

## No. 2

## 乱流微細構造の可視化

山本 稀 義\*, 生出 伸 一\*\*, 佐藤 司\*\*, 細川 巖\*\*

## Visualization of Fine Structures in Turbulence

Kiyoshi YAMAMOTO\*, Shin-ichi OIDE\*\*, Tsukasa SATO\*\* and Iwao HOSOKAWA\*\*

\*National Aerospace Laboratory, Chofu, Tokyo 182

\*\*The University of Electro-Communications, Chofu, Tokyo 182

Direct numerical simulation (DNS) of decaying homogeneous isotropic turbulence with a high resolution ( $512^3$  spatial mesh points) is carried out using the Numerical Wind Tunnel, and fully developed turbulent fields, such as the velocity, vorticity and temperature, are obtained. To search organized structures in the turbulent fields, the vorticity and temperature fields are visualized. As a result, the intense regions of vorticity concentrates into sheet-like layers at first. Then, the layers are rolled up by the Kelvin-Helmholtz instability, and ultimately, become to fine vortex tubes, which are called worms. On the other hand, the intense temperature gradient concentrates into local sheet-like layers.

**Key Words :** DNS, isotropic turbulence, fine structure, vortex tube, passive scalar

## 1. はじめに

計算機の発達に伴ってCFDの役割は益々増大し、現在では理論及び実験と並ぶ流体研究の第3のツールとなってきた。この様なCFD発展の源となっている計算機は、近年、並列計算機の開発によってその性能が飛躍的に向上した。航空宇宙技術研究所では1993年に新しい並列計算機である数値風洞(NWT)を開発したが、その理論的ピーク速度は270ギガフロップスに到達している<sup>2)</sup>。この様な状況において、乱流研究についても高精度なスペクトル法による直接数値シミュレーション(DNS)が有効な成果を挙げるようになってきた<sup>2)</sup>。

一様等方性乱流のDNSはこれまで各時代の最先端の計算機を用いて挑戦させてきた。近年の大規模DNSの例としては、ベクトル計算機による強制乱流の空間格子点数 $128^3$ のDNSがKerr(1985)<sup>3)</sup>によって、続いて、同規模の減衰乱流のDNSがYamamoto & Hosokawa(1988)<sup>4)</sup>によって行われた。また、並列計算機では、格子点数 $256^3$ の強制乱流のDNSがVincent & Meneguzzi(1991)<sup>5)</sup>によって、さらに、 $512^3$ のDNSがChen et al.(1993)<sup>6)</sup>及びJimenez et al.(1993)<sup>7)</sup>等によって行わ

れた。さらに、同規模の減衰乱流のDNSが筆者等(1994)によってNWTを使用して行なわれた<sup>8, 9)</sup>。ここではこのDNSによって得られた種々の乱流場の空間的微細構造について報告する。

## 2. 基礎方程式

流れの周期性を仮定し、速度場 $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$ を

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \sum_{\mathbf{k}} \mathbf{u}(\mathbf{k}, t) \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}) \quad (1)$$

とフーリエ級数展開すると(以下では必要の無い限り変数 $t$ は省略する)、 $\mathbf{u}(\mathbf{k})$ の基礎方程式はナビエ・ストークス方程式から

$$\frac{\partial \mathbf{u}(\mathbf{k})}{\partial t} = -i \sum_{\mathbf{k}'} \mathbf{u}(\mathbf{k}') \mathbf{k} \cdot \mathbf{u}(\mathbf{k} - \mathbf{k}') - i\mathbf{p}(\mathbf{k}) - \frac{k^2}{R} \mathbf{u}(\mathbf{k}) \quad (2)$$

と導かれる。ここで、 $p(\mathbf{k})$ は圧力、 $R$ は初期乱流に基づいて定義されるレイノルズ数である。ここではさらに、受動的スカラーとして温度場 $\theta(\mathbf{x})$ を取り扱うとそのフーリエ成分の方程式は同様に

$$\frac{\partial \theta(\mathbf{k})}{\partial t} = -i \sum_{\mathbf{k}'} \theta(\mathbf{k}') \mathbf{k} \cdot \mathbf{u}(\mathbf{k} - \mathbf{k}') - \frac{k^2}{P_r} \theta(\mathbf{k}) \quad (3)$$

