

No.17

角柱列を過ぎる流れ

水島二郎*, 武本幸生*

Flow Past a Row of Square Bars

Jiro MIZUSHIMA and Yukio TAKEMOTO

Faculty of Engineering, Doshisha University

The stability of the flow past a row of square bars, which is placed across a uniform flow, is investigated numerically. Two-dimensional and incompressible flow field is assumed. It is found that each jet which flows between the square bars is independent of each other when the pitch-to-diameter ratio of the row is large. However the confluence of several jets occurs when the pitch-to-diameter ratio is small. It is found that the confluence of couples or triplets of jets is a consequence of a pitchfork bifurcation and the critical Reynolds numbers for the pitchfork bifurcations are evaluated for each value of the pitch-to-diameter ratio. An experiment to visualize the flow field is also made and the confluence of jets is confirmed.

Keywords : stability, wake, a row of square bars, pitchfork bifurcation

§1. はじめに

一様流中に置かれた角柱列や円柱列などの柱状物体列を過ぎる流れの性質は、柱状物体列の間隔により大きく異なる。 σ を柱状物体の間隔 P と直径 d の比とすると、 σ が大きい場合、柱状物体の間隔を通るジェットは互いに平行である。しかし σ を小さくすると、平行なジェットに不安定性が生じ、ジェットの合流が起こる。 σ が十分大きい場合の柱状物体列の後流は、Olssen¹⁾によって理論的および実験的に調べられた。彼は後流の流れ場を物体の配置と同じ周期をもつ正弦関数によって表現し、その表現が物体から十分離れたところでは、実際の流れを十分精度よく近似していることを実験によって確かめた。

Matsui²⁾は円柱列を過ぎる流れのジェットが合流する現象、特に σ 依存性とレイノルズ数依存性を詳しく調べた。彼は $Re=2000$ の場合、 $\sigma=3.0$ のとき平行なジェット、 $\sigma=2.2, 1.8, 1.6$ のとき、それぞれ2つ、3つ、4つのジェットの合流を観測し、また現象のレイノルズ数依存性も示した。ここでレイノルズ数 Re は $Re \equiv Ud/\nu$ と定義し、 U は円柱列の上流での流速、 d は円柱の直径、 ν は流体の動粘性係数である。

ジェットが合流するメカニズムを明らかにする理論的

な試みは、Gotoh, Yamada and Mizushima³⁾によって行われた。彼らは流れ方向と直角に周期を持つ平行流を主流とし、楕円関数で表現された主流に関する線形安定性を調べ、攪乱の臨界モードは主流と同じ周期を持つことを示した。Yamada⁴⁾は弱非線形安定性理論を用いてGotoh, Yamada and Mizushimaの研究を拡張したが、攪乱の臨界モードは主流と同じ周期を持つという結果が得られ、ジェットが合流する現象を説明することはできなかった。このように周期を持つさまざまな平行流に関する安定性は調べられているが、ジェットが合流する現象を説明できる結果は得られていない。

本研究は、数値シミュレーションにより、ジェットの合流現象を理論的に明らかにすることを目的とする。非圧縮性2次元流れを仮定し、角柱列を過ぎる流れの、2つのジェットの合流および3つのジェットの合流を調べる。また、数値シミュレーションによる結果と比較するため、可視化実験を行った。

§2. 数値シミュレーション

差分法を用いて角柱列および円柱列を過ぎる流れの数値シミュレーションを行い、柱状物体列間隙から出るジェットの合流現象を調べる。シミュレーションの結果を非線形安定性理論の手法で整理し、これらの合流現象がピッチフォーク分岐により生じることを示し、その臨界レイノルズ数を評価する。シミュレーションにおいて、

