

# 航空宇宙技術研究所特別資料

SPECIAL PUBLICATION OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

SP-37

## 第15回航空機計算空気力学シンポジウム論文集

航空機計算空気力学シンポジウム運営委員会

1998年2月

航空宇宙技術研究所

NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

# 第 15 回航空機計算空気力学シンポジウム 論 文 集

Proceedings of the 15th NAL Symposium on  
Aircraft Computation Aerodynamics

開催期日 平成9年6月12日(木)～13日(金)  
開催場所 航 空 宇 宙 技 術 研 究 所

12 June ~ 13 June, 1997  
National Aerospace Laboratory, Tokyo

航空宇宙技術研究所  
航空機計算空気力学シンポジウム運営委員会



## まえがき

本シンポジウムは昭和58年に創始され、本年で15回を迎えました。始めた時の主旨は、CFDの大きな可能性を航空宇宙の研究や開発の場で大いに掘り起し活用を図るために、関係者の連携を図る場を提供しようとしたものですが、この意図は幸いに関係各位の御支持を得て、創始以来盛況の裡に回を重ねてくることができました。この間に、CFDは著しい発展を遂げ、航空宇宙分野から躍り出て、流体科学に関わる全ゆる技術分野において解析や設計の手段として重用されるようになりました。この意味で、本シンポジウムは所期の目的を果たし終えた感がありますが、一方でCFDの現状は、攻略が困難なため後回しにされてきた重要課題がいよいよ全面に立ちはだかり、これを克服することができなければ最早大きな進展が望めない段階に至ったように思われます。そこで、本シンポジウムもそのような課題への重点的取り組みの一端を担う場となるべく、従来の在り方から脱皮して新しい役割を果たす途を探っております。

いずれにしても本シンポジウムの成果をできるだけ多くの方々に利用して戴くため、当初より、シンポジウムにおける講演を集成した論文集を航空宇宙技術研究所特別資料(SP)として刊行してまいりました。第15回航空機計算空気力学シンポジウムにつきましては、上述の新しい途を探る試みの一つとしてより深く内容のある討議を行うため、企画セッションを中心としたプログラム構成をとり、「SST」、「高エンタルピー流れ」、「航空エンジン／宇宙推進」、「回転翼」、及び「乱流」の5つ企画セッションがもたれました。また、その他の航空宇宙工学に関連する一般講演を募集いたしました結果、2件の特別講演も含め、総数55講演の応募が得られました。本論文集はこれらの講演を集成したものであります。

この論文集が本シンポジウムの意義を更に高くするものであることを念じ、寄稿された所外の方々の御努力に感謝いたしますと共に、本シンポジウムを時代の要求に適合したものとしていくため、今後とも関係各方面の方々の御協力をお願いする次第であります。

航空宇宙技術研究所長

海老原 正夫

## 目 次

1. 小型高速実験機システム設計と CFD の役割 .....	1
航空宇宙技術研究所 高澤金吾 Kingo TAKASAWA	
2. CFD code developments and validations at ONERA for helicopter applications .....	9
ONERA Jean-Jacques Philippe	
3. 航空機エンジン内の 3 次元非定常流れ解析 .....	23
石川島播磨重工業(株) 平井健二、児玉秀和 航空宇宙技術研究所 野崎 理、菊地一雄、西澤敏雄、田村敦宏、松尾裕一 Kenji HIRAI, Hidekazu KODAMA Osamu NOZAKI, Kazuo KIKUCHI, Toshio NISHIZAWA Atsuhiko TAMURA, Yuichi MATSUO	
4. 低アスペクト比翼列内部流動解析 .....	29
三菱重工業(株) 堤 雅徳、平野雄一郎 航空宇宙技術研究所 田村敦宏、菊地一雄、野崎 理、西澤敏雄 Masanori TSUTSUMI, Yuichiro HIRANO Atsuhiko TAMURA, Kazuo KIKUCHI, Osamu NOZAKI, Toshio NISHIZAWA	
5. 航空用燃焼器内部流れの数値シミュレーション .....	33
航空宇宙技術研究所 牧田光正 Mitsumasa MAKIDA	
6. ハイブリッド非構造格子法による 3 次元衝撃波/ 乱流境界層干渉の数値シミュレーション .....	39
東北大学 小寺正敏、中橋和博 富士通(株) Dmitri SHAROV Masatoshi KODERA, Kazuhiro NAKAHASHI Dmitri SHAROV	
7. ランプ型インジェクタによる超音速混合現象の数値解析 .....	45
石川島播磨重工業(株) 山根善行、澤口誠一、安藤安則 九州大学 麻生 茂 航空宇宙技術研究所 坂田公夫 Yoshiyuki YAMANE, Seiichi SAWAGUCHI, Yasunori ANDO Shigeru ASO Kimio SAKATA	
8. 水素・酸素乱流燃焼流れの数値シミュレーション .....	51
航空宇宙技術研究所 溝渕泰寛、小川 哲 Yasuhiro MIZOBUCHI, Satoru OGAWA	
9. 小型高速実験機における CFD 解析 .....	57
航空宇宙技術研究所 高木亮治、岩宮敏幸 三向ソフトウェア開発 橋本桂子 Ryoji TAKAKI, Toshiyuki IWAMIYA Yoshiko HASHIMOTO	

10.	超音速輸送機の前縁ボルテックス・フラップ周りの流れの数値解析(第2報) .....	63
	富士重工業(株) 檜垣郷子 川崎重工業(株) 前川昭二 Kyoko HIGAKI Shoji MAEKAWA	
11.	SSTにおけるナセルのブリード流/バイパス流を考慮した数値シミュレーション .....	69
	三菱重工業(株) 海田武司 日本航空機開発協会 前川昭二 航空宇宙技術研究所 岩宮敏幸 Takeshi KAIDEN Shoji MAEKAWA Toshiyuki IWAMIYA	
12.	超音速旅客機エンジン装着形態のCFDによる設計システム .....	75
	東北大学 鹿野信太郎、中橋和博 Shintaro KANO, Kazuhiro NAKAHASHI	
13.	設計における数値解析の活用について(その15) .....	81
	—— SSTの主翼空力設計 —— 川崎重工業(株) 生越博景、嶋 英志 Hirokage OGOSHI, Eiji SHIMA	
14.	Inverse Design Method for Wing of Supersonic Transport .....	87
	Tohoku University Shinkyu JEONG, Shigeru OBAYASHI, Kazuhiro NAKAHASHI Fujitsu Limited Kisa MATSUSHIMA National Aerospace Laboratory Toshiyuki, IWAMIYA	
15.	低ブーム圧力波形の実現に関する数値解析 .....	93
	東京大学 牧野好和、綿貫忠晴、久保田弘敏 航空宇宙技術研究所 青山剛史、高木亮治、岩宮敏幸 Yoshikazu MAKINO, Tadaharu WATANUKI, Hirotoishi KUBOTA Takashi AOYAMA, Ryoji TAKAKI, Toshiyuki IWAMIYA	
16.	Study on Transonic Flutter Characteristics of an Arrow Wing Configuration .....	99
	Kyushu University Koji ISOGAI	
17.	HYFLEXにおける空力加熱計測 .....	109
	航空宇宙技術研究所 藤井啓介 Keisuke FUJII	
18.	CFDによるHYFLEX飛行実験評価解析 .....	115
	航空宇宙技術研究所 山本行光 Yukimitsu YAMAMOTO	
19.	再突入物体まわりの三次元極超音速非平衡流れの解析 .....	121
	航空宇宙技術研究所 高木亮治、山本行光 Ryoji TAKAKI, Yukimitsu YAMAMOTO	

20. 宇宙機まわりの三次元実在機体解析 .....	127
<p style="text-align: right;">三菱電機(株) 黒滝卓司 航空宇宙技術研究所 山本行光 Takuji KURUTAKI Yukimitsu YAMAMOTO</p>	
21. 再突入機まわりの極超音速実在気体解析 .....	133
<p style="text-align: right;">日産自動車(株) 嶋田 徹 航空宇宙技術研究所 山本行光、廣瀬直喜 Toru SHIMADA Yukimitsu YAMAMOTO, Naoki HIROSE</p>	
22. 三次元高エンタルピー流れ まとめ .....	139
<p style="text-align: right;">航空宇宙技術研究所 山本行光 Yukimitsu YAMAMOTO</p>	
23. 自由ピストン型衝撃風洞内の極超音速流の解析 .....	147
<p style="text-align: right;">名古屋大学 三澤哲也、小川博之、藤原俊隆 Tetsuya MISAWA, Hiroyuki OGAWA, Toshitaka FUJIWARA</p>	
24. HYFLEXの空力加熱に関する実験的研究 .....	153
<p style="text-align: right;">航空宇宙技術研究所 植田修一、佐藤和雄、小室智幸、高橋政浩、伊藤勝宏 Shuichi UEDA, Kazuo, SATO, Tomoyuki KOMURO Masahiro TAKAHASHI, Katsuhiko ITOH</p>	
25. 高エンタルピー流の検証課題について .....	159
<p style="text-align: right;">九州大学 麻生 茂 千葉大学 本間弘樹 宇宙科学研究所 安部隆士 Shigeru ASO Hiroki HONMA Takashi ABE</p>	
26. 熱化学非平衡を考慮した衝撃波誘起非定常空力加熱の数値計算 .....	161
<p style="text-align: right;">九州大学 麻生 茂、海井和幸 名古屋大学 藤原俊隆 西日本工業大学 林 正徳 Sigeru ASO, Kazuyuki UMII Toshitaka FUJIWARA Masanori HAYASHI</p>	
27. フィルムクーリング冷却法による極超音速流中の 物体のまわりの空力加熱の減少について .....	165
<p style="text-align: right;">三菱電機(株) 黒滝卓司、磯村有輝子、黒崎隆二郎、片山雅之 九州大学 麻生 茂、宮本良幸 Takuji KURUTAKI, Yukiko ISOMURA Ryujiro KUROSAKI, Masayuki KATAYAMA Shigeru ASO, Yoshiyuki MIYAMOTO</p>	

28.	極超音速・圧縮ランプ回りの空力加熱特性 .....	171
	航空宇宙技術研究所 穂積弘一、藤井啓介、山本行光 Koichi HOZUMI, Keisuke FUJII, Yukimitsu YAMAMOTO	
29.	ONERA-NAL マッハ10 平板模型対応風試 CFD 解析 .....	177
	航空宇宙技術研究所 山本行光、穂積弘一、藤井啓介 Yukimitsu YAMAMOTO, Koichi HOZUMI, Keisuke FUJII	
30.	CFD による HOPE 空力設計解析とその検証 .....	181
	航空宇宙技術研究所 山本行光 Yukimitsu YAMAMOTO	
31.	振動する2枚の翼の相互干渉によるホバリング揚力の生成について .....	191
	九州大学 磯貝紘二、新本康久 Koji ISOGAI, Yasuhisa SHINMOTO	
32.	Aerodynamic Analysis of Helicopter Rotor by Coupling of CFD and Trim Calculation ...	205
	Advanced Technology Institute of Commuter-helicopter Natsuki KONDO, Tomoka TSUJIUCHI, Hideaki NAKAMURA National Aerospace Laboratory Takashi AOYAMA, Shigeru SAITO	
33.	A Numerical Simulation of Flow around Rotor Blades using Overlapped Grid .....	211
	Advanced Technology Institute of Commuter-helicopter Akio OCHI Eiji SHIMA National Aerospace Laboratory Takashi AOYAMA, Shigeru SAITO	
34.	ヘリコプタ・メインロータ周りの数値計算 .....	217
	防衛大学校 糸賀紀晶 筑波大学 吉澤能政 Noriaki ITOGA Yoshimasa YOSHIZAWA	
35.	ロータ CFD コードの開発について .....	223
	三菱重工業(株) 内山直樹、中尾雅弘 宇宙科学研究所 藤井孝蔵 (株)CTI 大村 稔 Naoki UCHIYAMA, Masahiro NAKAO Kozo FUJII Minoru OHMURA	
36.	後退円柱上の境界層遷移の予測 .....	229
	航空宇宙技術研究所 野村聡幸 Toshiyuki NOMURA	
37.	圧縮性流体の乱流数値シミュレーションについて .....	233
	航空宇宙技術研究所 小川 哲、溝渕泰寛、松尾裕一 Satoru OGAWA, Yasuhiro MIZOBUCHI, Yuichi MATSUO	
38.	直接法による圧縮性境界層の不安定性について .....	237
	電気通信大学 佐藤公一、前川 博 航空宇宙技術研究所 山本稀義 Kouichi SATOU, Hiroshi MAEKAWA Kiyoshi YAMAMOTO	

39. 低から中プラントル数流体の平行平板間乱流熱伝達の DNS .....	241
東京理科大学 大坂光一、阿部浩幸、河村 洋 航空宇宙技術研究所 山本稀欽 kouichi OHSAKA, Hiroyuki ABE, Hiroshi KAWAMURA Kiyoshi YAMAMOTO	
40. 翼平面菰状の多目的最適化 .....	247
東北大学 山口欽博、大林 茂、中橋和博 航空宇宙技術研究所 中村 孝 Yoshihiro YAMAGUCHI, Shigeru OBAYASHI, Kazuhiro NAKAHASHI Takashi NAKAMURA	
41. 三次元遷音速翼の空力最適化 .....	253
東北大学 大山 聖、大林 茂、中橋和博 航空宇宙技術研究所 中村 孝 Akira OYAMA, Shigeru OBAYASHI, Kazuhiro NAKAHASHI Takashi NAKAMURA	
42. 多目的遺伝的アルゴリズムによる翼列翼型設計 .....	259
東北大学 塚原孝則、大林 茂、中橋和博 航空宇宙技術研究所 中村 孝 Takanori TSUKAHARA, Shigeru OBAYASHI, Kazuhiro NAKAHASHI Takashi NAKAMURA	
43. Navier-Stokes/Euler コードと有限要素構造解析コードとの連成による空力弾性計算法 .....	265
日本原子力研究所 大西亮一、木村俊哉、太田高志 理化学研究所 郭 智宏 Ryoichi ONISHI, Toshiya KIMURA, Takashi OHTA Zhihong GUO	
44. Thin Body Treatment on Unstructured, Cartesian Grid .....	271
Nagoya University Paulus R. LAHUR, Yoshiaki NAKAMURA	
45. 非構造格子を用いた3次元的多重渦状流路の流れと熱伝達の数値解析 .....	277
石川島播磨重工業(株) 大北洋治、児玉秀和、山脇栄道 航空宇宙技術研究所 吉田豊明、野崎 理、山根 敬 東京大学 谷口伸行 Yoji OHKITA, Hidekazu KODAMA, Shigemichi YAMAWAKI Toyooki YOSHIDA, Osamu NOZAKI, Takashi YAMANE Nobuyuki TANIGUCHI	
46. 斜め衝撃波・弓状衝撃波干渉の三次元流れ構造 .....	283
宇宙科学研究所 宮路幸二、藤井孝蔵 Koji MIYAJI, Kozo FUJII	
47. 非定常超音速円渦ジェットの数値解析 .....	289
京都大学 石井隆次 金沢大学 由比政年 Ryuji ISHII Masatoshi YUHI	

48. 二次流れをともなう管内流熱伝達のアナロジー .....	295
航空宇宙技術研究所 石垣 博 Hiroshi ISHIGAKI	
49. 保存則(スカラー及び系)の差分近似の高精度化について .....	301
航空宇宙技術研究所 相曾秀昭 Hideaki AISO	
50. オブジェクト指向による並列流体力学計算プログラムの設計 .....	307
日本原子力研究所 太田高志 Takashi OHTA	
51. DNS コードの並列ベクトル化とその性能評価 .....	313
航空宇宙技術研究所 山崎裕之、吉田正廣、岩宮敏幸 ONERA Gregory COUSSEMENT, Bruno TROFF Juliette RYAN, Paul SAGAUT Hiroyuki YAMAZAKI, Masahiro YOSHIDA, Toshiyuki IWAMIYA	
52. 並列計算の特性と評価 .....	319
航空宇宙技術研究所 中村 孝、吉田正廣、山崎裕之 Takashi NAKAMURA, Masahiro YOSHIDA, Hiroyuki YAMAZAKI	
53. 新しい遷音速翼型設計法 .....	325
富士重工業(株) 小林 修、谷 泰寛 日本航空機開発協会 天野完一、平原 誠 Osamu KOBAYASHI, Yasuhiro TANI Kanichi AMANO, Makoto HIRAHARA	
54. 翼型まわりの粘性流の数値計算について .....	331
京都工芸繊維大学 松野謙一、中川雄策、廣瀬隆司、柳原 淳、里深信行 Kenichi MATSUNO, Yusaku NAKAGAWA, Takashi HIROSE Jun YANAGIHARA, Nobuyuki SATOFUKA	
55. 二次元完全流体中のクッタの条件をみたす翼まわり流れの有限要素計算 .....	337
電気通信大学 横松大作、牛島照夫 Daisaku YOKOMATSU, Teruo USHIJIMA	
第15回航空機計算空気力学シンポジウム運営委員会委員 .....	343

# 小型高速実験機システム設計とCFDの役割

高 澤 金 吾

System design of scaled high-speed experimental aircraft and roles of CFD

Kingo Takasawa

## ABSTRACT

The rise of expectation for the world-wide introduction of the next generation supersonic transport (a new SST) has been supported by a steady growth of air transportation and the rapid economic growth in countries on the Pacific rim. Features of a new SST with its computer graphic image and a three view drawing, were described in comparison with Concorde. Mach 2.4 high-speed capability of a new SST was shown. Subsonic overland constraints were discussed in relation to geography of the earth. Narrow departure time slots for east bound flights were illustrated in two typical air routes at Mach 2.4 speed.

Both domestic and international research and development programs for a new SST were summarized. The STA's research program which aims the level-up of domestic supersonic transport technology were traced since the 18th's reply to the minister. A report which promote research activities to develop small unmanned supersonic experimental aircraft so as to verify technologies relating to a new SST were introduced. The targets of the research program were described.

Dimensions of 11% scaled experimental aircraft were explained, in contrast with a full size new SST. The unavoidable decrease of wing loading in the scaled experimental aircraft and a planned flight test technique to overcome the difficulties were proposed.

Design work was started at the preliminary settling of the aerodynamic configuration for a conceptual new SST with a linear theory. The lift over drag ratio for the new SST configuration was estimated as 8.8 at lift coefficient of 0.1 and 17km altitude.

Experimental aircraft has a geometrically similar configuration with the full size SST. Based on the first phase aerodynamic design, the conceptual design of structures and arrangement of functional components were conducted.

The CFD analyses of wing-body configuration of first phase design were performed. Pressure distributions over wing surface of a wing-body case showed distinct deviations from a corresponding wing only case, especially at inboard wing. Deviations from the prediction with a linear theory were also shown. A rigorous procedure to modify wing configuration is under development. The final aerodynamic configuration of so-called clean experimental aircraft will settle this summer. In order to pursue jet powered aircraft design works, much sophisticated CFD based design tools will have to be developed and verified in wind tunnel tests. Some idea were described in this area of efforts.

### 1. はじめに

21世紀には新しい超音速輸送機が長距離の空の旅に広く利用されるとの期待が高まっている。図1には次世代超音速輸送機のコンピュータ・グラフィックスによるイメージが描かれている。コンコルドが定期航空に就航した1976年1月から既に20年以上の歳月が経過した。この間に著しい進歩を遂げた航空技術の成果を統合して、さらに新技術の開拓を行って新しい航空機開発に注ぎ込み、コンコルドを遥かに凌駕する経済性を実現しつつ、環境に適合する次世代超音速輸送機の実現を企てる努力が続けられている。

航空輸送需要は経済状況に影響されながらも、長期的に見れば着実な増加を続けており、今後も成長が続く見通しである。近年環太平洋諸国の経済発展は急速であり、これまで北大西洋路線に限られていた超音速輸送機の運航を汎世界的に拡大しようとする動きが1980年代後半から次第に高まってきた。

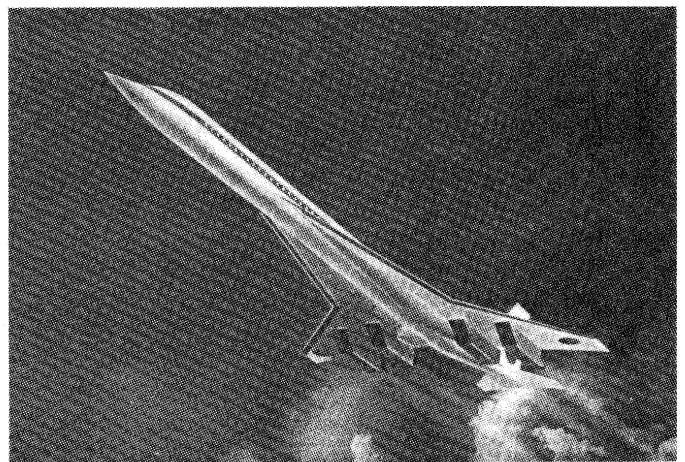


図1. 次世代超音速輸送機の想像図  
(原動機部 進藤重美主任研究官作成)



## 2. 次世代超音速輸送機とコンコルド

表1. 次世代超音速輸送機とコンコルドの比較

次世代超音速輸送機	コンコルド
2006年就航を目指す	1976年就航
速度: M2~M2.4	M2
航続距離: 5000海里以上	3500海里
太平洋横断可能、世界に展開	北大西洋線
乗客数: 250~300人	100人
経済性: 10c/RPM	87c/RPM
環境適合性(低騒音、低NOx)	

次世代超音速機はコンコルドの定期航空路線就航から文字通り1世代後の就航を目指している。

速度について米国はM2.4とすることにより、東京-ロサンゼルスを一週2往復するなど、輸送生産性を高めたいとしている。M2.4では機体表面の温度が160°Cを越え、新材料を適用する必要がある。他方M2の機体では100°C前後で、アルミ合金が使用でき、材料・構造、熱管理問題でのリスクはずっと軽減される。欧州ではコンコルドの実績を継承して開発リスクを最小化しようと考えている。

項目	値
巡航マッハ数	2.2
航続距離	10,200km
座席数	300席
エンジン推力	347 kN×4基*
最大離陸重量	399 ton
搭載燃料量	243 ton
主翼面積	855 m <sup>2</sup>
全幅	43.4 m
全長	94.5 m

\*: 海面高度、標準大気状態における最大静止推力 (uninstalled)

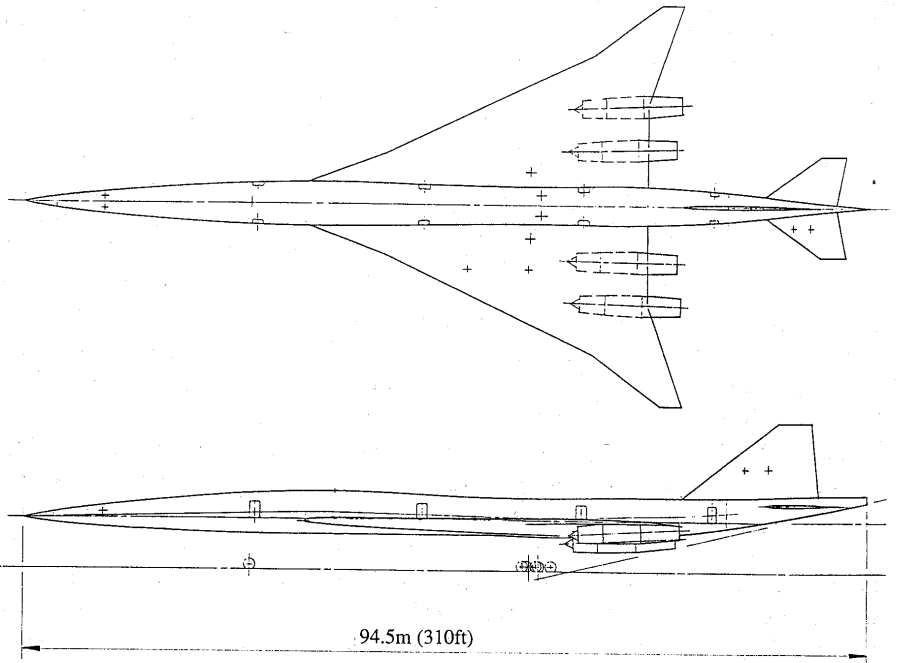


図2. 次世代 超音速輸送機  
航空宇宙工業会 平成7年度構造 装備検討用ベースライン機三面図

図2には航空宇宙工業会が提案している機体(仮にSJAC SSTと呼ぶ)の、図3にはコンコルドの三面図をそれぞれ示してある。主翼はコンコルドではogivalと呼ばれるアーチ型天井の側面に似た流麗なアスペクト比1.82の平面形が採用されたのに対して、SJAC SSTではアロー翼と呼ばれる前縁を屈折させたアスペクト比2.2の平面形を採用し、外翼部は超音速前縁としている。最大離陸重量に対する翼面荷重はコンコルドが506 kg/m<sup>2</sup>に対して、SJAC SSTではやや小さい466 kg/m<sup>2</sup>となっている。コンコルドでは翼根に3%、エンジン取り付け位置から外側は2.15%の薄い翼を用いているのに対して、SJAC SSTでは降着装置の収納、燃料容量の確保、構造軽量化の観点から翼厚を増している。

コンコルドでは基本的に同一の胴体断面が維持され4席配置になるのに対して、SJAC SSTではエリア・ルールを採用した細長い胴体が採用され座席配置に工夫が見られる。

航続距離はコンコルドの大西洋横断に必要な3500海里に対して、太平洋横断可能な5000海里以上としている。

乗客数は市場規模、時間短縮志向・時間価値評価の調査に基づき、航続距離を満たし、経済性を考慮して決定される。離陸時の機体質量は340トンを目標としている。欧米は、長距離線では途中で給油する考え方をとる。日本の構想は、運航会社の考え方を基調にして途中着陸を避け、欧州直行、さらに米国東海岸直行を望んできた。しかし、経済性の観点から欧米に同調しつつある。

次世代超音速機は経済性に関してはコンコルドと桁違いに近い向上を求められる。就航時点で高亜音速機と競合できる経済性の実現が必須で、これを阻む技術的リスクを最小化することが今後の研究開発の最大の課題となる。経済性の指標を機体の離陸最大質量にとると、空力分野の技術進歩により23%、材料・構造で28%の軽量化が求められるという。推進分野の技術では、空港周辺の騒音をコンコルドに比べて20dB以上低減するとともに、成層圏巡航ではオゾン層の減少に有意な影響を及ぼさないところまで窒素酸化物の排出を低減しながら、さらに3%の軽量化が求められている。

次世代超音速機も他の航空機とともに共通の航空交通管制システムに適合し、現存の主要空港を利用する。

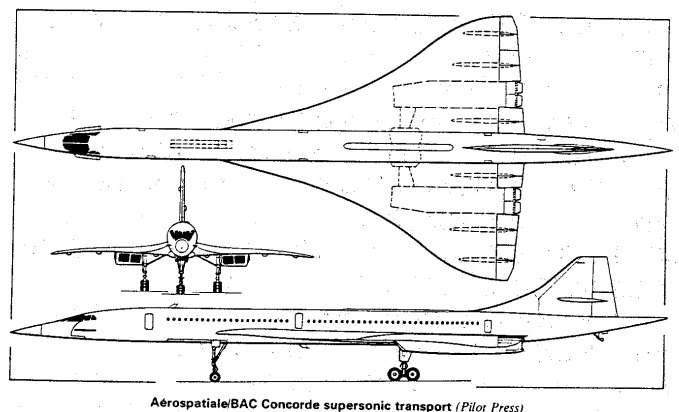


図3. コンコルドの三面図

コンコルドのエンジンは、2基を束ねて配置しramp付き空気取入口を用いているのに対して、SJAC SST では4基を分散配置して、conical air-intakeを用い、消音ノズルが主翼から後方かなり突出している。水平尾翼の有無は目だった外形上の相違で、SJAC SSTで高揚力装置が使われることを暗示している。

### 3. M2. 4の高速飛行は何をもたらすか？

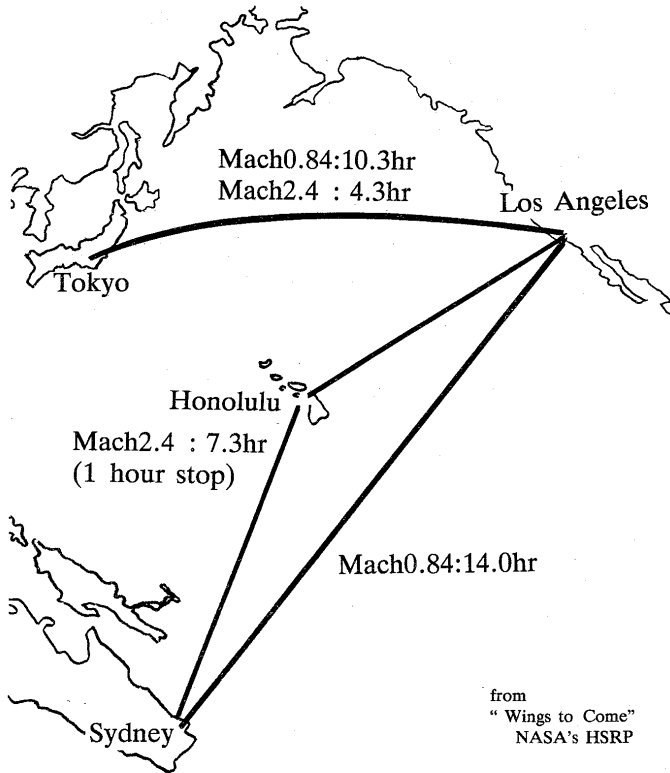


図4. M2. 4の超音速飛行による時間短縮効果

現在、高亜音速機で10.3時間かかる東京-ロサンゼルス間をM2. 4の超音速輸送機はわずか4.3時間で無着陸飛行する。さらに遠距離のロサンゼルス-シドニー間は、ホノルルでの給油時間を含め7.3時間で飛行する。これは高亜音速機による無着陸飛行の約半分の時間である。旅行時間が半減し、どこへ出かけるにしても、1フライトの所要時間が5時間を越えないというのは相当な魅力と受け取られている。これは、時間短縮効果の大きい長距離路線を利用する旅客が割増航空料金を受け入れるという調査結果からも裏付けられる。

### 4. 陸上亜音速飛行にともなう課題

M2. 4の超音速飛行に伴ってソニックブームが発生する。この影響が人々の生活に及ぶのを避けるために、超音速飛行は海上に限って行われるものと想定されている。陸上飛行ではM0.95と計画されている。

図4に示したような全行程のほとんどが海上にある航空路では離陸上昇と到着空港への接近の部分を除けばM2. 4の大圏航空路に沿って超音速飛行を継続でき、超音速輸送機の時間短縮効果が最大限に発揮される。しかし、重要な航空路のうちに、余儀なく陸上を飛行しなければならないものも多い。

長距離路線のうち表2の左側に並んだ北米東部-欧州線と欧州-南米線は大西洋、北米西部-アジア線と環太平洋線は太平洋の上を飛び、全行程に占める海上飛行の割合が90%

前後にまで高まるとともに、概ね大圏コースを飛行できる。時間短縮効果は著しく、超音速輸送機に大変有利な路線である。

表2. 路線範疇別の海上飛行の割合

海上飛行卓越		陸上飛行重視	
北米東部-欧州	86%	北米東部-アジア	70%
北米西部-アジア	96%	北米西部-欧州	51%
欧州-南米	94%	北米中部-欧州	70%
環太平洋	92%	北米中部-アジア	75%
from NASA CR-4233		欧州-アジア・太平洋	79%
		その他	74%

反面、右側に並んだ路線では大圏コースから意図的に迂回するなどして海上飛行の割合を高め、飛行距離は伸びても旅行時間は短縮されるように工夫されているものがある。欧州からアジア・太平洋に至る路線は地中海、紅海、黒海、アラビア海、ベンガル湾、東シナ海などを適宜組み合わせ合わせた海上コースを想定したものと思われる。海上飛行の割合が70%まで低下すると大圏コースを飛行できる場合でも平均速度はM2以下に低下し、高亜音速機との競合は困難を増す。

目下、超音速のみならず、高亜音速巡航性能が重視され、M2とM0.95の巡航性能を両立させる空力設計が迫られている。将来的には航空機としての他の特性を損なうことなく、ソニック・ブームを低減して陸上でも飛行速度を高めることに目標をおいて基礎的な研究が続けられている。

### 5. 運航スケジュール

健康な人といえども午後10時に床に就くこともあり、午前7時まで眠っていることもある。そう考えると、空港の運用時間帯を7時から22時に想定するのが妥当であろう。これに時差を考慮して、ニューヨーク-パリ、東京-ロサンゼルスにM2. 4の超音速旅客機を運航させるケースを調べた。

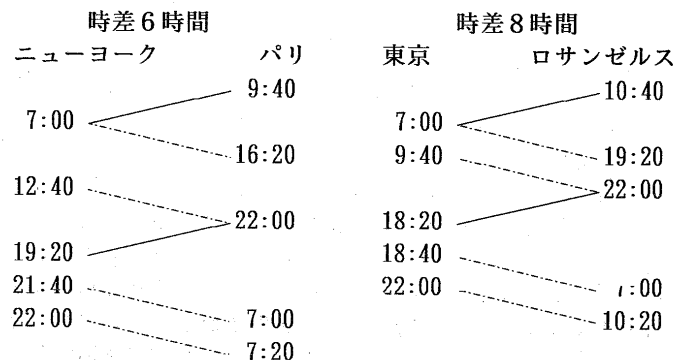


図5. 運航スケジュール

西行きコース（実線）では連続した11~12時間の出発時間帯を活用できるのに対して、東行きコース（一点鎖線）では出発時間帯が午前と夕方に別れ、1日あたり6時間に減少する。特にニューヨークを夕方出発しパリに向かう出発時間帯はわずか20分しかない。この場合には、M2. 4にこだわらず、速度を下げることによって出発時刻を繰り上げ出発時間帯を広げるという、いささか皮肉ともいえる手段をとる必要が起る。

いずれの路線においても、一日2往復の運航が可能になり、航空機の輸送生産性は著しく高まる。他方、航空機を設計・製造する側に対しては、与圧と着陸の荷重および空力加熱を

繰り返し受けながら、長期間にわたって安全に運航できる機体の開発が求められる。

## 6. 世界の次世代超音速輸送機研究開発計画

世界の次世代超音速輸送機研究開発計画の概要を図6に示す。

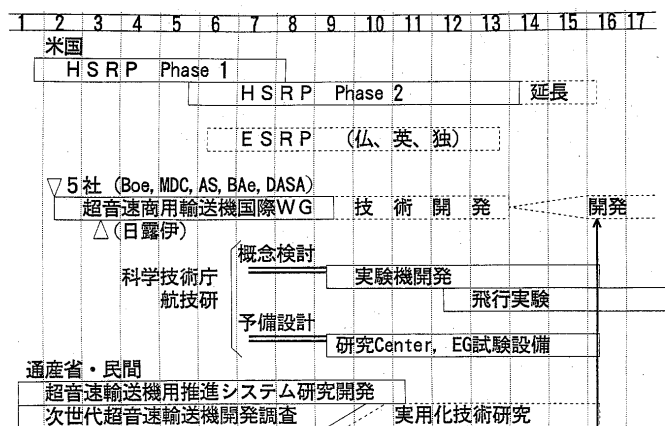


図6. 次世代超音速輸送機研究開発計画

米国ではNASAが1987財政年度から4年間をかけて、ボーイング社とマグダネル・ダグラス社に超音速輸送機の将来需要を調査させ、経済的成功が得られる機体仕様を探るとともに、環境問題を引き起こさないために必要な技術開発の課題を予測させた。その結果、技術の発展を見込みつつ輸送生産性に重きをおいて、M2.4の速度が選定された。この時の調査では太平洋線で旅客の4倍増、大西洋線で2倍増が予測され、2005ないし2015年の間に500ないし1,000機の超音速輸送機に対する需要が潜在しているとされた。けれども、この潜在需要を実体化するには、その時代の騒音基準を満たし、大気環境に害を与えないことが強調されている。

提言を受け、1990財政年度からNASAは超音速輸送機の環境適合性に焦点を絞ったHSRP (High-Speed Research Program) Phase-I に6カ年余りで約5億ドルを投じた。環境問題がつまづきの因となったコンコルドを他山の石とし、1971年に機体の試作がほぼ出来上がるころまで進んでいた米国のSST計画を中止した苦い教訓を踏まえたものである。

さらに、1994財政年度からは8カ年余りで15億ドルの巨費を投じて広範な技術開発計画HSRP Phase-IIを推進している。2001年早々に機体形状の最終選定に持ち込み、産業界が2002年に新しい超音速輸送機の研究計画開始を決定する際に必要な前提として、排出物及び騒音の規制基準を制定するとともに、機体及びエンジンについて技術的判断材料を整えておくというのがNASAの考え方である。物事がこのとおりに順調に進むならば、2006年には型式証明取得から商用運航開始につながってゆき、やがて退役するコンコルドをほぼ切れ目なく継承することになる。しかし、技術をより確実なものにし、開発着手のリスクを減らすためにPhase-IIAが追加され、計画が2年程度は延長される。

他方、欧州では1990年から英仏共同研究を行ったが、その後中断があり、エアロスペース、ブリティッシュ・エアロスペース及びDASAの3社が共同して研究を続けている。これら3社はそれぞれの国の政府に対して他国と共同してESRP (European Supersonic Research Program)に500億円を投じるように働きかけて、既に3年半が経過したけれども実現はしていない。しかし、Concordeの開発、製造及

び運航によって蓄積された技術とノウハウは偉大であり、エアバス社による挑戦の実績を合わせ考えると、欧州のSCT (Supersonic Commercial Transport) には現実感がある。

日本では通産省が、地上での技術実証を目指す小規模なエンジンながら、HYPR計画を着実に進め、超音速エンジン技術の蓄積に寄与している。この計画の特徴の一つは国内企業のみならず、世界の4大エンジン製造会社 (P&W, GE, RR, SNECMA) の参加を得ていることである。また超音速機開発調査では、機体システム調査および環境影響調査が進められ、市場調査、CAD (Computer Aided Design) toolの構築と稼働による次世代超音速機の特性把握などが行われ、平成7年度から材料、加工法を中心に風洞試験、CFD (Computational Fluid Dynamics) 解析なども含む研究を進めている。

科学技術庁・航空宇宙技術研究所では、平成7年度から高速航空機技術の研究を開始した。

## 7. 航空電子等技術審議会の第18号答申

この審議会は政府が航空技術の研究を進めるにあたりその方針を審議している。科学技術庁長官の諮問に答えて、平成6年6月に第18号答申が行われた。この答申の中で、次世代超音速輸送機に関わる部分は次のように整理される。

- (1) 航空機産業は高度先端技術をシステムとして統合し、高い付加価値を生み出す技術集約型産業であり、その実力の涵養を図ることは重要である。
- (2) 航空輸送の量的拡大は今後も継続し、長距離路線の高速化が求められ、経済性と環境適合性を兼ね備えた次世代超音速輸送機に対する期待が高まる。
- (3) 21世紀初頭にもM2～2.4で巡航する機体の国際共同開発が開始される可能性がある。
- (4) 次世代超音速輸送機の国際共同開発に欧米と遜色の無い立場で参加するためには、全体的な技術能力を相当に引き上げる必要がある。
- (5) 国を中心として独自の技術開発を進め、小型模型実験機による飛行実験を含む技術開発成果の実証を工夫することにより、独自の技術開発を進める必要がある。

## 8. 小型実験機による次世代超音速機技術の研究の推進

第18号答申に述べられているところを一層具体的に検討するために、科学技術庁研究開発局に小型高速実験機飛行実験計画研究会が設けられ、1年間の審議を経て平成8年2月に『小型実験機による次世代超音速機技術の研究の推進』と題する報告が行われた。この報告では、まず、わが国が次世代超音速輸送機の国際共同開発に参画する際に切り札となる重点技術課題を示している。ここに示されている技術は、いずれもわが国が得意とする分野に着目したもので、夫々について独創性のある技術を育成することにより世界の水準を超える必要が説かれている。特に、CFD空力設計技術をはじめとし、ジェット・エンジンを効率的に搭載するための機体エンジン統合技術、複合材適用に関する先進技術などについては有望な研究成果を飛行を行って実証するために、小型の無人高速実験機を開発し飛行実験を行うことが勧告されている。実際に優れた実験機を作ることによってシステム統合技術力の蓄積を図ることができる点も強調されている。

上記研究会から報告された計画では、CFD空力設計技術の実証に焦点を絞ったロケット実験機計画を先行させて早期に成果を得ることをまず目指すことになっている。続いて、ジェット実験機計画では、ジェットエンジンを搭載した機体を高度なCFD空力設計技術を開発して設計し、飛行実験を行ってCFD空力設計技術を実証し、空気取入口、排気ノズルの性能向上、材料・構造等の有望技術につき資料を得るこ

とになっている。ロケット実験機とジェット実験機の夫々固有の特徴を生かし、全体として次世代超音速輸送機に必要な重要技術を飛行実証しようとするものである。

ロケット実験機は、国内にすでにあるロケットエンジンの技術を基盤として、マッハ2以上の飛行を手堅く比較的短い期間で実現することに主眼をおいている。このために実験機を高度15 km、速度M2の水平飛行状態に投入する手段として固体ロケットの利用を想定している。

ジェット実験機でも実験目的を整理し、費用対効果を勘案して実験機の小型化を追及する観点から、通常の滑走による離着陸を避け、JATO（補助ロケットにより一時的に加速を行って離陸する方式）などを用いる発進方式を採用する。両実験機ともパラシュートを用いる回収方式が適切とされた。

## 9. 小型実験機による次世代超音速輸送機技術の研究計画

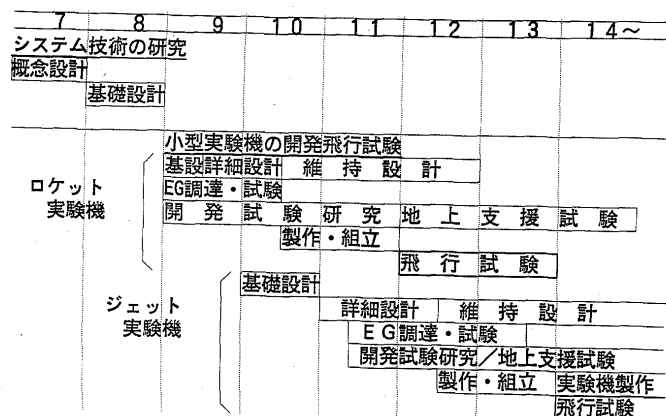


図7. 小型超音速実験機の研究計画

平成7年度から実験機のシステム技術を検討するための予算がつき、概念設計と基礎設計を平成9年3月末で完了した。平成9年度からは小型実験機の開発飛行試験の予算が正式に認められ、まず、平成12年つまり西暦2000年にはロケット実験機による飛行実験を、さらにその2年後にはジェット実験機の飛行実験を開始する計画である。

飛行実験の目標は、次世代超音速輸送機の国際共同開発にわが国の航空機産業界が主体的に参加するための中核となる技術開発を行い、飛行実験によって実証することである。具体的には次の3点に焦点を絞って研究を進める。

- (1) CFD空力設計技術を確立して、超音速巡航における高い揚抗比を実現する。
- (2) 先端的であり、かつ重要な複合材技術および推進技術の高度化を図る。
- (3) 飛行実験に適した能力を備える実験機を開発する過程でシステム統合技術を獲得するとともに、飛行実験においては技術実証の手法を玉成する。

## 10. 実機と小型超音速実験機

表3. 想定実機と小型超音速実験機の諸元比較

項目	想定実機	小型超音速実験機
M数	2.2	2.0
高度	20 km	15 km
全長	86 m	11 m
質量	362 Mg	2 Mg
翼面荷重	3.6 kPa	半分程度
推重比	0.4	ジェット実験機では大きめ
揚抗比	9～10	8

表3では次世代超音速輸送機に想定されている仕様諸元を小型超音速実験機で実現できる仕様諸元と比較してみた。実験機としては、航空宇宙工業会が行った検討例を選んでいる。

まず、達成できるM数は、実機がM2.2であるのに対して、実験機では設計点をM2に選んでいる。これは、境界層の安定性がM2を境に変わってくる点に留意し、飛行実験結果を的確に解釈できることに重きをおいた結果である。しかし、ロケット機ではM2.2での飛行もちろん可能でありM2を超える飛行実験データも得られる。

飛行高度は実機が平均的に20 kmであるのに対して、15 kmを選んでいる。この理由は機体の寸度の割には大きなレイノルズ数を達成するためである。実験機の航続能力に関しては必要なデータがとればよいと考えている。

実験機の形状は想定される実機と幾何学的に相似としており、長さでみると11%程度になる。ロケット打ち上げ、パラシュートを用いる回収を行うために頑丈な機体を作る必要があるけれども、それでも質量は2000 kg程度である。翼面荷重は実験機の機体が実機に比べて小さいために、いわゆる2乗3乗則が効いて実機の1/2程度にとどまる。

無理に付加質量を加えて機体の質量を増すと、ロケットによる打ち上げが困難になる。胴体には、搭載物を納めなければならないので無理に翼面積だけを減らそうとすると実機との幾何学的相似が失われ、代表翼弦長に基づくレイノルズ数も小さくなる。そこで、荷重倍数を増すことにより実機運用範囲と揚力係数を合わせてデータをとる計画である。代表的な試験として、零揚力時の抗力計測と連続的な迎角変更を計画している。

## 11. 線形理論による空力形状の設定

図8に航技研の吉田、石田が中心になり、三菱重工と川崎重工の空力担当者が協力して進めた仕事の一端を紹介する。

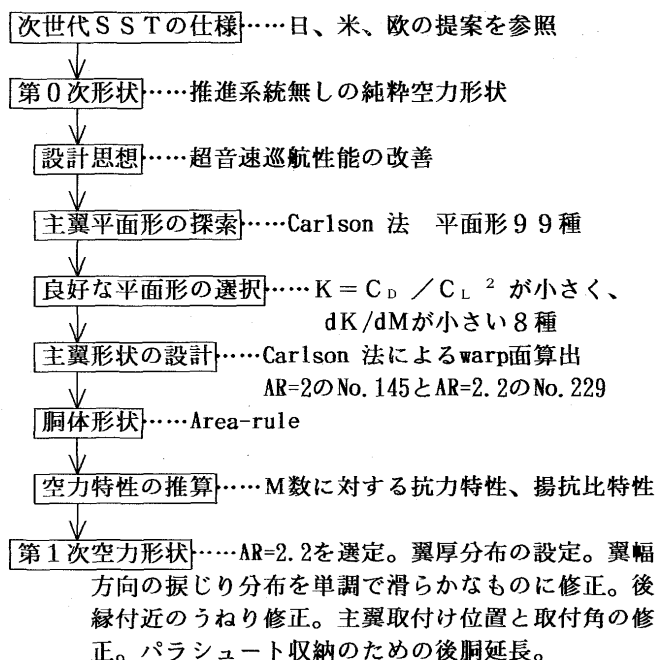


図8. 線形理論に基づく空力形状の設定

日米欧が提案している次世代超音速輸送機を参考に、設計仕様の概要を決めた。設計点は高度17 km、M2で $C_L = 0.1$ である。推進系統を含まない空力形状を線形理論に基づいて最適化する。目標はダグラス社の提案した主翼平面型を上回る超音速巡航性能を持つ主翼の系統的探索である。

カールソンの方法を適用して99種の平面形を調べ、オズワルド係数 $K$ が小さく、かつその $M$ 数に対する変化率も小さい8種を選択した。この8種の平面形に対してカールソンの方法によりワープ面を算出し、優れた2つの主翼を設定した。No. 145がアスペクト比2.0で構造的に有利という理由から第0次形状の主翼に選ばれた。しかし、No. 229はアスペクト比2.2で高亜音速性能の面で有利と考えられる。胴体形状は円形断面を想定してエリア・ルールによって決定した。決定された形状に対して空力特性の推算を行った。

第1次空力形状では最近の高亜音速巡航性能重視の考え方を取り入れ、構造上の難点も特に無いとの判断に基づいて、No. 229に置き換えた。実機の艦装上の要求をも考慮して翼厚分布を設定し、航空機としての要求を満たすように手直しを加え、本実験機に固有のパラシュート収納に伴う後部胴体の延長を行った。設計結果を図9に示す。

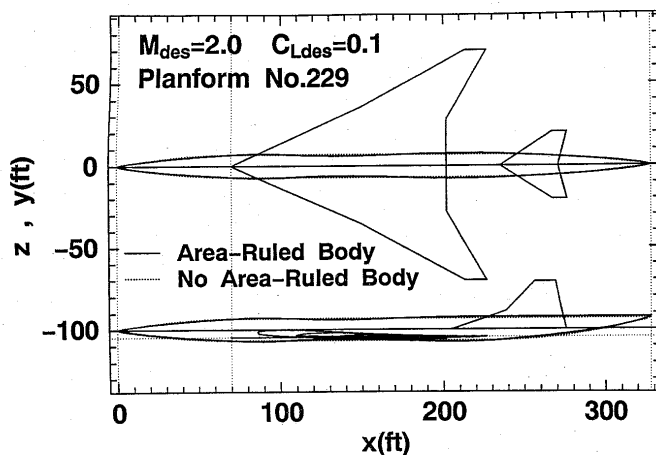


図9. 第1次空力形状

実機として全長328ftの機体を得られた。クリーン形状実験機は後に述べるとおり、この11%縮尺とする。

図10には第1次形状で実現される揚抗比を $C_L$ に対してプロットしてある。設計点 $C_L = 0.1$ では8.8で、最大揚抗比は $C_L = 0.14$ 付近で9.2を越えている。11%縮尺の実験機ではレイノルズ数の減少の結果摩擦抵抗が増して、揚抗比は7.7程度になると予測される。

