

角柱列を過ぎる流れの合流

Confluence of wakes behind a Row of Square Bars

同志社大・工 水島 二郎、川口 泰弘
 Jiro Mizushima and Yasuhiro Kawaguchi
 Department of Mechanical Engineering
 Doshisha University

Abstract

Confluence of wakes behind a row of square bars, which is placed across a uniform flow, is investigated numerically. Two-dimensional and incompressible flow field is assumed. Each jet which flows between the square bars is independent of each other when the pitch-to-diameter ratio of the row is large. However, the confluence of several jets occurs when the pitch-to-diameter ratio is small. In the previous study, it was found that the confluence of couple or triplet jets is a consequence of a pitchfork bifurcation and a hysteresis phenomenon appears between the confluence of couple and triplets jets. In the present study, we find a steady solution for the confluence of quadruplet jets, and try to explain the cause of the hysteresis phenomenon.

Keywords: stability, wake, a row of square bars, pitchfork bifurcation

§1. はじめに

一様流中に置かれた角柱列や円柱列などの柱状物体列を過ぎる流れは、柱状物体の間隔が比較的大きい場合、各柱状物体の間から流出するジェットは独立しており平行な流れとなるが、柱状物体の間隔が小さくなると平行なジェットに不安定性が生じ、ジェットの合流が起こる。

ジェットの合流についての研究は古くから行われている。Olseen¹⁾は柱状物体列の後流について理論的および実験的に調べた。彼は流れ場を正弦関数で表現し、物体から充分離れたところでは、その表現が実際の流れを近似するのに充分であることを実験によって確かめた。

Bohl²⁾は円柱列後流に関する実験を行い、 σ を柱状物体の間隔 P と直径 d の比とすると、 σ が大きいとジェットは平行であるが、 $\sigma = 2.17 \sim 2.7$ でジェットの合流が起こると結論づけた。

ジェットの合流には3つのパターンがある。一つは合流した流れが定常流である場合(図1)、二

つ目は合流した流れが時間に周期的である場合(図2)、三つ目は合流した流れが乱流である場合(図3)である。

合流した流れが定常となる場合の研究はいくつか行われている。Bradshaw³⁾は円柱列に関する実験を行い、ジェットの合流が起こらない範囲は $\sigma = 2.33$ 以上であるとした。また彼は4つのジェットが1つに合流することも示し、そのとき流れ場は定常であることを示した。

各ジェットが独立した定常な流れから合流した定常な流れへの遷移についての詳しい研究は Mizushima and Takemoto⁴⁾によって行われ、低レイノルズ数においてジェットが合流するメカニズムを理論的に明らかにした。彼らは2次元非圧縮性流れを仮定し、流れに直角方向に物体の配置と同じ周期を持つ定常流がピッチフォーク分岐によって、物体の配置の2倍あるいは3倍の周期を持つ定常流に遷移することを予測し、角柱列・円柱列を過ぎる流れの2つのジェットの合流および3つのジェットの合流現象を調

べた。また、数値シミュレーションによる結果と比較するため可視化実験を行い、低レイノルズ数において 2 つ、3 つ、4 つのジェットの合流現象が存在することも可視化写真により示した。さらに彼らは、数値シミュレーションと実験結果の違いから 2 つのジェットの合流と 3 つのジェットの合流現象の遷移過程にはヒステリシスがあると推論した。

