

No. 12

円柱後流中の渦列の渦構造の変化

永田 拓*, 成田 達治*, 田中 実一*, 箕浦 智*, 福島 千晴*

Variation of Vortex Structure of the Vortex Streets
Traveling in the Wake of a Circular CylinderHiroshi NAGATA, Tatsuharu NARITA, Yoshikazu TANAKA,
Satoru MINOURA and Chiharu FUKUSHIMA

Gifu University

We proposed a technique for quantitative information to understand the vortex structure by means of hydrogen bubble techniques. Using the technique we obtained not only the velocity but the velocity gradient tensor in the vortex region convecting from the near wake to the far wake of a circular cylinder. Based on the values obtained in the technique, the contours of the physical quantities which characterize the vortex structures, i. e. vorticity, vorticity number, principal value of the rate of deformation, shear stress and Laplacian P (P : kinematic pressure) in the flow field, were illustrated to see the overall structure of the vortices. These results suggest that the vortices change in structure from unstable sheet-like vortices to stable rod-like vortices as the vortices traveling in the near wake of the cylinder. And in the far wake of the cylinder the vortices once again change in structure from stable rod-like vortices to unstable sheet-like vortices which induce three dimensional structure and the rearrangement of the vortices in the vortex streets.

Key Words : vortex structure, visualization, vortex street, velocity gradient tensor, vorticity number

1. はしがき

前報⁽¹⁾では、「渦を見る」ばかりでなく「渦を測る」ことが可能な、水素気泡法を用いた新しい可視化実験の方法を導き、この方法を一様流中の円柱の near-wake ($x/d=3.0$ から 7.0 , $Re=Ud/\nu=120$; x : 円柱中心からの距離, d : 直径, U : 一様流の速度, ν : 動粘度) に適用した。渦構造を定量化する物理量として「速度」ばかりでなく「速度勾配テンソル」を流れ場全体に亘って測定し、円柱直後で三次元的な sheet 状の不安定な渦構造が、下流に移行するに従って、二次元的な rod 状の安定な渦構造に変化する経過を定量的に明らかにした。本研究では、円柱のさらに下流の $x/d=15$ から 50 に対して同様な可視化実験を行い、渦列がさらに下流に移行するに従って、渦構造が変化する状況を明らかにした。説明の便宜上、この $x/d=15\sim 50$ の領域を far-wake と

呼ぶ。

2. 実験の装置と方法

円柱背後の気泡発生用の電極細線の設置位置 $x=x_H$ を near-wake から far-wake に至る $x_H/d=1.5\sim 50$ の広い範囲に変えて、前報⁽¹⁾と同様な方法によって、一定の時間間隔 ΔT (渦放出周期の12分の1) で電極細線を通過する速度 $v(u, v)$ を測定した。そして渦が一定速度 U_v で下流に移行するとして、Taylor 仮説によって時間と空間を読み替え ($x=-U_v t$), 電極細線を通過する流れの速度場 $v(u, v)$ を測定した。そして、前報⁽¹⁾と同様に、速度の測定値の平滑化とスプライン補間⁽²⁾によって格子点上の速度 $v(u, v)$ と、その x, y 微分; $a=u_x, b=u_y, c=v_x, d=v_y$ から成る速度勾配テンソル F を求めた。

