮性 N-S 方程式に基づく直接シミュレーションにより調べた。混合促進の観点から重要な結果をまとめる：

- (1) 孤立渦のスケールや強さは環状領域の寸法と渦度分布により幅広く制御できる。
- (2) 攪乱の増幅は本質的に時間増幅型であり、その増幅率は極めて大きく、環状領域の外径 4 mm、内径 1.5 mm、循環値  $2.24\text{m}^2/\text{s}$  の渦度分布をもつ場合、最大周速度の 1% 程度の速度変動をもつ初期攪乱を導入したときには、0.7ms 程度の時間に複数の孤立

渦が形成され、流れ場を複雑化する。孤立渦の形成時間は初期攪乱の振幅で制御できる。

- (3) ‘中空’縦渦の特徴は、最大増幅率のモードに近い波数をもつ複数の攪乱が競合しつつ成長し得る点であり、それらは干渉しあい、合体・融合を繰り返しつつ、混合に有利な複雑な流れ場の形成に寄与する。

本論文で提案した渦構造は、超音速混合の促進制御を含め、スワールを用いる混合制御など、広く乱流の混合・拡散分野の制御に応用できるであろうと思われる。本文で述べた種々の影響因子については、最大周速度が超音速の場合を含めて、今後さらに調べる予定である。

#### 引用文献

- 1) E. J. Cutmark, K. C. Schadow and K. H. Yu : Annu. Rev. Fluid Mech., 27 (1995) 375-417.
- 2) 西岡, 須波 : ながれ, 14 (1995) 377-389.
- 3) 西岡, 須波 : ながれ, 15 (1996) 35-44.
- 4) 西岡, 須波 : ながれ, 15 (1996) 45-54.
- 5) 須浪, 徳永, 西岡 : ながれ, 13 別冊 (1994) 56-59.
- 6) 辻本, 西岡 : ながれ, 14 別冊 (1995) 85-88.
- 7) Michalke, A. and Timme, A. : J. Fluid Mech., 29 (1967) 647-666.
- 8) 山本, 大宮司, 石坂 : 機論, 59-557, B (1993) 43-48.

## No.17

## 角柱列を過ぎる流れ

水島二郎\*, 武本幸生\*

## Flow Past a Row of Square Bars

Jiro MIZUSHIMA and Yukio TAKEMOTO

Faculty of Engineering, Doshisha University

The stability of the flow past a row of square bars, which is placed across a uniform flow, is investigated numerically. Two-dimensional and incompressible flow field is assumed. It is found that each jet which flows between the square bars is independent of each other when the pitch-to-diameter ratio of the row is large. However the confluence of several jets occurs when the pitch-to-diameter ratio is small. It is found that the confluence of couples or triplets of jets is a consequence of a pitchfork bifurcation and the critical Reynolds numbers for the pitchfork bifurcations are evaluated for each value of the pitch-to-diameter ratio. An experiment to visualize the flow field is also made and the confluence of jets is confirmed.

**Keywords :** stability, wake, a row of square bars, pitchfork bifurcation

## §1. はじめに

一様流中に置かれた角柱列や円柱列などの柱状物体列を過ぎる流れの性質は、柱状物体列の間隔により大きく異なる。 $\sigma$ を柱状物体の間隔 $P$ と直径 $d$ の比とすると、 $\sigma$ が大きい場合、柱状物体の間隔を通るジェットは互いに平行である。しかし $\sigma$ を小さくすると、平行なジェットに不安定性が生じ、ジェットの合流が起こる。 $\sigma$ が十分大きい場合の柱状物体列の後流は、Olssen<sup>1)</sup>によって理論的および実験的に調べられた。彼は後流の流れ場を物体の配置と同じ周期をもつ正弦関数によって表現し、その表現が物体から十分離れたところでは、実際の流れを十分精度よく近似していることを実験によって確かめた。

Matsui<sup>2)</sup>は円柱列を過ぎる流れのジェットが合流する現象、特に $\sigma$ 依存性とレイノルズ数依存性を詳しく調べた。彼は $Re=2000$ の場合、 $\sigma=3.0$ のとき平行なジェット、 $\sigma=2.2, 1.8, 1.6$ のとき、それぞれ2つ、3つ、4つのジェットの合流を観測し、また現象のレイノルズ数依存性も示した。ここでレイノルズ数 $Re$ は $Re \equiv Ud/\nu$ と定義し、 $U$ は円柱列の上流での流速、 $d$ は円柱の直径、 $\nu$ は流体の動粘性係数である。

ジェットが合流するメカニズムを明らかにする理論的

な試みは、Gotoh, Yamada and Mizushima<sup>3)</sup>によって行われた。彼らは流れ方向と直角に周期を持つ平行流を主流とし、楕円関数で表現された主流に関する線形安定性を調べ、攪乱の臨界モードは主流と同じ周期を持つことを示した。Yamada<sup>4)</sup>は弱非線形安定性理論を用いてGotoh, Yamada and Mizushimaの研究を拡張したが、攪乱の臨界モードは主流と同じ周期を持つという結果が得られ、ジェットが合流する現象を説明することはできなかった。このように周期を持つさまざまな平行流に関する安定性は調べられているが、ジェットが合流する現象を説明できる結果は得られていない。

本研究は、数値シミュレーションにより、ジェットの合流現象を理論的に明らかにすることを目的とする。非圧縮性2次元流れを仮定し、角柱列を過ぎる流れの、2つのジェットの合流および3つのジェットの合流を調べる。また、数値シミュレーションによる結果と比較するため、可視化実験を行った。

## §2. 数値シミュレーション

差分法を用いて角柱列および円柱列を過ぎる流れの数値シミュレーションを行い、柱状物体列間隙から出るジェットの合流現象を調べる。シミュレーションの結果を非線形安定性理論の手法で整理し、これらの合流現象がピッチフォーク分岐により生じることを示し、その臨界レイノルズ数を評価する。シミュレーションにおいて、

\*同志社大学工学部



座標系は一様流の方向を  $x$  軸, 柱状物体列の方向を  $y$  軸とし, 代表長さには角柱の辺長あるいは円柱の直径  $d$ , 代表速度には一様流速  $U$  を用いる。基礎方程式は 2 次元非圧縮性ナビエ・ストークス方程式と連続の式である。レイノルズ数  $Re$  は  $Re \equiv Ud/\nu$  のように定義する。ここでは,  $y$  方向に物体の位置と同じ周期を持つ定常流がピッチフォーク分岐によって, 物体の配置の 2 倍あるいは 3 倍の周期を持つ定常流に遷移すると仮定する。流れ場に周期性と対称性を仮定し, ナビエ・ストークス方程式と連続の式を適当な境界条件と初期条件の下で解くことにより, 安定な解だけでなく不安定な解についても, 周期が  $\sigma$ ,  $2\sigma$ ,  $3\sigma$  である流れ場の解を得ることができる。

計算には差分法を用いる。3つのジェットが合流する場合は非食い違い (non-staggered) 格子を用いた MAC 法, 2つのジェットが合流する場合は流れ関数  $\psi$  と渦度  $\omega$  を用いた  $\psi-\omega$  法を用いて数値シミュレーションを行う。計算領域は  $x$  方向,  $y$  方向に刻み幅  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  で離散化した。時間  $t$  は,  $\Delta t$  で離散化し, ステップ数を  $n$  によって示す。  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  および  $\Delta t$  の大きさは  $\Delta x = 0.03 \sim 0.1$ ,  $\Delta y = 0.02 \sim 0.1$ ,  $\Delta t = 0.001$  とした。格子点数は, 例えば  $\sigma = 2.0$  の場合は  $200 \times 40$  とした。

角柱列を過ぎる流れを数値シミュレーションにより調べた。初期条件は一様流, あるいは他のレイノルズ数での定常解を用いた。ここでは充分時間が経ったときに得られる定常解に注目する。  $\psi-\omega$  法による 2つのジェットの合流についての計算結果の一例として,  $\sigma = 2.0$  の角柱列を過ぎる流れの,  $Re = 25$  の流れ場を図 1 に示す。充分時間が経過すると, 流れ場は定常状態に達し,  $y$  方向に角柱の配置と同じ周期  $\sigma$  をもち, 角柱間の中心を通る  $x$  方向の軸について対称になる。また, 角柱後方の双子渦の長さはすべて等しい。

充分時間が経過した後の  $\sigma = 2.0$ ,  $Re = 35$  の流れ場を図 2 に示す。流れ場は対称性を失い, 角柱後方の双子渦の長さに違いがみられる。すなわち流れ場は,  $y$  方向に角柱の配置の 2 倍の周期  $2\sigma$  を持つ。

周期  $\sigma$  を持つ流れは, 常にあらゆるレイノルズ数で存在する。しかし, 臨界レイノルズ数以上では周期  $\sigma$  をもつ流れは安定性を失い,  $2\sigma$  の周期を持つ流れが現れる。流れ場に  $y$  方向の周期  $\sigma$  を仮定すると,  $Re = 35$  においても周期  $\sigma$  の定常解を得ることができる。

これらより  $Re = 25$  と  $Re = 35$  の間にピッチフォーク分岐の臨界点があるものと考えられる。分岐解の非対称性を示す代表振幅として,  $x = 1.5$ ,  $y = \sigma/2$  の  $y$  方向の速度  $v$  を採用しこれを  $v_1$  とする。  $Re$  に対する  $v_1$  の変化を図 3 に示す。この図から臨界レイノルズ数は  $Re_c = 31.1$  と決定することができる。また, MAC 法を用いて

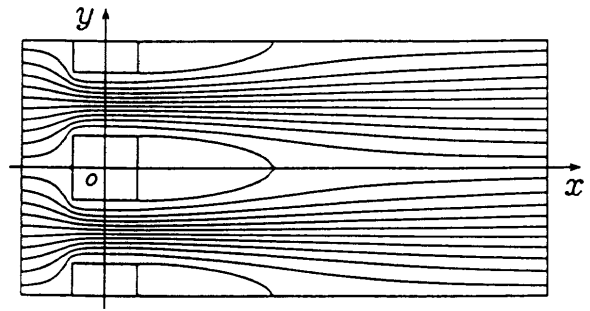


図 1 角柱列を過ぎる流れの流れ場。  $y$  方向に  $\sigma$  の周期性を持っている。  $Re = 25$ ,  $\sigma = 2.0$ 。

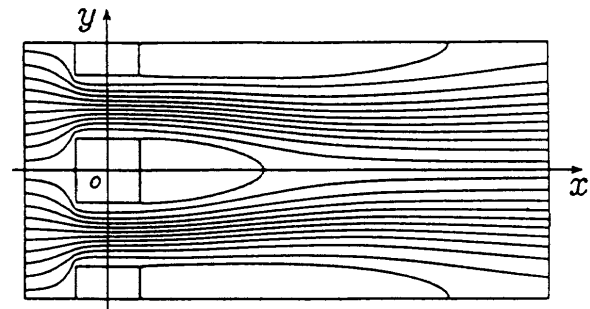


図 2 角柱列を過ぎる流れの流れ場。  $y$  方向に  $2\sigma$  の周期性を持っている。  $Re = 35$ ,  $\sigma = 2.0$ 。

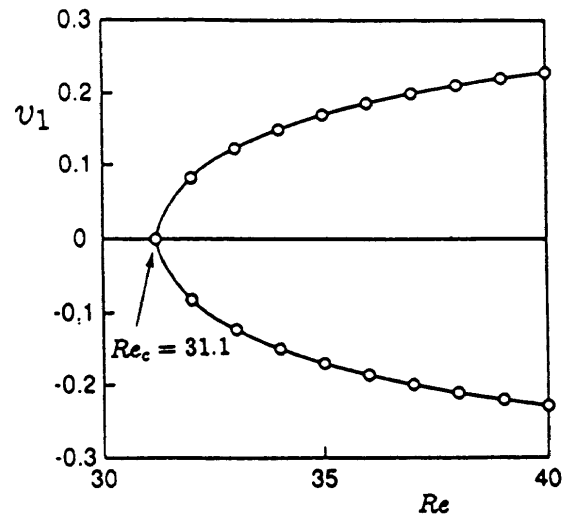


図 3 流速  $v_1$  のレイノルズ数依存性。  $y$  方向に  $\sigma$  の周期性をもっている流れは臨界レイノルズ数  $Re_c = 31.1$  で不安定となり,  $2\sigma$  の周期性をもつ流れに遷移する。  $\sigma = 2.0$ 。

同様のシミュレーションを行ったところ, 臨界レイノルズ数は  $Re_c = 31.2$  となり  $\psi-\omega$  法との相対誤差は約 0.3 パーセントとなり, 2つのジェットが合流する場合はどちらの方法を用いてもほぼ同じ結果が得られた。3つのジェットが合流する場合には  $\psi-\omega$  法を用いることができないので MAC 法のみを用いた。

2つのジェットの場と3つのジェットの場につい

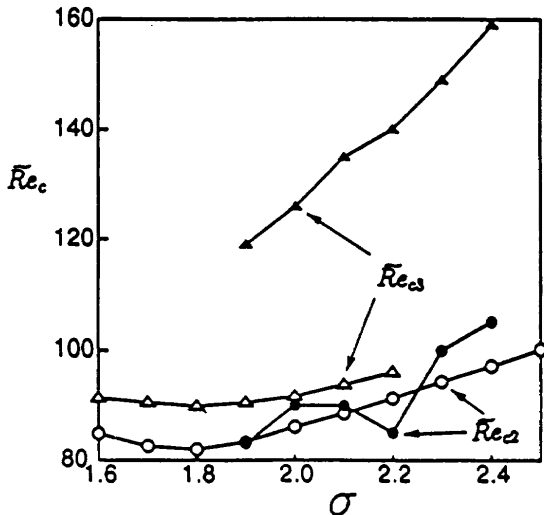


図4 臨界レイノルズ数 $\tilde{Re}_c$ の $\sigma$ 依存性。白丸および白三角は計算により求めた $\tilde{Re}_{c2}$ と $\tilde{Re}_{c3}$ を示す。黒丸および黒三角は実験より得られた $\tilde{Re}_{c2}$ と $\tilde{Re}_{c3}$ 。

て、同様の数値シミュレーションをさまざまな $\sigma$ について行い、それぞれの $\sigma$ の値に対する臨界レイノルズ数 $Re_c$ を決定した。角柱列の場合の $\sigma$ に対する臨界レイノルズ数 $Re_c$ の変化を図4に示す。図4において、臨界レイノルズ数 $Re_c$ は角柱間での最大流速 $u_{max}$ を用いて $Re_c \equiv u_{max} d / \nu$ のように定義している。白い丸印は2つのジェットの合流する臨界レイノルズ数 $Re_{c2}$ を示し、白い三角印は3つのジェットの合流する臨界レイノルズ数 $Re_{c3}$ を示す。これらから $Re_{c2}$ および $Re_{c3}$ は $\sigma$ とともに増加することがわかる。

### §3. 可視化実験

角柱列および円柱列を過ぎる流れの可視化実験を行い、現象のレイノルズ数依存性と $\sigma$ 依存性を調べた。本実験で使用するのは、断面が290×80mm、長さが600mmのテストセクションを持つ吸い込み型の風洞である。柱状物体には辺長 $d=5$ mmの角柱あるいは直径 $d=5$ mmの円柱を用いた。用いた物体の本数は最小19本から最大30本である。最大流速 $u_{max}$ の測定には熱線流速計を用い、照明にはレーザー光を用いる。

図4に実験による各 $\sigma$ の値に対する2つのジェットが合流する臨界レイノルズ数 $Re_{c2}$ を黒丸で、3つのジェットが合流する臨界レイノルズ数 $Re_{c3}$ を黒い三角で示す。図4から、 $\sigma$ とともに $Re_{c2}$ と $Re_{c3}$ が増加することや、レイノルズ数とともに流れ場の $y$ 方向の周期が増加することがわかる。また、2つのジェットが合流する臨界レイノルズ数 $Re_{c2}$ は数値シミュレーションによる結果と実験による結果はよく一致することがわかる。3つのジェットが合流する臨界レイノルズ数 $Re_{c3}$ は数値シミュレ

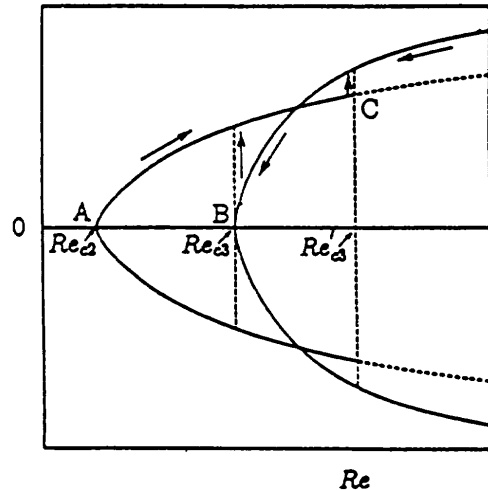


図5 分岐ダイアグラム。実線は安定な平衡解、波線は不安定な平衡解を表す。

ーションによる結果と実験による結果には違いが見られることがわかる。数値シミュレーションによる結果 $Re_{c3}$ は $\sigma$ の周期を持つ流れが $3\sigma$ の周期を持つ流れに遷移する臨界レイノルズ数を表しているのに対し、実験による結果 $Re_{c3}$ は $2\sigma$ の周期を持つ流れが $3\sigma$ の周期を持つ流れに遷移する臨界レイノルズ数を表している。数値シミュレーションによる結果と実験による結果の違いについて図5を用いて説明する。図5において実線は安定な解を表し、破線は不安定な解を表す。レイノルズ数を十分小さな値から増加させていくと、 $Re_{c2}$ において2つのジェットの合流が起こる。さらにレイノルズ数を増加させると $Re_{c3}$ 以上においても2つのジェットの合流が観察され、 $Re'_{c3}$ において $2\sigma$ の周期を持つ流れは不安定となり、 $3\sigma$ の周期を持つ流れに遷移する。 $Re'_{c3}$ は実験において $2\sigma$ の周期を持つ流れが $3\sigma$ の周期を持つ流れに遷移する臨界レイノルズ数であると考えられる。これに対してレイノルズ数を十分大きな値から減少させていくと、 $Re_{c3}$ に達するまで $3\sigma$ の周期を持つ流れが観測される。レイノルズ数を $Re_{c3}$ よりも小さくすると、 $3\sigma$ の周期を持つ流れが $2\sigma$ の周期を持つ流れに遷移する。

### 参考文献

- (1) R. G. Olssen : ZAMM 16 (1936) 257 .
- (2) T. Matsui : 1975 Joint JSME-ASME Applied Mechanics Western Conference, Honolulu, Hawaii, 1975 (JSME, Tokyo, 1975) p.415.
- (3) K. Gotoh, M. Yamada and J. Mizushima : J. Fluid Mech. 127 (1983) 45.
- (4) M. Yamada : J. Phys. Soc. Japan 55 (1986) 3073.



No. 18

## 箱の中の熱対流 — 遷移過程

足立高弘\*, 水島二郎\*

## Sequential Transitions of the Thermal Convection in a Square Cavity

T. ADACHI and J. MIZUSHIMA

Faculty of Engineering, Doshisha University

Sequential transitions of the thermal convection in a square cavity heated from below are investigated up to the time periodic state by numerical simulations. The flow field is assumed to be two-dimensional and all the boundaries are assumed to be rigid and perfectly thermal conducting as a mathematical model. The Prandtl number is fixed as  $P=7$ . The dynamical properties of the solutions obtained by the numerical simulation are explained quite well from the bifurcation diagram obtained by the stability analysis.