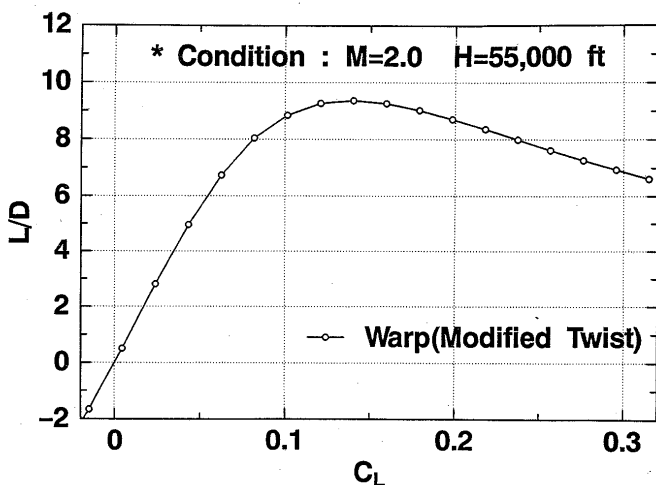


図10. 実機の揚抗比推算値

次世代超音速輸送機の巡航時揚抗比は9~10とされ、コンコルドは7程度である。クリーン形状実験機では空力形状設計に焦点を絞って、できる限り高い揚抗比に挑戦する。

## 12. システム設計

航技研との契約に基づいて、ロケット実験機及びジェット実験機について、川崎、富士、三菱の航空機製造会社3社が平成7年度には概念設計、平成8年度には基礎設計を進めた。ここでいう両実験機は8項に紹介した小型高速実験機研究会の報告で述べられている概念を踏襲している。ロケット実験機は地上から固体ロケットを用いて高度15km、 $M2$ の略々水平飛行状態に投入されるクリーン形状の実験機である。基礎設計は前年度に行った概念設計を基盤とし発展・深化させたものであるから、基礎設計についてのみ紹介する。

航技研と上述の航空機製造会社3社の設計部門が合同設計会議を構成して基礎設計を実施した。図11に示す組織は設計に必要な合意形成を図るとともに、航技研の研究成果を取り入れ、設計参加者の持てる能力を生かすように企図した。日本航空機開発協会からはオブザーバー参加を得て、実用機との関係において実験機を位置付ける上で貴重な示唆を得た。この他に、打上げ用ロケットについては日産自動車、巡航用液体ロケットについては石川島播磨重工の協力を受けた。

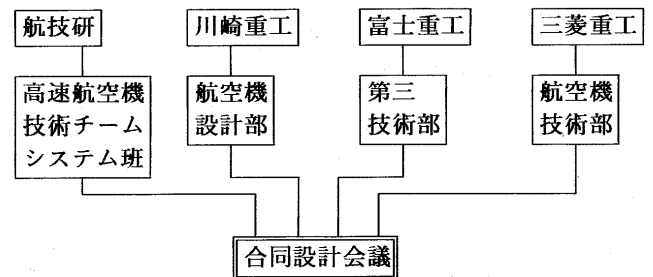


図11. 合同設計会議

まず、当該年度の作業スケジュールを設定し、ロケット実験機およびジェット実験機に関する飛行実証課題の検討、実験機概念、飛行実験計画について課題の定性的な検討を進めた。試験実施手順と定量的な検討は実験機の空力性能について見通しを得た段階で行うこととした。飛行予定時期の迫っているロケット実験機についてシステム設計作業を重点的に進めた。

ロケット実験機の設計上の目標と主要な特徴から次に述べる4つの要点に設計作業努力の主要部分を投入することになった。

- (1) 航技研から提案した第0次形状を出発点として、第1次空力形状の設定に至る空力設計。内容は、機体の規模の決定、ワープ形状の細部修正、主翼後縁部分の形状修正、翼厚の決定、主翼取付けの角度と上下位置修正である。
- (2) 既存の固体ロケットに最小限の改修を行って使用する実験機打ち上げシステムの設計および成立性の多面的な検討。打上げ飛行経路に沿う動圧と $M$ 数の抑制、飛行経路制御、実験機分離が主要な課題であった。
- (3) 実験機を陸上回収して再使用する必要から、パラシュート及びエア・バッグ・システムを用いる実験機の回収システムの設計。
- (4) クリーン形状実験機に巡航用のロケット・エンジンを搭載して動力飛行状態で飛行実験を行うという概念の成立性と有効性にまつわる多様な問題の検討。

第0次形状から第1次形状の設定への空力設計作業の推移と並行して、実験機システム設計および実験機系統設計が進められた。

航法・誘導・制御系統については、実験機と打上げロケットのインターフェイスを簡潔にするとともに、設計作業を並行実施できるように、それぞれ別個のIMU/ADSおよび

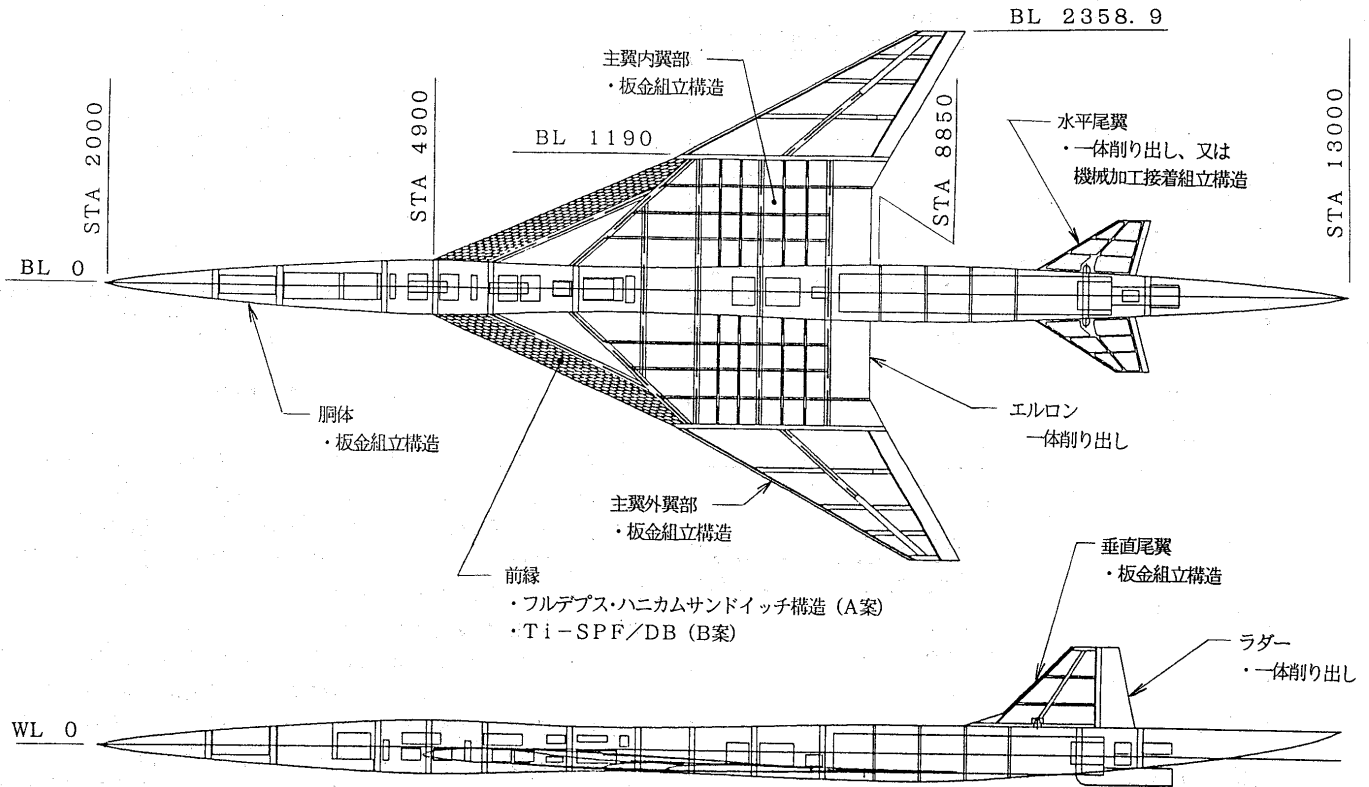


図12. クリーン形状実験機

CPUを搭載する方式とした。実験機については、航法・誘導・制御系統の主要部分を二重化し、データ・リンクで結合された地上設置のシステムと併せて疑似3重系を構成する案を第一候補として検討を進めた。

計測通信系統は、実験目的の達成に必要な計測項目の設定、センサの種類と個数、系統の仕様について原案を設定し、主要な実験データをテレメータにより伝送するとともに、機上のICメモリーに蓄積する方式を設定した。

電力系統、非常系統、操舵系統についても系統設計を進め、機体構造概念、機器配置、質量、重心、慣性性能率、空力特性推算を行った。全機アレンジメントの成果は図12に集約されている。さらに第1次空力形状に基づきCATIA データを航空機製造会社において作成した。航技研および各社のコードを用いて多面的にCFD解析を行い結果を比較している。

### 1.3. CFD計算

第1次空力形状の翼胴形態を対象として、多面的にCFD解析を進めた。航技研の高木は全域層流を仮定したFull-NS計算を進め、三菱重工ではBaldwin-Lomax モデルを用いて薄層近似NS計算結果を得ている。後者の例では計算精度に及ばず計算格子の影響がよく捉えられている。また、このCFD計算で得られた $C_L - C_D$  極線は実績のあるチューニングされた線形計算による $C_L - C_D$  極線と良く一致した。また同社のNS計算で胴体下面に主翼前縁からの影響を受けたと思われる正圧の高いスポット状の部分が生じている。同じ圧力上昇が航技研の高木の計算でも見られた。

翼胴形状についてのCFD計算によると、特に内翼部では胴体の影響が顕著である。図13に示した例は翼幅方向40%位置での線形理論(一点鎖線)との比較で、NS計算では前縁の差圧ピークが失われ、上下面の圧力差にも違いがある。これは揚力の減少に帰結する。

川崎重工ではEuler コードによる圧力分布計算に基づいて、

三次元層流安定解析を進めている。翼単体の計算では、NACA 0003よりもNACA66003 を採用する方が層流域を広げられるという見通しになっており、さらに翼型の改善を行って、層流域の拡大を目指している。

次頁図14に示した川崎重工からの報告は、第1次空力形状に対してNACA0003のかわりにNACA66003 翼型を採用した計算例である。翼だけの圧力分布計算と翼胴を組み合わせた圧力分布計算を比較して、特に内翼部では両者にかなり異なった傾向がみられることを示している。翼胴組み合わせの場合(一点鎖線)は翼だけの場合(点線)よりも、上面では主翼前半部分で負圧が強まり、後半部分では負圧が弱まる。下面では前半部分で正圧が弱まり、後半部分では負圧が弱まる。上下面の圧力差として見れば主翼前半部分の変化はわずかであるが、後半部分では揚力減少を来す変化が見られる。NACA 0003についてもほぼ同じ傾向が見られた。ここで述べた傾向は内翼部で顕著で、外翼部では緩和することから、翼胴干渉の結果と解釈される。

翼胴干渉に伴う翼面圧力分布の変化は境界層遷移に著しい

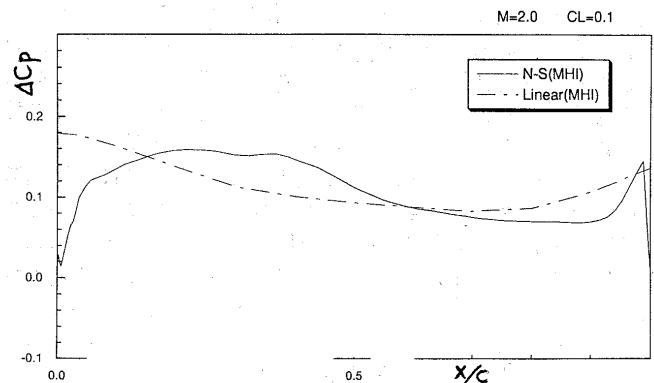


図13. 主翼上下面圧力差の分布(三菱重工の資料)

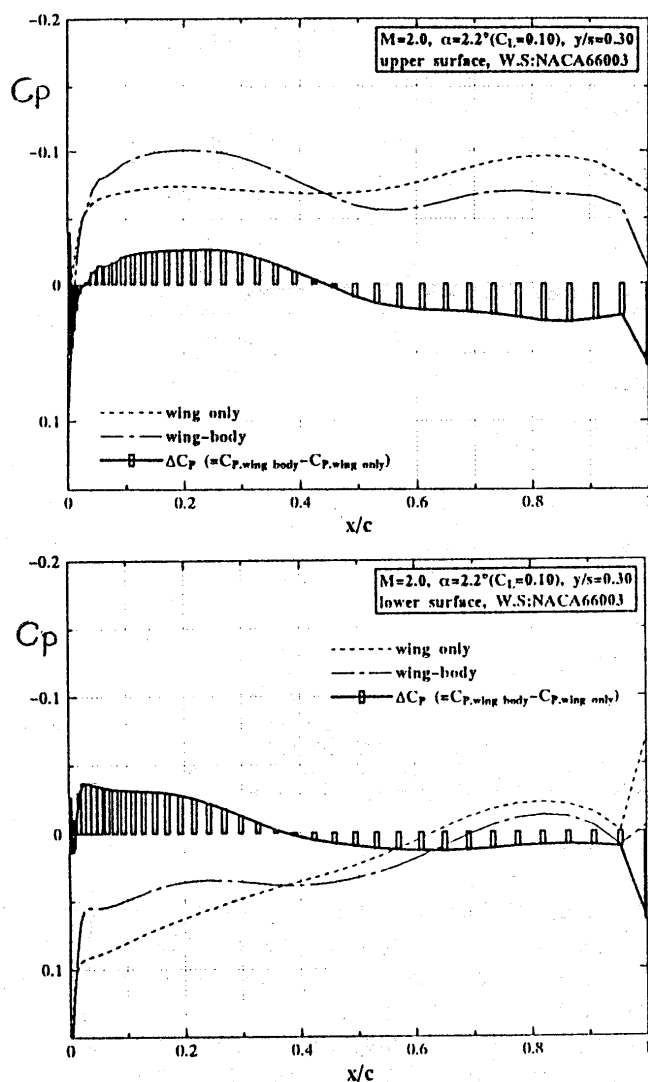


図14. 圧力分布 (翼胴干渉の影響)

影響を与えると推定される。この観点から、翼胴干渉の影響を含んだ実際の流れの下で望ましい翼面圧力分布を与える手法が必要になる。目下のところ、 $C_L - C_D$  極線に対する翼胴干渉の影響が大きいという証拠はなく、エリア・ルールの実績から考えてもおそらく影響は小さいものと考えている。ピッチング・モーメントには若干の影響がある。

#### 1.4. CFD空力設計技術の研究

設計と並行して行われる研究について紹介し、CFDに対して空力設計技術の側から期待する所を述べる。

第1段階で試みている手法は、固体ロケットで打ち上げられるクリーンな形状の実験機を対象として、目標圧力分布を実現する翼胴結合形状を求めるために、空力形状設計プロセスを定式化されたアルゴリズムに従って実行するところに特徴がある。設定された機体形状に対応する流れ場、圧力分布などは目的に応じてEuler方程式またはNS方程式を順問題として解く。好ましいWarp形状および境界層遷移を考慮して目標圧力分布を設定している。翼断面を工夫して層流領域の増加を目指している。この段階では、所要の計算精度を実現する観点から計算格子の配置、格子点数、乱流モデルの評価を的確に行って、CFD空力設計技術を実用する際に確信のもてる基礎を固めることが重要である。

第2段階で開発する手法は、図15に概要を示したジェット実験機について機体形状設計を目指すものである。

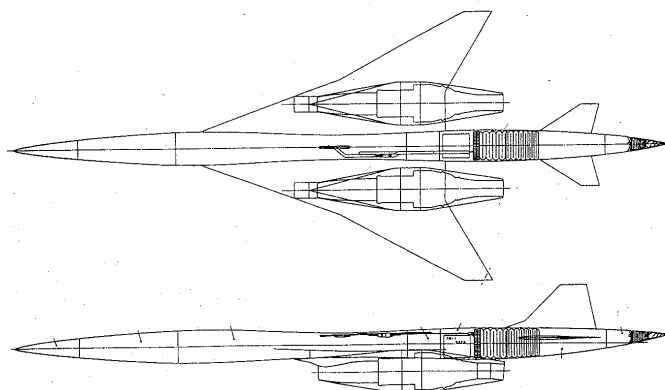


図15. ジェット実験機概念図

主翼の下面に、遠心式圧縮機をもつ2基のジェット・エンジンを装備するために機体の形状が複雑で、エンジンにより誘起される二次流れを考慮する必要がある、実験目的から推力と抗力を区分して求めるなどの要求が生じる。これらの要求を考慮すると、クリーン形態では役だった線形理論による精緻な初期形状設定手法の適用の可否すらも論議を要する。

空気取入口、ナセルおよびノズルのCFD空力設計はエンジンの装備性能を高めるために先行して進める必要がある。しかし、これに時期的に重なる形で、ジェット実験機の空力形状の概要設計を進めて、比較的早期に翼・胴・エンジンを組み合わせた形状に対するパラメトリックな空力特性検討を行うことが重要になると著者は考えている。このような要求に対応できる、簡素・効率的でターン・アラウンド・タイムの短い、系統的な計算法がまず必要であろう。

これに引き続いて、CFDを適用することになる。多重格子を使う必要が生じ、さらに、衝撃波干渉を調べるには非構造格子を導入する必要も考えられる。このような条件のもとで最適化を進めるアルゴリズムを発展させることも望まれる。複雑な問題に対して好ましい圧力分布を実現するためには形状設定の手法を高度化させることも必要である。

ジェット実験機の空力設計にCFDを活用することは高度にチャレンジングな課題であり、またCFD空力設計法なくしては高性能のジェット実験機を設計することは至難というべきである。この課題は関心を持たれる多数のCFD研究者の協力によって初めて達成可能である。また、ここで構築されたCFD空力設計法がジェット実験機の飛行実験によって実証され、確立されるならば世界の水準を超える成果となると期待される。

CFD空力設計法に加えて、複合材技術および推進技術の研究成果もジェット実験機において飛行実証する計画である。

研究期間は平成9年度から8年間とし、国際共同開発の開始が予測される2004年頃には研究成果をまとめ、わが国の主体的参加に役立てようとしている。

#### 参考文献

- 1) Wings to Come - NASA's High-Speed Research Program
- 2) NASA CR 4233 Boeing Commercial Airplanes: "High-Speed Civil Transport Study"
- 3) 航空・電子等技術審議会 (1994) 航空技術の長期的研究開発の推進方策について
- 4) 小型高速実験機飛行実験計画研究会 (1996) 小型実験機による次世代超音速技術の研究の推進
- 5) (株) 富士重工業、(株) 川崎重工業、(株) 三菱重工業 技術実証用小型高速実験機の基礎設計書
- 6) 合同設計会議資料 (第1回～第7回)



## CFD code developments and validations at ONERA for helicopter applications

by J.-J. Philippe (ONERA)

Deputy Director for Helicopters at ONERA – France

### Summary

This paper is devoted to the presentation of the CFD code development and validation works performed at ONERA for helicopter applications. These codes concern the rotor, fuselage and complete helicopter in the field of aerodynamics, aeroelasticity and aeroacoustics.

### 1. Introduction

The increasing power of the new computers makes it possible to develop more and more sophisticated CFD codes suitable for improved prediction and understanding of numerous helicopter related complex phenomena. However, in order to be reliable, the codes need to be validated by well-documented experiments. For many years, ONERA has developed and validated numerous sophisticated CFD codes for rotor, fuselage and complete helicopter configurations. A special effort is made for acoustic purposes, especially for the rotor noise prediction. It must be noted that industry needs accurate CFD codes in order to improve the helicopter design and efficiency, and to reduce in particular the development cost of helicopters.

### 2. CFD codes for rotors

The aerodynamic codes developed at ONERA include full potential, Euler, boundary layer, viscous/inviscid strong interaction and Navier-Stokes approaches.

#### 2.1. Full potential code

A full potential code was first developed for rotor in forward flight. The FP3D code, which solves the 3D unsteady full potential equation, calculates the flow field around an isolated blade [1]. It takes into account the influence of the other blades and of their wakes by calculating the induced velocities at the level of the computed blade from a prescribed wake/lifting line code developed by Eurocopter-France (R85/METAR code).

To calculate the flows around realistic blades, it is mandatory to couple the full potential code with a dynamic code in order to take into account the deformations of the blade. This aeroelastic coupling is realized with the R85/METAR code and the methodology used aims to replace the classical 2D polar curves by the local lift and pitching moment calculated by the 3D unsteady full potential code [2]. The figure 1 shows that this technique improves partly the prediction of the local  $C/M^2$  and  $C_m/M^2$ , and the blade tip torsion when compared to the experimental data obtained on the model rotor 7A in the S1 Modane wind-tunnel.

To calculate the power required by a rotor, the full potential code has been weakly coupled with the 3D unsteady boundary layer code MI3DI developed by ONERA-CERT/DERAT [3]. This allows in particular to calculate the local viscous drag when we have no boundary layer separation. By adding the wave drag and the unsteady/induced drag, we can calculate the power consumed by a rotor by CFD methods [4]. The figure 2 reveals the good comparison we can obtain between calculated and measured power for the rotor 7A, when we use the FP3D/MI3DI codes for the blade between 0.5 R and R and the R85/METAR code from the root of the blade up to 0.5 R. The comparison with experiment is better, compared to the one we have when we use only the standard R85/METAR lifting line code all along the blade.

#### 2.2. Euler code

ONERA has developed an efficient Euler rotor code, called WAVES-Rot (Without Artificial Viscosity Euler Solver), able to calculate the flow field around a full multibladed rotor by solving the 3D unsteady Euler equation with direct capture of the wake [5]. A cell-centered method and a finite volume discretization of the Euler equations written in conservative form have been chosen.

For hover configuration, the WAVES code has been assessed within a comparison with a DLR Euler code [6]. Then it has been coupled with the boundary layer MI3DI code and the figure 3 shows that the figure of merit for the model rotor 7A can be fairly well predicted by these coupled codes.

For forward flight configurations, a multi-block moving grid technique has been developed [7] and the figure 4 shows encouraging predicted results when compared to the local loads and pressure distributions measured close to the tip of the model rotor 7AD equipped with a parabolic tip. These are computations with a rigid



blade simulation and we are working on the coupling of the Euler code with the lifting-line R85/METAR aeroelastic code to take into account the deformations of the blade, hoping a better comparison with these experimental data. On the figure, we provide also the computational results obtained by DLR with whom we cooperate in the field of CFD code development and validation for rotors [8].

### 2.3. Viscous-inviscid interaction methods

As soon as we have some flow separations on a rotor blade, the previous methods cannot be used. ONERA has developed an original advanced viscous/inviscid interaction approach, that provides a steady or time consistent strong coupling between viscous and inviscid codes, able to calculate attached or deeply separated boundary layer configurations [9, 10]. The related codes are named VISxx codes (Viscous Inviscid Solver). Up to now, 3D steady solutions for rotors in hover (code VIS12), 2D airfoil dynamic stall configuration and 2D approach (strip theory) for rotating blade in forward flight (code VIS05-27) have been computed. The figures 5 and 6 show the local azimuthal evolution of the lift coefficient and of pressure distributions at  $r/R = 0.7$  of the rotor 7AD for a light and for a deep dynamic stall configuration [11]. The differences of results between inviscid flow computation (unsteady full potential code) and viscous flow computation (VIS05-27 code) are, of course, very large on the retreating side of the rotor disk. ONERA will pursue efforts to develop a 3D version of this viscous-inviscid flow strong coupling method.

### 2.4. Navier-Stokes codes

ONERA has modified its generic Euler/Navier-Stokes CANARI code [12] (a code which solves the time-averaged Navier-Stokes equations) in order to be able to calculate the flow field around a rotor in hover configuration. A mixing length algebraic turbulence model is used. The figures 7 and 8 show the results obtained for the pressure distributions and the spanwise lift evolution for a 2-bladed US Army basic rotor scaled model and illustrate the necessity of Navier-Stokes computations (compared to Euler computations), as soon as we have shock waves at the tip of the rotor blades.

ONERA will begin soon the development of a Navier-Stokes code for forward flight configurations including the use in the future of Euler-Lagrange hybrid methods for a better capture of the wake and of the tip vortices in Euler and/or Navier-Stokes solvers. Some other grid strategies as Chimera or AMR will be also studied and used.

## 3. CFD codes for fuselage

To predict the flows on a fuselage, ONERA has at disposal singularities, Euler, boundary layer and also Navier-Stokes codes already developed or in development.

### 3.1. Singularities and boundary layer codes

The OA117 singularity code solves the Laplace equation with constant source and doublet panels distributed all along the surface of the fuselage [13]. This code is coupled with the code 3C3D (developed at ONERA-CERT/DERAT) which uses the method of characteristics for computing the three dimensional boundary layers on a fuselage [14]. The momentum equations are written along the local streamlines of the fuselage and they are discretized in the plane tangent to the surface... These two codes allow to calculate the drag of a fuselage when no flow separation happens on it, as illustrated by the figure 9 where the theoretical results are compared with the measurements made by DLR on the basic GARTEUR helicopter fuselage [15]. The 3C3D boundary layer code is also used with the Euler version of the CANARI code, in order to calculate the transition between laminar and turbulent flows on the front part of a helicopter fuselage.

### 3.2. Navier-Stokes code

The Navier-Stokes version of the CANARI code is used for calculating the flows all around a realistic shape of a helicopter fuselage. The inviscid terms are calculated from the Euler solver and a central scheme is used for the calculation of the viscous terms. For the turbulent part of the flows, we can choose either an algebraic model (Michel et al.) or a low Reynolds  $k-\epsilon$  (Jones-Launder) model. It is a 3D multi-block code with structured meshes. A cell centered formulation is adopted and a scalar implicit residual smoothing technique has been developed. The figure 10 shows the results obtained for the local skin-friction coefficients on the Dauphin DGV 200 fuselage surface, which reveals very few separated flow regions. We expect pretty soon to have an experimental confirmation thanks to the tests performed at the F1 Fauga pressurized ONERA wind-tunnel and illustrated by the figure 11. The size of the model and the possibility to increase

the static pressure up to 3.85 bars allow the simulation of the full-scale Dauphin DGV 200 Reynolds numbers up to more than 80 m/s for the forward flight speed. These experimental and computational activities are performed in the framework of the Brite-Euram research activity "HELIFUSE" where the different European partners will have access to the experimental data and will compare their different CFD codes for fuselages.

#### **4. CFD codes for complete helicopter configurations**

Depending on the configuration you have to calculate and on the informations you are requiring, we can use either a singularity or a Euler/Navier-Stokes approach.

##### **4.1. Singularities code**

The singularities PEIRF code has been first developed [16]. In this code, the code OA117 with constant source and doublet panels has been coupled with the free wake MESIR isolated rotor code [17]. The rotor is represented by lifting lines and the wakes by vortex lattices. Assuming a periodic solution, an iterative coupling, azimuth by azimuth, is performed. The fuselage panel intensities are updated at each azimuth taking into account the rotor and its wake influences. The rotor wake is distorted by the fuselage and blades and by self induced wake velocities.

A powered model (scale 1/7.7) of a Dauphin 365N has been tested in the S2 Chalais-Meudon ONERA wind-tunnel (see figure 12). The use of a 3D laser velocimetry device allows local measurements of the flow field all around the fuselage and in the wake of the rotor. The figure 13 shows that the code PEIRF is able to calculate quite accurately the mean velocities at the level of the horizontal stabilizer. The figure 14 illustrates the capability of the PEIRF code to predict also quite correctly some of the large unsteady fluctuations of the pressure we have on the upper part of the fuselage when the rotor wake impinges it at low advance ratios.

In the PEIRF code, the tail rotor can be also simulated by an actuator disk.

##### **4.2. Euler/Navier-Stokes codes**

The Euler/Navier-Stokes FLU3M code, developed at ONERA for many aeronautical and spatial applications [18, 19], has been modified to study the influence of the rotor on the jet engine exhaust plume geometry at low advance ratios. Numerically FLU3M implements a cell center discretization of the Van Leer's upwind MUSCL approach. To enable the use of high CFL numbers, several implicit phases relying on the discrete flux jacobians have been introduced. An actuator disk model has been introduced in this code to simulate the main rotor and its induced velocities flow field. The FLU3M code is also well adapted to calculate the hot jet configurations and the biphasic flows.

The figure 15 provides the iso-temperature contours of jet engine exhaust plumes with and without a main rotor simulation. We can see clearly the downward deviation of the plumes when we take into account the induced velocities generated by the rotor at low advance ratios. These results have been obtained by the Euler version of the FLU3M code. ONERA will pursue its effort in this field by using also the Navier-Stokes version of the code to represent more correctly all the phenomena related with the infrared signature problems of military helicopters.

In the near future, ONERA and DLR will collaborate for the development of 3D unsteady Euler/Navier-Stokes codes for complete helicopter configurations. It is an ambitious and challenging problem to be solved in the following years and which needs the use of very powerful and large capacity computers.

#### **5. Specific aeroacoustic codes for rotors**

The helicopters are often penalized by the external noise they generate. The main rotor can be the principal contributor of the helicopter noise in the low speed configuration (especially in descent flight just before landing) and at high speed in level flight configurations.

##### **5.1. Codes for the BVI noise prediction**

ONERA has developed a complete chain of codes, able to predict the Blade Vortex Interaction (BVI) noise. We successively use the ECF R85/METAR code (aeroelastic code with prescribed wake simulation) which provides the rotor trim parameters, then the MESIR code (free wake code) which calculates a realistic geometry of the wake, the MENTHE code which models the roll-up of the vortex sheet [20]. The blade

pressure impulsive fluctuations due to the blade vortex interactions are calculated by the ARHIS code [21] which uses a singularity method with a 2D by slice calculation and with an original cloud vortex model option for close BVI configurations. The related unsteady pressures are the input data for the PARIS code [22], which calculates the thickness and loading noise by solving the FW-H equation. The figure 16 illustrates the different wake geometries we can have for blade vortex interaction configurations with and without High Harmonic Control (HHC) of the rotor.

The figure 17 shows that the related noise signatures are correctly predicted when compared to the experimental data obtained in the anechoic DNW wind-tunnel during the HART tests performed in the framework of an international cooperation between US Army, NASA, DNW, DLR and ONERA [23]. The iso-noise contours for 3 different configurations are provided on the figure 18 [22] which reveals quite satisfactory comparisons between the calculated and the experimental results. ONERA continues to work also for the improvement of the previous chain of codes by replacing the quasi-2D pressure calculation (ARHIS code) by the 3D unsteady full potential code (FP3D) coupled with the aeroelastic R85 code [24].

### 5.2. Codes for the HSI noise prediction

To predict correctly the High Speed Impulsive (HSI) noise, ONERA has developed specific computational techniques by using aerodynamic CFD codes (full potential FP3D code or Euler WAVES code) for calculating the pressures in the near field of the rotor and a Kirchhoff method to calculate the acoustic pressures in the far field (KARMA code) [25, 26].

The figure 19 shows a quite good comparison between experimental acoustic pressures measured by US Army people at Ames for a UH-1H model rotor in hover and for high rotational speeds and the computation performed with the ONERA Euler WAVES and KARMA codes. Results obtained by NAL codes are also plotted on this figure. It is part of a cooperative work we have between ONERA and NAL for studying HSI noise configurations. For a basic non-lifting rotor in forward flight configurations, the figure 20 shows also good comparisons between experimental acoustic pressures obtained in the S2 Chalais-Meudon ONERA wind-tunnel and computational results obtained by the FP3D and KARMA codes [27]. The figure 21 shows also satisfactory comparisons between theoretical and experimental acoustic signatures for the model rotor 7A tested in the ONERA S1 Modane wind-tunnel equipped for these tests with acoustic linings all around the walls of the test section.

Note finally that ONERA is developing a new Kirchhoff Integration Method (KIM code) which avoids the solving of the retarded time equation and makes unnecessary the use of a regular Kirchhoff surface grid [28]. This method works well, even with relatively wide surface elements and large integration time steps. This allows an impressive large reduction in computing time of the order of 1 000 at least, in the case of hover configurations already tested.

## 6. Conclusions

This paper illustrates the capability of ONERA to develop and validate efficient computational tools to understand the physics associated with some of the complex phenomena happening in the real conditions of flying helicopters. ONERA intends to pursue efforts to provide more and more sophisticated and accurate codes which can help for the design of more performing rotors, fuselages and complete helicopters. The priorities for the present days and for the near future are devoted to hover rotor configuration, to dynamic stall rotor configuration, to noise prediction for descent and forward flight configuration, to drag and power prediction by CFD methods and to complete helicopter low speed configurations with and without gas exhaust simulation.

## Acknowledgements

The author would like to acknowledge the useful help provided by Messrs Costes, Beaumier, Bettschart, Sidès, Boniface, Le Balleur, Girodroux-Lavigne and Miss Zibi of the Aerodynamics department and by Messrs Prieur, Polacsek, Rahier and Spiegel of the Physics department of ONERA in the final content of this paper.

## Bibliography

- [1] M. Costes, A. Desopper, P. Céroni, P. Lafon: "Flow field prediction for helicopter rotor with advanced blade tip shape using CFD techniques". 2nd International Conference on Basic Rotorcraft Research, February 1988.

- [2] P. Beaumier: "A coupling procedure between a rotor dynamics code and a 3D unsteady full potential code". Aeromechanics Specialists Conference, San Francisco, USA, January 1994.
- [3] P. Beaumier, R. Houdeville: "3D laminar turbulent boundary layer calculations on helicopter rotors in forward flight: application to drag prediction". 21st European Rotorcraft Forum, St Petersburg, Russia, September 1995.
- [4] P. Beaumier, J. Zibi, M. Costes: "CFD drag and power prediction for a rotor in hover or forward flight. Formulation and first applications". 52nd AHS Forum, June 1996.
- [5] J.C. Boniface, J. Sidès: "Numerical simulation of steady and unsteady Euler flows around multibladed helicopter rotors". 19th European Rotorcraft Forum, Cernobbio, Italy, September 1993.
- [6] O. Rouzaud, J.C. Boniface, J. Raddatz: "3D Euler calculations of multibladed rotors in hover by DLR and ONERA methods and comparison with HELISHAPE tests". 53rd AHS Forum, Virginia Beach, USA, May 1997.
- [7] J.C. Boniface, B. Mialon, J. Sidès: "Numerical simulation of unsteady Euler flow around multibladed rotor in forward flight using a moving grid approach". 51st AHS Meeting, Fort Worth, Texas, USA, May 9-11, 1995, ONERA TP 1995-46.
- [8] J.C. Boniface, K. Pahlke: "Calculations of multibladed rotors in forward flight using 3D Euler methods of DLR and ONERA". 22nd ERF, Brighton, UK, September 17-19, 1996, ONERA TP 1996-176.
- [9] J.C. Le Balleur: "New possibilities of viscous-inviscid numerical techniques for solving viscous flows equations, with massive separation". Proceedings Fourth Symposium Numerical-Physical Aspects of Aero. Flows, Long-Beach, USA, January 16-19, 1989, Selected papers, chapter 4, p. 71-96, Cebeci ed., Springer-Verlag, 1990 (or ONERA TP 1989-24).
- [10] J.C. Le Balleur, "Viscous-inviscid calculation of high-lift separated compressible flows over airfoils and wings". Proceedings AGARD-CP-515, Paper 26, Banff, Canada, Octobre 5-8, 1992 (or ONERA TP 1992-184).
- [11] J.C. Le Balleur, P. Girodroux-Lavigne: "Calculation of dynamic stall by viscous-inviscid interaction over airfoils and helicopter blade sections". 51st AHS Forum, Fort Worth, USA, May 1995.
- [12] A.M. Vuillot, V. Couailler, N. Liamis: "3D turbomachinery Euler and Navier-Stokes calculations with a multidomains cell-centered approach". AIAA/SAE/ASME/ASEE, 29th Joint Propulsion Conference, June 1993.
- [13] T.H. Lê, J. Ryan, G. Falempin: "Wake modelling for helicopter fuselage". 13rd ERF, Arles, France, September 1987. ONERA TP 1987-145.
- [14] R. Houdeville, C. Mazin, A. Corjon: "Method of characteristics for computing three-dimensional boundary layers". La Recherche Aérospatiale 1993-1 (English version).
- [15] G. Gleyzes, X. de Saint-Victor, G. Falempin: "Experimental and numerical study of the flow around helicopter fuselage. Determination of drag coefficient". 15th European Rotorcraft Forum, September 1989.
- [16] D. Gasser, N. Bettschart, B. Drouin: "Theoretical and experimental studies on unsteady rotor-fuselage international aerodynamics". AHS - Vertical Lift Aircraft Design Conference, San Francisco, USA, January 18-20, 1995. ONERA TP 1995-3.
- [17] B. Michea, A. Desopper, M. Costes. "Aerodynamic rotor loads prediction method with free wake for low speed descent flight". 18th European Rotorcraft Forum, Avignon, France, September 1992.
- [18] Ph. Guillen, M. Dormieux: "Design of a 3D multidomain Euler code". International Seminar on Supercomputing, Boston, USA, October 3-5, 1989.
- [19] L. Cambier, D. Darracq, L. Gazaux, Ph. Guillen, Ch. Jonet, L. Le Toullec: "Améliorations récentes du code de calcul d'écoulements compressibles FLU3M". 77th Fluid Dynamics Panel Symposium, AGARD, Séville, Spain, October 2-5, 1995.
- [20] G. Rahier, Y. Delrieux: "Improvement of helicopter rotor blade-vortex interaction noise prediction using a rotor wake roll-up model". 1st Joint CEAS/AIAA Aeroacoustics Conference, Munich, Germany, June 1995.
- [21] G. Rahier: "Modélisation de l'interaction profil-tourbillon en fluide parfait et application au rotor d'hélicoptère". La Recherche Aérospatiale, 1995, n° 4, pp. 241-252.
- [22] P. Beaumier, P. Spiegel: "Validation of ONERA aeroacoustic prediction methods for blade-vortex interaction using HART tests results". 51st AHS Annual Forum, Fort Worth, Texas, USA, May 1995.

- [23] Y. Yu, B. Gmelin, H. Heller, J.J. Philippe, E. Mercker, J. Preisser: "HHC aeroacoustics rotor test at the DNW – The joint German/French/US HART project". 21st European Rotorcraft Forum, Amsterdam, The Netherlands, October 1994.
- [24] N. Jobard, M. Costes, P. Beaumier: "Three dimensional BVI simulation on aeroelastic blades using a new deforming grid approach coupled to a free-wake analysis". 52nd Annual Forum of the AHS, Washington, USA, June 1996.
- [25] C. Polacsek, J. Prieur: "High-speed impulsive noise computation in hover and forward flight using a Kirchhoff formulation". 1st Joint CEAS/AIAA Aeroacoustics Conference, Munich, Germany, June 1995.
- [26] J. Zibi, O. Rouzaud, C. Polacsek: "Prediction of HSI noise using a coupled Euler/Kirchhoff method for a helicopter in hover flight". 22nd European Rotorcraft Forum, Brighton, UK, September 1996.
- [27] C. Polacsek, M. Costes: "Rotor aeroacoustics at high speed forward flight using a coupled full potential-Kirchhoff method". 21st European Rotorcraft Forum, St Petersburg, Russia, September 1995.
- [28] G. Rahier, J. Prieur: "An efficient Kirchhoff integration method for rotor noise prediction starting indifferently from subsonically or supersonically rotating meshes". 53rd Annual Forum of the AHS, Virginia Beach, Virginia, USA, April-May 1997.

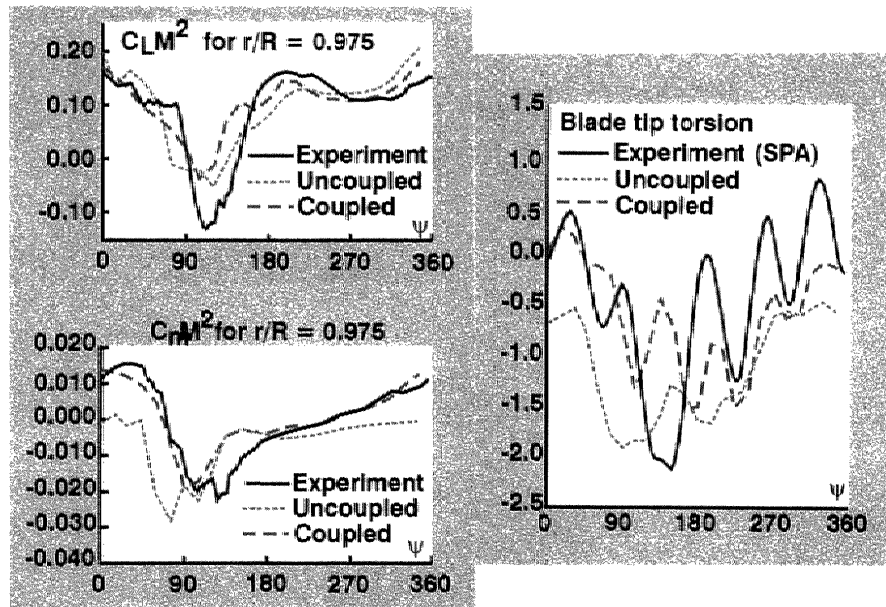


Fig. 1 – Coupled calculations between FP3P and R85/METAR codes.  
Comparisons with 7A rotor experimental data for  $\mu = 0.4$ ,  $C_L/\sigma = 0.075$  –  $M_{\omega_R} = 0.646$ .

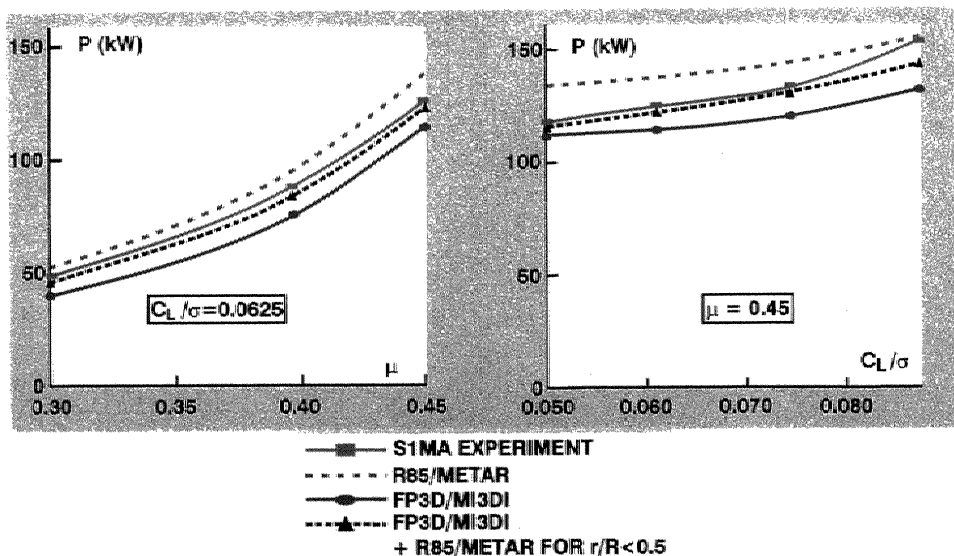


Fig. 2 – Power calculations with FP3D and MI3DI codes.  
Comparisons with 7A rotor experimental data.

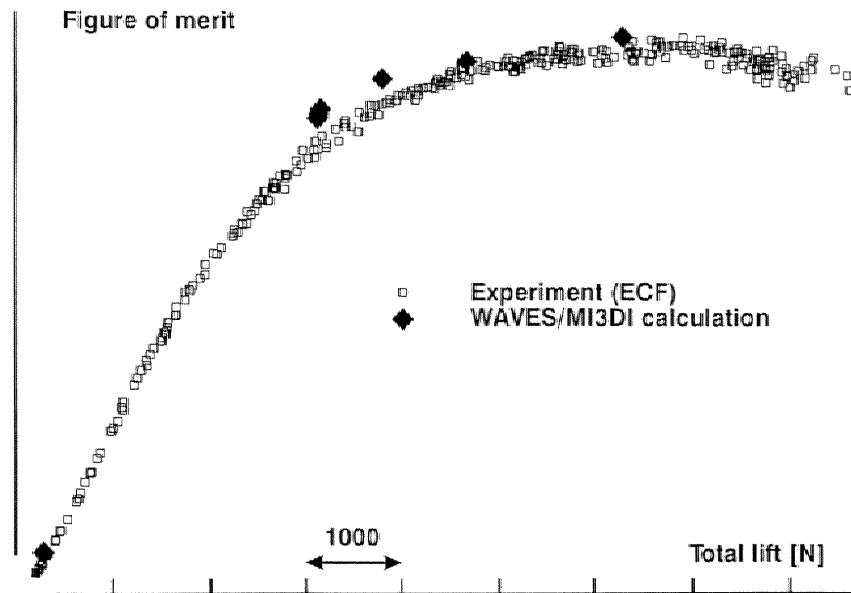


Fig. 3 – Calculations of the 7A rotor figure of merit with WAVES and MI3DI codes. Comparison with experimental data.

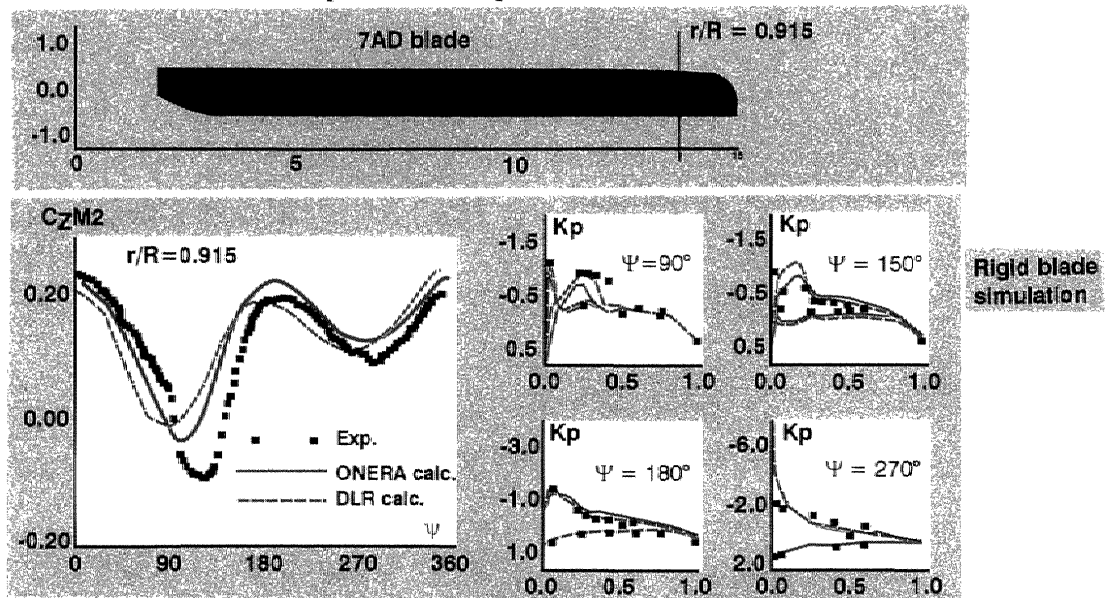


Fig. 4 – Rigid blade computations with the WAVES Euler code and comparisons with experimental data for the 7AD rotor for  $\mu = 0.4$ ,  $C_L/\sigma = 0.075$  –  $M_{\omega R} = 0.617$ .

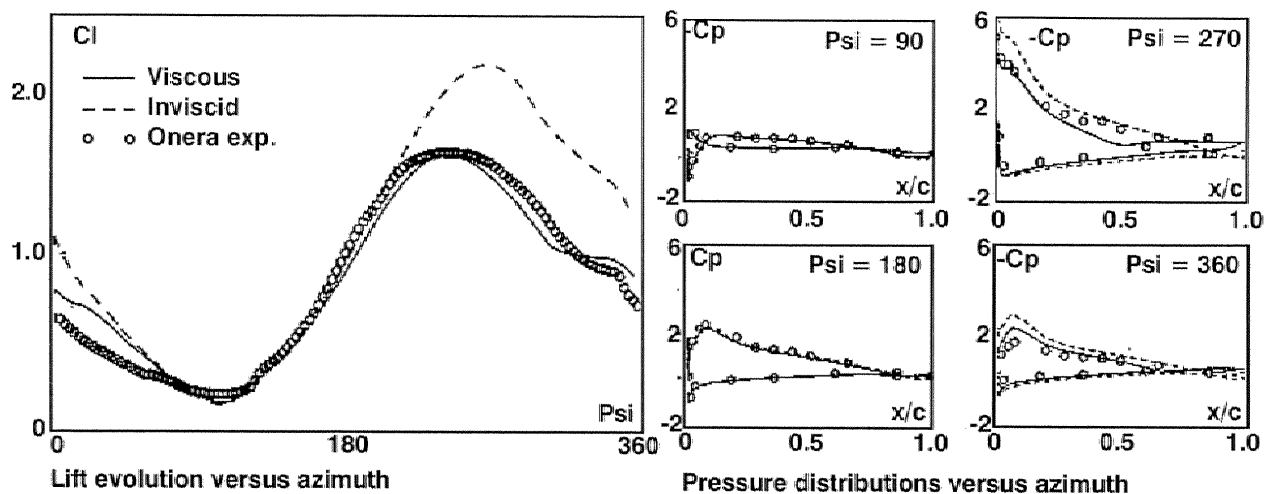


Fig. 5 – Light dynamic stall configuration at section 0.7 R for the 7AD rotor. Computation with VIS code and experimental data for  $\mu = 0.4$ ,  $C_L/\sigma = 0.075$  –  $M_{\omega R} = 0.45$ .