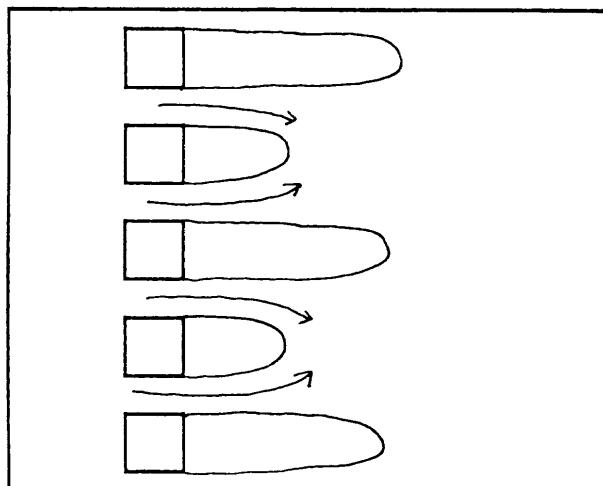


図 1 合流した流れが定常である場合

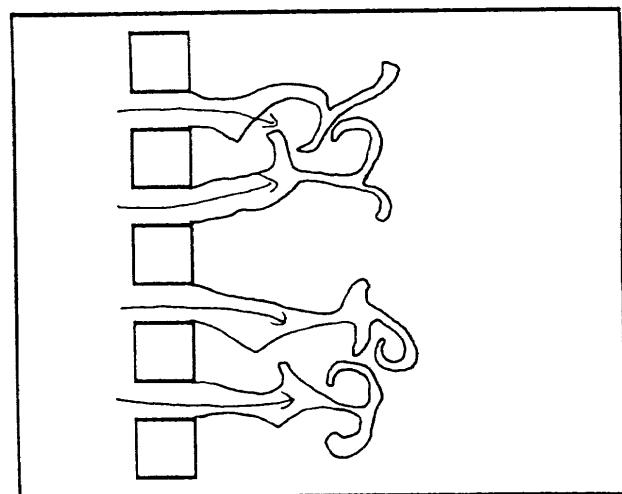


図 3 合流した流れが乱流である場合

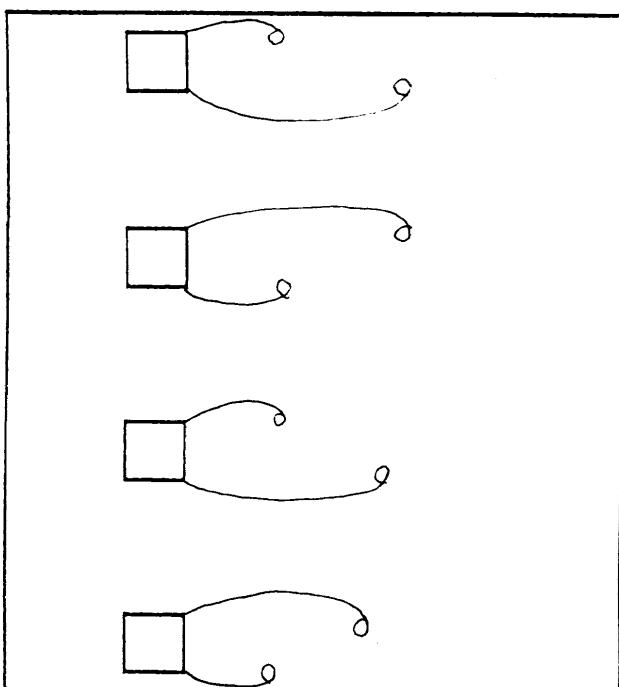


図 2 合流した流れが時間に関して周期的である場合

合流した流れが時間に周期的となる場合の流れのパターンは小林⁵⁾によって見事に可視化された。

合流した流れが乱流となる場合について、Matsui⁶⁾は円柱列を過ぎる流れのジェットが合流する現象、特に高レイノルズ数における σ 依存性を詳しく調べた。彼は $Re = 2000$ の場合、 $\sigma = 3.0$ のとき平行なジェット、 $\sigma = 2.2, 1.8, 1.6$ のとき、それぞれ 2 つ、3 つ、4 つのジェットの合流を観測し、また現象のレイノルズ数依存性も示した。ここでレイノルズ数 Re は $Re \equiv U d / \nu$ と定義し、 U は円柱列の上流での流速、 d は円柱の直径、 ν は流体の動粘性係数である。本研究では、合流した流れが定常である流れのパターンについての研究を行い、数値シミュレーションによって Mizushima and Takemoto が推論した 2 つのジェットの合流および 3 つのジェットの合流現象の間のヒステリシス現象を理論的に調べ、また $\sigma = 2$ における 4 つのジェットの合流の解の存在も明らかにし、さらに 4 つのジェットが合流するときの臨界レイノルズ数を数値的に求めようと試みる。

§2. 数値シミュレーション

Mizushima and Takemoto は 3 つのジェット

が合流する場合は非食い違い(non-staggered)格子を用いたMAC法、2つのジェットが合流する場合は流れ関数 ψ と渦度 ω を用いた $\psi-\omega$ 法を用いて数値シミュレーションを行い、シミュレーションの結果を非線形安定性理論の手法で整理し、これらの合流現象がピッチフォーク分岐により生じることを示し、その臨界レイノルズ数を評価した。定常な2つの合流と3つの合流の σ に対する臨界レイノルズ数 Re_c を図4に示す。