**Keywords :** Bénard convection, stability, transition pitchfork bifurcation, Hopf bifurcation, hysteresis.

## 1. はじめに

水平に置かれた矩形容器に満たされた流体の下面を熱することにより上下面に温度差を与えると、ある臨界値でピッチフォーク分岐が生じベナール対流が発生することはよく知られている。さらに温度差を大きくしていくと、何度かのピッチフォーク分岐を経てホップ分岐が生じるか、あるいは直接にホップ分岐が生じることが予想される。それに伴い、流れは定常流から振動流に遷移する。

静止状態からのベナール対流の発生は線形安定性理論を用いて研究されてきた。すなわち、温度差に比例するパラメータであるレイリー数  $Ra$  が小さいとき静止状態にあった流体は、臨界点で不安定になり新たな安定な解として対流が発生する。このとき臨界点ではピッチフォーク分岐が生じる。三次元の直方容器内に発生する熱対流は、Davis<sup>1)</sup>によって調べられ、容器の長い辺に垂直なロールを持つモードが臨界レイリー数を与えることを示した。数学的な取り組み安さから二次元性を仮定した研究も多く行われているが<sup>2,3,4)</sup>、二次元性の仮定は無限に長い直方体の長さ方向に平行な軸を持つロールを考えることに相当しており、臨界値を与えるモードはDavisの結果に反している。したがって、二次元性の仮定は数学的なモデルと考えられる。

静止状態が不安定となり、ピッチフォーク分岐が生じた結果発生した対流は安定であるが、 $Ra$ をさらに増加させると不安定になる。側壁の境界条件が完全熱伝導の場合、その臨界レイリー数は二次元性の仮定の下で  $Ra=37046$  であり、再びピッチフォーク分岐が生ずることが Adachiと Mizushima<sup>5)</sup>により調べられている。

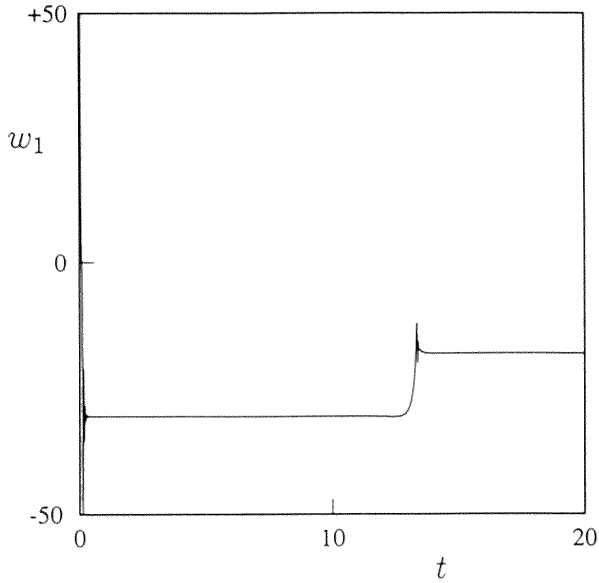
本研究では、正方容器に発生するレイリー・ベナール対流の遷移過程を、二次元性を仮定し、数値シミュレーションと安定性理論の二通りの手法を用いて詳しく調べる。特に、 $Ra$ を増加させたときの定常流から振動流への遷移および流れ場のモード間の遷移に着目する。

## 2. 数値シミュレーション

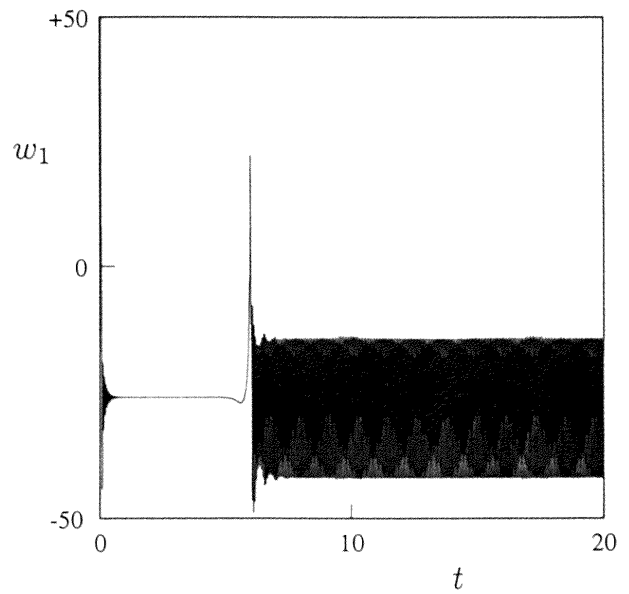
数値シミュレーションを行うことにより、正方容器に発生する熱対流の時間発展の振る舞いを調べる。座標系は容器の中心を通り水平方向に  $x$  軸、それと直角を  $z$  軸とする。チェビシェフ多項式を用いた級数展開とコロケーション法とを用いて展開係数に対する行列形式の常微分方程式を導き、ルンゲクッターギル法を用いて適当な初期条件の下で、 $Ra=40000$ 、 $48000$  の場合について計算を行う。ここで、レイリー数  $Ra$  とプラントル数  $P$  は  $Ra = \gamma g \delta T d^3 / \nu \kappa$ 、 $P = \nu / \kappa$  と定義し、 $\kappa$  は流体の熱拡散係数、 $\nu$  は動粘性係数、 $\gamma$  は熱膨張係数、 $g$  は重力加速度である。プラントル数は  $P=7$  (水) とする。

図1に、数値シミュレーションの結果得られる時間変

\* 同志社大学工学部



(a) :  $Ra=40000$



(b) :  $Ra=48000$

図1 速度 $w_1$ の時間発展.

化の様子を示す。代表振幅としては  $(x, z) = (1/4, 0)$  における  $z$  方向の速度  $w_1$  を用いる。図1(a)は  $Ra=40000$  の場合であり、 $w_1$  は一度  $w_1 = -30.6$  に収束した後振動が起こり新たな別の値  $w_1 = -18.2$  に収束している。これは、不安定な定常解から安定な定常解への遷移と考えられる。このとき、流れ場は容器の中心に渦を持つモードから  $x$  方向に二つの並んだ渦を持つモードへと遷移する。図1(b)は  $Ra=48000$  の場合であり、ここでも  $w_1$  は一度不安定な定常解  $w_1 = -26.0$  に収束する。そのときの流れ場は容器の中心に一つの渦を持つ。図1(b)では、 $w_1$  はその後定常値には収束せず、 $-42.0 < w_1 < -14.4$  の範囲で周期的に変動する振動解が現れた。次節では、このような解の振る舞いを安定性理論を用いて説明する。

### 3. 非線形平衡解と安定性

静止状態における線形安定性を調べ、その後に発生する熱対流の非線形平衡解を求め、その安定性を調べる。ここでも、チェビシェフ多項式を用いた級数展開とコロケーション法を用いた展開係数の代数方程式を導き、ニュートン法および固有値問題を解くことにより計算を進める。図2に  $0 < Ra < 70000$  における非線形平衡解の分岐ダイアグラムを示す。縦軸は代表振幅  $w_1$ 、横軸はレイリー数  $Ra$  である。実線は安定な平衡解、点線は不安定な平衡解を表す。ここでは、先の数値シミュレーションの結果をふまえ、渦が一つのモードと渦が二つのモードに着目する。渦が一つのモードの場合には、系に  $Z_2$  対称性が存在する<sup>5)</sup>。振幅  $w_1$  の分布は、系が  $Z_2$  対称性を持つ場合には  $Ra$  軸に対して対称であり、 $Z_2$  対称性を持たな

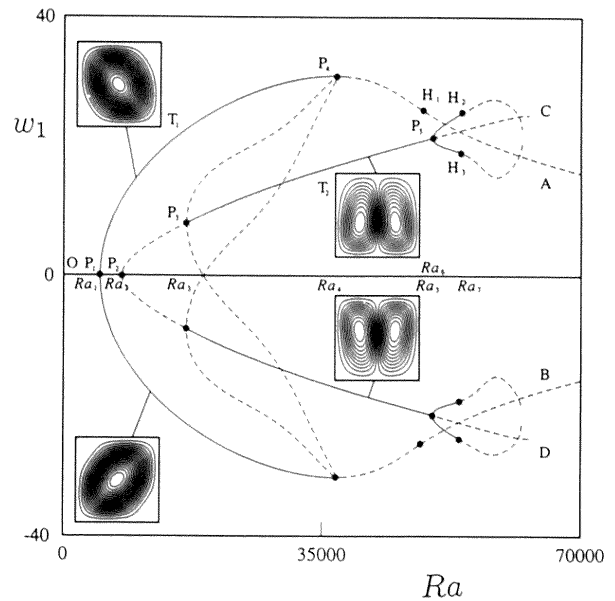


図2 振幅  $w_1$  の分岐ダイアグラム. 臨界レイリー数はそれぞれ、 $Ra_1=5011.7$ ,  $Ra_2=7972.4$ ,  $Ra_3=16624$ ,  $Ra_4=37046$ ,  $Ra_5=49603$ ,  $Ra_6=54048$ ,  $Ra_7=54223$ .

い場合でも、ほぼ対称である。図中の P, H はそれぞれピッチフォーク分岐、ホップ分岐が生じる点を示し、その臨界値を  $Ra_i$  ( $i = 1 \dots 7$ ) で示す。

この分岐図で  $Ra_3$  と  $Ra_4$  の間のレイリー数に対しては実線で示される安定なブランチが4本存在するが、その中でどの状態が実現されるかは初期条件に依存する。また、 $Ra$  を十分に小さい値から増加させるとき、十分大きい値から減少させるときとは同じ  $Ra$  に対してとる状態が異なるヒステリシス現象が現れる。すなわち、

$Ra$  を  $Ra_3$  よりも小さい値から増加させる場合には第一ブランチ  $P_1-A$  (or  $P_1-B$ ) 上の解が実現されるが、 $Ra_4$  でこの解は不安定になり  $P_2-C$  (or  $P_2-D$ ) 上の平衡解に遷移する。このとき、流れ場は渦一つのモードから渦二つのモードへ遷移する。逆に、 $Ra$  を  $Ra_4$  より大きな値から減少させるときには第二ブランチ  $P_2-C$  (or  $P_2-D$ ) 上の解が実現されるが、 $Ra_3$  でこの解は不安定となり  $P_1-A$  (or  $P_1-B$ ) 上の平衡解に遷移し、その流れ場は渦二つのモードから渦一つのモードへ遷移する。

#### 4. まとめ

本研究では、数値シミュレーションと分岐理論の二つの手法を併用し、数値シミュレーションから得られた特異な解の挙動を分岐理論の立場から説明することを試みた。すなわち、図 1 (a) の  $Ra=40000$  は、図 2 の  $Ra_4$  と  $Ra_5$  の間の値であり、ここでは不安定な第一のブランチと安定な第二のブランチが存在する。解は、はじめ第一のブランチ ( $P_1-B$ ) 上の平衡解に向かったが、 $Ra_4$  より大きなところでの  $Ra$  に対してこの平衡解は不安定なので、時間の経過とともに不安定性により振動が起こり、安定な第二のブランチ ( $P_2-D$ ) 上の平衡解へ向かい収束した。数値シミュレーションにおいて、不安定な

平衡解に到達することは考え難いが、ここで得られた結果では、不安定な平衡解にかなりの期間留まっていることはたいへん興味深い。図 1 (b) の  $Ra=48000$  も、図 2 の  $Ra_4$  と  $Ra_5$  の間の値であり、はじめ第一のブランチ上の不安定な平衡解に向かうが、ここでも不安定性により振動が起こり別の安定な解に向かう。この場合には、定常値には収束せず振動解が現れている。これは、亜臨界ホップ分岐の存在を示唆するものである。この振動解は、おそらく  $Ra_5$  ( $H_1$  点) で生じるホップ分岐が亜臨界分岐であり、そこから伸びる安定な振動解が現れているものと考えられる。

#### References

- (1) S. H. Davis 1967 *J. Fluid Mech.*, **30**, 465–478.
- (2) W. Velte 1964 *Arch. Ration. Mech. Analysis*, **16**, 97–124.
- (3) N. Y. Lee, W. W. Schultz and J. P. Boyd 1989 *Int. J. Heat Mass Transfer*, **32**, 513–520.
- (4) J. Mizushima 1995 *J. Phys. Soc. Jpn.*, **64**, 2420–2432.
- (5) T. Adachi and J. Mizushima 1996 *J. Phys. Soc. Jpn.*, **65**, 1686–1698.



## No. 19

## 斜行 T-S 波を励起する試み

加藤 琢真\*, 福西 祐\*, 小林 陵二\*\*

## An Attempt to Generate Oblique T-S Waves

Takuma KATO, Yu FUKUNISHI  
Faculty of Engineering, Tohoku UniversityRyoji KOBAYASHI  
School of Science and Engineering, Ishino-maki Senshu University

The receptivity of three-dimensional roughness element on a flat-plate boundary layer to outer acoustic disturbances is investigated by wind-tunnel experiments. As a first step towards the final goal to control the three-dimensionalizing process of T-S waves, the property of oblique waves, which appear in the later stage of transition, is studied. It is shown that oblique waves can be generated on a flat-plate boundary layer with inclined roughness element under acoustic forcing.

**Keywords :** boundary-layer transition, receptivity, Tollmien-Schlichting wave

## 1. はじめに

現在の工業界においては、輸送機関の高速化に伴って空力抵抗の低減による効率の向上が必須の課題となってきたため、境界層の層流制御が重要性を増している。

境界層の層流から乱流への遷移過程の初期段階において、不安定波の種となる外乱が境界層内に取り込まれるため、遷移を予知、制御するうえで重要である。特に、外乱が境界層内に取り込まれる現象は受容性<sup>(1)</sup>と呼ばれ、この受容性問題は現在精力的に研究が行われている領域である。

Kobayashi ら<sup>(2)</sup> は、平板上に 2 次元粗さを設置して、主流に音波を与えた場合の実験を行い、音波と粗さとの組み合わせにより T-S 波を効果的に励起できることを報告した。また、2 次元粗さの寸法形状を変化させることにより遷移位置を制御することが可能であることを示した。このように、受容性を利用して与える外乱や物体の表面形状を定めることによって、様々な速度変動を励起し、境界層の安定性を制御することが可能である。

境界層の乱流遷移過程の後期においては、T-S 波の

3次元化が遷移の進行に重要な役割を担っている。しかし、これまでの制御の試みは 2 次元的な速度変動である T-S 波についての研究が主であり、T-S 波の 3 次元分化の際に発生する斜行波を制御する試みは少ない。本研究では、T-S 波の 3 次元化を制御するための基礎研究として、粗さ要素を斜めに設置した平板上に発達する境界層に音波を与えることによって、斜行 T-S 波を励起する試みを行いその性質を調べた。

## 2. 実験装置および測定方法

実験は、東北大学流体科学研究所の低乱熱伝達風洞を用い、測定部が密閉型の状態で行った。図 1 に実験装置の概略および座標系を示す。座標系は平板前縁中央部から主流方向に  $x$  軸、平板に垂直方向に  $y$  軸、スパン方向に  $z$  軸をとる。供試体は全長 3.2m、幅 1.0m、厚さ 10 mm のアルミニウム合金製平板で表面を滑らかに仕上げている。平板前縁形状は、前縁からの音波の受容を抑えるため長短軸比が 36 : 1 の楕円形状とし、また、前縁部と平板部との継ぎ目での曲率を滑らかにするために修正楕円形状を採用している。

速度場の測定は 3 次元トラバース装置に取り付けられた熱線流速計によって行われる。音波は整流部上流（測定部の約 12m 上流）に取り付けられたスピーカーにより与えられる。なお、スピーカー自体は流れには悪影響を及ぼしていないこと、音波は平板前縁に対してほぼ垂

\* 東北大学工学部

\*\* 石巻専修大学理工学部



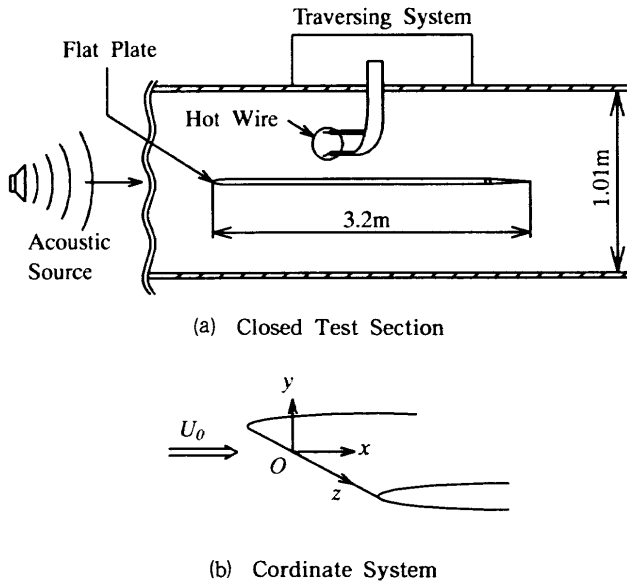


Fig.1 Experimental setup.

直に入射していることが予め確認されている。

主な実験条件を表1に示す。ここで、音波による励起周波数  $f = 177.8\text{Hz}$  は、主流速度  $U_0 = 20\text{m/s}$  において自然に発生する T-S 波の周波数とほぼ等しい周波数である。音波の強さ  $\sqrt{u'_{ac}{}^2}$  は音波を供給することによる主流速度変動の増分であり、騒音計により測定された音圧レベルは測定部中央において約 90dB である。また、分枝 I、分枝 II は中立安定曲線において表1の周波数  $f$  の微小擾乱が成長あるいは減衰を始める位置に相当しており、分枝 I における境界層厚さ  $\delta$  および排除厚さ  $\delta^*$  はそれぞれ  $\delta = 2.91\text{mm}$ 、 $\delta^* = 1.03\text{mm}$  である。

3. 実験結果および考察

まず、音波および粗さ要素が境界層の安定性にどのような影響を与えるかを調べた。図2に平板上に自然に発達する境界層、粗さ要素を設置し音波を与えた場合の

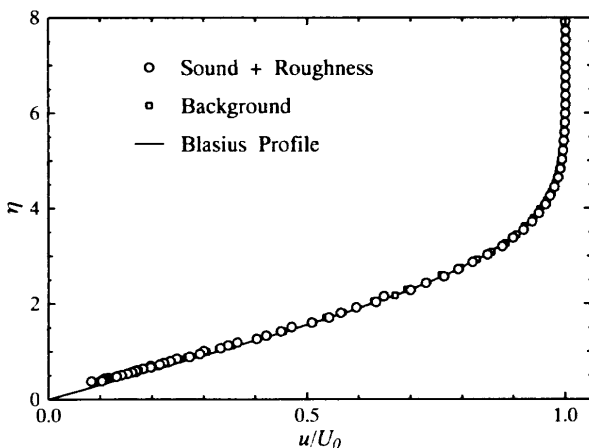


Fig.2 Velocity profile of boundary layer.

境界層のそれぞれの速度分布を示す。ここで縦軸  $\eta$  は、 $y$  方向の無次元距離で、 $\eta = y\sqrt{U_0/x\nu}$  ( $\nu$ : 動粘度) で定義される。速度分布は Blasius の理論値に良く一致していることから、境界層は粗さ要素、音波がある場合でも層流を保っていることが確認された。このときの測定部 ( $x = 1100\text{mm}$ ) における境界層厚さは  $4.63\text{mm}$  である。

次に粗さ要素をスパン方向に傾けて設置し、その角度  $\theta$  が励起される T-S 波に及ぼす影響について調べた。図3に粗さ要素を設置した平板の概略図を示す。平板上に粗さ要素を設置する際には、平板前縁から粗さ要素の前端までの距離が、平板中央部 ( $z = 0\text{mm}$ ) において  $480\text{mm}$  になるようにした。この位置は表1の周波数の擾乱が成長し始める、中立安定曲線の分枝 I に相当する位置である。設置した粗さ要素の幅は  $D = 18\text{mm}$  であり、励起される T-S 波の波長の半分の長さである。過去の研究<sup>(2)</sup>より、このような幅を持つ粗さ要素は非常に強い T-S 波を励起することがわかっている。また、粗さ要素の高さ  $h$  は  $0.10\text{mm}$  で、このときの突起の高さと粗さ要素位置での排除厚さ  $\delta^*$  との比は  $h/\delta^* = 0.10$  である。設置角は  $\theta = 0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ$  の4種類である。

図4に、設置角  $\theta$  を変化させたときの境界層内速度変

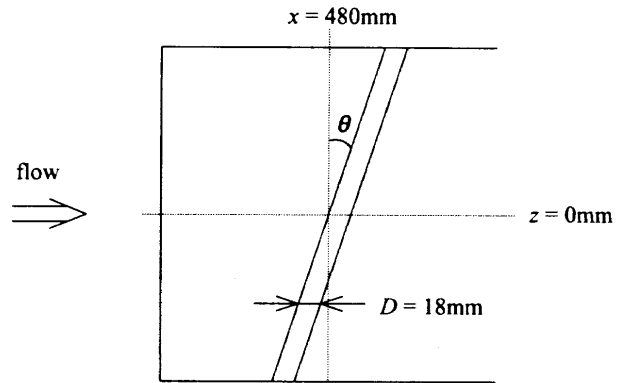


Fig.3 Outline of inclined roughness element.

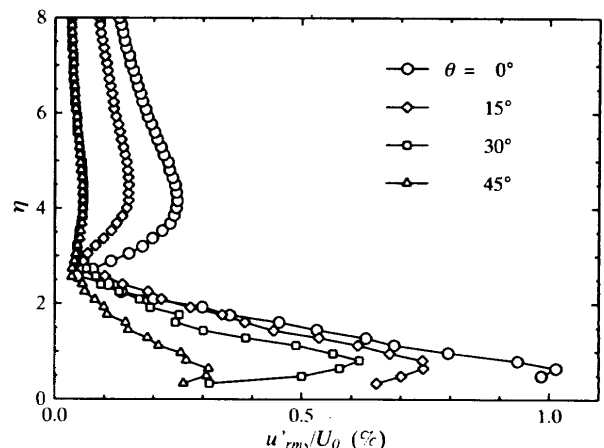


Fig.4 Velocity fluctuations profile for various  $\theta$ .

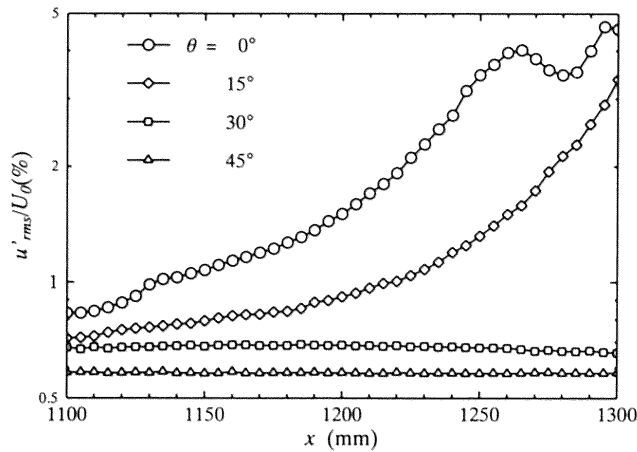


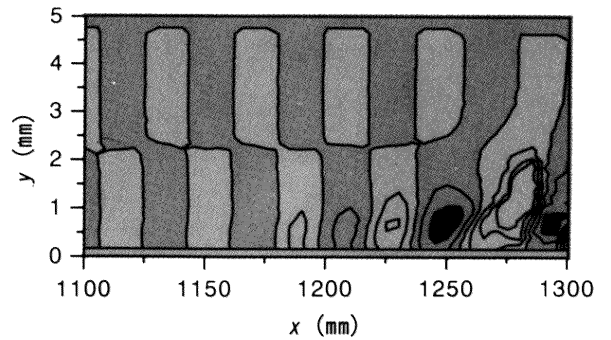
Fig.5 Streamwise velocity fluctuations for various  $\theta$ .

