

攪乱を受けた圧縮性渦

前川 博*渡辺 大輔* 大沼 大輔*

Compressible Viscous Vortex Perturbed in a Supersonic Flow

by

Hiroshi Maekawa, Daisuke Watanabe and Daisuke Ohnuma

Univ. of Electro-Communications

ABSTRACT

The evolution of two-dimensional unsteady viscous vortices perturbed by a plane compression /expansion wave or an acoustic wave has been simulated numerically. Direct numerical simulations of the time-dependent compressible Navie-Stokes equations are performed using spectral collocation method. The numerical plane wave deformation shows a very good agreement with the observation in the experimental results done in a shock tube. The results of the vortex array simulations perturbed by an acoustic wave array show that the vortex core represented by density/pressure contours oscillates with a relative phase difference of $\pi/2$, which synchronizes with an acoustic wave array. The creation of vortices that is attributed to the influence of baroclinic and dilatational effects is found after the passage of a plane compression wave.

Key Words: DNS, Shock wave, Compressible viscous vortex, Baroclinic torque, Dilatation effects

1. まえがき

圧縮性乱流の特徴の一つは衝撃波などの影響によって乱流構造が非平衡となり、非圧縮性乱流には見られない乱流構造の発達を示す^{[1][2]}。その機構の解明は圧縮性乱流モデルの開発にとっても重要であるがこれまで十分に研究されていない。本研究では乱流構造の基本的な構造要素である渦が圧縮波/膨張波が存在する中でどのように振る舞うか DNS を使って調べた。

2. 計算方法

2.1. 圧縮性粘性渦

圧縮性粘性渦の解析解は今まで知られていない。渦と圧力波との相互作用に関する DNS コードを作るために、以下のような圧縮性渦を仮定する。非圧縮性渦は De Neufville(1957) によって以下のように与えられ

ている。

$$\omega(r, t) = \sum_{m=0}^{\infty} C_m t^{-(m+1)} \exp\left(-\frac{r^2}{4\nu t}\right) \times L_m\left(-\frac{r^2}{4\nu t}\right), t > 0 \quad (1)$$

ここで、 C_m は Laguerre 多項式 L_m の直交性から決定される。 $m = 0$ の場合は Oseen(1912) によって見出された渦で、 $m = 1$ の場合が Taylor(1918) によって与えられた渦である。これらの渦は周方向速度のみをもち、動径方向速度成分はない。本研究では、この Gauss 分布をもつ渦を圧縮性渦の初期条件として与える。圧力は非粘性運動方程式より

$$\frac{dp}{dr} = \rho v^2 / r \quad (2)$$

と与える。密度の与えかたには任意性があり、例えば等エントロピー条件を課することもできるが、ここでは密度一定とした。

*電気通信大学

2.2. 支配方程式

支配方程式はデカルト座標系で記述された圧縮性ナビエ・ストークス方程式である。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u_i)}{\partial x_i} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial (\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (4)$$

$$\frac{\partial E_T}{\partial t} + \frac{\partial (E_T u_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial (p u_j)}{\partial x_j} + \frac{\partial (u_i \tau_{ij})}{\partial x_j} - \frac{\partial q}{\partial x_j} \quad (5)$$

ただし、支配方程式は初期渦の主流速度と計算領域の基準長さ、初期密度 ρ_0 および粘性係数 μ_0 によって無次元化されている。計算方法として空間微分には差分法より少ない格子点で高い精度を得ることのできる擬スペクトル法、時間発展に4次のルンゲ・クッタ法を用い直接計算を行った。計算に用いる座標系の原点は計算領域の左端とする。計算領域は $0 \leq x \leq 4$ 、 $-2 \leq y \leq 2$ である。この平面上に渦を置き、導入する圧力波は初期条件として主流方向に Gauss 分布をもつ圧力分布を与える。主流のマッハ数は $M_0 = 1.1$ である。一つの渦の強さは最大回転速度に基づくマッハ数で $M_v = 0.17$ である。渦の回転速度は式(1)における $m = 1$ の場合に対応する渦を用いて

$$v_\theta = \frac{Cr}{R_c^2} \exp\left(-\frac{r^2}{2R_c^2}\right) \quad (6)$$

R_c は最大周速度の渦半径($R_c = 0.15$)であり、 C は渦の強さを表す。回転速度は遠方で速やかに0に漸近し渦核半径の3倍でおおよそその速度が0になる。計算領域の境界条件は x -方向 y -方向共に周期境界条件を用いた。時間ステップは $dt = 0.001$ である。

一方、渦と音波の干渉問題では、 y 方向において物理空間を、 $-\infty < y < \infty$ とし、写像関数 $y = -a \cot(\pi \xi)$ を用いた mapped フーリエ法を使用する^[3]。 a は伸張パラメータを表し本研究では $a = 0.8$ で計算した。計算領域は $0 \leq x \leq 2$ 、 $-\infty < y < \infty$ で、また計算領域の中心に渦を初期条件として置く。一様流のマッハ数は $M_0 = 1.0$ 、渦の強さは最大回転速度に基づくマッハ数で $M_v = 0.02$ であり回転方向は時計回りである。 x 方向の境界条件は周期境界条件である。時間ステップは $dt = 0.00025$ 刻みで計算した。レイノルズ数は $Re = 10000$ とし計算に用いたグリッドは 64×64 である。

