

No. 16

縦渦の変曲点不安定性と超音速混合促進への応用

西岡 通男*, 松岡 光大*, 比江島 俊彦*

Inflectional Instability of Streamwise Vortex
and Its Application to Supersonic Mixing Enhancement

Michio NISHIOKA, Mitsuhiro MATSUOKA and Toshihiko HIEJIMA

The motivation of the present study is to contribute to the development of scramjet engines through the research of finding such vortical flow structures that are not much affected by compressibility effects and can thus work to enhance the supersonic mixing, an important technical prerequisite for the engine. A candidate we propose here is a certain type of streamwise vortex characterized by an annular and axisymmetric distribution of vorticity. This is because it may undergo 'inflectional instability' like in low-speed mixing layers. We have made the inviscid linear stability analysis and direct numerical simulations to clarify the 'inflectional instability'. The results demonstrates its powerful potential as a means of supersonic mixing enhancement, showing the development of complex flow driven by rapidly growing and interacting discrete vortices of various scales.

Key Words : turbulence control, supersonic mixing enhancement, streamwise vortex, instability of streamwise vortex, scramjet engine

1. まえがき

スクラムジェットエンジンの技術課題として注目を集めている超音速乱流混合の問題¹⁾は、乱流制御の課題として興味深く、筆者等は一連の基礎研究を進めている。混合における乱流の役割は、大規模渦の連行作用がその一つであり、もう一つは大規模渦が崩壊して生じる無数の小規模渦の作用、すなわち異種流体の接触面積を一気に増大させる働きである。ところが、このような大規模渦は超音速域では圧縮性の影響により生成が強く抑制されるため、混合に寄与する渦運動を人為的に励起し超音速混合を促進させる技術が求められている。

筆者等は、圧縮性の影響が緩和される渦構造として流れ方向の渦軸をもつ縦渦を提案し、主流マッハ数 2.4, 2.5, 4.0 の実験を行い、種々の寸法、循環値をもつ縦渦や縦渦列（同方向回転あるいは交互逆回転のスパン方向の渦列）が超音速流中で容易に生成できることを示し、縦渦による超音速混合の促進手法を詳しく調べてきた²⁻⁵⁾。

特に縦渦列を対象として構造的に不安定な縦渦を数値

計算で探索し、中心軸から一定距離の環状領域内だけに渦度を有し他では零の軸対称分布（‘中空’）をもつ縦渦を採用したところ、縦渦列（渦軸方向に事柄が同じ 2 次元流れ）が激しく不安定化し、縦渦要素も小スケール渦に崩壊して混合に有利な流れが得られた⁶⁾。この結果は渦列の不安定化が縦渦単体の不安定性に由来することを示唆している。

このような‘中空’の渦度場を扱った例として、カルマン渦列や混合層の横渦の安定性を理論的に調べた研究がある⁷⁾。しかし超音速混合促進などの乱流制御の立場から見ると、横渦ではなく、軸流速度をもつ縦渦としての特性の方が興味深く、その場合、渦度分布、軸流速分布、エントロピー分布（バロクリニック性）、圧縮性、さらに壁の存在など、種々の因子の影響が重要であるが、これらは勿論のこと、非圧縮流についても、攪乱の構造や非線形発達の様子は従来からよくわかっていない。混合促進などへの応用を目的とした研究も筆者等の他にはないようである。

そこで本論文では、‘中空’渦度場をもつ縦渦単体の不安定性をまず線形安定性理論で解析し、次に攪乱の非線形発達を数値計算で追跡し、混合促進に役立つ流れ場が生まれるか調べた。線形安定性解析では非圧縮かつ非