*同志社大学工学部

座標系は一様流の方向を x 軸, 柱状物体列の方向を y 軸とし, 代表長さには角柱の辺長あるいは円柱の直径 d , 代表速度には一様流速 U を用いる。基礎方程式は 2 次元非圧縮性ナビエ・ストークス方程式と連続の式である。レイノルズ数 Re は $Re \equiv Ud/\nu$ のように定義する。ここでは, y 方向に物体の位置と同じ周期を持つ定常流がピッチフォーク分岐によって, 物体の配置の 2 倍あるいは 3 倍の周期を持つ定常流に遷移すると仮定する。流れ場に周期性と対称性を仮定し, ナビエ・ストークス方程式と連続の式を適当な境界条件と初期条件の下で解くことにより, 安定な解だけでなく不安定な解についても, 周期が σ , 2σ , 3σ である流れ場の解を得ることができる。

計算には差分法を用いる。3つのジェットが合流する場合は非食い違い (non-staggered) 格子を用いた MAC 法, 2つのジェットが合流する場合は流れ関数 ψ と渦度 ω を用いた $\psi-\omega$ 法を用いて数値シミュレーションを行う。計算領域は x 方向, y 方向に刻み幅 Δx , Δy で離散化した。時間 t は, Δt で離散化し, ステップ数を n によって示す。 Δx , Δy および Δt の大きさは $\Delta x = 0.03 \sim 0.1$, $\Delta y = 0.02 \sim 0.1$, $\Delta t = 0.001$ とした。格子点数は, 例えば $\sigma = 2.0$ の場合は 200×40 とした。

角柱列を過ぎる流れを数値シミュレーションにより調べた。初期条件は一様流, あるいは他のレイノルズ数での定常解を用いた。ここでは充分時間が経ったときに得られる定常解に注目する。 $\psi-\omega$ 法による 2つのジェットの合流についての計算結果の一例として, $\sigma = 2.0$ の角柱列を過ぎる流れの, $Re = 25$ の流れ場を図 1 に示す。充分時間が経過すると, 流れ場は定常状態に達し, y 方向に角柱の配置と同じ周期 σ をもち, 角柱間の中心を通る x 方向の軸について対称になる。また, 角柱後方の双子渦の長さはすべて等しい。

充分時間が経過した後の $\sigma = 2.0$, $Re = 35$ の流れ場を図 2 に示す。流れ場は対称性を失い, 角柱後方の双子渦の長さに違いがみられる。すなわち流れ場は, y 方向に角柱の配置の 2 倍の周期 2σ を持つ。

周期 σ を持つ流れは, 常にあらゆるレイノルズ数で存在する。しかし, 臨界レイノルズ数以上では周期 σ をもつ流れは安定性を失い, 2σ の周期を持つ流れが現れる。流れ場に y 方向の周期 σ を仮定すると, $Re = 35$ においても周期 σ の定常解を得ることができる。

これらより $Re = 25$ と $Re = 35$ の間にピッチフォーク分岐の臨界点があるものと考えられる。分岐解の非対称性を示す代表振幅として, $x = 1.5$, $y = \sigma/2$ での y 方向の速度 v を採用しこれを v_1 とする。 Re に対する v_1 の変化を図 3 に示す。この図から臨界レイノルズ数は $Re_c = 31.1$ と決定することができる。また, MAC 法を用いて