3. 計算結果および考察

3.1. 孤立渦と圧力波の干渉

初期条件として置かれた圧力平面波は時間とともに2つに分れ、主流が存在するため上流に向う平面波は

定在し、下流に向う平面波はさらに下流に置かれた渦を通過する。平面波内部は伝播方向に切り立って圧縮と膨張領域をもつ。圧力平面波が孤立渦中心を通過するまでの時間経過に伴う圧力変化の様子を Fig. 1 に示す。渦を導入したときの音波が渦を中心に広がっていき、その音波と平面波が干渉し圧力と密度の変化が生じる。その後、圧力波が渦を通過する際、渦の回転により圧力波に変形が生じる。Fig.1 に示すように、渦の回転により流れが加速されている側の圧力波前面は圧力が上昇し減速される側は圧力が下降するため圧力波前面に歪みがおこる。反射波の後方には precursor と呼ばれる圧力変動が存在する。その周りの圧力変動が動径方向に伝播する様子を圧力波の圧力場を差引いた差圧($p - p_v$)の分布から理解することができる。対になった圧力変動が渦を中心として遠方に広がっていく。

圧力波の通過に伴う渦形状の変化は小さい。しかし渦度を見ると圧力波通過により渦度の最大値は Fig.2 のように変化する。圧力波が強いほどその変化は大きくなることが観察される。また渦の後方にも新たな渦が発生している。この新しい渦度の発生要因は渦度方程式によって説明できる。渦度方程式は

$$\frac{\partial \omega_3}{\partial t} + U_c \frac{\partial \omega_3}{\partial x_1} = -(u_1 - U_c) \frac{\partial \omega_3}{\partial x_1} - u_2 \frac{\partial \omega_3}{\partial x_2} - \omega_3 \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} \right) + \frac{1}{\rho^2} \left(\frac{\partial P}{\partial x_1} \frac{\partial \rho}{\partial x_2} - \frac{\partial \rho}{\partial x_1} \frac{\partial P}{\partial x_2} \right) \quad (7)$$

と表される。圧力波の勾配が大きくなるにしたがって右辺の第3項の膨張項の大きさが大きくなる。その結果、渦度と相互作用して新たな渦度が発生して渦度分布の変形をもたらすことが理解できる。また、圧力波通過に伴う密度勾配と圧力勾配が存在するため第4項より新たな渦度が発生することが理解される。Fig. 3 は孤立渦の渦度を差引いて表現したものであり、渦内部に上下に反対向きの渦度が形成されていることが分かる。一方、外の渦度は小さいものの対の渦度分布が音速で動径方向に伝播し、一様流非回転領域に渦度が音波とともに運ばれていくことが分かる。

3.2. 渦と音波列の干渉

x 方向で周期境界条件を課しているため渦と音波列の干渉がおきる。干渉してからの圧力変化の時間経過を Fig4 に示す。外部から入ってくるエネルギーがないため渦中心と渦と渦の間地点を起点として、音波による圧力と密度が周期的に変動を繰り返す様子が見られる。また渦内部でも圧力変動が観察された。渦内部の圧力分布と密度分布は互いの位相を90度変え、音波が両側から渦内部を通過する度に縦長や横長に振動していることが認められた。しかし、渦度分布は新たに加えられる渦度が小さいことよりほとんど変化しな

い。温度分布の変化は小さいが圧力分布の方向と一致している。

4. まとめ

(1) 圧力波の通過により渦度膨張項の影響により渦度が強くなる。

(2) 圧力変面波と渦からでた音波により一様流中に新たな渦が発生する。それは、渦度輸送方程式の右辺の傾圧項によって説明される。

(3) 渦の回転により圧力波面が変形する。

(4) 音響波と渦内部の干渉により渦内部の圧力/密度分布が周期的変化する。

参考文献

- [1]Spina,E.F,Smits,A.J.and Robinson,S.K. *Annu.,Rev.,Fluid Mech.*,**26**(1994),287.
- [2]Lele,S.K. *Annu.,Rev.,Fluid Mech.*,**26**(1994),287.
- [3]Maekawa et al. *JSME Int. J.*,**39-4** (1996),692.