* 大阪府立大学工学部

粘性を仮定し、数値シミュレーションでは圧縮性粘性流れを扱い、縦渦がマッハ数2.43の超音速流中にあるとした。

2. 縦渦の変曲点不安定

中空縦渦列を扱った文献6では縦渦のスケールや循環値を主流マッハ数2.43の実験⁵⁾で観察された縦渦(中実)の値に合わせているので、ここでもそれを踏襲する。そこで、本稿の線形安定性計算と数値シミュレーションでは基準長さに縦渦列導入モデルのコード長(85mm)を、また速度および密度の基準値に主流音速(約230 m/s)と主流密度を用い、流れの諸量と方程式を無次元化した。平面極座標(r, θ)で表すと、ここで扱う‘中空’縦渦は図1に示す軸対称の渦度(Ω)分布と周速度(U_θ 分布をもつ。この基本流に時間増幅型の $\exp[i(m\theta - \sigma t)]$ の形をもつ微小振幅の攪乱を重ねし、非圧縮のオイラー方程式に代入して、線形化すると、変数 $\phi(r) = ru_r$ (u_r は r 方向攪乱速度: 複素数)について次の形の攪乱方程式を得る。

$$r^2 \phi'' + r \phi' - F \phi = 0$$

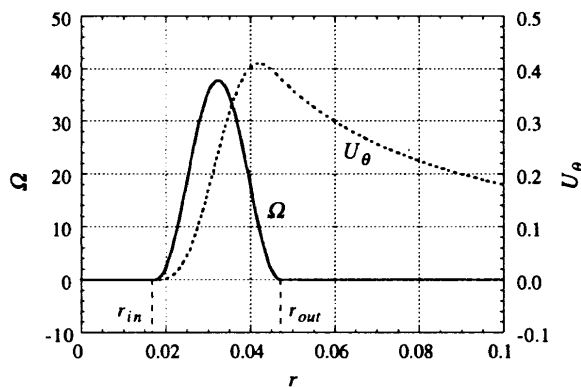
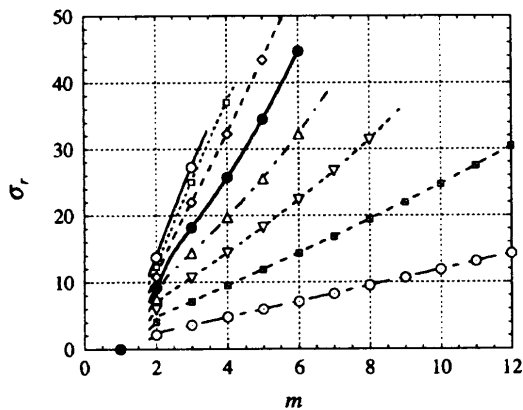
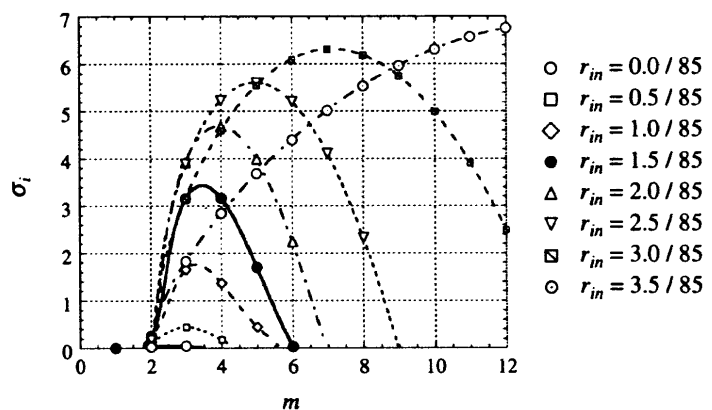


Fig.1 Distributions of Ω and U_θ



(a)



(b)

Fig.2 Eigenvalue vs. m : (a) angular frequency σ_r , (b) growth rate σ_i .

