

Ekman境界層内に発達する横流れ不安定性

飯野 淳、小濱泰昭
東北大学流体科学研究所

Crossflow Instability of the Laminar Ekman boundary Layer

by
Jun Iino, Yasuaki Kohana
Institute of Fluid Science, Tohoku University

ABSTRACT

Experimental investigation reported here is concerned with instabilities appearing in three-dimensional laminar (Ekman) boundary layer flow. Ekman flow is produced in between two coaxial systems, one is a rotating cylindrical vessel filled with water, and another is a stationary disk mounted in the bottom of the vessel. Appearing instabilities in the boundary layer is visualized by introducing dye from narrow slits grooved on the stationary disk. In previous investigations, two types of instabilities were reported to appear, one, which appears at lower Reynolds number range was called Type II instability, and another, which appears at higher Reynolds number range was called Type I instability. In the present investigation, only Type I instability is observed. One of the important results obtained in the present investigation is that new type of stationary vortices are visualized in the boundary layer.

Key Words : Ekman boundary layer, Solid rotation, Pressure gradient,
Crossflow instability, Crossflow vortex, Geophysical flow

1. 緒 言

主流の方向と最大圧力勾配の方向が異なるために発生する3次元境界層の遷移のメカニズムは、その構造が空間的にねじれたものであるが故に複雑であるが、自然界に数多く発生するためこれまで盛んに研究が行われてきている。

航空機の後退翼上に発生する3次元境界層の研究は、Gray¹⁾による実際の飛行試験に始まる。Grayは油膜法により、主流の方向にほぼ規則的に並んだ縞模様を翼前縁付近の層流中に検出した。この縞模様は、後の研究²⁾に

よって壁面に対して定在的に発生する渦列であることが確認され、横流れ不安定性(Crossflow Instability)により励起されることから横流れ渦と命名された。

一方、大気中に発生するEkman境界層の研究は、Ekman³⁾が圧力勾配、コリオリの力、地表摩擦力のつり合いによって起こる流れを解析したのが最初である。その後Faller⁴⁾は、円筒形回転水槽を用いて形成した層流のEkman境界層中に染料を注入することにより流れ場を可視化し、横流れ不安定性により発生するType I 不安定性、さらにType I よりも低いレイノルズ数で発生するType II 不安定性を発見した。その後、実験、理論双方からの研

究により、これら2つの不安定性の波長、位相速度等が調査されたが、Type I は横流れ渦と同様に横流れ不安定性により励起されるにもかかわらず、壁面に定在した渦構造ではなく位相速度を持つ波としての特徴を有していた。その後、各々の3次元境界層の安定性に関する研究は、その平均速度場の類似性により幾つかの研究で同時に取り扱われてきた。Faller⁵⁾は回転円板上の流れ場に対して安定計算を行い、さらに過去の実験結果とも合わせて外部擾乱の乱れ強さがあるレベルに達すると、Type II を主要因として乱流遷移が起こる可能性があると考えしている。このType II の研究は、Itoh⁶⁾により安定計算を通じてその性質が詳細に調査された。この研究では、Type II は3次元境界層の外部流線が曲率を持つことに起因して発生する不安定性であることが述べられ、Itohはこの不安定性を流線曲率不安定と名付けた。また、近年Lingwood⁷⁾はAbsolute Instabilityによる乱流遷移の可能性を述べている。

以上、2つの代表的な3次元境界層の安定性の問題では、幾つかの擾乱が検出され、様々な乱流遷移のメカニズムが示されており、いまだ完全に理解されていない。解決されていない問題の一つに、横流れ不安定性によって発生する擾乱が、壁面に定在した横流れ渦の形態をとるか否かといったことが挙げられる。過去に行われたEkman境界層の研究では、壁面に定在した横流れ渦は検出されていない。またFaller⁵⁾は、回転円板上の流れ場に於いても境界層中に染料を注入し可視化実験を行ったところ、横流れ不安定性によって発生する渦が移動している現象を観察したと述べている。しかしWilkinsonら⁸⁾は、円板上の微小な突起が横流れ渦を発生させていると考察しており、Ekman境界層においても壁面に定在した渦が検出されていないことには疑問が残る。