となる。ここで、 $P_r$ はプラントル数である。

また、非圧縮条件は

\* 航空宇宙技術研究所

\*\* 電気通信大学

$$k \cdot u(k) = 0 \tag{4}$$

となる。

これらの基礎方程式の計算には差分法に比べて計算精度のフーリエ・スペクトル法が使用されるが、時間方向の積分にも計算精度の良いRunge-Kutta-Gill法が使用される<sup>2)</sup>。乱流の初期条件はエネルギー及び温度変動の分散  $\frac{1}{2} \langle \theta(\mathbf{x})^2 \rangle$  のスペクトルを

$$E(k) = \frac{16}{3} \left( \frac{2}{\pi} \right)^{1/2} k^4 \exp(-2k^2) \tag{5}$$

と仮定し、これを実現する流れのアンサンブルをフーリエ成分について正規乱数によって発生させる<sup>4)</sup>。初期エネルギー・スペクトルが与えられるとレイノルズ数は、 $R = u_0 / \nu k_0$  の定義より、2000と定まる。ここで、 $\nu$  は動粘性係数で、 $u_0 = \sqrt{2 \int E(k) dk}$ 、 $k_0 (= 1)$  は(5)式の最大値を与える波数である。

### 3. 等方性乱流の空間的構造

等方性乱流研究の主たる目的は乱流の微細変動に含まれる普遍的構造を明らかにすることである。ここでは本DNSで得られた計算データを数値解析及び可視化して、乱流場の空間的構造について調べる。

#### 3.1 エネルギー・スペクトル

エネルギー・スペクトルは乱流構造を記述する最も基本的な統計量である。DNSによって得られた乱流速度場

より計算されたエネルギー・スペクトル  $E_u(k)$  の時間的発達過程を図1に示す。図中の点線は初期に与えられたエネルギー・スペクトル(5)式を示す。初期に低波数領域に与えられた乱れのエネルギーが時間と共に高波数領域に流れて、発達した乱流スペクトルが実現される。この時、時刻  $t = 10$  でエネルギー・スペクトルの高波数領域の値は最大になり、その後は全領域でほぼ単調に減衰することが分かる。したがって、 $t = 10$  の流れは本DNSで得られた流れの中で最も発達した乱流速度場と考えることが出来るが、そのエネルギー・スペクトルには波数の中間領域 ( $k$  が3~30の範囲) で、 $E_u(k) \sim k^{-5/3}$  (コロモゴロフ・スペクトル) が実現している。そして、この時刻のテイラー・マイクロスケール・レイノルズ数は160となっている。

図2は温度の分散  $\frac{1}{2} \langle \theta(\mathbf{x})^2 \rangle$  のスペクトル  $E_\theta(k)$  の時間的発達過程を示す。プラントル数  $Pr$  は1とした。スペクトルの発達の傾向は図1とほぼ同様であるが、この場合は、高波数領域の値が最大のスペクトルは  $t = 7$  で得られる。また、エネルギー・スペクトルと同様に、本スペクトルにおいても慣性領域の  $k^{-5/3}$  則がBatchelorによって予測されているが、 $t = 7$  のスペクトルではこの巾乗則は必ずしも明確ではない。