ここで、

$$F = \frac{r^2 \Omega'}{U_\theta - (\sigma/m)r} + m^2$$

ただし、 θ 方向の波数 m は物理的な要請から整数である。また、 $\sigma = \sigma_r + i\sigma_i$ で、 σ_r は角周波数、 σ_i は時間増幅率である。 ϕ に対する境界条件は、

$$\phi(0) = 0$$

$$\frac{\phi}{r} \rightarrow 0 (r \rightarrow \infty)$$

である。

この固有値問題については、いくつかの一般的な判定条件が導かれている⁷⁾。

- (1) $m=1$ の場合、 $\sigma_i=0$ の中立解をもつ。
- (2) $m=0$ の場合、不安定のための必要条件は、 $\sigma_r=0$ 、かつ $U_\theta \Omega < 0$ を満たす領域が存在することである: 遠心力不安定。
- (3) 一般に($m \neq 0$)、不安定のための必要条件は $\Omega' = 0$ を満たす点が存在することである。これは、平行流の変曲点不安定に関するRayleighの判定条件に対応する。

固有値 $\sigma_r(m)$ と $\sigma_i(m)$ を図2に示す。 m 整数の解を滑らかに結ぶため、整数でない場合の解も求めた。実線で結んだ解は文献6の数値計算の条件に対応する。この場合、最大増幅は $m=3$ と $m=4$ で見られ、増幅率 σ_i はそれぞれ、3.153, 3.154である。これは極めて大きい値であり、実時間に換算すると、1 ms(無次元時間2.71)の間に攪乱の増幅は5000倍を越す。攪乱が1周に要する時間は $m=3, 4$ の場合、それぞれ約0.38ms(同1.04), 0.36ms(同0.97), また、最大周速度をもつ流体粒子が1周に要する時間は約0.24ms(同0.65)であるから、攪乱や流体粒子が3~4周の距離を移動する間に5000倍の増幅が生じることを意味し、確かに激しい増幅である。図2には、渦度の最大値および r_{out} を固定し、

r_{in} を種々に変えた場合の結果も示しているが、 r_{in} を r_{out} に近づけて渦度を有する環状領域を薄くするほど増幅率は大きく、また角速度 σ_r/m は小さくなる。図2が示すように、成長する攪乱のスケールや増幅率は環状領域の寸法や渦度分布により幅広く制御できる。

3. 数値シミュレーション

圧縮性 N-S 方程式の対流項に5次精度のMUSCL TVD法⁸⁾、粘性項には2次精度の中心差分を適用し、積分は3次精度のルンゲ・クッタ法で陽的に行った。10 \times r_{out} を一辺とする正方形の計算領域を401 \times 401の等間隔格子に分割し、境界条件には対称（滑り壁）条件を用いた。最大周速度と環状領域の幅に基づくレイノルズ数は 1.06×10^4 である。前述の $m=3, 4$ の攪乱や不規則攪乱を初期攪乱とした場合の計算結果を図3, 4に示しているが、孤立渦が激しく成長して合体・融合するなど、条件により混合に有利な流れ場がえられる。微小振幅（1%）時の攪乱挙動は、増幅率が理論値より10%程度

低い点を除くと、安定性理論と一致する。確かに安定性理論の予測の通り、 $r_{in}=0, 0.5/85$ における増幅は緩やかで、しかも、 $r_{in} \geq 1.0/85$ の場合に見られる孤立渦への崩壊は生じない。一方、 $r_{in}=1.5/85; 2.0/85; 2.5/85; 3.5/85$ の場合、それぞれ $m=3, 4; 3, 4, 5; 4, 5, 6; 5, 6, 7, 8$ の攪乱が競合しつつ成長し、スケールの一段小さい複数の孤立渦が生まれ、それらは干渉しあって短時間に流れ場を複雑にする。

周知のように、超音速混合層においては、非圧縮混合層におけるブラウン・ロシュコ渦（大規模横渦）は圧縮性の影響で抑制される。その理由の一つは次のように考えると明らかである。そのような横渦と一緒に移動する座標系から見ると必ず淀み点が存在する。この移流座標系から見た主流速度が超音速の場合（移流マッハ数が超音速）には、超音速の流れが淀み点に向かうことになるので必ず衝撃波が現れる。現実の流れは、このような状況を避けて（つまり、このような横渦の種となる攪乱の増幅率は低下し）、斜行波が成長し、斜め渦構造が生ま

