

# ステップを過ぎる超音速境界層の不安定性

坂上昇史, 西岡通男  
大阪府立大学

## Instability of Supersonic Laminar Boundary Layer Disturbed by Forward/Backward-facing Step

Shoji Sakaue and Michio Nishioka  
Osaka Prefecture University

### Abstract

The object of the present study is to investigate the instability of supersonic boundary layer flow past forward/backward-facing step, especially the behavior of Tollmien-Schlichting wave over step. Results of the present simulation show that we can predict the streamwise growth of wave amplitude by the stability calculation on the basis of the mean boundary layer characteristics past the step. And it is also shown that, for the backward-facing step case, in separated region behind the step the flow develops an inflectional velocity distribution and excites higher wavenumber mode, and after the flow undergoes reattachment, this inflection point vanishes and the higher modes rapidly damp out.

**Key words :** supersonic boundary layer, Tollmien-Schlichting wave, forward/backward step

### 1. はじめに

次世代超音速旅客機を開発する上で重要な空気力学的課題の1つに空力効率の向上があげられる。超音速翼境界層を層流状態に維持することができると摩擦抵抗が低減され、空力効率の向上に寄与する。層流制御については、超音速境界層において外部擾乱により乱流遷移の原因となるT-S波動が励起される受容過程を詳しく知るとともに、励起されたT-S波動の挙動をよく理解する必要があり、筆者等はTVD法に基づく数値シミュレーションと線形安定性解析により調べている。

これまでに、境界層の不安定性や層流境界層内のT-S波動の挙動に対する斜面の影響を調べた結果、超音速境界層の不安定性は、局所的な境界層分布の一般化変曲点に由来する変曲点不安定性に支配されることを明らかにした。また、このような擾乱の挙動が、局所的に平行流を仮定した線形安定性解析によりとらえられるという安定性理論の有効性を示した<sup>1)-4)</sup>。

本研究では、前向きおよび後向きステップを過ぎる境界層流れを扱い、ステップを過ぎるときに

T-S波動がどのような影響を受けるか調べる。また、数値計算により得られた境界層分布をもとに線形安定性解析を行い、ステップの影響下にある超音速境界層の不安定性について考察する。

### 2. 解析対象の流れ場

図1のようなステップを有する平板上に形成された主流マッハ数  $M_1 = 2.2$  の2次元超音速境界層を考える。座標原点は平板前縁に設定し、 $x$ 軸を主流方向に、 $y$ 軸を壁面に垂直な方向とする。計算領域は、前向きステップの場合は  $x_u = 30$ ,  $x_d = 100$ ,  $y = 0 \sim 7$ 、後向きステップの場合は  $x_u = 50$ ,  $x_d = 120$ ,  $y = h \sim 7$  ( $h$ :ステップ高さ) とする。ステップは  $x = 60$  に設定し、その高さを前向きの場合は  $h = 0.05 \sim 0.4$  (平板境界層厚さの約  $0.065 \sim 0.5$  倍)、後向きの場合は  $h = -0.2 \sim -1.0$  (平板境界層厚さの約  $0.25 \sim 1.25$  倍) とする。

Navier-Stokes 方程式は、主流密度  $\rho_1$ 、主流音速  $c_1$ 、主流粘性係数  $\mu_1$  および代表長さ  $L$  で無次元化されており、数値計算におけるレイノルズ数は  $Re$

$= 4500$  とする。このとき、平板前縁からの距離  $x$  と主流速度  $U_1$  に基づくレイノルズ数  $Re_x$  の平方根 ( $R = Re_x^{1/2}$ ) は  $R = 545 \sim 1090$  であり、 $x = 60$  における無次元排除厚さは 0.3136 である。格子数は  $600 \times (240 \sim 300)$  であり、境界層は上流境界 ( $x = 30$ ) で約 44 分割、下流境界 ( $x = 120$ ) で約 84 分割されている。計算は、対流項については 3 次精度 upwind TVD 法<sup>5)</sup>を、粘性項については 2 次精度中心差分を適用して離散化し、時間積分は 2 次精度 Euler 法を用いた。また、T-S 波動は上流境界ですでに形成されているとし、局所平行流近似に基づく線形安定性解析から得られた固有擾乱を流入条件として与え、この擾乱がステップによりどのような影響を受けるか計算で追跡する。今回解析の対象とした擾乱は、上流境界 ( $x = 30$ ) において  $u$  変動の最大値が主流速度の 0.05% で、角振動数  $\omega = 1.2469$ 、波数  $\alpha_r = 0.93390$ 、空間増幅率 -  $\alpha_i = 1.8072e-2$  の固有値を持つ空間増幅型の擾乱である。さらに、数値計算により得られた境界層分布をもとに、線形安定性解析を行い、数値解と比較するとともに、ステップの影響下にある超音速境界層の不安定性について考察する。