#### 3.2 乱流の空間的微細構造

流れの各瞬間データを時空間で得られるのがDNSの大きな利点である。計算データから流れの種々の空間的微細構造が調べられてきたが、その結果、乱流高波数領

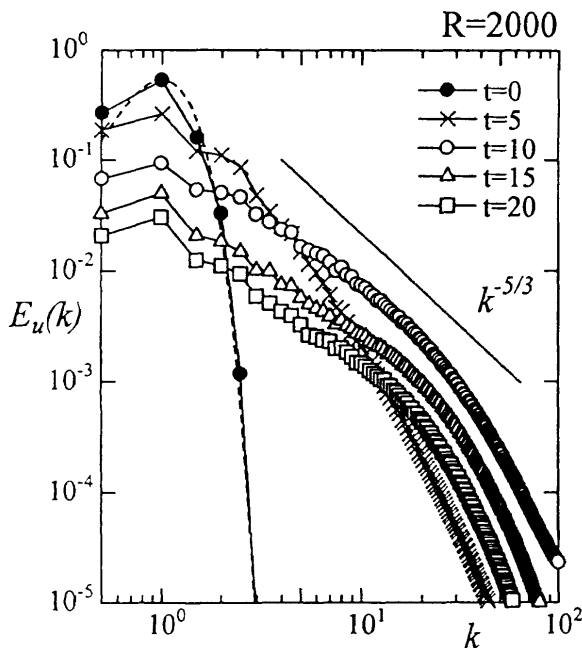


図1 乱流エネルギー・スペクトルの時間的発達  
点線は初期スペクトル (5) を示す。

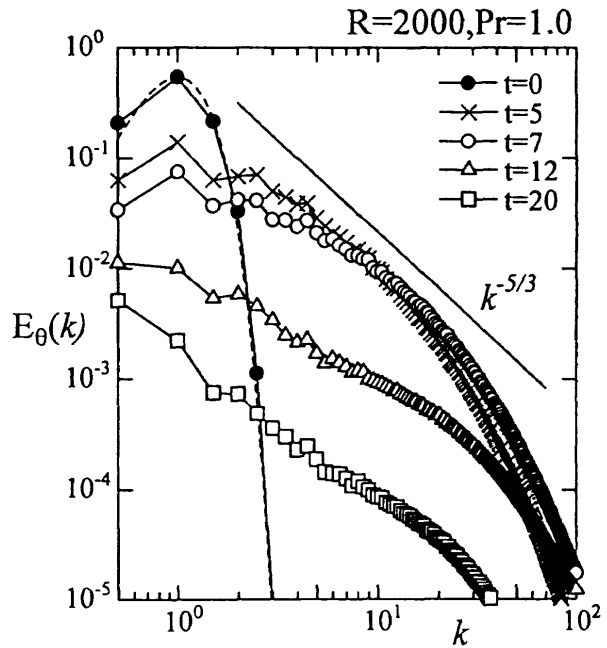


図2 乱流温度場の分散スペクトルの時間的発達  
点線は初期スペクトル (5) を示す。

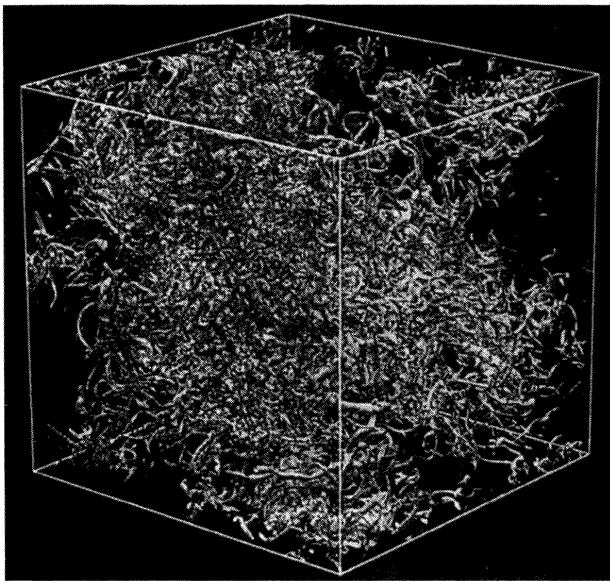


図3 発達した乱流中の高渦度集中領域の可視化  
( $t=10$ )  
白線は全計算領域の  $1/2^3$  領域を示す。

域は微細な渦管領域に集中することが明らかになってきた<sup>3-5, 7-9</sup>。図3は本DNSで最も発達した乱流が得られている時刻  $t=10$  において乱流高渦度場が空間的に集中する領域を示すが、図の様に微細な渦管が可視化される。しかし、このような渦管生成の力学機構はまだ明確には分かっていない。ここでは初期に与えられた大規模スケールの乱流から発達した乱流までの渦度場の発達過程を可視化してみる（図1参照）。