動分布を示す。各設置角  $\theta$  における分布形状は、T-S 波型の特徴的な分布になっている。また、設置角をつけた場合 ( $\theta = 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ$ ) に励起される速度変動は、設置角がない場合 ( $\theta = 0^\circ$ ) に比べて弱くなっていることがわかる。この結果は、3次元攪乱の増幅率が2次元攪乱のそれよりも小さくなるというSquireの理論<sup>(3)</sup>と一致する。

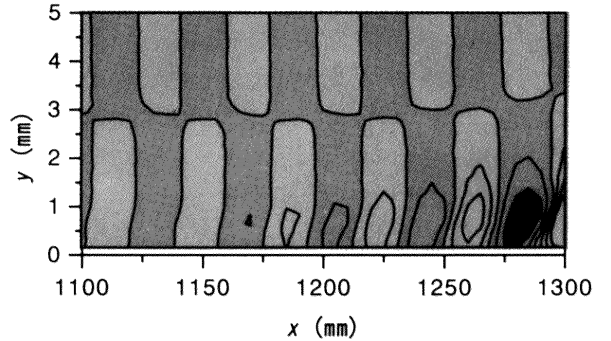
図5は、粗さ要素の設置角を変化させたときの境界層内 ( $y = 1 \text{ mm}$ ) における速度変動の主流方向分布を示している。粗さ要素が前縁に対して平行な場合 ( $\theta = 0^\circ$ ) には、境界層内に非常に強い速度変動が発生しており、急激に成長している。しかし、粗さ要素の設置角を大きくしていくと、速度変動の強さは弱くなり、増幅率も減少する傾向にある。特に、 $\theta = 30^\circ, 45^\circ$  の場合には速度変動はほとんど成長していない。この原因としては、粗さ要素を斜めに設置しているために、粗さ要素の各位置におけるレイノルズ数がスパン方向に異なっていることなどが考えられる。

これらの速度変動の空間的な成長過程を見るために、各設置角  $\theta$  に対する  $xy$  断面 ( $z = 0 \text{ mm}$ ) での速度変動分布を調べた。図6は  $xy$  断面での速度変動  $u'$  の等値線図を示している。各データは与えた音波を基準信号としてアンサンブル平均されている。またこの図において、白い部分は速度変動が負 ( $u' < 0$ ) の領域、黒い部分は速度変動が正 ( $u' > 0$ ) の領域を示している。

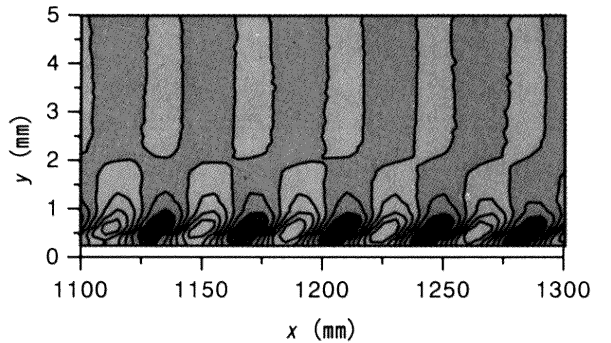
設置角  $\theta = 0^\circ$  のときは、壁面付近での速度変動の等値線が、そこよりやや上流の壁面から離れた位置での速度変動の等値線とつながっており、境界層内に上流に傾いた周期的構造が発生していることがわかる。図5より測定範囲内においてはT-S波は成長していることから、この上流に傾いた周期的構造は成長過程のT-S波の構造を表していることがわかる。設置角  $\theta = 15^\circ$  のときも



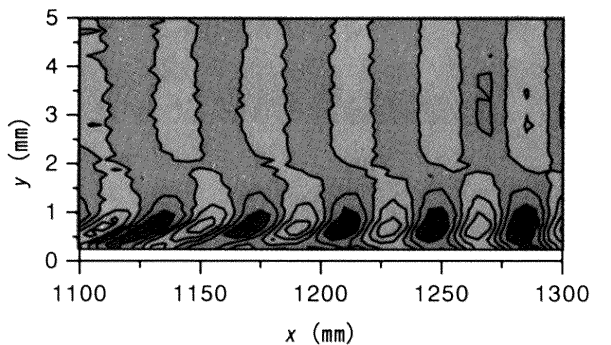
(a)  $\theta = 0^\circ$ , Contour Interval = 0.5 (m/s)



(b)  $\theta = 15^\circ$ , Contour Interval = 0.25 (m/s)



(c)  $\theta = 30^\circ$ , Contour Interval = 0.05 (m/s)



(d)  $\theta = 45^\circ$ , Contour Interval = 0.01 (m/s)

Fig.6 Contour map of velocity fluctuations in  $xy$  plane.

同様に若干上流に傾いた周期的構造が発生しているが、 $\theta = 0^\circ$  の場合に比べて成長は緩やかである。これに対して設置角が  $\theta = 30^\circ$  のときは、この周期的構造が下流に傾いており、速度変動はわずかに減衰しているように見える。さらに設置角を  $\theta = 45^\circ$  にすると、速度変動は成

長過程にあるものの、その強さは非常に弱い。

図 7 に  $yz$  断面 ( $x=1100\text{mm}$ ) における速度変動  $u'$  の等値線を示す。  $\theta=0^\circ$  の場合の等値線は壁面に対して平行になっており、速度変動が 2 次元的であることを示している。これに対して粗さ要素の設置角を大きくしていくと、  $\theta=15^\circ, 30^\circ$  の場合に見られるように、スパン

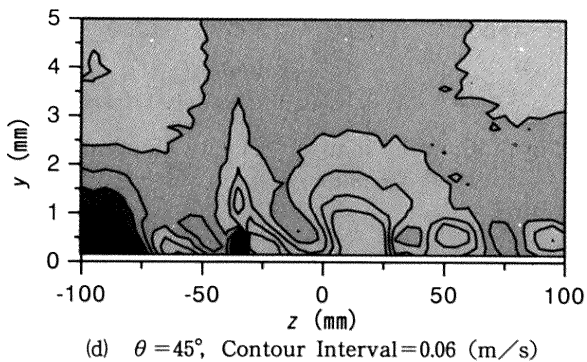
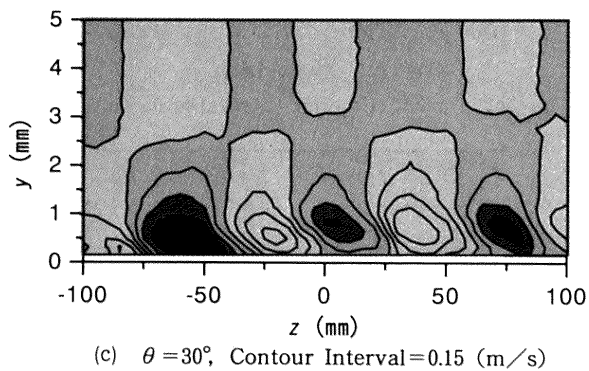
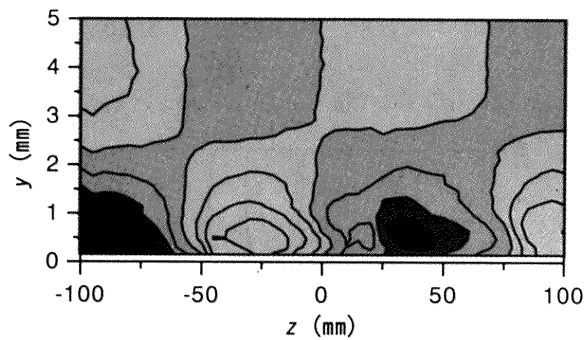
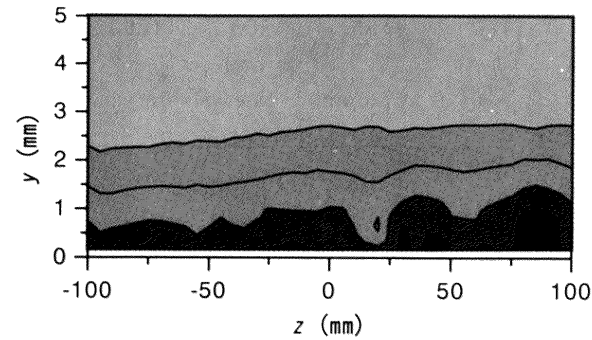


Fig. 7 Contour map of velocity fluctuations in  $yz$  plane.

方向に  $u'$  の周期的な強弱が現れる。つまり、この速度変動は周期性を持った 3 次元的な変動であることがわかる。しかし、設置角をさらに大きくした  $\theta=45^\circ$  の場合には、スパン方向に速度変動の強弱は見られるが、  $\theta=15^\circ, 30^\circ$  で見られた周期性が崩壊している。

さらに詳細にこれらの速度変動の構造を調べるため、

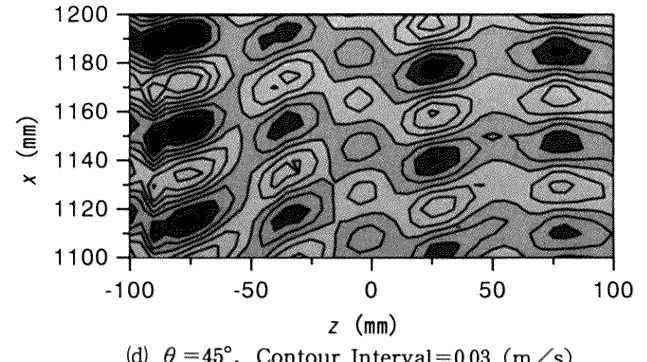
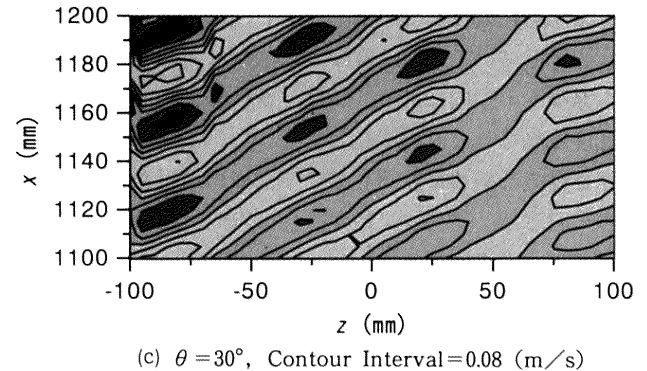
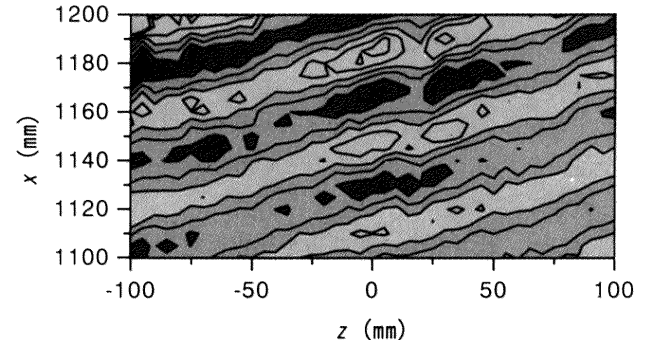
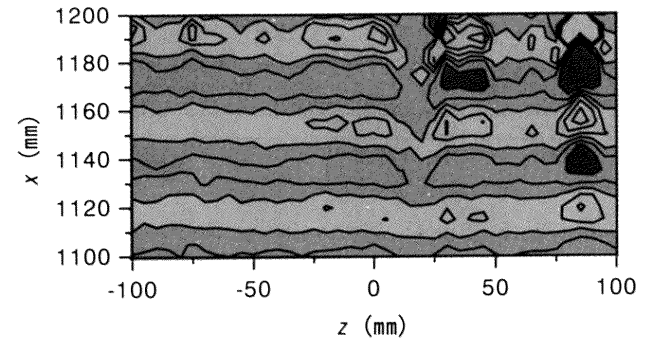


Fig. 8 Contour map of velocity fluctuations in  $xz$  plane.

$xz$  断面 ( $y=1\text{ mm}$ ) での速度変動の測定も行った。図 8 に、設置角  $\theta$  を変化させたときの速度変動  $u'$  の等値線を示す。粗さ要素が前縁と平行な場合 ( $\theta=0^\circ$ ) は、前縁と平行な波面を持つ 2 次元的な構造になっていることがわかる。これに対して粗さ要素がスパン方向に傾いて存在すると、速度変動の位相が等しい線がスパン方向に傾いており、斜行波が発生していることがわかる。また、設置角  $\theta$  が大きくなると、斜行波の波面はより大きく傾いており、このときの波面の傾き角は粗さ要素の設置角にほぼ等しくなる。

しかし、 $\theta=45^\circ$  の場合は、斜行波の分布がスパン方向に途切れており、部分的には前縁に平行な変動が観測されている。同様に、 $\theta=30^\circ$  の場合にも、斜行波の中に前縁に平行なパターンが重なっているように見える。この  $\theta=30^\circ$ 、 $45^\circ$  の場合に見られる 2 次元的な変動は T-S 波であると考えられる。 $\theta=15^\circ$  の場合は斜行波の成分が強いために T-S 波は見られなかったが、 $\theta=30^\circ$ 、 $45^\circ$  と設置角が大きくなるにつれて、励起される変動が弱くなるため、相対的に強くなった T-S 波が見え出し、双方が重なった分布が現れたものと考えられる。

#### 4. まとめ

粗さ要素を斜めに設置した平板上の層流境界層に音波を与えることにより、様々な傾き角を持つ斜行波を励起した。また、斜行波の傾き角（粗さ要素の設置角）が

大きくなるほど、励起される斜行波の強さ、増幅率は小さくなることを確認した。しかし本実験においては、斜めの粗さ要素の各位置におけるレイノルズ数がスパン方向に異なっているため、今後の研究においては、これらの問題を解消するためにも、 piezoelectric や他のマイクロアクチュエータを振動デバイスとして用いて T-S 波、斜行波の励起、制御を試みる予定である。

#### 参考文献

- (1) Morkovin, M. V. : Critical evaluation of transition from laminar to turbulent shear layer with emphasis on hypersonically travelling bodies, Air Force Flight Dynamics Lab., AFFDL-TR-68-149, (1969).
- (2) Kobayashi, R., Fukunishi, Y., Nishikawa, T. and Kato, T. : The receptivity of flat-plate boundary-layers with two-dimensional roughness elements to freestream sound and its control, Laminar-Turbulent Transition, (ed. Kobayashi, R.), Springer-Verlag, (1994), 507-514.
- (3) Squire, H. B. : On the stability for three-dimensional disturbances of viscous fluid flow between parallel walls, Proc. R. Soc. London, A 142, (1933), 621-628.



## No. 20

## 臨界レイノルズ数における球に働く空気力の変化

神谷 信彦\*, 渡辺 京司\*, 田村 篤敬\*, 岩崎 昭人\*\*, 藤田 敏美\*\*

On Change of Aerodynamic Force Acting  
on a Sphere in the Critical Range of the Reynolds NumberNobuhiko KAMIYA, Kyoshi WATANABE, Atsutaka TAMURA  
Nagoya UniversityAkihito IWASAKI, Toshimi FUJITA  
NAL

It has been shown that the force acting on a circular cylinder changes discontinuously as the Reynolds number changes in the critical range of the Reynolds number. The force acting on a sphere, however, has so far been reported as to change continuously in this range. It was found for the first time that the force acting on a sphere also changes discontinuously by this experiment, where the flow speed of the windtunnel was varied very small step by step. Flow visualization was made by means of smoke method and the reason for the discontinuous change of aerodynamic force was investigated.

## 1. まえがき

臨界レイノルズ数においては、円柱に働く空気力はレイノルズ数の変化に伴い不連続的に変化することが知られている<sup>1),2)</sup>。しかし、これ迄報告されている限りでは、球に働く空気力の変化は連続的である<sup>3),4),5)</sup>。本実験においては、風速を慎重に極く僅かずつ変化させて測定した結果、球に働く空気力も臨界レイノルズ数において不連続的に変化することを初めて見出した。煙法による可視化を行い、空気力が不連続的に変化する理由を考察した。

## 2. 実験装置と実験法

航空宇宙技術研究所の突風風洞で実験を行った。球模型は直径300mmのアルミ合金製で、直径35mmの支持棒で下流側から支えられている。空気力は3分力内装天秤によって測定された。

煙法による可視化を行う場合には、支持棒には風洞外に置かれた煙発生装置から導いた外径9mmのビニールパイプ7本が、ビニールテープによりロケットのブースター状に気流に平行に取付けられている。煙発生装置か

ら発生した煙は、大気と球後縁の圧力差により、ビニールパイプを通して模型後縁より約10mm下流の位置から気流中に拡がり、球下流の剝離領域を可視化する。模型はつや消しラッカースプレーで黒色に塗られている。

風速は、臨界レイノルズ数に近い18m/s近傍で、空気力の不連続的な変化を捉える目的で、制御能力限界の0.1m/s刻みで変化させた。空気力のみ測定と、煙法による可視化と空気力の同時測定とを行った。

## 3. 実験結果

図1にレイノルズ数上げの場合の抵抗係数の変化と煙法による可視化写真を示す。白丸は可視化を行わず、煙発生用ビニールパイプもオイルフローもない場合の測定値を、黒丸は煙を発生させた場合の測定値を示す。周囲の可視化写真は引出線により実験値と対応がつけられている。前者の場合には $Re=3.5 \times 10^5$ で0.42の値を示していた抵抗係数が、レイノルズ数が変化しないまま突然0.33に変化した。従って0.42と0.33の間の、例えば0.38の抵抗係数を実験的に実現するレイノルズ数は存在しない。抵抗係数の変化が急激ではあるが連続的な場合には、任意の抵抗係数に対応するレイノルズ数が存在し、風速を十分小刻みに変化させれば、任意の抵抗係数を実験的に実現することが可能である。この意味で煙もオイルもない場合には抵抗係数が0.42から0.33に不連続的

\* 名古屋大学工学部

\*\* 航空宇宙技術研究所

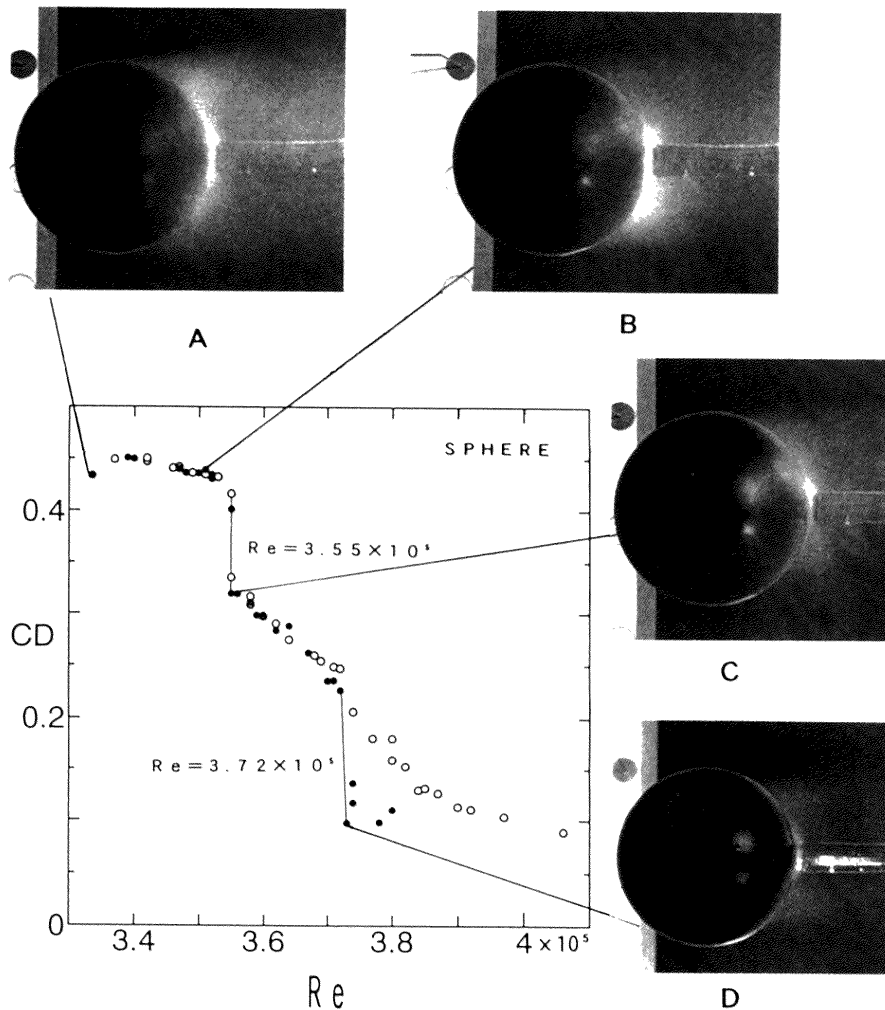


図1 抵抗係数のレイノルズ数による変化と可視化写真

○：可視化なし ●：煙による可視化

に減少したと言える。煙が発生する場合には同じレイノルズ数 $Re=3.55 \times 10^5$ で抵抗係数が0.40から0.31に不連続的に減少した。また、煙もオイルも無い場合にはその他のレイノルズ数では抵抗係数の変化は連続的であったが、煙発生の場合には、 $Re=3.72 \times 10^5$ で抵抗係数が0.23から0.10に不連続的に減少した。この $Re=3.72 \times 10^5$ より大きいレイノルズ数を除いて球の抵抗係数の値は両者に殆ど相違がない。

可視化写真においては、支持棒の球支持点近傍から遡った煙が剥離領域を白く表している。レイノルズ数が低いAに比べBでは僅かに剥離点が下流に移動しているが、上下の偏りはない。抵抗が不連続的に減少した後のCでは、図で上部の剥離点はBの場合と殆ど変わらないが、下部の剥離点は明らかにBに比べて後退しており、剥離領域は上に偏っている。Dの場合は下部の剥離点はCとあまり変わらないが、上部の剥離点も下部と同じ位置まで後退している。

球に働く抵抗係数と横力係数の関係を調べる目的で前者を縦軸、後者を横軸に取って図2にプロットした。

(a)には可視化を行わない場合の結果を示す。 $Re=3.55 \times 10^5$ において、抵抗係数が0.42から0.33に不連続的に減少すると同時に、横力係数が0.05から0.24に迄急激に増加していることが示されている。(b)には煙を発生させた場合の結果を示す。 $Re=3.55 \times 10^5$ においては、抵抗係数の不連続的な減少と共に横力係数は(a)の場合と同様に不連続的に増加するが、 $Re=3.72 \times 10^5$ においては、抵抗係数の不連続的な減少と共に横力係数は不連続的に減少する。

#### 4. 考 察

一般に球については以下のことが知られている。亜臨界レイノルズ数においては流れは層流剥離をし、剥離点は比較的上流にあり、剥離領域が大きいため抵抗係数も大きい。超臨界レイノルズ数においては、層流剥離泡が形成され、その下流における乱流剥離点は層流剥離の場合より下流にあり、剥離領域は小さくなるので抵抗係数も小さい。