本研究の目的はEkman境界層を再現し、特に横流れ不安定性によって発生する擾乱の性質、構造を再度調査することである。

2. Ekman境界層の設計

実験装置の概略を図1に示す。実験装置は2つの系からなっている。内径280mm、高さ110mmの蓋付きの円筒容器①を回転速度可変の3相モーター⑦によって反時計まわりに回転させると、その内部に設置された直径276mmの静止していアルミニウム製の円板②の系である。容器の上面と側面はそれぞれ透明なアクリルで製作されており、上方と側方からの流れの可視化による観察を可能にしている。円板上面と回転容器上部の蓋とのギャップは、自由に設定できるようになっているが、本実験ではそのギャップを80mmで一定とした。伊藤⁹⁾は、この円板間のギャップ s を代表長さとした隙間レイノルズ数 $Re_s = s^2\omega/\nu$ を定義し、2円板間の流れ場の層流速度分布を求めたところ、 Re_s が650程度以上であれば、回転円板および静止円板上の各境界層は互に分離していることを確認している。本実験における隙間レイノルズ数 $Re_s = s^2\omega/\nu$ は約10000

であり、お互いの境界層が影響を及ぼさない十分な大きさになっている。円板が内部に設置された容器を水で満たし、一定時間回転させると回転容器中の水は剛体回転を始める。静止円板から離れた位置では、それぞれの流体粒子には回転座標系に於ける見掛けの遠心力 $F = \rho(r\omega)^2/r$ が作用し、円板中心から端に向かって増加する圧力分布が生じ、力のバランスが保たれている。しかし円板が静止しているため、円板上数mm前後の流体には粘性の影響により接線方向に境界層が成長する。境界層内部では、接線方向の速度の減少に起因し、遠心力のみが小さくなるために力のバランスが崩れ、円板中心に向かう流れが生じる。実際の大气中のEkman境界層は、地球の自転のためにコリオリの効果を考慮しなければならない。しかし、今回は可視化実験の制約より下部の円板は静止しており、その意味ではコリオリの効果はこの実験には含まれてはいない。このような流れ場は、Bödewadt境界層とも呼ばれている。本実験では以上の実験装置を利用し、静止円板上の半径 $r = 130\text{mm}$ の位置に設けられた幅0.3mmのスリットから染料を注入することにより流れ場を可視化し、 z 方向より35mmカメラとビデオカメラを用いて撮影した。図2に静止円板表面の概略図を示す。

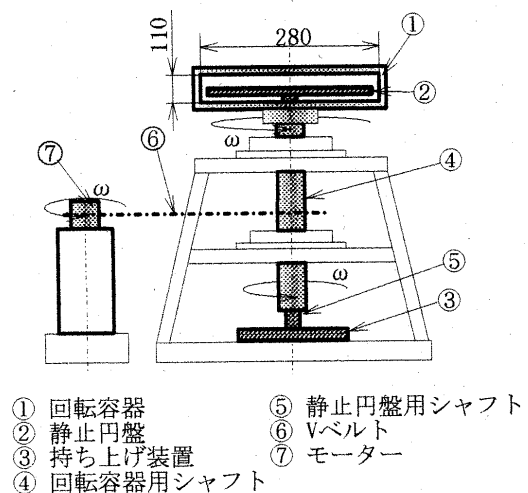


図1 実験装置の概要(単位:mm)

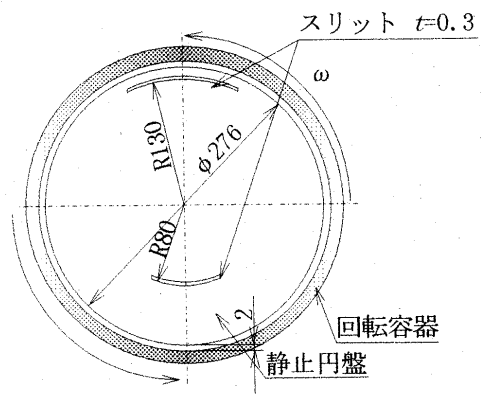
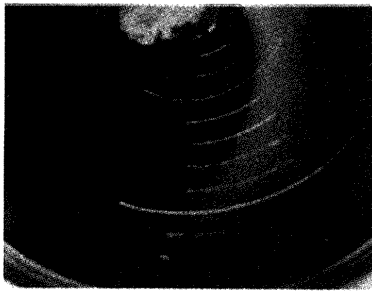


図2 静止円板表面の概要(単位:mm)

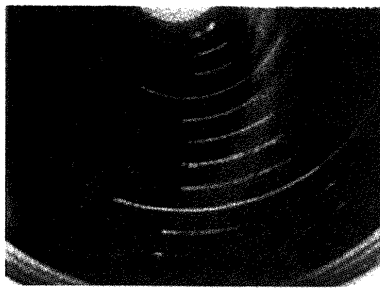
3. Type I の観察

図3(a), (b)に回転角速度 $\omega = 1.76, 3.16$ rad/sに於けるEkman境界層の可視化写真を示す。5分以上容器を回転させた後、半径 $r = 130$ mmの位置に設けられたスリットより染料を境界層内に注入、円板上方より撮影を行っている。図の黒い部分は円板表面であり、同心円状の白線は円板表面に10mm間隔で描かれた基準線である。基準線の内、2本の長い曲線はそれぞれ半径位置50, 100mmを示している。