図1は、円柱表面を発色電極とする電解沈殿法によって円柱背後の流れを可視化したものである。図中の矢印は、電極細線の設置位置を示す。色素線が示す渦列の形

* 岐阜大学

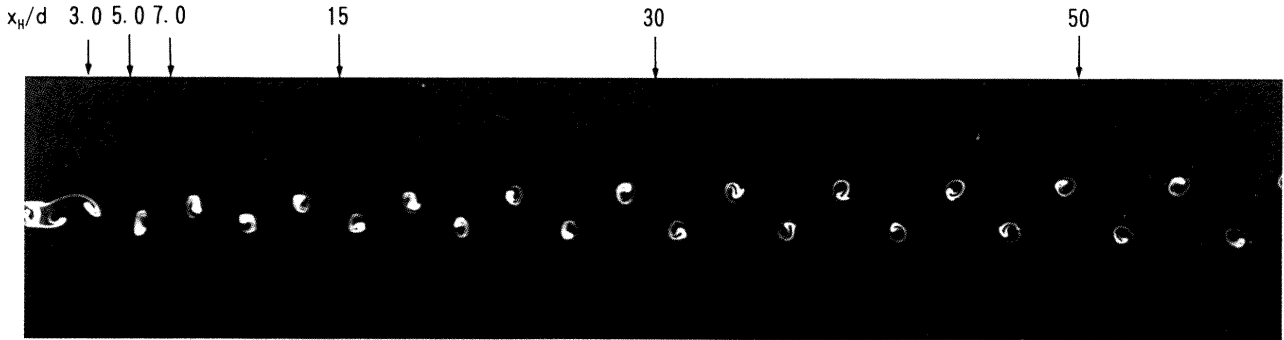


図1 円柱背後の流れと電極細線の設置位置

状は、円柱から遠くなるに従って、渦列間隔に変化が見られるが、本実験の最下流の $x_H/d=50$ においても、千鳥型の渦配列は持続し、渦列の pairing 等の大きな渦配列の変化は認められない。

3. 速度勾配テンソルと渦構造

渦構造を定量化する物理量として、従来から、主として「渦度」が測定されてきた。しかし、渦が関与する流れの本質を知るには、「渦度」が示す流体要素の平均的な角速度だけでは不十分である。周知のように、速度勾配テンソル F は、変形速度テンソル D とスピテンソル S の和として表される。スピテンソル S の成分である「渦度」だけでは、流体要素の変形や軌道についての知見が欠落する。そこで、本研究では、渦度の他に、速度勾配テンソルの成分や不変量から算定できる以下の物理量の分布状況を知ることにした。これらの物理量は、観察座標系の並進速度に依存しないので、渦構造の本質を明らかにするものと考えられる。近似式は、非圧縮二次元流と見なせる場合、すなわち、 $a+d=\text{div}(u, v)=-p \approx 0$ の場合を示す。

$$\bullet \text{ 渦度 } \omega = c - b \quad \omega^2 = 4 \det(S) \quad (1)$$

$$\bullet p - q \text{ 値} \quad p = -\text{tr}(F) = -\text{div}(u, v), \quad q = \det(F) \quad (2)$$

$$\bullet \text{ 渦度数 } W_k \quad W_k = \omega / \sqrt{2D:D} \approx \omega / \sqrt{\omega^2 - 4q} \quad (3)$$

$$W_i = (2/\pi) \tan^{-1} W_k \quad (4)$$

$$\bullet \text{ せん断応力 } \tau_{xy} \quad \tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu(b+c) \quad (\mu; \text{粘性係数}) \quad (5)$$

$$\bullet \text{ 主変形速度 } \varepsilon \text{ とその方向 } \theta$$

$$2\varepsilon = p + \sqrt{p^2 + \omega^2 - 4q} \approx \sqrt{\omega^2 - 4q} \quad (6)$$

$$2\theta = \tan^{-1}(b+c)/(a-d) \quad (7)$$

$$\bullet \text{ ラプラシアン } P \quad P = p/\rho \quad (p: \text{圧力}, \rho: \text{密度})$$

$$\nabla^2 P = -(p^2 - 4q)/2 \approx 2q \quad (8)$$

4. 実験の結果と考察

速度勾配テンソルの成分や不変量から算出した物理量

の分布を、図2-1と図2-2に示す。図の上から順に、渦度 ω 、渦度数 W_i と主変形速度 (ε, θ) 、せん断応力 τ_{xy} およびラプラシアン P (P : kinematic pressure) の分布図がそれぞれ横に配列されている。図を縦に見れば、円柱からの距離が同じ x_H/d の位置におけるそれぞれの分布を対比できる。図中の \times 印は、渦列の移流速度で動く観察座標系から見たよみ点の位置を示し、 \circ 印は渦度分布のピーク（渦中心）の位置を示す。等値線の値は、破線を0値として隣接する等値線間の差を step として表示している。これらの物理量の測定結果を以下に述べる。

4.1 渦度分布と循環

図2-1および図2-2の図(I)上の等渦度線図に見られるように、 x_H/d が大きい下流ほど渦度のピーク値は小さくなっている（図中の step と ω^*_{\max} 参照）が、渦度 $\omega^* = \omega d/U$ のピークの位置が示すように、 x_H/d が3.0から50に至るまで渦列は千鳥配列を保っている。渦度 ω^* の等値線の外形が示す渦列の形状は、円柱直後 ($x_H/d=3.0$) では、流れ方向に伸びた横長の長円形である。渦列が下流に移行するに従って、この形は縦長の長円形となり ($x_H/d=5.0, 7.0$)、さらに下流では円形に近くなる ($x_H/d=15, 30$)。そしてさらに下流の $x_H/d=50$ では、再び横長の長円形となる。