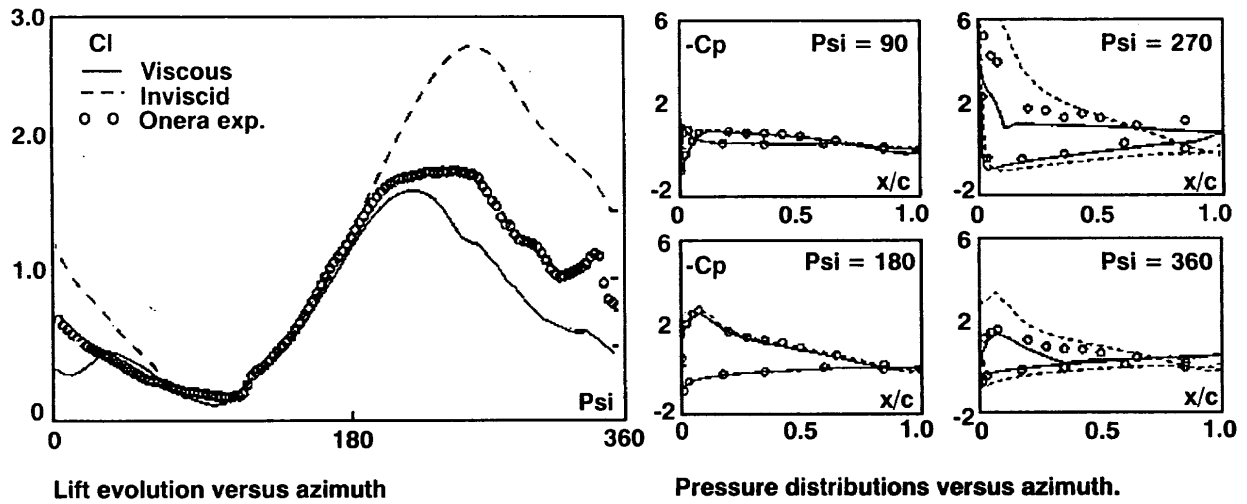


Fig. 6 – Deep dynamic stall configuration at section 0.7 R for the 7AD rotor. Computation with VIS code and experimental data for  $\mu = 0.4$ ,  $C_l/\sigma = 0.0875$  –  $M_{\omega R} = 0.45$ .

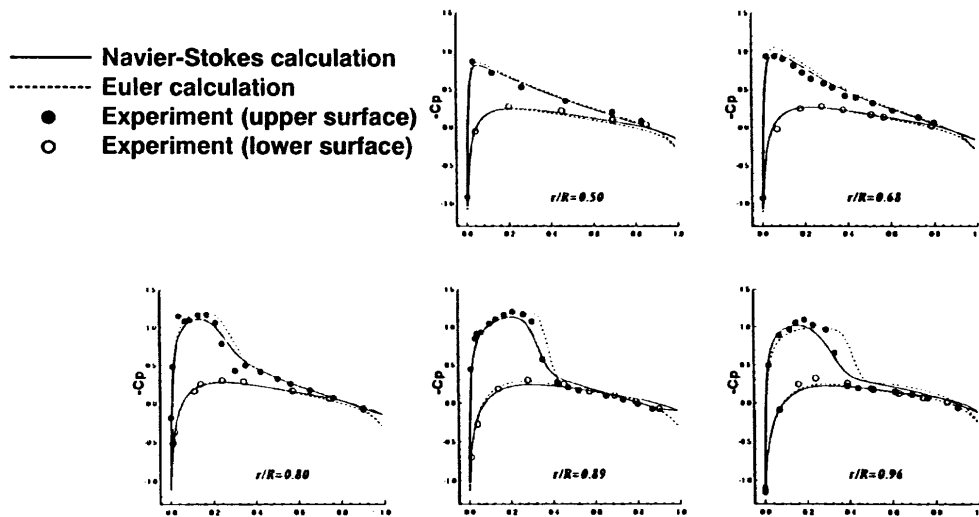


Fig. 7 – Pressure distributions for the 2 bladed US Army rotor in hover. Computation with CANARI code and experimental data for  $\theta_i = 8^\circ$ ,  $M_{\omega R} = 0.877$ ,  $Re_{\omega R, c} = 3.95 \times 10^6$ .

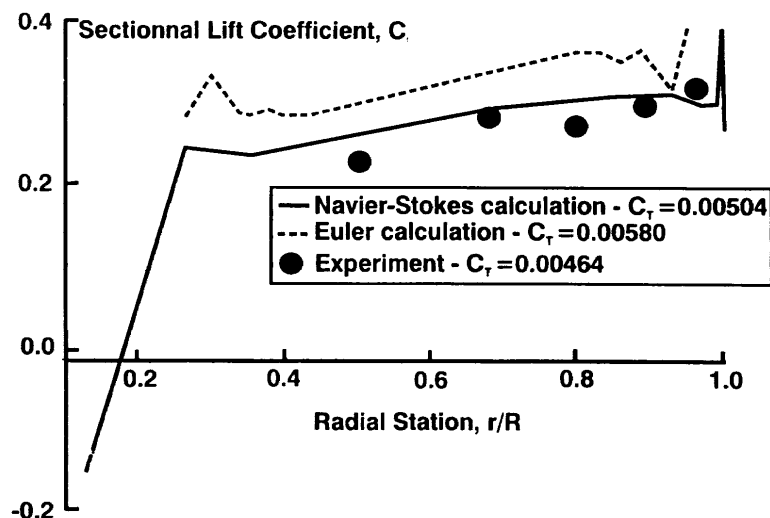


Fig. 8 – Spanwise lift distribution for the 2 bladed US Army rotor in hover. Computation with CANARI code and experimental data for  $\theta_i = 8^\circ$ ,  $M_{\omega R} = 0.877$ ,  $Re_{\omega R, c} = 3.95 \times 10^6$ .

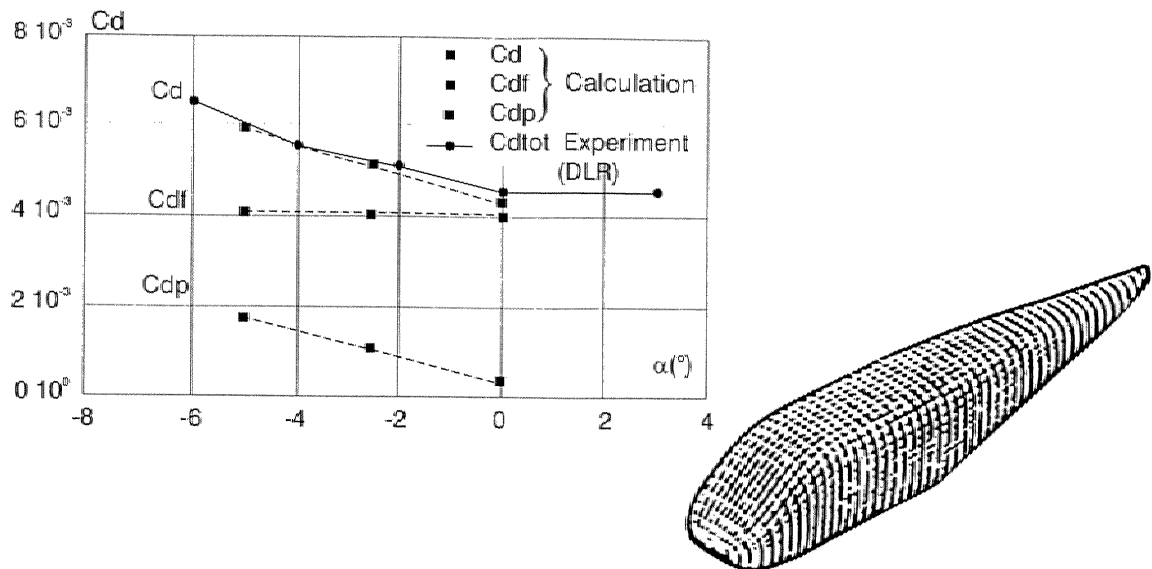


Fig. 9 – Drag of the GARTEUR fuselage – Computations with OA117 and 3C3D codes and experimental data of DLR.

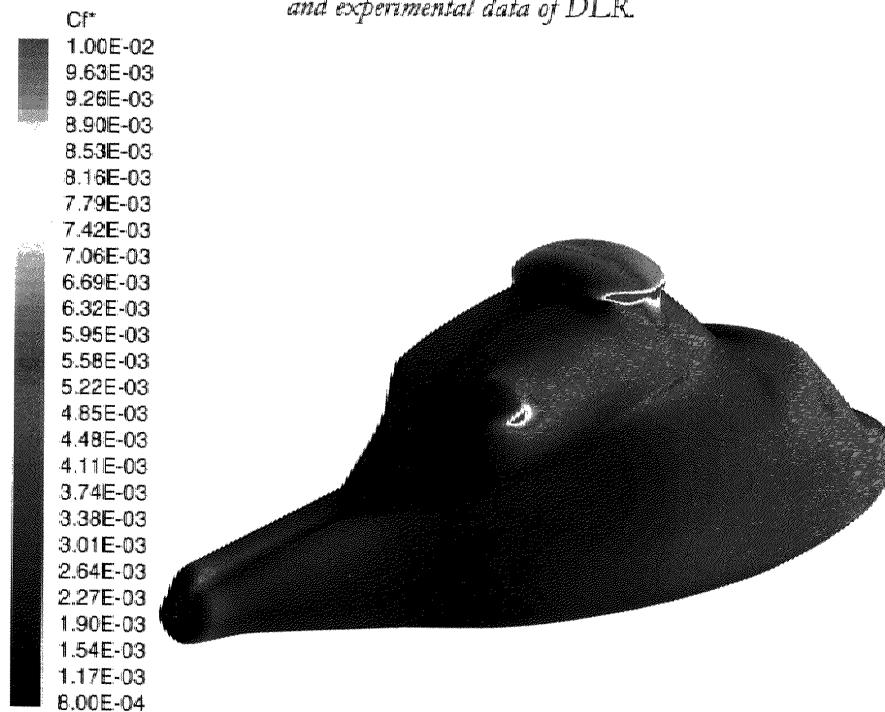


Fig. 10 – Skin-frictions on a Dauphin DGV 200 helicopter fuselage. Computations by the CANARI code for  $V = 80.9 \text{ m/s}$ ,  $\alpha = -0.184^\circ$  and  $R_e = 30 \times 10^6$ .

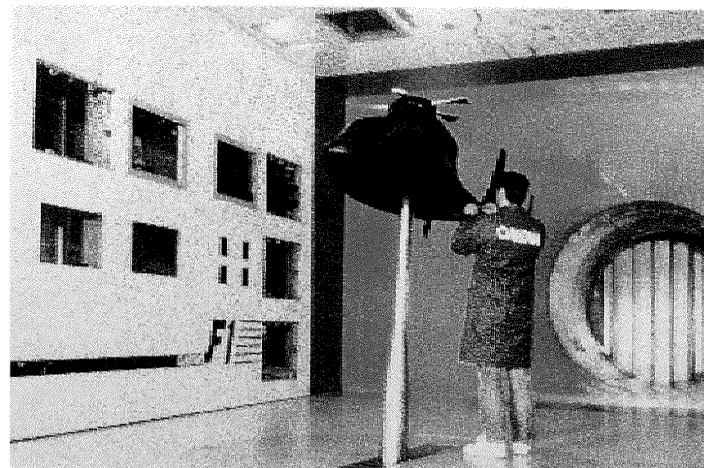


Fig. 11 – Model of the Dauphin DGV 200 helicopter fuselage installed in the F1 Fauga ONERA pressurized wind-tunnel.



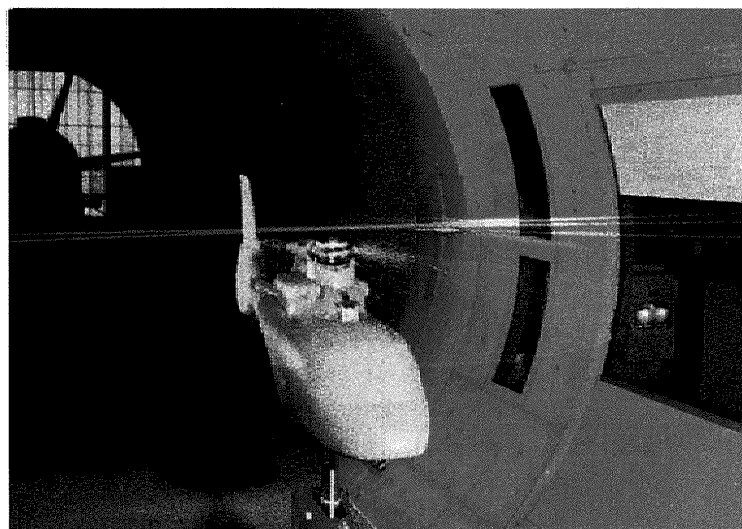


Fig. 12 – Powered model of the Dauphin 365N helicopter fuselage installed in the S2 Chalais-Meudon ONERA wind-tunnel.

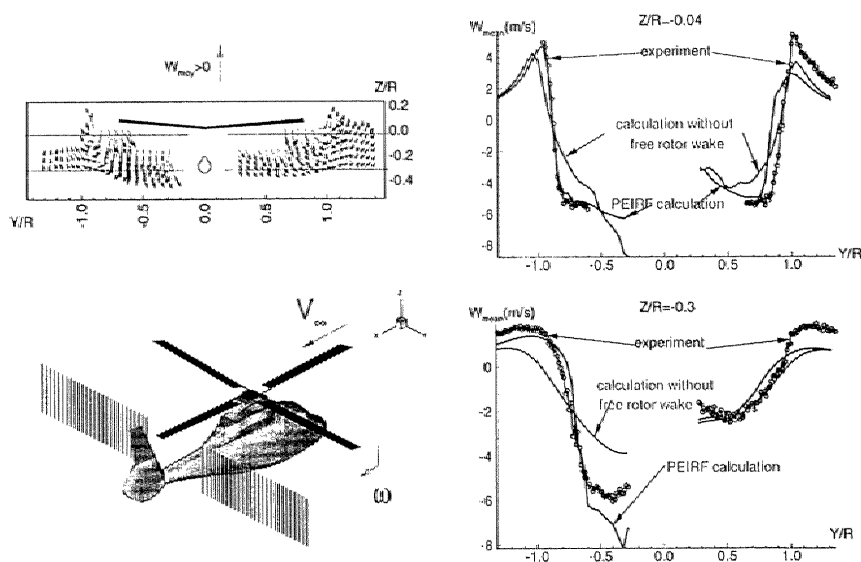


Fig. 13 – Mean vertical velocities at the level of the horizontal stabilizer of the Dauphin 365N. Computation with the PEIRF code and experimental data at  $\mu = 0.15$ .

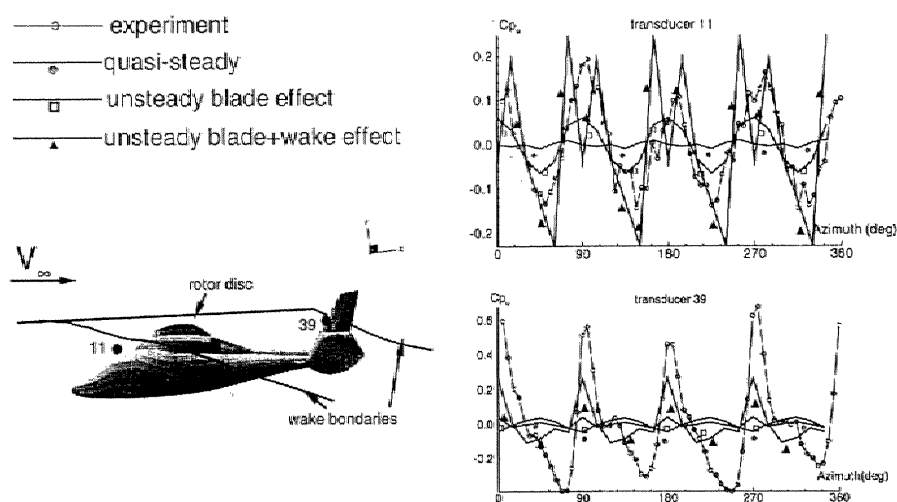


Fig. 14 – Time evolution of pressures on the fuselage of the Dauphin 365N. Computation with the PEIRF code and experimental data at  $\mu = 0.10$ .

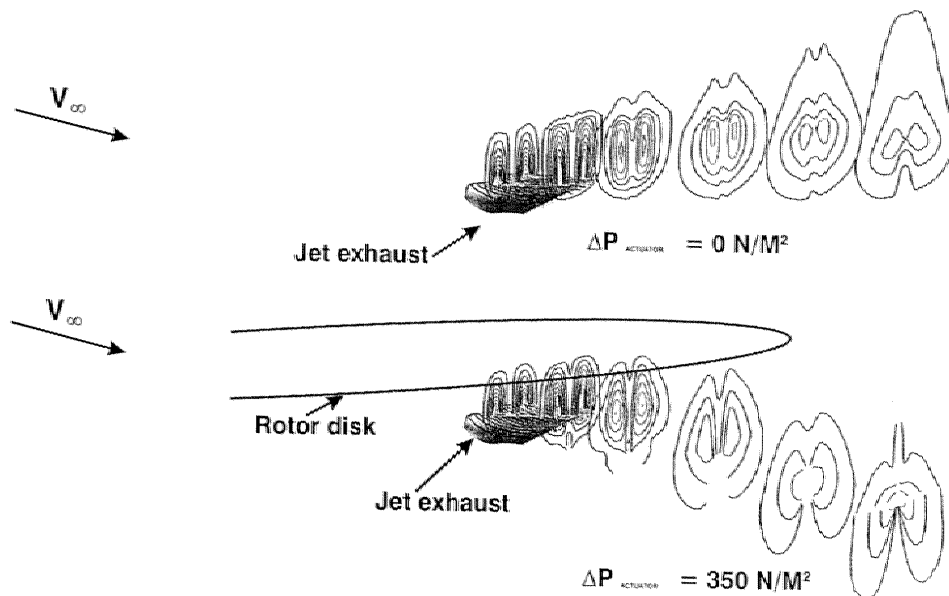


Fig. 15 – Influence of the rotor on the jet engine exhaust plumes at  $\mu = 0.10$ .  
Computation by the FLU3M Euler code with an actuator disk modelisation.

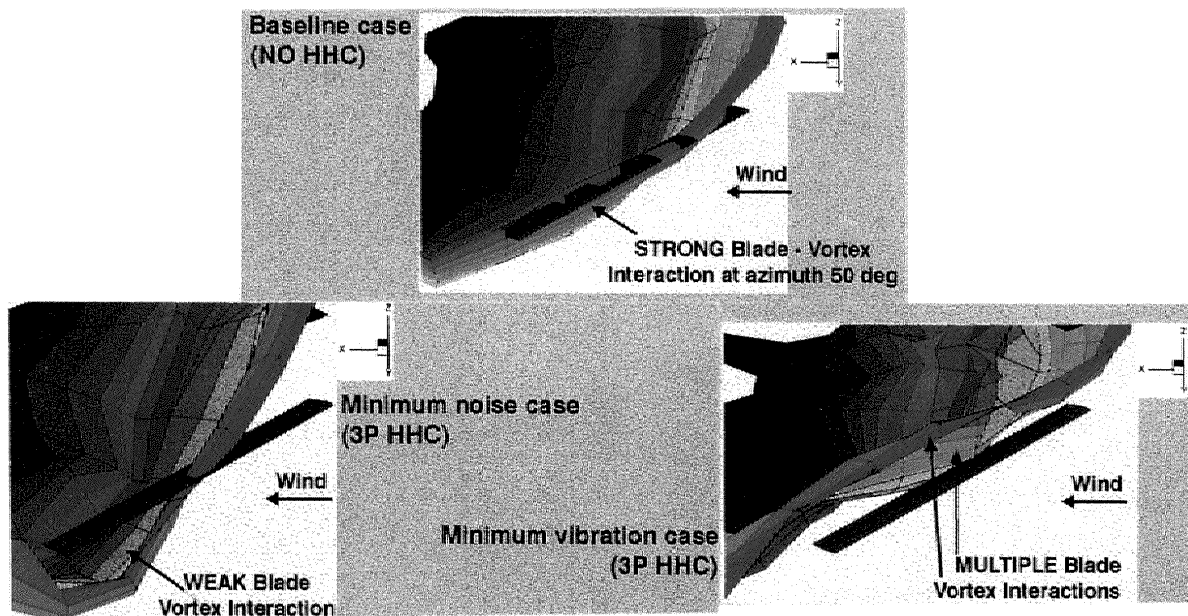


Fig. 16 – Influence of the HHC on blade-vortex interaction wake geometries.  
Computations by MESIR code.

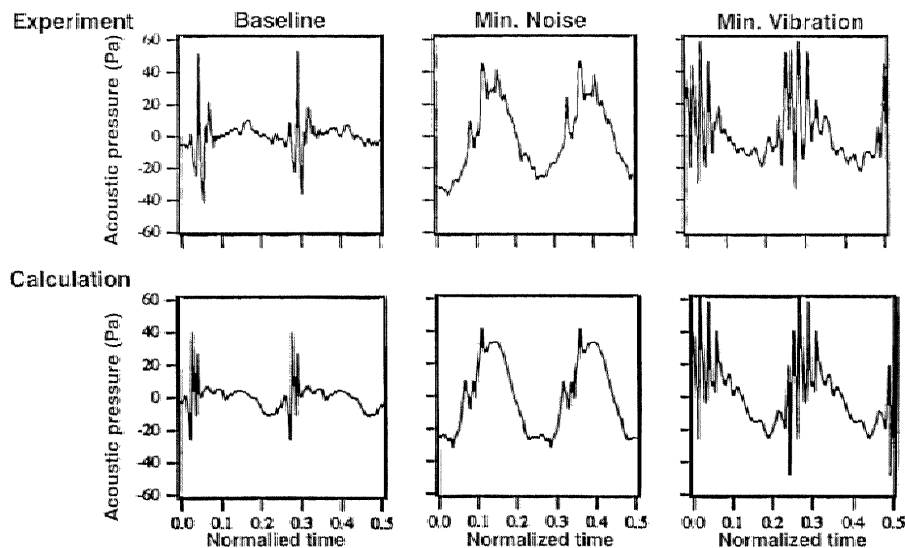


Fig. 17 – Acoustic signatures of a rotor with and without HHC.  
Computations by R85/METAR, MESIR, MENTHE, ARHIS, PARIS codes  
and experimental data for the B0105 model rotor (HART program).

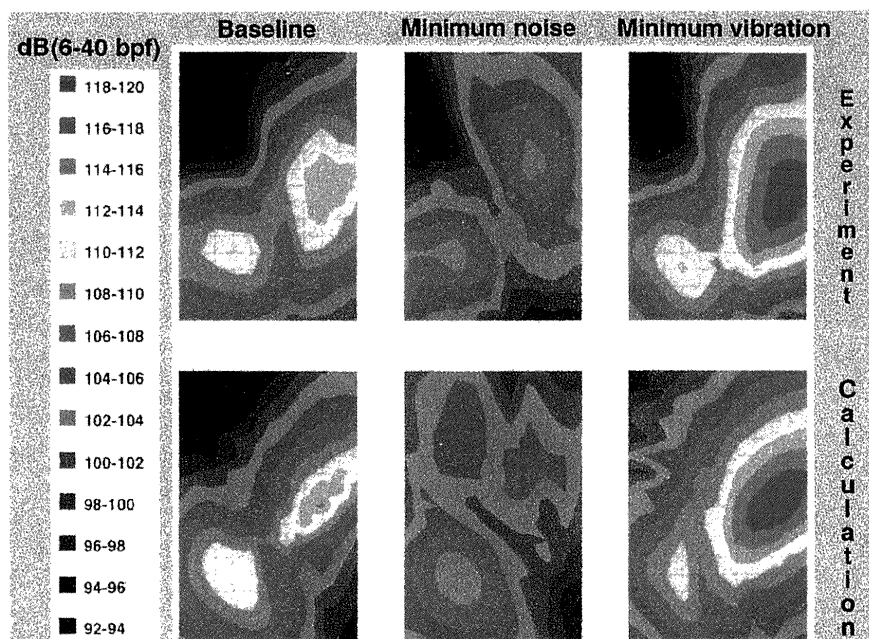


Fig. 18 – Influence of HHC on noise contours.  
Computations by ONERA and noise measurements in DNW.

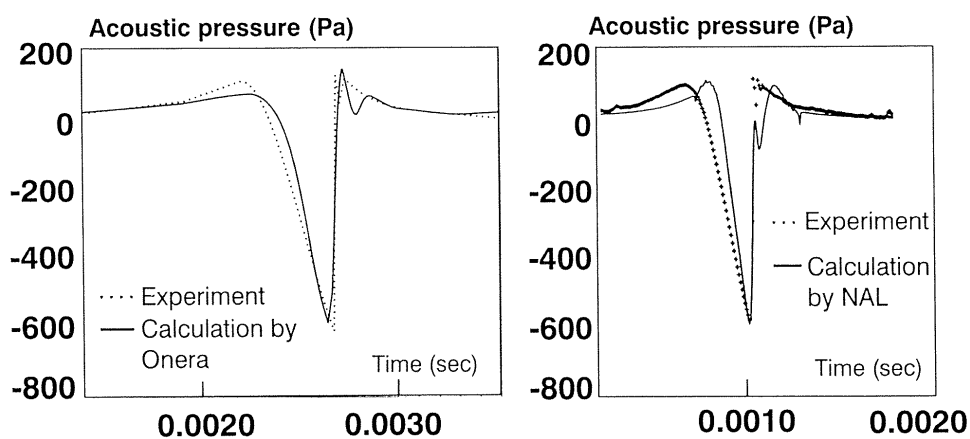


Fig. 19 – High Speed Impulsive noise signatures for a UH-1H model rotor in hover for  $M_{\omega_R} = 0.9$ .

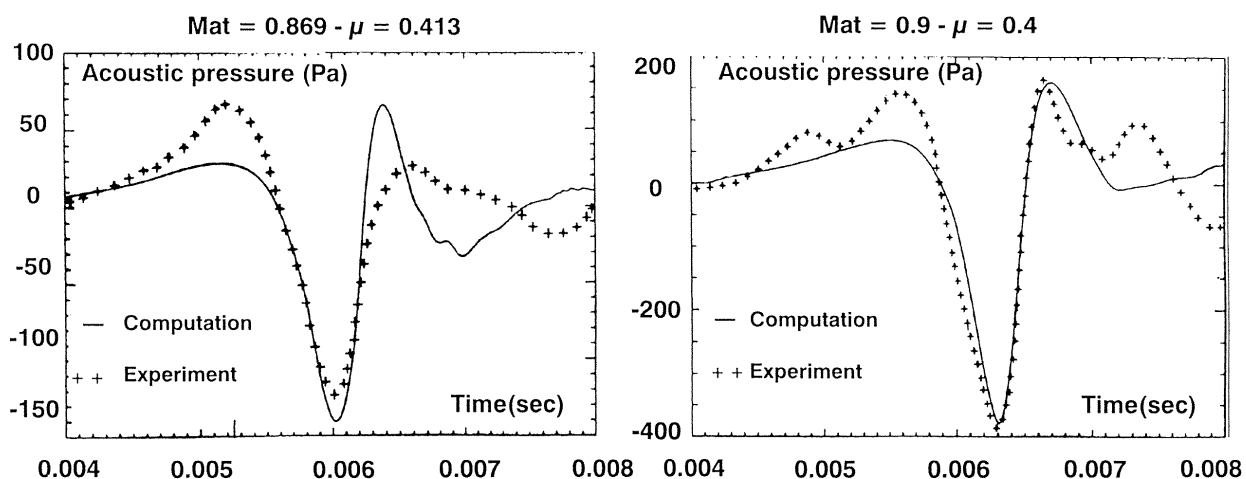
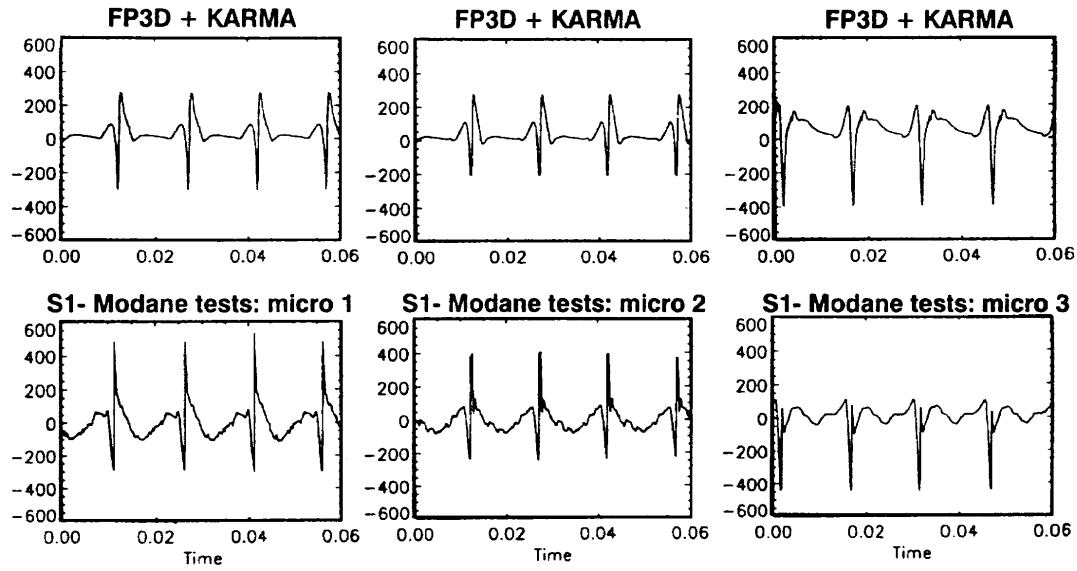


Fig. 20 – High Speed Impulsive noise signatures for a non-lifting rotor.  
Computation with FP3D and KARMA codes and experimental data obtained  
in the S2 Chalais ONERA wind-tunnel.



*Fig. 21 – High Speed Impulsive noise signatures for the 7A rotor.  
 Computation with FP3D and KARMA codes and experimental data  
 for  $\mu = 0.45$ ,  $C_L/\sigma = 0.0625$  –  $M_{AT} = 0.936$ .*



## 航空機エンジン内の3次元非定常流れ解析

平井健二<sup>\*1</sup>、児玉秀和<sup>\*1</sup>、野崎理<sup>\*2</sup>、菊地一雄<sup>\*2</sup>、西澤敏雄<sup>\*2</sup>、田村敦宏<sup>\*2</sup>、松尾裕一<sup>\*2</sup>

## Three Dimensional Unsteady Flow Analysis in Turbomachinery

by

Kenji Hirai<sup>\*1</sup>, Hidekazu Kodama<sup>\*1</sup>, Osamu Nozaki<sup>\*2</sup>, Kazuo Kikuchi<sup>\*2</sup>, Toshio Nishizawa<sup>\*2</sup>, Atsuhiko Tamura<sup>\*2</sup>, Yuichi Matsuo<sup>\*2</sup>

## ABSTRACT

A three-dimensional time-accurate Reynolds-averaged Navier-Stokes code has been extended for use in a parallel supercomputer called Numerical Wind Tunnel(NWT) developed by the Japanese National Aerospace Laboratory. The power of parallel supercomputer enables us to perform a more accurate computation of the unsteady flowfield within a multipassage configuration. The first step was to validate the CFD results using the experimental measurements of the stator-rotor configuration of a high pressure turbine. The CFD results also explained the flow mechanism appeared at the exit of the rotor. The second step was to investigate the flowfield with hot streak inflow of the high pressure turbine. Introduction of hot streaks in the analysis showed the effects of the relative circumferential positions on the hot streak distributions through the turbine stage, and also showed some features of temperature fluctuations on the rotor blade surface.

## 1. 概要

航空機エンジン内の圧縮機・タービン翼列周りの流れは、動静翼干渉、ディストーションの流入などの非定常現象を含んでおり、非常に複雑な流れになっている。それに対してこれまでの設計では、ある程度の成功を収めているものの、計算機の能力の制約のため、定常流を仮定した単翼での数値解析が主流であった。しかし、より高度な翼列設計のためには、エンジン構成要素間の干渉などの非定常現象の影響を評価し、最適化する必要がある。これに対して、動静翼干渉を扱う段解析などの非定常流の数値解析の研究は、これまでもいろいろと行われてきた。しかし、やはり計算機能力の制約のために、その多くは2次元解析や非粘性解析であり、また3次元粘性解析である場合も、翼枚数を大幅に変更して解析を行うなど、何らかの簡略化を行っている(Rao ら, 1992、S.Fan ら, 1995、D.J.Dorney ら, 1995、)。

航空宇宙技術研究所で開発された数値風洞(NWT)は、従来の計算機に比べて高速な演算処理能力、大容量のメモリーを持ち、3次元粘性非定常解析による現実的な流れを解析することを可能とした。著者らは、数値風洞を活用する非定常3次元粘性流れ解析用並列化コードを開発してきたが、今回は高圧タービンの単段解析を実施し、試験値と定量的に比較してその性能を確認した。また、その解析から、静動翼干渉のある非定常流れ場に関する知見を得た。さらに、燃焼器か

らのホットストリークを模擬した解析を実施し、実際のエンジン内で起きていると考えられる非定常現象に関する知見を得たので報告する。

## 2. 数値解法

## a. 計算スキーム

基礎方程式にレイノルズ平均した非定常3次元ナビエ・ストークス方程式を用い、乱流モデルとしては、Baldwin-Lomax の代数モデル(Baldwin ら, 1978)を使用した。解法は差分法を基礎とし、近似因子分解を用いて陰的に解いている。対流項は Chakravarthy and Osher の TVD スキーム(Chakravarthy ら, 1985)で評価し、粘性項は中心差分で評価した(松尾, 1991)。時間方向には Newton 反復によって精度を維持した。これまでの経験から、本論文での計算では全て4回の Newton 反復をとした。並列アルゴリズムとしては、各翼間に対して1計算機を割り当てた並列化を行った。

## b. 境界条件

上流境界で全温、全圧、流入角分布を与え、下流境界では静圧分布のみを与えている。翼面、ハブおよびケーシングなどの壁面ではノンスリップ条件および断熱壁を仮定している。静翼と動翼の段間では、軸方向に1格子重ねあわせており、また2次元の補間を避けるために、

<sup>\*1</sup> 石川島播磨重工業株式会社<sup>\*2</sup> 航空宇宙技術研究所

半径方向に格子線を一致させて周方向のみの線形補間を行っており、計算効率を上げている。この方法は保存性については十分で無い可能性があるが、計算結果と試験結果の比較により、精度への影響を考えるとすることとする。

### 3. 計算結果

#### (1) 一様流入の高圧タービン単段解析

##### a. 試験

解析対象はHYPRプロジェクトで開発された単段高圧タービンとした。本高圧タービンの設計目標値を表1に示す(真家ら, 1995)。また、試験装置図を図1に示す。図から分かるようにハブ径およびチップ径は一定である。また翼枚数は静翼 28 枚、動翼 57 枚となっている。計測については、まず静翼上流で固定計器による全温および全圧計測を行った。また、動翼下流で周方向および半径方向のトラバース計測により、全温、全圧、流れ角分布を得た。この動翼下流での周方向の分布が静翼の流れ場の影響を表わしていることになる。

##### b. 解析

解析では計算機の負荷を減らすために、動翼の枚数を 56 枚と仮定し、静翼と動翼の枚数比を 1 : 2 とした。その結果、静翼 1 枚と動翼 2 枚を 3 PE (要素計算機) によって並列計算することとした。この仮定によるピッチコード比やアスペクト比に対する影響は小さいものとして無視できる。格子形状は図2に示すとおりH型格子で、数値的な反射を避けるために、上流および下流に大きく伸ばした格子とした。格子点数は静翼・動翼ともに  $119 \times 51 \times 61$  (流れ方向×周方向×半径方向) であり、3翼間合わせた総格子点数は約 110 万点になる。また、動翼のチップクリアランス部は単一格子型により簡便に考慮しており、半径方向に5点配置している。格子依存性については、上記の格子に対してピッチ方向に2倍の格子、スパン方向に1.5倍の格子について解析し、同様の結果が得られることを確認した。動翼後流での時間平均量を評価するには、上記の格子点数で十分であると考えらる。

時間刻み幅については、動翼が静翼1翼間を通過するのに400イタレーションかける程度にしており、これは実時間に直すと  $7.57 \times 10^{-7}$  となる。これ以上粗い時間ステップでは発散し、またこの1/2倍程度の時間ステップでも解に大きな変動は無かった。解の周期性を残差

の収束履歴により確認すると(図3)、約3000イタレーション計算したところから残差に周期性が出始めており、6000イタレーション付近の1周期分の結果を用いて評価を行った。

動翼内の静翼ウェイクの輸送を見るために、ミッドスパンでの絶対全温分布の瞬時値を図4に示す。試験結果との直接の比較を行うために、エントロピではなく全温で表示した。静翼のウェイクが動翼の前縁でカットされ、動翼流路内で動翼の負圧面側に集まり、周期的に動翼後流に放出されている様子が分かる。この静翼ウェイクの塊が通過する場所が、全温の高い領域を形成する。

動翼後流の計測位置において、時間平均した絶対全温分布を図5に示す。試験結果と計算結果は、静翼のウェイクの現れている位置や、高温領域、低温領域の位置が、定性的によく一致していることが分かる。試験結果で現れているハブ付近の低い全温領域および80%スパン付近の高い全温領域などが計算結果にも現れている。静翼のウェイクについては、動翼の後流で全温の高い領域としてはっきりと現れている。静翼のウェイクの中では主流と比較してスワール成分が小さく、動翼で吸収される仕事小さいため、静翼のウェイクは動翼の後流では全温の高い領域として現れる。

定量的な評価のために、動翼後流ミッドスパン位置での全温、全圧およびスワール角の周方向分布を図6に示す。試験結果と計算結果は全温、全圧およびスワール角とも良く一致しており、全温の場合を例にとると、その予測誤差は最大で0.5%程度である。静翼ウェイクと動翼の非定常な干渉の結果として現れるこの周方向の起伏のある分布を計算は良く再現しているが、静翼のウェイクによる全温および全圧のピークが試験値よりも鋭く出ており、Baldwin-Lomax 乱流モデルを用いていることによって、ウェイクの散逸がやや過小評価されている可能性がある。さらに今後の課題として、非定常データ自体を用いた本コードの検証が必要である。

また、同じく動翼後流の計測位置において、時間平均および周方向算術平均した全温、全圧、スワール角のスパン方向分布を図7に示す。試験値と計算値は、チップ付近にやや差がみられるものの、定量的に良い一致を示している。前述の周方向分布と合わせて、半径方向分布も試験結果と良い一致を示していることで、本解析コードが設計に有効な情報を与えることのできる解析精度を持つと評価できる。ただし、チップ付近の予測誤差については、チップクリアランス流れの予測精度の影響が考えられ、チップクリアランス部の格子を複合格子

型にするなどして、その原因をつきとめていく必要がある。

## (2) ホットストリークの流入する高圧タービン単段解析

エンジン形態では高圧タービンには燃焼器からのホットストリークが流入し、タービン性能に影響を及ぼす。例えばタービン翼の冷却設計には、ホットストリークの影響を考慮した翼面温度分布などが有用な情報となる。また、ホットストリークによる温度ディストーションの高圧タービン内での減衰なども、後段の低圧タービンの設計には必要な情報となる。Baldwin-Lomax 乱流モデルでは、正確にディストーションの減衰を議論するのは難しいかもしれないが、前項で述べたように動翼内を通過する静翼ウェイクの予測結果から、ある程度の予測は可能であると考えられる。本エンジンではインジェクター、静翼および動翼の枚数比が約4:7:14となるため、静翼7枚と動翼14枚に対して、流入境界条件としてインジェクターの影響を考えた全温分布を与えて解析を実施した。具体的には、インジェクターから流入するホットストリークは、主流に比べて約15%のピークを持つ円形の高温領域で、またその中心がミッドスパンになるように流入境界面上に配置した。したがって21PEの並列計算となった。

解析格子は一樣流入条件の計算で用いたものと同じ格子を用い、21翼間の総格子点数は約760万点となった。時間刻み幅についても、一樣流入条件のときと同じにした。

ミッドスパン位置におけるある瞬間の等全温線図を図8に示す。ホットストリークと静翼の相対位置は場所によって変化している。図中の一番右のホットストリークは静翼正圧面に当たり、その隣のホットストリークは静翼負圧面に当たっており、残りの2つは静翼翼間に流入するようになっている。図9に静翼入口、静翼後縁、動翼出口での時間平均した絶対全温分布を示す。わかりやすくするために、静翼の前縁の位置をハブからケーシングへの直線で表し、ミッドスパンの位置を点線で表している。静翼後縁でみると、静翼の正圧面に当たったホットストリークは、静翼の2次流れによってミッドスパンからハブの方へ移送されていることが分かる。一方、その他のホットストリークはあまり半径方向に移送されていない。また、ホットストリークの形状は、静翼入口と静翼後縁であまり変化が見られないことが分かる。温度ディストーションの強さについては、静翼流路内でもピーク値は下がるが、温度分布の変化は全体的に少ない。動翼流路内では、非定常現象の影響により、温度ディストーションのピークが若干残る

程度まで一気に拡散されている。

図10にミッドスパンにおける動翼翼面上の時間平均した静温分布について、一樣流入条件の場合とホットストリーク流入条件の場合の比較を示す。ここで、静温は動翼入口の相対全温で無次元化されている。ミッドスパン付近にホットストリークが流入しているため、翼面温度は一樣流入に比べて平均的に高くなるが、負圧面では一樣に温度が高いのに対し、正圧面では翼の前半部のみで温度が高くなる傾向がある。

動翼面静温の非定常的な挙動を図11に示す。この図から、非定常性については、負圧面側の方が正圧面側よりも大きいことが分かる。また、負圧面側の温度変動は、ホットストリーク通過による周波数の影響が支配的であり、正圧面側の温度変動は静翼ウェイクの通過による周波数の影響が支配的であることが分かる。

## 4. まとめ

非定常3次元粘性流れ解析用並列化コードを高圧タービン単段解析により検証し、その性能を確認した。また、ホットストリークの流入する解析を実施し、非定常現象に関する知見を得た。

## 参考文献

- Baldwin, B.S., and Lomax, H., 1978, "Thin-Layer Approximation and Algebraic Model for Separated Turbulent Flows", AIAA-78-257, 1978
- Chakravathy, S.R. and Osher, S., "A New Class of High Accuracy TVD Schemes for Hyperbolic Conservation Laws," AIAA 85-0363, 1985
- Dorney, D.J., and Schwab, J.R., "Unsteady Numerical Simulations of Radial Temperature Profile Redistribution in a Single-Stage Turbine", ASME 95-GT-178, 1995
- Fan, S., Lakshminarayana, B., "Time Accurate Euler Simulation of Interaction of Nozzle Wake and Secondary Flow with Rotor Blade in an Axial Turbine Stage using Nonreflecting Boundary Conditions", ASME 95-GT-230, 1995
- Matsuo, Y., "Computations of Three-Dimensional Viscous Flows in Turbomachinery Cascades", AIAA-91-2237, 1991
- Maya, T., Yamawaki, S., Yasuda, M., Chiba, K., Kobayashi, K., Kawakubo, T., "Test results of High Performance Turbo Components", Second International Symposium on Japanese National Project for Super/Hypersonic Transport Propulsion System, 1995
- Rao, K.Y., Delaney, R.A., and Dunn, M.G., "Vane-Blade Interaction in a Transonic Turbine Part I - Aerodynamics", AIAA 92-3323, 1992
- Rao, K.Y., Delaney, R.A., and Dunn, M.G., "Vane-Blade Interaction in a Transonic Turbine Part II - Heat Transfer", AIAA 92-3324, 1992
- Takahashi, R.K., Ni, R.H., Sharma, O.P., Staubach, J.B., "Effects of Hot streak Indexing In a 1-1/2 Stage Turbine.", AIAA 96-2796, 1996



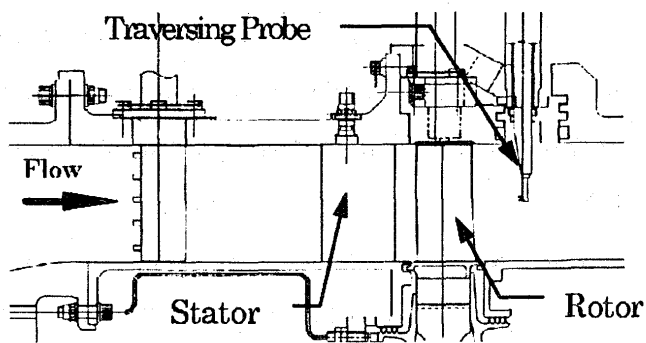


図1 単段HPタービン試験装置図

表1 Target Design Value of HP Turbine

Parameter	Design Value
Mass Flow Rate kg/s	194.5
Inlet Total Pressure kPa	1000.3
Inlet Total Temperature °C	1700 Level
Pressure Ratio	2.7
Adiabatic Efficiency %	90

- Based on report by T.Maya et al.(1995)

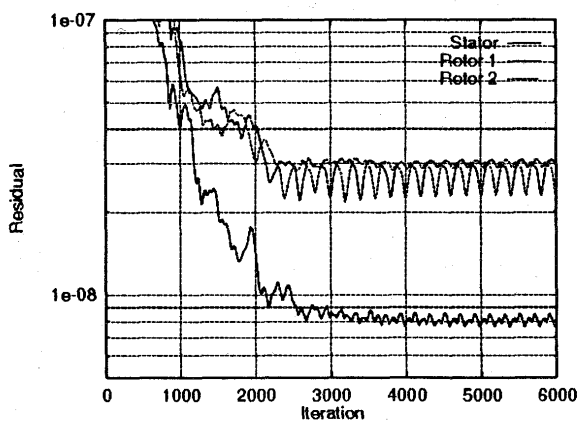


図3 残差収束履歴

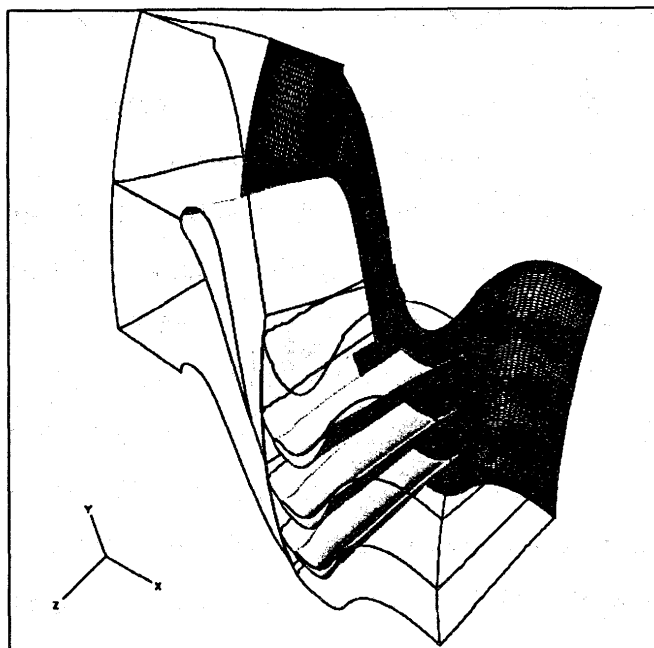


図2 単段HPタービン解析格子図

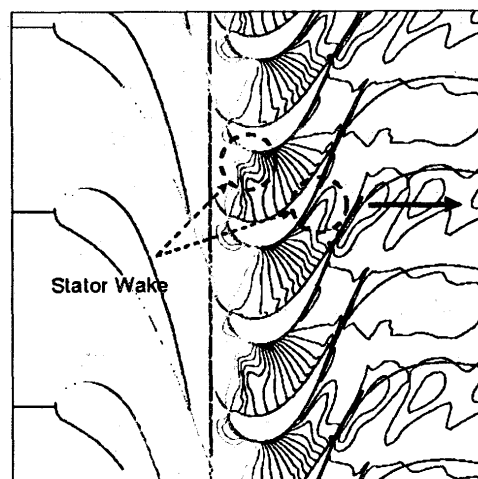
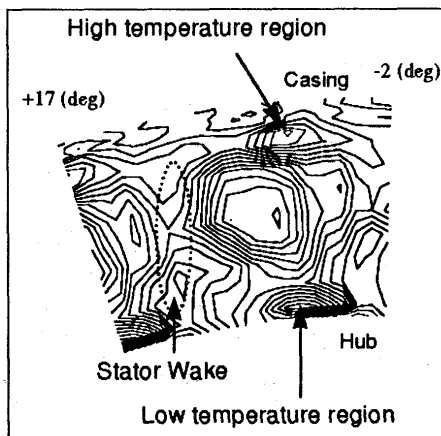
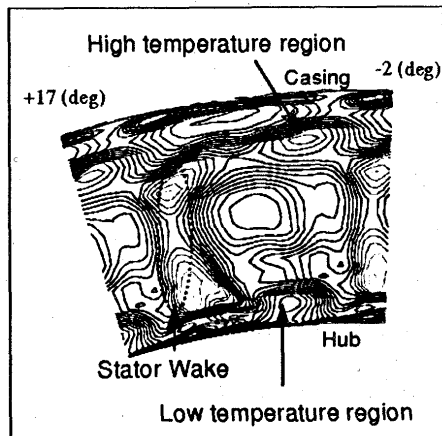


図4 ミッドスパンでの絶対全温コンター図(瞬時値)