図1において、可視化写真A、Bは亜臨界レイノルズ

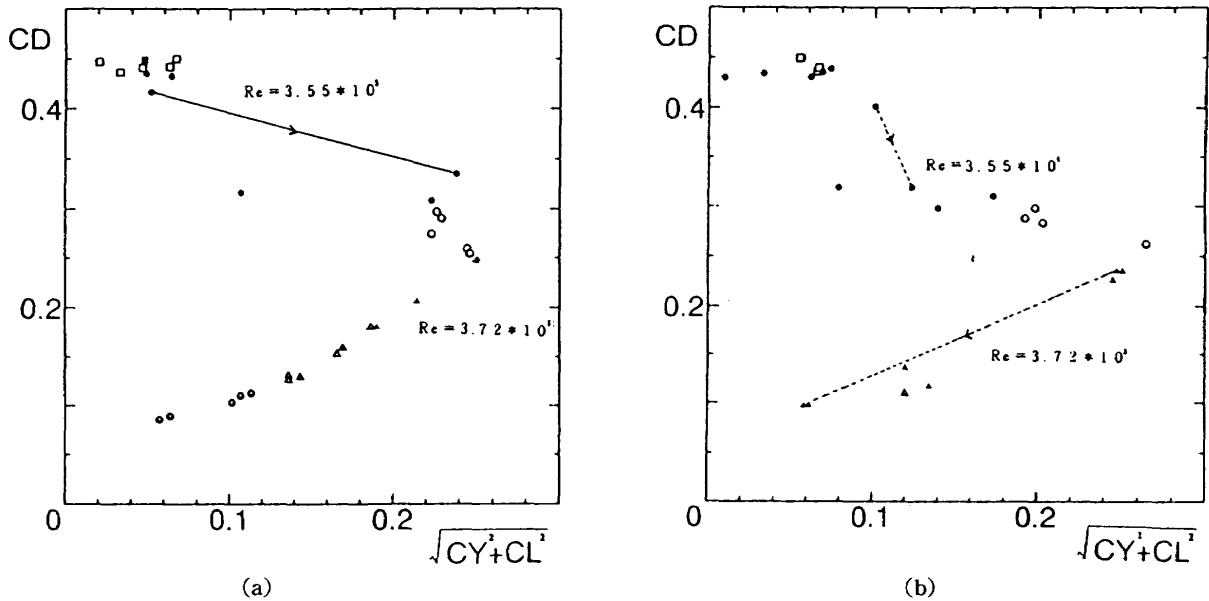


図2 抵抗係数と横力との関係

数に対応し、流れは層流剥離をされると考えられる。Cについては、下部に部分的に層流剥離泡が突然形成され下部の剥離点がBに比べ下流に移動したと考えると、可視化写真を良く説明することが出来るとともに、抵抗が小さいことも説明できる。また、部分的に層流剥離泡が形成されるため、流れの軸対称性が崩れ、横力が発生することも説明出来る。Dについては、層流剥離泡が全周に形成され、剥離点が全周にわたって後退したと考えると可視化写真を良く説明することが出来、抵抗が小さいことも説明できる。即ち、「レイノルズ数を上げていくと、まず下部に部分的に剥離泡が突然形成され、その後剥離泡の領域が次第に大きくなり、あるレイノルズ数で上部の残された領域で層流剥離泡が突然形成される」と考えると煙を発生した場合の可視化写真と抵抗係数及び横力係数の測定値の変化を良く説明することが出来る。

以下のように考えると上記括弧内の現象が起こることが良く理解出来る。図3の細線は上流から見た層流剥離点の軌跡を示す。何等かの理由で気流に偏りが生じ、澱み点が軸対称の場合のSからS'にずれた場合を考える。澱み点のずれの方位角 $\phi$ を0とし、方位角の領域をおおよそ0近傍（図3の上方太線円弧の領域）、 $\pm\pi/2$ 近傍（図3の太線の無い領域）、 $\pi$ 近傍（図3の下方太線円弧の領域）に分ける。 $\pi$ 近傍では澱み点から剥離点迄の距離を基準にしたレイノルズ数が大きく、また、このレイノルズ数は近似的に方位角によらずほぼ一定である。従って $\pi$ 近傍で層流剥離泡がまず同時に形成され、その時に抵抗係数が不連続的に減少し、横力係数が不連続的に増加する。 $\pm\pi/2$ 近傍では澱み点から剥離点までのレイノルズ数は方位角によって異なる。従って、レイノルズ数の増加と共に層流剥離泡領域が徐々に拡大すると

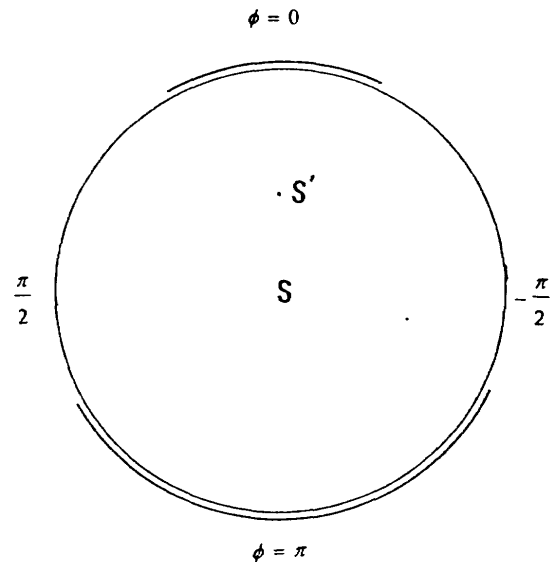


図3 上流から見た層流剥離点の軌跡と澱み点の模式図

ともに抵抗係数が徐々に減少する。方位角0近傍では、澱み点から剥離点迄のレイノルズ数は小さいが、 $\pi$ 近傍と同様に方位角によらずほぼ一定なので、最後にこの $\phi=0$ 近傍で層流剥離泡が同時に形成され、その時に抵抗係数が再び不連続的に減少し、横力係数は不連続的に減少する。

上記の説明が正しいかどうかを判定するには今後の実証を待つ必要があるが、一つの分かりやすい説明として提案した。可視化なしの場合には空気力の不連続的な変化を示すレイノルズ数が1ケースしかなく、 $\pi$ 近傍の不連続的な変化は生じなかった。その理由の解明については、今後の研究が必要である。



## 5. 結 論

臨界レイノルズ数において、レイノルズ数の変化に伴う球に働く空気力の変化を測定し、可視化した結果、次の結論を得た。

- (1) 円柱と同様に、球の場合にも臨界レイノルズ数において、空気力が不連続的に変化することを初めて見出した。不連続的な変化が起こるレイノルズ数は、円柱同様 2 ケースの場合と 1 ケースの場合があった。
- (2) 上記の現象が起こる物理的な解釈を提案した。

## 6. 文 献

1. N. Kamiya et al., Some Practical Aspects of the Burst of Laminar Separation Bubbles. ICAS-80-10. 2, 1980.
2. 卯月英夫：二次元流中における円柱の揚力係数について、日本航空宇宙学会誌 28巻 322号, 1980年11月, pp.537-546.
3. C. B. Millikan and A. L. Klein, The Effect of Turbulence, Aircraft Engineering, August, 1933, pp.169-174.
4. A. Fage, Experiment on a Sphere at Critical Reynolds Numbers, R & M. no. 1766, 1936.
5. E. Achenbach, Experiments on the flow past spheres at very high Reynolds numbers, J. Fluid Mech., vol. 54, part 3, pp.565-575.

## No. 21

## 強安定成層流中の内部重力波の制御

蔦田 秀治\*, 大庭 勝久\*

## Control of Internal Gravity Wave in a Stably-Stratified Flow

Hideharu MAKITA, Katsuhisa OOBA

Dept. of Mech. Eng. Toyohashi University

Structure of internal gravity wave was experimentally studied in a strongly stably-stratified mixing layer with stepwise temperature distribution realized in a wind tunnel with a thermal stratification generator in its settling chamber. Velocity and temperature fluctuations developed in the mixing layer were measured by a hotwire thermo-anemometer. Spectral components of these fluctuations satisfied the requirement for three-wave resonant interaction and the phase difference between the vertical component of the velocity fluctuation and the temperature fluctuation approached  $-\pi/2$  in the downstream region. These facts show that internal gravity waves are spontaneously generated in the mixing layer. We also attempted to control the transition process of the internal gravity wave by giving a small thermal disturbance by installing a heated wire of  $10\mu\text{m}$  in diameter just behind the thermal stratification generator. The energy density levels of the spectral components increased downstream more rapidly in the mixing layer, which confirms the possibility of controlling the transition process of the internal gravity wave by the present method.

**Keywords :** stratified flow, internal gravity wave, thermo-anemometer, thermal disturbance

## 1. 緒 言

大気や海洋など自然界に存在する流れ場の多くは、気温や塩分濃度などの影響を受け、鉛直方向に密度分布を伴う密度成層流を形成する。密度成層流中では、密度差による浮力が流体運動や熱・運動量輸送に大きな影響を与える。鉛直上方に密度の小さくなる安定成層流の内でも、特に大きな密度を有する強安定成層流中では、浮力の作用により内部重力波と呼ばれる自励振動が発生する<sup>(1)</sup>。この重力波が発達し崩壊すると、静的に安定な成層流中に乱流が発生する。これは、自然界では晴天乱流<sup>(2)</sup>や深海乱流として良く知られている現象であり、このような局所的に発生する乱流は、大気中では航空機の安全運行上支障をきたしたり、電波障害を引き起こす原因となる。また、海洋中でも大振幅をもつ内部波がソナーによる探査や海中油井のような海中構造物などに影響を与える<sup>(3)</sup>。この様に内部重力波は自然界では一般的に存在する現象であるにもかかわらず、その発達や崩

壊の機構は必ずしも十分には解明されていない。

実験室内で内部重力波を実現し、その本質的な特徴を抽出するためには、密度勾配を伴った流れ場の構造をできる限り単純化し、その中に波動を発生させ、その遷移過程を観察する必要がある。そのためには大きな温度勾配、すなわち高い安定度を有し、初期乱れが小さく、さらに良好な二次元性を有する強安定成層流を風洞内に実現することが必要である。本研究室では、これらの条件を満たす温度成層風洞を開発し、その中に内部重力波を自然発生させることに成功している<sup>(4,5)</sup>。

本研究は、内部重力波の発生から、その崩壊により乱流に遷移するまでの全発達・崩壊過程を風洞内で観察することを最終的な目的としている。しかし、内部重力波が発生し、乱流へ遷移するまでには長いスケールが必要となる。一方、風洞の測定胴内における計測範囲には限界があり、内部重力波の全遷移過程を観測するためには、励起により波動の発達過程を促進させるなど、何らかの制御を施す必要がある。前述したように内部重力波は浮力を駆動力としている。そこで、測定胴上流で成層流中に波動の“種”となる微小な正弦波状の温度擾乱を与え、

\* 豊橋技術科学大学

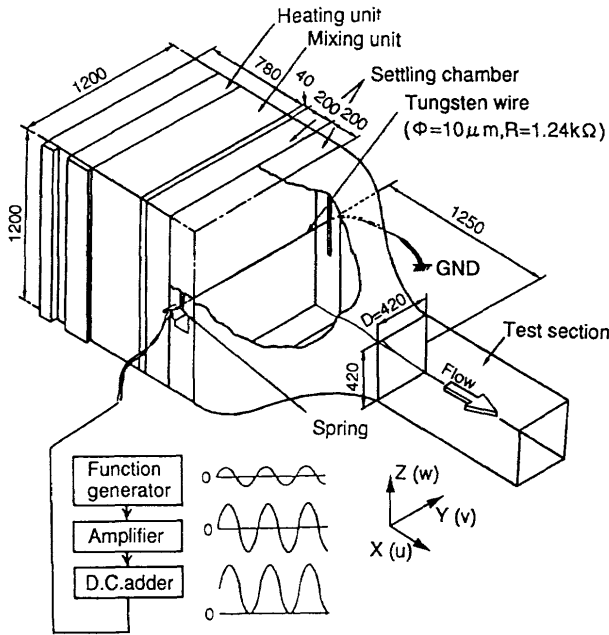


図1 温度成層形成装置 (unit : mm)

その下流での波動の発生・発達過程を制御することも試みており、ここではそれらの結果を合わせて報告する。

2. 実験装置

温度成層風洞は、全長約13mの吹き出し型で、測定胴は全長6.2m、一辺 $D=420\text{mm}$ の正方形断面を有している。温度成層形成装置(図1)は、初期乱れの低減化や大きな温度勾配を得るために縮流胴の上流に設置されている。本装置より下流の各胴の上部壁面をヒータで加熱するとともに断熱材で覆うことにより、温度場の特性の向上を計っている。なお、室内気温を一定に保つために、加熱気流は排気ダクトにより室外へ強制的に排気されている。

座標系は、主流、鉛直方向をそれぞれ $X, Z$ とし、座標原点は測定胴入口断面中央とした。計測には、自作の $X-I$ プローブと二線式温度流速計<sup>(6,7)</sup>を用いた。これは、冷線・熱線間の空間的位置の違いにより生じる温度信号と速度信号間の時間遅れを補償するための遅延回路、冷線・支持部の熱慣性に起因した温度計の周波数応答の低下を補償するための位相補償回路、および温度変動の影響を受ける速度信号の温度補償回路を備えており、周波数特性は $DC-5\text{kHz}$ 、 $S/N$ 比は $60\text{dB}$ 以上である。

3. 実験結果および考察

3-1. 内部重力波の自然発生

図2は平均温度差、 $\Delta\theta$ 、および平均速度差、 $\Delta U$ 、の流れ方向変化を示したものである。縦軸は測定胴入口 $X/D=0$ における混合層厚さ、 $d=25.5\text{mm}$ を用いた無次元高さである。実験条件は非加熱部の主流流速

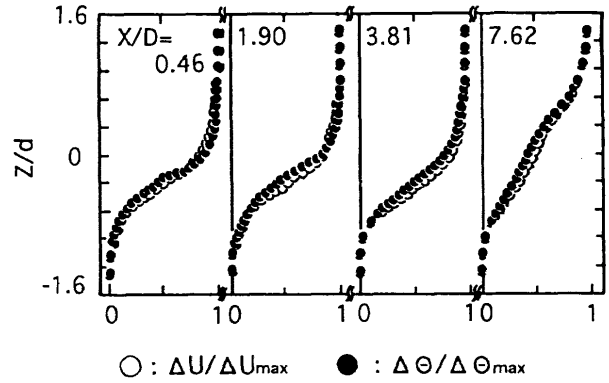


図2 平均速度差・平均温度差の流れ方向変化

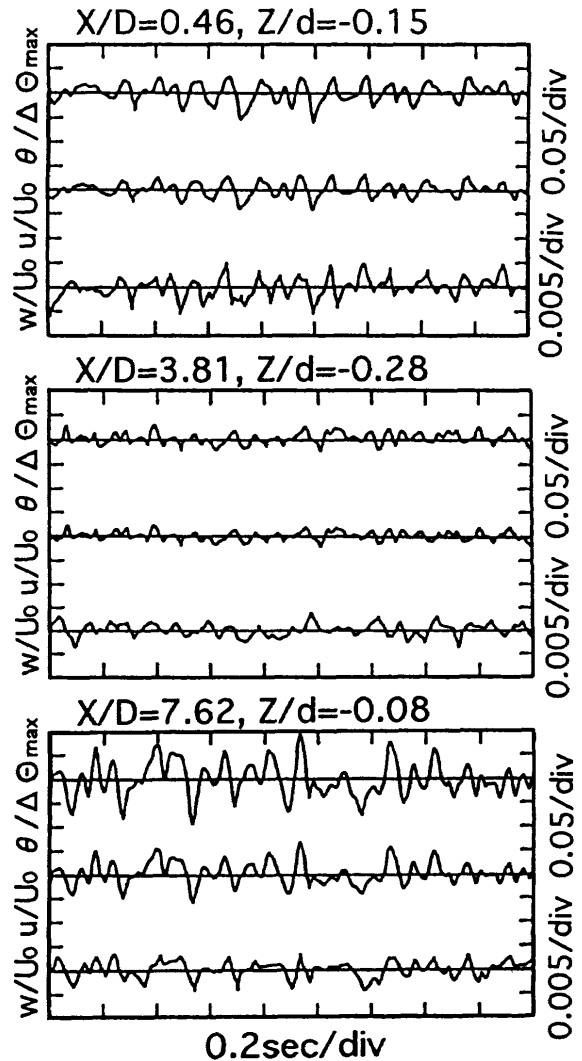


図3 瞬間波形の流れ方向変化

$U_0=3.0\text{m/sec}$ 、最大温度差 $\Delta\theta_{\text{max}}=26.7\text{K}$ であり、加熱による体積膨張のため、速度場もほぼ同様のステップ状分布を示している。混合層は下流に行くに従って拡がり、それに伴い平均勾配は下流方向に単調に減少する。

図3は平均温度勾配、 $d\theta/dZ$ 、が最大となる位置で計測した温度変動、 $\theta$ 、と速度変動の主流・鉛直方向成

分,  $u$ ,  $w$ , の瞬間波形の流れ方向変化である。ここで  $w$  は他の二つの信号のレベルの1/10程度であり, 浮力による抑制効果を強く受けている。図2に示したように, 平均場の勾配が次第に緩やかになることに対応して, 各変動の振幅は下流に向かって一旦は減少する ( $X/D=3.81$ )。しかし, 最下流 ( $X/D=7.62$ ) では, 平均場の勾配はさらに小さくなるにもかかわらず, 各変動の振幅は逆に増加している。ここには示さないが, 温度・速度乱れの強度も下流方向に一旦減少した後, 最下流で再び増加に転じている。一般に, 安定成層流中の変動成分は, 浮力により減少すると考えられる<sup>(1)</sup>が, 最下流での結果はそれに反している。なお, 各変動の振幅は混合層内でのみ増加している。

図4は, 本温度成層形成装置により形成された強安定成層流の可視化を行った一例である。ここでは山模型<sup>(6)</sup>などの励起源は挿入していないにもかかわらず,  $X/D=5.5\sim 6.5$ 付近の混合層内に緩やかな波動の発生を示す流脈線の揺らぎが認められる。なお, これより上流域 ( $X/D=0\sim 5.5$ ) では流脈線は層状を成しており, 本図に示されるような波動運動と思われる揺らぎは認められない。このような安定成層流中における波動の発生原因として, 次のようなものが考えられる。すなわち,

(1) 密度差による安定化的作用よりも, 速度差による不安定化が強いために生じる, Kelvin-Helmholtz型(以下, K-H型と呼ぶ)の不安定波。

(2) 密度差による安定化的作用が強いために生じる内部重力波。

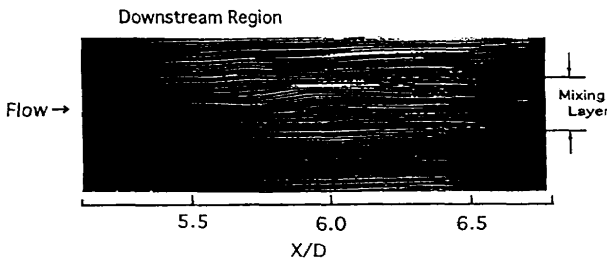


図4 混合層の可視化写真

成層流の安定度を規定するパラメータの一つに局所リチャードソン数,  $Ri = g\beta (d\theta/dZ)/(dU/dZ)^2$  ( $g$ : 重力加速度,  $\beta$ : 体積膨張率)がある。(1)に関してK-H型の不安定波が発生するための条件は,  $Ri < 0.25$ となる弱安定成層流である<sup>(9)</sup>。しかし, 本成層流中では, 最上流における温度勾配と速度勾配の最大値から得られる  $Ri$  の値は, 乱れの静的安定限界値,  $Ric = 0.25$ <sup>(10)</sup>を大きく上回る  $Ri = 0.72$ に達しており上記の条件を満足しない。すなわち, 混合層内に発生した波動はK-H型の不安定波とは考えにくく, 浮力を駆動力として発達した内部重力波である可能性が高い。

図5に各変動成分のスペクトルと  $w$ ,  $\theta$  間の位相差を示す。図中に点線で示す  $X/D=3.81$ におけるスペクトル分布は, 全体的なエネルギーレベルが低く, また卓越したピークも存在していない。しかし, 実線で示す最下流における分布には, 低周波のエネルギーレベルの増加が顕著に認められ, さらに複数のピークが存在する。ここで, WinantとBrowand<sup>(11)</sup>により示されたK-H不安定により発生する渦の周波数を本実験条件下で求めると約21.0Hzとなる。これに対してThorpe<sup>(12)</sup>は, 成層流

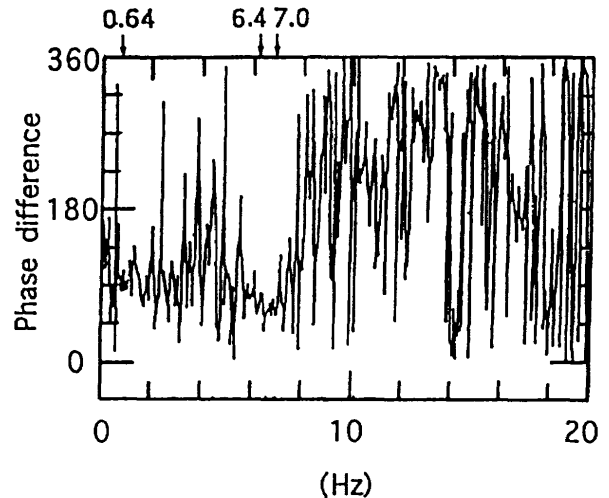


図5(b)  $w$ ,  $\theta$ 間の位相差 ( $X/D=7.62$ ,  $Z/d=-0.08$ )