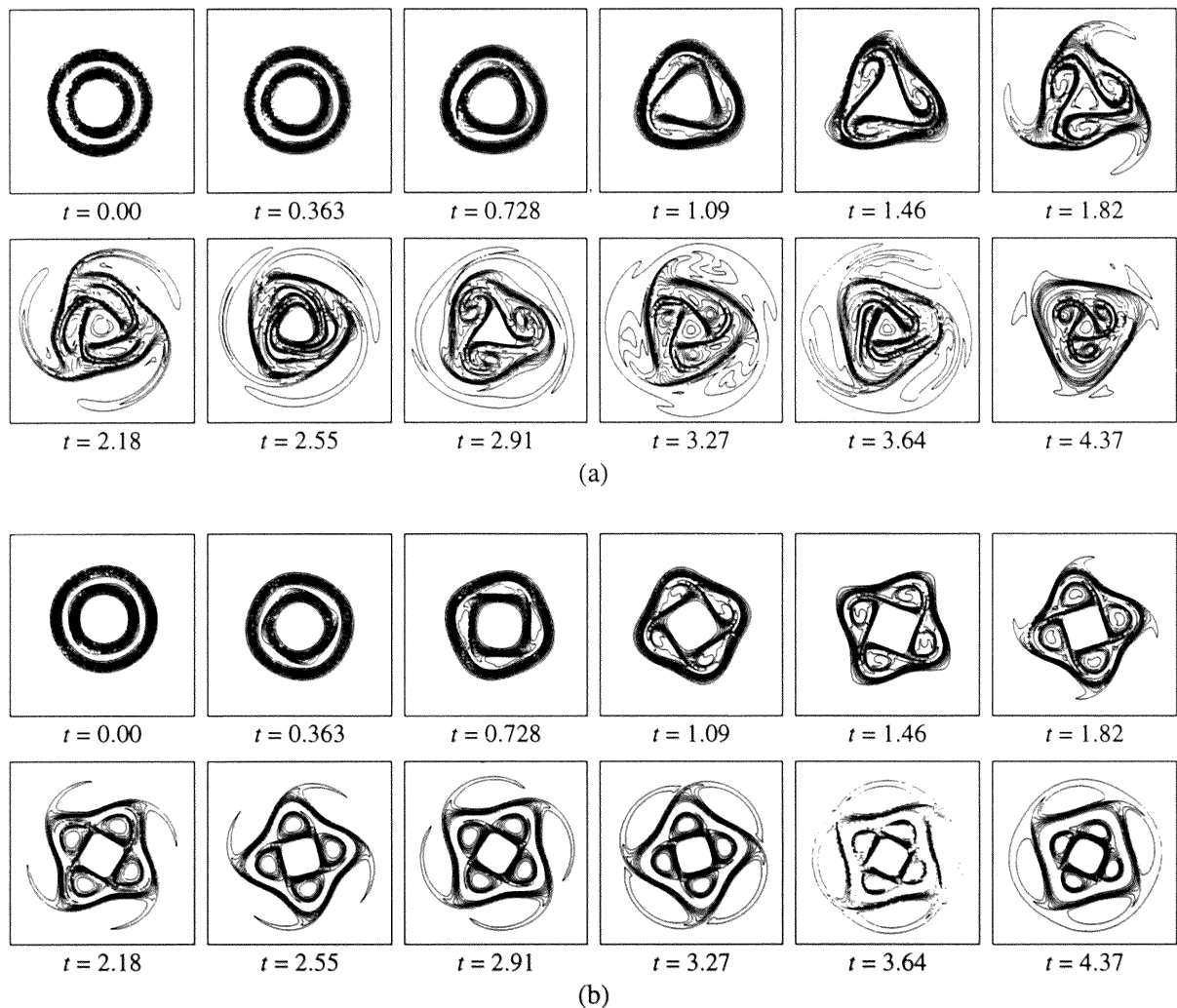


Fig.3 Nonlinear development of vorticity field initially disturbed by unstable mode :

(a) $m=3$, (b) $m=4$.