### 3. ステップを過ぎる流れ

図 2 は (a) 壁面上の圧力  $p_w$  と (b) 局所摩擦応力係数  $C_f$  の  $x$  方向の変化を示している。前向きステップの場合、 $h > 0.15$  (平板境界層厚さの約 3/16) のときステップ上流側に剥離領域を生じ、ステップ角で再付着した後  $x = 70$  までにはほぼ平板の状態に戻る。後向きステップの場合は、ステップ角で急激に膨張し下流に剥離領域を形成する。その後、圧縮過程を伴って  $h = -0.4$  の場合で  $x = 80$ 、 $h = -1.0$  の場合でも  $x = 90$  までにはほぼ平板の状態に復帰する。以下、紙面の都合上  $h = \pm 0.4$  の場合について述べる。

まず、前向きステップの場合について T-S 波動の挙動に及ぼす影響をみる。図 3 は  $h = 0.4$  の場合の T-S 波動の振幅に関し、数値解と局所平行流近似による安定性理論の予測値の比較を示す。振幅は上流境界の値で無次元化されている。擾乱がステップ近傍で複雑な挙動を示すにもかかわらず、理論の増幅率 -  $\alpha_i$  に基づく予測値は  $x \geq 70$  では誤差 1% で数値解と一致し、理論予測の有効性を示している。また、ステップの影響を  $x = 80$  での振幅で評価すると、平板境界層の場合に比べて約 10% 増加するだけで極めて小さく、下流へいくに

従ってその差は小さくなる。図 4 に擾乱の様子を渦度変動の等値線で示す。壁近傍の渦度変動は、ステップにより分断されているにもかかわらず、そのパターンは  $53 < x < 60$  の剥離域を含む流れ場全域でほぼ同質であり、あたかもステップを乗り越えるように下流へ伝播している。

次に、後向きステップの場合についてみる。図 5 は図 3 と同様、 $h = -0.4$  の場合の T-S 波動の数値解と安定性理論の比較を示す。前向きステップの場合と同様、理論の予測値はステップ下流の  $60 < x < 70$  をのぞいて誤差 1% で数値解と一致している。また、ステップの影響を  $x = 80$  での振幅で評価すると、平板境界層の場合の約 10% 減と極めて小さく、やはり下流へいくに従ってその差は小さくなる。しかし、ステップのすぐ下流では、予測値は平板境界層に比べて減衰であるのに対し、数値解の振幅は大きくなっている。図 6 は  $h = -0.4$  の後向きステップを過ぎる境界層における  $\omega = 1.2469$  の角振動数をもつ T-S モードと高波数モードの空間増幅率の  $x$  分布を示す。高波数モードの増幅率は、速度分布が混合層型となるステップ下流の剥離領域では T-S モードに比べて非常に大きいが、流れが再付着したのち、速度分布が境界層型に戻ると急速に小さくなる。図 7 に擾乱の様子を渦度変動の等値線で示す。上流から伝播してきた壁近傍の渦度変動は、ステップから流下したのち波長が短くなる。その波長は図 6 の高波数モードに相当する。すなわち、ステップ下流で速度分布が混合層型となるために、流下してきた T-S 波動によりその混合層に固有の擾乱が励起されていると考えられる。このモードの擾乱は、速度分布が境界層型に復帰するにしたがって急速に減衰していく、再付着点から下流では、渦度変動のパターンは平板境界層の場合とほぼ同質になる。

以上の結果より、超音速境界層における T-S 波動の挙動は、壁近傍の渦度変動が主体ではなく、壁から離れた一般化変曲点近傍の渦度変動の方が本質的であり、この変曲点不安定性に支配されると見てよいことを示している。また、この変曲点が壁から離れているために、ステップの影響は比較的小さく、安定性理論により擾乱の挙動が予測できていると考えられる。

### 4. まとめ

超音速境界層は境界層分布の一般化変曲点に伴う変曲点不安定性に支配され、この変曲点が壁か

ら離れているためステップの影響をあまり受けず、非圧縮流に比べて安定であることが示された。また、後向きステップの場合、ステップ下流で速度分布が混合層型にかわり変曲点が新たに現れることにより、T-S波動とは異なる不安定モード（高波数モード）が励起されるが、速度分布が再び境界層型に戻るとこの高波数モードは急速に減衰してしまう。その結果、ステップの向きに関わらず、T-Sモードのみに着目した線形安定性解析からステップを過ぎる擾乱の挙動を予測できることがわかった。