図4は初期に与えられたエネルギースペクトル(5)式に基づき作られた初期乱流の高渦度領域を可視化した結果で、白線で示された領域は全計算領域 ( $512^3$  格子点領域) を示す。図から分かるように高渦度領域は丸みを持った大規模構造を示すが、これは図1の低波数領域のみのエネルギースペクトルと対応している。

乱流は時間と共に高波数領域が発達して、流れの空間的構造は複雑になる。図5はこの様な乱流構造の発達過程を渦度場の可視化によって示す。各図は全計算領域の  $1/64$  (格子点数  $128^3$ ) 領域を示す。図5(a)は時刻  $t=4$  における高渦度領域を示すが、この時刻ではシート状の渦層が形成されている。次に図(b)は時刻  $t=5$  の同じ領域を示すが、この時刻では、左上領域に渦層の巻込みが実現している。渦層が Kelvin-Helmholtz 不安定性によって巻上げられて渦管が生成されることは乱流混合層等で良く知られた巨視的構造であるが、このような乱流の局所的微細構造の中でも発生することは最近のDNSによる重要な発見である。更に図(c)の  $t=6$  になると渦層のあちこちに微細な渦管が生成されている。

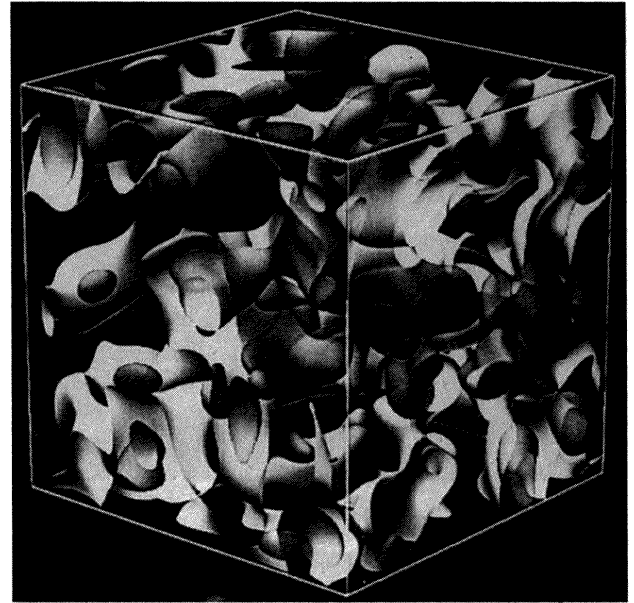


図4 初期乱流の高渦度集中領域の可視化  
白線は全計算領域 ( $512^3$  格子点領域) を示す。

最後に、最も発達した  $t=10$  の図(d)では高渦度領域は微細な多数の渦管ばかりの構造になっている。このような乱流中の微細な渦管はしばしば worms と呼ばれている<sup>4, 7-10</sup>。これらの渦管の直径は最近の研究からコルモゴロフ・スケールの程度であることが分かってきた<sup>12</sup>。

同様な組織的構造は乱流温度場にも観測される。図6は発達した乱流中の温度場の勾配  $H = |\nabla \theta|$  の強い領域を可視化した結果である。図の白い領域が  $H$  の強い領域を表すが、図の右側面にはその断面が示されていて、そこでは紐状の分布が観測出来る。これらの結果から、温度勾配の強い領域はシート状に分布していることが分かる<sup>8-10</sup>。

この様に、乱流の最小スケールであるコルモゴロフ・スケール近傍にも組織的な構造があることが明らかとなってきたことは驚くべきことである。これらの構造が十分に大きなレイノルズ数の乱流中でもそのまま存在するかどうかは今後の問題であるが、神秘のベールに包まれていた乱流もその構造は案外単純なものであるのかもしれないとの予感を抱かせる。