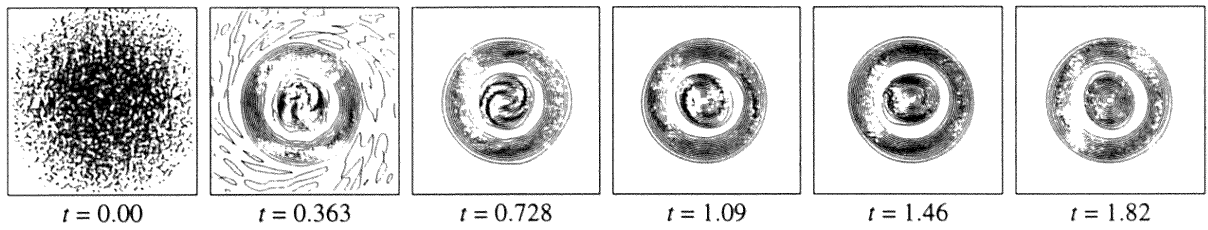
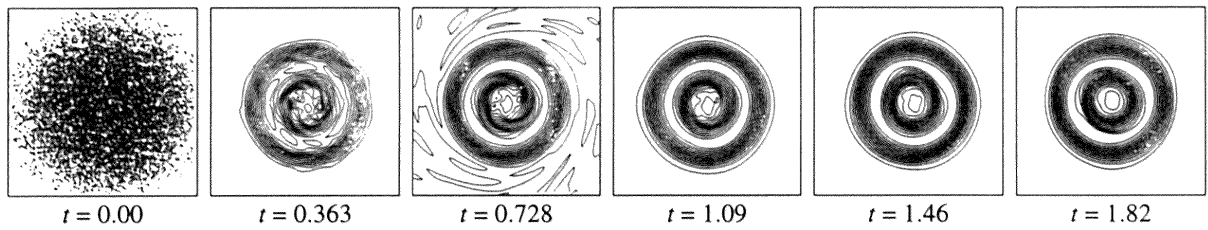
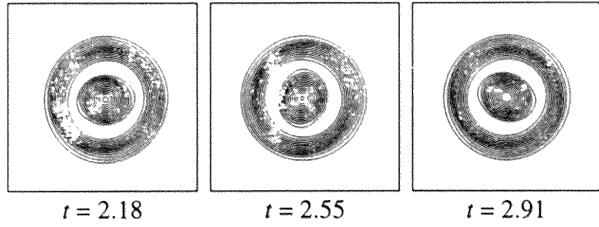
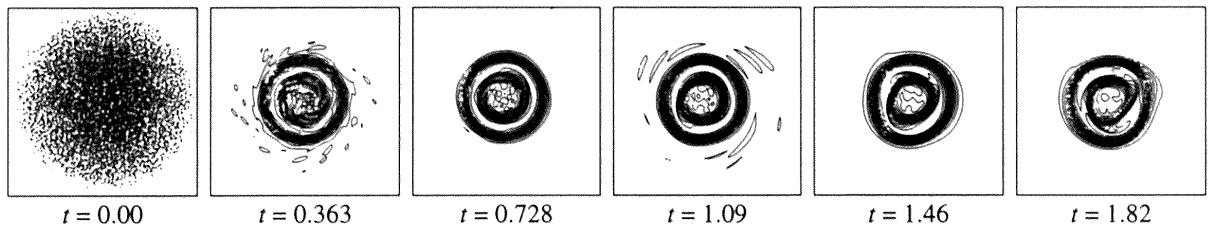