図3は、渦度の等値線が囲む領域の循環値 Γ の下流方向の変化を示す。図中実線で結ぶ測定値は、気泡発生用の電極細線を下流から上流に一定速度 U_w ($U_w/U = -1.46$) で掃引した場合の実験値である。この場合には、渦列が電極細線を通る時間が短いので、Taylor 仮説の影響を軽減した測定ができる。図中破線で結ぶ測定値 ($U_w = 0$ の場合) と対比すると両者は良く一致しており、水槽中に固定した電極細線を用いた場合でも、Taylor 仮説の影響は少ないことが分かる。

4.2 渦度数 (W_i) と主変形速度 (ε, θ) の分布

図4に、 $x_H/d=5.0$ の場合の渦度数 W_i の等値線図

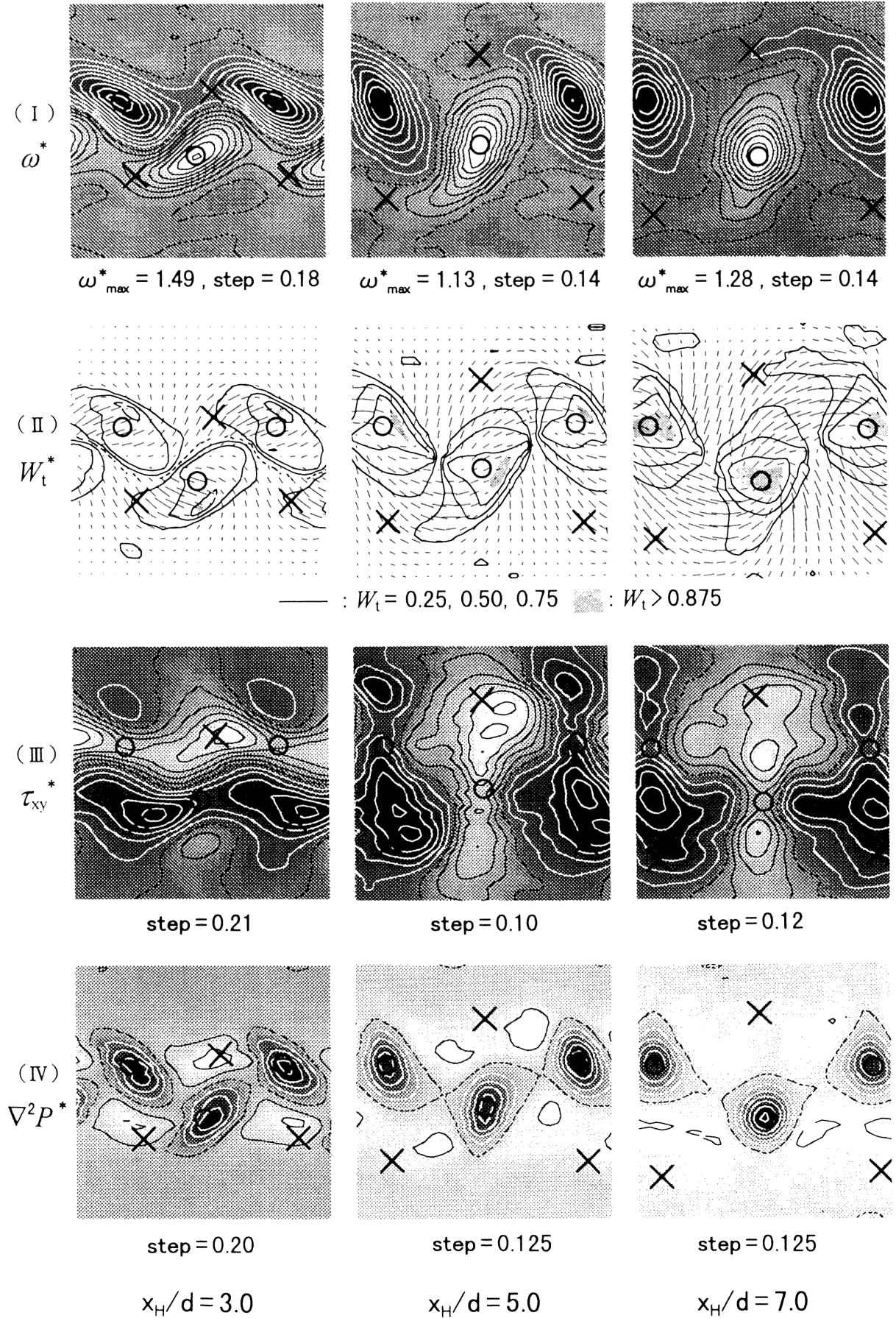


図2-1 渦列の下流移行に伴う渦構造の変化 ($Re=120, x_H/d=3.0, 5.0, 7.0$)

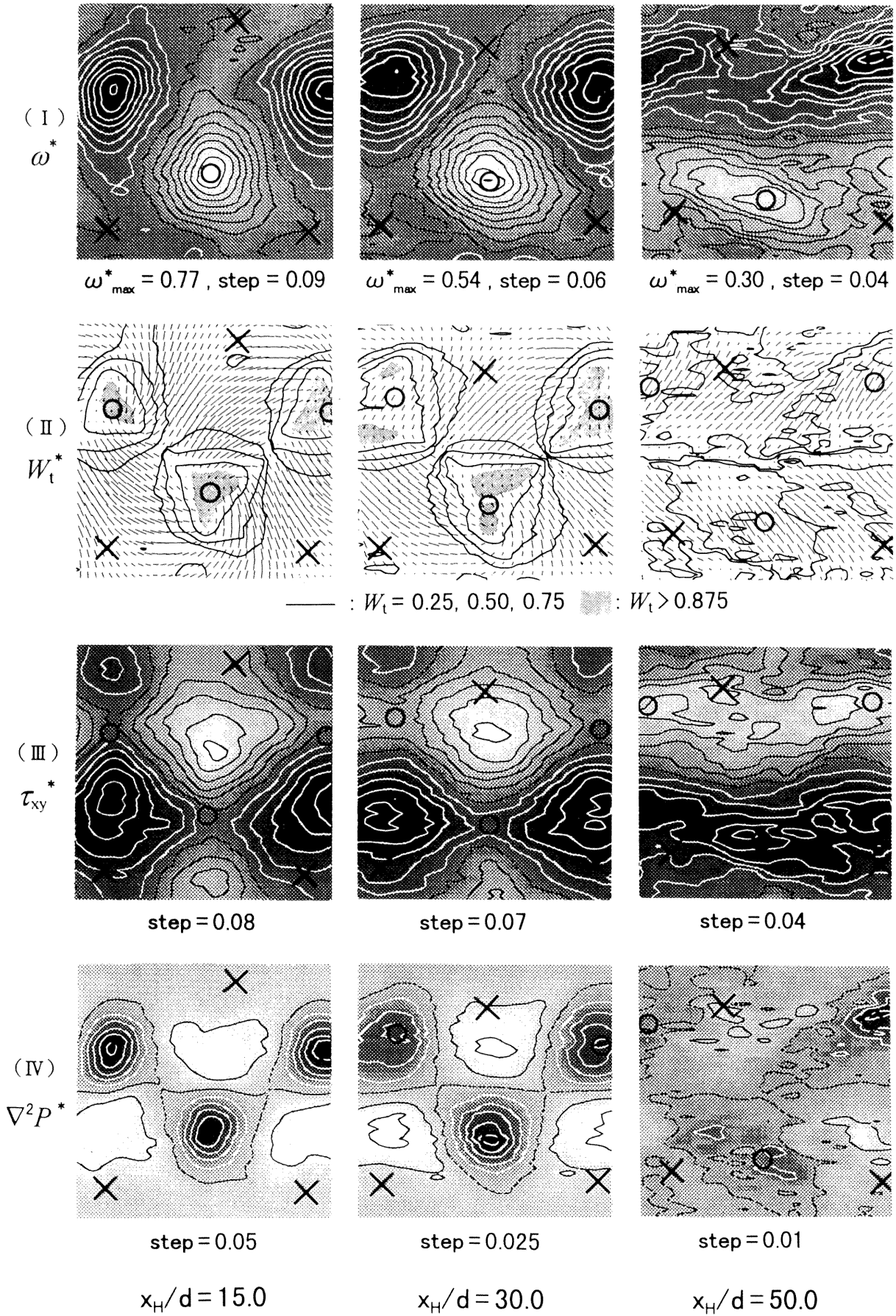


図2-2 渦列の下流移行に伴う渦構造の変化 ($Re=120, x_H/d=15, 30, 50$)