(a) 試験値



(b) 計算値

図5 動翼後流で時間平均した絶対全温コンター図の比較

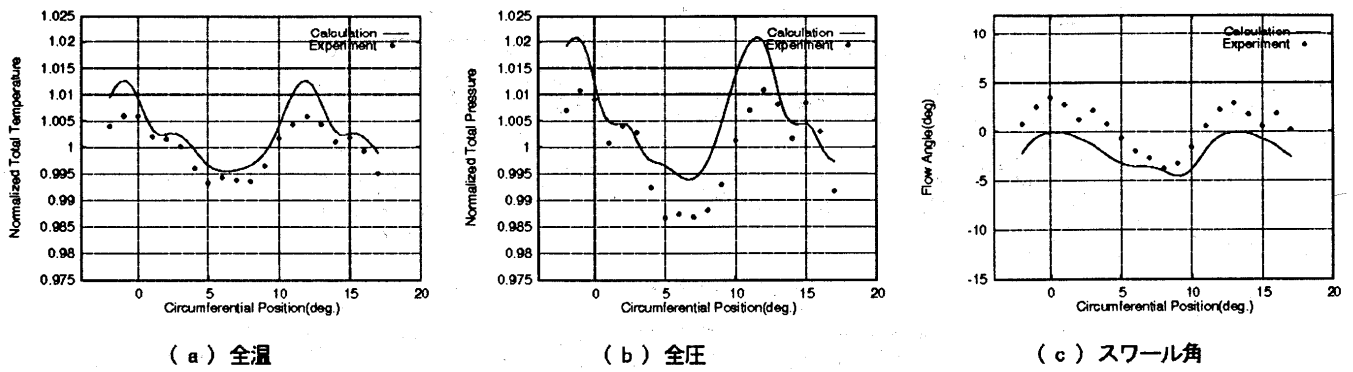


図6 動翼後流ミッドスパン位置で時間平均した各物理量の比較

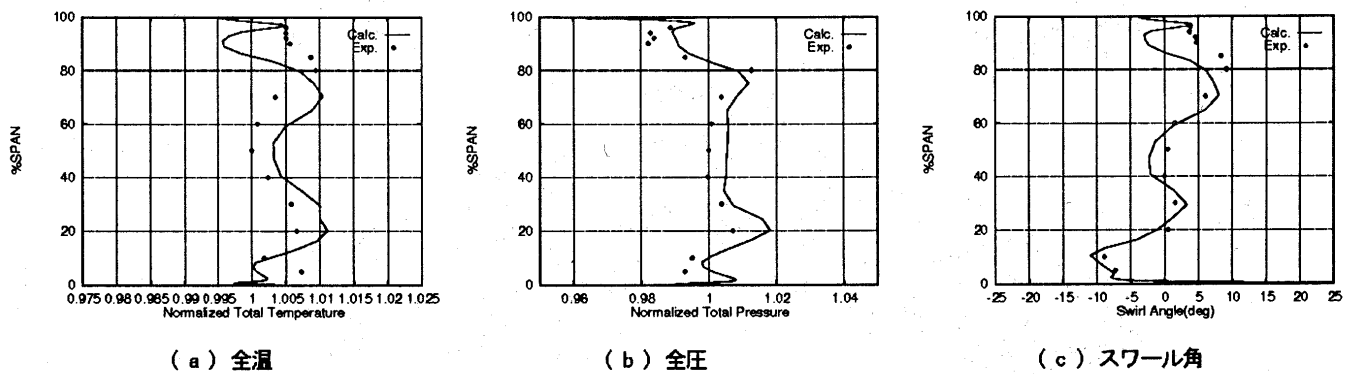


図7 動翼後流で時間平均および周方向平均した各物理量のスパン方向分布の比較

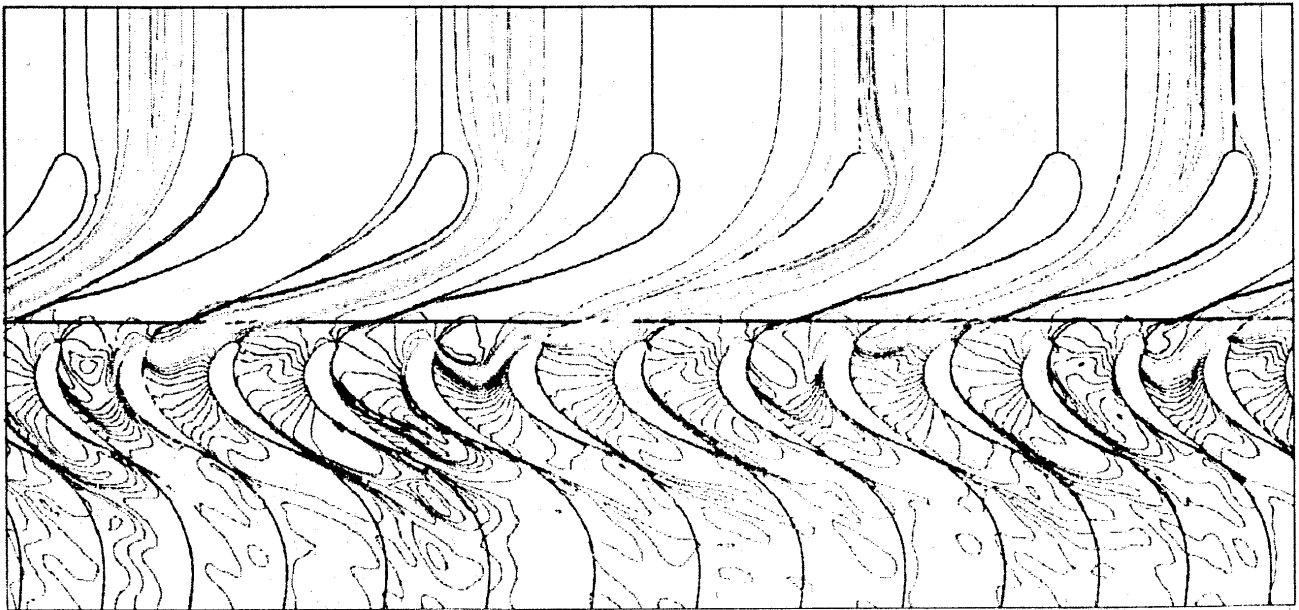


図8 ホットストリーク流入時のミッドスパンでの絶対全温コンター図 (瞬時値)

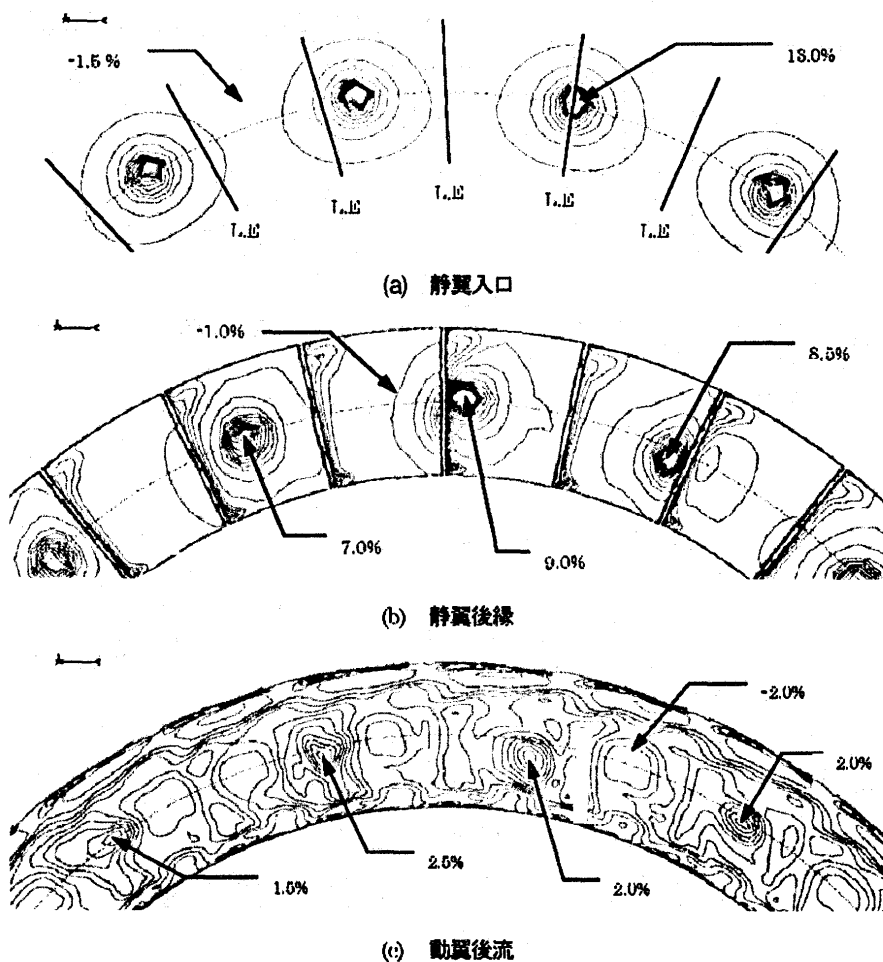


図9 ホットストリーク流入時の時間平均した絶対全温コンター図 (後視)

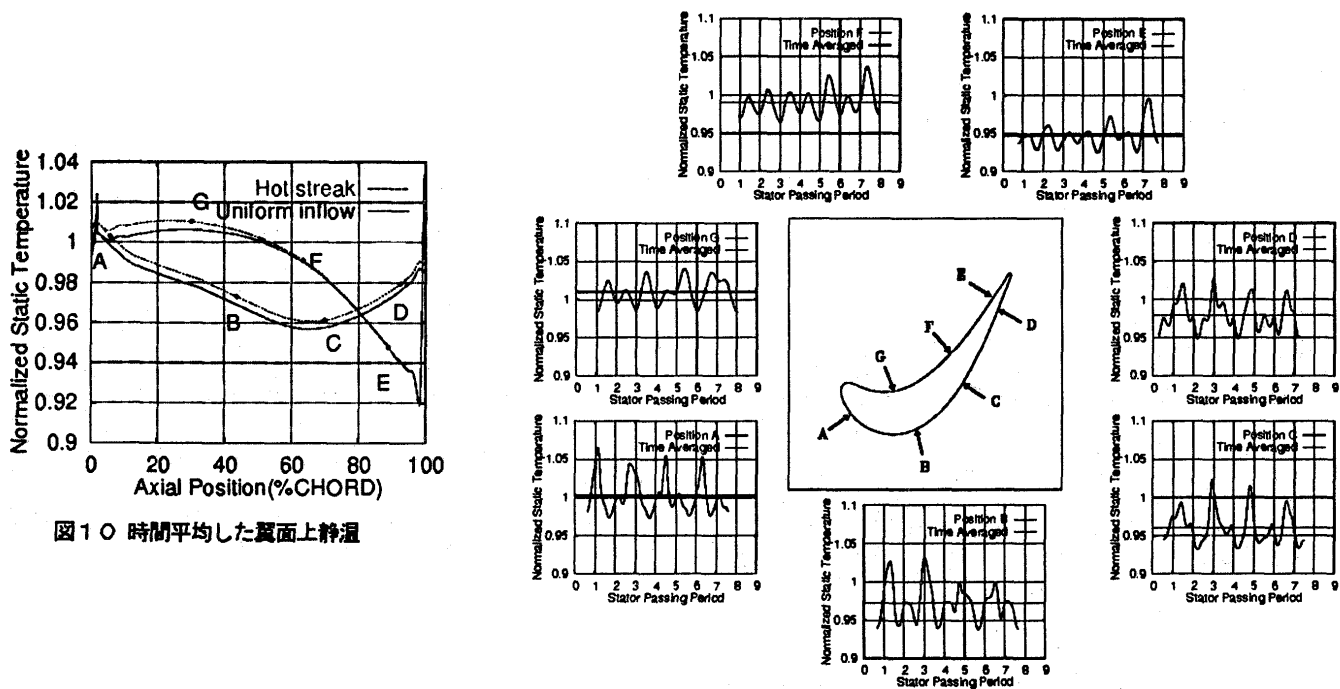


図10 時間平均した翼面上静温

図11 動翼翼面上の静温の時間変化

# 低アスペクト比翼列内部流動解析

堤 雅徳 平野 雄一郎 (三菱重工)  
田村 敦宏 菊地 一雄 野崎 理 西澤 敏雄 (航技研)

Flow Analysis in a Low Aspect Ratio Cascade

by

Masanori Tsutsumi, Yuichiro Hirano (MHI)  
Atsuhiko Tamura, Kazuo Kikuchi, Osamu Nozaki, Toshio Nishizawa (NAL)

## ABSTRACT

Flow in the low aspect ratio turbine cascade is highly three-dimensional, and considerable amount of total pressure loss is produced because of strong interaction between two secondary flow vortices at the midspan. In this study, the secondary flow in a high pressure steam turbine blade row is numerically analyzed by a 3-D compressible Navier-Stokes code using high accuracy upwind TVD scheme (CAS3DM). The calculation results are compared with experimental data measured using five-hole Pitot tube.

### 1. はじめに

蒸気タービン高圧部に用いられる翼列は、高温・高圧という材料・強度的に非常に厳しい条件下において高負荷作動を要求されることから、翼幅に対する翼高さの比（アスペクト比）が小さい。このような低アスペクト比翼列では、ハブ側・シュラウド側の両翼端壁において発生する2次流れ渦が相互に干渉し、複雑な三次元流れ場が形成されることが知られている。

本研究では低アスペクト比翼列流動解析コードの開発を目的として、蒸気タービン段落中最も上流側の高温・高圧部に位置する高負荷段落（調速段）の動翼を対象に粘性流動解析を実施し、翼列試験による内部流動計測結果との比較を行った。

### 2. 実験結果

#### 2.1 5孔ピトー管による計測

##### (1) 計測装置

計測は75PSブロアを空気源とする吹き出し式低速風洞で行い、大気解放となっている風洞出口部に供試翼列を設置して、翼列に対して60 m/sの一樣流を与えた。

計測に使用した5孔ピトー管は先端径が1.2mmと極めて細いことから、高い空間分解能を持ち、翼列内部の詳細な流動計測が可能である。<sup>[1]</sup>

図1に供試翼列と計測断面を示す。計測対象は、調速段と呼ばれる蒸気タービン最上段の動翼として用いられる高負荷翼列であり、翼列内部・後流の計4断面について計測を実施した。

### (2) 計測結果

計測データから各点の局所全圧、静圧及び図2に示す流れ角 $\alpha$ ,  $\gamma$ を算出し、図3に示すように定義される二次流れ速度ベクトルの分布及び損失分布を求めた。結果を図4に示す。

・A断面では、翼端壁と翼背面とのコーナ部に、一般に「通路渦」と呼ばれる縦渦が存在する。通路渦とは翼端壁面上に発達する境界層が翼前縁に衝突する際に発生する馬蹄渦が翼腹側へのび、翼端壁面付近のクロスフローによって隣接翼背面側へ運ばれつつ成長したものである。また、通路渦に掃き出されるように、小さな損失域がみられる。

翼高さ	48 mm
翼幅	89 mm
流入角	28°
流出角	20°

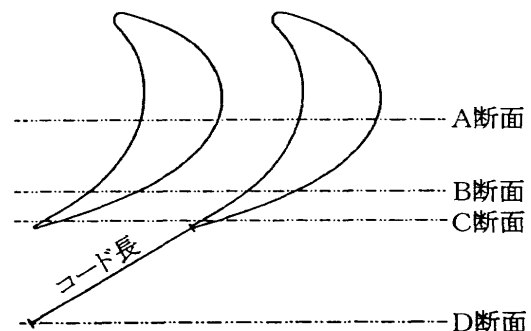


図1 計測断面

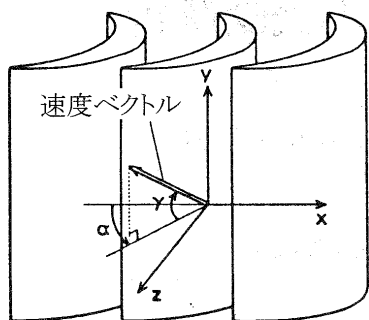
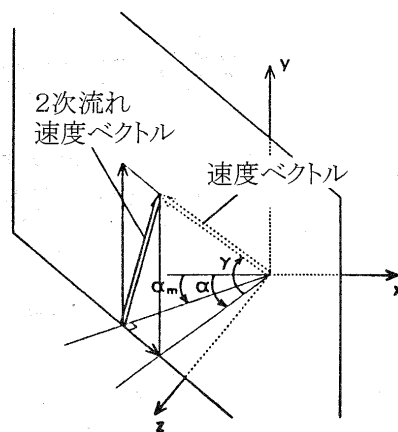
図2 流れ角 $\alpha, \gamma$ の定義

図3 2次流れ速度ベクトル

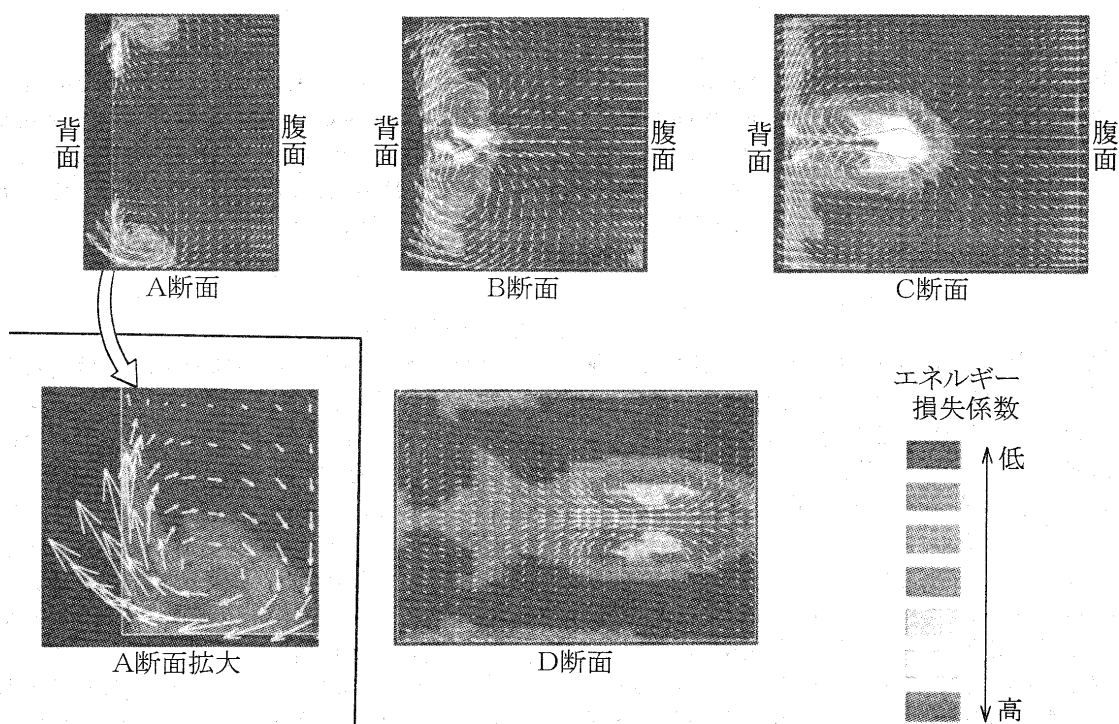


図4 翼列内部損失分布及び2次流れパターン (実験)

- ・ B断面では、両翼端の通路渦同士が互いに接近して中央翼高さ付近で干渉し、高損失域を形成している。
- ・ C断面～D断面では、干渉した通路渦が対になって翼列ピッチ方向へと移動している。この結果、流路内に主流部分はほとんどなくなり、干渉によって発生した損失域は、流路全体に拡散していく。

## 2.2 スモークワイヤ法による可視化

図5に翼列上方からの撮影結果を示す。<sup>[2]</sup> 翼前縁部に衝突した翼端壁近傍の流れは翼端壁側へ巻き込まれ、翼背面・腹面の両側に馬蹄渦を形成している。腹面側の馬蹄渦は翼端壁付近のクロスフローによって隣接翼背面側へと流され、通路渦に

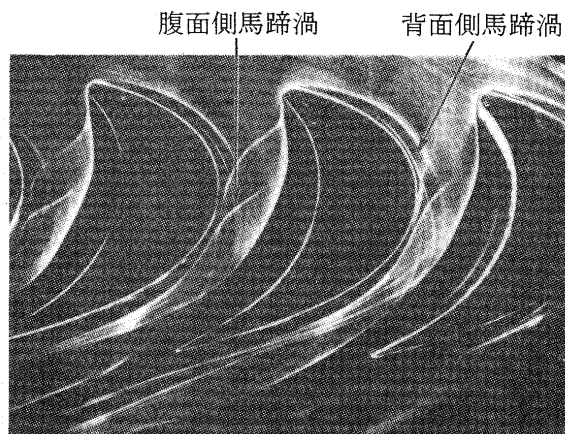


図5 翼端壁近傍の2次流れ可視化

成長している。翼背面の馬蹄渦は、通路渦の発達に伴って中央翼高さ方向へと押し出されている。

図6に翼列内部の2次流れ渦の断面を可視化した例を示す。アスペクト比が大きい場合には、背面側馬蹄渦と腹面側馬蹄渦はお互いに隣接し一対の渦となり上下壁では離れている。一方、アスペクト比が小さい場合には背面側馬蹄渦は上下壁からの通路渦同士に挟まれ変形しており強く干渉していることが分る。

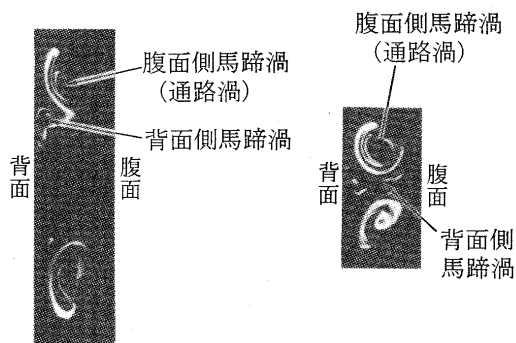
### 3. 数値解析

#### 3.1 解析法

解析には翼列内部流解析コード CAS3DM を使用した。CAS3DM の特徴は以下の通り。

- ・離散化 Chakravarthy-Osher 型 TVD 法<sup>[3]</sup>
- ・時間積分 ADI 法
- ・乱流モデル Baldwin-Lomax 代数モデル

尚、CAS3DM では段落解析も可能であるが、今回は動翼翼列のみの解析とした。



高アスペクト比      低アスペクト比  
図6 翼通路内部の2次流れ渦可視化

#### 3.2 解析格子

解析対象とした翼列は図1の調速段であり解析格子を図7に示す。今回は静止翼列試験結果との比較を行う目的から作動流体は空気とし、回転数を0とした解析を行った。格子は代数的に作成したH型格子を翼高さ方向にスタックしたもので、格子点数は(流れ方向) × (ピッチ方向) × (翼高さ方向) =  $97 \times 50 \times 50$  である。また解析対象はシュラウド付動翼であり、チップクリアランスは与えていない。

また境界条件として流入境界で全圧・全温・流入角を、流出境界では静圧を固定した。この際翼列上流で発達する前流境界層を模擬するため、翼端壁面上に翼高さの5%程度の全圧欠損域を与えた。

#### 3.3 解析結果及び考察

図8に翼列内部のエネルギー損失分布及び2次流れパターンの解析結果を実験と比較して示す。解析結果より上流側のA断面では上下壁の2次流れ渦は離れており下流にゆくに従い渦が大きく発達

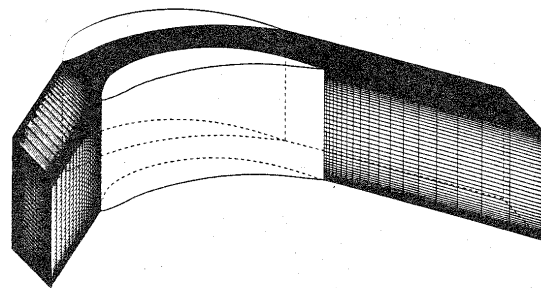


図7 計算格子

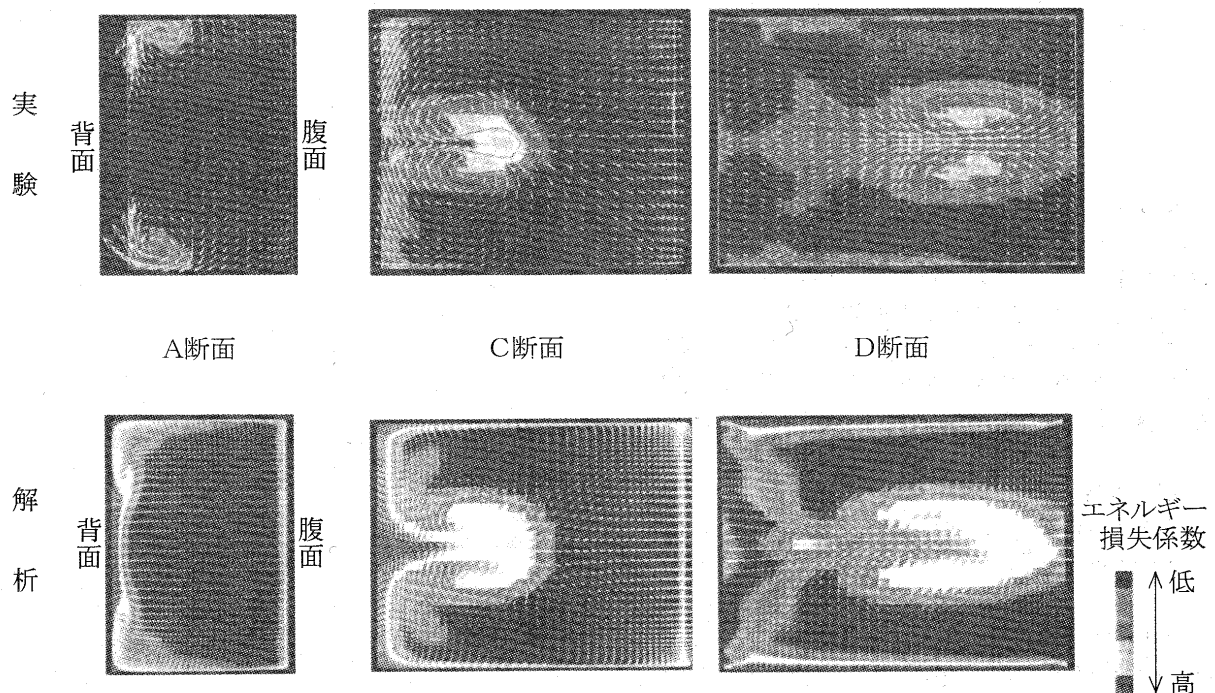


図8 翼列内部損失分布及び2次流れパターン (解析と実験の比較)

し、翼通路中央近傍で互いに干渉している様子が明確に捕えられており、損失分布の傾向や2次流れフローパターンは実験結果とかなり良く一致している。

ただし、とくに翼背面近傍において損失の絶対値が解析では大きく計算されており、全体的にも実験結果に比べレベルが高い。

図9に翼列後流における翼高さ方向損失分布の実験結果との比較を示す。損失の定量的不一致は翼高さ中央部で特に大きくなっている。

本解析で使用した Baldwin-Lomax 乱流モデルは2次元乱流境界層の速度分布に基づいたもので、今回対象とした流れの強い3次元性が損失の定量的不一致の一因と考えられる。

また、本解析では翼通路中央部で渦が干渉するような流れ場を捕える目的から流路中央付近でもかなりの格子点数をとっており、相対的に翼面・翼端壁面近傍の格子は若干粗くなっている。そのため、壁面における格子粘性によって発生した損失が渦によって翼高さ中央に運ばれ損失レベルを高くしていることも考えられる。

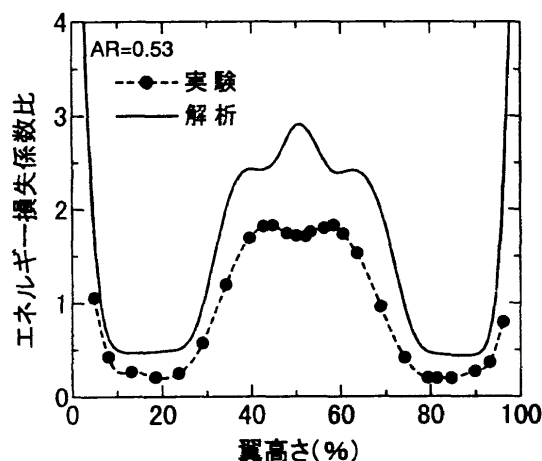


図9 翼高さ方向損失分布

#### 4. まとめ

蒸気タービン調速段動翼を対象に三次元粘性流動解析を行い、実験結果との比較を行った。翼高さ中央部での2次流れの干渉を含むフローパターンはかなりよく実験結果と一致しており、設計ツールとしての有用性を確認した。今後の課題として、損失絶対値の予測精度向上が挙げられる。

#### 5. 参考文献

- [1] A. Yamamoto, "Production and Development of Secondary Flows and Losses in Two Types of Straight Turbine Cascades", *Journal of Turbomachinery*, Vol. 109, 1987.
- [2] C. H. Sieverding, "The use of coloured smoke to visualize secondary flows in a turbine-blade cascade", *J. Fluid Mech.*, Vol. 134, 1983.

- [3] S. R. Chakravarthy and S. Osher, "A New Class of High Accuracy TVD Schemes for Hyperbolic Conservation Laws", *AIAA Paper 85-0363*, 1985.

# 航空用燃焼器内部流れの数値シミュレーション

牧田 光正 (航技研)

## Numerical Simulation of Internal Flow in Aircraft Engine.

by

Mitsumasa Makida

National Aerospace Laboratory

### Abstract

A parallel numerical simulation code for three-dimensional spray combustion in an aircraft combustor has been developed. In this code, the Euler equations are used for the droplet phase assuming a continuous fluid, and the full Navier-Stokes equations are applied for the gas phase. Both phases are connected through mass, momentum and energy exchange equations, and solved simultaneously. The droplet phase has a radius distribution, and is divided into five groups of different initial radius, and they are treated as individual phases. And vaporization and combustion of fuel droplets are included in the calculation. Both phases are solved by the finite difference method, and the Harten-Yee's explicit non-MUSCL modified-flux type TVD scheme is applied to convective terms and the central difference scheme is to viscous terms of the gas phase.

On the other hand, because the phenomena of spray combustion are complicated over the whole combustor, minute simulation requires fine calculation grid, and it takes large computational memory and time. So, to extend the code to three-dimension, we used parallel calculation method to divide calculation region and gas-liquid phases, and treated them on each processor element (PE). And we numerically simulated a model flow field of liquid fuel combustor by a parallel super computer NWT (Numerical Wind Tunnel) in our laboratory.

## 1 はじめに

航空用エンジンでは燃料として炭化水素系の液体燃料を用いており、燃焼器内部の流れ場は燃料噴霧を含んだ複雑な気液混相流となっているため、測定のみによって全体と細部を同時に把握することが困難となっており、これを補うために従来から数値シミュレーションによる解析的な研究が行われており、特に近年の計算機の発達も助けとなって、比較的大規模な解析も行われてきている。しかし扱うべき現象が全体に渡って複雑であるので、詳細な数値シミュレーションを行うには綿密な計算格子系を用いる必要があり、膨大な計算機メモリ容量と計算時間を要するため、従来の計算プログラムでは扱い難かった。著者らはこれまでも2次元場における燃料噴霧の挙動を解析する計算コードの開発を手がけており[1]、本研究ではそのコードをもとに3次元に拡張するために、計算領域の分割及び気体と液体燃料の相分割を行い、それぞれを別々の計算機で並列的に扱うことの出来る計算コードを開発し、航技研が所有する大型並列計算機(NWT)により液体燃料燃焼器を模擬した流れ場の数値シミュレーションを行ったので、これを報告する。

## 2 数値シミュレーションの手法

### 2.1 計算モデル

噴霧の数値シミュレーションを行う場合、大きく分けて2種類の手法がある。1つは個々の液滴あるいは代表液滴の運動方程式を直接解くことによってその軌跡を追跡するLagrange法であり、もう一方は液滴粒子群を連続流体として扱うEuler法である。本研究ではEuler法を採用し、気相及び液相から成る2流体の混相流として扱う。この手法に対する研究はこれまでも幾つか行われており、今回用いた手法も基本的な考え方はそれらと共通している。

特に本研究では図1に示すように、異なる粒径を持つ5個の液相のグループを考えてそれぞれを個々の連続流体として扱い、それらの数密度の比率に分布を持たせることにより液相全体としての粒径分布を与えている。図中の4角形は1つの計算格子を表しており、格子中の個々の液滴の物性値の総和が、1つの格子における液相の物性値となる。例えばjグループの液相の密度 $c_{lj}$ は次式のように粒子(半径 $r_{lj}$ 、物質密度 $m_{lj}$ )1個当たりの質量に、単位積当たり存在する液滴粒子の数密度 $N_{lj}$ を乗じることによって得られる。こうして得られた物性値は1つの格子の中では一様であるとする。



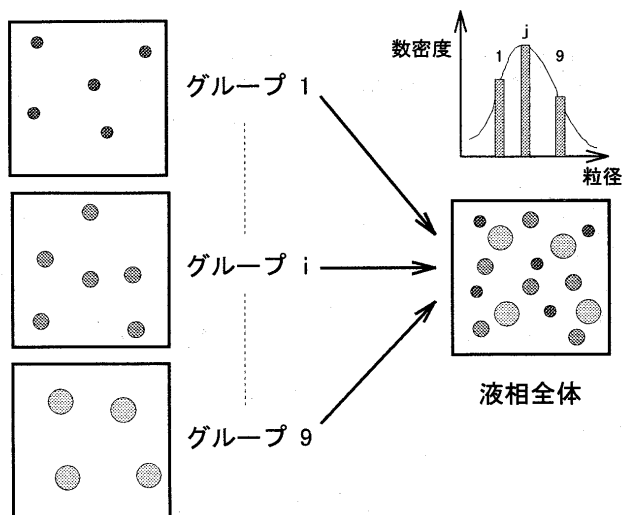


図1：粒径分布を伴った Euler 法

$$c_{ij} = \frac{4}{3} \pi r_{ij}^3 m_{ij} \times N_{ij} \quad (1)$$

これらのモデル化のもとに気液二相流としての噴霧の燃焼現象を完全にシミュレートしようとするとは非常に複雑な式が必要となり、それに伴って膨大な計算時間を必要とするため、ここでは簡略化のために以下の仮定を行う。また本研究の段階では液滴の蒸発・燃焼に対しては出来るだけ簡単なモデルを用いており、特に化学反応のモデルは今後の拡張性のために組み込んである程度であるので、着火遅れなどの燃焼特性の予測には大幅なずれが生じていると考えられる。今後はこれらの仮定を徐々に取り除くことにより、段階的に計算モデルを拡張していく予定である。

1. 液体燃料は n-Hexane  $C_6H_{14}$  の単一成分である。
2. 気相は主流中の  $N_2$ 、 $O_2$  及び蒸発によって生成される n-Hexane  $C_6H_{14}$  及び化学反応によって生成される  $CO_2$ 、 $H_2O$  の 5 種の気体で構成される。
3. 混合気体の構成成分と液滴の質量の和は全体として保存される。
4. 気体は半完全気体であるとする。即ち比熱は温度の多項式で表されるが、状態方程式には理想気体のものを用いる。
5. 液滴粒子群の体積は気体に比べて十分小さいと考え、互いに衝突しないとする。
6. 液滴粒子は球形で、表面は滑らかであり変形や粉砕はされない。また液滴粒子の内部の物性値の分布は一様とする。
7. bulk viscosity、Soret 効果、Dufour 効果は無視し、重力も無視する。
8. 化学反応は気体中でのみ起こり、1 段階反応とする。液体燃料も気化してから燃焼する。また液滴の蒸発はいわゆる“ $d^2$ -法則”に従う。

## 2.2 並列化について

今回用いた計算手法は全述の通り、5 成分の混合気相と 5 グループからなる液相を同時に解くため、通常の流体計算に比べて大量の計算機メモリを消費する。すなわち、こ

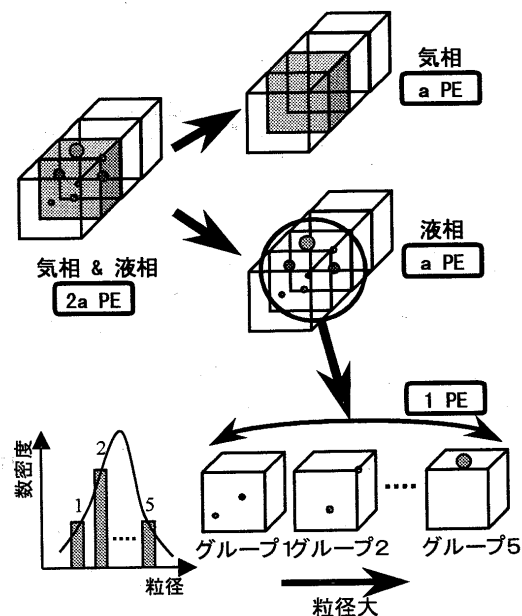


図2：計算領域分割・相分割による並列化

れらを 1 台の計算機で解こうとすると、メモリの制約のために計算格子点数を多く取ることが出来なくなる。この問題点を解消するために、本研究では当研究所所有の大型並列計算機 NWT (Numerical Wind Tunnel) を用いて並列計算を行うことを目的として、プログラムを NWT 用並列化言語 NWT-Fortran で記述し、気相と液相の計算をそれぞれ別々の計算機要素 (PE: Processing Element) で行った。これにより 1 計算領域当たりの使用メモリ量及び計算時間を約半分にすることが出来た。さらに、複合格子系を用いて個々の計算格子系を別々の PE で計算することにより、メモリの制約を受けずに、かつ計算時間も大幅に増加させることなく、広い領域に渡って格子を細かく取ることが出来るようになった。

具体的には図 2 に示すように計算領域を 2 つの計算格子系に分け、それぞれの格子に対して気相と液相に PE を 1 台ずつ割り当て、合計 4 台の PE を用いて計算を行った。また液相の PE の中ではさらに粒径の異なる 5 つのグループに分けられている。将来的にはこれらもそれぞれ別々の PE で計算を行う予定である。

## 2.3 支配方程式

以上のモデリングのもとに、支配方程式を構成する。燃料噴霧においては液滴の蒸発により液相から気相への局所的な質量流束が生じるため、両相において圧縮性を考慮しなければならない。そのため、気相には熱拡散や気体種の拡散を含んだ 3 次元圧縮性 Navier-Stokes 方程式と気体種の保存式、液相には 3 次元圧縮性 Euler 方程式を適用する。これらの式をまとめてマトリックス形式で表すと、気相・液相それぞれについて以下の形になる ( $k = x, y, z$ )。式中で  $A_{ij}$ ,  $B_{ij}$ ,  $B_g$ ,  $\dot{m}_{v(i),j}$  を含んだ項は気相と液相の干渉項であり、後述する。ここで添字  $i$  は  $i$  種の気相、 $j$  は  $j$  番目のグループの液相を表す。また  $g$ ,  $l$  はそれぞれ気相・液相を示し、特に断らない限り  $g$  は省略されている。また、サメンション中の  $n$ ,  $n_l$  はそれぞれ気相・液相の流体種の数で、今回は共に 5 である。

## 気相の支配方程式

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \sum_k \frac{\partial E_k}{\partial k} = \sum_k \frac{\partial E_{vk}}{\partial k} + S + H \quad (2)$$

## 液相の支配方程式

$$\frac{\partial U_{lj}}{\partial t} + \sum_k \frac{\partial E_{ljk}}{\partial k} = H_{lj} \quad (3)$$

$$U = \begin{pmatrix} c_g \\ c_g u_x \\ c_g u_y \\ c_g u_z \\ e_g \\ c_g Y_i \end{pmatrix}, E_k = \begin{pmatrix} c_g u_k \\ c_g u_x u_k + \delta_{xk} P_g \\ c_g u_y u_k + \delta_{yk} P_g \\ c_g u_z u_k + \delta_{zk} P_g \\ (e_g + P_g) u_k \\ c_g Y_i u_k \end{pmatrix} \quad (4)$$

$$E_{vk} = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{xk} \\ \tau_{yk} \\ \tau_{zk} \\ u\tau_{xk} + v\tau_{yk} + w\tau_{zk} - q_k \\ \dot{m}_{ki} \end{pmatrix}, S = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \dot{\omega}_i \end{pmatrix} \quad (5)$$

$$H = \sum_{j=1}^{n_l} \begin{pmatrix} -c_{lj} A_{lj} \left\{ \begin{matrix} \sum_{i=1}^n \dot{m}_{v(i),j} \\ u_x - u_{lxj} \\ u_y - u_{lyj} \\ u_z - u_{lzj} \end{matrix} \right\} + \sum_{i=1}^n \dot{m}_{v(i),j} u_x \\ -c_{lj} A_{lj} \left\{ \begin{matrix} \sum_{i=1}^n \dot{m}_{v(i),j} \\ u_y - u_{lyj} \\ u_z - u_{lzj} \end{matrix} \right\} + \sum_{i=1}^n \dot{m}_{v(i),j} u_y \\ -c_{lj} A_{lj} \left\{ \begin{matrix} \sum_{i=1}^n \dot{m}_{v(i),j} \\ u_z - u_{lzj} \end{matrix} \right\} + \sum_{i=1}^n \dot{m}_{v(i),j} u_z \\ \sum_{i=1}^n \dot{m}_{v(i),j} \left( h_i - R_i T_g + \frac{1}{2} u^2 \right) - c_{lj} A_{lj} B_g \\ \dot{m}_{v(i),j} \end{pmatrix} \quad (6)$$

$$U_{lj} = \begin{pmatrix} c_l \\ c_l u_{lx} \\ c_l u_{ly} \\ c_l u_{lz} \\ e_l \\ N_l \end{pmatrix}_j, E_{ljk} = \begin{pmatrix} c_l u_{lk} \\ c_l u_{lx} u_{lk} + \delta_{xk} P_l \\ c_l u_{ly} u_{lk} + \delta_{yk} P_l \\ c_l u_{lz} u_{lk} + \delta_{zk} P_l \\ (e_l + P_l) u_{lk} \\ N_l u_{lk} \end{pmatrix}_j \quad (7)$$

$$H_{lj} = \begin{pmatrix} -\dot{m}_{v(i),j} \\ c_l A_{lj} (u_x - u_{lx}) - \dot{m}_{v(i),j} u_{lx} \\ c_l A_{lj} (u_y - u_{ly}) - \dot{m}_{v(i),j} u_{ly} \\ c_l A_{lj} (u_z - u_{lz}) - \dot{m}_{v(i),j} u_{lz} \\ -\dot{m}_{v(i),j} \left( h_l + \frac{1}{2} u_l^2 \right) + c_l A_{lj} B_l \\ 0 \end{pmatrix}_j \quad (8)$$

$$c_g = (1 - \epsilon) \rho_g, \quad c_g = \sum_{i=1}^n c_{gi}, \quad P_g = \sum_{i=1}^n c_{gi} R_i T_g \quad (9)$$

$$c_j = \epsilon_j m_l, \quad P_j = \frac{\epsilon_j}{1 - \epsilon_j} P_g \quad (10)$$

$$e_g = \sum_{i=1}^n c_{gi} h_i - P_g + \frac{1}{2} c_g u^2, \quad h_i(T_g) = \int_{T_0}^T C_{pi}(T_g) dT_g + h_i^0 \quad (11)$$

$$e_{lj} = c_{lj} h_{lj} - P_{lj} + \frac{1}{2} c_{lj} u_{lj}^2, \quad h_{lj}(T_{lj}) = h_{lj}(T_{lj}) - L_j(T_{lj}) \quad (12)$$

$$q_k = -\kappa \frac{\partial T_g}{\partial k} - c_g \sum_{i=1}^n D_i h_i \frac{\partial Y_i}{\partial k}, \quad \dot{m}_{ki} = c_g D_i \frac{\partial Y_i}{\partial k} \quad (13)$$

上式中で、 $\dot{\omega}_i$ は気体種の生成速度、 $L$ は蒸発潜熱を表す。その他の記号の詳細については参考文献[1]を参照のこと。

また $\epsilon$ は単位体積中で液滴粒子が占める体積の割合で、 $c_g, c_l$ はそれぞれ2流体単位体積における気相・液相の質量を示す。この場合両相はそれぞれの体積分率に比例した圧力 $P_g, P_l$ を受ける。また仮定により気相は半完全気体であるので、比熱は温度の多項式で表される[2]。

$$C_{pi}/R_i = a_{1i} + a_{2i}T + a_{3i}T^2 + a_{4i}T^3 + a_{5i}T^4 \quad (14)$$

上式中の係数 $a_{ki}(k=1\sim 5)$ はJANAF tableの $C_{pi}$ の値に対し最小二乗近似を施して得られたものである。

また、 $i$ 種の気体の拡散係数 $D_i$ 、分子粘性係数 $\mu$ 、熱伝導係数 $\kappa$ などの気相の輸送係数には、量子論を考慮した分子運動論から導出される輸送係数の近似式を用いる。 $D_i$ に対してはChapmanとCowlingが提唱した式を用い[3]、 $\mu_i, \kappa_i$ にはBoltzmann方程式のChapman-Enskog展開での第1次近似が用いられる[4]。

$$D_i = \frac{1 - Y_i}{\sum_{j \neq i}^n X_j / D_{ij}} \quad (15)$$

$$D_{ij} = 1.8829 \times 10^{-2} \frac{\sqrt{T^3 (W_i + W_j) / W_i W_j}}{P \sigma_{ij}^2 \Omega}, \quad \sigma_{ij} = \frac{\sigma_i + \sigma_j}{2} \quad (16)$$

$$\Omega = \left( \frac{T}{T_{\epsilon ij}} \right)^{-0.145} + \left( \frac{T}{T_{\epsilon ij}} + 0.5 \right)^{-2.0}, \quad T_{\epsilon ij} = \sqrt{T_{\epsilon i} T_{\epsilon j}} \quad (17)$$

$$\mu_i = 2.6693 \times 10^{-6} \frac{\sqrt{W_i T}}{\sigma_i^2 \Omega}, \quad \kappa_i = 8.3280 \times 10^{-1} \frac{\sqrt{T}}{\sigma_i^2 \Omega \sqrt{W_i}} \quad (18)$$

上式中で、 $X$ はモル分率、 $W$ は分子量、 $\sigma$ は衝突断面積、 $T_{\epsilon}$ は有効温度を示す。これらの値を用いてSutherlandとWilkeの式から混合気体の $\mu, \kappa$ が求められる[5]。

$$\mu = \sum_{i=1}^n \frac{\mu_i}{1 + \sum_{j \neq i}^n \varphi_{ij} \frac{X_j}{X_i}}, \quad \kappa = \sum_{i=1}^n \frac{\kappa_i}{1 + \sum_{j \neq i}^n \varphi_{ij} \frac{X_j}{X_i}} \quad (19)$$

$$\varphi_{ij} = \frac{[1 + \{(\mu_i/\mu_j)(\rho_j/\rho_i)\}^{1/2} (W_i/W_j)^{1/4}]^2}{2\sqrt{2}\{1 + (W_i/W_j)\}^{1/2}} \quad (20)$$

## 2.4 気相・液相間の相互干渉項

支配方程式に現れた気相・液相間の相互干渉項を求める際の物理的な考え方は次の通りである[6]。まず1個の液滴粒子球に関して、その粒子と周りの気体分子との間の運動量及びエネルギーの交換を考える。それに液滴粒子の数密度を乗じることにより単位体積中の干渉効果 $A_{lj}, B_{lj}, B_g$ が得られる。まず運動量交換について、気相及び $j$ グループの液相の $x$ 方向の運動量の時間変化を示すと、

$$\frac{\partial(c_g u)}{\partial t} = \sum_{j=1}^{n_l} \left\{ -c_{lj} A_{lj} (u - u_{lj}) + u \dot{m}_{v(i),j} \right\} \quad (21)$$

$$A_{lj} = \frac{9}{2} \frac{\overline{C_{Dj}}}{m_{lj} r_{lj}^2}, \quad \overline{C_{Dj}} = \frac{C_{Djc}}{C_{Dsj}}, \quad C_{Djc} = \frac{C_{Dj}}{1 + B_j} \quad (22)$$

となる。ここで $C_{Dsj}$ はStokesの抵抗係数であり、抗力係数 $C_{Dj}$ にはHendersonの式[7]を用い、液滴の蒸発による影

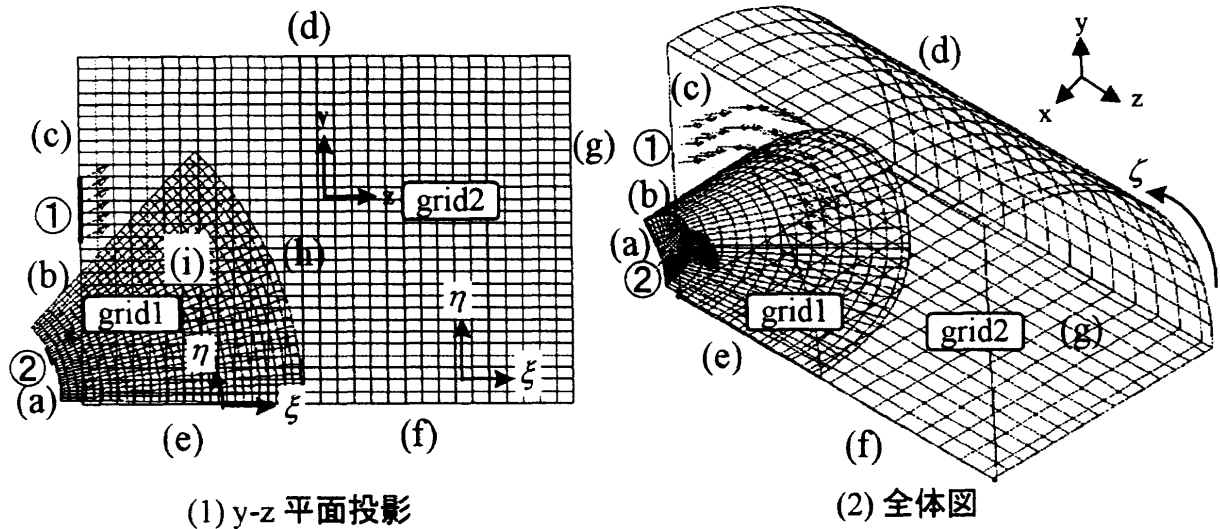


図3：計算格子系と流入境界位置

響を表す質量輸送係数  $B_j$  により補正されている。エネルギーの時間変化についても同様に以下のように表される。

$$\begin{aligned} \frac{\partial e_g}{\partial t} &= \sum_{j=1}^{n_i} \left\{ \dot{m}_{v(i),j} \left( h_{i(j)} - R_{i(j)} T + \frac{1}{2} \mathbf{u}^2 \right) - c_{ij} A_{ij} B_{gj} \right\} \\ \frac{\partial e_{lj}}{\partial t} &= -\dot{m}_{v(i),j} \left( h_{lj} + \frac{1}{2} \mathbf{u}_{lj}^2 \right) + c_{lj} A_{lj} B_{lj} \\ B_g &= \sum_{j=1}^{n_i} \left\{ \frac{(C_p - R) N u_j (T_s - T_{lj})}{3 C_{Dj} Pr} + \mathbf{u} \cdot (\mathbf{u} - \mathbf{u}_{lj}) \right\} \\ B_{lj} &= \frac{C_p N u_j (T_s - T_{lj})}{3 C_{Dj} Pr} + \mathbf{u}_{lj} \cdot (\mathbf{u} - \mathbf{u}_{lj}) \end{aligned} \quad (23)$$