#### 4. むすび

減衰等方性乱流の格子点数  $512^3$  のDNSを行い、発達した種々の乱流場を計算した。得られた計算データを数値解析して、乱流のエネルギースペクトル及び温度場の分散スペクトルを計算した。また、乱流渦度場及び温度場を可視化することによって、これらの空間的微細構造を調べた。その結果、乱流渦度場はまず引き伸ばされて

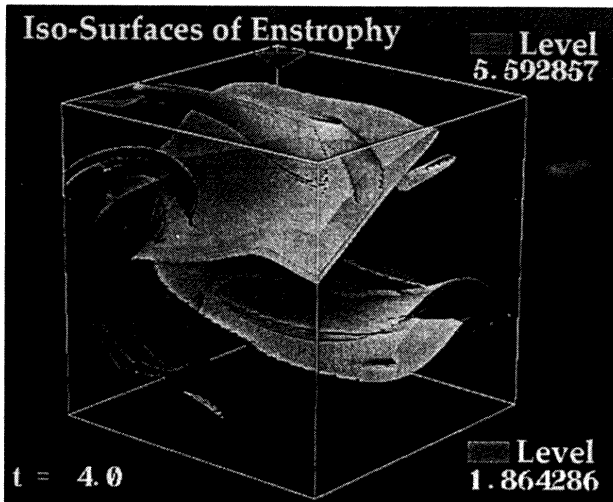
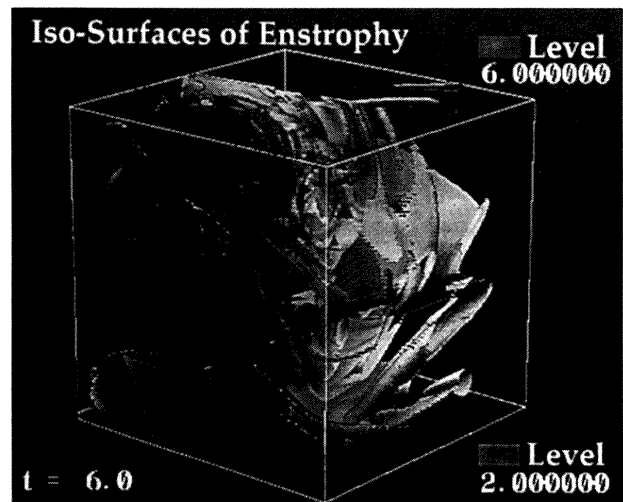
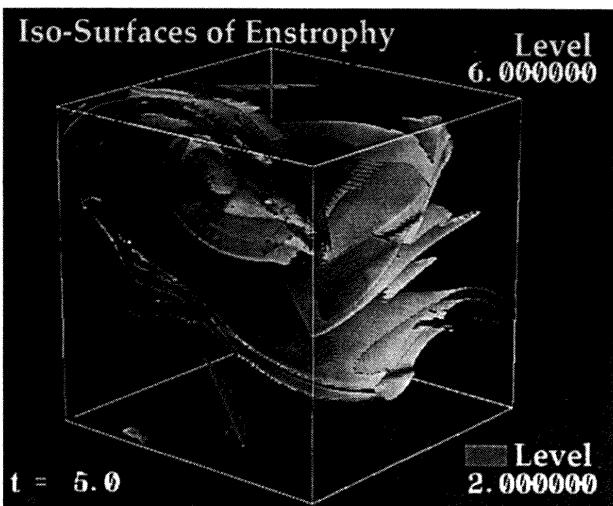
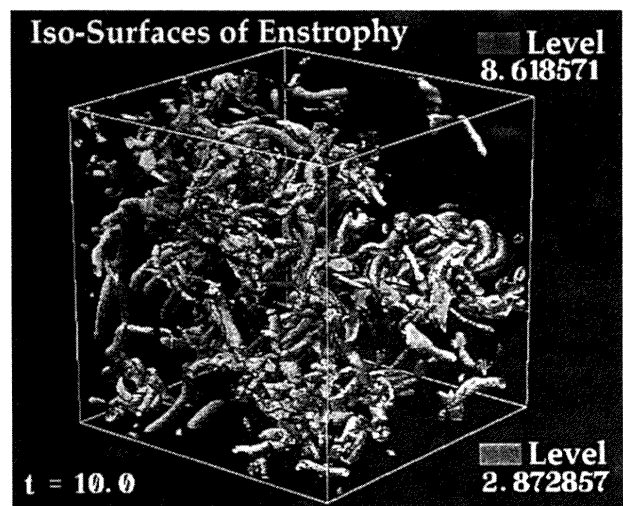
(a)  $t = 4$ (c)  $t = 6$ (b)  $t = 5$ (d)  $t = 10$ 