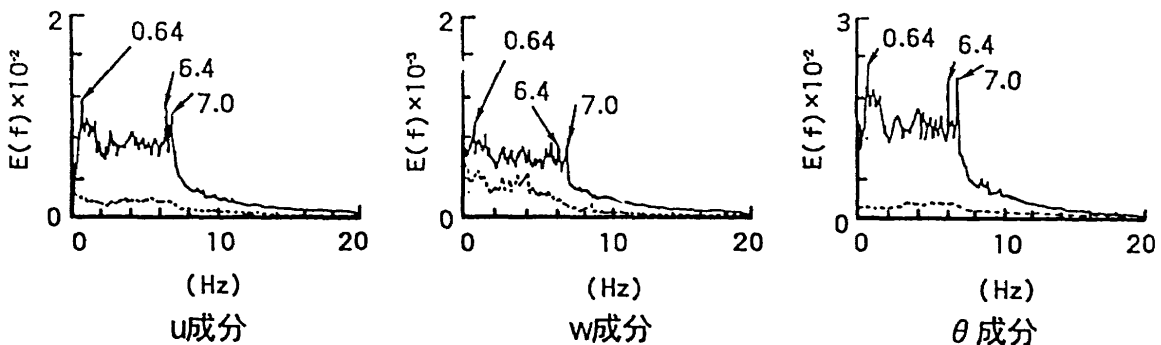


図5(a) エネルギースペクトル (----:  $X/D=3.81$ , - :  $X/D=7.62$ )

中で内部重力波が発達する場合、三波共鳴条件、 $f_1 \pm f_2 = f_3$  を満たすような周波数成分の変動が卓越して発達することを示した。最下流で認められる複数のピークの周波数は、それぞれ0.64Hz, 6.4Hz, 7.0Hzであり、これらは三波共鳴条件をほぼ満たしている。また、温度勾配から得られるBrunt-Vaisala周波数<sup>(1)</sup>（内部重力波の上限周波数、以後B-V周波数と呼ぶ）は約7.0Hzとなり、上述の3つの周波数はこの条件を満たすと共に、B-V周波数以下の周波数域のエネルギーレベルが著しく増加しているのが見られる。次に $w\theta$ 間の位相差について調べてみると、三波共鳴条件を満たしている周波数成分の位相差は、Stewart<sup>(13)</sup>やMcBeanら<sup>(14)</sup>が指摘した様にほぼ90°となっている。以上に述べた結果から、本温度成層風洞内の混合層内で発達した3つの卓越した周波数成分を有する波動は、内部重力波であることが確認される。

次に、内部重力波が存在するような強安定成層流中における熱輸送について考察を加える。図6に鉛直方向熱流束 $\overline{w\theta}$ の流れ方向変化を示す。 $\overline{w\theta}$ は、最上流では混合層中央付近で最大値をとり、その下流 $X/D=3.81$ で若干減少した後、最下流では二つ山の分布形状へと変化している。波動が存在しない $X/D=3.81$ までの熱輸送は、平均温度勾配の大きさに対応する勾配拡散型熱輸送によるものと考えられる。しかし、内部重力波が発達している最下流域における熱流束の分布形状は、上流域におけるものとは異なり、混合層中央付近で熱流束が減少している。そこでは温度勾配よりも内部重力波による影響が大きく現れているものと考えられる。これは内部重

力波が発達すると、鉛直方向の速度変動と温度変動間の位相差が90°に近づくため、その内積として表される熱流束が減少していることを示している。これは現象論的には、内部重力波の波面を越えるような流体塊の輸送が抑止される結果、鉛直方向熱流束が制限されることを意味している。-そのように、内部重力波が存在する場合の強安定成層流中における熱輸送の機構は一般的な勾配拡散型のものとは大きく異なっていることがわかる。

### 3-2. 内部重力波の発達過程の制御

本研究の課題は内部重力波の発生から、その崩壊により乱流が発生するまでの全遷移過程の機構の解明である。しかし、前述したように、内部重力波は大きなスケールをもつ変動であるため、波動の発達を促進し、現象の発達を早めることは、風洞中の限られた計測範囲で全遷移過程を観測するための一つの手法を提供するものとなる。ここでは、成層流中に微小な温度擾乱を与え、内部重力波の発達過程の制御を試みた結果について述べる。

制御方法は、励起用金属細線（タングステン線、直径10 $\mu$ m）を低周波の正弦波で、平均場に直接的な影響を与えない程度の電力（0.5W）で加熱することにより、内部重力波の種となる温度擾乱を成層流中に与えるという手法を用いた。金属細線は、温度成層装置と縮流胴間の整流胴内に、そこでの温度勾配が最大となる高さに水平に取り付けられる。この時、金属細線の熱的時定数（約5 msec）は十分に小さく、細線の温度変動は印加電圧に追従している。温度擾乱の周波数は、非励起時に自然発生した内部重力波を構成する周波数のうちの1つ、1.6Hz（3-1節の流れ場とは異なる）である。

本実験における流れ場の平均特性は前節におけるものとはほぼ同じであり、温度擾乱を与えても最上流の平均特性に変化がないことを確認している。また、最上流における局所リチャードソン数は、混合層内全域にわたって0.25を上回る強安定成層流となっている。

図7に最上流における局所勾配が最大となる高さで得られた各計測断面における鉛直方向速度変動、 $W$ 、を周波数解析した結果を示す。このときのB-V周波数は、励起時においてそれぞれ6.2Hz, 6.4Hzである。下流に行くに従い、B-V周波数以下の低周波域のエネルギーレベルが顕著に増加し、さらに、 $X/D=7$ では1.0Hz, 1.6Hz, 2.6Hzのピークが認められる。これらの周波数は、前述した三波共鳴条件を満足することから、本流れ場中にも先程と同様に内部重力波が発達していることが分かる。ここには示さないが、励起時の最上流における温度変動スペクトル中には、温度擾乱の周波数（内部重力波の構成周波数のうちの1つ）に対応する1.6Hzのピークが存在している。しかし、図7に示した鉛直方向速度

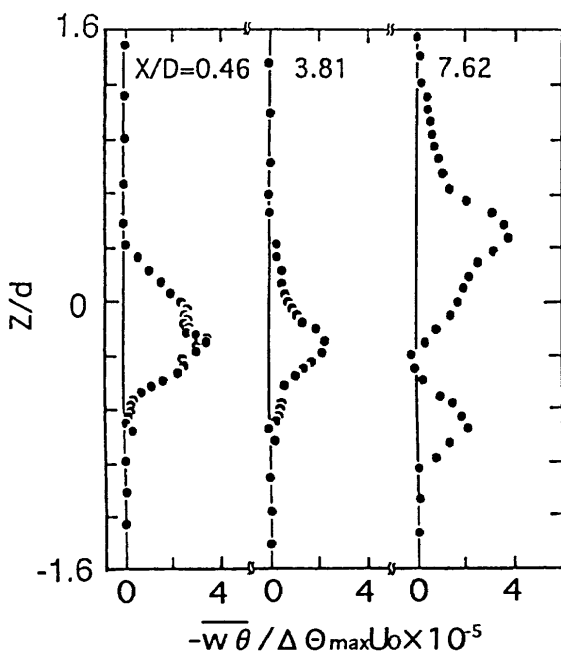


図6 鉛直方向熱流束の流れ方向変化

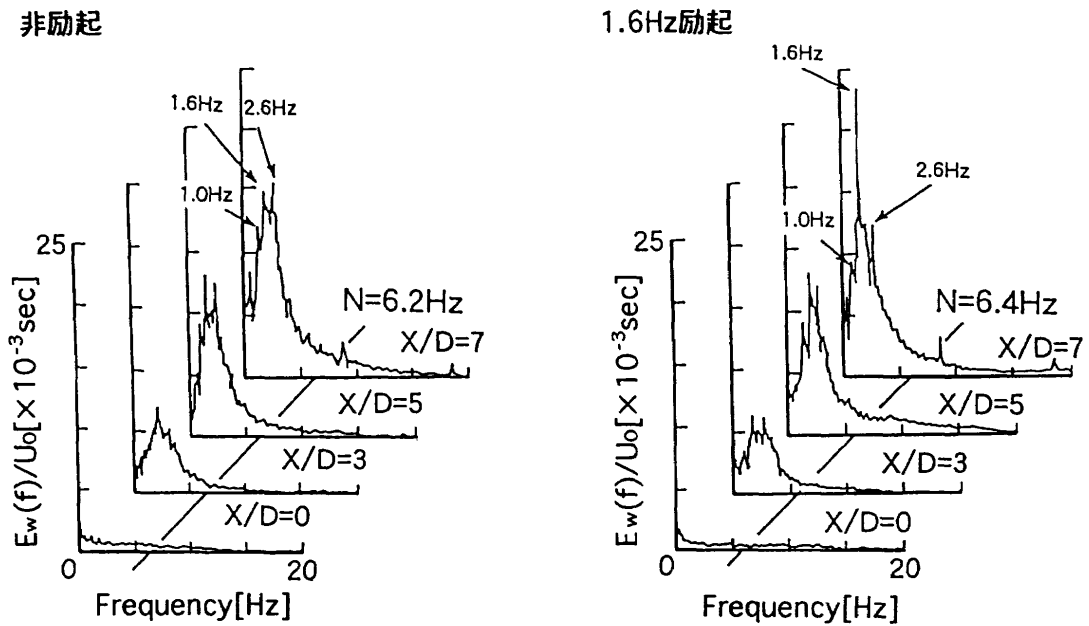


図7 鉛直方向速度変動スペクトルの流れ方向変化

変動スペクトル中には、そのようなピークは存在しない。従って、縮流胴上流にて与えた擾乱の影響は、最上流では温度場の方のみ現れている。また、擾乱に対応する周波数成分のエネルギーレベルは、下流領域 ( $X/D=7$ ) では非励起時と比較して明らかに大きく発達している。これは、流れ場に与えた擾乱により、内部重力波の振幅が増加したことを示している。さらに、励起周波数成分1.6Hz以外の周波数成分のエネルギーレベルも若干増加している。これらの結果は、励起周波数から非線形干渉によって他の周波数成分へとエネルギーが輸送されたことを示している。励起を行った場合、 $B-V$ 周波数を上回る高周波の乱雑成分のエネルギーレベルもわずかではあるが高くなり、内部重力波の崩壊が早められている可能性を示していると考えられる。すなわち、微小な温度擾乱を用いて波動の種を与えることにより、内部重力波の発達の過程が早められ、より早い段階で崩壊に達する。これらの結果は、本手法が内部重力波の発達過程を制御するための有効な手段となり得ることを示している。

今後は、流れ場に与えた擾乱と内部重力波の各周波数間の相互干渉を明らかにするほか、成層流中における擾乱の安定曲線を実験的に求める。また三波共鳴条件を満たす周波数成分を合成した温度擾乱を与えるなど、励起条件をさらに変化させて内部重力波の発達過程をさらに精密に制御する。さらに、内部重力波が崩壊するときに生じると推測される逆勾配熱拡散現象等を定量的に捕らえて行きたいと考えている。

#### 4. 結 論

- (1) 温度成層風洞内に3つの卓越した変動成分を有する内部重力波を自然発生させることに成功した。
- (2) 内部重力波の構成周波数の内の一つを持つ微小な温度擾乱を成層流中に与えることにより、内部重力波の発達過程の制御を行うことが出来る。

#### 参考文献

- 1) Turner, J. S., Buoyancy effects in fluids, Cambridge University Press (1973).
- 2) Yih-ho, P., Goldburg, A., Clear Air Turbulence and Its Detection, Plenum press, N. Y. (1969).
- 3) 薩摩順吉: 科学, vol.56 (1986), 332.
- 4) 蒔田, 森, 新見: 日本機械学会論文集B編, 57-534 (1991), 404.
- 5) Makita, H., Mori, S., & Yahagi, A., Proc. 4th IMA Conf. on Stratified Flow, (1992), 38.
- 6) 蒔田, 森, 沢田: 日本機械学会論文集B編, 58-545 (1992), 90.
- 7) 蒔田, 沢田, 森: 日本機械学会論文集B編, 58-554 (1992), 3100.
- 8) Hazel, P. J., J. Fluid Mech., vol.30 (1967), 775.
- 9) Thorpe, S. A., J. Fluid Mech., vol.61(1973), 731.
- 10) Hazel, P. J., J. Fluid Mech., vol.51 (1972), 39.
- 11) Winant, C. D., Browand, F. K., J. Fluid Mech.,

- vol.63 (1974), 237.
- 12) Thorpe, S. A., J. Fluid Mech., vol.24 (1966), 737.
- 13) Stewart, R. W., Radio Science, vol.4 (1969), 1269.
- 14) McBean, G. A., Miyake, M., Quart. J. R. Met. Soc., vol.98 (1972), 383.

No. 22

## 横流れ不安定場の制御

小 濱 泰 昭\*, 江 上 泰 広\*

### Control of the Crossflow Instability Field

Yasuaki KOHAMA, Yasuhiro EGAMI

Institute of Fluid Science, Tohoku University

Full turbulent transition process is created on a yawed flat plate with displacement body system in a wind tunnel.

First, detailed transition process is measured by using hot wire anemometry and smoke visualization technique. From the obtained results, it can be said that turbulent transition in crossflow dominant boundary layer transition is driven by the secondary instability.

Second, control of turbulent transition is tried by applying selective suction system considering flow structure in the transition region.

**Keywords :** turbulent transition, three-dimensional boundary layer, aircraft drag reduction, crossflow instability, secondary instability, selective suction

#### 1. はしがき

現在の旅客機主翼の後退翼は造波抵抗を減少させる上で必要であるが、他方、横流れ不安定性を誘発し粘性抵抗を増加させる役割も果たしている。航空機の抵抗軽減のためには、このような後退翼上の流れを層流制御する必要がある。しかしこの三次元境界層を層流化する技術は非常に難しく、未だ有効なものは考案されていない。有効な制御を実現するためには、翼表面で起こる横流れ不安定による三次元境界層の乱流遷移のメカニズムを十分に理解しなければならず、そのため多くの研究者がこの問題に数値解析<sup>(1,2,3)</sup>、実験<sup>(4,5,6)</sup>の両面から精力的に取り組んで来ている。しかしながら現在までのところ、横流れ不安定性を主因とする三次元境界層の乱流遷移メカニズムの全体像を解明するまでには至っていない。その理由の一つは、後退翼表面の三次元ねじれ境界層内の乱流遷移、機構が非常に複雑なためである。また一連の不安定性が高速で薄い境界層中に発生することも機構解明を困難にする一因になっている。

この点を改善するため、Saric, Yeat<sup>(7)</sup>は上部に圧力印加物体を設置した後退平板モデルを考案した。この実験モデルを用いると、測定面が平板であるため壁面の曲率は考慮しなくて済み、後退翼モデルでは薄かった境界

層も厚くできる。また同じ流れ条件を保ったまま流速を小さくすることができるなど測定する上で様々な利点を有している。

本研究の目的は、この実験モデルをさらに改良し、層流から乱流に至る全ての遷移過程をモデル上で再現することによって、遷移過程の最終段階を熱線流速計と可視化法を併用して詳細に調べることである。

また、上記の実験によって得られた遷移機構の情報をもとに、遷移構造を考慮した選択的吸い込みを行い、横流れ不安定場の有効制御を試みた。

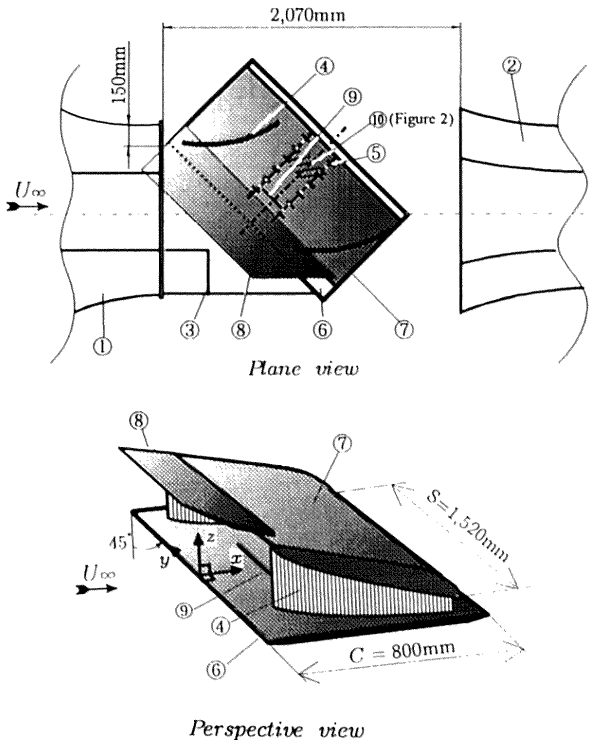
これにより一様吸い込みの場合と比較し、より少ないエネルギーで効果的に遷移を遅らせることが可能になる。

#### 2. 実験結果および考察

測定には東北大学流体科学研究所の低乱熱伝達風洞を用い、測定部を開放型の状態にして使用した。コンピューター制御されたトラバース装置に熱線流速計を取り付けて測定を行っている。またナフタレン昇華法、ステージスモーク法、スモークワイヤ法により流れ場の可視化を行った。

実験装置の概要を図1, 2に示す。圧力分布は $dC_p/d(x/C) = -0.81$ とほぼ一様な負の勾配が与えられている。このような流れ場では、後退平板上には横流れ不安定のみが生じ、T-S波形不安定に対しては安定である。





- ① wind tunnel contraction nozzle ② wind tunnel collector
- ③ extended nozzle ④ side plate ⑤ pressure taps ⑥ flat plate
- ⑦ displacement body ⑧ separation preventing plate
- ⑨ smoke visualization slit ⑩ suction slits

Figure 1. Experimental set-ups and coordinate system

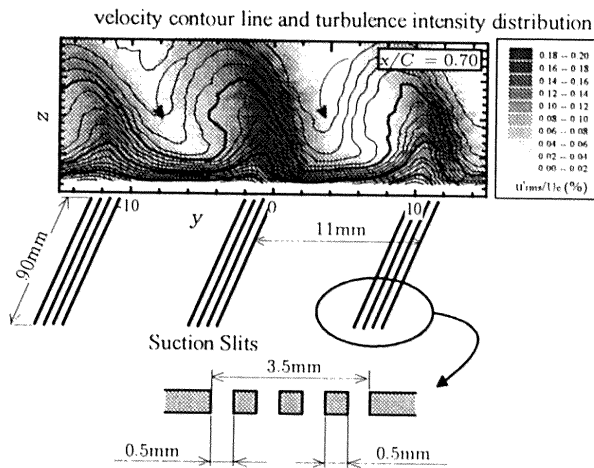
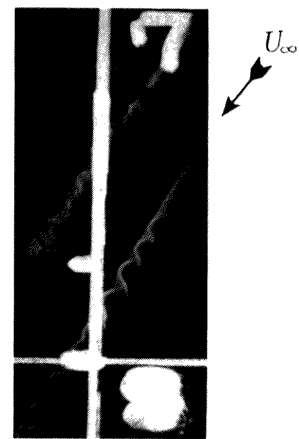
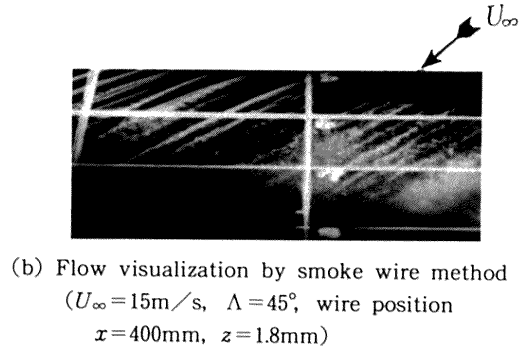
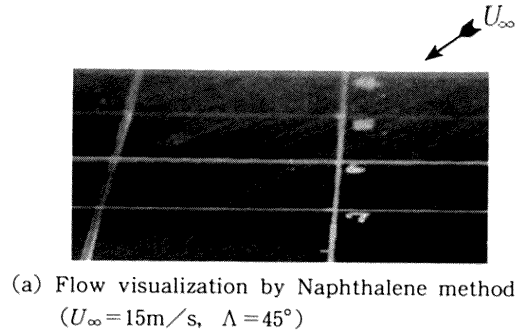


Figure 2. Detail of the suction slits

2. 1 流れ場の可視化

図3は様々な方法で行った境界層遷移領域の可視化写真である。図3(a)はナフタレン昇華法、図3(b)はスモークワイヤー法(ワイヤー位置  $x/C=0.3, z/\delta=0.5$ )、図3(c)はスパン方向のスリット ( $x/C=0.35$ , 長さ200mm, 幅0.4mm) から注入した煙による可視化写真である。

煙法で可視化すると流れの空間的な構造がわかる。遷



(c) Flow visualization by Stage-smoke method ( $U_{\infty}=15\text{m/s}, \Lambda=45^{\circ}$ , nozzle position  $x=280\text{mm}, y=\pm 100\text{mm}$ )

Figure 3. Flow visualizations

移領域の最終段階を撮影した図3(b), (c)には各々の横流れ渦上に組織的な構造がみられる。これらは高周波二次不安定性  $f_2$  と呼ばれる不安定性であり、後退翼上では小濱ら<sup>(8)</sup>が最初に検出した。

熱線流速計の結果と比較すると、ナフタレン法の白く残った部分と、煙法の白い煙の筋の部分がいずれも低速領域(渦の存在する場所)に相当することがわかる。これらの可視化写真から得られたスパン方向波長 ( $x/C=0.3$ ) はおよそ10.2mmであり、熱線流速計による速度測定結果と一致した。

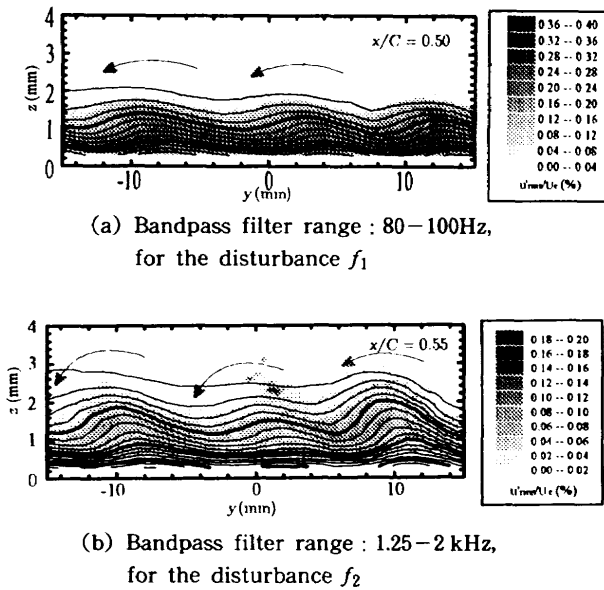


Figure 4. Cross section mesh measurements of velocity and turbulence intensity (velocity contour line step : 5 % of  $U_e$ )