上式に含まれるヌッセルト数  $Nu_j$  には Carlson & Hoglund の式 [8] を用いた。また  $T_s$  は液滴の表面温度で、後述のように蒸発の条件から求められる。

## 2.5 蒸発及び燃焼モデル

本研究では液滴の蒸発に対して、簡単なモデルとして一般に用いられている準定常蒸発モデルを用いる [9]。このモデルでは、液滴表面において燃料蒸気が飽和状態にあると仮定し、

$$\frac{C_{p(T_\infty)} (T_\infty - T_{sj})}{L} = \frac{Y_{f\infty} - Y_{fsj}}{Y_{fsj} - 1} \quad (24)$$

の関係から、液滴表面温度  $T_s$  を求める。ここで  $Y_{f\infty}$ ,  $Y_{fsj}$  はそれぞれ、液滴を含む気相燃料の質量分率及び液滴表面での気相燃料濃度であり、 $Y_{fsj}$  は Clausius-Clapeyron の蒸気圧方程式より次の様に求められる。

$$Y_{fsj} = \frac{1}{p_s} \frac{W_f}{W} \exp \left\{ \frac{L}{R} \left( \frac{1}{T_{Boil}} - \frac{1}{T_{sj}} \right) \right\} \quad (25)$$

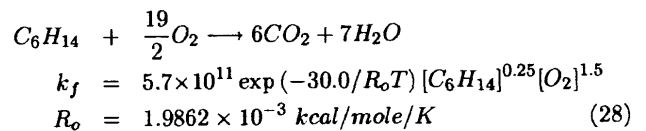
こうして得られた  $T_s$  から質量輸送係数  $B_j$  が以下の式で与えられる。

$$B_j = \{ C_{p(T_\infty)} (T_\infty - T_{sj}) \} / L \quad (26)$$

蒸発は気相から液相への、運動量とエネルギーの輸送を伴った質量流束と考えられ、上記のモデルに基づいて、 $j$  グループの液滴が蒸発したときに生じる  $i_{(j)}$  種の気体の質量流量  $\dot{m}_{v(i),j}$  は次に様に表される。

$$\dot{m}_{v(i),j} = \frac{4\pi r_{lj} \kappa}{C_p} \cdot N_{lj} \cdot \ln(1 + B_j) \cdot \left( 1 + 0.276 R_e^{1/2} P_r^{1/3} \right) \quad (27)$$

また今回の解析では反応機構として、簡略化のため以下の1段階反応式を用いており、前進反応速度定数  $k_f$  は以下のように Arrhenius 型で与えられる [10]。



## 2.6 数値解析法

今回は典型的な燃焼器形態をモデル化した流れ場を計算対象としており、図3に計算格子系と計算境界名を示す。本研究では円筒形燃焼器の1/4の部分を計算対象としており、流入境界①(Main)と②(Pilot)の2箇所から液体燃焼を噴出する方式を採用している。流入境界②の周辺で噴出方向に計算格子を細かくするために、2つの格子系 grid 1, grid 2 で構成しており、それぞれの格子点数は PE1 台分のメモリの制約から、 $30 \times 30 \times 36$  点とした。

また前述のように液相には初期粒径分布が取り入れられており、分布形状としては様々なものが考えられるがここでは以下の関数を用いた。

$$N_{lj0}(r_{lj0}) = \epsilon r_{lj0}^\beta \exp \left( -\frac{\beta}{2r_{lm}^2} r_{lj0}^2 \right) \quad (29)$$

ここで  $r_{lm}$  は  $N_{lj0}$  の最大値に対応する  $r_{lj0}$  であり、これを中心として  $r_{lj0}$  を分布させる。また  $N$  は  $r_{lm}$  や燃料の質量比等によって決まる定数であり、 $\beta$  は粒径分布の広がりを制御するパラメータである。分布を決めるための基準となる液滴の平均粒径には Sauter Mean Diameter  $d_{SMD}$  を使い、今回は  $20\mu$  となるように図1のように粒径分布を5分割してそれぞれのグループの初期粒径  $r_{lj0}$  及び液滴の数密度  $N_{lj0}$  を決定し、流入条件として与えた。

流入空気は、流量  $36\text{g/sec}$ 、温度  $650\text{K}$  の条件で与え、この場合流入速度は約  $50\text{m/sec}$  となる。液体燃料は全体の空気流量に対する Main, Pilot から流入する燃料の当量比が共に  $0.3$  となるように流量を決定している。Main はスワール噴出口になっており、噴出角  $60$  度、スワール角  $45$  度で、Pilot は噴出角  $30$  度としている。

壁面境界 (a)~(d) での境界条件は断熱・滑り無し・非触媒性壁条件によって与え、対称境界 (e), (f) については中心

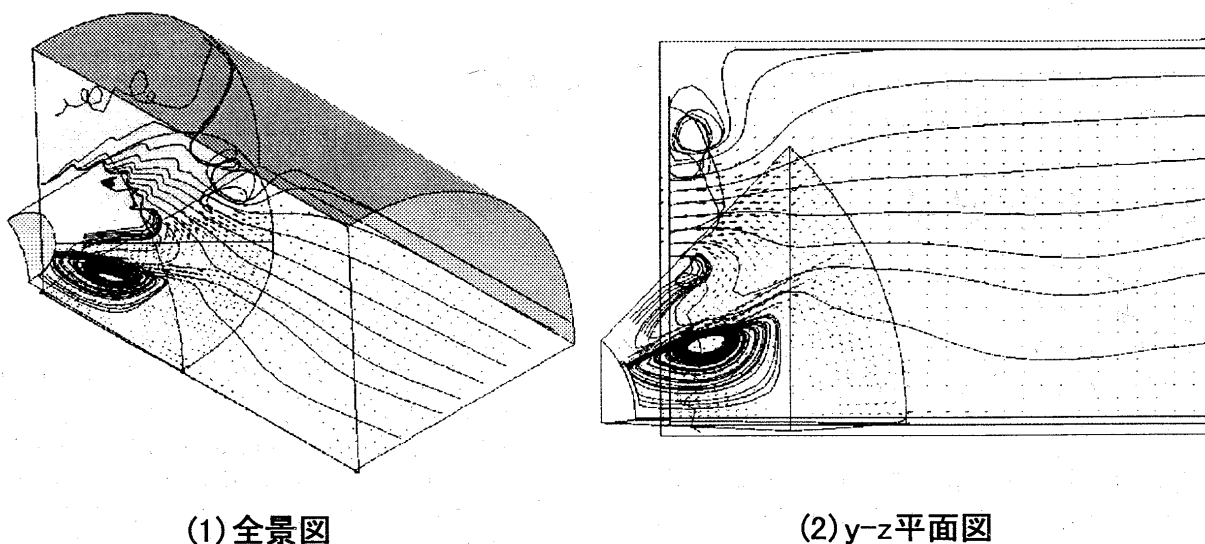


図4：気相速度ベクトルと流跡線図

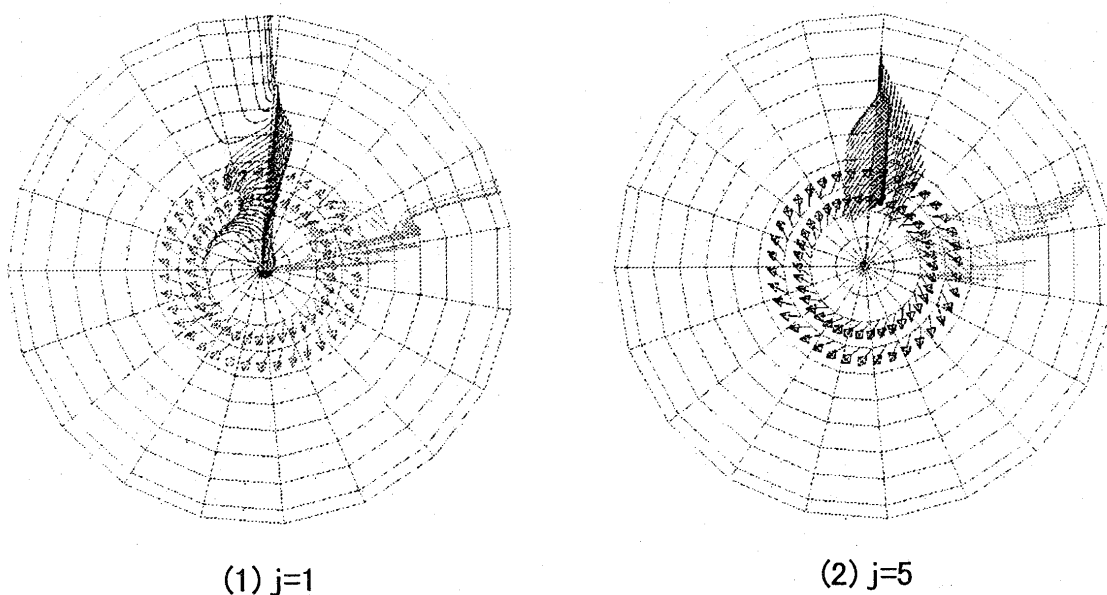


図5：液相グループの流跡線図のx-y平面への投影図

軸についての鏡面反射条件を、境界(g)には流出境界条件を与えた。またgrid 1の境界(h)の値はgrid 2から内挿し、grid 2のgrid 1と重なっている部分(i)はgrid 1から内挿した。grid 1,2は不等間隔格子系であるので、図3に示したように物理座標系x-y-zから計算座標系 $\xi-\eta-\zeta$ に物理量を変換した後に計算が行われる。

数値解析法としては差分法を用いるが、本研究のように蒸発・燃焼が含まれている気液二相流の問題を解く場合には気相と液相の間で激しい相互干渉が起こるため、物性値の変化を正確に捕えることが重要である。そのため両相の対流項の差分に対してはそれぞれをExplicit Harten-Yee Non-MUSCL Modified-flux type TVD-Upwind Scheme[11]を用いて解いており、数値流束を求めるために必要な格子境界での物性値一般化されたRoeの平均から求めている。また粘性項の差分には陽的な中心差分を用い、それぞれの相において反応生成項・干渉項は陽的に付け加えている。

### 3 結果と考察

図4に $\zeta=5$ の平面における気相の速度ベクトルと、その面から生じた流線の(1)全景図と(2)y-z平面への投影図を

示す。流跡線を見ると、流入境界②から噴出された燃料噴霧の内側に再循環領域が生じ、また外側では境界①からの旋回流との干渉により、周方向に複雑な流れが生じているのがわかる。再循環領域の発生などは著者らが2次元軸対称計算を行った場合にも観察されており[1]、3次元性を持たせた場合でも同様の現象が起きていると思われる。

また図5にj=1,5の液相グループの流跡線図のx-y平面への投影図を示す。2つのグループでは粒子径が異なり、j=1が小粒径、j=5が大粒径粒子の軌跡を表しており、小粒径粒子は気相に追従した挙動をみせているが、大粒径粒子は初期噴出方向に飛来する傾向が強いことが判る。これらの現象も2次元の場合と共通している。

流れ場の様子を更に詳しく見るために、図6に(1)気相と(2)j=1の液相の流跡線図のx-z平面への投影図を示す。液相においては噴出口①からの燃料はスワール方向の流れにかなり巻き込まれて、燃焼器の円筒壁付近にも飛来しているのが見られるが、②からの燃料は液膜を形成するかのように噴出方向に進んでおり、その部分で気相の流れが分断され、それにより再循環領域が形成されているのが判る。

また、図7にj=1の液相の(1)密度、(2)気相への蒸発量の分布を示す。これらからも先に述べたような燃料噴霧の

広がり方が観察されるが、特に②からの液体燃料の蒸発は、主として噴出口付近で行われていることが判る。

#### 4 まとめと今後の展望

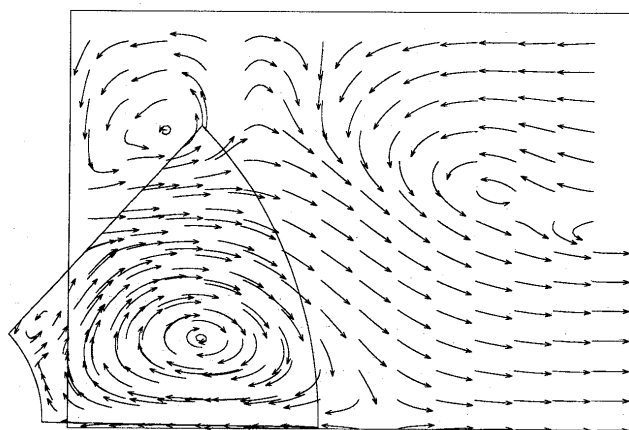
大型並列計算機 NWT を用いて、液体燃焼燃焼器を模擬した 3 次元流れ場の数値シミュレーションを行うための計算コードを開発し、モデルケースについて計算を行った。その結果、既に 2 次元計算からも予測されていた現象を含め、以下のことが観察された。

1. 液体噴霧の内部には再循環領域が生じ、外側では周辺の流れとの干渉により、複雑な流れ場が形成されている。
2. 粒径の小さな粒子は気相に追従しやすいが、粒径の大きな粒子は貫通力が大きく、気相の影響を受けにくい為、噴霧中での分布領域がそれぞれ異なる。
3. スワール方向の速度成分を持った 3 次元計算を行うと、周方向の粒子分布にも粒径の影響が強く現れる。

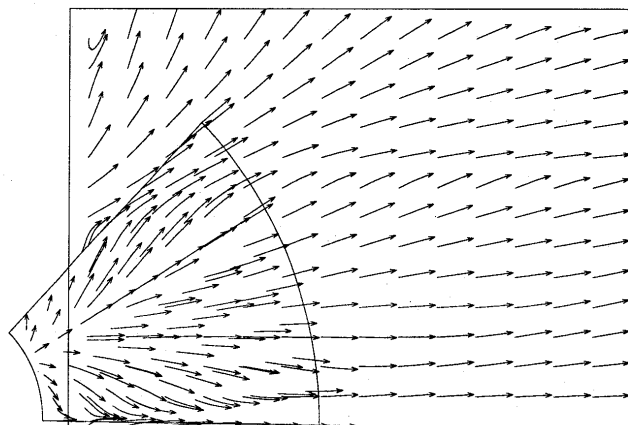
また本研究では PE を 4 台使用する程度の比較的小規模な計算を行うに留まったが、更に大規模かつ詳細な計算に容易に適用することが出来るので、今回不十分であった燃焼現象の把握などを含め、本来の目的である燃焼器からの排気物の予測等を行っていく予定である。

#### 参考文献

- [1] 牧田 光正, 林 光一, 日本航空宇宙学会, Vol.498(1996), pp.390.
- [2] W. C. Gardiner, Jr : Combustion Chemistry, Springer-Verlag, pp.485.
- [3] Chapman, S. and Cowling, T. G. : The Mathematical Theory of Non-Uniform Gases, Cambridge University Press, London (1952).
- [4] Freziger, J.zH. and Kaper H. G. : Mathematical Theory of Transport Processes in Gases, North-Holland Publishing Company, Amsterdam-London (1972).
- [5] C. R. Wilke : A Viscosity Equation for Gas Mixtures, J. of Chemi. Phys., vol.18 (1950), pp.517.
- [6] 松田 実, 林 光一 : 固-気二相ノズル及びジェットの研究, 名古屋大学 航空学科 昭和 63 年度 修士論文 (1989).
- [7] Henderson, C. B. : Drag coefficients of spheres in continuum and rarefied flows, AIAA J., Vol.14 (1976), pp.707.
- [8] Carlson, D. J. and Hoglund, R. F. : Particle drag and heat transfer in rocket nozzles, AIAA J., Vol.2 (1964), pp.1980-1984.
- [9] Kenneth Kuan-yun Kuo : Principles of Combustion, A Wiley-Interscience Publication (1986).
- [10] W. Bartok : Fossil Fuel Combustion, A Wiley-interscience Pub.
- [11] H. C. Yee : Upwind and Symmetric Shock-Capturing Schemes, NASA Technical Memorandum 89464.

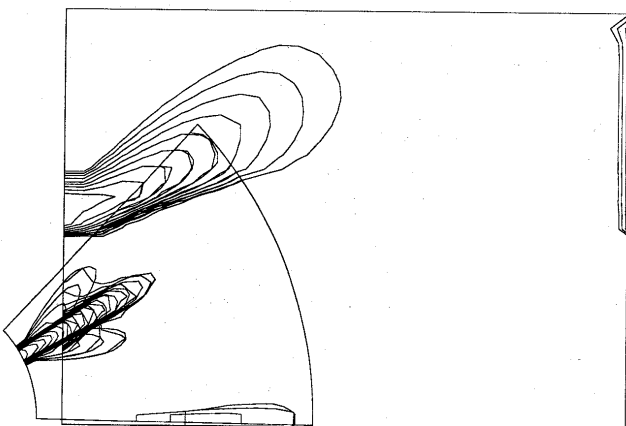


(1) 気相

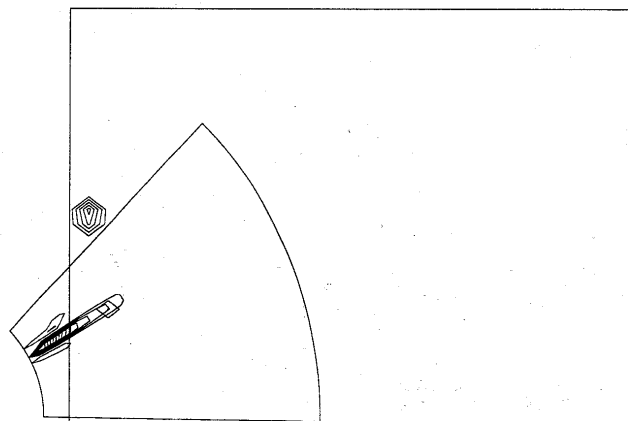


(2) 液相 (j=1)

図 6 : 気相と液相の流跡線図の x-z 平面への投影図



(1) 密度分布



(2) 蒸発量分布

図 7 : 液相 (j=1) の密度と蒸発量分布の x-z 平面への投影図

# ハイブリッド非構造格子法による3次元衝撃波／乱流境界層干渉の 数値シミュレーション

小寺正敏<sup>1</sup>、 中橋和博<sup>2</sup>、 Dmitri Sharov<sup>3</sup>

## Simulation of 3D Shock Wave / Turbulent Boundary Layer Interactions by Hybrid Grid Method

by

Masatoshi KODERA<sup>1</sup>, Kazuhiro NAKAHASHI<sup>2</sup>, and Dmitri SHAROV<sup>3</sup>

### ABSTRACT

A hybrid grid method to solve the Navier-Stokes equations is applied to three-dimensional flowfields of crossing shock wave / boundary layer interaction caused by asymmetric double fin. The numerical method on hybrid unstructured grid is developed using a finite volume cell vertex scheme and the LU-SGS implicit time integration algorithm. Two kinds of one-equation turbulence models are implemented and evaluated for their accuracy by comparing with experiments and structured grid computations. The present numerical method is also applied to an inside flowfield of a real scramjet engine inlet configuration to demonstrate the capability of the method.

### 1. はじめに

効率的な高速エンジンを開発するためには、超音速インレットでしばしばみられる衝撃波／乱流境界層干渉の物理的構造を理解することがとても重要になってくる。特にスクラムジェットエンジンのインレット形態として考えられている側板圧縮型になると、二方向から発生する衝撃波の重なりによる強い衝撃波が境界層と干渉するために、流れ構造はより複雑になる。すでにいくつかの研究では、左右対称な2つのフィンを平板に立てた単純な形状を用いて、実験的研究が行われている[1][2]。しかし、その結果をそのまま実際のエンジン形状へ適用することには問題があり、なるべくならば実形状に対する研究がなされることが望ましい。そのことを考えると、可視化の困難さなどから実験による解析のほかに、数値的解析が有力な解析手法として用いられることが期待される。

数値的研究においては、これまでは多くの場合 Baldwin-Lomax(B-L)乱流モデルとともに構造格子が用いられてきた[2]-[4]。しかしながら、実際のスクラムジェットエンジンなどの形状に適用するには、形状が複雑になるほど格子生成等が困難になってくる。

最近、格子形成の柔軟性と解適合格子形成の容易さから、非構造格子が複雑形状周りの流れを計算するのに用いられ一般的になりつつある。これまでの非構造計算では、計算時間や精度の問題などから NS 計算は困難とされてきた。しかしごく最近、ハイブリッド格子と陰的時

間積分法の開発によってこの問題も解決しつつあり、NS 計算を行うことが可能になってきている[5][6]。特に高レイノルズ数流れにおいては、粘性領域においてはプリズム格子、その他の領域では四面体格子で構成されているハイブリッド格子が高精度、高効率で乱流境界層を解くのに非常に有効である。しかしながら実際の適用例が少なく、精度検証が不十分であるため信頼性を確かめる必要がでてくる。

そこで本研究ではハイブリッド非構造格子法の3次元衝撃波／乱流境界層干渉への適用を試み、それがどの程度有効な手段であるかを調べることを目的とする。具体的には、第一段階として単純な形状でかつ実験が数多く行われている対称鋭角フィンを垂直に立てられた平板[1][2]に対して今回の計算手法を適用し、実験結果および既存の構造格子による計算結果と比較することにより、今回の計算方法がどの程度精度および信頼性があるのかを検証する。乱流モデルには非構造格子のアルゴリズム的特性のために2つの1方程式乱流モデルが用いられ、これらの乱流モデルの有効性も検証する。最終的にこの手法は実際のスクラムジェットインレット内の流れにも適用され、より複雑な形状への適用能力について議論する。

### 2. 計算方法

#### 2.1 計算アルゴリズム

支配方程式として3次元 Navier-Stokes 方程式を解く。

<sup>1</sup> 東北大学大学院工学研究科

<sup>2</sup> 東北大学工学研究科航空宇宙工学専攻

<sup>3</sup> 富士通株式会社

離散化の方法は cell vertex 有限体積法を用いる。この場合、流束の計算には Roe タイプの HLLW 法[7]を用いる。高次精度で単調性を維持するための制限関数は Venkatakrishnan[8]のものを使用する。時間積分には非構造格子に対応できるように改良された LU-SGS 法[6]を使用する。

格子は境界層の sublayer にノード点を数点分布させるために物体近傍ではプリズム格子、その他は四面体格子で構成されているハイブリッド非構造格子を使用する[9]。

## 2. 2 乱流モデル

今回の計算で用いた乱流モデルは、Goldberg-Ramakrishnan(G-R) 1 方程式乱流モデル[10]と Spalart-Allmaras(S-A) 1 方程式乱流モデル[11]である。

今回 S-A モデルについては簡単にするため、遷移項を省略している。また乱流輸送変数の初期値は G-R モデルの場合は  $20.0/C_\mu$  ( $C_\mu=0.09$ [10])、S-A モデルの場合は 0.1 にして計算した。

両モデルとも局所的に方程式が解かれ、かつ B-L モデルのように格子線に沿ってのサーチを必要としないため、非構造格子に適していると言える。また、壁近傍での格子解像度に関する制限が  $k-\epsilon$  乱流モデルほど厳しくなく、比較的速く収束する。

一方、両モデルの大きな違いは、G-R モデルの方は物体からの距離をはかる必要がないため、複雑な形状に対する非構造格子法では有利である。

## 2. 3 計算条件および境界条件

今回は比較する実験値および既存の構造格子による計算値として Narayanswani ら[4]の論文を参照する。ここで乱流モデルは B-L モデルと  $k-\epsilon$  モデルを使用している。図 1、2 に今回用いた計算形状と格子形状を示す。ここでフィンのくさび角は  $11^\circ$  である。計算条件はマッハ数 2.95、レイノルズ数  $2.5 \times 10^5$ 、代表長さは流入境界での境界層の厚さ  $\delta_\infty = 4\text{mm}$  である。また流入境界条件として、平板上の流れを 2 次元計算した場合の乱流境界層を、フィン前縁位置から上流に  $5\delta_\infty$  離れた所に厚さ  $\delta_\infty$  で与える。

## 3. 計算結果

### 3. 1 格子依存性の調査

格子依存性を調べるために流れ方向の格子解像度の違うものを 3 つ用意して比較した結果を図 3 (平板中心線上の壁圧分布) に示す。平板中心線上での流れ方向の格子点数として Grid1 が 53 点、Grid2 が 18 点、Grid3 が 80 点になっている。ちなみに Grid1 は後に比較する既存の計算値[4]と同じ解像度となっている。この図から Grid1 と 3 はほぼ同じであるから、格子解像度は Grid1 で十分であることが示され、以後計算値はこの格子で行ったものを示す。

### 3. 2 流れ場の様子

まず、最初に流れがどのようになっているのかを簡単に説明する。図 4 に主流方向に垂直な 4 つの断面における等密度線図を示す。この時使用した乱流モデルは G-R モデルである。平板上において両フィンの前縁から延びて中心線で交差している線はそのフィンから発生する非粘性衝撃波の平板上での位置を示している。流れに対して最上流側の断面図においては、フィンから発生する衝撃波が平板上の境界層と干渉を起こし、3 次元的な剥離が起きているため、非粘性衝撃波の位置付近で境界層が盛り上がっているのが観察される。この剥離によって、流れが衝撃波を通過する前の領域で剥離衝撃波(separation shock) が形成され、また通過後の領域で再付着するためにリア衝撃波(rear shock) が形成され、全体としてラムダ型の衝撃波構造となっている。その下流の断面において、まず両側の剥離衝撃波が中心線でお互いに反射し、さらに下流の断面のちょうど衝撃波が交差する位置において反射剥離衝撃波を形成する。さらに最下流の断面で、反射リア衝撃波が形成されラムダ型の衝撃波構造の反射が完了する。

平板にかなり近い高さで流入境界から流線を数本流した場合の様子を図 5 に示す。平板上でのフィンからの非粘性衝撃波の位置も合わせて示す。(a) と (b) は流線を流す高さ ( $z$  方向) がそれぞれ  $z/\delta_\infty = 0.01$  と  $0.25$  の時のものである。まず(a)において流線は衝撃波の位置より手前で衝撃波にほぼ沿った方向に曲げられ一本の線のように収束するが、平板からはあまり離れず平板中央でこの 2 つの収束線が衝突した後で平板から大きく離脱する。この収束線の位置は境界層の剥離によって現れる剥離線とはほぼ一致すると考えられ、流れは剥離渦の手前で曲がる。またこれより平板から離れた高さで流線が流された(b)では、流線は衝撃波の位置を越えてから収束線に沿って流れている。これはこの高さでの流れが剥離した境界層内にあり、剥離渦の外形に沿って持ち上がり、再付着した付近で壁に再び接近していることを示している(図 6)。このように平板近傍の流線は流す高さによって剥離渦の影響による違いが生じる。そして剥離渦の巻き上がり作用によって衝撃波の交差する付近で大きく壁から浮き上がる様子が見られる。

### 3. 3 平板上の壁圧分布の比較

平板上の壁圧分布について、今回行った非構造格子の結果と実験値、既存の構造格子の結果[4]とを比較する。図 7 (a)~(d) は主流方向に平行で、中心線からの位置がそれぞれ  $y/\delta_\infty = 0, 3.81, 8.89, 13.34$  である線上の分布である。左上のラベル中の  $k-\epsilon$  モデルと B-L モデルを使用した計算値は既存の構造格子の結果である。また非粘性理論(inviscid theory)での値も同時に示してある。

まず(a)の場合、剥離衝撃波による圧力上昇開始位置は既存の構造格子計算に比べて特に B-L モデルよりも実験値に近い値を示している。またその下流のわずかにプラトーになっている箇所も、構造格子計算と比べて今回の計算は捕らえられている。そしてさらにその下流において B-L モデルと  $k-\epsilon$  モデルは圧力を大きく見積もっている。

るが、今回の計算ではほぼ同じ大きさになった。S-A モデルと G-R モデルについて比較してみると、圧力分布に関しては大きな違いが見られなかった。

(b)についても同様に実験値とほぼ一致しているが、ちょうど非粘性衝撃波の位置にあたる2段目の圧力上昇位置( $x/\delta_\infty=30$ )では、実験値と比べてわずかに下流に位置し、その下流のプラトーは捕らえられていない。

(c)では、実験値においては一度圧力が剥離衝撃波によって上昇し、その位置より下流で剥離渦中心付近の速い流れによる圧力分布の極小値が見られるが、計算ではこの極小値を捕らえられていない。

(d)ではほぼ実験値と一致し、また既存の計算値、特に B-L モデルともあまり差が見られなかった。

以上の結果から、今回用いた S-A モデルと G-R モデルはほぼ実験値に一致した。また、両者は圧力分布に対してはほとんど差が見られなかった。しかし摩擦係数分布を見た場合、両者に少なからず差がでてくる。図8は平板中心線上の摩擦係数分布について、S-A モデルと G-R モデルの計算結果を比較している。この図を見ると、剥離域下流の摩擦係数の値が G-R モデルよりも S-A モデルの方が高く見積もられている。これと同様の傾向が論文[12]でも報告されている。

既存の計算値で  $k-\epsilon$  モデルの計算結果を見ると他の計算値に比べて合っていないように思われるが、これは流入条件の与え方に起因しているものと思われる。図9に平板中心線上の壁圧分布について、流入条件の違う3種類の計算結果の比較を示す。ここで乱流モデルは G-R モデルを使用している。Case 1 は境界層速度分布が  $1/7$  乗則に従うもの、乱流輸送変数は内部点からの外挿、Case 2 は2次元平板境界層計算の計算値を与え、乱流輸送変数は内部点からの外挿、Case 3 は (b) の条件に乱流輸送変数も計算値を与えた場合であり、これは図7の壁圧分布を出した時に与えた条件である。これらを比べると、Case 2 の場合が  $k-\epsilon$  モデルの値とほぼ一致し、Case 3 の場合が実験値と最も良く合う。論文[12]でも論じられているように、壁圧分布で乱流モデルによる違いはそれほど大きくないことを考えると、 $k-\epsilon$  モデルの計算も Case 3 の条件にすれば実験値と一致する可能性もある。

### 3. 4 計算コスト

計算効率を考える上でどの程度の計算コストで計算が達成されるのかを考えることは重要であるので、このことについて示す。今回の計算で使用した図3で示した Grid 1 について、総格子点数は約 20 万点、メモリは約 34M Words、繰り返し回数は図10に示されているように約 3000 回で収束した。そしてその時計算時間は NEC の SX4 を使用して 1CPU で約6時間かかった。この計算時間は構造格子と比べて差ほど劣っていない。より複雑な形状になると構造格子では格子特異点でクーラン数を大きく取れなくなることもあり、その問題を持たない非

構造格子のほうが有利になってくる。

### 3. 5 スクラムジェットインレット内流れへの適用

最後に、以上の計算結果で用いた計算方法と同様の方法で、スクラムインレット内の流れを計算してみた。図11にエンジンモデル形状を示す。計算条件はマッハ数 5.4、レイノルズ数  $1.515 \times 10^6$ 、代表長さはインレット入口高さで  $L=250\text{mm}$  である。流入条件として流入境界層厚さが  $0.232 \times L$  のものを模擬させている。

図12にインレット内部壁面上の等圧線図を示す。この図は、上流側の斜め下から物体を見た図であり、インレットの上面 (Top Wall) にフィンのようなもの (Short Strut) が装着されている。このような複雑な形状になると構造格子計算では格子生成がかなり面倒になるが、非構造格子計算においては比較的容易に計算を行うことができる。

図13に天板中心線上の壁圧分布を示す。なお Strut が接合している部分では、Top Wall と Strut のコーナーでの値を示してある。また、実験値は航技研角田で行われているものをお借りした。この図より、計算値と実験値は定性的に一致している。ただし、絶対値が多少異なっているのは計算条件、形状が実験と若干違うためであると考えられる。

### 4. おわりに

ハイブリッド非構造格子法を3次元衝撃波/乱流境界層干渉流れ場に適用した結果、次のことが示された。

- (1) 1方程式乱流モデルとの組み合わせによる計算結果は既存の構造格子計算同様、実験値と良く一致した。
- (2) 流入面における乱流輸送変数の取り扱いが精度良い計算に重要であることが示された。
- (3) 計算時間、精度は既存構造格子 CFD と同等に計算でき、工学的に実用的な計算手法である。
- (4) この現象を捕らえることに関して、この方法はスクラムインレット内流れへの適用に有効であることが示された。

### 参考文献

- [1] Batcho, P. F., Ketchum, A. C., Bogdonoff, S. M., and Fernando, E. M., "Preliminary Investigation of the Interactions Caused by Crossing Shock Waves and Turbulent Boundary Layer," AIAA Paper 89-0359, 1989.
- [2] Garrison, T. J., Settles, G. S., Narayanswami, N. and Knight, D. D., "Structure of Crossing-Shock-Wave/Turbulent-Boundary-Layer Interactions," *AIAA Journal*, Vol. 31, No. 12, 1993, pp. 2204-221.
- [3] Araga, T., Matsuo, K. and Satofuka, N., "Assessment of Cell-Centered Finite-Volume Solution of Three-Dimensional Shock-Boundary Layer Interaction Flowfield," *Proceedings of 2nd Asian CFD*



Conference, 1996, pp. 219-224.

[4] Narayanswami, N., Knight, D. D., Bogdonoff, S. M., and Horstman, C. C., "Interaction Between Crossing Oblique Shocks and a Turbulent Boundary Layer," *AIAA Journal*, Vol. 30, No. 8, 1992, pp. 1945-1952.

[5] Men'shov, I., Nakamura, Y., "Implementation of the LU-SGS method for Arbitrary Finite Volume Discretization," *Proceedings of Japanese 9th CFD Symposium*, 1995, pp. 123-124.

[6] Sharov, D. and Nakahashi, K., "Reordering of 3-D Hybrid Unstructured Grids for Vectorized LU-SGS Navier-Stokes Computations," AIAA Paper 97-2102, 1997.

[7] Obayashi, S., Guruswamy, G. P., "Convergence Acceleration of an Aeroelastic Navier-Stokes Solver," AIAA Paper 94-2268, 1994.

[8] Venkatakrishnan, V., "On the Accuracy of Limiters and Convergence to Steady State Solutions," AIAA Paper 93-0880, 1993.

[9] Sharov, D. and Nakahashi, K., "Hybrid Prismatic/Tetrahedral Grid Generation for Viscous Flow Applications," AIAA Paper 96-2000, 1996.

[10] Goldberg, U. C., and Ramakrishnan, S. V., "A Pointwise Version of Baldwin-Barth Turbulence Model," *Comp. Fluid Dyn.*, Vol. 1, 1993, pp. 321-338.

[11] Spalart, P. R. and Allmaras, S. R., "A One-Equation Turbulence Model for Aerodynamic Flows," AIAA Paper 92-0439, 1992.

[12] Gaitonde, D., Shang, J. S. and Edwards, J. R., "Performance of Eddy-Viscosity-Based Turbulence Models in Three-Dimensional Turbulent Interaction," *AIAA Journal*, Vol. 34, No. 4, 1996, pp. 844-847

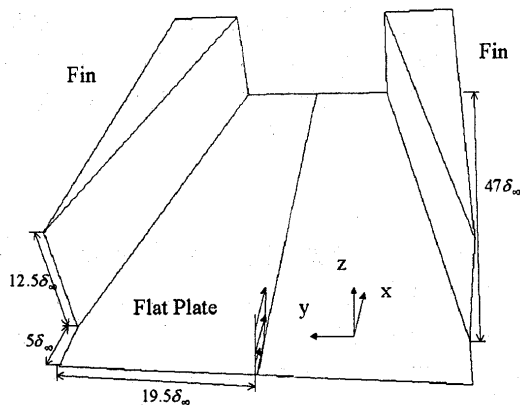


図1 計算形状

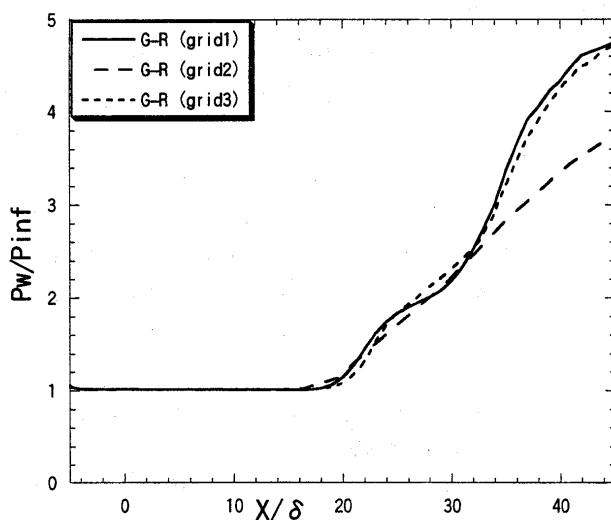


図3 格子密度の違いによる比較  
(平板中心線上の壁圧分布)

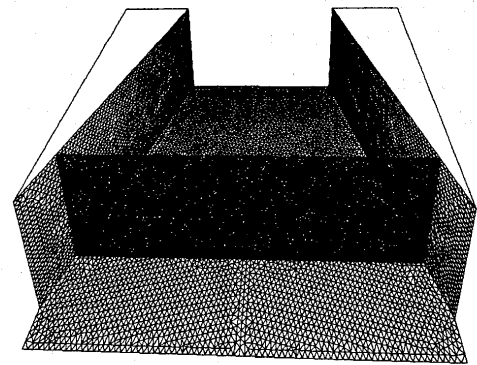


図2 表面格子と主流に垂直な断面上の空間格子

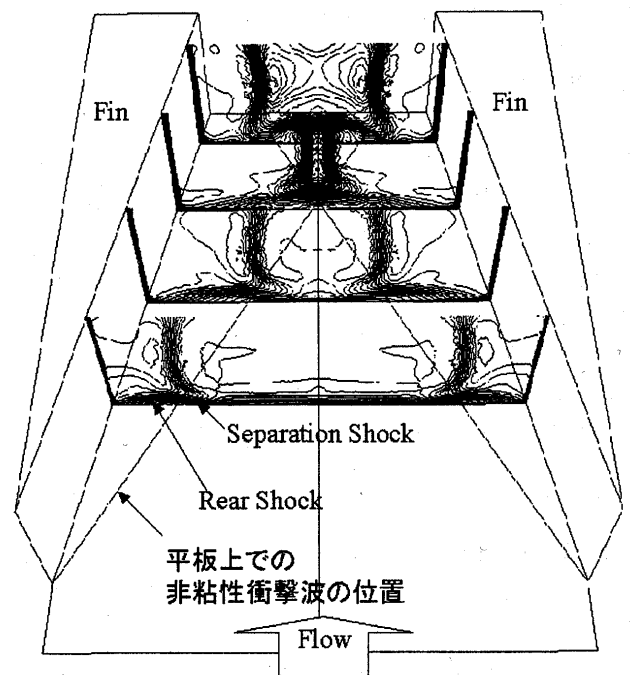
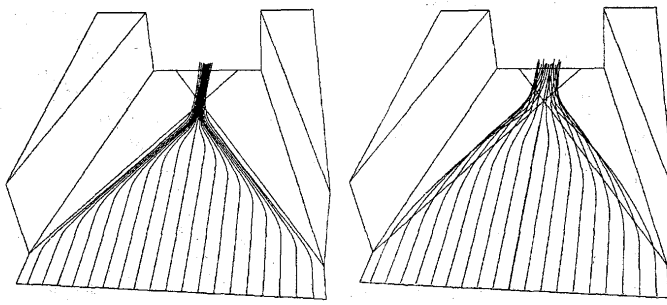


図4 主流に垂直な断面上の等密度線図



(a)  $z/\delta_\infty = 0.01$

(b)  $z/\delta_\infty = 0.25$

図5 平板近傍の流線

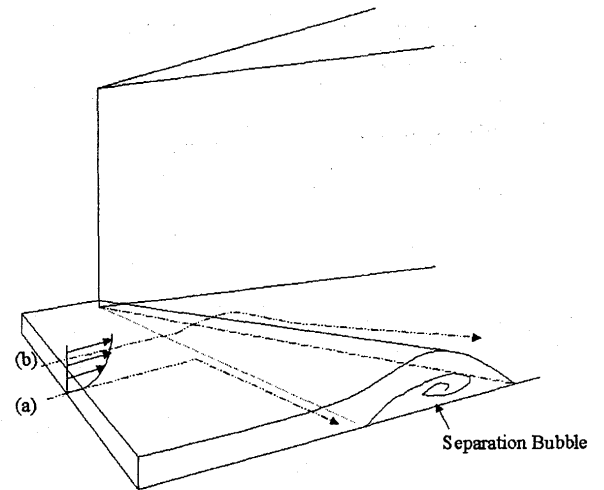
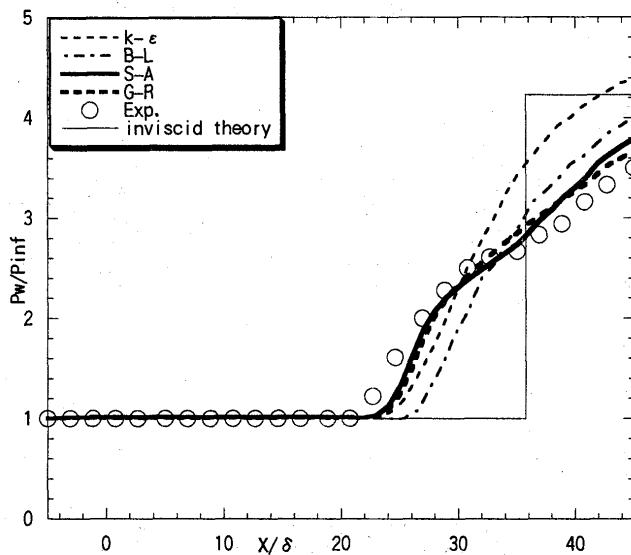
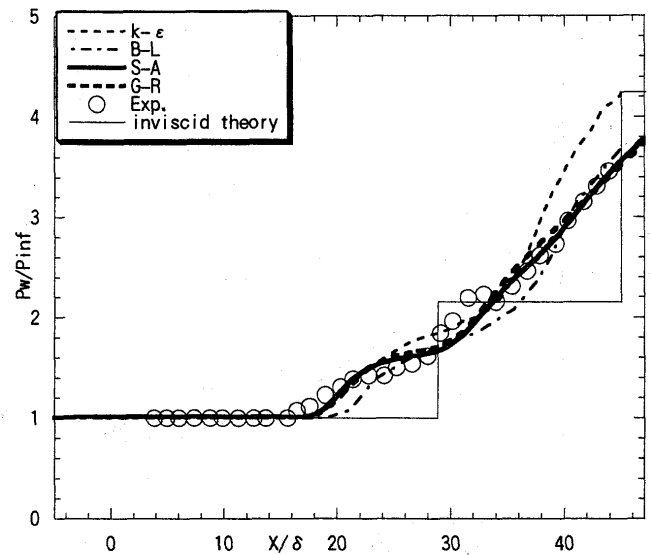


図6 剥離の様子

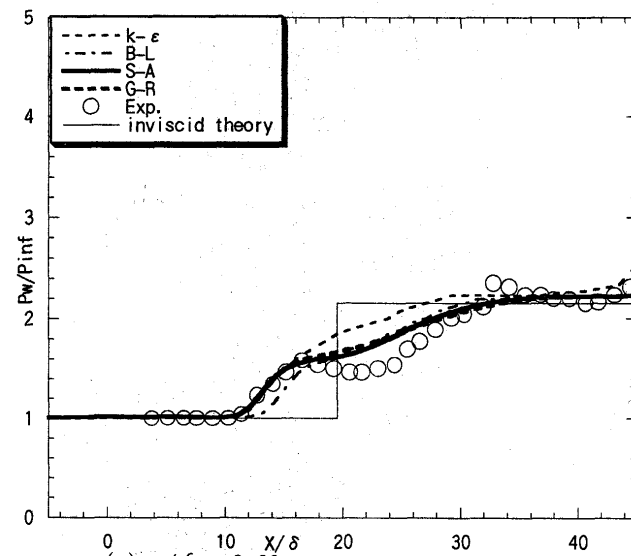
(図中の(a)、(b)は図5の(a)、(b)に対応)



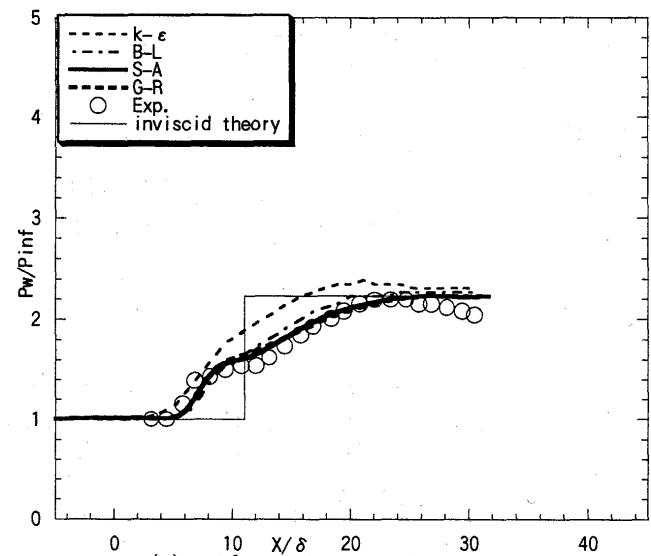
(a)  $y/\delta_\infty = 0.0$



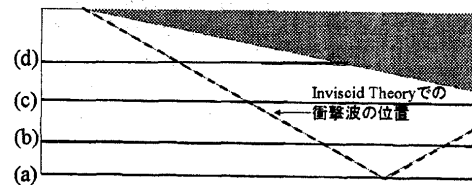
(b)  $y/\delta_\infty = 3.81$



(c)  $y/\delta_\infty = 8.89$



(d)  $y/\delta_\infty = 13.34$



真上から見た(a)~(d)図の分布位置

図7 主流方向に平行な線上での平板上の壁圧分布

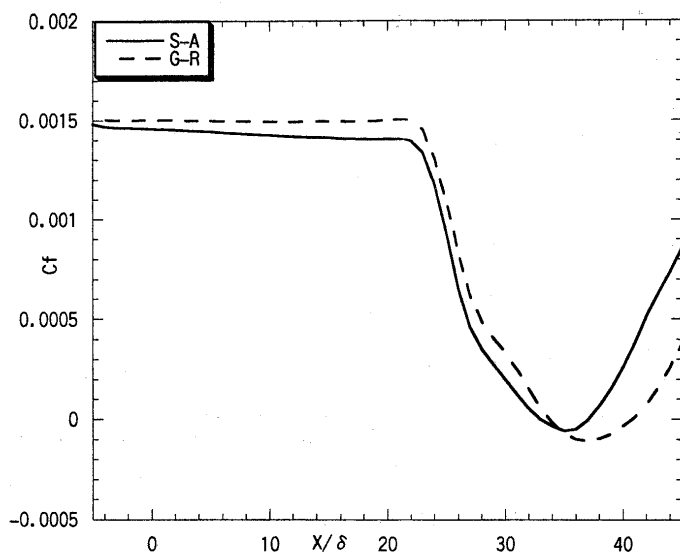


図8 平板中心線上の摩擦係数分布

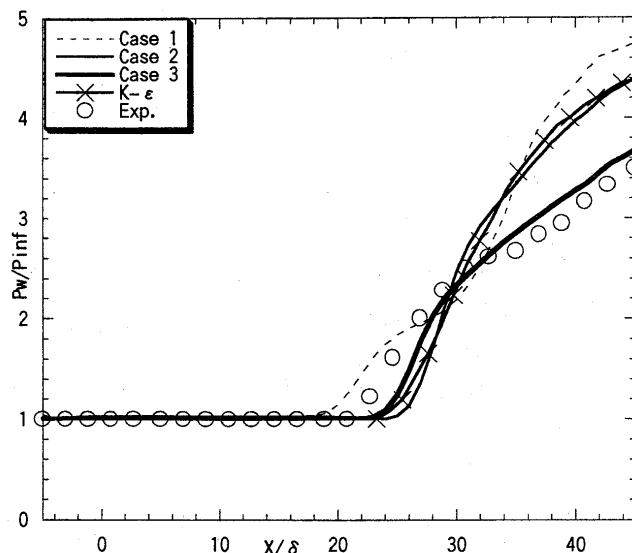
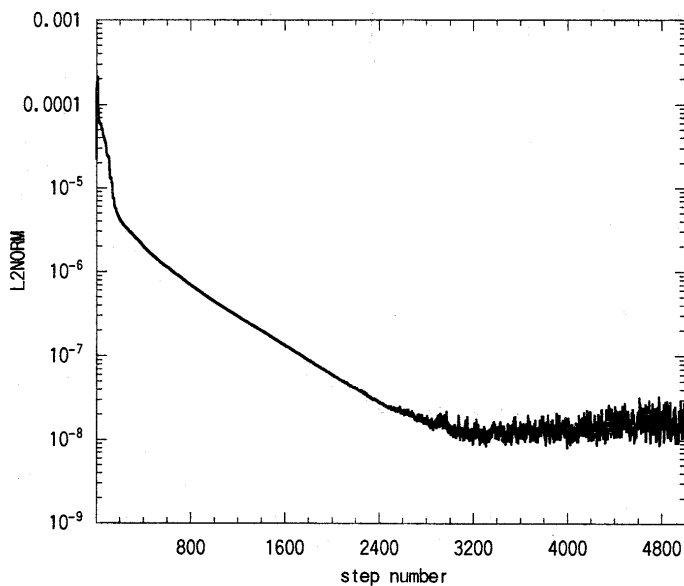
図9 流入条件の違いによる比較  
(平板中心線上の壁圧分布)

図10 収束履歴

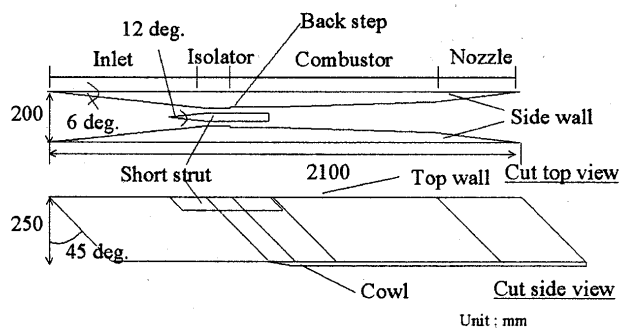


図11 スクラムジェットエンジンモデル形状

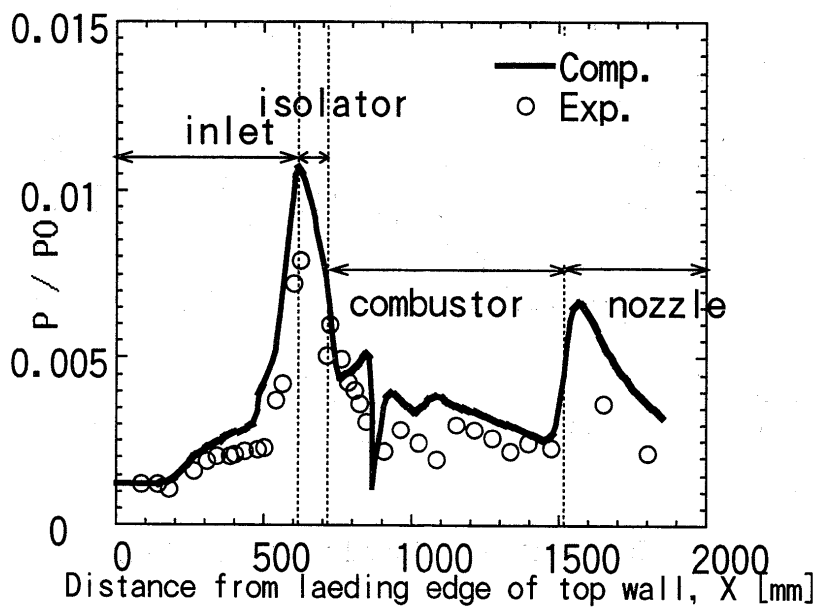
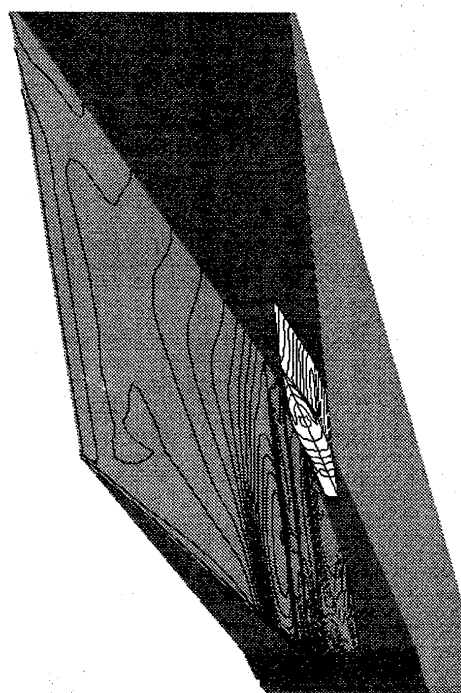


図13 Top Wall 中心線上の壁圧分布

図12 スクラムインレット内部壁面上  
の等圧線図 (Strut 付き)

# ランプ型インジェクタによる超音速混合現象の数値解析

山根 善行<sup>\*1</sup> 澤口 誠一<sup>\*1</sup> 安藤 安則<sup>\*1</sup> 麻生 茂<sup>\*2</sup> 坂田 公夫<sup>\*3</sup>

## A Numerical Study on Supersonic Mixing Phenomena with Ramp Injector

by

Yoshiyuki YAMANE<sup>\*1</sup> Seiichi SAWAGUCHI<sup>\*1</sup> Yasunori ANDO<sup>\*1</sup>

Shigeru ASO<sup>\*2</sup> Kimio SAKATA<sup>\*3</sup>

### Abstract

Numerical and experimental study were conducted to investigate the mixing phenomena in supersonic flow field of ram/scramjet combustor. A parallel injection method with ramp injector was selected and the effects of oblique shock impingement on supersonic mixing layer generated from the ramp had been studied. The patterns of shock waves were visualized by schlieren image. Numerical results of static pressure on the wall surface and spatial pitot pressure contours had good agreement with experimental data. Numerical results captured the structures of flow field clearly, which were the generating process of a pair of streamwise vortices and the vortical roll-up of the jet. The effects of a compression angle of shock-generator, which has a slope to generate oblique shock wave, and distance from injection plane to the one were investigated. As a results of this study, oblique shocks impingement have an important roll to enhance fuel-air mixing same as the streamwise vortices generated by ramp injector. The compression angle of shock-generator is considerable parameter to enhance fuel-air mixing rather than the distance from injection plane to the shock-generator.