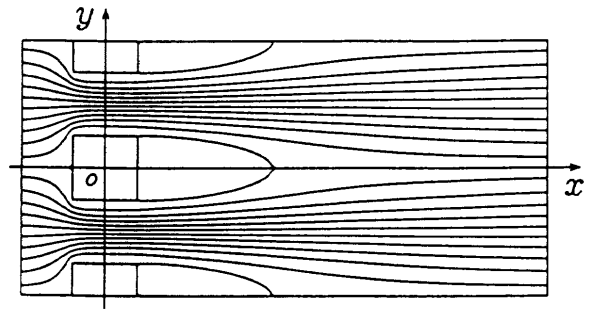


図 1 角柱列を過ぎる流れの流れ場。 y 方向に σ の周期性を持っている。 $Re = 25$, $\sigma = 2.0$ 。

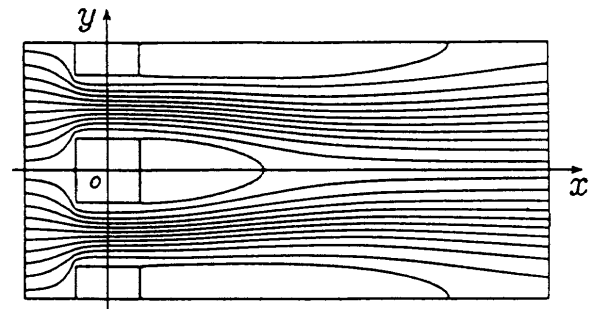


図 2 角柱列を過ぎる流れの流れ場。 y 方向に 2σ の周期性を持っている。 $Re = 35$, $\sigma = 2.0$ 。

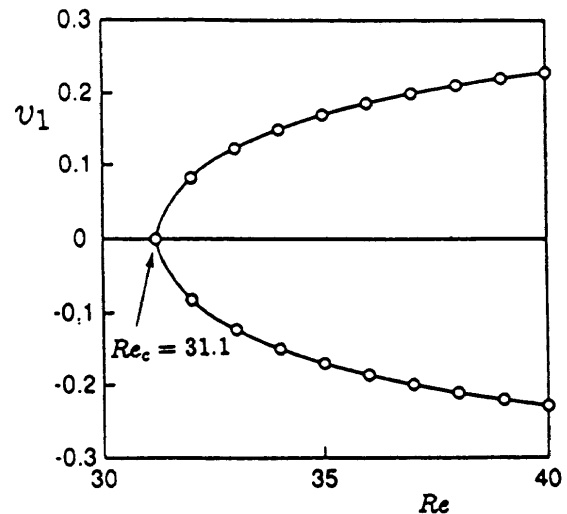


図 3 流速 v_1 のレイノルズ数依存性。 y 方向に σ の周期性をもっている流れは臨界レイノルズ数 $Re_c = 31.1$ で不安定となり, 2σ の周期性をもつ流れに遷移する。 $\sigma = 2.0$ 。

同様のシミュレーションを行ったところ, 臨界レイノルズ数は $Re_c = 31.2$ となり $\psi-\omega$ 法との相対誤差は約 0.3 パーセントとなり, 2つのジェットが合流する場合はどちらの方法を用いてもほぼ同じ結果が得られた。3つのジェットが合流する場合には $\psi-\omega$ 法を用いることができないので MAC 法のみを用いた。

2つのジェットの場と 3つのジェットの場につい

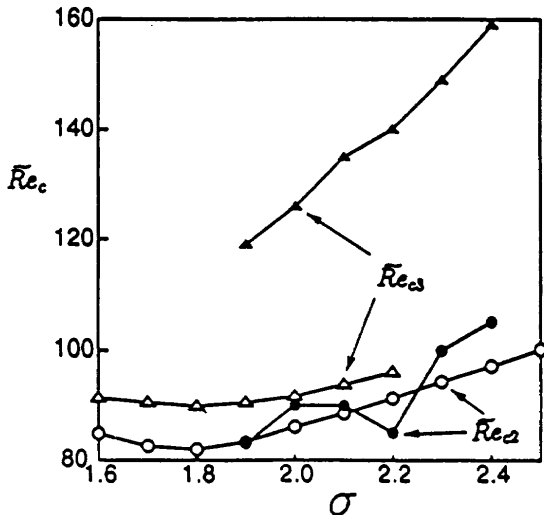


図4 臨界レイノルズ数 \tilde{Re}_c の σ 依存性。白丸および白三角は計算により求めた \tilde{Re}_{c2} と \tilde{Re}_{c3} を示す。黒丸および黒三角は実験より得られた \tilde{Re}_{c2} と \tilde{Re}_{c3} 。

て、同様の数値シミュレーションをさまざまな σ について行い、それぞれの σ の値に対する臨界レイノルズ数 Re_c を決定した。角柱列の場合の σ に対する臨界レイノルズ数 Re_c の変化を図4に示す。図4において、臨界レイノルズ数 Re_c は角柱間での最大流速 u_{max} を用いて $Re_c \equiv u_{max} d / \nu$ のように定義している。白い丸印は2つのジェットの合流する臨界レイノルズ数 Re_{c2} を示し、白い三角印は3つのジェットの合流する臨界レイノルズ数 Re_{c3} を示す。これらから Re_{c2} および Re_{c3} は σ とともに増加することがわかる。