図5 乱流高渦度領域の空間的構造の発達  
白線は全計算領域の $1/4^3$ 領域を示す。

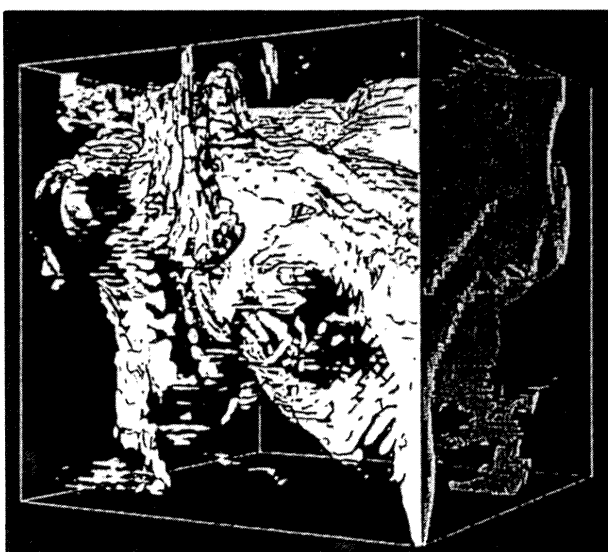


図6 発達した乱流中の高温度勾配領域の可視化( $t=10$ )  
白線は全計算領域の $1/8^3$ 領域を示す。

シート状の渦層となるが、次に、この渦層が巻き上げられて微細な渦管が生成される。発達した乱流中では、高渦度領域はこの様に微細で局所的な渦管によって構成されている。一方、温度場については、その勾配の強い領域がシート状領域に集中することが明らかにされた。

#### 参考文献

- 1) 山本稀義：航技研数値風洞と乱流の数値シミュレーション，ながれ，14 (1995) 353.
- 2) Canuto, C. et al. : Spectral Methods in Fluid Dynamics (Springer-Verlag, New York, 1988).
- 3) Kerr, R. M. : Higher order derivative correlation and the alignment of small-scale structures in isotropic numerical turbulence, J. Fluid Mech., 153 (1985) 31.
- 4) Yamamoto, K. and Hosokawa, I. : A decaying

- isotropic turbulence pursued by the spectral method, *J. Phys. Soc. Japan*, **57** (1988) 1532.
- 5) Vincent, A. and Meneguzzi, M.: The spatial structure and statistical properties of homogeneous turbulence, *J. Fluid Mech.*, **225** (1991) 1.
- 6) Chen, S. et al.: On statistical correlations between velocity increments and locally averaged dissipation inhomogeneous turbulence, *Phys. Fluids A5* (1993) 458.
- 7) Jimenez, J. et al.: The structure of intense vorticity in isotropic turbulence, *J. Fluid Mech.* **255** (1993) 65.
- 8) Yamamoto, K.: Direct Numerical Simulation of Isotropic Turbulence Using NAL Numerical Wind Tunnel, in *Parallel Computational Fluid Dynamics: New Algorithms and Applications* (Eds. Satofuka, N. et al., Elsevier Science, 1995) 13.
- 9) 山口博他: 等方性乱流の微細構造の可視化, 第9回数値流体力学シンポジウム講演論文集(1995) 167.
- 10) Ruetsch, G. R. and Maxey, M. R.: Small-scale features of vorticity and passive scalar fields inhomogeneous isotropic turbulence, *Phys. Fluids A3* (1991) 1578.
- 11) 店橋護他: 乱流微細 coherent 構造のスケーリング則, 第10回数値流体力学シンポジウム講演論文集(1996) 144.