### 1. 緒言

ラム/スクラムジェットエンジンは超音速輸送機用の推進機関として研究が行われている。このエンジンでは、酸化剤である流入空気が高速で燃焼器内を通過するため、燃料と空気を如何に素早くまた効率良く混合させるかが重要な課題の一つとなっている。本研究は、燃焼器内における燃料と空気の混合を促進する方法に関するものである。

超音速流と並行に燃料を噴射する方法は、圧力損失が低く、噴出流の運動量が推進に寄与するという点が有利とされているものの、流入空気中への貫通が弱いいため、単純な形状では混合が十分に行われず、燃焼効率が上がらないという問題がある。そのため近年では燃料を噴射する部分の壁面形状やノズル内部形状を変化させる等の燃料噴射方式を工夫する研究<sup>(1)・(2)</sup>が数多く行われてきている。

これまで著者らは、ランプ型インジェクタ<sup>(3)・(6)</sup>を用いて、主流と並行に燃料を噴射した時の混合流れ場を対象として数値計算と風洞実験により研究を行ってきた<sup>(7)・(8)</sup>。ランプ型インジェクタは、圧縮性流れの中でもその成長が抑制されにくい流れ方向に軸を持つ渦（縦渦）を生成することで大規模乱流による混合促進をねらったものである。これまでの研究では、縦渦の生成を伴う流れ場構造について明らかにしてきた。本論文では、この流れ場に斜め衝撃波を干渉させた時に生じる混合促進効果について議論した。なお、本研究の最終的な目的は、超音速混合流れ場における有効な混合促進法を探るとともにその構造を解明することである。

### 2. 数値解析手法と対象流れ場

数値解析は、時間平均化した3次元圧縮性流れに対するNavier-Stokes方程式をHarten-YeeのTVD法<sup>(9)</sup>で解いた3次元圧縮性流れ解析コードAIKOF3<sup>(10)</sup>を用いて行った。流れ場は準定常で扱い、計算では局所時間進行法を用いた。化学種成分は空気を窒素と酸素の混合

\*1 石川島播磨重工業株式会社 技術研究所

\*2 九州大学工学部航空工学科 助教授

\*3 航空宇宙技術研究所 原動機部 室長

気体として扱い、噴出二次流とあわせて三成分とした。窒素と酸素の質量分率は76.8%：23.2%とした。また、乱流粘性の計算にはBaldwin-Lomax代数方程式型モデル<sup>(11)</sup>を用いた。主流、二次流の流れ条件は、後述の超音速風洞実験での気流条件を入力しており、主流・二次流とも全温は常温である。解析は航技研NWTを用いて行った。

本実験で対象としたランプ型インジェクタおよびショックジェネレータのモデル図および実験模型例の写真を図1，2に示す。ランプは単一のUnswep型を用いた。ランプ形状は、最近の研究例<sup>(3)・(6)</sup>を参考に、主流に対して $10^\circ$ のくさび角を与えた。下流側に面した二次流噴出面の断面寸法は $13 \times 13 \text{ mm}$ であり、この高さ $h$ を基準寸法とした。なお、二次流噴出孔の直径は $5 \text{ mm}$ である。また斜め衝撃波を作り出すためのショックジェネレータをランプ下流に設置した。今回は、このショックジェネレータの主流に対するくさび角 $\beta$ を $0 \sim 15^\circ$ の間で変化させるとともに、噴射面からの距離 $ls$ を $10 \sim 30 \text{ mm}$ の間で変化させた。パラメータの組合せを表.1に示す。

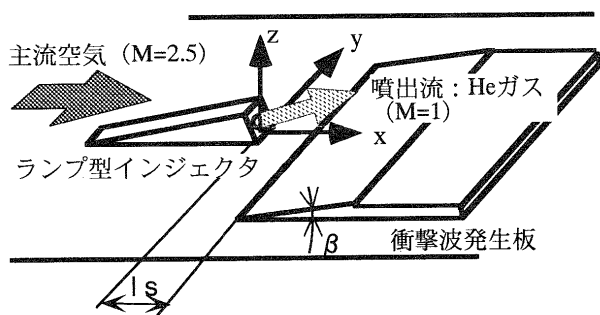


図1. 対象形状とパラメータ

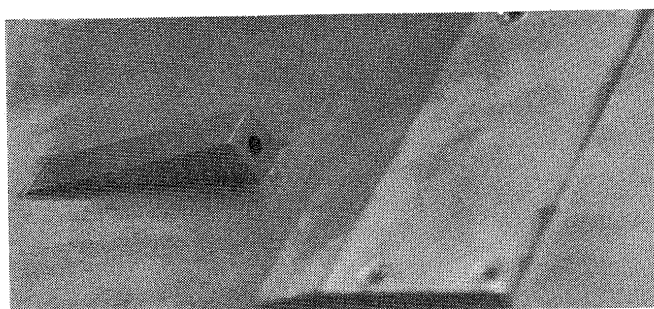


図2. 実験模型写真 ( $\beta = 10^\circ$ ,  $ls = 20 \text{ mm}$ )

表.1 パラメータ組合せ

ケース名	衝撃波発生板	圧縮角 $\beta$ [deg.]	噴射面からの距離 $ls$ [mm]
NSG	なし	0	—
S.G.-A	あり	5	20
S.G.-B	あり	10	20
S.G.-C	あり	15	20
S.G.-D	あり	5	10
S.G.-E	あり	5	30

### 3. 超音速風洞による検証実験

実験は、IHI相生工場内の超音速風洞<sup>(12)</sup>にて行った。本風洞の測定部断面寸法は $200 \times 250 \text{ mm}$ の矩形であり、主流マッハ数 $M$ は2.5である。測定部に主流に平行に平板を固定し、その表面に楔形のランプ型インジェクタおよびショックジェネレータを設置した。

主流条件はマッハ数 $M=2.5$ 、全圧 $p_0=500 \text{ kPa}$ 、全温 $T_0=273 \text{ K}$ であり、噴出二次流はマッハ数 $M=1.0$ 、 $p_0=220 \text{ kPa}$ 、 $T_0=273 \text{ K}$ である。

風洞実験は、衝撃波パターンを観察するシュリーレン法による可視化を行うとともに、数値計算結果の検証を行うため、ランプ型インジェクタ下流における壁面静圧分布を測定した。さらに、空間的な流れ場構造の調査および計算結果の三次元的信頼性の評価のため、ピトー管を用いて流れを横断する面内におけるピトー圧分布の測定を実施した。

### 4. 結果と考察

#### 4.1 計算領域と計算格子

計算領域は、ランプの中心軸を通る断面を対称境界と仮定して、その片側のみを対象とした。解析対象領域を図3に、計算格子例を図4にそれぞれ示す。計算格子のサイズは11万6千点 ( $70 \times 32 \times 52$ ) である。

#### 4.2 流れ場特性について

実験で撮影したシュリーレン写真および計算結果の密度分布から密度勾配を算出した数値シュリーレン画像を図5，6に示す。流れ場の特徴は、主に以下のも

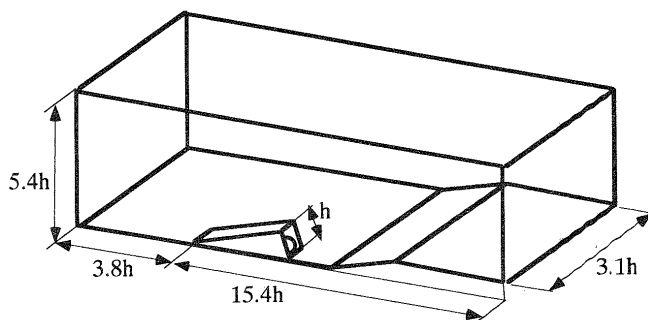


図3. 計算対象領域

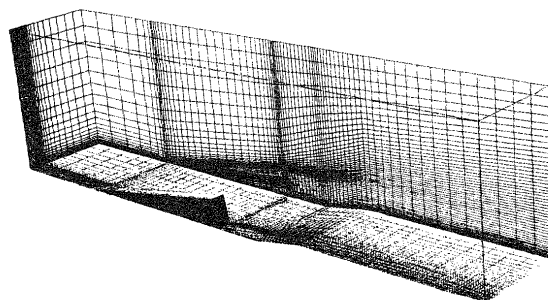


図4. 計算格子例 ( $\beta = 10^\circ$ ,  $ls = 20 \text{ mm}$ )

のである。

- ランプ起点から生じる圧縮波
- ランプ頭頂部から主流が流れ落ちて生じる膨張波
- 噴出二次流の不足膨張で生じるバレルショック
- cがbと干渉して生じる圧縮波
- ショックジェネレータにより生じる圧縮波

混合層の部分ではかなり複雑な三次元的流れが形成されると考えられる。

#### 4.3 圧力分布について

##### (1) 壁面静圧分布

図7にショックジェネレータなしの場合のランプ下流における壁面静圧分布を、実験と計算結果を比較して示す。ランプ後方とランプ側端から斜めに拡がる形で、圧力の低下する領域が存在するが、前者はランプの影になる部分で生じた圧力低下、後者はランプ側壁から生じている膨張波によるものである。計算結果は実験と定性的に良く一致した。一方で、ランプ背後の低圧領域および外側に向かって斜めに走る圧力下降部分で、圧力低下を十分捕らえ切れておらず、計算結果はやや拡散的になった。

##### (2) 流れ横断面内ピトー圧力分布

図8に、流れを横断する面内で測定したピトー圧断面分布を、計算結果と比較して示す。ここに示したのは $\beta=10$ 度、 $ls=20$ mmの場合である。なお、断面位置は $x/h=4.6$ である。この位置ではショックジェネレータの表面は主流に平行になっており、図中にこの表面位置を示してある。左側に計算結果を右側に実験結果を示した。これを見ると、斜め衝撃波によるものと思われる圧力の上昇した領域が混合領域の側方に存在する。また、中心からずれた位置に圧力の山が存在するが、

これは縦渦の影響によるものと考えられる。

実験結果と計算結果の分布形状は良く一致しており、衝撃波の影響も捕らえている。この結果から、数値計算結果は流れ場の空間的な構造に対しても信頼性を保っていると言える。

#### 4.4 混合特性について

図9と図10に、流れを横断する面内における噴出流濃度分布を示す。噴出面からの距離が $x/h=4.6, 7.7$ の二断面を並べて示した。それぞれの図は、ショックジェネレータの角度 $\beta$ と距離 $ls$ を変化させた場合について比較したものである。これより、以下のことが言える。

- 1) 全体的な特徴として、縦渦による巻き込み作用が起り、最終的にはランプ中心軸を通る面を挟んで離れたところに二つのピークを持つ分布になる。
- 2)  $\beta$ が大きくなるにつれて拡散はより早く生じるが、 $\beta=15$ 度の場合は10度の場合よりも拡散が進まず、 $\beta=10$ 度で最も濃度ピークの値が低くなるという結果になった。
- 3) 一方で、 $ls$ を変えた時も、20mmの場合が濃度の最大値が最も低くなる結果となった。これより、

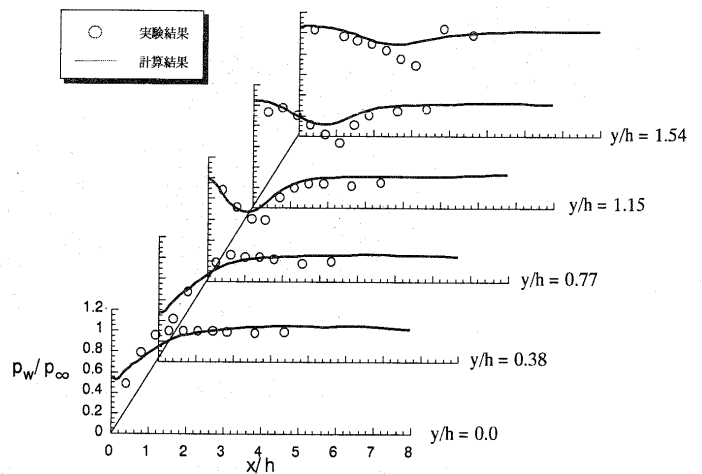


図7. 壁面静圧分布

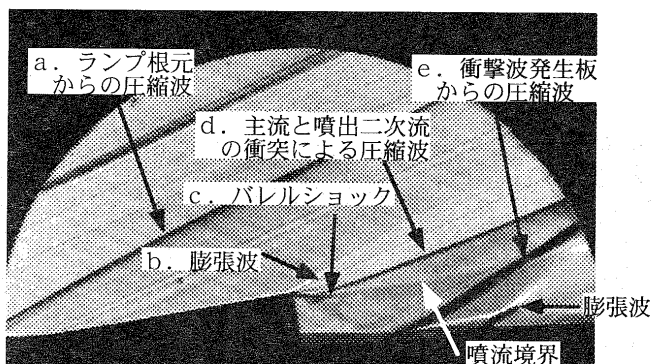


図5. シュリーレン写真

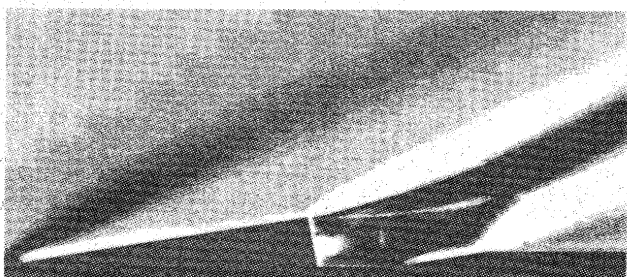
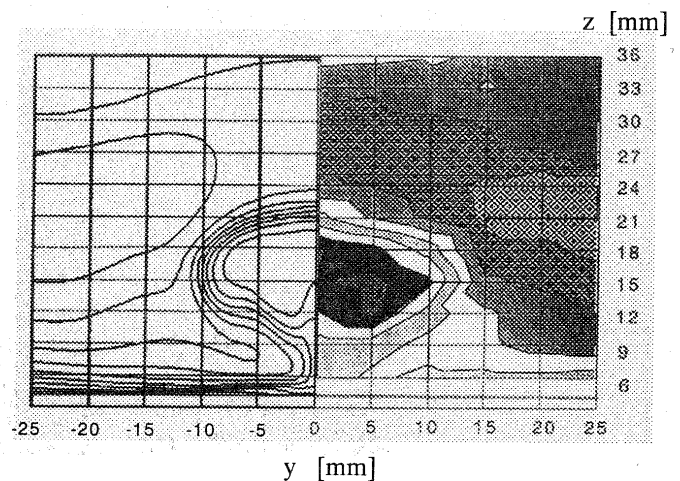


図6. 数値シュリーレン画像



計算結果 実験結果  
図8. ピトー圧断面分布の比較 ( $x/h=4.6$ )

10mmの場合よりも20mmの場合の方が、縦渦の巻き込みによる拡散の影響をより強く受けたと考えられる。

#### 4.5 流れ場中の循環による縦渦の評価

ランプ型インジェクタによって形成される流れ場では、流れ方向に軸を持つ渦（縦渦）が特に混合促進に大きな役割を果たすと言われる。流れ場内に生じている縦渦について、流れ軸に垂直な断面（y-z面）に対して渦度を積分した循環 $\Gamma$ を用いて評価する。循環の定義とStokesの定理に基づいて、循環 $\Gamma$ は、

$$\Gamma = \oint_S \vec{\omega} \cdot \vec{n} dS \quad (1)$$

で表される。平面内の渦度の積分は、各格子点における値の総和として以下の式で計算される。

$$\Gamma = \sum (\omega_{i,j} \cdot n_{i,j} dS_{i,j}) \quad (2)$$

図11および図12に、ショックジェネレータのくさび角 $\beta$ の大きさについて比較した場合とランプ噴射面からの距離 $ls$ について比較した場合の結果をそれぞれ示す。なお、これらの図では流れ方向の位置は、ランプの起点を原点とする $l/h$ 系で示してある。ランプのくさび起点から渦度の生成がはじまり、ランプ端面で主流の回り込みと剪断層の形成によって尖鋭的な分布を示し、その後、渦は拡散しながらその渦度を減少していく。ショックジェネレータを伴う場合は、斜め衝撃波の干渉する位置付近で、その影響によるものと推測される再立ち上がりを示している。

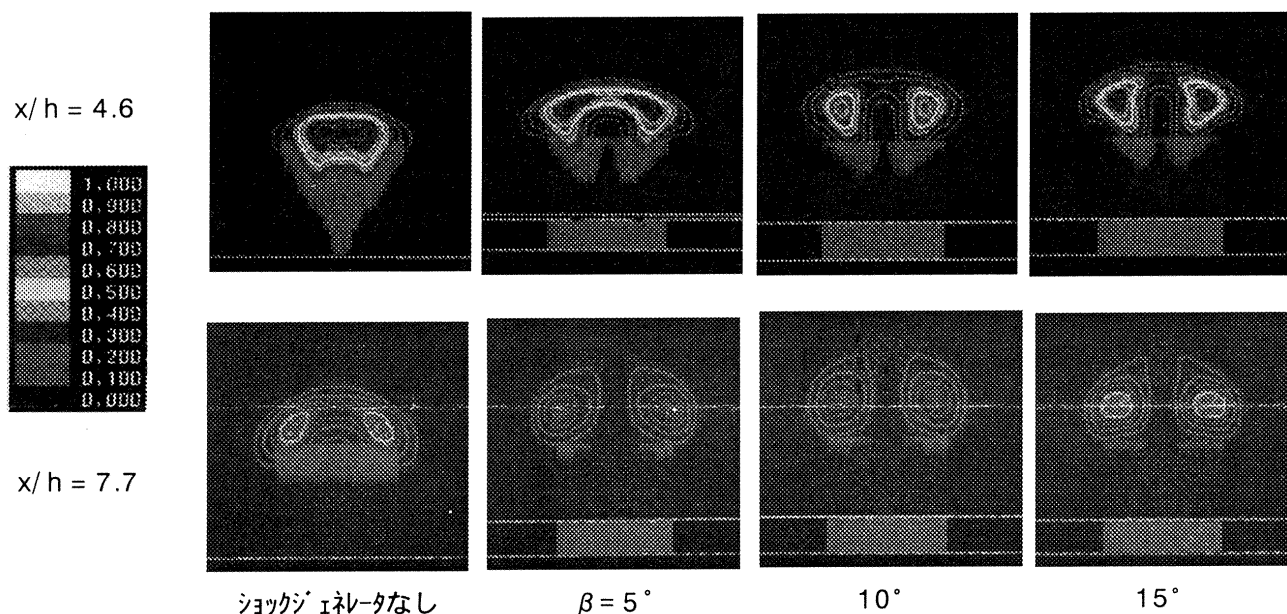


図9. 噴出流の流れ横断面内濃度分布： $\beta$ の違いによる比較（ $ls=20mm$ ）

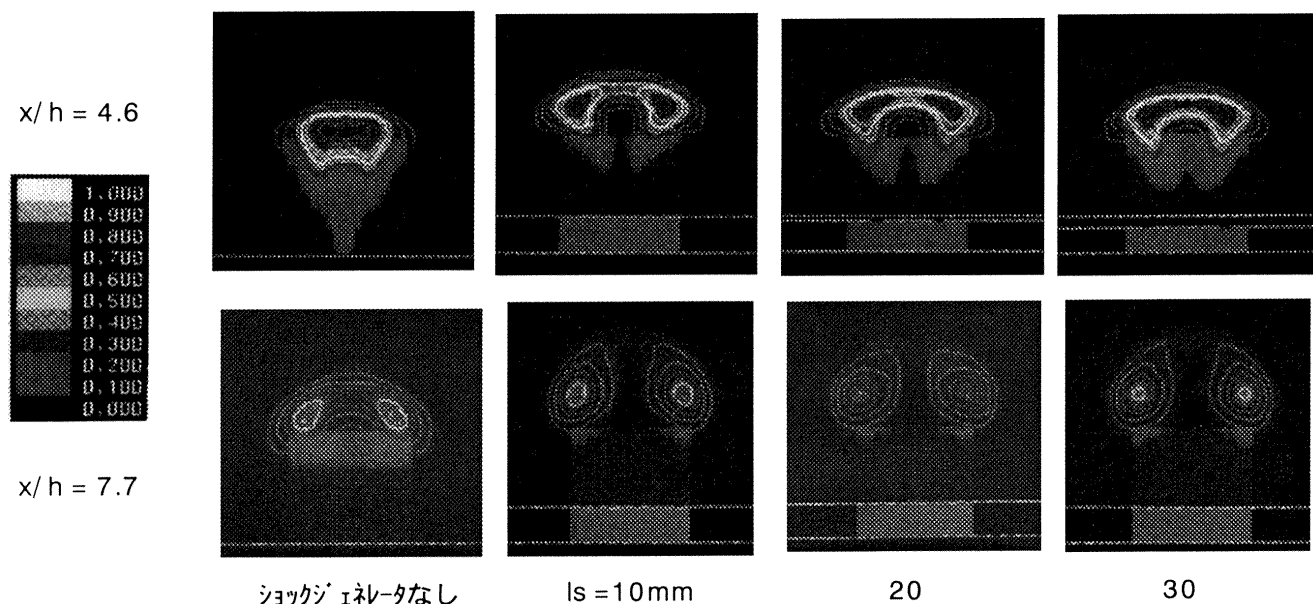


図10. 噴出流の流れ横断面内濃度分布： $ls$ の違いによる比較（ $\beta=5^\circ$ ）

ショックジェネレータのくさび角の違いによる変化は、くさび角が大きくなるにつれて、再立ち上がりでの渦度の増加量が増える。しかしながら、15度の場合にはその増加は少なくなった。一方で、ショックジェネレータ位置の違いによる影響を見ると、再立ち上がりの位置が斜面の位置の違いに合わせてずれるものの、ある距離（ここではおよそ $x/h=9$ ）より下流においては、最終的に循環の値はほとんど等しくなる。

以上より、ショックジェネレータを付けた場合は、流れ場内に生成する循環の量が大きくなることが観察された。生成する循環の大きさに関しては、ショックジェネレータの位置よりも斜面のくさび角の方がより支配的なパラメータであり、くさび角を大きくするほど、この効果が強いことが観察された。

#### 4.6 混合の評価

混合を評価するパラメータとして、可燃濃度燃料分率を用いた。これは、ある流れ横断面内（ $yz$ 面）において、局所濃度が水素の可燃範囲（4~75Vol%）に達している領域の局所燃料質量を積分した値の、断面

全体の燃料質量合計に対する割合を示している。式で表すと、以下ようになる。

$$\langle \text{可燃濃度燃料分率} \rangle = m_{\text{mix}} / m_0 \quad (3)$$

$$m_{\text{mix}} = \sum \phi(f_i) (\rho_i u_i dA_i)$$

$$\phi = 1 \quad (0.04 \leq f_i \leq 0.75)$$

$$\phi = 0 \quad (0 \leq f_i < 0.04, 0.75 < f_i \leq 1.0)$$

$$m_0 = \int_S \rho u dA : \text{断面} S \text{内に存在する二次流の総質量}$$

図13と図14に、ショックジェネレータくさび角 $\beta$ の大きさとランプ噴射面からの距離 $ls$ について比較した結果をそれぞれ示す。まず $\beta$ による影響を見ると、今回のショックジェネレータの位置（ $ls=20\text{mm}$ ）では、 $\beta$ が5~10度の範囲では、混合は促進されて、より短い距離で混合が行われるようになる。しかしながら、 $\beta=15$ 度のS.G.-Cになると逆に混合は悪化し、 $\beta=10$ 度のS.G.-Bのケースで最も混合が良くなる、という結果になった。一方で、 $ls$ の影響についてみると、三条件

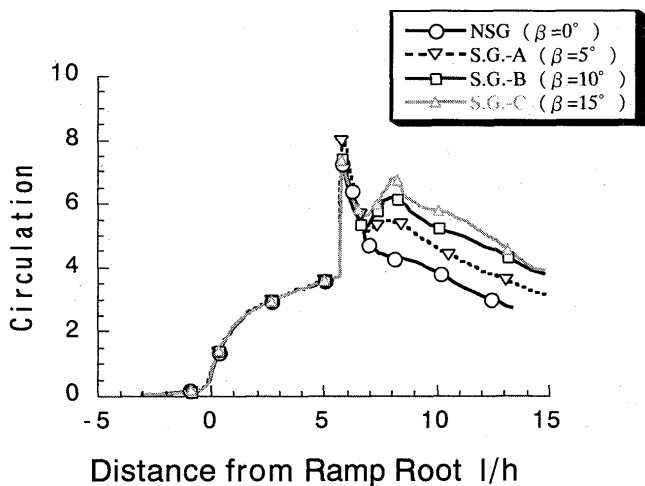


図11. 流れ場内の循環生成の比較  
:  $\beta$ の違いによる比較

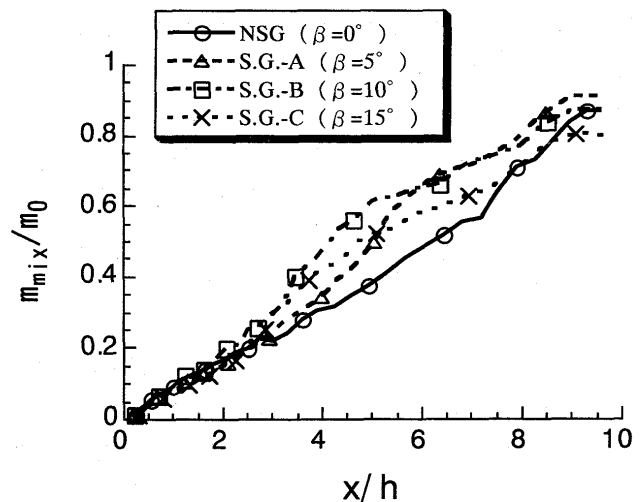


図13. 混合効率の比較（ $\beta$ の影響）

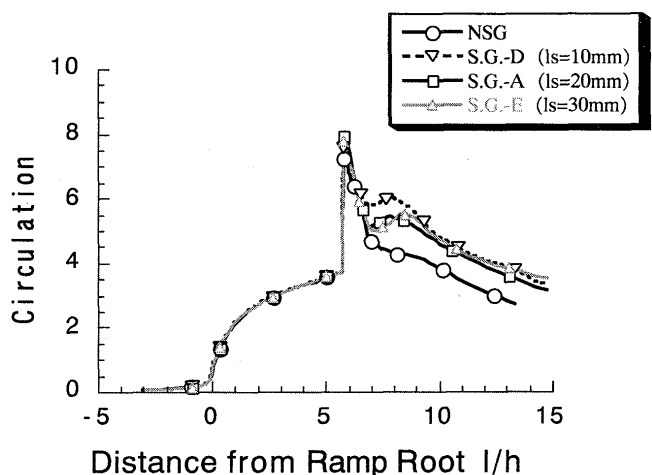


図12. 流れ場内の循環生成の比較  
:  $ls$ の違いによる比較

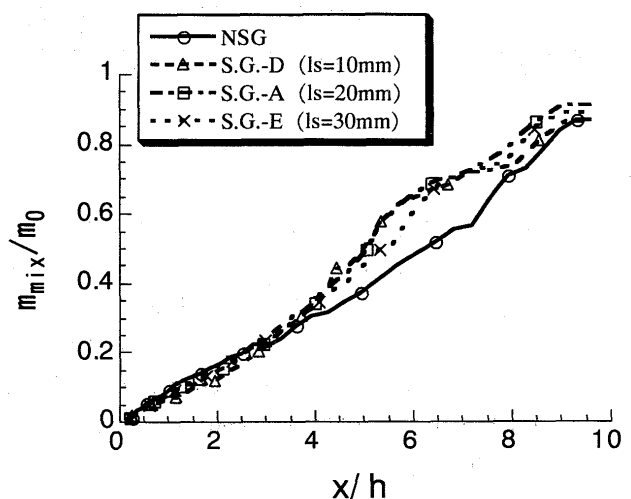


図14. 混合効率の比較（ $ls$ の影響）



ともショックジェネレータがない場合より明らかに混合は向上したが、 $ls$  を変化させても差はあまり見られなかった。これより、衝撃波発生板の位置の違いは混合促進効果へあまり影響しない、と考えられる。

以上のことから、斜め衝撃波を干渉させた時、混合が促進されることが確認された。ショックジェネレータの形状と噴出二次流の混合促進の関係に関しては、衝撃波を発生させる斜面の角度が、ある範囲内では混合促進効果は強くなるが、角度を大きくし過ぎると逆に混合は悪化した。今回の条件では、最適な角度は10度付近であった。一方、ショックジェネレータの位置を変えてもあまり混合効果に影響しない。

## 5. まとめ

ランプ型インジェクタを用いた並行噴射方式による超音速混合流れに対して下流に斜面を設置し、斜め衝撃波を発生させた時の混合効果への影響について研究を行った。斜め衝撃波を発生させるためにランプ型インジェクタ下流に設置した斜面のくさび角および二次流噴射面との距離を変化させた時の、流れ場構造および混合効果に及ぼす影響について調べ、以下のことが分かった。

(1) ショックジェネレータを付けた場合は、流れ場内に生成する循環の量が大きくなった。この時、ショックジェネレータのくさび角 $\beta$ の影響は、角度が増すにつれて渦度強度も高まるが、ある値以上ではその効果はなくなる。

(2) ショックジェネレータの角度がある範囲内では、濃度ピーク値の低下は速くなり混合も良くなる。一方、ある程度以上までいくと、それ以上は混合の向上は見られず、逆に混合が悪化した。今回は、ショックジェネレータの角度 $\beta$ が5~10度の範囲で混合は向上したが、15度では悪化した。

(3) 噴出面からショックジェネレータまでの距離 $ls$ は、斜面のくさび角 $\beta$ と比較してあまり混合に影響を与えない。

### 〔参考文献〕

- [1] Scott D. Stouffer and G. Brurton Northam, "Comparison of Wall Mixing Concepts for Scramjet Combustors", AIAA Paper No.94-0587, 1994.
- [2] Y. Haimovitch, E. Gartenberg, A. Sidney Roberts, Jr. and G. Brurton Northam, "An Investigation of Wall Injectors for Supersonic Mixing Enhancement", AIAA Paper No.94-2940, 1994.
- [3] I. A. Waitz, F. E. Marble and E. E. Zukoski, "Investigation of a Contoured Wall Injector for Hypervelocity Mixing Augmentation", AIAA J., Vol.31, No.6, June 1993.

tion of a Contoured Wall Injector for Hypervelocity Mixing Augmentation", AIAA J., Vol.31, No.6, June 1993.

[4] J. P. Drummond, M. H. Carpenter, D. W. Riggins and M. S. Adams, "Mixing Enhancement in a Supersonic Combustor", AIAA Paper No.89-2794, 1989.

[5] G. B. Northam, I. Greenberg and C. S. Byington, "Evaluation of Parallel Injector Configurations for Supersonic Combustion", AIAA Paper No.89-2525, 1989.

[6] D. O. Davis and W. R. Hingst, "Progress Toward Synergistic Hypermixing Nozzles", AIAA Paper No.91-2264, 1991.

[7] Y. Yamane, Y. Ando, S. Aso, M. Tannou and M. Fukuda, "A Numerical Study on Mixing of Supersonic Flow Fields with Parallel Injections through Ramp Nozzle", AIAA Paper No.94-2944, 1994.

[8] 山根, 澤口, 安藤, 麻生, 福田 "並行噴射方式における超音速空力混合促進の研究", 第35回航空原動機・宇宙推進講演会講演集

[9] H. C. Yee and A. Harten, "Implicit TVD Schemes for Hyperbolic Conservation Laws in Curvilinear Coordinates", AIAA Paper No.85-1513, 1985.

[10] T. Fujimori, M. Kawai, H. Ikeda, Y. Ando, Y. Ohmori, S. Aso and M. Fukuda, "Numerical Prediction of Two and Three Dimensional Sonic Gas Transverse Injections into Supersonic Flow", AIAA Paper No.91-0415, 1991.

[11] B. S. Baldwin and H. Lomax, "Thin Layer Approximation and Algebraic Model for Turbulent Flow.", AIAA Paper 78-257., 1978.

[12] T. Fujimoto, S. Sawaguchi and K. Hanawa, "CVL Application for Supersonic Wind Tunnel of Blow-Down Type", AIAA Paper No.94-2574, 1994..

## 水素・酸素乱流燃焼流れの数値シミュレーション

溝渕泰寛, 小川哲 (航技研)

## Numerical Simulation of Hydrogen/Oxygen Turbulent Combustion Flows

Yasuhiro Mizobuchi, Satoru Ogawa (NAL)

## ABSTRACT

The flow fields with the hydrogen/oxygen turbulent combustion are numerically simulated. The effects of turbulence on mixing and chemical reaction are estimated with the turbulent transport coefficients and turbulent reaction rates, respectively. The coefficients and the temperature fluctuation which is needed to estimate the turbulent reaction rates are evaluated by the two-equation turbulence models. The computational results show a fairly good agreement with experimental data in the wall pressure distribution. The estimation of the combustion efficiency is slightly improved by the turbulent reaction rates.

## 1. はじめに

燃焼流れにおける乱流の役割は非常に大きい。拡散火炎においては燃料と酸化剤の混合が乱流混合によって大きく促進され、また、燃焼反応の速度が乱れによって飛躍的に速くなることも実験的に良く知られた事実である。しかしながら一方では乱流が激しすぎると燃焼が不均一になり  $\text{NO}_x$  等の環境汚染物質を多く排出したり、また消炎の原因にもなることが知られている。このように燃焼流れにおいて乱流は極めて重要な研究課題であり、数値解析においても乱流を的確に評価した方法が追求されなければならない。そこで現在の計算機能力にみあい、かつ乱流の影響を的確に捕らえられる計算コードを開発する必要がある。

乱流現象を取り扱うための最も明解な方法は DNS (Direct Numerical Simulation) によって最小渦まで分解し、非定常な乱流現象を追従、解析することであろう。しかしながら最小渦のスケール (Kolmogorov スケール) は  $Re^{-3/4}$  のオーダーであり、3次元計算においては  $Re^{-9/4}$  のオーダーの計算点を必要とする。最近の研究によれば最小渦まで解像しなくてもその10倍程度の渦までで十分であるという比較的楽観的な意見もある [1] が、現在の計算機能力からいって、また将来的にも暫くは工学的、実用的な条件での計算は現実的でないと考えなくてはならない。とりわけ火炎を解像しようとする火炎近傍において解像度を上げなければいけないが、火炎位置は空間を動く場合が多く、かなり広領

域に細かい計算格子を張らなければならないという問題が生じる。そこで当面実用レイノルズ数流れについては平均量についての方程式を解くことになる。平均量の方程式には、レイノルズ応力、乱流熱伝導、乱流拡散といった付加項が現われるが、化学反応を含む場合には更に反応生成項として平均操作の加わったものを用いなければならない。そこで、これらの乱流による諸量を、乱流モデルと乱流反応速度を用いて評価する。乱流モデルには通常用いられる非圧縮性の  $k-\epsilon$  モデルを用いている。対流マッハ数が大きくなると圧縮性の効果が大きくなりそれを見積もったモデルを用いなければならないという指摘があるが [2]、研究の第一段階であること、また超音速空気流への水素の垂直噴射による混合問題の計算において比較的良い結果が得られた [3] ことから現段階では圧縮性を考慮した乱流モデルは用いていない。乱流反応速度としては、平均温度だけでなくその変動にも依存する反応速度を用い、温度変動はモデルから求める。本研究では、上記のような計算モデルを用いてスクラムジェット燃焼器内の、水素・酸素乱流燃焼流れを計算した結果を示す。

## 2. モデル

気体は熱的には平衡状態にあると仮定し、反応モデルとしては9化学種17反応モデル [4] (表1) を用いている。化学種の拡散にはFickの法則を用い濃度の勾配に比例して拡散するとしている。分子運動による輸送

係数は Lennard-Jones ポテンシャルモデル [5] から求め、化学種のエンタルピー等は JANAF テーブル [6] から引用する。

乱流輸送係数は 2 方程式の乱流モデル [7] から得られた渦粘性係数  $\mu_t$  から、一定の乱流プラントル数  $Pr_t$ 、シュミット数  $Sc_t$  を仮定して求める。すなわち、乱流熱伝達係数  $\kappa_t$ 、化学種  $s$  の乱流拡散係数  $D_{st}$  を

$$\kappa_t = \frac{1}{Pr_t} \mu_t \quad (1)$$

$$D_{st} = \frac{1}{Sc_t \rho} \mu_t \quad (2)$$

と与える。ここでは、 $Pr_t = Sc_t = 1$  とした。

化学反応による生成項は、(層流)+(乱流) という形に分離できないので特別に取り扱う必要がある。ここでは拓殖らにより非平衡統計力学から導かれた反応速度 [8] を用いることによって乱流の効果を取り入れる。Arrhenius 型の反応速度  $W$  に対する乱流反応速度  $\bar{W}$  は平均温度  $\bar{T}$ 、温度変動  $\delta T$  を用いて次のように与えられる。

$$\bar{W} = \frac{1}{2} \{ W(\bar{T} + \delta T) + W(\bar{T} - \delta T) \}, \delta T^2 = \overline{T'^2}. \quad (3)$$

この反応速度は予混合乱流火炎の伝播速度の計算において実験と一致する結果を与えることが示されている [9]。

この乱流反応速度を用いるには温度変動をなんらかの方法で求める必要がある。ここでは簡単のために温度変動もモデル [10, 11] から求める。このモデルは乱れの中のスカラー量の変動に関する方程式から導かれたもので、通常の乱流モデルが速度変動強度とその散逸についてのモデルであるのに対し、このモデルは温度変動強度とその散逸についてのモデルである。その方程式は次のようである。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho \bar{T}^2}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i \bar{T}^2}{\partial x_i} &= \frac{\partial}{\partial x_i} \left\{ \left( \kappa + \frac{\kappa_t}{\sigma_h} \right) \frac{\partial \bar{T}^2}{\partial x_i} \right\} \\ &+ P_t - \varepsilon_t + D_t \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho \varepsilon_t}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i \varepsilon_t}{\partial x_i} &= \frac{\partial}{\partial x_i} \left\{ \left( \kappa + \frac{\kappa_t}{\sigma_\phi} \right) \frac{\partial \varepsilon_t}{\partial x_i} \right\} \\ &+ \frac{\varepsilon_t}{\bar{T}^2} (C_{P1} f_{P1} P_t - C_{D1} f_{D1} \varepsilon_t) \\ &+ \frac{\varepsilon_t}{k} (C_{P2} f_{P2} P_k - C_{D2} f_{D2} \varepsilon) \\ &+ E_t \end{aligned} \quad (5)$$

$$P_k = \left\{ \mu_t \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} k \right\} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (6)$$

$$P_t = \kappa_t \left( \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_i} \right)^2 \quad (7)$$

記号の詳細、定数等は参考文献 [10, 11] を参照のこと。

### 3. 支配方程式

支配方程式は、3 次元ナビエ-ストークス方程式に 4 つの乱流量の輸送方程式および 9 化学種の保存式を組み込んだ方程式である。本来全密度の保存式は必要ないが後述のように化学種の密度の補正のために支配方程式に含めている。支配方程式は一般曲線座標系で以下のように書ける。

$$\frac{\partial Q}{\partial \tau} + \frac{\partial F_{\xi_i}}{\partial \xi_i} = \frac{\partial F_{v\xi_i}}{\partial \xi_i} + H_c + H_t \quad (8)$$

ここに、

$$Q = V \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u_1 \\ \rho u_2 \\ \rho u_3 \\ E \\ \rho f_r \\ \rho z_s \end{bmatrix} \quad F_{\xi_i} = \begin{bmatrix} n_{ij} \rho u_j \\ n_{ij} \rho u_1 u_j + n_{i1} \left( p + \frac{2}{3} \rho k \right) \\ n_{ij} \rho u_2 u_j + n_{i2} \left( p + \frac{2}{3} \rho k \right) \\ n_{ij} \rho u_3 u_j + n_{i3} \left( p + \frac{2}{3} \rho k \right) \\ n_{ij} (E + p + \frac{2}{3} \rho k) u_j \\ n_{ij} \rho f_{r,j} \\ n_{ij} \rho z_s u_j \end{bmatrix}$$

$$F_{v\xi_i} = \begin{bmatrix} 0 \\ n_{ij} \tau_{1j} \\ n_{ij} \tau_{2j} \\ n_{ij} \tau_{3j} \\ n_{ij} (\tau_{jk} u_k + q_j) \\ n_{ij} \mu_r f_{r,j} \\ n_{ij} \rho (D_s + D_{st}) z_{s,j} \end{bmatrix}$$

$$E = e + \frac{1}{2} \rho (u_1^2 + u_2^2 + u_3^2) \quad (9)$$

$$e = \sum_s \rho z_s (H_s + \Delta H_{fs}) - p \quad (10)$$

$$p = R_u T \sum_s \rho z_s \quad (11)$$

$$\tau_{ij} = (\mu + \mu_t) \left( u_{i,j} + u_{j,i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} u_{m,m} \right) \quad (12)$$

$$q_j = (\kappa + \kappa_t) T_{,j} + \sum_s \rho (D_s + D_{st}) h_s z_{s,j} \quad (13)$$

$f_r$  ( $r = 1 \sim 4$ ) は  $k, \varepsilon, \bar{T}^2, \varepsilon_t$  であり、 $z_s$  ( $s = 1 \sim 9$ ) は化学種  $s$  の単位質量当りのモル数である。 $H_c, H_t$  はそれぞれ化学反応、乱流モデルの生成項である。 $(\cdot)_{,i} \equiv \partial(\cdot)/\partial x_i$ ,  $(x_1, x_2, x_3) \equiv (x, y, z)$  はカーテシアン座標系、 $(\xi_1, \xi_2, \xi_3) \equiv (\xi, \eta, \zeta)$  は一般座標系である。 $V$  は計算セルの体積、 $n_{ij}$  はセル境界の面ベクトルである。その他特記の無い記号は慣用に従う。

#### 4. 解析手法

対流項の計算には Roe スキームを高精度化した TVD 数値流束 [12] で評価し, LU-ADI 法 [13] を用いて陰的に時間積分を行なっている. 化学反応および乱流モデルの生成項の Stiffness は Point Implicit 法 [14] 等を用いて取り除いている. また流れは定常と仮定し局所時間刻みを用いて定常解を求めている. また, 化学種の拡散に Fick の法則を用いているため, 化学種の密度の総和が全密度となることが保証されない. そこで全密度も計算し, イタレーション毎に化学種密度を, その総和が全密度と等しくなるように補正している.

#### 5. 計算結果

はじめに本研究で用いる乱流反応速度の影響を調べるために, 乱れがある静止気体中の火炎の伝播速度を計算した. 1次元の定圧燃焼を仮定し, 両境界を断熱火炎温度の燃焼気体および未燃気体とし, 1次元の支配方程式をイタレーションごとに圧力を補正しながら解いた. 現在用いている計算モデルでは少なくとも  $k$  と  $\varepsilon$  が分からなければならないので, 実験で測定された長さスケール  $l$  を用いて

$$\varepsilon = C \frac{k^{3/2}}{l} \quad (14)$$

と表し, 比例係数  $C$  は, 乱れが小さい時に  $S_t/S_l = \sqrt{\kappa_t/\kappa}$  となるよう定めた. 具体的には  $u'/u_l = 0.1$  の時  $S_t/S_l = \sqrt{\kappa_t/\kappa} = 1.1$  となるように  $C = 17.0$  とした.