本研究は部分的に文部省の科学研究費（課題番号08455465）の援助を受けた。

## 参考文献

- 1) 坂上昇史, 西岡通男 : 圧縮斜面周りの超音速境界層におけるT-S波動の挙動, ながれ, 15 (1996), 124-132.
- 2) 坂上昇史, 西岡通男 : 超音速境界層におけるT-S波動の挙動と変曲点不安定, NAL-SP, 33 (1996), 43-48.
- 3) 坂上昇史, 西岡通男 : 超音速境界層における非粘性型不安定性, NAL-SP, 33 (1996), 63-68.
- 4) 坂上昇史, 西岡通男 : 超音速圧縮・膨張斜面境界層におけるT-S波動の挙動, NAL-SP, 34 (1997), 239-244.
- 5) S. R. Chakravarthy & S. Osher : A new class of high accuracy TVD schemes for hyperbolic conservation laws, AIAA 85-0363 (1985).

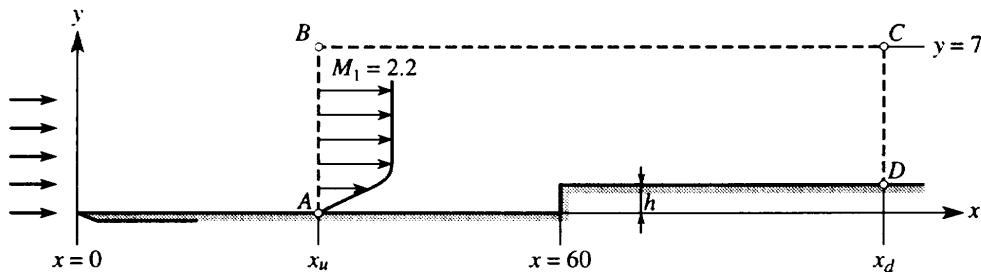


Fig.1 Schematic illustration of flow field.

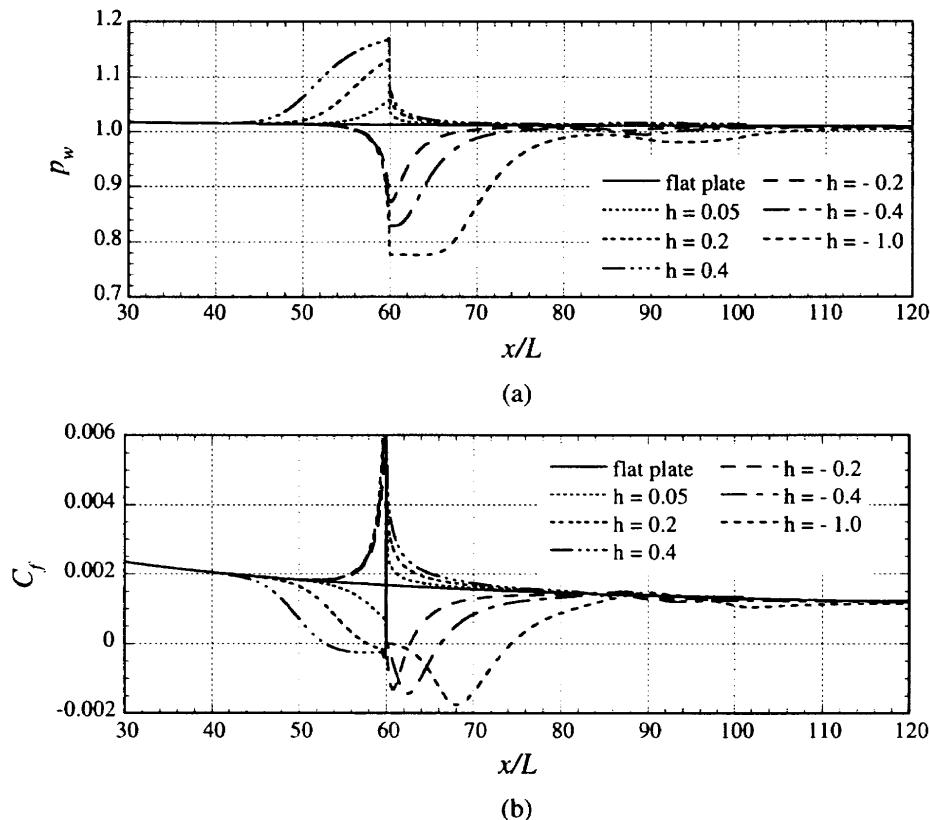


Fig.2 Simulation result for boundary layer flow past forward/backward-facing step :  
(a) wall pressure, (b) local skin friction coefficient.