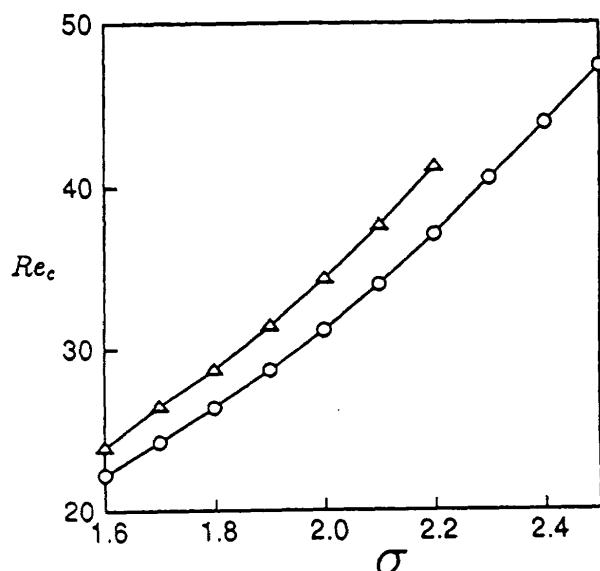


図4 臨界レイノルズ数 Re_c と角柱の間隔比 σ の関係図
(○は2つの合流の臨界レイノルズ数 Re_{c2} , △は3つの合流の臨界レイノルズ数 Re_{c3})

本研究では、4つのジェットが合流する定常解を求める試みを試み、数値シミュレーションを行なった。代表長さには角柱の辺長あるいは円柱の直径 d 、代表速度には一様流速 U を用いる。基礎方程式は2次元非圧縮性ナビエ・ストークス方程式と連続の式である。レイノルズ数 Re を $Re \equiv Ud/\nu$ のように定義する。計算領域及び境界条件を図5に示す。 $L_1 = 4.5, L_2 = 13.5$ で計算を行なった。ここでは、 y 方向に物体の配置と同じ周期を持つ定常流がピッチフォーク分岐によって、物体の配置の4倍の周期を持つ定常流に遷移すると仮定する。このように仮定することにより、実際には計算するのは半分のAEFDで囲まれた領域である。

計算には差分法を用い、食い違い(staggered)格子を用いたHSMAC法で、計算領域は x 方向、 y 方向に刻み幅 $\Delta x, \Delta y$ で離散化した。時間 t は、 Δt で離散化した。

$\Delta x, \Delta y$ および Δt の大きさは $\Delta x = \Delta y = 0.05, \Delta t = 1.0 \times 10^{-5} \sim 1.0 \times 10^{-3}$ とした。格子点数は、例えば $\sigma = 2.0$ の場合は 300×80 とした。

上記のような計算領域及び境界条件の下では、定常な2つの合流した流れと4つの合流した流れの解が存在すると考えることができると、 $\sigma = 2.0$ で $Re = 45$ の値で数値計算を行なったところ定常な4つの合流した流れ場が得られた(図6)。このように定常解をいろいろなレイノル

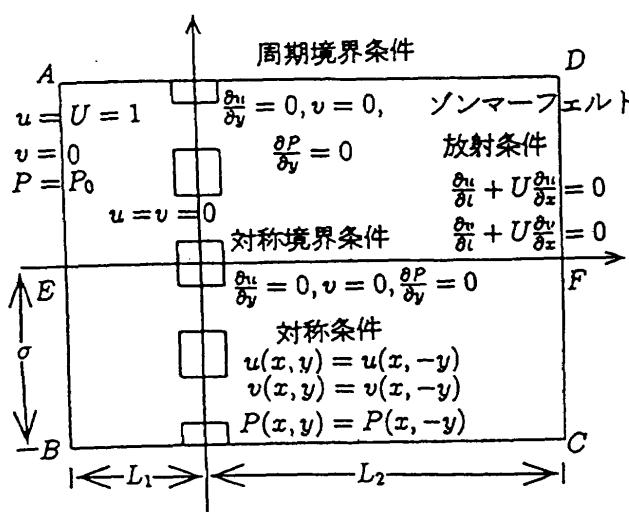


図5 4σの周期を持つ流れを求めるための計算領域及び境界条件

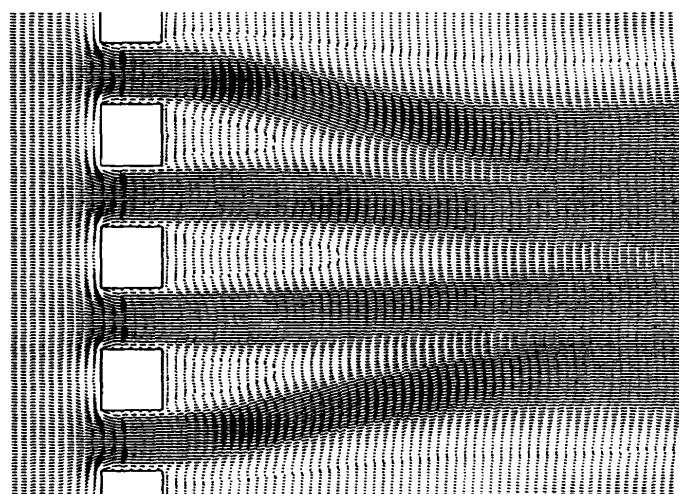


図6 4つのジェットが合流した流れ。
 $\sigma = 2, Re = 45$.