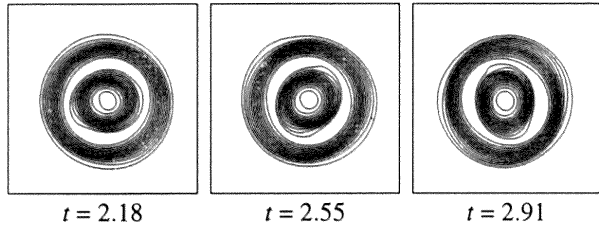
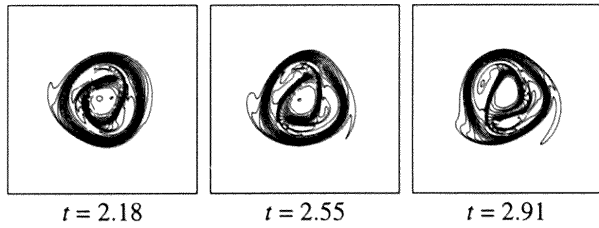
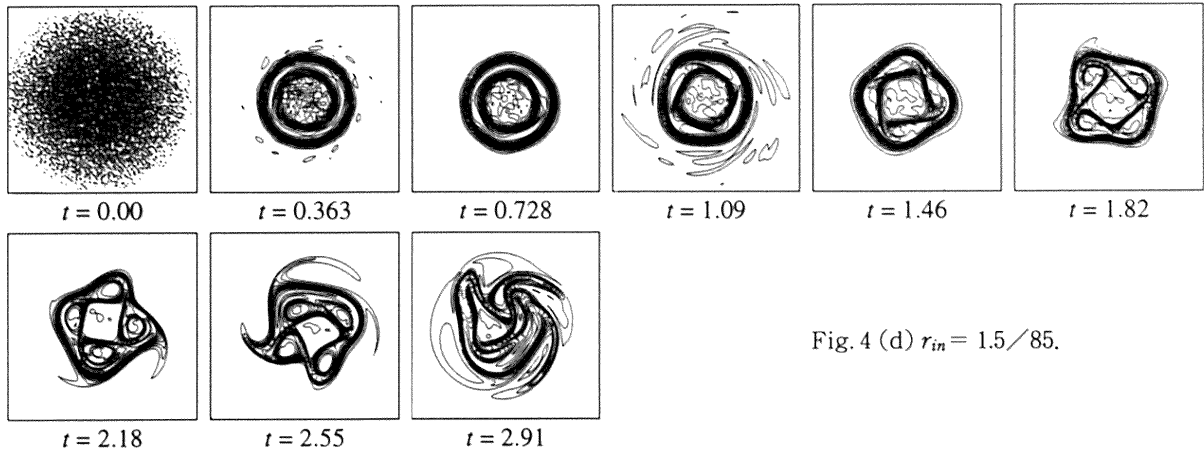
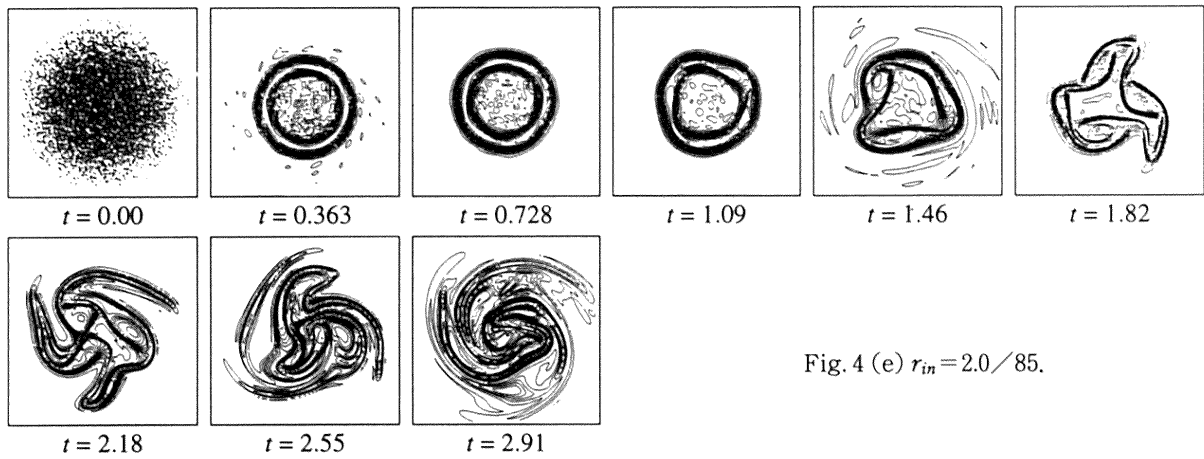