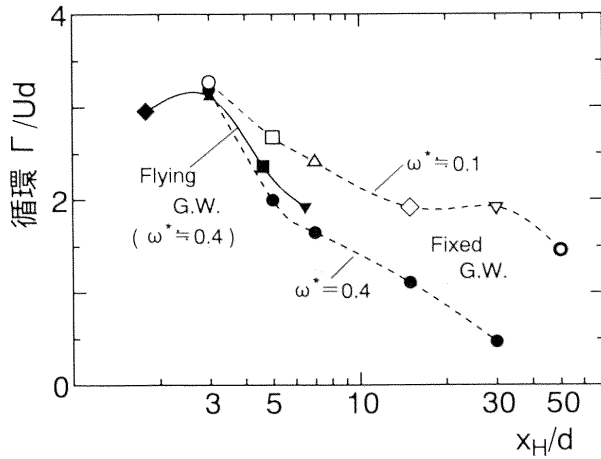


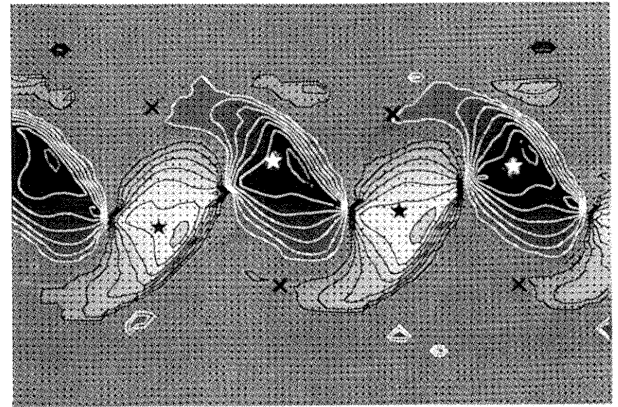
図3 渦度の等値線が囲む領域の循環

を示す。図中の星印は渦度のピークの位置を示し、×印は渦の移流速度 U_v と共に動く座標系から見た流れのよどみ点の位置を示す。流体運動の回転の質を表す尺度として、Truesdellによって導入された渦度数 W_k (kinematical vorticity number)⁽³⁾ は、式(3)で表され、

- ①solid rotation の場合； $W_k \rightarrow \infty$, ($W_t \pm 1$)
- ②ジェット流の場合； $W_k = 1.0$, ($W_t = 0.5$)
- ③非回転流の場合； $W_k = 0$, ($W_t = 0$)

となる。渦度の符号まで含めれば、 W_k の値は $\pm\infty$ の変域をもつ。この変域は、等値線図に示すには広すぎるので、図4に、変域を ± 1.0 に換算した W_t (式(4)参照) の等値線を示す。 $W_k = 1.0$ は、 $W_t = 0.5$ に相当する。この渦度数より大きい $W_t > 0.5$ の領域 (図中外側から4本目の閉曲線内の領域) は、式(3)から、 $p^2 - 2q < 0$ の領域である。この領域は、流体要素と共に動く座標系から見た流体の軌道が spiral-in や spiral-out になる領域⁽⁴⁾、すなわち $p^2 - 4q < 0$ の領域と一致する。

流体の回転状況が剛体回転 (solid-rotation) に近い場合： $W_k \rightarrow \infty$ 、すなわち $W_t \rightarrow 1.0$ の場合は、式(3)から $\omega^2 - 4q = 0$ のときである。この値 $\omega^2 - 4q$ は主変形速度の自乗に比例する (式(5)参照)。従って、渦度 ω が大きくて主変形速度 ε が小さいほど渦度数の値は大きくなる。つまり、渦度数のピークは、 $W_k > 1.0$ の等値線が囲む領域の中で ε の値が小さい領域にある。このような観点から、図2-1および図2-2の図(II)には、渦度数 W_t の等値線の数を減らして、 W_t の等値線と主変形速度 (ε, θ) を重ねて表示した。この図と前掲の図4から、渦度数 W_t のピーク (図中アミカケ領域内にある) と渦度 ω のピークの位置は必ずしも一致しない。この差異は、 $x_H/d = 3.0, 7.0$ で大きく、下流に移行するに従って小さくなり、さらに下流の $x_H/d = 50$ では、渦度数の明確なピークの位置は認められない。このように渦度数 W_t の分布によって、渦度分布だけでは分