図1は乱れに対する火炎の伝播速度変化である. 実験結果および通常の反応速度を用いて計算した場合の結果も示している. 伝播速度は乱れが強くなるにしたがって速くなることが分かる. 通常の反応速度を用いた場合にも速くなるのは熱伝達係数が大きくなるためである. また乱れが大きい程, 乱流反応速度の影響が大きくなることが分かる. これは速度変動が大きいと温度変動も大きくなり式3中の  $W(T+\delta T) \propto \exp(-E_a/(T+\delta T))$  の項が非常に大きくなり反応速度が大きくなるためである. この計算はかなり恣意的にパラメータを与えた計算であるが, 乱流反応速度の有効性を示していると考えられる.

次にスクラムジェット燃焼器 [16] 内流れの計算結果を示す. 燃焼器の2次元的な形状は図2に示すとおりで, 入口高さ16mm, 保炎のための高さ3.2mmのステップから12.8mm後方に直径2mmの水素噴射口があり, ステップから96mm後方からは1.7°の開き角で拡大している. 実際の実験装置には上下面互いに16.2mmおきに上面に4個, 下面に5個の噴射口があるが, 計算量

を軽減するために図3に示すように境界に対象条件を与え, 計算領域を全体の1/10とした. このため装置側壁の影響は無視することになるが, 全体から見ればその影響は小さいと考えられる.

流入および吹き出しの条件は表2に示すとおりで, マッハ数2.5の模擬空気流に音速で水素が垂直噴射される. 水素流量は当量比が1.0となるように, すなわち, 流入する酸素分子数の2倍の数の水素分子が吹き出されるように調整している.

壁は断熱非触媒壁とし, 吹き出し口には境界層は仮定していない. 乱れの境界条件は, 一様流および吹き出し口で0.1%の乱れを仮定し, 乱流輸送係数が分子運動による輸送係数と等しくなるように与える.

図4は計算格子で主流方向に201点(入口境界からステップまでに60点), 高さ方向に151点(ステップ内に31点), 幅方向に67点である. 壁近くの最小格子幅は入口高さに対して  $1.0 \times 10^{-5}$  である.

図5は噴射口間の中心線上の壁面圧力分布である. 横軸はステップからの距離を表しており, 圧力は流入全圧で無次元化されている.  $x = -100\text{mm}$  あたりで急激な圧力上昇が見られるが, これは燃焼によってステップ下流の圧力が上昇したことにより生じた剥離衝撃波に対応している. この衝撃波位置を比較的良好に捕らえられているため圧力分布は全体的には実験結果と良い一致を示している. これは, この計算の場合には乱流モデルがうまく働き剥離域で渦粘性係数が大きくなることによって衝撃波が上流に移動するのを抑えているためである. なお今回用いた計算格子で, モデルを用いないでナビエ・ストークス方程式を解くと, この衝撃波は上流に移動し続け計算領域の端まで達してしまい解が得られなかった.

図6は燃焼器内の水の体積分率分布である. 吹き出し付近で燃焼反応によって生じた水が下流に行くにしたがって拡散していく様子が分かる. ステップ上流にも分布がみられるのは逆流した水素がそこで燃焼しているためである.

図7は燃焼効率分布 : (燃焼した水素)/(燃焼すべき水素) である. 実験値と, 通常の反応速度を用いた場合の結果も示している. この計算の場合は乱流反応速度の影響はさほど小さくなく, 比較的效果が大きいのは吹き出し近くである. これは吹き出し近くで温度変動が大きいことに対応している. また吹き出し近く以外は実験と良い一致を示しているが, これは吹き出しから遠いところでは水素と空気の乱流混合を計算モデルがよく見積もっているためと考えられる. 吹き出し付近での実験との格差の原因の一つとして, 吹き出しで

の乱れの境界条件が小さすぎることが考えられる。

## 6. まとめ

スクラムジェット燃焼器内の流れ場を乱流モデルおよび乱流燃焼速度を用いて計算した。燃焼器内の壁面圧力分布については、乱流モデルの働きが効果的で全体的には実験と良い一致を示す結果が得られた。また燃焼効率についても実験に近い値が得られたが、乱流燃焼速度の影響はさほど見られなかった。これは流れ場が元々温度変動に対して敏感でなかったことも原因と考えられるが、温度変動が正しく求められているかという問題もあり、モデルについて今後検討、改良を行なっていく必要がある。また乱流モデルについては圧縮性の影響、衝撃波を伴うような流れ場での妥当性等の問題を解決していく必要がある。

## 参考文献

- [1] Moin P. and Mahesh K.: Direct Numerical Simulation: a tool in turbulence research, to appear in Annual Review of Fluid Mechanics, Vol.30, 1998.
- [2] Sarkar S. and Balakrishnan L.: Application of a Reynolds Stress Turbulence Model to the Compressible Shear Layer, AIAA paper 90-1465, 1990.
- [3] 溝渕泰寛, 小川哲: 超音速空気への水素噴射の数値計算, 第 14 回航空機計算空気力学シンポジウム論文集, 1997, pp.165-170.
- [4] Westbrook, C. K.: Hydrogen Oxidation Kinetics in Gaseous Detonations. Combustion Science and Technology, Vol.29, 1982, pp.67-81.
- [5] Chapman S. and Cowling T. G.: The Mathematical Theory of Non-Uniform Gases. Cambridge University Press, 1970.
- [6] JANAF Thermochemical Tables, 1965.
- [7] Myong H. K. and Kasagi N., : A New Approach to the Improvement of  $k - \varepsilon$  Turbulence Model for Wall-Bounded Shear Flows, *JSME International Journal*. Ser.II, Vol. 33, 1990, pp.63-72.
- [8] Sagara K. and Tsugé S.: Exact Solution of BBGKY hierarchy equation, *Phys. Fluids*, Vol.25, 1982, pp.1970-1977.
- [9] Tsugé S. and Ogawa S.: Turbulence as a solitary wave in physical-plus-eddy space. *Turbulent and Molecular Process in Combustion*, Elsevier, 1993, pp. 35-50.
- [10] Jones W. P. and Musonge P.: Closure of the Reynolds stress and scalar flux equations. *Phys. Fluids*, Vol.31, 1988, pp.3589-3604.
- [11] 長野靖尚, 田川正人, 辻俊博, 機論: 壁乱流の漸近挙動を考慮した温度場 2 方程式乱流モデル, B, pp.259-265, 1990.
- [12] Wada Y., Ogawa S. and Ishiguro T.: A Generalized Roe's Approximate Riemann Solver for Chemically Reacting Flows. AIAA paper 89-0202, 1989.
- [13] Obayashi, S. and Fujii, K.: Computation of Three-Dimensional Viscous Transonic Flows with the LU Factored Scheme. AIAA Paper 85-1510, 1985.
- [14] Bussing, T. R. A. and Murman, E. M.: A Finite Volume Method for the calculation of Compressible Chemically Reacting Flows. AIAA Paper 85-0331, 1985.
- [15] Abdel-Gayed R.G., Al-Khishall K.J. and Bradley D.: Turbulent Burning Velocities and Flame Straining in Explosions, *Proc. R. Soc. Lond. A* **391**, 1984, pp.393-414.
- [16] 小室他, 第 29 回航空原動機に関する講演会講演集: 矩形スクラムジェット燃焼器の実験 (その 2), 1988, pp.94-99.

表 1: 化学反応モデル

Reaction	
1	$\text{H} + \text{O}_2 \rightleftharpoons \text{O} + \text{OH}$
2	$\text{H}_2 + \text{O} \rightleftharpoons \text{H} + \text{OH}$
3	$\text{H}_2\text{O} + \text{O} \rightleftharpoons \text{OH} + \text{OH}$
4	$\text{H}_2\text{O} + \text{H} \rightleftharpoons \text{H}_2 + \text{OH}$
5	$\text{H}_2\text{O}_2 + \text{OH} \rightleftharpoons \text{H}_2\text{O} + \text{HO}_2$
6	$\text{H}_2\text{O} + \text{M} \rightleftharpoons \text{H} + \text{OH} + \text{M}$
7	$\text{H} + \text{O}_2 + \text{M} \rightleftharpoons \text{HO}_2 + \text{M}$
8	$\text{HO}_2 + \text{O} \rightleftharpoons \text{OH} + \text{O}_2$
9	$\text{HO}_2 + \text{H} \rightleftharpoons \text{OH} + \text{OH}$
10	$\text{HO}_2 + \text{H} \rightleftharpoons \text{H}_2 + \text{O}_2$
11	$\text{HO}_2 + \text{OH} \rightleftharpoons \text{H}_2\text{O} + \text{O}_2$
12	$\text{H}_2\text{O}_2 + \text{O}_2 \rightleftharpoons \text{HO}_2 + \text{HO}_2$
13	$\text{H}_2\text{O}_2 + \text{M} \rightleftharpoons \text{OH} + \text{OH} + \text{M}$
14	$\text{H}_2\text{O}_2 + \text{H} \rightleftharpoons \text{HO}_2 + \text{H}_2$
15	$\text{O} + \text{H} + \text{M} \rightleftharpoons \text{OH} + \text{M}$
16	$\text{O}_2 + \text{M} \rightleftharpoons \text{O} + \text{O} + \text{M}$
17	$\text{H}_2 + \text{M} \rightleftharpoons \text{H} + \text{H} + \text{M}$

表 2: 計算条件

	模擬空気	ジェット
マッハ数	2.5	1.0
全温	2000	280
全圧	1.0	6.64
組成 (体積)	$\text{O}_2:0.2, \text{H}_2\text{O}:0.25, \text{N}_2:0.55$	$\text{H}_2$

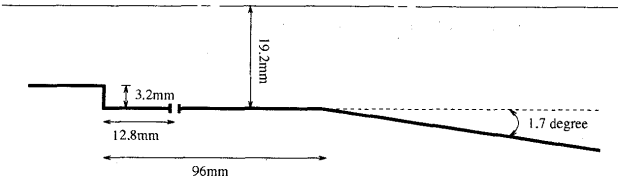


図 2: 燃焼器概要

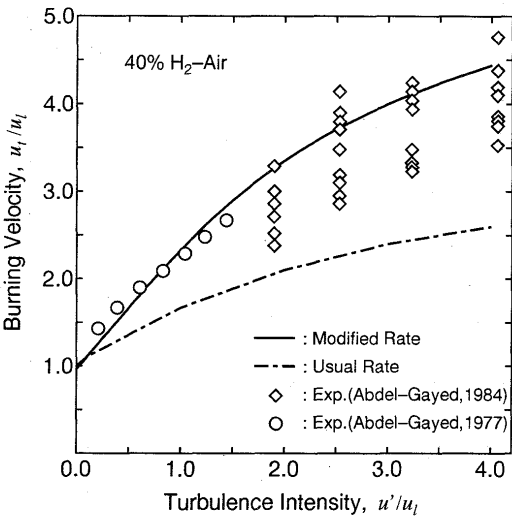


図 1: 火炎速度

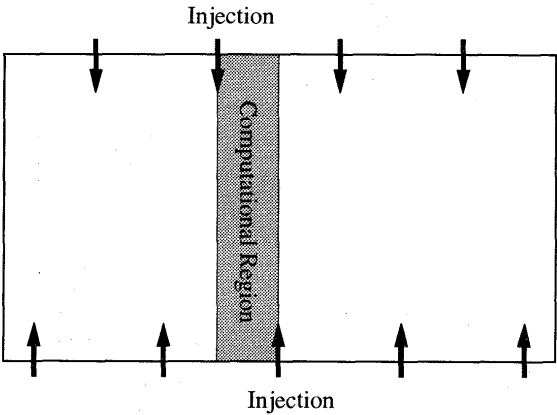


図 3: 計算領域

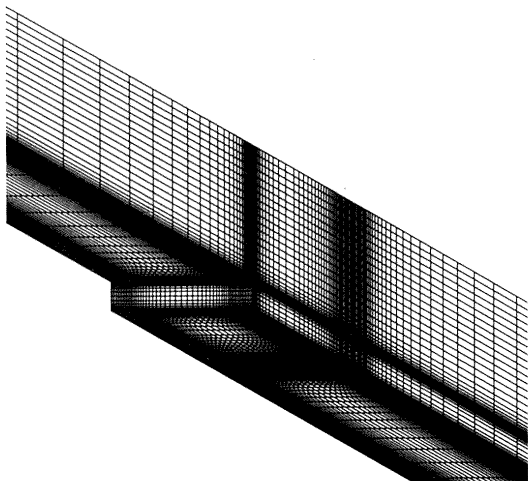


図 4: 計算格子 (201×151×67)

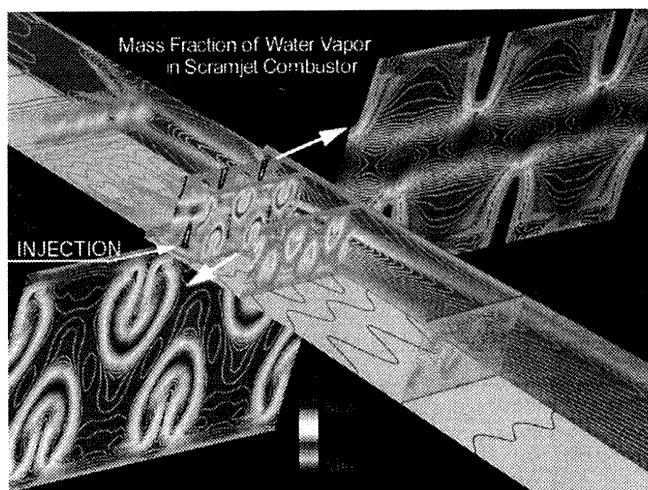
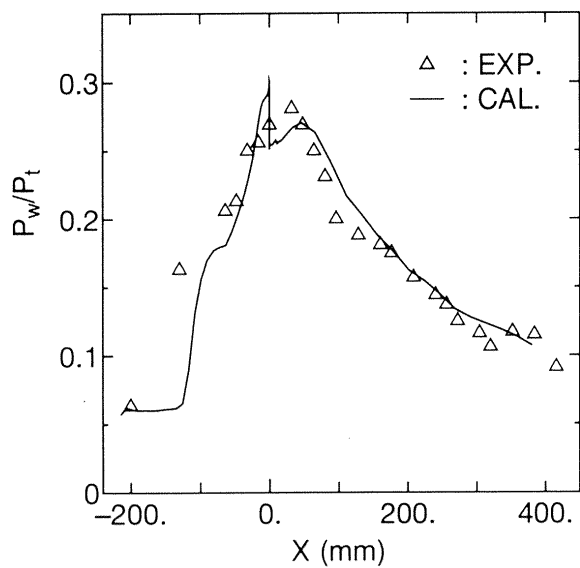
図 6: スクラムジェット燃焼器内の  $\text{H}_2\text{O}$  分布

図 5: 壁面圧力分布

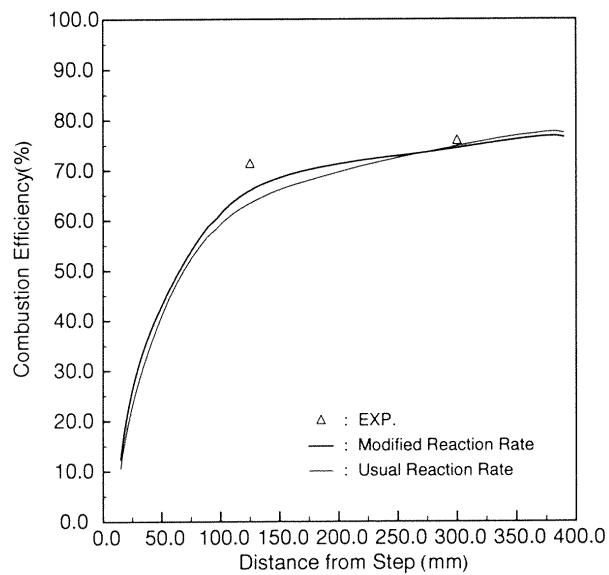


図 7: 燃焼効率

# 小型高速実験機におけるCFD解析

高木亮治\*、岩宮敏幸\*、橋本桂子†

## CFD Analysis Applied to the Supersonic Research Airplane

by

Ryoji Takaki, Toshiyuki Iwamiya

National Aerospace Laboratory

and

Yoshiko Hashimoto

Sanko Software Ltd.

### ABSTRACT

National Aerospace Laboratory (NAL) conducts the research program in which the un-manned supersonic research airplane will be developed to establish the design technology composed by Computational Fluid Dynamics (CFD). CFD analysis is necessary to develop next generation High Speed Commercial Transport(HSCT) which has high performances such as high lift-to-drag ratio. This paper describes the overview of a CFD code applied to the designing of the NAL's supersonic research airplane. It is also presented the recent problems for aerodynamic design with CFD.

#### 1. はじめに

次世代の航空機として現在の遷音速旅客機に代わり超音速で巡行する高速航空機の研究・開発が欧米をはじめ我が国においても開始されている。これに関連して航空宇宙技術研究所では今年度より次世代高速航空機開発に向けた小型高速実験機プロジェクトが本格的に開始された<sup>1)</sup>。この実験機プロジェクトは次世代高速航空機の国際共同開発への主体的参加に必要な中核的な技術開発を行なう事を目的としている。そのためには我が国独自の先端的かつ実用的な航空機技術および航空機設計技術の実証・開発を行なう必要がある。そういった技術の中で特にCFDによる空力設計技術の確立が重要なテーマとして設定されている。

小型高速実験機におけるCFD空力設計法の技術実証はおおまかには以下の2種類に分類される。

- 順問題CFD設計法
- 逆問題・最適化CFD設計法

最近の計算機の性能向上に伴い、全機まわりのCFD解析がある程度の計算時間で行なえるようになってきた。そのため従来は線形理論もしくは風洞試験でしか性能評価ができなかった機体特性がCFDによる性能評価も可能になってきた。順問題CFD設計法は空力設計にお

いて、与えられた機体形状の性能評価を風洞試験に代わってCFDを用いて行なう設計手法である。

線形理論は比較的簡易で設計の初期段階での性能評価では非常に役に立つツールであるが、その適用範囲はかなり限定され、次世代の高性能航空機の開発においては線形理論だけでは不十分であり非線形現象を的確に捕らえる必要がある。風洞試験は過去のデータ、技術の蓄積により信頼性のある性能評価が可能であるが、風洞試験の模型製作に要するコストが高いこと、また実現できる飛行条件が限られている事など設計ツールとして考えれば線形理論とは別のような問題を抱えている。特に模型製作に要するコストが高いため設計におけるパラメトリックスタディーに対しては効果的に対応できない。CFDは機体形状、飛行条件の変更が比較的容易であり、より実機の飛行条件に近い状態を解析することができる。小型高速実験機ではロケット実験機に続き、ジェット実験機も想定されており機体・エンジン統合空力設計が重要な課題である。こういった統合形態に対する設計は線形理論だけによる解析は困難と考えられ、CFDによる解析が有望視されている。

しかしながらCFD解析は現状多くの問題点を抱えている。特に問題となるのが乱流現象に関してである。乱流現象に関しては物理的にも未だ十分解明されておらず、まして数値解析で正確に乱流を解析することは



現状非常に難しい状況である。また層流から乱流への遷移位置の予測および乱流のモデル化に関しては現状ではまだまだ不十分である。乱流現象をはじめとして実際の設計ツールとして CFD を活用するためには計算精度の向上、信頼性の確立、高効率化等克服すべき課題は多い。しかしながら次世代の航空機開発においては従来の設計手法では実現できない高性能を達成する必要がある CFD による設計手法の確立が急務である。

CFD を用いた設計手法として最適化設計手法がある。最適化設計手法自体は古くから存在していたが空力設計に使える程ロバストで効率の良いものはなかった。近年遺伝的アルゴリズムといった新しい手法が提唱され、また計算機パワーの向上もあり CFD と組み合わせることで実際の空力形状の最適化に適用される様になった<sup>2)</sup>。本プロジェクトにおいてはこういった逆問題を適用した空力設計も行なわれている。従来ある形状の性能を把握しその性能を改善するための形状修正の手法は簡単な線形理論と最後は設計者の経験に負うところが大きかったが、逆問題を解くことで形状変更を自動的に行なうことが可能である。

図 1 に CFD を用いた空力設計サイクルを示す。設計要求に対して線形理論等で初期形状が提起されるとその形状に対して順問題 CFD を用いて空力性能の解析を行ない性能を評価する。その評価を基に逆問題 CFD 等を用いて形状を修正する。以下形状の修正と性能評価を繰り返し設計を収束させることになる。また本サイクルにおいては CFD の信頼性を確認するため風洞試験を行ない、CFD コードの検証を行なう。

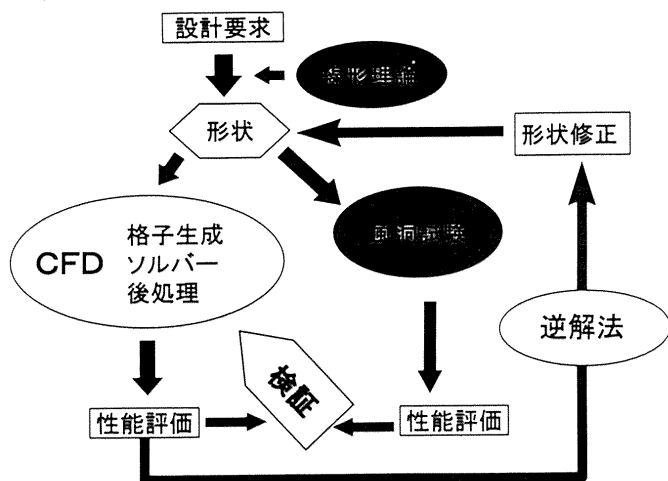


図 1 : CFD を用いた空力設計サイクル

本発表では小型高速実験機において現在行なわれている CFD 設計手法の内順解法における CFD 解析手法について報告するとともに、CFD 設計における問題点を指摘しその対処法に関して議論を行なう。

## 2. 数値解析手法

支配方程式としては 3 次元完全 Navier-Stokes 方程式を用い、有限体積法を用いて離散化を行なっている。有限体積法による離散化は空間を有限の大きさのセルで分割し、物理量としてそのセル内の平均値を用いる。有限体積法で離散化を行なうと支配方程式は、各セル内の保存量の増減がそのセルのセルフェイス (セル表

面) を通って出入りする流束の和として表現される。一般曲線座標系での離散化においては幾何学的にセル体積、表面ベクトルを計算することができ、メトリックの計算時の誤差が小さいのが特徴である。また計算領域内の特異点の処理も比較的簡単となる。セルフェイスでの数値流速の評価には AUSMDV スキーム<sup>3)</sup>を用い MUSCL 法を用いて高精度化を行なっている。その際 primitive variables ( $\rho, u_j, p$ ) の外挿を行なっている。粘性項に関しては一般に良く用いられる中心差分スキームを用いて離散化を行なった。そのため空間の離散化精度は 2 次精度である。時間積分は陽解法を用い、局所時間刻法を併用して収束を加速している。また乱流モデルとしては Baldwin-Lomax の代数モデルを用いており全域層流、全域乱流の計算が可能となっているが、本解析では基本的に全域乱流として性能計算を行なっている。

計算格子としては計算領域をブロック毎に分割可能なマルチブロック型構造格子を採用した。これにより比較的複雑な形状に対する格子生成の柔軟性を高め格子生成の効率を高めた。またマルチブロック格子にすることで物体形状の再現性が向上し、単一格子では問題になった翼胴結合部、主翼キंक部等の格子の質を向上させることができた。また現在翼胴形態の解析ではあるが次の段階として尾翼付、エンジンナセル付といったフルコンフィギュレーション形態の解析を予定しており、そういった形状に対して有効であると考えられる。計算格子は表面格子を CATIA を用いて生成した<sup>4)</sup>後、空間格子を高梨の手法 (EGG3D)<sup>5)</sup>により生成した。本計算では計算領域は 14 ブロックに分割している。まず計算領域を上下に分割しそれぞれに対して、胴体を、前胴、中胴、後胴の 3 ブロック、翼を外翼、内翼の 2 ブロック、それに続くウェーク領域を外、内の 2 ブロック、計 14 ブロックである。現在計算を行なっている格子の規模は全部で 140 万点程である。図 2 に機体表面格子を示す。また図 3 に外方境界の格子面を図 4 に途中空間の格子面を示す。EGG3D は電気力線を用いて格子を生成しており、通常外方境界は 3 次元では球となる様に設定されている。本計算では流場が超音速であることを考慮し外方境界を半球に設定した。

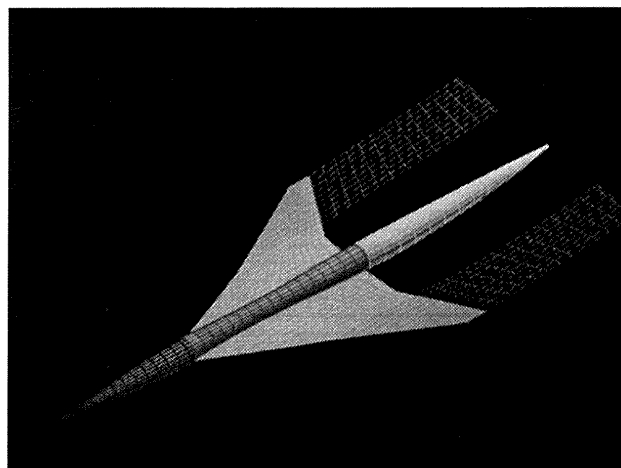


図 2 : 機体表面格子

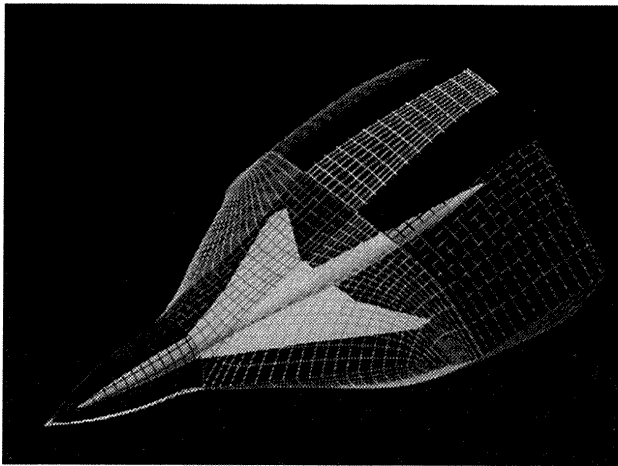


図 3：空間格子

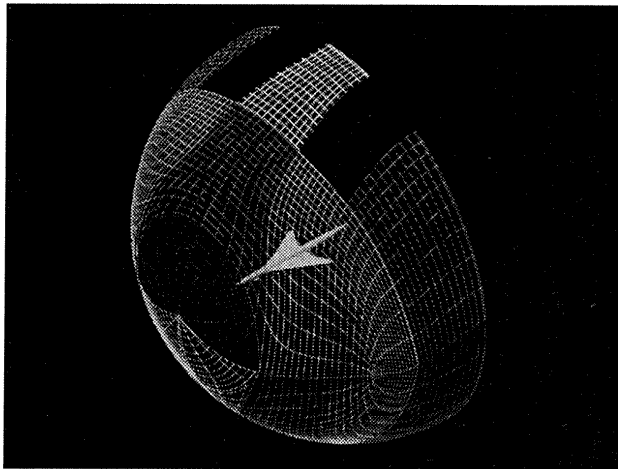


図 4：外方格子

大規模計算に対応させるため領域分割法とメッセージパッシングライブラリーを用いて並列化を行なった。計算領域の分割は格子の各ブロックに対応させ、各ブロックそれぞれに PE を割り当てた。メッセージパッ

シングライブラリーとしては PVM と MPI を用いたが本発表では主に PVM を用いて航技研の NWT 上で計算を行なっている。

機体表面の境界条件は滑り無し、断熱壁の条件である。機体表面と対象な位置に仮想点を設定し対象条件を課すことで壁の計算を行なっている。また流入境界に関しては一様流の値で固定、流出境界に関しては 0 次の外挿を行なっている。これらの各種境界条件、及び領域分割による物理量の交換に関する情報 (どのブロックのどの面にこういった繋がりを方をしているか) はそれぞれのブロックの各面に境界条件を表すフラグとして設定されており、各領域のプログラムはそれぞれその設定してあるフラグを読むことで自動的に境界の計算を行なうことになっている。

### 3. 計算例

現在設計が行なわれているロケット実験機、第 1 次形状の計算結果について紹介する。実験機は実機の 11% スケールであり、全長 10.01m である。また実験は高度 15,000m、マッハ数  $M_\infty = 2$  と設定されており、機体全長を代表長さとした場合のレイノルズ数は  $8.8 \times 10^7$  程度である。機体の特性を推算するためには迎角を振った計算が必要である。そのためそれぞれの機体形状に対して迎角として 0 度、2 度、5 度の計算を行ない、揚力傾斜、ポラーカーブ等を推算している。これらの値より、設計ポイントである  $C_L = 0.1$  での  $C_D$  の値を評価している。また必要に応じて  $C_L = 0.1$  の迎角を算出しその迎角での計算を行ない  $C_D$  の値を評価している。実際の機体形状の修正手法等、空力特性の解析／設計に関しては文献<sup>6)</sup>で報告されている。図 5 に 1 次形状の圧力分布を示す。また図 6 に胴体対称面での  $C_p$  分布を示す。

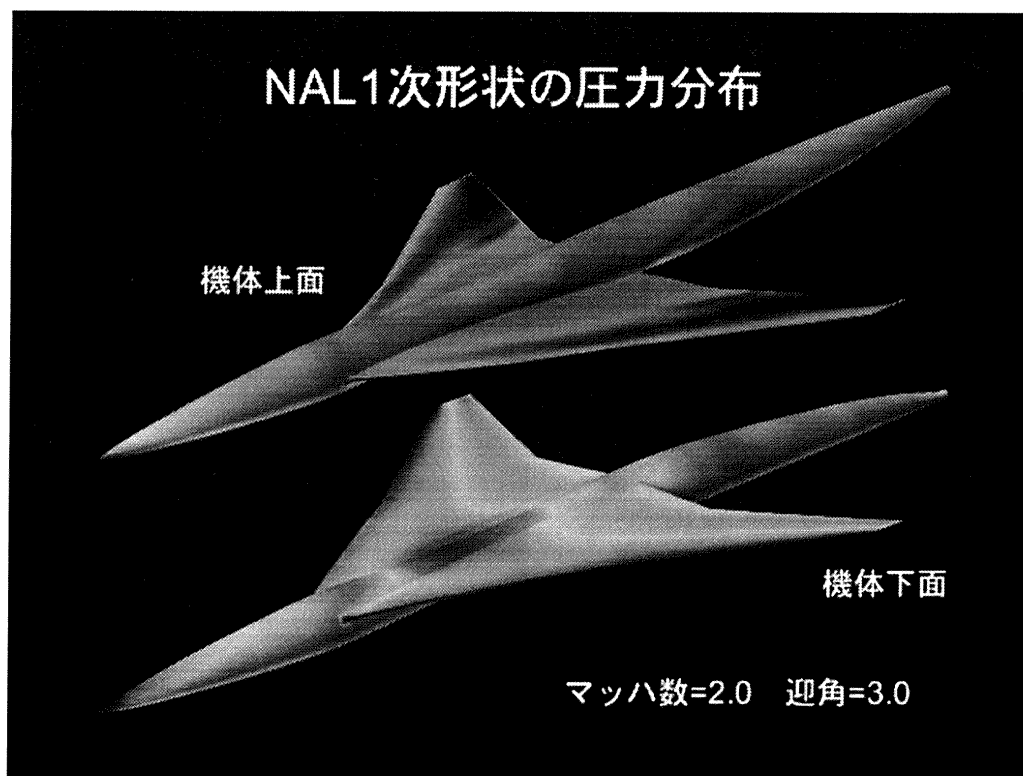
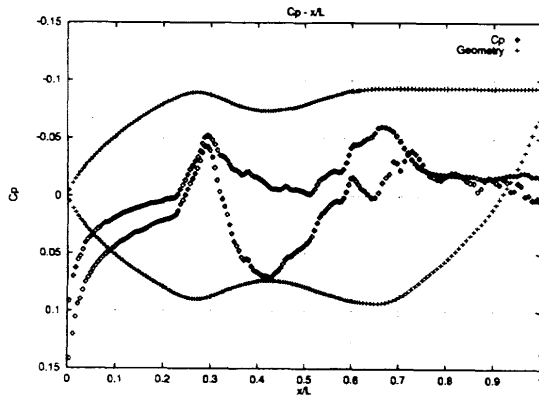
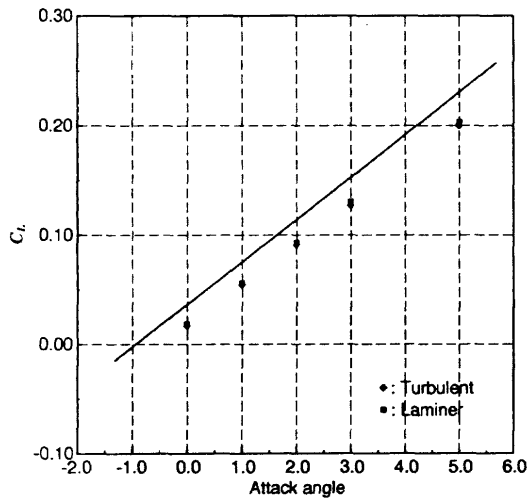
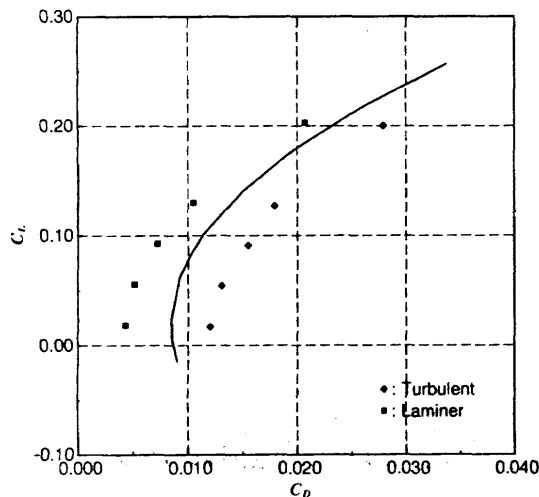


図 5：1 次形状の圧力分布

図 6 : 1 次形状胴体対称面での  $C_p$  分布

これらの図から翼上面の低圧領域の分布が観測できるとともに、胴体下面中央部で圧力が高くなっており、揚力が発生している事がわかる。これは主翼と胴体の接合部の形状によるもので、エリアルールを用いた胴体設計により主翼取り付け位置で胴体がくびれており、丁度その部分に主翼の翼厚の大きな部分が存在したかもスロート状になっているためと考えられる。

機体特性となる揚力係数、抗力係数に関しては図 7、8 に揚力傾斜、ポラーカーブを示す。

図 7 :  $C_L$  vs 迎角図 8 :  $C_L$  vs  $C_D$ 

図中で実線は線形理論による予測値を、各シンボルは全域乱流、全域層流の計算結果による値をそれぞれ表している。揚力傾斜  $C_{L\alpha}$  については線形理論と同じ傾向を示していることがわかるが線形理論と CFD との形状の差 (線形理論は翼単体の計算に対し、CFD は翼胴結合体の計算のため胴体で隠れる部分の翼による揚力が減少している) により  $C_L$  の値に違いが観察できる。また揚力傾斜に関しても若干 CFD の方が小さくなっている。抗力係数  $C_D$  に関しては層流計算、線形理論、乱流計算の順に大きくなっている。ポラーカーブの開き具合はそれぞれ良い一致を示しており、傾向としては良くあっていると言える。ただ乱流計算による  $C_D$  が比較的大きな値となっている。これは最小格子幅が十分小さく設定されていないのではないかと考えられる。本計算では通常良く用いられる基準である

$$\text{最小格子幅} = \frac{0.1}{\sqrt{Re}} \quad (1)$$

を用いて最小格子幅を設定しているが、代表長さを機体全長としており、そのため翼上のローカルな場所でのレイノルズ数を考えた場合、相対的に値が小さくなり翼表面での最小格子幅が不十分なのではないかと考えられる。また高レイノルズ数流れの計算時では最小格子幅の基準が式 (1) では不十分である事も考えられる。当然計算手法、乱流モデル等の問題とも考えられるが格子への依存性、特に最小格子幅への依存性については今後詳細に確認する事が必要である。超音速機開発においては摩擦抵抗は全抵抗の半分以上を占め、どれだけ正確に見積もれるかが重要なポイントの一つである。この問題に関しては当然遷移位置予測も絡んでくるが、当面全域乱流での摩擦抵抗の見積もり精度の確認が重要と考えている。

#### 4. CFD 設計における問題点

CFD 設計における主な問題点としては計算精度とデータの生産性が考えられる。精度に関しては乱流モデルに負うところが大きい、高  $L/D$  を目指す SST では設計点での流れは剥離等のない比較的な綺麗な流れである。そのため従来良く使われる Baldwin-Lomax でも比較的良好な結果を出すと言われている。しかしながら日本においては超音速機を開発した経験が乏しく、設計データ、検証用データの蓄積がほとんど無い状態である。まして CFD 検証を行なえる様な超音速実験データは少なく、この機会に詳しい検証を行なう必要がある。そこで従来から言われていることではあるが、信頼性の高い実験データを用いた検証を通じて、格子依存性等の基礎的な所で計算手法、乱流モデルの検証を行なう事が大変重要である。SST においては全抵抗に占める摩擦抵抗の割合が大きく、境界層遷移が発生する位置により機体の抵抗は大きく影響を受ける。そのため境界層遷移位置の予測を正確に行なう必要がある。通常遷移位置予測は境界層内の物理量の分布を求め、安定解析を行ない遷移位置を予測するが、こういった手法においては境界層内の物理量分布を正確に求める必要がある。超音速流における境界層遷移に関するデータに関しては、風洞では一様流中の乱れが大きく

境界層遷移の実験は非常に困難であり、飛行実験での計測に多くの期待がかかっている。これら乱流に関する問題は克服不可能な部分もあるが現状の解析ツールの性能評価をきっちりと行なうことが必要であると考ええる。また設計においては常にトレードオフを行なう判断材料として計算データを使うためデータの絶対値が正確であるに越したことはないが、傾向を正しく把握していれば設計ツールとしては十分有益であり、こういった見極めも必要と考える。そのためこういったCFD検証を行なうためCFD検証用の風洞実験を行ない、実験データを用いて結果の比較検討を行なうとともに、他CFDコードとの比較を行ない、データの蓄積を計るためワークショップを予定している。このワークショップの目的は超音速流において設計ツールとしてのCFD検証を行なう機会を提供するとともに実験データ、様々な計算コードによる計算結果を比較し蓄積することで今後の超音速機開発に役立てることである。

データ生産性に関しては、全体を通じての計算効率を良くする必要がある。陰解法、Multi Grid 法等ソルバーの効率アップはもちろんであるが、格子生成等前後処理の生産性を高める事が重要である。実際の解析作業に占める格子生成の割合は非常に大きくこの部分の改善が一番インパクトが大きいと考えられる。格子生成に関しては、より複雑な形状となるエンジン、機体統合形態においては Multi-Block 格子、Overset 格子を用いた解析をそれぞれ適宜活用し、設計計算を効率よく行なっていく予定である。エンジン配置に関するパラメトリックスタディーは機体、エンジンの両方とも形状自体は変化せずただ両者の位置関係が変化するだけである。そのためこういった解析では Overset 格子を用いた手法が最も効率が良いと考えられ、まずは Overset 格子を用いた解析でエンジン配置に関する評価を行ない、ある程度配置が決まったらより精度の高い Multi-Block 格子を用いた本手法で最終評価を行なう予定である。さらなる発展として非構造格子を用いた解析システムの構築も検討中である。

また後処理に関しても設計者が必要となる様々なデータを供給できる計算結果加工システムの構築も重要であり、現在空力設計支援システムとして構築が行なわれている。

## 5. おわりに

CFD による空力設計技術を確立することは今後の航空機開発のためには非常に重要な事である。空力設計にCFDを適用するためにはCFDの信頼性を確立することが重要であり、現在のCFDの限界、適用範囲を十分把握する必要がある。現在設計計算を行なっている最中ではあるがそれと並行して数値計算手法のより精密な検証を行なっていく予定である。

## 謝辞

本計算に際してグラフィック画像の作成を航技研 SE の宮川女史にお願いした。ここに感謝の意を表します。

## 参考文献

- 1) K. Takasawa. : Outlook for Research Activities on Advanced Aircraft at Japan's National Aerospace Laboratory. *AIAA Paper 95-3866*, 1995.
- 2) 大山聖, 大林茂, 中橋和博, 中村孝. : 三次元翼の空力最適化. 第 14 回航空機計算空気力学シンポジウム論文集 NAL SP-34, pp. 107-112, 1997.
- 3) Y. Wada and M.S. Liou. : A Flux Splitting Scheme with High-Resolution and Robustness for Discontinuities. *AIAA Paper 94-0083*, 1994.
- 4) 岩宮敏幸, 吉田正廣, 山崎裕之. : CAD データに基づく計算格子の作成. 第 14 回航空機計算空気力学シンポジウム論文集 NAL SP-34, pp. 195-198, 1997.
- 5) 高梨進, 佐藤求. : 新しい格子生成アルゴリズムとその応用. 第 7 回航空機計算空気力学シンポジウム論文集 NAL SP-10, pp. 189-193, 1989.
- 6) 真保雄一, 吉田憲司, 岩宮敏幸, 高木亮治. : 線形理論及びCFDを用いた超音速旅客機形状の空力特性解析設計. 第 29 回流体力学講演会講演集 (出版予定), 1997.
- 7) 小川哲, 和田安弘, 石黒登美子, 高倉葉子. : 複合格子による数値計算. 第 9 回航空機計算空気力学シンポジウム論文集 NAL SP-16, 1992.



## 超音速輸送機の前縁ボルテックス・フラップ周りの流れの数値解析 (第2報)

檜垣 郷子\*<sup>1</sup>, 前川 昭二\*<sup>2</sup>

## Numerical Analysis of Supersonic Transport's Leading-Edge Vortex Flaps

by

Kyoko Higaki\*<sup>1</sup>, Shoji Maekawa\*<sup>2</sup>

## ABSTRACT

The leading-edge vortex flap is a kind of high lift device to improve the lift to drag ratio of the wing by forming a leading-edge vortex on the flap. At the 1st report, the 3-D Navier-Stokes calculation was carried out to clarify the flow field around the supersonic transport cranked arrow wing equipped with leading-edge vortex flaps. This time, the comparison of a wind tunnel test and the 3-D Navier-Stokes calculation were carried out. And it was confirmed that the calculation can catch the qualitative trend of the flow field around the leading-edge vortex flap.

## 1. はじめに

次世代超音速輸送機のような高速飛行する航空機の主翼には、超音速時の空力特性を向上させるため、デルタ翼、またはそれに類似した形態が用いられる。しかし、このような形態は離着陸時には、前縁剥離渦の発生により揚力だけでなく効力も発生するため、正味の揚効比としては一般に低い値となることが知られている。ボルテックスフラップとは、主翼前縁に取り付けられた下方に折り曲げることのできるフラップであり、フラップ面を下方に適切な角度だけ折り曲げることによりフラップ面上に前縁剥離渦を形成し、この渦の吸引力を利用して揚抗比を改善する前縁高揚力装置である。

前回(第1報)では、クランクト・アロー翼にボルテックスフラップを取り付けた形状について、3次元ナビア・ストークス解析を実施しその効果を確認したが、今回は、ボルテックスフラップ付き機体の風洞試験を実施し、3次元ナビア・ストークス解析結果の比較を行ったので報告する。

## 2. 風洞試験模型、及び解析形状

風洞試験に用いた模型は、次世代超音速輸送機を想定したクランクト・アロー翼と軸対称エアリアルール胴体を持つ形状であり、ボルテックスフラップは前回と同様コード長一定のものとした。図1に供試体概要図、及び主要諸元を示す。

解析形状は風洞試験模型の主翼部分のみであり、舵角は風洞試験において前縁剥離渦の発生が確認された $20^\circ$ とした。

## 3. 風洞試験概要

風洞試験は富士重工業(株)  $2\text{m} \times 2\text{m}$  低速風洞にて実施した。試験風速は $60\text{m/s}$ 、レイノルズ数は $2.00 \times 10^6$ (主翼MAC基準、 $c=0.396\text{m}$ )であり、計測項目は、6分力測定、フラップ及び主翼前縁上面の圧力分布計測、及び流れの可視化(オイルフロー、レーザーシート)である。

## 4. 解析方法

今回解析に用いた計算格子は、格子点数約160万点( $95 \times 167 \times 101$ )のC-H型構造格子である。図2に基本形態とフラップ舵角 $20^\circ$ の計算格子を示す。

解析に使用したナビア・ストークス・コードは、近似的LU分解によるLU-ADI解法により時間積分を行い、Fluxの計算にはChakravarthy-Osher型の風上差分法を用いたもので、乱流モデルにはBaldwin-Lomaxを用いている。

解析条件は、マッハ数: $M=0.18$ 、レイノルズ数: $2.00 \times 10^6$ である。

## 5. 解析結果

基本形態の解析結果の空間総圧分布とパーティクルパス・イメージを図3に、風洞試験の可視化結果を図4に示す。図より、解析結果、風洞試験結果双方とも、内舷の上流で発生した前縁剥離渦が下流に行くに従い大きく発達しており、流れ場の定性的な傾向は一致していると言える。

ボルテックスフラップを取付けた場合も基本形態と同様で、解析結果(図5、7)、風洞試験結果(図6、8)双方とも、上流ではフラップ面上に存在した前縁剥離渦が下流に行くに従い大きく発達し、フラップのヒンジ線を乗り越え主翼面上に移動している。また、迎角が大きい方が小さい方に比べ、前縁剥離渦が大きく発達するという傾向も一致しており、本解析が基本形態、及びボルテックスフラップ周りの複雑な流れ場の定性的な傾向を捕らえることが出来たと考えられる。

次に、断面総圧分布と可視化結果との比較を図9~12に示す。図より、迎角が大きい方がより強く大きな渦を発生し、かつ、機体表面からの距離が離れていく様子が捕らえられていることが分かる。

最後に、フラップ周りの流れ場の舵角変更による効果の比較を図13、14に示す。ただし、図13に示した解析結果は前回のものである。図より、双方とも舵角 $20^\circ$ では前縁剥離渦がフラップ面上に発達しているが、気流とフラップのなす角度が並行に近づく舵角 $40^\circ$ では前縁剥離渦は発生せず通常の前

\*1)富士重工業株式会社Fuji Heavy Industries LTD.

\*2)川崎重工業株式会社Kawasaki Heavy Industries LTD.