## 2. 2 進行波擾乱の成長

図4(a), (b)は横流れ渦上, 渦間における熱線流速計から得た時間速度波形の周波数分析結果を示したものである。これより境界層が発達するに伴い低周波の非定常擾乱 $f_1$ が現れはじめ, 横流れ渦の発達とともに成長することがわかる。この一連の過程は, 横流れ不安定性が支配的な他の流れ場における遷移過程<sup>(8,9)</sup>と極めて類似している。さらに, 図3(b)の可視化写真からもわかるように, 遷移過程後期では高周波二次不安定 $f_2$ が横流れ渦に重なって現れ始める。周波数解析結果より分かるように $f_2$ の周波数は $f_1$ より一桁程度大きい。この段階では横流れ渦はすでにほぼ成長しきっており,  $f_2$ の働きによって崩れ始めている。それにも関わらず, 図3(a)のナフタレンの縞は壁面にまだ残っており, あたかも安定した横流れ渦が存在し続けているかのように見える。このような壁面における可視化結果から, 従来“乱流くさび” (turbulent wedge) という表現が導入され, 例えばこの場合ナフタレンが早期に消える位置が乱流の開始点と見られてきた傾向がある。しかし本実験結果からは, 乱れの発生 (二次不安定性の発生点) はナフタレンの筋上に対応しており, ナフタレンの消えている部分はこの段階ではまだ乱れは小さいまま保持されていることがわかる。このような傾向は, 図3(a)と図3(b)の比較からも明らかであり, ナフタレンが残る渦上の方がより早く遷移が進み, 乱れ強さも強いことがわかる。すなわち, 従来の“乱流くさび”という表現は必ずしも適切ではなかったことが本研究結果から明らかにされたことになる。つまり壁面での可視化法からの情報では,

$f_2$  (乱れの発生点) は見つけることができないということである。乱れの発生は壁面近傍からではなく, 境界層の中層で生じるからである。

## 2. 3 進行波擾乱の成長と乱流遷移

上記の結果より, 横流れ不安定が支配的な三次元境界層中では, 横流れ不安定性のうち, 定常成分 (横流れ渦), 非定常成分 (低周波擾乱 $f_1$ ), そして高周波二次不安定 ( $f_2$ ) の少なくとも3つの不安定性が生じており, それぞれ異なる動きをしていることがわかる。

乱流遷移過程において, それぞれがどのように振る舞っているかをより詳しく理解するためには, 境界層内の空間的構造を知ることが重要である。

そのような目的で, 熱線流速計による境界層内の特定断面についてメッシュ計測を行った。図5(a), (b)にその結果を示す。図5(a)は $f_1$ , 図5(b)は $f_2$ に対する結果である。矢印は平均的に見て高速な流れの方向を傾向的に示している。それぞれの擾乱の発生位置を特定するために, 図5(a)では80–100Hz, 図5(b)では1.25–2.5kHzのバンドパスフィルターをかけている。図5(a)

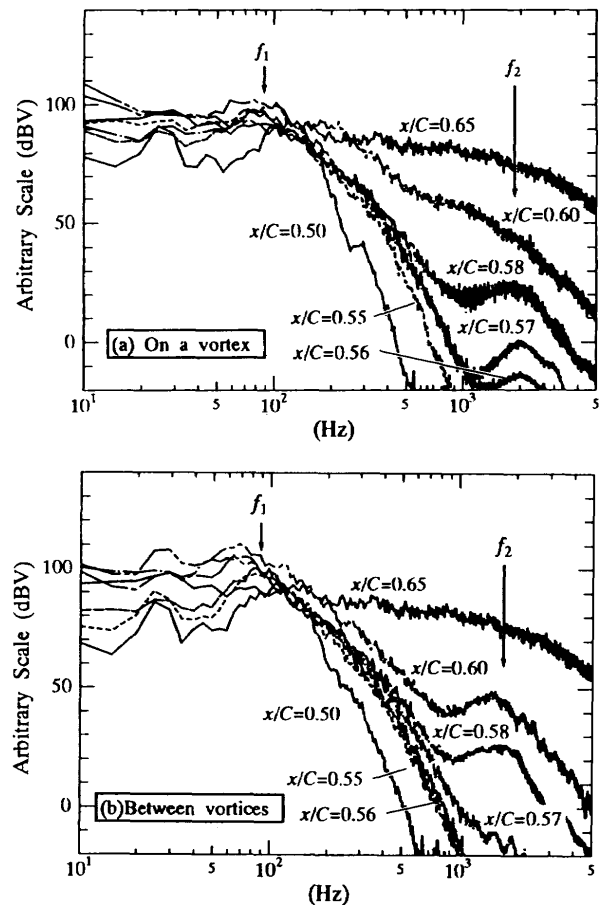
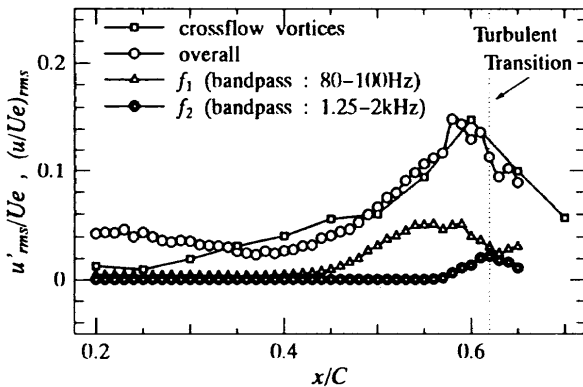


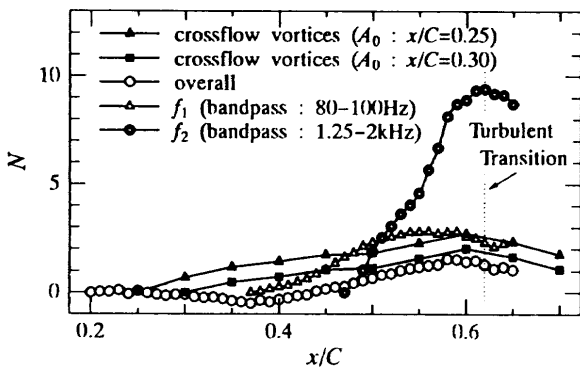
Figure 5. FFT analysis results of velocity fluctuations at different chord positions ( $U_\infty = 15\text{m/s}$ ,  $z = 0.8\text{mm}$ )

の低周波攪乱  $f_1$  はそれぞれの横流れ渦の中心から下方にかけて、壁に非常に近いところで最大の増幅を示している。これに対し二次不安定  $f_2$  はそれぞれの横流れ渦の巻き上がり部分、境界層の中層の位置で最大の増幅を示している。また  $f_1$  の周波数は  $U_\infty$  にほぼ比例するのにに対し、 $f_2$  の周波数は  $U_\infty^{2/3}$  に比例することがわかった。

乱流遷移に対して直接的に寄与している攪乱を特定する目的で、乱れ強さのコード方向変化を測定した。その結果を図 6 (a), (b) に示す。FFT 解析の結果から、乱流遷移を引き起こす可能性のある不安定として、横流れ渦、低周波攪乱  $f_1$ 、高周波二次不安定  $f_2$  の 3 つの攪乱が考えられる。よってこの 3 つの攪乱について詳細に調べた。図 6 (a) より横流れ渦の振幅の増加が最も大きいことがわかる。しかし図 6 (b) から別の見方ができる。図 6 (b) はそれぞれの不安定波の初期値を基準とした増幅率  $N$ -factor を示したものである。安定理論との比較を行う場合にも  $N$ -factor を用いる場合が多い。この結果より、乱流遷移過程の最終段階で増幅率が最大である不安定は  $f_2$  である事がわかる。他の不安定の成長は最終段階以前に飽和状態になっている。よって  $f_2$  が流れ場を完全な乱流状態へと導いていると考えることができる。



(a) Chordwise turbulence intensity profile



(b)  $N$ -factor

Figure 6. Growth rate of disturbances in streamwise direction ( $U_\infty = 15\text{m/s}$ )

また図 3 (c) の可視化写真からも、二次不安定性が成長すると横流れ渦の組織的構造は急速に乱れ、乱流へと遷移してゆく事がわかる。この際、流れ場は二次不安定性が生じてから、多くとも 10 周期以内には完全乱流へと遷移している。

これまで横流れ不安定性が支配的な境界層での乱流遷移プロセスに関して多くの異なった議論がなされてきている<sup>(10,11)</sup>。数値解析的アプローチ<sup>(1)</sup>では、しばしば  $f_1$  の重要性が指摘されてきている。最終的結論を下すまでにはさらに多くの情報が必要であろう。しかし最近の研究<sup>(12,13)</sup> は本研究と同様の結論に達している。

## 2. 4 横流れ渦の制御

これまで乱流遷移を遅らせ、粘性抵抗を減少させるために様々な層流制御が試みられてきた。境界層の一樣吸い込みによる制御もその中の一つである。しかし流れ場を一樣に吸い込むためには膨大なエネルギーが必要であり、また三次元境界層の場合、必ずしも良好な結果が得られるという報告はなされていない。そこで我々は、流れ場の遷移機構を考慮にいたした選択的吸い込みを行うことにより、より少ない吸い込み量(エネルギー)で効果的な制御を行うことを試みた。当初、渦の構造を考慮に入れて選択的吸い込みを行うと、その吸い込み作用により渦はスパン方向に位置を変えてしまい、結局有効に制御することができないのではないか、との危惧がなされていた。しかしこれまでの実験から実験条件が同じであれば渦は極めて安定して常に一定の場所に発生するという事実が判明している。

本研究結果より、流れ場を乱流遷移へと導くのは高周波二次不安定  $f_2$  であることが推測される。横流れ渦によって壁面近傍の低速流塊が持ち上げられ、高速流にさらされることにより境界層中層、渦の巻き上がり部分に高せん断層が周期的に形成される。この高せん断層で  $f_2$  が形成されると流れ場は一気に乱流へと遷移してしまう。このような事実から、低速流塊が持ち上げられる動きを阻むことにより、 $f_2$  の発生を遅らせることが出来るものと考えられる。これらのことを考慮して、この渦の巻き上がり部分の根元に選択的にスリットを設け、この部分のみを選択して吸い込むことを試みた。図 2 に示したようにスリットは  $x/C = 0.70$  の位置に幅 0.5mm、長さ 80mm のものを、一つ渦につきスリット間隔 0.5mm で流れ方向に 4 本設けた。このときの主流速度は  $U_\infty = 12\text{m/s}$ 、渦間隔はスパン方向に 11mm である。

図 7 は、 $x/C = 0.8$ 、 $y = -26\text{mm}$ 、 $z = 0.6\text{mm}$  において熱線流速計によって測定された速度の周波数解析結果である。吸い込み無しの場合ではほぼ完全な乱流の周波数分布を示している。それに対し吸い込み速度を増して

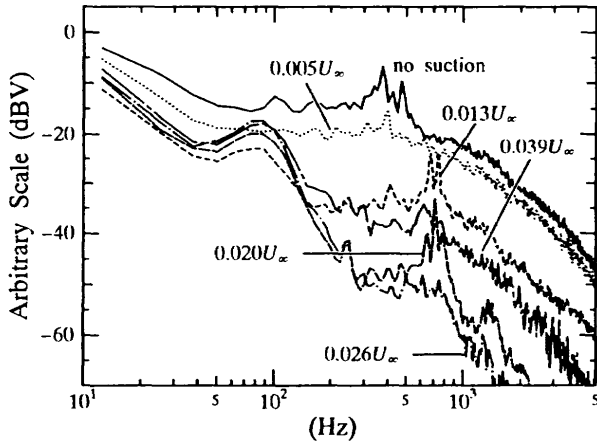


Figure 7. FFT analysis results of velocity fluctuations by distributed suction ( $U_\infty=12\text{m/s}$ ,  $x/c=0.80$ ,  $z=1.2\text{mm}$ )

行くとき1 kHz前後の高周波数帯のピークが低くなって行くのがわかる。そして吸い込み速度 $0.026 U_\infty$ では高周波二次不安定 $f_2$ の発生をほぼ抑えられていることがわかる。しかし吸い込み速度を $0.039 U_\infty$ まで増すと、 $f_2$ の発生は増加に転じてしまう。

図8は吸い込みの後方、 $x/C = 0.80$ において $y-z$ 平面でメッシュ計測したものである。

図8(a)は吸い込み無しの場合で、横流れ渦が大きく成長し、 $f_2$ も発生している。図8(c)は吸い込み速度 $0.026 U_\infty$ の場合であり、横流れ渦の巻き上がりも抑えられ、 $f_2$ も実効値で吸い込み無しの場合に比べ1.6%迄減少し、ほぼ完全に発生が抑えられていることがわかる。

図9は $x/C = 0.80$ において測定された $z$ 方向速度分布であり、その変曲点をもっともきつくなっている箇所( $y = -18\text{mm}$ )での境界層速度分布を表したものである。吸い込み速度が増していくにつれ、低速流塊の巻き上がりが抑えられ、変曲点高さが低くなっていることがわかる。最も吸い込み効果が有った吸い込み速度 $0.026 U_\infty$ では、変曲点形速度分布がかなり緩和されていることがわかる。

図10は $x/C = 0.80$ ,  $z = 1.5\text{mm}$ におけるスパン方向速度分布を示したものである。吸い込み速度 $0.026 U_\infty$ の場合は、スパン方向の速度勾配が緩やかになっており、この測定結果からも変曲点形不安定性 $f_2$ が発生しにくくなっていることがわかる。吸い込み速度 $0.039 U_\infty$ の場合は、吸い込みにより高速域、低速域の位置がスパン方向にシフトし、他の場合と異なった場所に形成されている。図9の場合も合わせて考えると、吸い込みすぎると高速流が壁面近くまで流入し、周辺の低速流との間で新たに強い速度差(変曲点形速度分布)を作ってしまうために、再び境界層は不安定な方向に移行してしまうためであると考えられる。Myose & Blackwelder<sup>(14)</sup>も、

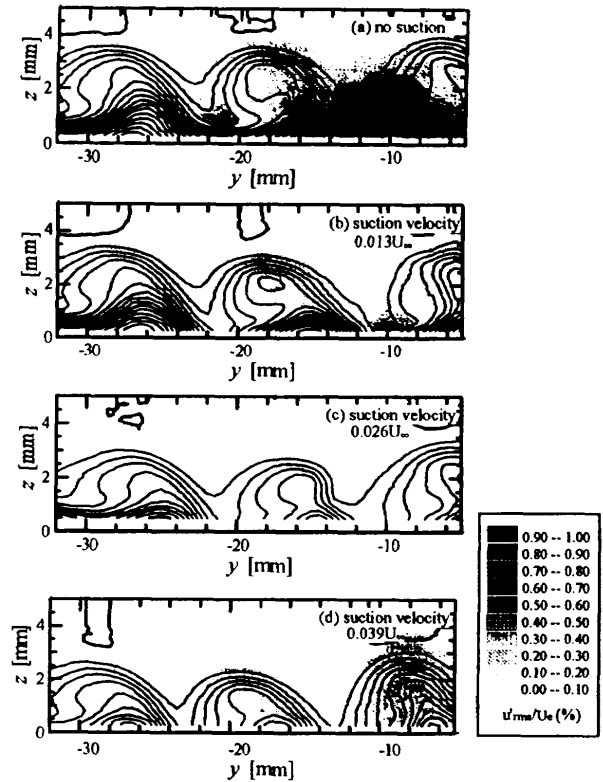


Figure 8. Cross section mesh measurement of velocity and turbulence intensity for distributed suction (velocity contour line step: 5% of  $U_e$ ) (Bandpass filter range: 1.25–2 kHz, for disturbance  $f_2$ )

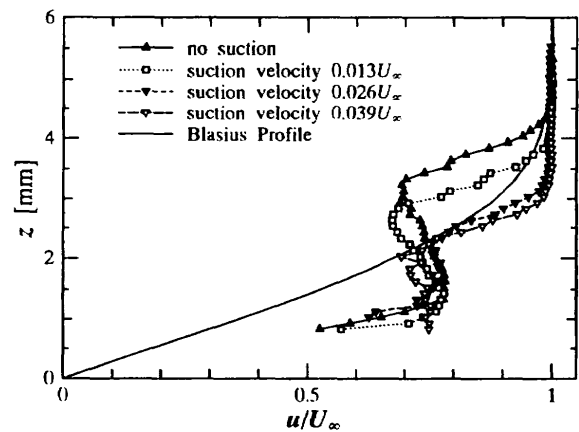


Figure 9. Time-averaged velocity profiles in normal direction ( $U_\infty=12\text{m/s}$ ,  $x/c=0.80$ ,  $z=26\text{mm}$ )

凹面壁上のゲルトラ渦において選択的吸い込みを行い、過度の吸い込みは新たな不安定を生み出すことについて述べている。この様に選択的吸い込みには適正な吸い込み位置と吸い込み速度が存在し、最大の効果を得るためには、流れ場に応じた吸い込みを行う必要があることが判明した。今後この適正な吸い込み速度を算出する上で

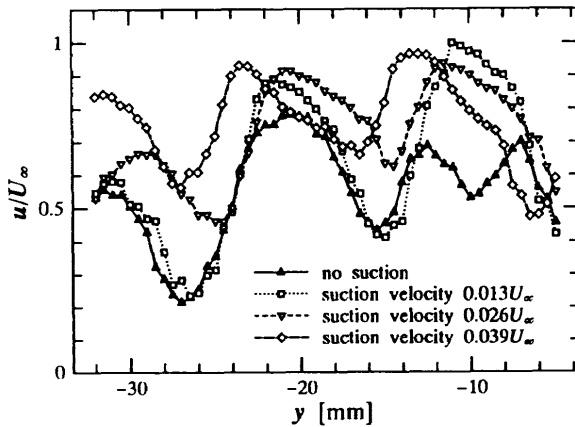


Figure 10. Time-averaged velocity profiles  
in spanwise direction  
( $U_\infty = 12 \text{ m/s}$ ,  $x/c = 0.80$ ,  $z = 0.8 \text{ mm}$ )

必要なパラメータを検出していかなければならない。

また今回は、選択的吸い込みの有効性を探るため、あえて二次不安定性が発生している場所で吸い込みを行っている。

これは吸い込みによる制御を行う上で、必ずしも適した位置ではないと思われる。

より少ない吸い込みで、より高効率な制御を行うためには、どの段階で吸い込みを行えば良いのかを探っていく必要がある。

以上の結果より選択的吸い込みによって、一様吸い込みの場合<sup>(15)</sup>の数分の一から数十分の一の吸い込み量で効果的な制御が行える可能性が見い出された。

### 3. まとめ

以上、横流れ不安定性が支配的な三次元境界層の乱流遷移過程を明らかにするために、後退平板プラス圧力印加物体の実験モデルを設計し、生じた三次元境界層の遷移構造を熱線流速計と可視化法を併用して詳細に測定した。その結果乱流遷移の直接の原因を作っているのは高周波二次不安定 $f_2$ であることが判明した。

また得られた遷移過程の情報をもとに選択的吸い込みによる横流れ不安定場の制御を行い、より少ないエネルギーで高周波二次不安定 $f_2$ の発生を抑えることができた。

今後はさらに選択的吸い込みを行う際の適正な吸い込み条件を求めていく予定である。

### 参考文献

1. Dallmann, U., Bieler, H., *AIAA Pap. No. 87-1337*.
2. Meyer, F., Kleiser, L., Dallmann, *Proc. AGARD Sympo. on Fluid Dynamics of Three-Dimensional Turbulent Shear Flows and Transition*, Turkey, (1988), 17-1-17-17.
3. Balakumar, P., Malik, M. R., *Theoret. Comput Fluid Dynamics* 3 (1991), 125-140.
4. Kohama, Y., *Turbulent Management and Relaminarization*, Springer-Verlag, (1987), 19-23.
5. Radezlsky Jr, R. H., Reibert, M. S., Saric, W. S., Takagi, S., *AIAA Pap. No. 93-0070*.
6. Takagi, S., Itoh, N., *Fluid Dynamics Research*, 14, (1994), 167-189.
7. Saric, W. S. and Yeates, L. G., *Laminar-Turbulent Transition*, Springer-Verlag, (1985), 429-437.
8. Kohama, Y., Saric, W. S., Hoos, J. A., *Proc. Roy. Aero. Soc. Conf. on: Boundary-Layer Transition and Control*, Cambridge Univ., (1991), 8-12.
9. Kohama, Y., Kodasima, Y., Watanabe, H., *Laminar-Turbulent Transition* Springer-Verlag, (1994), 455-462.
10. Fisher, T. M., Hein, S., Dallmann, U., *AIAA Pap. No. 93-0080*.
11. Nitschke-Kowsky, P., Bippes, H., *Phys. Fluids*, 31, (1988), 786-795.
12. Malik, M. R., Li, F., *AIAA Pap. No. 93-0077*.
13. Kohama, Y., *Acta Mech.*, 66 (1987), 21-38.
14. Myose, R. Y., Blackwelder, R. F., *AIAA J.* 33 (1993), 1076-1080.
15. 小濱・太田・石田・高木：第26回飛行機シンポジウム講演集，(1988)，436-439.