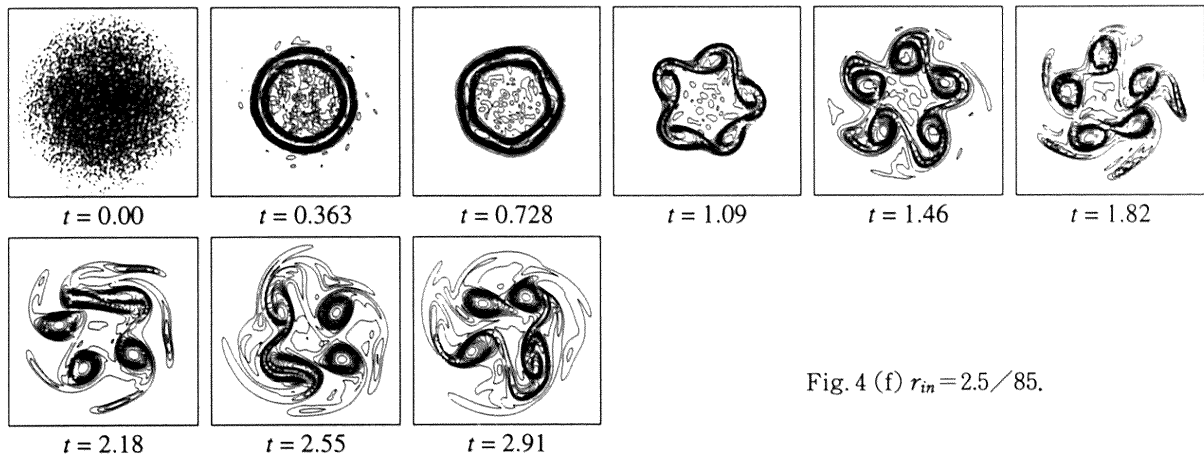
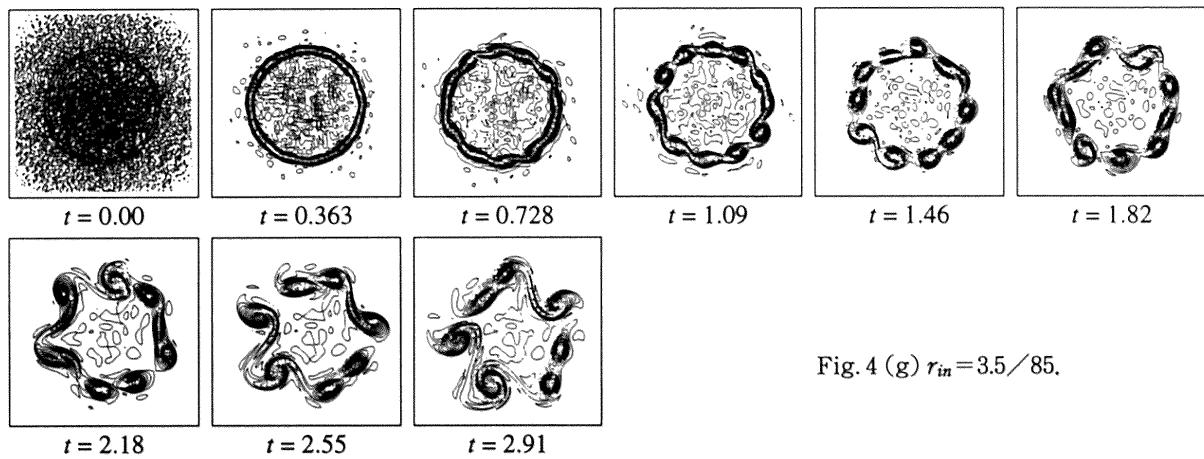
Fig. 4 (a) $r_{in} = 0.0/85$.Fig. 4 (b) $r_{in} = 0.5/85$.Fig. 4 (c) $r_{in} = 1.0/85$.