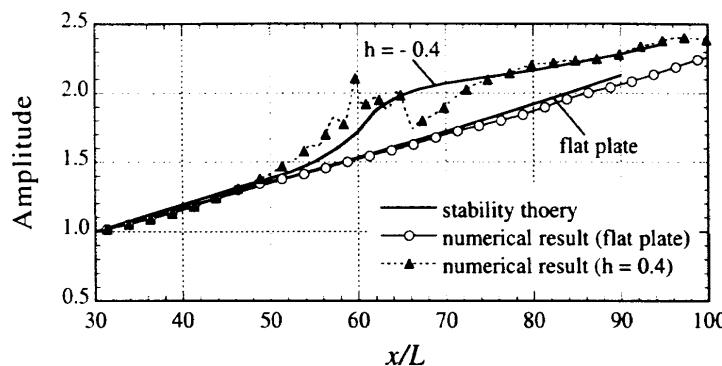


Fig.3 Streamwise variation of fluctuation amplitudes for forward-facing step ( $h = 0.4$ ) comparison between numerical results and stability theory.

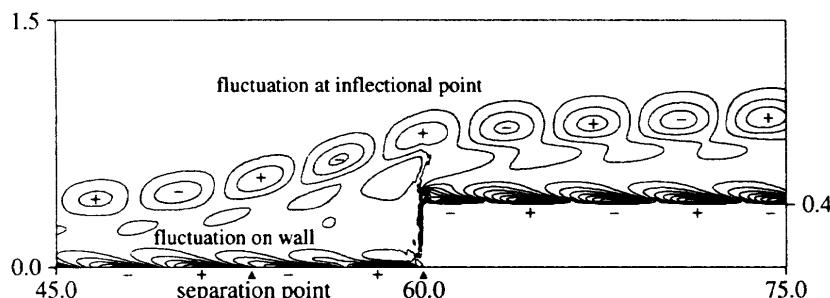


Fig.4 Instantaneous flow field for forward-facing step ( $h = 0.4$ ) represented by means of vorticity fluctuation contours.

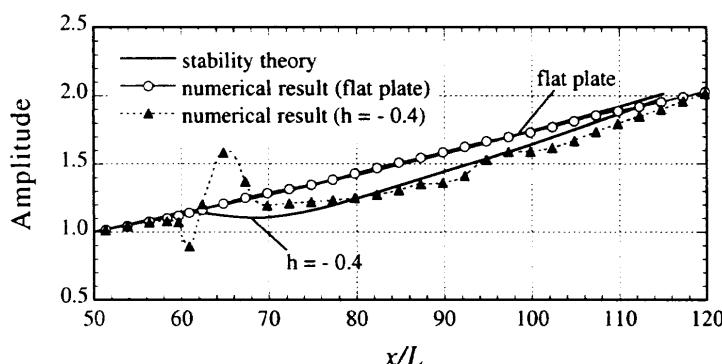


Fig.5 Streamwise variation of fluctuation amplitudes for backward-facing step ( $h = -0.4$ ) comparison between numerical results and stability theory.

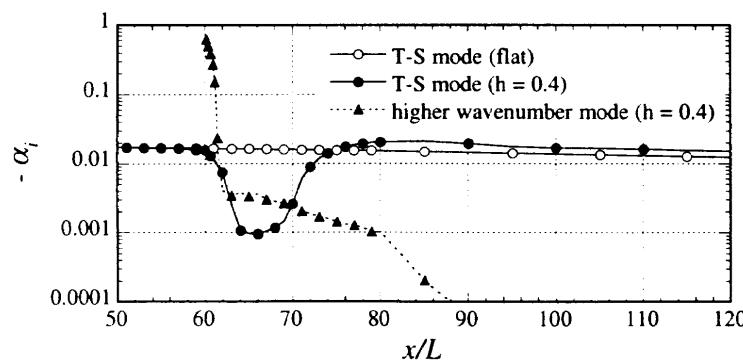


Fig.6 Streamwise variation of spatial growth rates for T-S mode and higher wavenumber mode.

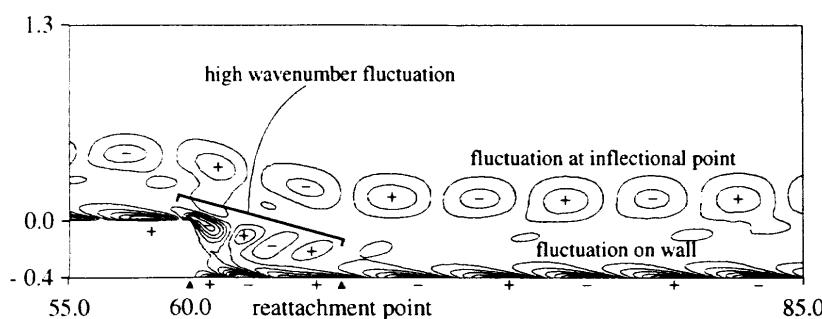


Fig.7 Instantaneous flow field for backward-facing step ( $h = -0.4$ ) represented by means of vorticity fluctuation contours.