### 謝 辞

本研究を遂行するに際し、多大なる御協力を頂いた流体科学研究所技官 太田福雄氏、および同付属工場技官 渡辺努氏、浅野和夫氏に感謝の意を表します。

## No. 23

## 翼まわりの流れの外乱に対する応答

浅井 雅人\*, 妹尾 貴文\*

## Response of the Flow around the Airfoil to External Forcing

Masahito ASAI and Takafumi SENO  
Tokyo Metropolitan Institute of Technology

In the present study, the response of the flow around the airfoil to acoustic forcing is examined experimentally for NACA0012 airfoil at moderate and high angles of attack, at a chord-Reynolds number  $R_c = 2.3 \times 10^4$ . At the moderate angle of attack  $\alpha = 10^\circ$ , the flow is highly receptive to acoustic forcings over a wide range of frequencies, and the excited vortices can govern the downstream wake. At the stall angle  $\alpha = 16^\circ$ , on the other hand, the nearly periodic vortical structures appear in the wake without the forcing, suggesting the appearance of the nature of absolute instability not unlike that of bluff-body wakes. In this case, the acoustic forcing can not control the wake structure except at and around the natural shedding frequency.

Key Words : airfoil wake, flow instability, flow control, acoustic forcing

## 1. まえがき

境界層は壁から剥離すると極めて不安定になり、自由流中の乱れや音などの外乱の影響を強く受ける。その結果、例えば外乱として音波を放射すると、剥離点まわりで生まれる渦度攪乱が変曲点不安定性により急成長し<sup>1,2)</sup>、流れの発達に強い影響を与える。実際、大迎角の翼の剥離流に対して強い連行作用をもつ渦構造を剥離点周りに音響励起し失速抑制が試みられている<sup>3~8)</sup>。

本研究で注目しているのは翼周りの流れ、特に後流構造が渦の音響励起によりどのように制御されるかである。剥離剪断層は外乱に対して極めて敏感であり、剥離制御実験の報告から明らかなように広い周波数範囲で強い渦を容易に励起できることが知られている。一方、後流中には、物体背後の逆流速度分布の有する絶対不安定性<sup>9,10)</sup>が絡んだ規則的な渦列の発生の可能性が推測される。従って、翼周りの流れに外乱を与えた場合迎角に応じて流れ構造がどのような応答を示すかは非常に興味深い。本研究ではこの点に注目して、翼まわりの流れの音響外乱に対する応答を調べている。

## 2. 実験装置および方法

実験は、300mm×200mmの長方形噴き口を持つ開放式風洞で行われた。図1に測定部の概略を示す。測定部は上下に開放であるが、左右にはアクリル製側壁があって主流の二次元製を保っている。翼はNACA0012翼型で、翼弦長(c)とスパン長はそれぞれ80mmおよび195mmである。音波は、翼の下方のスピーカー(20cmウーハー)から放射される。

実験は、主流速度  $U_\infty = 4\text{m/s}$  で行われた。翼弦長に基づくレイノルズ数  $R_c$  は  $2.3 \times 10^4$  である。風洞の乱れ強度は約0.15%、主流速度の非一様性は0.5%以下である。翼に沿う方向の平均速度  $U$  と変動  $u$  は定温度型熱線風速計で行われた。I型熱線プローブの受感部は直径

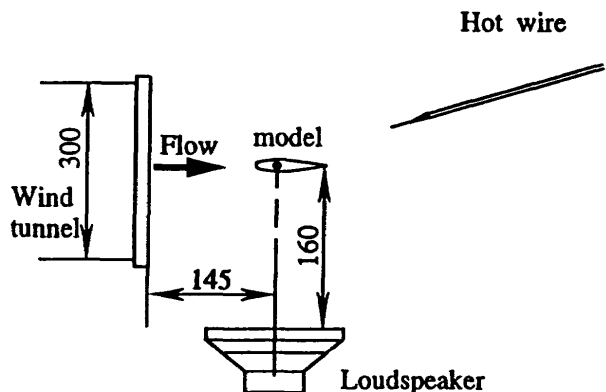


図1 測定部の概要(単位mm)

\* 東京都立科学技術大学

5  $\mu\text{m}$ 、長さ 1 mm のタングステン線である。流れの可視化はスモークワイヤを用いて行われた。

### 3. 実験結果と考察

#### 3. 1 翼周りの流れ

第 2 図は、迎角  $\alpha = 0^\circ, 4^\circ, 6^\circ, 10^\circ, 14^\circ$  および  $16^\circ$  の翼周りの流れを煙で可視化している。 $\alpha = 0^\circ$  では翼面上の境界層は後縁近くまで層流を維持し、後流中には極めて規則的なカルマン渦列が発達する。 $\alpha = 4^\circ$  でもまだ渦列の規則性は見られるが、 $\alpha = 6^\circ$  になると翼の後縁付近で剥離剪断層が渦に巻き上がり始め（その渦のスケールは下流の後流渦列を形成する渦スケールよりも小さい）渦列の規則性が弱くなる。 $\alpha = 10^\circ$  になると、剥離位置が上流に移動し 50% コード付近から剥離剪断層が渦へ巻き上がり翼後縁に達するまでに乱流に遷移する。この迎角では、渦列の周期性はほとんど全く見られなくなり、後流は不規則な乱流渦列に支配されるようになる。 $\alpha = 14^\circ$  以上では前縁から剥離した剪断層が翼面上で再付着することなく下流に大きな伴流を形成する。この失速状態においては、 $\alpha = 14^\circ$  や  $16^\circ$  の写真のように、再び規則的な渦列構造が現れ始める。実際、後流中で変動のスペクトルを測定すると規則性の消失・復活を明確に見ることができる。図 3 は  $\alpha = 0^\circ, 6^\circ, 10^\circ, 16^\circ$  の流れにおける後流中の  $u$  変動のパワースペクトルを示して

いる。 $\alpha = 0^\circ$  で現れる約 150 Hz およびその高調周波数の極めて鋭い線スペクトルは可視化で見られたカルマン渦列に対応する。この線スペクトルは迎角の増加とともに弱まり連続スペクトルに埋もれていき、 $\alpha = 10^\circ$  では完全に消失し後流が全く不規則な渦列に支配されるのがわかる。しかしながら、失速状態 ( $\alpha = 16^\circ$ ) になると、30 Hz 付近にスペクトルの盛り上がりが見れ確かに規則的な渦列の出現を示す。以下では、規則的な渦列構造が消失している  $\alpha = 10^\circ$  と伴流中にカルマン渦列のように規則的な大規模渦構造が見れる  $\alpha = 16^\circ$  の流れに注目する。

図 4 は、 $\alpha = 10^\circ$  および  $16^\circ$  の後流の平均速度分布である。ただし、いずれも壁近くの逆流の影響を考慮せず熱線出力（直線化器出力）をそのまま表示している。 $\alpha = 10^\circ$  では剪断層が翼面上で既に乱流遷移しているため乱流混合により後流の速度欠損が速やかに回復し逆流領域は殆ど見られない。一方、 $\alpha = 16^\circ$  では明らかに大きな逆流域が見られ、翼面から後流中にまで延びた大きな剥離泡が形成されている。失速状態における規則的な渦列（ただし乱流渦列）の復活はこの顕著な逆流域の存在による絶対不安定の性質の顕れを示唆するものである。実際、後縁での逆流速度分布の不安定特性をレーリー方程式に基づき計算すると図 5 のような特性が得られる。波数空間における鞍部点、すなわち複素群速度  $\partial \omega / \partial \alpha = 0$ （かつ時間増幅率  $\omega_i > 0$ ）に対応する絶対不安定周

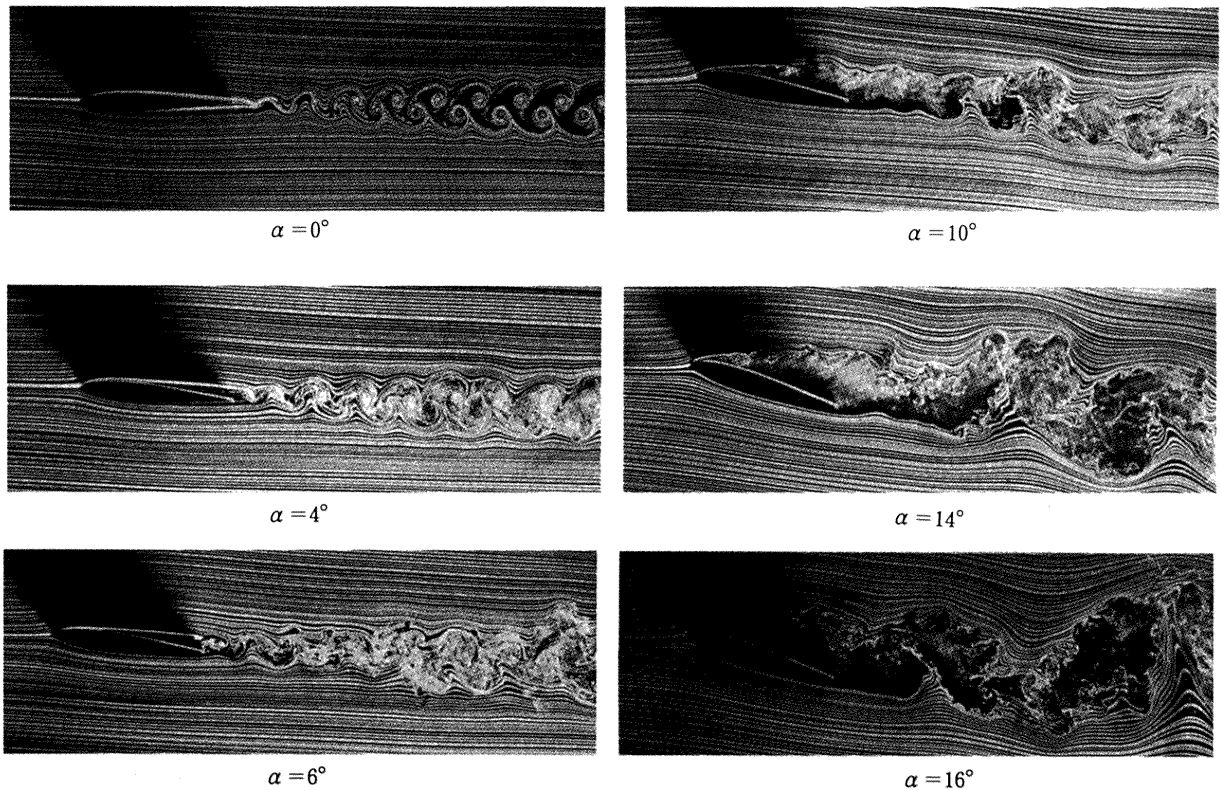


図 2 NACA0012 翼型周りの流れの可視化 ( $Rc = 2.3 \times 10^4$ )

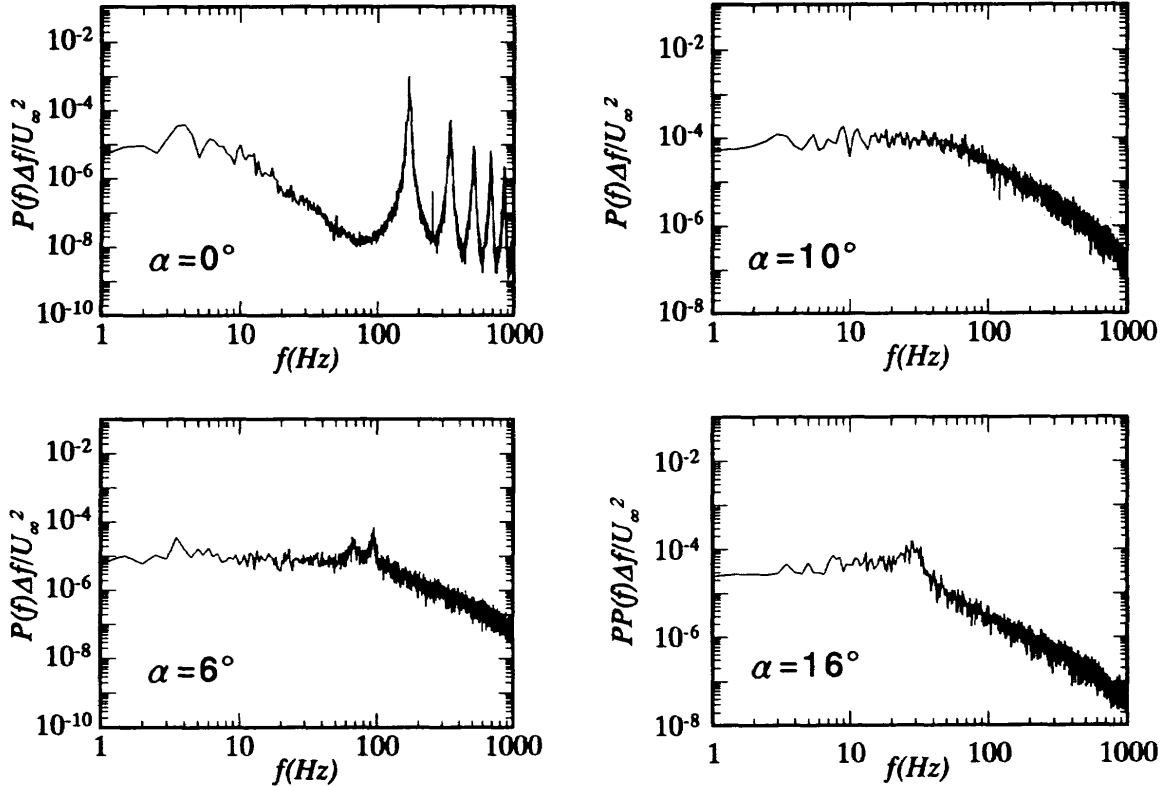


図3  $u$  変動のパワースペクトル。後縁から50%コード下流位置で測定。

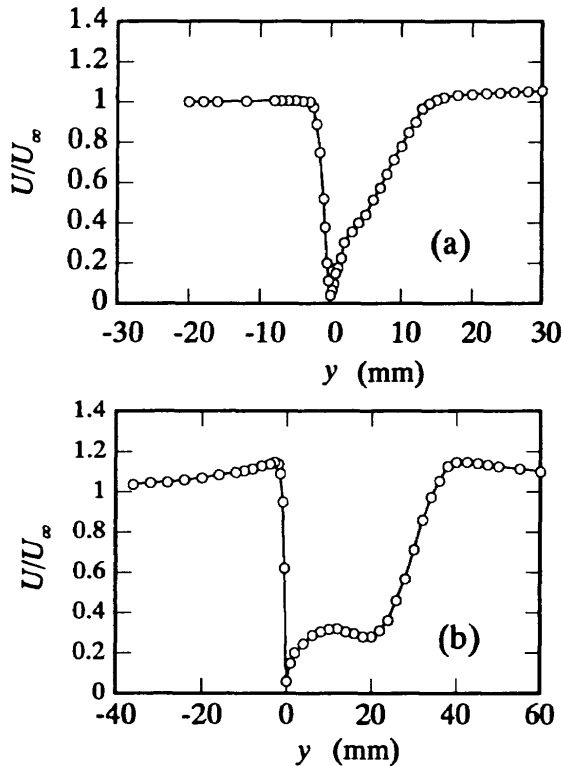


図4 後縁位置での平均速度分布。  
(a)  $\alpha = 10^\circ$  (b)  $\alpha = 16^\circ$

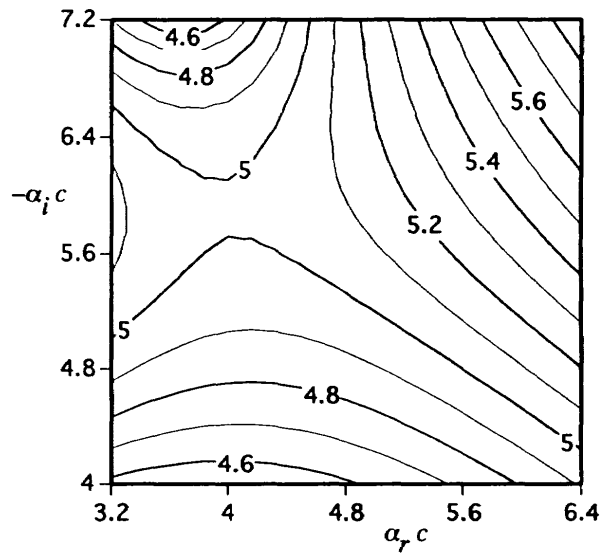


図5  $\alpha = 16^\circ$  の平均速度分布（後縁位置）の絶対不安定特性。

波数を求めると（図の値は主流速度  $U_\infty$  と翼弦長  $c$  で無次元化されている）約40Hzであり実験の渦列周波数30Hzに近い値を示す。次節ではこれら特徴的な2つの迎角の流れに音波を放射する。

### 3.2 後流渦列の音響外乱に対する応答

まず  $\alpha = 10^\circ$  の流れに種々の周波数の音波を放射した。図6(a)~(d)は、200Hz, 120Hz, 60Hz, 30Hzの音波



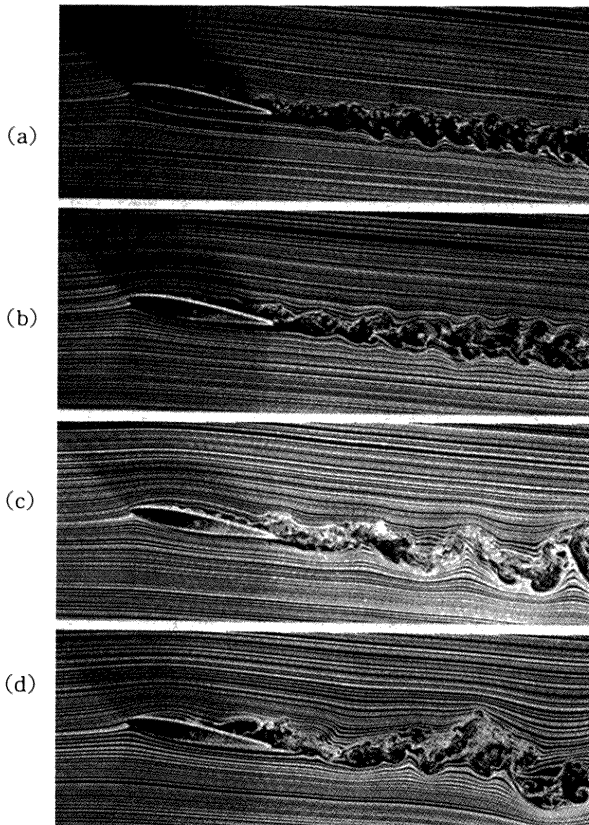


図6 音響励起時の翼周りの流れの可視化 ( $\alpha = 10^\circ$ )  
(a)  $f=200\text{Hz}$ , (b)  $120\text{Hz}$ , (c)  $60\text{Hz}$ , (d)  $30\text{Hz}$

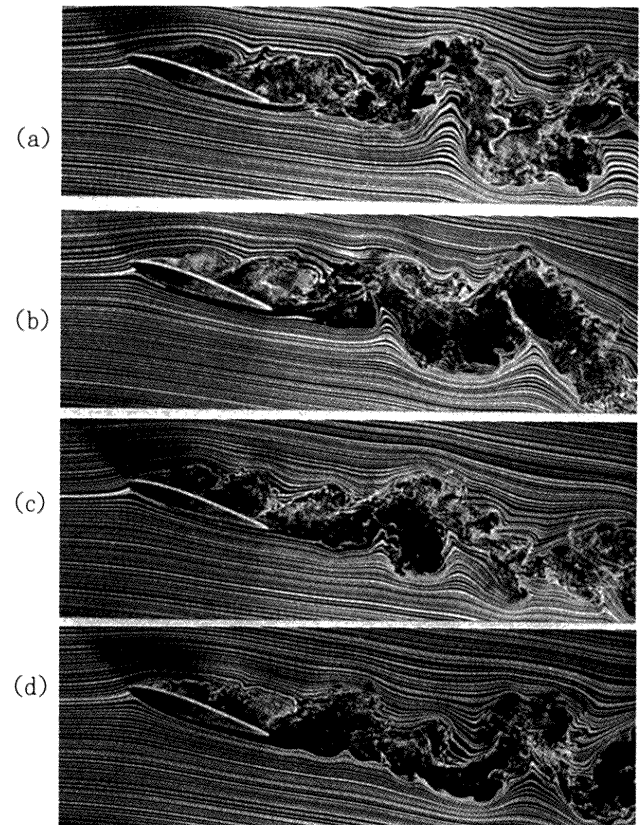


図7 音響励起時の翼周りの流れの可視化 ( $\alpha = 16^\circ$ )  
(a)  $f=35\text{Hz}$ , (b)  $45\text{Hz}$ , (c)  $60\text{Hz}$ , (d)  $120\text{Hz}$

を放射したときの可視化写真である。音波の強さは、翼の上方のポテンシャル流域で測定された  $u$  変動の実効値で言うと、主流速度の0.5%程度である。いずれの場合も、翼面上で孤立的な渦が形成されており、それが翼面上を流下し後流中に放出され、下面から放出される渦構造と共に下流の後流渦列を形成しているのがわかる。特に、200Hzの渦を励起した場合かなり下流まで後流中に大きなスケールの渦列構造が生まれる傾向がないことはきわめて興味深い。

一方、図7の可視化写真は  $\alpha = 16^\circ$  の場合に35, 45, 60, 120Hzの周波数の音波を放射したときのものである。自然状態の渦周波数(約30Hz)に近い35Hzの場合には励起された渦構造が後流を下流まで殆ど完全に支配できるが、45Hz以上になると、翼近傍では同様に孤立的な強い渦が励起されているが、その励起された渦が後流を制御(支配)しておらず、自然状態に見られる周波数の低い渦列構造も現れ、結果として流れはかなり不規則になる。実際、下流の後流中でスペクトルを測定すると、図8のように、60Hzでは線スペクトルは連続スペクトル成分に埋没している。