図3のうち、(a)に於いては流れ場に変化は見られないが、回転速度が増した(b)に於いては図の中央部より上側にらせん状に広がる波らしき縞構造が発生する。これらの縞は半径方向内側に向かって一定速度、一定波長で進行していることが確認できた。そこでこの攪乱の無次元波長 λ/D 、無次元位相速度 c/V_θ を求め、過去のEkman境界層の研究に於いて発見されたType I, Type IIの値と比較し、さらにFallerの実験⁴⁾に於ける可視化写真と図3を比較した結果も合わせて考えると、本実験で検出された不安定性は横流れ不安定性によって励起されたType I不安定性であると考えられる。一方、本実験装置に於いてType II不安定性は、現在のところ確認されてはいない。



(a) $\omega = 1.76$ rad/s



(b) $\omega = 3.16$ rad/s

図3 各回転角速度におけるEkman境界層の可視化写真

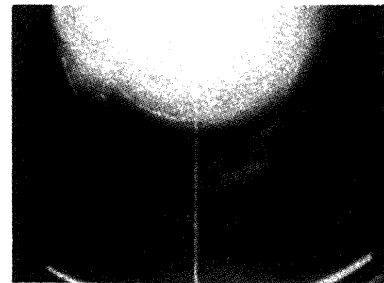
4. 横流れ渦の観察

ここまではFaller⁴⁾の実験と同様の可視化方法で境界層内の様子を観察してきたが、その流れ場には回転円板などの実験²⁾で観察されている、壁面に定在した横流れ渦を確認することはできなかった。しかしCaldwellら¹⁰⁾は、壁面に対して定在した熱線流速計でEkman境界層に発生する不安定性を調査し、横流れ不安定性によって励起されるType I不安定性を検出できなかった。Caldwellらは、

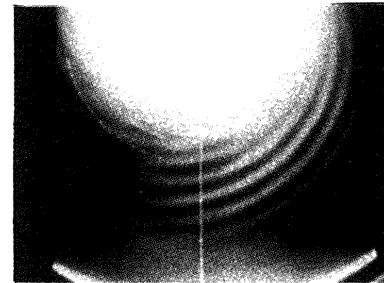
その実験の考察の中でType I不安定性が壁面に定在している可能性があるとして述べている。また、Ekman境界層が回転円板上の境界層と同様の流れ場であることを考えると、壁面に定在して発生する渦が存在しても不思議ではない。従って本実験では、さらに詳細に境界層内の様子を調べるために、スリット光を用いて境界層の様々な断面を観察することにした。

この場合、水を剛体回転させてから静止円板上の半径 $r = 80$ mmのスリットより染料を一定量注入し、その後一定時間経過後に流れ場を観察した。つまり円板に設けられたスリットから注入された直後の染料を直接観察するのではなく、回転容器内の鉛直方向の大きな循環により境界層内を何度も通過している染料を観察していることとなる。

図4は円板表面からの高さ $z = 2$ mmの位置で境界層内を円板面に平行に幅1mmのスリット光で切断し、その横断面を z 方向より撮影したものである。図(a), (b)には、 $\omega = 2.58, 3.38$ rad/sに於ける横断面図を示す。(a) $\omega = 2.58$ rad/sに於いて図の右半分中心付近に2本の縞らしきものが発生している。次いで(b) $\omega = 3.38$ rad/sでは、らせん状に等間隔に並ぶ縞の列が発生している。実際には、 $\omega = 2.86$ rad/sから 3.38 rad/sに於ける範囲でこのらせん状の縞は規則性を保ち、また円板壁面に定在して発生していることが判明した。



(a) $\omega = 2.58$ rad/s



(b) $\omega = 3.38$ rad/s

図4 横スリット光を利用して撮影した各回転角速度に於けるEkman境界層の可視化写真

検出されたこれらの縞の列がどのような3次元的な構造をしているかを解明するために、境界層内を円板の中心を通る面で(図4の白線に沿って)円板に対して垂直にスリット光で切断し、その様子を側方より撮影した。