ズ数に対して求めることにより臨界レイノルズ数を求めることができるが現在計算中である。

§3. ヒステリシスの現象

Mizushima and Takemoto は数値シミュレーションと実験により定常な2つの合流した流れと3つの合流した流れの間にはヒステリシスの関係があると推論し、分岐ダイヤグラムの図を示した(図7)。この図において、レイノルズ数が低いところから高くしていくとはじめ点Aまではジェットは互いに独立して平行な流れであるが、 Re_{c2} を越えると平行なジェットに不安定性が生じてヒッチフォーク分岐を起こし、非対称な流れとなる。さらにレイノルズ数を高くすると点B'を通り点Cに至るとさらに不安定性が生じて、点C'に遷移し、その後点Dに至る。

しかし、点Dからレイノルズ数を低くしていくと、点C'に至っても点Cには遷移せず、そのまま同じ線をたどり点Bつまり Re_{c3} になったとき、点B'に遷移し、その後点Aに至るという経路をたどると考えるとこの現象をうまく説明できるとした。ここで述べたのは v が正の場合についてのみであったが、理論的には v が負になる場合も同じ確率で起こるのでその場合は図7の下半分の曲線で上述したことと同じことを述べることができる。また、現在 Re_{c2} は数値シミュレーションにより Re_{c3} は実験からほぼ求め

られているが、 Re'_{c3} の値はまだ求められておらず、この現象の理論的な証明を行うためには、2つの合流と3つの合流の定常解が同時に存在するような計算領域を考えることが必要である。しかし、この計算は現在実行中である。

§4. おわりに

角柱列や円柱列などの間をすぎるジェットの合流には上述したように3つのパターンがあり、それらは Mizushima and Takemoto が示したような定常な合流した流れの場合、あるいは合流した流れが時間的に周期的である場合、または Matsui が示したように合流した流れが乱流である場合である。

これらそれぞれのパターンについての研究は幅広く行われているが、合流した定常な流れから時間に関して周期的に変化する流れへの遷移や、乱流への遷移についてはまだ調べられていないのでこれらの遷移のメカニズムを明らかにすることは今後の研究課題である。

参考文献

- [1] R. G. Olssen: 1936 Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik **16**, 257.
- [2] J. G. E. Bohl: Ing.-Arch. **11** (1940) 295.
- [3] P. Bradshaw: J. Fluid Mech. **22** (1965) 679.
- [4] J. Mizushima and Y. Takemoto: J. Phy. Soc. Japan. **65** (1996) pp.1673-1685
- [5] 小林敏雄:写真集「流れ」(日本機会学会編) 43.
- [6] T. Matsui: 1975 Joint JSME-ASME Applied Mechanics Western Conference, Honolulu, Hawaii, 1975 (JSME, Tokyo, 1975) 415.

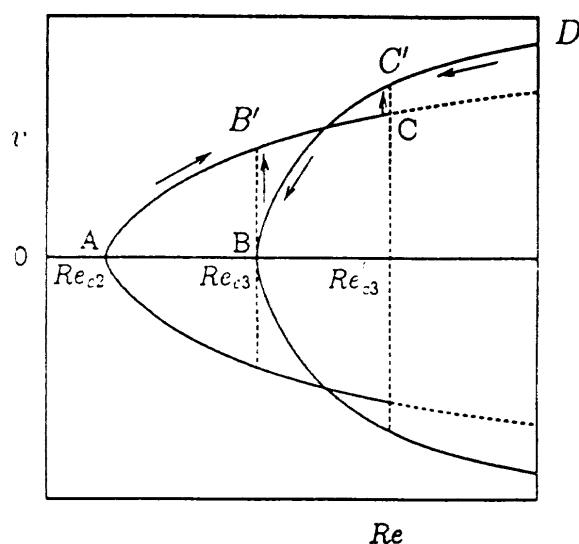


図7 2つの合流と3つの合流の間のヒステリシスの関係を推論した分岐ダイヤグラム