#### 4. まとめ

以上のように、迎角により後流構造の外乱に対する

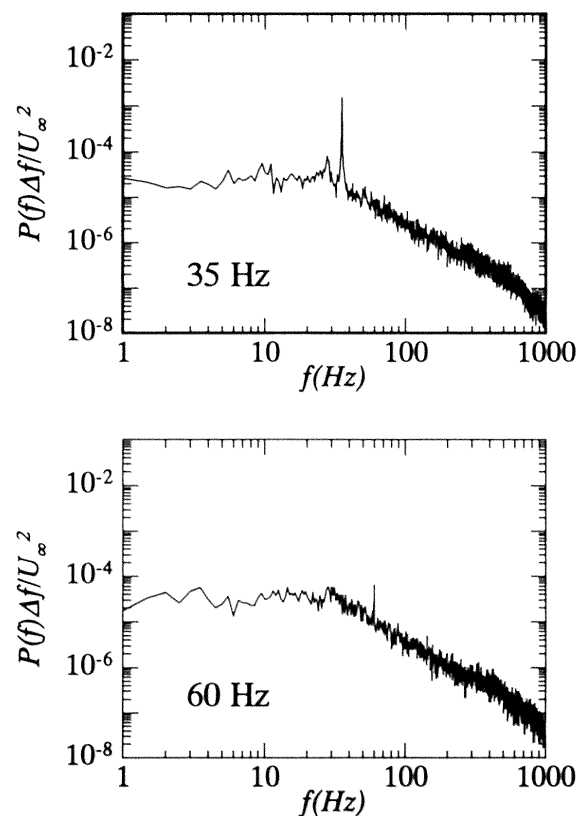


図8 音響励起時の  $u$  変動のパワースペクトル ( $\alpha = 16^\circ$ ). 後縁から75%コード下流位置で測定

応答が顕著に異なることが示された。すなわち、翼面上で剥離再付着する迎角 ( $\alpha = 10^\circ$ ) に対しては、剥離剪断層で生まれた渦が後流も支配するが、失速後の大迎角 ( $\alpha = 16^\circ$ ) に対しては、鈍体のカルマン渦列のように、狭い範囲の周波数攪乱以外剥離剪断層で生まれた渦が直接後流を支配できなくなる。

#### 引用文献

- 1) 浅井雅人, 西岡通男: 前縁剥離流の受容性, 日本流体力学会誌ながれ, **10** (1991), pp.35-46.
- 2) 浅井雅人, 西岡通男, 古本伸一: 翼面上剥離泡流れの外乱に対する応答, 日本航空宇宙学会誌, **42** (1994), pp.395-402.
- 3) Mueller, T.J. and Batill, S.M.: Experimental Studies of Separation on a Two-Dimensional Airfoil at Low Reynolds Numbers, AIAA J., **20** (1982), pp.457-463.
- 4) Ahuja, K.K. and Burrin, R.H.: Control of Flow Separation by Sound, AIAA Paper 84-2298 (1984).
- 5) Zaman, K.B.M.Q., Bar-Sever, A. and Mangalam, S.M.: Effect of Acoustic Excitation on the Flow over a Low-Re Airfoil, J.Fluid Mech., **182** (1987), pp.127-148.
- 6) Nishioka, M., Asai, M. and Yoshida, S: Control of Flow Separation by Acoustic Excitation, AIAA Paper 89-0973 (1989), AIAA J., **28** (1990), pp.1909-1915.
- 7) Zaman, K.B.M.Q. and McKinzie, D.J.: Control of Laminar Separation over Airfoils by Acoustic Excitation, AIAA J., **29** (1991), pp.1075-1083.
- 8) 西岡通男, 浅井雅人, 古本伸一: 渦の音響励起による翼の失速制御, 日本航空宇宙学会誌, **43** (1995), pp.53-58.
- 9) Huerre, P. and Monkewitz, P.A: Local and global instabilities in spatially developing flows, Ann. Rev. Fluid Mech. **22** (1990) 473-537.
- 10) Oertel, H.: Wake behind Blunt Bodies, Ann. Rev. Fluid Mech. **22** (1990), pp.539-564.



## 第17回・第18回研究会の総括と成果

「境界層遷移の解明と制御」研究会は平成7年度中に2回開催され、合計23の講演が行われた。本研究会は各講演に十分な時間を割り当て、当面する困難や研究の裏話まで含めた活発な討論を特徴とするものであるが、第18回では発表希望者が予定を上回ったため、講演時間の短縮が避けられなかった。研究会の世話役としては、嬉しい悲鳴ということになるが、今後さらにこの傾向が進むようなら、研究会開催期間の延長を検討するつもりである。第17回と第18回の研究会で発表・討論された講演を内容別に分類すると次のようになる。

- ・流れの不安定現象に関する研究 (5)
- ・二次元・三次元境界層の不安定と遷移に関する研究 (5)
- ・渦と乱れの構造に関する研究 (4)
- ・剝離流に関する研究 (4)
- ・圧縮性流れに関する研究 (5)

以下にテーマ毎の研究成果をまとめる。

### 1. 流れの不安定現象に関する研究

流れに発生する流体力学的不安定性は基本流の空間的構造、遠心力や浮力等の付加的な外力、その他様々な原因によって誘起される。したがって、その機構の解明には注意深い観測と精密な数値解析が必要である。内藤ら（第17回）は平板に垂直に接近する渦輪の周りに観測される周方向の周期的変動を実験的に調べた。その結果、渦輪に巻き付いたフィンガー渦が観測され、その空間的構造を測定すると共に、これが流れの三次元化を促進させていることを明らかにした。また、平板の無い自由空間中の渦輪の周方向不安定波と比較することによって、この場合の渦輪に現れる周方向の不安定も、自由空間の渦輪について観測されているWindnall Instabilityに因るものであることを示した。

Aouidefら（第17回）は遠心力やコリオリ力によって誘起される流線の曲率に基づく不安定性を調べるため、回転同心円筒内流（テイラー・クエット流）および回転直方体内流について、線形理論に基づく数値解析と実験を行い、得られた結果を比較している。これらの流れの不安定特性は流れの特性長さ $l$ と粘性拡散長さ $\delta$ との比をパラメータとして記述され、その広汎な領域において、線形理論と実験結果がかなりよく一致する。

千葉（第18回）は平行流の仮定が成立しない一般の剪断流の不安定性に対しては流れの領域全体を取り扱う

全体不安定性解析を行う必要があることを述べ、その具体例として、外部流については円柱周りの流れ、内部流についてはキャピティ流の数値解析を行った。微小擾乱の発展方程式から導かれる固有値問題の解が計算され、固有値の符号から流れの安定と不安定が判定された。計算結果より、円柱流れの臨界レイノルズ数45.5、ストローハル数0.12が得られ、この結果はJackson等の数値計算の結果とほぼ一致する。また、キャピティ流れについては臨界レイノルズ数が $1.015 \times 10^4$ と計算され、従来の数値解法では1000~10500と予測されていた値が特定された。

足立ら（第18回）は正方形容器に発生するレイリー・ベナル対流の遷移過程について、流れの二次元性を仮定した数値シミュレーションと安定性理論を用いて調べた。まず、数値シミュレーションによって、レイリー数が40000と48000の場合に、解が計算途中で特異な振舞いをするを見いだした。つぎに、これらの特異な現象を分岐理論の立場から解釈し、不安定な平衡解から安定な平衡解への遷移として説明できることを示した。

蒔田ら（第18回）は鉛直方向に風速分布と温度分布の両方を変えることができる風洞を開発し、安定成層流中に現れる内部重力波の発生と発達過程を調べた。実験条件としてリチャードソン数を乱れの静的安定臨界値より大きくすると、Kelvin-Helmholtz型の不安定波の前に内部重力波が発生することを検出した。また、流れに外部から温度擾乱を加えることによって、その発生と成長が加速されるとの結果も報告された。これは、内部重力波の制御の可能性を示すものとして重要である。

### 2. 二次元・三次元境界層の不安定と遷移に関する研究

境界層の遷移過程で成長する変動の種は物体の前縁近傍で取り込まれる場合が多く、境界層の受容性の問題として広く知られている。受容性は前縁近傍に発生する不安定性と絡んで境界層の遷移予測には不可欠なプロセスであるため、この10年来実験的および理論的研究が内外において精力的に実施されている。福西ら（第17回）は二次元境界層の外乱に対する受容過程を継続的に追及しており（SP-28）、今回は外乱としての音波が平板前縁でどのように受容され、T-S波動に変身していくかを前縁形状の異なる二種類の場合について数値計算で調べた。その結果、前縁形状が縦横比4:1の楕円の場合

には10:1の楕円に比べて音波の受容性が強いこと、およびいずれの場合も楕円と平板の接合部で音が受容され、理論的な予測と矛盾しないことが示された。なお、三次元境界層では二次元の場合に比べて、音波は桁違いに受容されにくく、表面粗さはその逆であることが実験的に知られており、同様の手法を用いて三次元境界層の受容性も解明して欲しいものである。また同研究室(加藤ら, 第18回)では斜行型のT-S波動の受容性に関する実験的研究を推進している。主流に対して斜めに設置した二次元粗さと音波を併用して、このタイプの波動を人工励起することにある程度成功している。しかし現段階では、研究の目的が十分確立されていないように思われる。今後の方向付けを検討して欲しい。

三次元境界層の前縁に沿う流れは付着線流として知られ、その安定性は航空機主翼の設計に不可欠な研究課題であるが、まだ十分に解明されていない。伊藤(第17回)は翼前縁を模擬した円柱表面に沿う流れを例にとり、付着線近傍の不安定性を調べた。後退翼上に形成される三次元境界層の不安定性としては、変曲点型の横流れ不安定が古くから知られているが、近年外部流線の曲率に基づく不安定性(流線曲率不安定)の存在が理論的に予測され(伊藤, 1994)、人工的に励起する方法で実験的にも確認されている(高木ら, 1996)。今回伊藤は流線の曲率項を含む攪乱方程式の固有値問題を数値的に解いて、二種類の不安定の臨界レイノルズ数をそれぞれ算出した。付着線流では流線曲率不安定の方が横流れ不安定より低い臨界レイノルズ数を与え、付着線近傍で実測される不安定性が流線曲率不安定と同じであるとの結論を得た。この不安定から生じる攪乱は横流れ攪乱に比べて成長の程度は弱い、二種類の攪乱の特性は非常によく似ており、下流においてなんらかの相互干渉が生じるものと予想される。非線形干渉問題が今後の重要な研究課題である。

後退角は翼の上に発達する境界層を不安定化する効果を持つが、その主原因は横流れの発生である。したがって、横流れ不安定の結果として発生する攪乱の成長を抑制すれば、後退翼境界層の遷移を遅らせることができるものと期待される。小濱ら(第18回)は、回転円板流で試みた制御法(SP-11)を圧力付後退平板に応用した。すなわち、横流れ不安定で形成される定在縦渦とその成長に伴って発生する高周波攪乱に着目し、縦渦の発生位置に細いスリットを設けて、効率的な吸込みを行うという試みである。予想通りの遷移遅延が達せられ、実用に向けて一歩前進したことが報告されている。しかし線形安定理論によると、横流れ不安定の結果として増幅する攪乱は縦渦のみではなく進行波も含まれる。また実際には翼表面のどの位置に縦渦が発生し、どの程度の空間ス

ケールを持つのかなど、まだ多くの課題を解決しなければならない。

後退翼境界層で観測される横流れ不安定はEkman層や回転円盤流でも同様に観測される。小濱ら(第17回)はこのEkman層を発生させるユニークな実験装置を設計し、主に可視化法を駆使して、境界層内の不安定現象を観測している。まずEkman層で存在が知られている二つの不安定性、すなわち横流れ不安定とType II不安定(上記の流線曲率不安定と同じ)の確認を試みたが、円盤中心部で観察された攪乱は従来の研究で報告されているものとは異なる構造を示した。新しい装置であるから、可視化だけでなく、別の測定手段を用いて基本流のチェックを十分行う必要があるように思われる。

### 3. 渦と乱れの構造に関する研究

乱れの構造を明らかにしようとする一連の研究においては、圧力変動の時系列データを実験データとして測定できないことが大きな障害となっていた。豊田ら(第17回)は独自の工夫を施すことにより、変動静圧の測定を可能とする新たな圧力プローブを開発した。各種検定の後、いくつかの流れ場において実際に変動静圧を測定し、その結果が十分な精度を持つことを実証した。この圧力プローブがもたらす情報は、風洞実験で研究できる領域を広げるだけではなく、数値シミュレーションの検証の意味でも重要である。これから他の様々な流れ場において変動圧力が測定できるようになるものと期待される。

蒔田ら(第17回)は乱流発生装置を用いて風洞中に高レイノルズ数の一様性乱流場を作り出し、乱流エネルギーの減衰特性を測定するとともに、普遍平衡理論がどの程度まで適用可能かについて調べている。その結果、確立密度分布に乱流場微細構造の間欠性の影響が現れることを示し、非等方テンソルスペクトルを用いて慣性小領域を決定する方法を提案している。大気乱流などとは異なり、風洞というコントロールされた流れを用いて高レイノルズ数の乱流場が研究できる意義は大きく、また乱流理論および数値シミュレーションの裏付けを与えるものとしても今後の発展が期待される。

平板境界層中に埋没した三次元物体回りの流れに関する研究が石澤ら(第18回)と本橋ら(第18回)から発表された。石澤らの研究は平板上に置かれた三次元物体を二重わきだしで表現し、上流から流されてきた直線状の渦線がどのような変形を受けるかを数値シミュレーションで求めたものである。その結果、上流から流されてきた渦線の変形により、馬蹄形渦およびその外側に現れる弱い吹き上げ渦が作られることを示した。本橋らの研究は風洞実験と三次元N-S方程式の数値積分を用いた総

合的なもので、平板上に置かれた三次元物体の後流に生じる乱流楔について詳しく調べている。その結果、三次元物体を取り囲むように形成される馬蹄形渦が物体下流に局所的に速度勾配の大きい速度場を誘起し、そこに生じる変曲点不安定によって乱流楔の初期発達が説明できることを示した。すなわち三次元物体が直接乱流を作り出すのではなく、間接的な形で乱流遷移に寄与するメカニズムの存在を明らかにしたことになる。

#### 4. 剥離流に関する研究

流れの中に挿入された物体の表面に発達する境界層は、それを通した運動量の交換が限界に達すると、物体表面から剥がれる。剥離が生じると、下流に剥離泡や交番渦などの構造が作られ、乱れや振動の発生源になるとともに、例えば、翼のフラッターや失速などを引き起こす。剥離は流れ場の条件によって複雑に変化する難解な現象で、その解明は流体力学の基本課題の一つであり、本研究会でも4遍の発表を得た。

神谷ら（第18回）は、直径300mmの球の抵抗係数に関する精密な実験を、臨界  $Re$  数に近い流速18m/s付近で、0.1m/s毎に変化させて行った。空気力の測定には3分力内装天秤を用い、球の後方から煙を出す可視化方を併用して、剥離点の観測を行った。これまで、球に働く空気力と  $Re$  数の関係は、円柱の場合と異なり、臨界  $Re$  数付近でも連続的に変化するものと考えられてきたが、今回の実験は球に働く空気力も臨界  $Re$  数において不連続に変化することを示した。 $Re$  数の増加につれて層流剥離泡が部分的に形成されるため、抵抗係数が不連続的に低下するとともに、場の対称性が崩れて横力が増加する。さらに  $Re$  数を大きくすると、層流剥離泡が全周にわたって形成され、剥離点が下流へ移ることによって抵抗係数も変化する。

黒田（第17回）は、回転多角柱後流中の渦について渦放出周波数と回転数の関係を調べた。1.5~10m/sの一様流中で三角柱と四角柱を0~2000rpmで回転させ、熱線計測を行った。また、二次元非圧縮  $N-S$  方程式を、時間方向補間を含んだ移動境界適合座標を用いて差分化し、 $Re$  数2000の三角柱、四角柱、六角柱について数値計算を実行して、その結果を実験と比較している。角柱の回転数に応じて渦が発生するが、これを、回転数、外接円直径および主流流速で定義されるスピンパラメータ  $S$  とストローハル数  $St$  による同期関係  $S = k \pi \cdot St / N$  ( $N$ : 角数,  $k = 1, 2, 3, \dots$ ) で表すとき、 $St$  数は  $S$  値の変化に伴い数本の同期直線上を変化することが示された。浅井と妹尾（第18回）は、 $Re = 2.3 \times 10^4$  の一様流中にNACA0012翼を迎角  $\alpha = 0 \sim 16^\circ$  で設定し、下方から音波外乱 (30~200Hz) を与えたときの翼表面の剥離

剪断層と後流の応答を可視化とスペクトル解析によって調べた。剥離は  $\alpha = 6^\circ$  で発生し始め、 $\alpha = 10^\circ$  では音波励起によって翼上面に形成された孤立渦が流下して、翼下面に形成された渦と干渉し、後流中で大きなスケールの渦の発生を抑制する。その傾向は周波数が高いほど顕著になる。翼は  $\alpha = 16^\circ$  では前縁剥離により失速するが、非励起時の渦放出周波数 (35Hz) 近傍で励起された孤立渦以外は、後流の渦構造を制御できないことが示された。

水島と武本（第18回）は、一様流中に置かれた角柱列後流のジェットの合流現象を調べた。二次元非圧縮  $N-S$  方程式を、2つのジェットが合流する計算では、 $\phi-\omega$ 法とMAC法で、3つのジェットが合流する計算では非食い違い格子を用いたMAC法を用いて解き、角柱間隔と直径の比で与えられる周期  $\sigma$  と、臨界  $Re$  数  $Re_c$  の関係を求めている。また、その結果を可視化実験で検証した。 $Re$  数が小さい場合、流れ場は角柱の配列と同じ周期  $\sigma$  を持つが、 $Re_c (=31)$  以上で  $2\sigma$  の周期を持つ流れに遷移すること、2つのジェットが合流する  $Re_c$  よりも3つのジェットが合流する  $Re_c$  の方が大きいことを示した。

#### 5. 圧縮性流れに関する研究

圧縮性を考慮しなければならない流れの安定性や乱流遷移に関する問題は実用的に重要であるが、変数が増加する分だけ流れが複雑になるために、非圧縮の場合に比べて著しく研究が遅れている。次世代の超音速輸送機の開発には欠かせない研究課題であるから、この方面に多くの研究者の興味に向くように、本研究会としても努力する必要がある。その意味で、坂上と西岡（第17回、第18回）の研究は重要な寄与をしている。彼等は、超音速機の空気抵抗軽減や超音速風洞の低騒音化に関する基礎研究として、超音速境界層における微小攪乱の挙動を直接数値シミュレーションと線形安定計算によって調べている。主流マッハ数が2.2の場合に、平板と斜面をつないだ壁面に沿う境界層を考え、その中に現れる  $T-S$  波動の発達に対する圧縮と膨張の影響を追及した。その結果、 $T-S$  波動の成長は、速度分布の一般化変曲点によって生じる変曲点型不安定に強く支配されること、圧縮・膨張過程はそれぞれ境界早期不安定化と安定化の方向に作用することなどが明らかにされた。この研究の特徴は、直接数値シミュレーションの解と、平行流近似に基づく線形安定計算の非粘性解と粘性解との対比に重点を置いていることである。これによって物理現象の分析と理解を深めることができるので、とすれば技術的応用の方向に傾きやすい圧縮性境界層の問題に、基礎研究の一つの方向を指し示した例として評価したい。

上記の研究と並行して、西岡ら（第18回）は超音速乱流混合促進のための基礎研究も進めている。この課題はスクラムジェットエンジンへの応用が本来の動機であるが、混合層における縦渦の成長と崩壊など基礎的現象の解明をめざす研究としても興味深いものである。今回は中心軸から一定距離の環状領域だけに渦度を持つ中空縦渦を考え、その不安定性と複数渦への崩壊過程を調べている。中空縦渦は渦度の分布や強度を容易に操作できる簡単なモデルであると共に、これまでの研究で、不安定化が著しいために混合促進に有効なことが知られている。縦渦単体の変曲点型不安定については、非圧縮、非粘性の時間増幅型線形安定計算を行い、渦を取り巻く周方向の波数に対する振動数と増幅率の変化から最も成長する波数を予測している。これらの情報を踏まえた上で、圧縮性ナビエ・ストークス方程式に基づく数値シミュレーションを行い、攪乱の線形・非線形成長および縦渦を含む流れ場の複雑化過程を提示した。これらの結果から、中空縦渦の崩壊が変曲点不安定から始まり、攪乱の非線形成長によって複数の孤立渦に崩壊すること、およびそれらが合体と融合を繰り返して流れ場の急速な複雑化をもたらすことなどが明らかにされた。

一方、石橋と中尾（第17回）は音速ノズルを用いた流量計測の問題に関連して、ノズルスロート部の境界層排除厚を予測する方法を提案している。最近、定積槽を用いるPVTt法と天秤を用いる質量法が確立され、大きな流量から微小流量まで、音速ノズルの流出係数を極めて精度よく測定することができるようになった。そこで、

流出係数を理論的に予測するために、加速により主流の流速分布の歪みとノズル壁面に発達する境界層の排除厚を考慮に入れた算定式を提出した。スロート部分の形状を理論上の仮定に合わせて製作し、流量計測の結果を理論と比較している。両者の差は0.1%程度であり、流出係数を理論的に予測できることを示している。理論式の中で、主流の流速分布の歪みを記述する部分はレイノルズ数に依存しないため、実測された流出係数からスロート部分における境界層の排除厚を推定することが可能になった。

松山ほか（第18回）は一様等方性圧縮性乱流の微細構造を位相幾何学的手法で記述する試みを進めている。この方法は速度勾配テンソルの固有値によって流線パターンを分類するものである。不変量空間におけるトポロジーを解析することによって、圧縮性乱流中の高散逸領域と流線パターンの特徴が関係付けられている。ただし、本研究会の出席者はほとんどこの種の問題には門外漢であるため、理論結果と物理現象の関係を理解することに大きな困難を感じた。機会を見て、研究手法の基礎的な解説をお願いしたいと思う。

平成8年8月

「境界層遷移の解明と制御」研究会

幹事 伊藤 信毅  
山本 稀義  
高木 正平

---

## 航空宇宙技術研究所特別資料33号

平成8年9月発行

発行所 科学技術庁航空宇宙技術研究所  
東京都調布市深大寺東町7-44-1  
電話(0422)47-5911 〒182  
印刷所 株式会社 共 進  
東京都杉並区久我山5-6-17

---

© 禁無断複写転載

本書(誌)からの複写、転載を希望される場合は、企画室調査普及係にご連絡ください。