★☆: 渦度ピークの位置 ×: よどみ点の位置
step 0.125 : $W_t > 0.875$

図4 渦度数 W_t の分布 ($x_H/d = 5.0$)

からない、流体要素の旋回と変形についての知見を得ることができる。

4.3 せん断応力分布

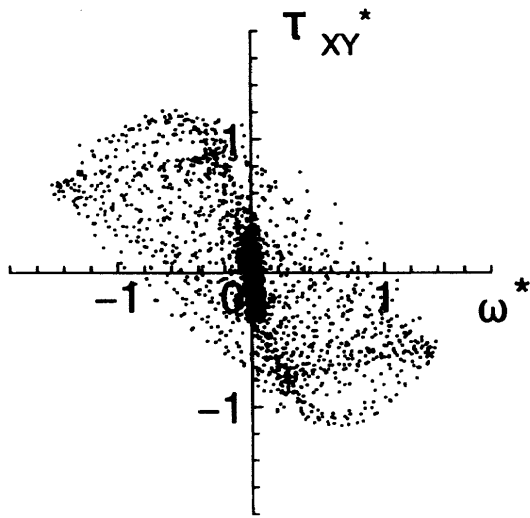
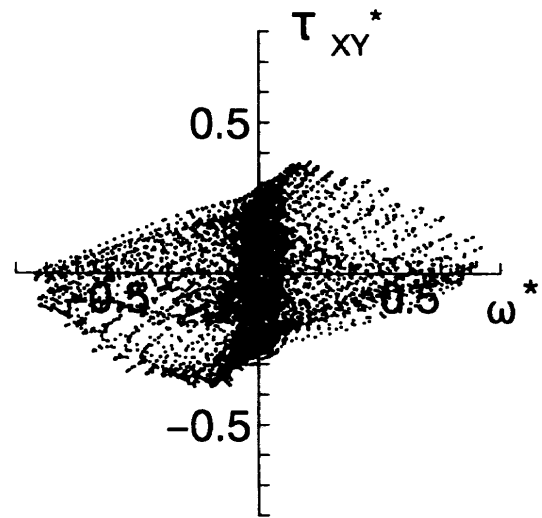
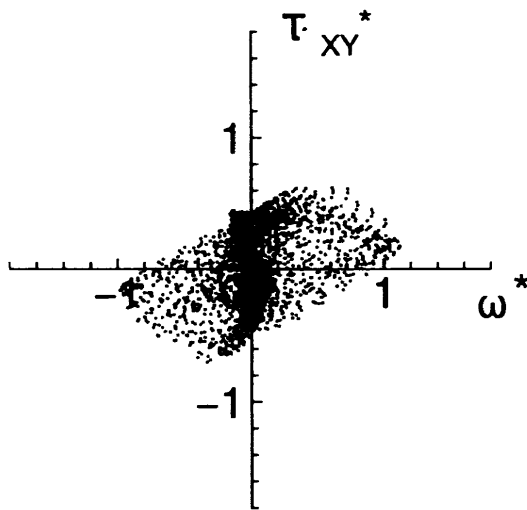
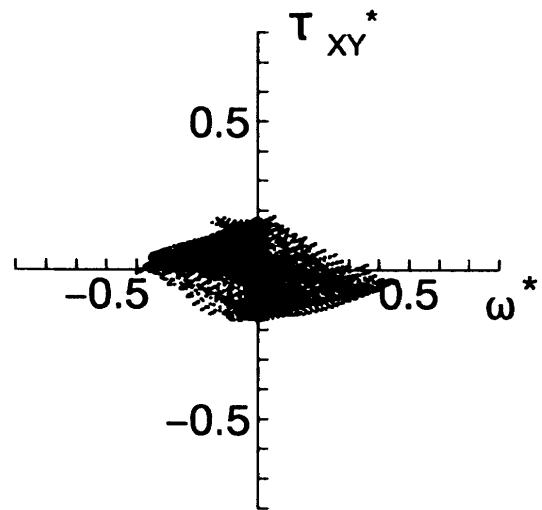
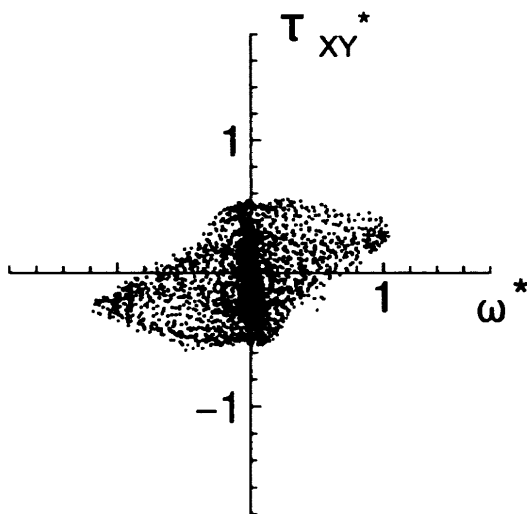
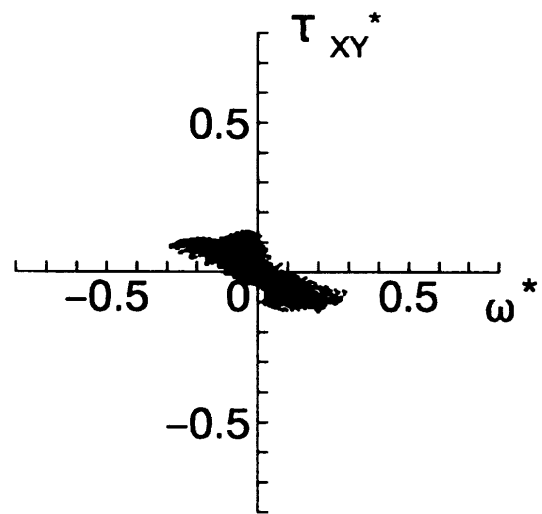
一様流中の渦構造を知る上で、一様流の方向を x 軸とし、円柱の横断面を $x-y$ 面とすると、渦列が主流方向 (あるいは主流に直交して) に受けるせん断応力 $\tau_{xy}^* = \tau_{xy} d / \mu U$ は、重要な物理量である。