図5に回転角速度 $\omega = 3.38 \text{ rad/s}$, 半径 $r = 34 \sim 55 \text{ mm}$ の位置に於ける鉛直断面図を示す。この図より、これまで観察してきた渦の列は、回転円板、後退翼で観察されている横流れ渦と同様、隣り同士同じ方向に回転する渦列であることが分かる。また詳しく観察するとこれらの渦構造は2つの部分よりなっている。その模式図を図5に示す。構造の一つは図5のaで示される隣同士反時計回りに回転する渦構造である。もう一つは、図5のbで示される壁面ごく近傍に存在する盛り上がりの部分である。この部分は染料を注入した瞬間より観察でき、またその渦内の染料は脈を打つように円盤中央部に向かって流れていくことが確認された。従って、過去のEkman境界層の可視化実験に於いて、位相速度を持つ波として観察されていた Type I 不安定性は、実は壁面に定在した横流れ渦の下の部分bを可視化していた可能性がある。実際、図4にみられるような渦構造aは染料を境界層内に注入してからある一定時間経過後に確認され、その後構造に大きな変化はみられなかった。



図4 回転角速度 $\omega = 3.38 \text{ rad/s}$ における鉛直断面図

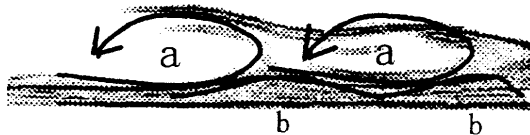


図5 渦構造の模式図

5. 結 言

蓋付きの回転容器と静止した円板を用いて静止円板上にEkman境界層を再現し、可視化実験によりその流れ場に発生する不安定性について調べた。

その結果、Ekman境界層中にも回転円板上に発生する横流れ渦同様の静止渦列が発生することが確認できた。この結果は、これまでEkman境界層に於いて調べられてきた不安定性とは異なるものであり、Ekman境界層のメカニズムについての再度の検討が必要であると思われる。

今後はさらに大きな直径の実験装置を製作し、広範囲のレイノルズ数に於ける可視化実験と熱線流速計による定量的な計測より、Ekman境界層の層流から乱流へのプロセスを明らかにし、さらに3次元境界層に発生する不安定性の物理的要因を明らかにしていく予定である。

主な記号

- c : 不安定波の位相速度(mm/s)
- D : Ekman境界層の理論的代表厚さ (mm) $(= (\nu/\omega)^{1/2})$
- r : 円板上の半径位置(mm)
- V_θ : 境界層外縁方向の速度成分(mm/s)
- z : 円板表面からの高さ(mm)
- δ : 境界層厚さ(mm)
- λ : 不安定波の波長(mm)
- ν : 動粘度(mm^2/s)
- ω : 回転容器の回転角速度(rad/s)

謝辞

実験に際し協力を頂いた流体科学研究所技官 太田 福雄氏、並びに同付属工場技官 浅野 和夫氏、伏見 保夫氏、渡辺 努氏、伊東 憲男氏に感謝の意を表します。

参考文献

- 1) Gray, W. E. : The effect of wing sweep on laminar flow, *RAE TM Aero 227* (1952).
- 2) Kobayashi, R. , Kohama, Y. and Takamadate, Ch. : Spiral vortices in boundary layer transition regime on a rotating disk, *Acta Mech.* , 35 (1980) 71-81.
- 3) Ekman, V. W. : On the influence of the earth's rotation on ocean currents, *Arkiv. Mat. Astr. Fys. Bd2* No. 11 (1905).
- 4) Faller, A. J. : An experimental study of the instability of the laminar Ekman boundary layer, *J. Fluid Mech.* 15 (1963) 560-576.
- 5) Faller, A. J. : Instability and transition of disturbed flow over a rotating disk, *J. Fluid Mech.* 230 (1991) 245 - 269.
- 6) Itoh, N. : Simple cases of the streamline-curvature instability in three-dimensional boundary layers, *J. Fluid Mech.* 317 (1996) 129 - 154.
- 7) Lingwood, R. J. : An experimental study of absolute instability of the rotating-disk boundary-layer flow, *J. Fluid Mech.* 314 (1996) 373 - 405.
- 8) Wilkinson, S.P. and Malik, M.R. : Stability experiments in the flow over a rotating disk, *ALAA J.* 23 (1985) 588 - 595.
- 9) 伊藤基之, 村田 敦 : 回転円板と静止円板間の流れの安定性, 日本機学会論文集(B編)51巻472号(昭和60) 3902-3910.
- 10) Caldwell, D.R. and Van Atta, C. W. : Characteristics of Ekman boundary layer instabilities, *J. Fluid Mech.* 44 (1969) 79-95.