§3. 可視化実験

角柱列および円柱列を過ぎる流れの可視化実験を行い、現象のレイノルズ数依存性と σ 依存性を調べた。本実験で使用するのは、断面が 290×80 mm、長さが600mmのテストセクションを持つ吸い込み型の風洞である。柱状物体には辺長 $d = 5$ mmの角柱あるいは直径 $d = 5$ mmの円柱を用いた。用いた物体の本数は最小19本から最大30本である。最大流速 u_{max} の測定には熱線流速計を用い、照明にはレーザー光を用いる。

図4に実験による各 σ の値に対する2つのジェットが合流する臨界レイノルズ数 Re_{c2} を黒丸で、3つのジェットが合流する臨界レイノルズ数 Re_{c3} を黒い三角で示す。図4から、 σ とともに Re_{c2} と Re_{c3} が増加することや、レイノルズ数とともに流れ場の y 方向の周期が増加することがわかる。また、2つのジェットが合流する臨界レイノルズ数 Re_{c2} は数値シミュレーションによる結果と実験による結果はよく一致することがわかる。3つのジェットが合流する臨界レイノルズ数 Re_{c3} は数値シミュレ

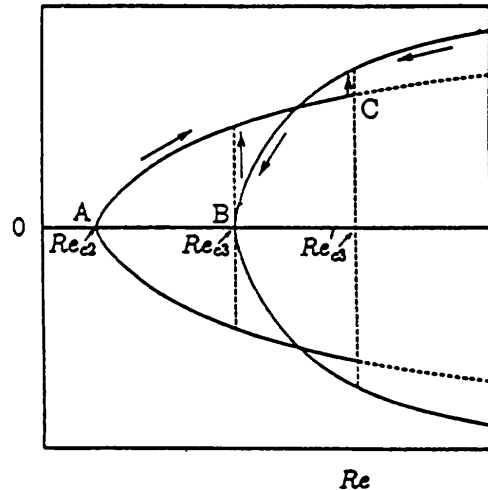


図5 分岐ダイアグラム。実線は安定な平衡解、波線は不安定な平衡解を表す。

ーションによる結果と実験による結果には違いが見られることがわかる。数値シミュレーションによる結果 Re_{c3} は σ の周期を持つ流れが 3σ の周期を持つ流れに遷移する臨界レイノルズ数を表しているのに対し、実験による結果 Re_{c3} は 2σ の周期を持つ流れが 3σ の周期を持つ流れに遷移する臨界レイノルズ数を表している。数値シミュレーションによる結果と実験による結果の違いについて図5を用いて説明する。図5において実線は安定な解を表し、破線は不安定な解を表す。レイノルズ数を十分小さな値から増加させていくと、 Re_{c2} において2つのジェットの合流が起こる。さらにレイノルズ数を増加させると Re_{c3} 以上においても2つのジェットの合流が観察され、 Re'_{c3} において 2σ の周期を持つ流れは不安定となり、 3σ の周期を持つ流れに遷移する。 Re'_{c3} は実験において 2σ の周期を持つ流れが 3σ の周期を持つ流れに遷移する臨界レイノルズ数であると考えられる。これに対してレイノルズ数を十分大きな値から減少させていくと、 Re_{c3} に達するまで 3σ の周期を持つ流れが観測される。レイノルズ数を Re_{c3} よりも小さくすると、 3σ の周期を持つ流れが 2σ の周期を持つ流れに遷移する。

参考文献

- (1) R. G. Olssen : ZAMM 16 (1936) 257 .
- (2) T. Matsui : 1975 Joint JSME-ASME Applied Mechanics Western Conference, Honolulu, Hawaii, 1975 (JSME, Tokyo, 1975) p.415.
- (3) K. Gotoh, M. Yamada and J. Mizushima : J. Fluid Mech. 127 (1983) 45.
- (4) M. Yamada : J. Phys. Soc. Japan 55 (1986) 3073.