図2-1および図2-2の図(III)に、せん断応力 τ_{xy}^* の等値線を示す。この図から、いずれの x_H/d においても、 τ_{xy}^* 分布のピークは渦核の外側にあり、 τ_{xy}^* 分布の谷は、渦中心の近傍にあることが分かる。これは、渦中心近傍で流体が剛体回転をしていることに対応している。また、渦列が円柱から下流に遠ざかる程、 τ_{xy}^* は小さい値となり、妥当な測定結果である。

渦列の下流への移行に伴う τ_{xy}^* の等値線の形状の変化に注目すると、円柱直後の $x_H/d = 3.0$ では、 τ_{xy}^* のピークを囲んだ等値線は横長の閉曲線から成り、円柱の後流軸の上側と下側で τ_{xy}^* の符号が反転している。これに対して、下流の x_H/d が $5.0, 7.0, 15.0$ では、 τ_{xy}^* の等値線は円柱の後流軸を横断するように成る。この場合の τ_{xy}^* の分布は、千鳥配列した渦糸まわりの完全流体の理論から求めた (b+c) の分布によく類似している。渦列がさらに下流に移行した x_H/d が 30 の場合には、 τ_{xy}^* の等値線の形状は、再び横につながる傾向を示し、 $x_H/d = 50$ では、円柱直後の $x_H/d = 3.0$ の場合と同様な横長の閉曲線となる。これは、渦列が下流に移行し、 $x_H/d = 50$ に至って、再び円柱直後の $x_H/d = 3.0$ と同様な渦構造に変化することを示す。

4.4 ラプラスアン P の分布

図2-1及び図2-2の図(IV)に、 $\nabla^2 P$ の等値線

a) $x_H/d=3.0$ d) $x_H/d=15.0$ b) $x_H/d=5.0$ e) $x_H/d=30.0$ c) $x_H/d=7.0$ f) $x_H/d=50.0$ 図5 $\omega^* - \tau_{xy}^*$ の位相面表示 ($Re = 120$)