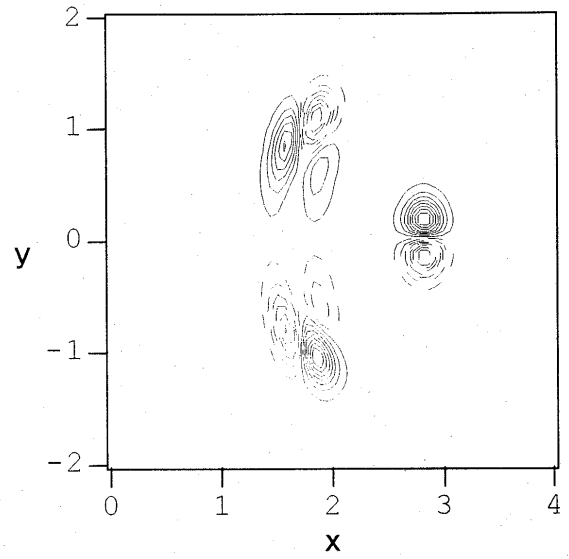


Fig.2 Vorticity difference

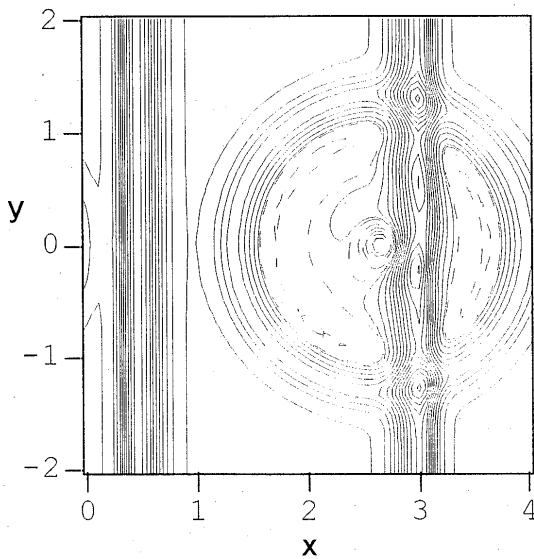


Fig.1 Pressure

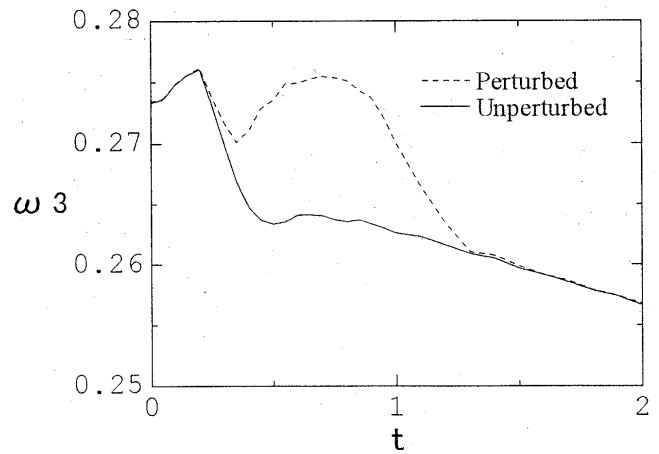


Fig.3 Maximum value of vorticity

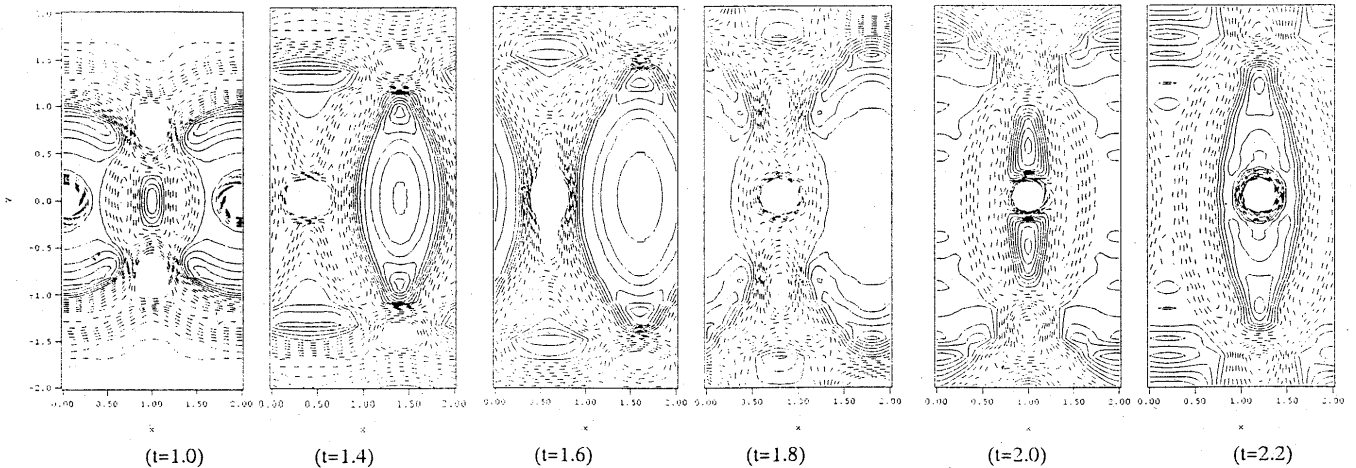


Fig.4 Pressure