Fig. 4 Nonlinear development of vorticity field initially disturbed by random noise :

(a) $r_{in} = 0.0/85$, (b) $r_{in} = 0.5/85$, (c) $r_{in} = 1.0/85$, (d) $r_{in} = 1.5/85$, (e) $r_{in} = 2.0/85$,
 (f) $r_{in} = 2.5/85$, (g) $r_{in} = 3.5/85$.

Fig. 4 (d) $r_{in} = 1.5/85$.Fig. 4 (e) $r_{in} = 2.0/85$.Fig. 4 (f) $r_{in} = 2.5/85$.Fig. 4 (g) $r_{in} = 3.5/85$.

れる。これは、翼に後退角を持たせて、圧縮性の影響を回避するのと原則的に同じである。つまり斜行波も後退角翼も淀み点の発生を避ける意味では同一である。この意味では、縦渦は後退角 90° の翼（そんな翼はないが）と同じであって、圧縮性の影響を最も緩和できる渦構造と言えるだろう。超音速混合の促進制御への適用が大いに期待される。

4. まとめ

本論文では、新しく、低速の噴流や混合層の場合と類似の変曲点不安定性が励起される構造的に不安定な縦渦構造を提案した。その特徴は、中心軸からある一定の距離にある環状領域だけに渦度が存在し、中心軸まわりの領域の渦度はゼロであり、いわば‘中空’である。この流れ場における攪乱の成長を線形安定性の解析（非粘性・非圧縮）と 2 次元圧縮性 N-S 方程式に基づく直接シミュレーションにより調べた。混合促進の観点から重要な結果をまとめる：

- (1) 孤立渦のスケールや強さは環状領域の寸法と渦度分布により幅広く制御できる。
- (2) 攪乱の増幅は本質的に時間増幅型であり、その増幅率は極めて大きく、環状領域の外径 4 mm、内径 1.5 mm、循環値 $2.24\text{m}^2/\text{s}$ の渦度分布をもつ場合、最大周速度の 1 % 程度の速度変動をもつ初期攪乱を導入したときには、0.7ms 程度の時間に複数の孤立

渦が形成され、流れ場を複雑化する。孤立渦の形成時間は初期攪乱の振幅で制御できる。

- (3) ‘中空’縦渦の特徴は、最大増幅率のモードに近い波数をもつ複数の攪乱が競合しつつ成長し得る点であり、それらは干渉しあい、合体・融合を繰り返しつつ、混合に有利な複雑な流れ場の形成に寄与する。

本論文で提案した渦構造は、超音速混合の促進制御を含め、スワールを用いる混合制御など、広く乱流の混合・拡散分野の制御に応用できるであろうと思われる。本文で述べた種々の影響因子については、最大周速度が超音速の場合を含めて、今後さらに調べる予定である。

引用文献

- 1) E. J. Cutmark, K. C. Schadow and K. H. Yu : Annu. Rev. Fluid Mech., 27 (1995) 375-417.
- 2) 西岡, 須波 : ながれ, 14 (1995) 377-389.
- 3) 西岡, 須波 : ながれ, 15 (1996) 35-44.
- 4) 西岡, 須波 : ながれ, 15 (1996) 45-54.
- 5) 須浪, 徳永, 西岡 : ながれ, 13 別冊 (1994) 56-59.
- 6) 辻本, 西岡 : ながれ, 14 別冊 (1995) 85-88.
- 7) Michalke, A. and Timme, A. : J. Fluid Mech., 29 (1967) 647-666.
- 8) 山本, 大宮司, 石坂 : 機論, 59-557, B (1993) 43-48.