図を示す。 $p^2 = (\text{div}(u, v))^2$ の値は q 値に比して小さいので、式(8)に示すように、 $\nabla^2 P$ の等値線図は q 値の等値線図と見なすことができる。図に見られるように、渦度分布のピークの渦中心で $\nabla^2 P$ は極小値を示し、下流に移行するに従って $\nabla^2 P$ の谷の深さはしだいに浅くなる。この場合の主流の動圧は、0.02mm Aq程度であり、他の方法でこれ程微小な圧力の空間微分値である $\nabla^2 P$ の瞬時値を測定することは不可能であり、本方法はこの種の圧力の変化を知ることができるきわめて有効な方法である。

4. 5 sheet 状の渦とrod 状の渦

前報⁽¹⁾では、円柱直後の $x_H/d = 3.0$ で三次元的なsheet状の渦構造が、下流の $x_H/d = 5.0, 7.0$ に移行するに従って、二次元的なrod状の渦構造に変化することを明らかにした。sheet状の渦とrod状の渦は、渦領域内の流れの渦度 ω とせん断応力 τ_{xy}/μ の相対的な大きさによって区分し、 $\omega \gg \tau_{xy}/\mu$ の場合をrod状の渦(vortex-tube)、 $\omega \sim \tau_{xy}/\mu$ の場合をsheet状の渦(vortex-layer)と呼んでいる。rod状の渦は安定で、sheet状の渦は不安定であることが知られている⁽⁵⁾。

図5はこのような観点から渦構造の質的变化を知るために、渦領域の格子点上の渦度 $\omega^* = \omega d/U$ とせん断応力 $\tau_{xy}^* = \tau_{xy} d/\mu U$ の位相面にプロットしたものである。この図から、 $x_H/d = 3.0$ では ω^* と τ_{xy}^* の広がりほぼ同じで、 $\omega^* \sim \tau_{xy}^*$ のsheet状の渦構造であることがわかる。すぐ下流の $x_H/d = 5.0$ ではプロット点は $\omega^* > \tau_{xy}^*$ の領域に分布するようになり、この傾向は $x_H/d = 7.0 \sim 30$ まで続き、rod状の安定した渦構造が持続することを示す。さらに渦が下流に移行し、 $x_H/d = 30$ から50に至ると、 $\omega^* - \tau_{xy}^*$ の分布は $x_H/d = 3.0$ の場合と類似した形($\omega^* \sim \tau_{xy}^*$)となり、再びsheet状の渦となることが分かる。

円柱の後流に形成される渦列が、図5の $\omega^* - \tau_{xy}^*$ の位相面表示が示すように、下流に移行するに従って、渦構造がsheet状の渦からrod状の渦に変化し、再び不

安定なsheet状の渦に変わる経過は、周知の渦列がfar-wakeで不安定化し、pairing等によって渦列が再配列する経過とよく対応している。この渦構造が変化する経過は、上述の種々の渦の特性値(渦度、渦度数、主変形速度、せん断応力)の分布状況の変化とも良く対応している。

5. 結 言

- (1) 円柱の背後からfar-wakeに至る広い領域($x/d = 1.5$ から50)の渦構造が定量的に明らかにされた。
- (2) 循環等の積分量の他に、格子点上の「速度こう配テンソル」の測定値から渦度、せん断応力及び静圧のラプラスシアン分布状況を求め、これらを等値線図に表示した。さらに、 p - q 値や渦度数 W_t の分布を求め、流体要素の変形と軌道についての知見を得た。
- (3) 下流に移行するに従って、渦構造は次のように変化する。①rotationよりshearの卓越したsheet状の不安定な渦($x/d = 3$)から②rotationが卓越した安定なrod状の千鳥配列の渦列($x/d = 5, 7$)となり、③このrod状の渦列がしばらく持続する($x/d < 15$)。④さらに下流では($x/d = 30, 50$)、再びsheet状の渦構造となり、渦列は不安定化する。渦列の下流移行時に見られるpairing等の渦列の再配列は、この不安定性とよく対応している。

文 献

- (1) 森, 福島, 永田, ながれ, 別冊(1994), 401-404.
- (2) 吉村, 高山, パソコンによるスプライン関数(東京電機大学出版, 1988), 174-192.
- (3) Truesdell, C., The Kinematics of Vorticity, (1954), Indiana Univ. Press, 106.
- (4) Perry, A. E. Chong, M. S., Ann. Rev. Fluid Mech., 19 (1987), 125-155.
- (5) Kida, S., Tanaka, M., J. Fluid Mech., 274 (1994), 43-68.