図14、15に示す。ただし、図14に示した解析結果は前回のものである。図より、双方とも舵角 $20^\circ$ では前縁剥離渦がフラップ面上に発達しているが、気流とフラップのなす角度が並行に近づく舵角 $40^\circ$ では前縁剥離渦は発生せず通常の前縁フラップと同様な Attached Flow となっており、舵角の効果についても定性的な傾向は一致している。

図16に解析結果を積分し求めた、迎角に対する抵抗値の改善量の比較を示す。図より、解析結果、風洞試験結果双方とも、ボルテックスフラップ取り付けにより抵抗が減少していることが分かる。双方の抵抗改善量はほぼ同等であり、迎角が増加し渦の吸引力が増すにつれ改善量が増加するという傾向も一致している。

最後に、解析結果と風洞試験結果の $\eta=0.35$ における断面圧力分布の比較を図17に示す。図より、双方とも圧力分布のピークが迎角の増加に従い高くなり、またピークの位置が後方に移動していき、迎角変更による定性的な傾向は一致していると言える。しかし、渦の核位置は風洞試験結果と概ね一致するが、渦は風洞試験より拡散気味に捕らえられピーク値も低

く示されており、詳細な流れ場の状態には相違が生じていることが分かる。

以上のことから、本解析がボルテックスフラップ周りの流れの定性的、及び定量的傾向を捕らえることが出来ることを確認できた。より詳細な流れ場の把握には拡散が少なく渦を詳細に捕らえる解析が必要と考えられる。

## 5. さいごに

今回と前回の検討により、ボルテックスフラップが揚抗比向上に有用であることの確認と、3次元ナビエ・ストークス解析によりフラップ周りの複雑な流れ場の定性的な傾向の把握が出来ることの確認ができた。今後は、風洞試験模型全機形状の解析を行い風試結果と比較することで、定量的な検証を実施し、より確度の高い解析が可能となるようにしたいと考えている。

なお、本検討は通産省が（社）日本航空宇宙工業会が委託した「超音速輸送機開発調査」の一環として実施したものである。

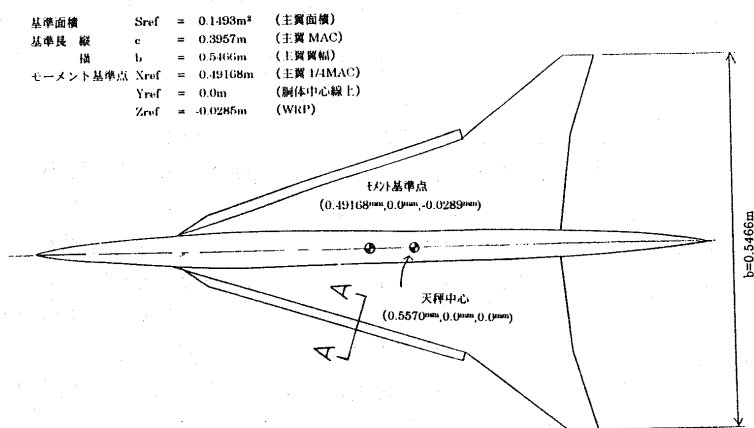
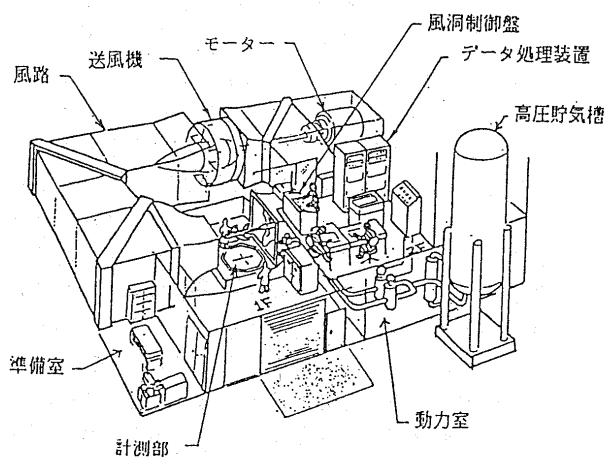
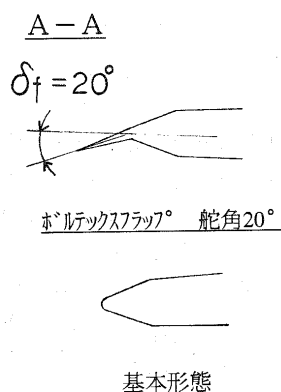
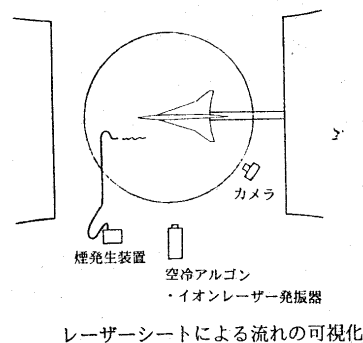


図1 供試体概要図、及び主要諸元



富士重工業(株)2m×2m低速風洞

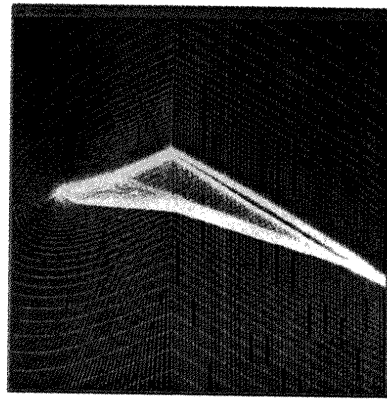


レーザーシートによる流れの可視化

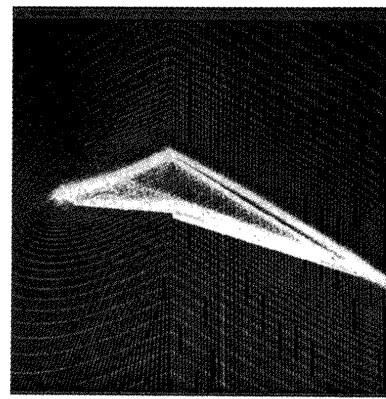


供試体取付図

図2 風洞試験概要図

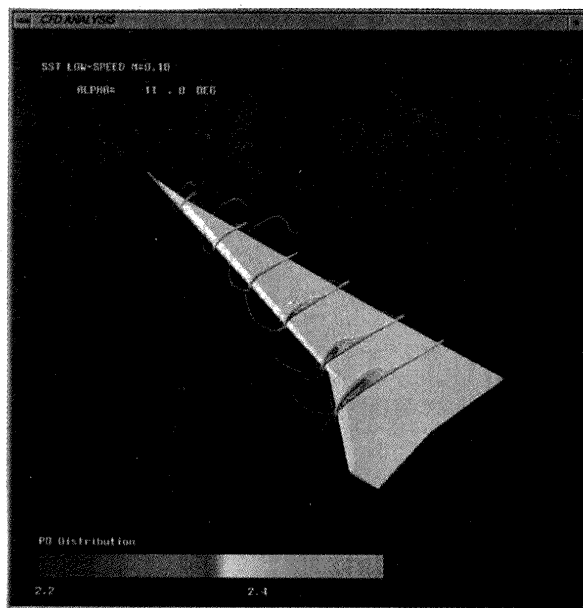


基本形態

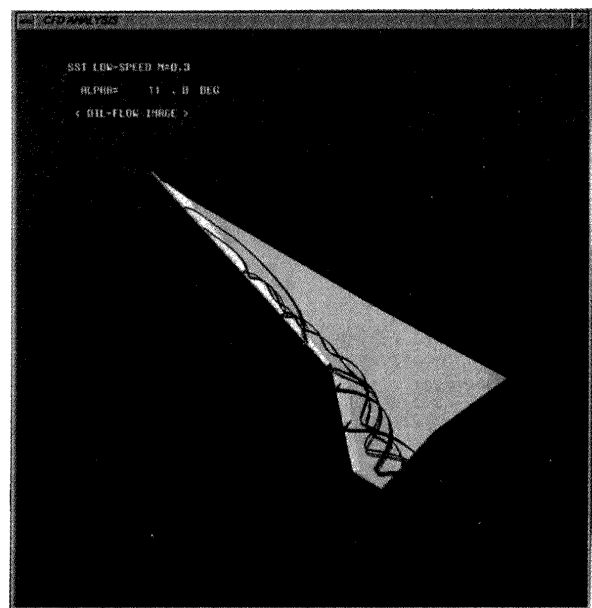


ホルテックスフラップ° 舵角 20°

図3 計算格子

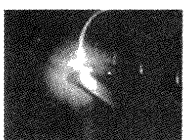
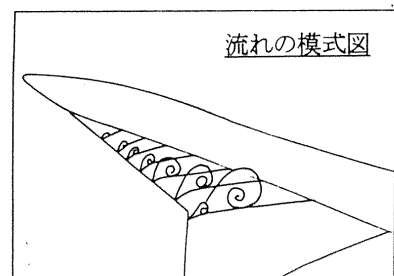
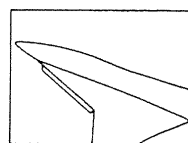
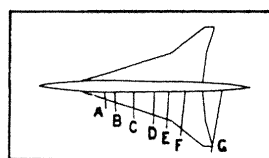


空間総圧分布

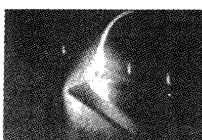


パーティクルパス・イメージ

図4 3次元ナビア・ストークス解析結果 ～基本形態、 $\alpha=11^\circ$



A



B



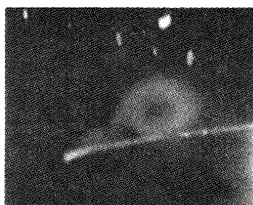
C



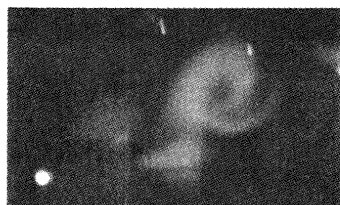
D



E



F

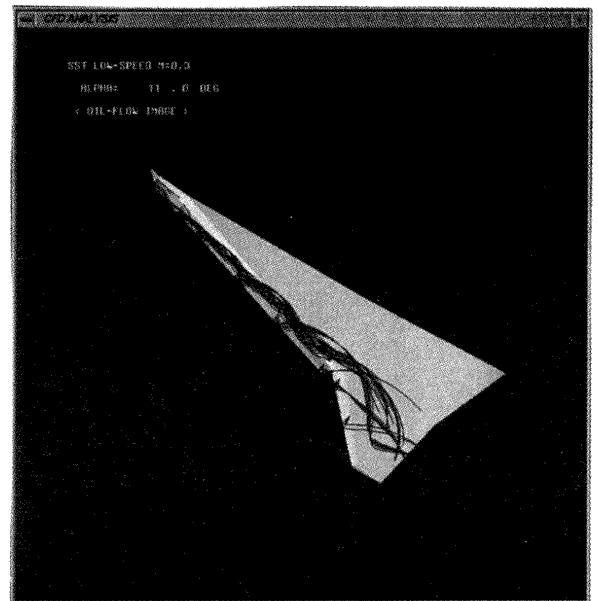
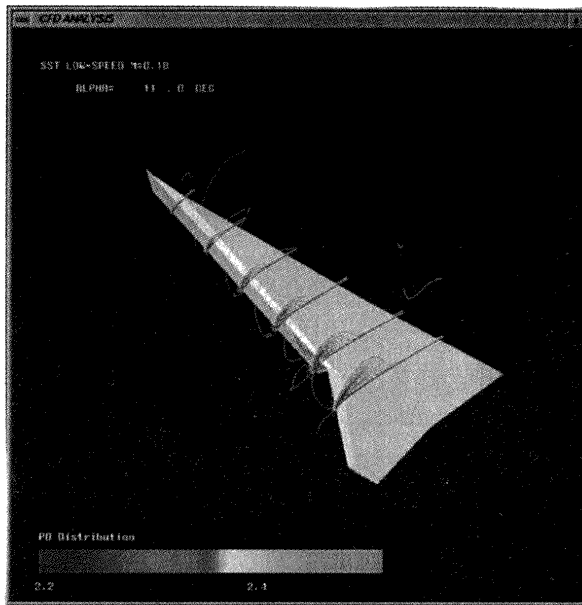


G

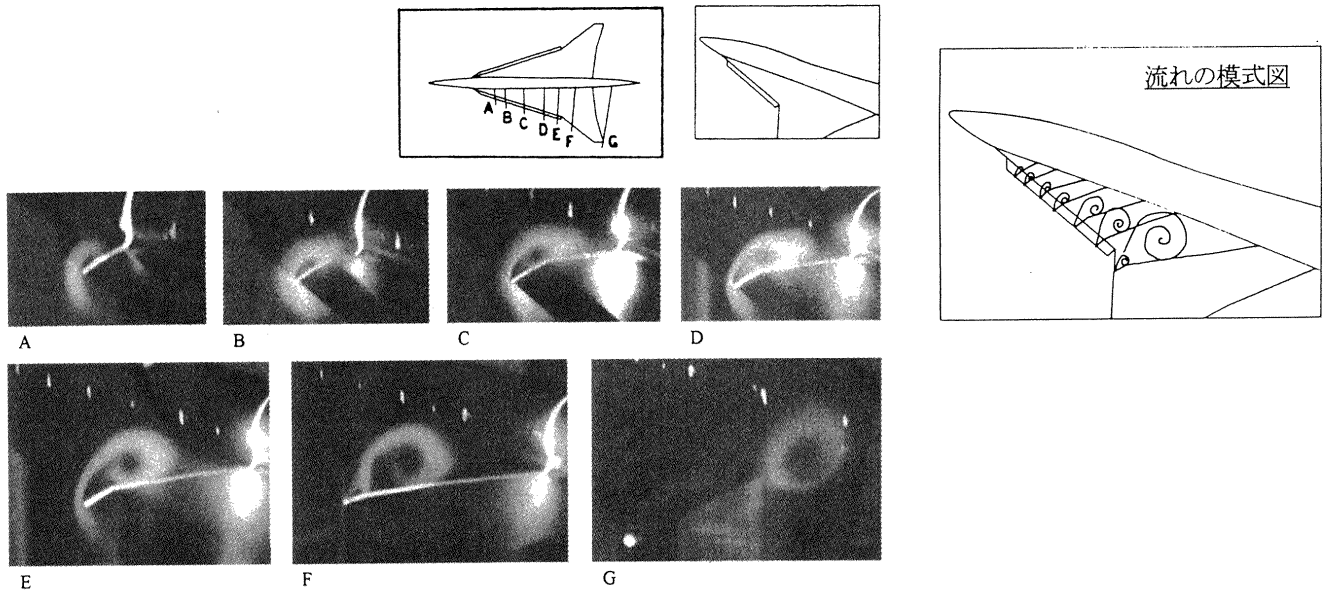
レーザーシートによる可視化

図5 風洞試験結果 ～基本形態、 $\alpha=11^\circ$



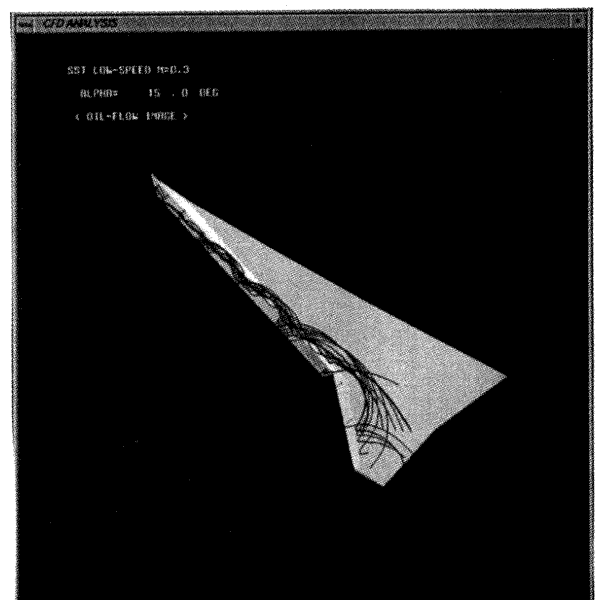
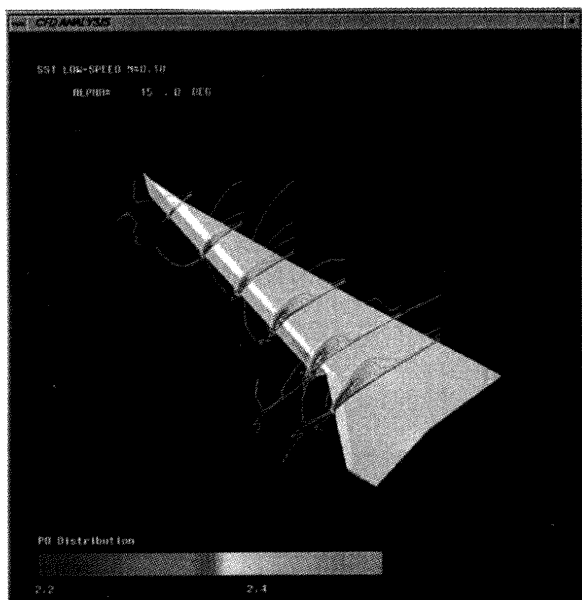


空間総圧分布  
パーティクルパス・イメージ  
図6 3次元ナビア・ストークス解析結果 ～ボルテックスフラップ 舵角  $20^\circ$ 、 $\alpha=11^\circ$

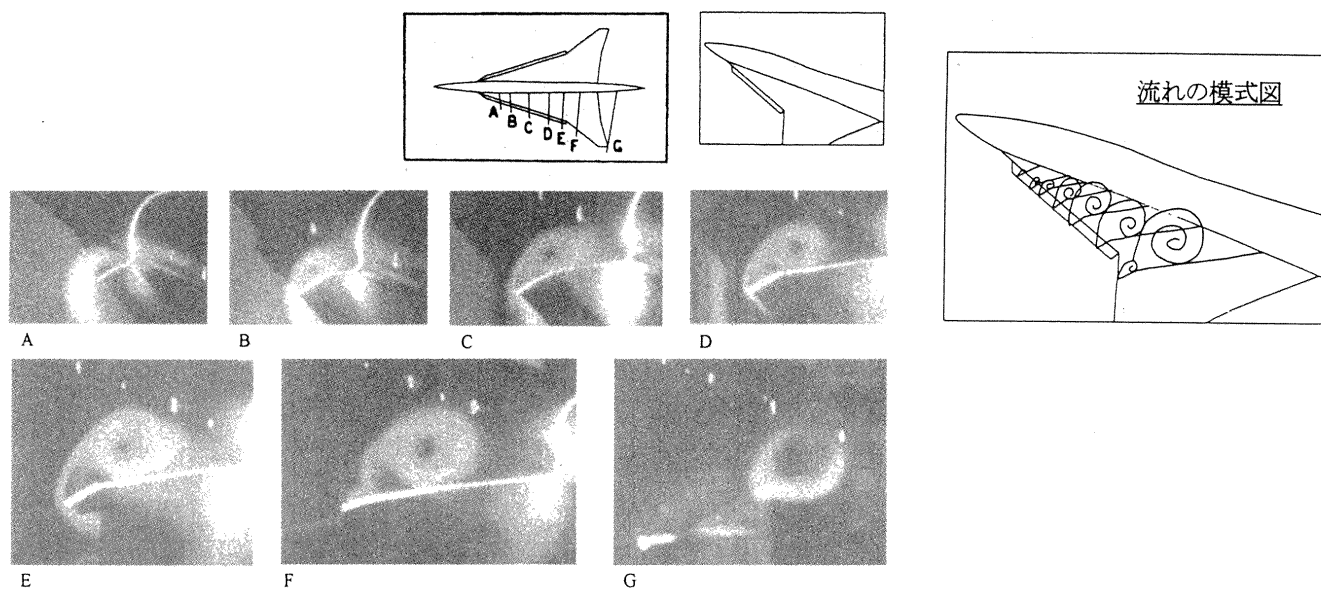


レーザーシートによる可視化

図7 風洞試験結果 ～ボルテックスフラップ 舵角  $20^\circ$ 、 $\alpha=11^\circ$



空間総圧分布  
パーティクルパス・イメージ  
図8 3次元ナビア・ストークス解析結果 ～ボルテックスフラップ 舵角  $20^\circ$ 、 $\alpha=15^\circ$



レーザーシートによる可視化

図9 風洞試験結果 ～ボルテックスフラップ 舵角  $20^\circ$ 、 $\alpha=15^\circ$

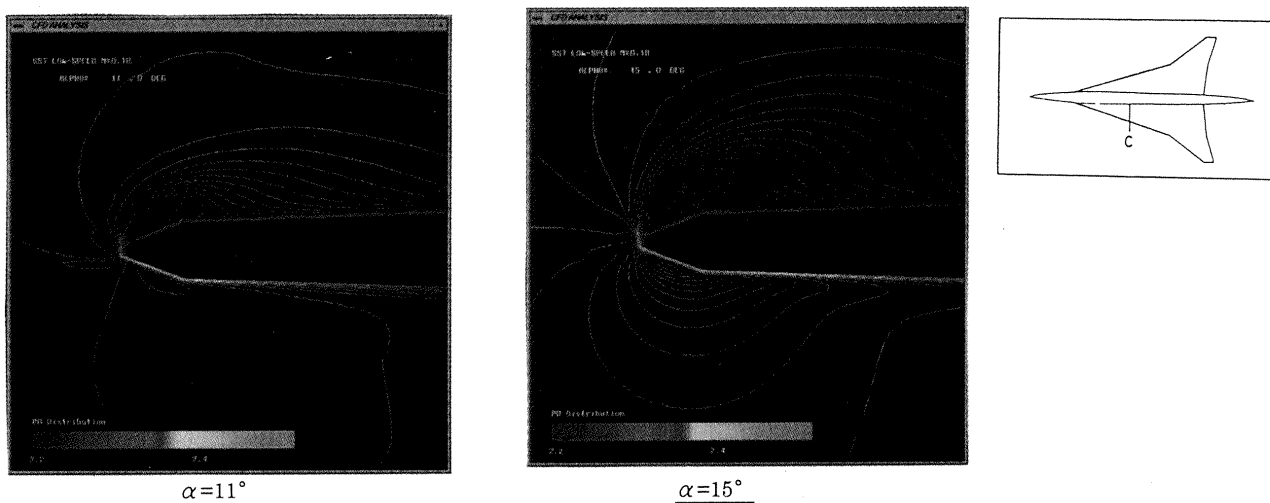


図10 3次元ナビア・ストークス解析結果（総圧分布） ～基本形態、迎角変更効果

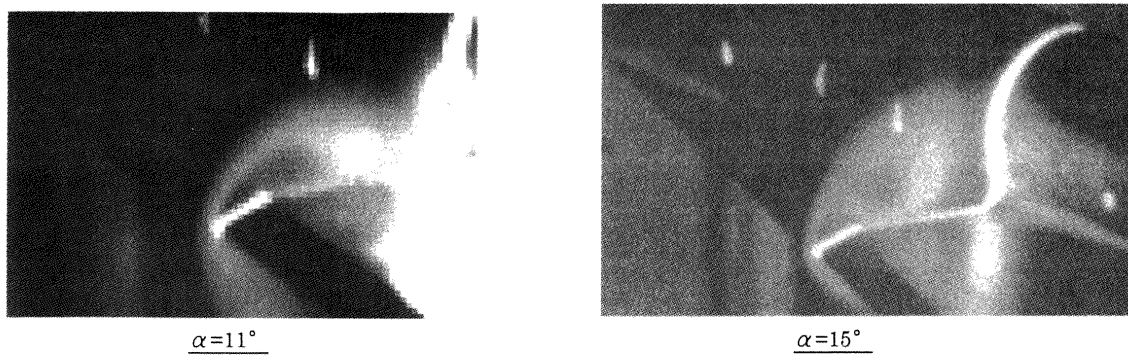


図11 風洞試験結果（レーザーシートによる可視化） ～基本形態、迎角変更効果

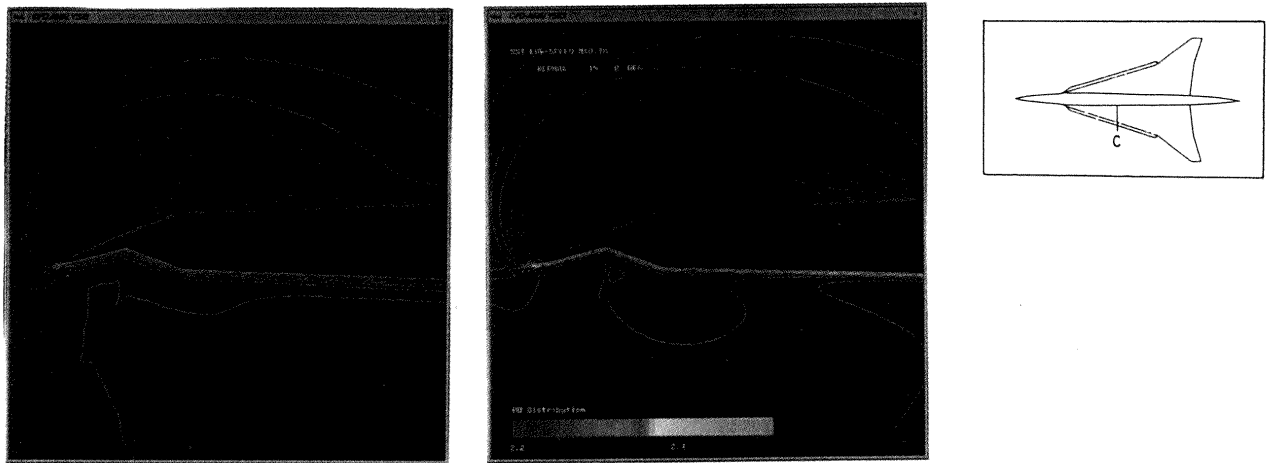


図 12 3次元ナビア・ストークス解析結果（総圧分布） ～ボルテックスフラップ 舵角 20°、迎角変更効果

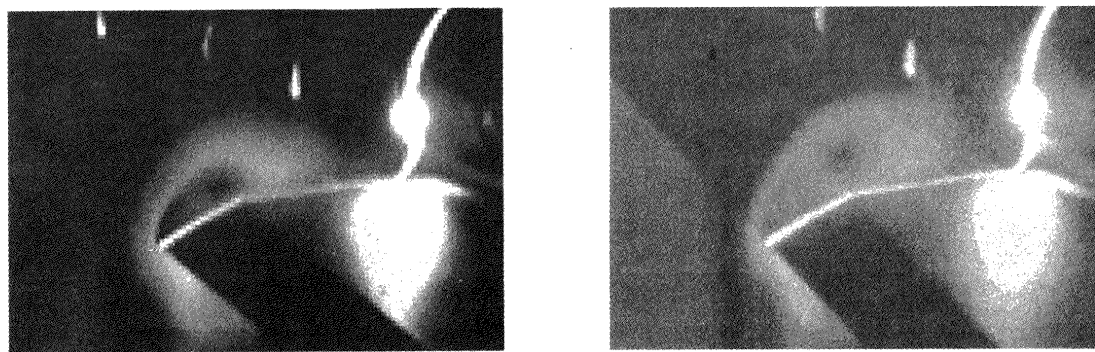


図 13 風洞試験結果（レーザーシートによる可視化） ～ボルテックスフラップ 舵角 20°、迎角変更効果

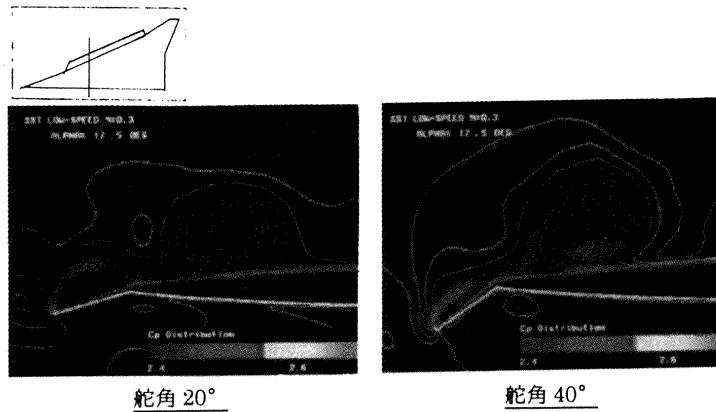


図 14 3次元ナビア・ストークス解析結果（総圧分布） ～ボルテックスフラップ舵角変更効果

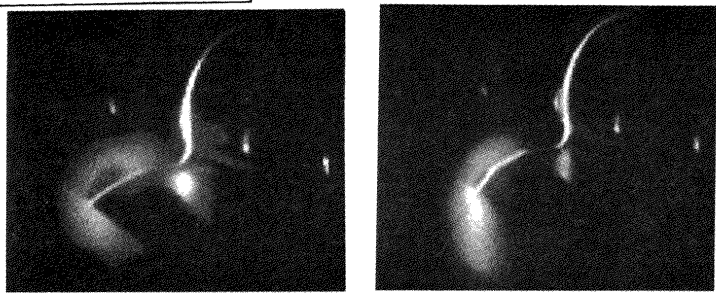
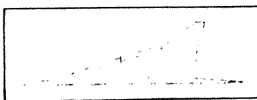


図 15 風洞試験結果（レーザーシートによる可視化） ～ボルテックスフラップ舵角変更効果

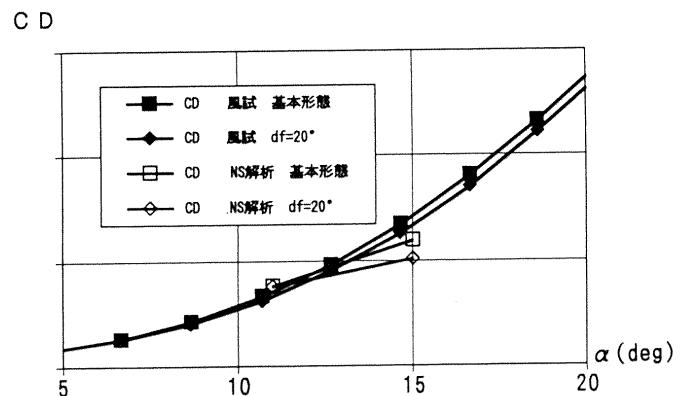


図 16 抵抗改善量

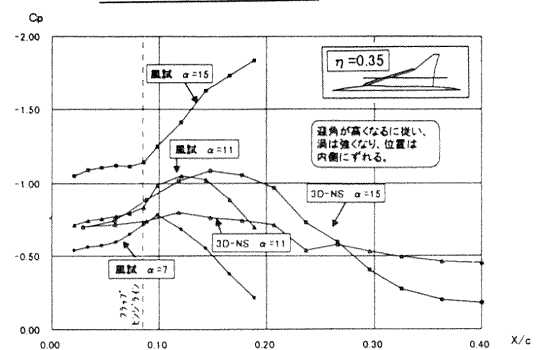


図 17 断面圧力分布 ( $\eta=0.35$ )

## SSTにおけるナセルのブリード流／バイパス流を考慮した数値シミュレーション

海田 武司\*<sup>1</sup> 前川 昭二\*<sup>2</sup> 岩宮 敏幸\*<sup>3</sup>

## Numerical Simulation with Bleed and Bypass Effects of Nacelles

by

Takeshi KAIDEN\*<sup>1</sup> Shoji MAEKAWA\*<sup>2</sup> Toshiyuki IWAMIYA\*<sup>3</sup>

## ABSTRACT

Supersonic transport is usually aero-designed with the consideration of the integration between airframe and engine nacelles to utilize the shock wave from them. But the bleed and bypass flow is blown outside from nacelles in the view points of the practical use. Therefore it is necessary to catch the aerodynamic interference. It is here reported that the aero-interference phenomena by blowing from nacelles are obtained by Navier-Stokes solver.

## 1. はじめに

超音速輸送機の空力設計における重要な課題のひとつとして、推進系を含めた機体の統合設計がある。特に、主翼下面及びナセル取付けに関する設計においては推進系から発生する衝撃波を揚力増加に有効に活用し、衝撃波による抵抗増加は極力抑えてより一層の揚抗比を実現できる様設計する。この場合、ナセルに関して考慮すべき要件として、超音速巡航状態では空気取り入れ口の内壁で総圧損失を招く境界層を排除するため、境界層の抽気が行われる。また、遷音速域では必要エンジン流量に対して空気取り入れ口に流れる流量が多くなるため、余分な流量をバイパスし排出する必要がある。抽気流／バイパス流をナセル外壁から排出する場合の空力的影響としてはナセル表面上の境界層と干渉することにより誘起される衝撃波及び膨張波、またこれらが主翼下面で反射することにより起こる主翼下面の境界層剥離等が考えられ、それらにより、機体揚力の低下及び抵抗の増大を招く恐れがある。従って揚抗比増加を実現する設計を行うためには、抽気流／バイパス流の影響を十分に把握する必要がある。

本研究は、SSTの代表的なナセル付き翼胴形状を対象に、ナセル外部への抽気流／バイパス流の影響を把握するためにCFD解析(N-S計算)を実施したので、その結果を報告する。

## 2. ナセル吹出し条件

ナセル外部への抽気流／バイパス流を考慮したCFD解析を実施するために、ナセルからの吹出し条件を設定した。

今回対象としたナセル吹出しの概要を図1に示す。ナセル内部で抽気／バイパスされた流れは、ナセル外部に排出される。その際、抽気状態ではナセル外形線に対して10°、バイパス状態の場合は30°の角度を有して排出される。抽気流／バイパス流は共に内外舷ナセル両方より排出される。

抽気状態における抽気位置及び流量比とバイパス状態におけるバイパス位置及び流量比を表1に示す。抽気状態における巡航マッハ数は2.4、巡航高度は56,000ft、バイパス状態における巡航マッハ数は1.2、巡航高度は32,000ftである。バイパス状態においては、0、10、20及び40%の4つの流量比を設定した。

## 3. 数値解析

## 3. 1 計算格子生成

本解析では、計算格子を各機体毎に独立に生成するChimera手法<sup>[1-3]</sup>を採用している。本手法の詳細は次節で述べるが、使用した計算格子の格子点数を表2に示す。格子生成法はいずれも代数的手法による。

図2に抽気用(超音速巡航状態)及びバイパス用(遷音速巡航状態)の内舷ナセルの格子を示す。ここでは、内／外舷ナセル格子ともにほぼ同様であるため、内舷ナセルを代表として示している。抽気用ナセル格子では、カウル及びスパイクから抽気した空気を計6箇所から吹出すことを考慮している。一方、バイパス用ナセル格子では、バイパス比に応じた吹出し面積を考慮して計算格子を作成している。但し、バイパス計算は遷音速巡航状態を対象としているため、本来ナセル後方では形状(ノズル)が絞られているが、今回の計算ではナセルからの吹出しが主翼に与える影響を把握することを主目的にしているため、超音速巡航と

\*1 三菱重工業 Mitsubishi Heavy Industries, Ltd.

\*2 日本航空機開発協会 Japan Aircraft Development Corporation

\*3 航空宇宙技術研究所 National Aerospace Laboratory

同じナセル形状で計算を行った。

図3に、本機とナセルを重ね合わせた格子を示す。これにより、SST本機と内舷ナセル、SST本機と外舷ナセルの計算格子の重なり状態を確認する。

### 3. 2 流れ場解析

支配方程式は3次元薄層近似レイノルズ平均Navier-Stokes方程式を使用し、空間の離散化手法は、MUSCL法を組み込んだRoeのFlux Difference Splitting法を採用している。時間積分法はLU-ADI法による陰解法を、収束加速法は局所時間刻み幅法を、乱流モデルはBaldwin-Lomax代数モデルを使用している。

本解析では、複雑形状に対応した流れ場解析を行うため、各形状周りに計算格子を生成し、重ね合わせて流れ場解析を実施するChimera手法を採用している。Chimera手法による計算の概要を図4に示す。これより、計算開始後、内外舷ナセルからSST本機へ物理量を補間する（補間される領域は、機体側の穴である）（手順A）。補間された物理量を使用して、SST本機における流れ場計算を実施する（手順B）。その際、機体側の穴は計算を行わない。SST本機の計算が終了すると、SST本機から内外舷ナセルへ物理量を補間する（補間される領域は、ナセル側の穴及びナセル外側境界である）（手順C）。補間が終了すると、ナセルにおける流れ場計算を実施する（手順D）。その際、ナセル側の穴は計算を実施しない。ナセルの流れ場計算が終了すると、SST本機、ナセルの流れ場計算の収束判定を実施し、収束するまで上記のプロセスを繰り返す。

ナセルにおける境界条件については、入口ではフロースルーを近似的に模擬するため入口直前の物理量を外挿している。超音速状態の出口はエンジン作動状態を模擬した物理量を与えて、遷音速状態の出口については格子生成でも述べた様にナセル後半の形状が実際とは異なっており、計算簡易化のために、一様流条件を課した。

## 4. 結果及び考察

### 4. 1 抽気効果

ナセル側面より吹出した際の表面圧力分布（図5）は、吹出しのない場合と比較して違いがほとんど見られないことが分かる。同様の結果が図6のナセル表面における流跡線からも確認できる。この理由は、抽気の流量比が小さく、かつ吹出し角度がナセル外形線より $10^\circ$ と小さいためと考えられる。これは図7の吹出し部分の拡大図からも確認できる。従って、表3に示すように、抽気の有無が機体のCL、CDに与える効果はほとんど見られない結果となっている。

### 4. 2 バイパス効果

#### （1）バイパス流により誘起される流れ場の概要

流量比が大きいバイパス流により誘起される流れ場の概要を図8(a)に示す。バイパス流が境界層内に排出されることにより、境界層の剥離が生じる。これにより、境界層の剥離位置で剥離衝撃波が形成される。バイパス流の上方を通過した境界層は、膨張波を生成した後、ナセル表面に再付着する際に再付着衝撃波を発生する。このような流れ場は、バイパス流の流量比が多くなるほど顕著となる。図8(b)にバイパス比40%の場合のバイパス流排出近傍の圧力分布を示す。再付着衝撃波に関してはバイパス位置からかなり後方のため確認できないが、境界層の剥離及びそれに伴う剥離衝撃波、膨張波に関しては確認できる。

#### （2）主翼下面の流れに与える影響

機体下面圧力分布（図9）より、流量比が増加するに従い、剥離衝撃波が主翼下面に伝播する様子が顕著になることがわかる。また、内外舷ナセル間では、それぞれから発生した剥離衝撃波が干渉する様子が捉えられている。主翼下面における流跡線（図10）より、ナセル側面からの吹出しによる剥離衝撃波の発生のために流跡線の偏向が存在することが確認できる。

#### （3）ナセル表面の流れに与える影響

ナセル表面における流跡線を図11に示す。図中、赤色は空気取り入れ口リップ部分からの流跡線、黄色は吹出し部分からの流跡線、ピンク色はダイバータからの流跡線である。吹出す流量比が増加するに従い、吹出し位置を境にナセル下方への流れが誘起されていることが分かる。これは、バイパス流により発生した剥離衝撃波と膨張波が主翼下面で複雑に干渉するために圧力が高くなっているが、ナセル下方ではその干渉が小さくなるため吹出し直後では膨張波による負圧域が支配的となっている。この圧力差が原因で、ダイバータからの流れが、ナセル下方の剥離した境界層とナセル表面間に流れ込んだものと考えられる。

#### （4）揚力、抵抗の比較

表4にバイパス流量比が揚力、抵抗に与える影響を示す。これより、揚力に関しては流量比に比例することが分かる。この理由は、流量比の増加に比例して剥離衝撃波が強くなり、それが主翼下面の圧力を上昇させたためである。抵抗は、バイパス流が増すにつれてナセル前半部で高圧領域が大きくなることにより増加する。このとき増分は最大でも2カウント程度である。この理由は、剥離衝撃波による主翼下面後部の圧力上昇が、推力成分を発生させているため、あまり大きな抵抗増分にはなっていないと考えられる。

## 5. おわりに

抽気流／バイパス流を考慮したN-S計算を実施し、風洞試験では把握が困難な機体とナセルの空力干渉を把握した。抽気流の場合は流れ場に与える影響はほとんどみられなかったが、バイパス流の場合は発生した剥離衝撃波により、揚力及び抵抗が増加する現象等の詳細な空力データを取得することができた。

今後は、抽気流／バイパス流の排出を模擬した風洞試験を実施して、より定量的に本計算結果と比較・検証する必要がある。なお、本研究において多大なる御支援を頂いた通産省、航工会に対して、感謝の意を表します。

## 6. 参考文献

- [1] Kaiden, T. and Tamura, Y., "Time Accurate Numerical Simulation of Separation between H-II and SRB," 5th ISCFD-Sendai, Aug., 1993.
- [2] 海田, 宇治野, "H-II ロケットにおけるSRB分離の数値シミュレーション," 第8回数値流体力学シンポジウム, 1994.
- [3] 前川, 岩宮, 坪井, 海田, "推進系を含むSST空力特性のCFD解析," 第34回飛行機シンポジウム, 1996.

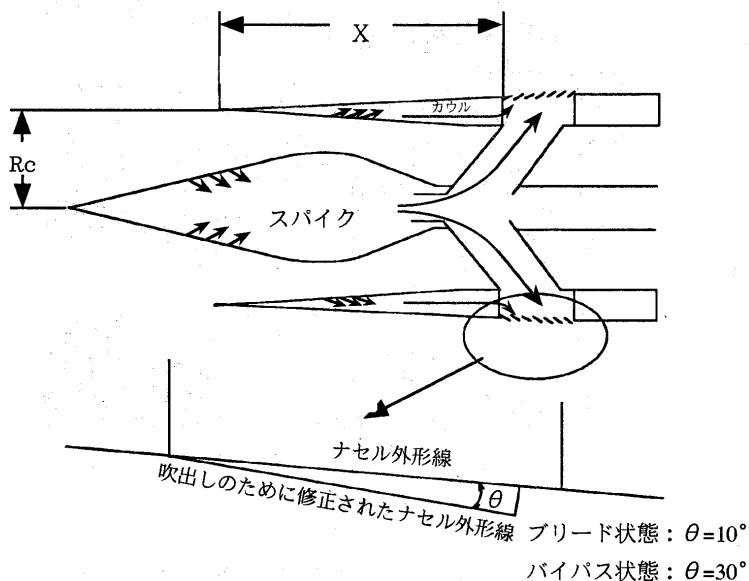


図1 ナセル吹出し概要

表1 吹出し条件

抽気状態						
吸込部	スパイク部		カウル部			
位置(X/Rc)	5.6	5.8	3.225	3.425	3.625	3.935
流量比(m/mc)	0.97%	0.82%	0.31%	0.37%	0.46%	1.20%

バイパス状態				
位置(X/Rc)	—	3.38 ~ 3.68	3.38 ~ 3.97	3.38 ~ 4.56
流量比(m/mc)	0	10%	20%	40%

(注) mc : 巡航時エンジン流量

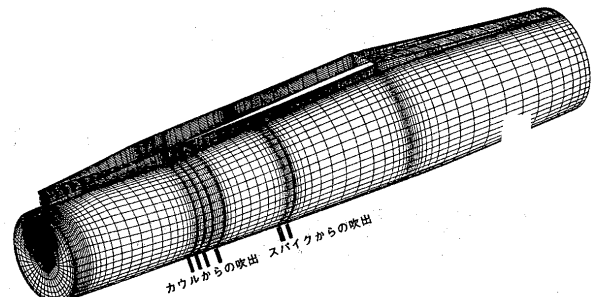
m : 抽気流量またはバイパス流量

表2 各形状の格子点数

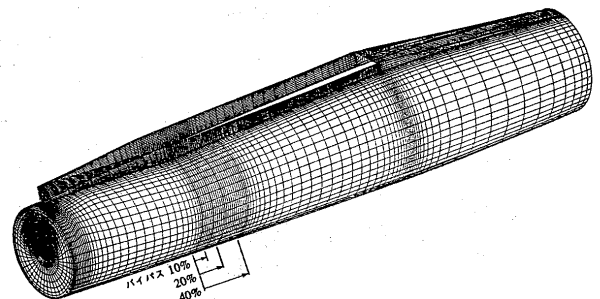
形状	各方向格子点数			空間格子点数
	流れ方向	周方向	半径方向	
SST本機	135	155	63	1,318,275
内弦ナセル	141	85	50	599,250
外弦ナセル	141	85	50	599,250
(計)				2,516,775

バイパス用

形状	各方向格子点数			空間格子点数
	流れ方向	周方向	半径方向	
SST本機	135	155	63	1,318,275
内弦ナセル	128	85	50	544,000
外弦ナセル	128	85	50	544,000
(計)				2,406,275



抽気用



バイパス用

図2 ナセル格子

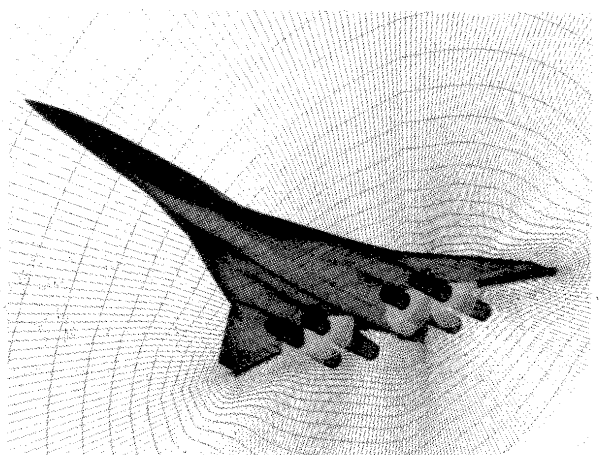


図3 重ね合わせ格子



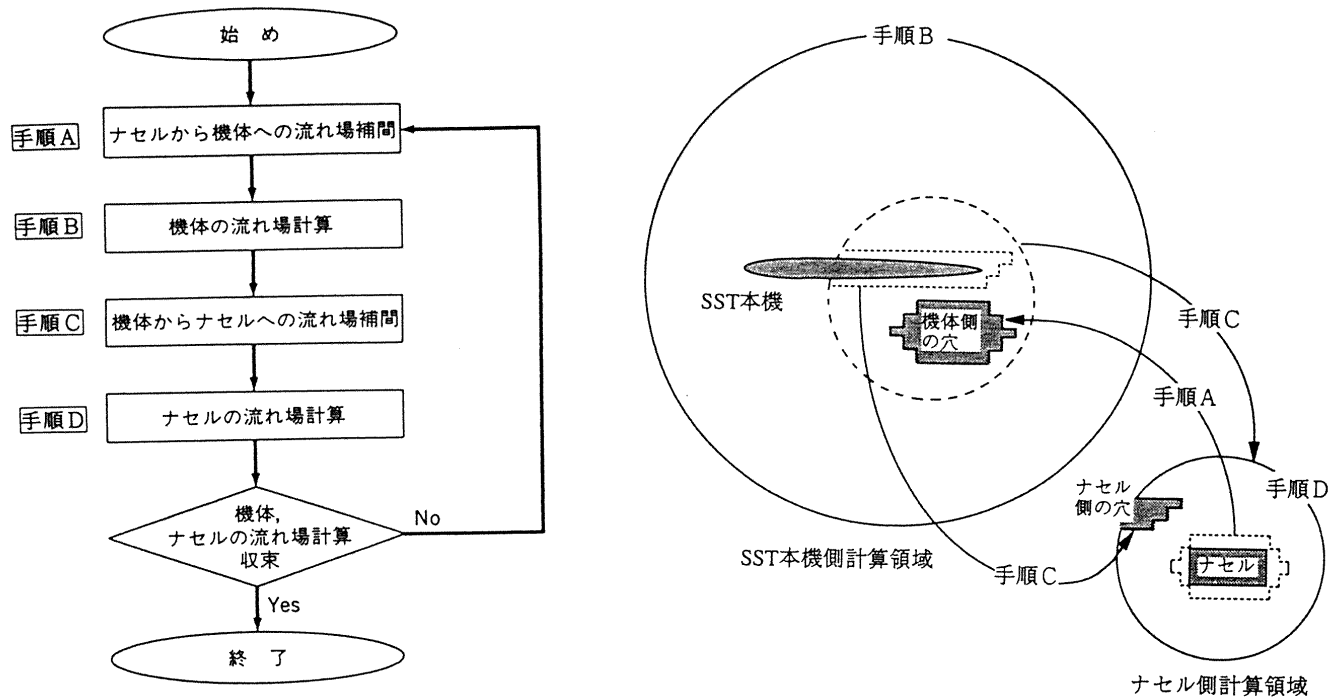
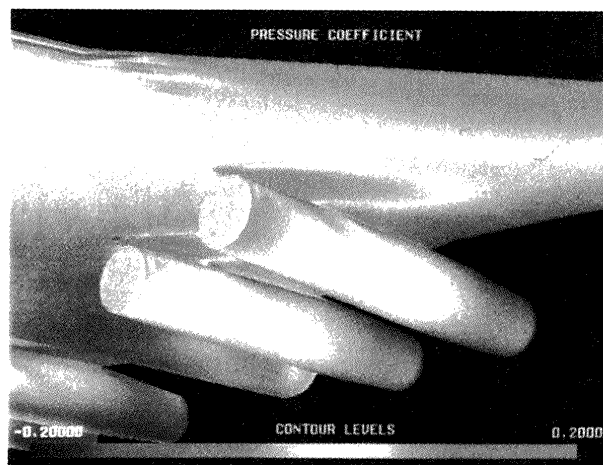


図4 計算フローチャート



抽気なし

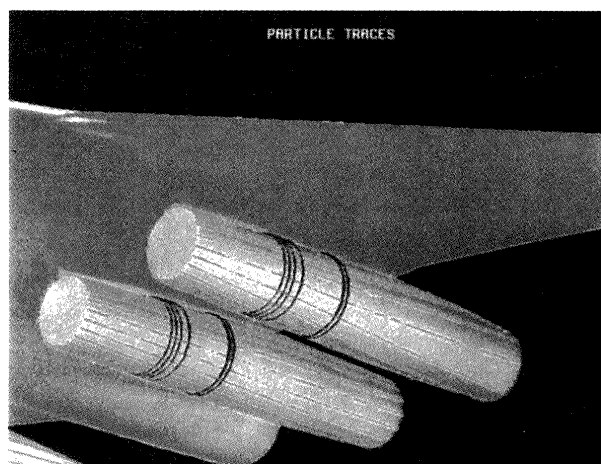
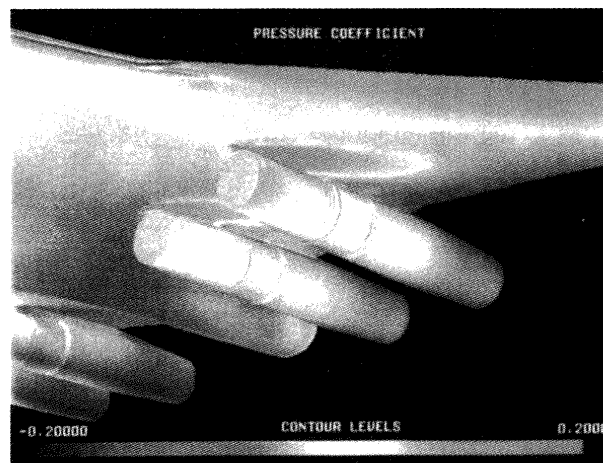


図6 ナセル表面における流跡線（抽気状態）



抽気あり

図5 ナセル表面圧力分布

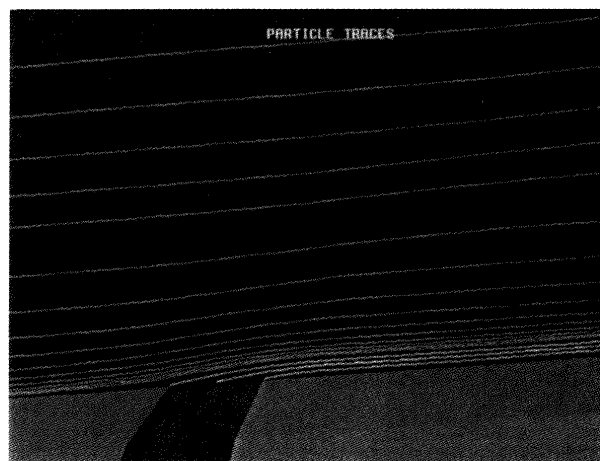
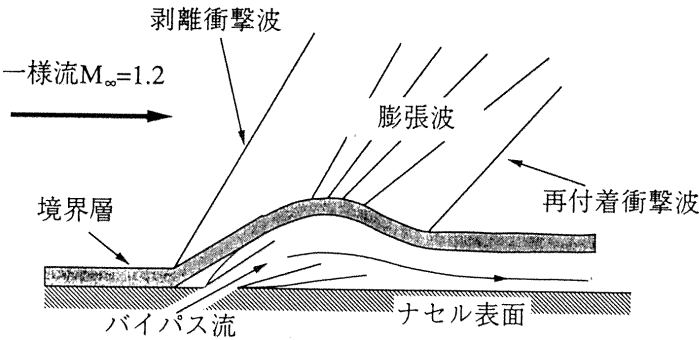


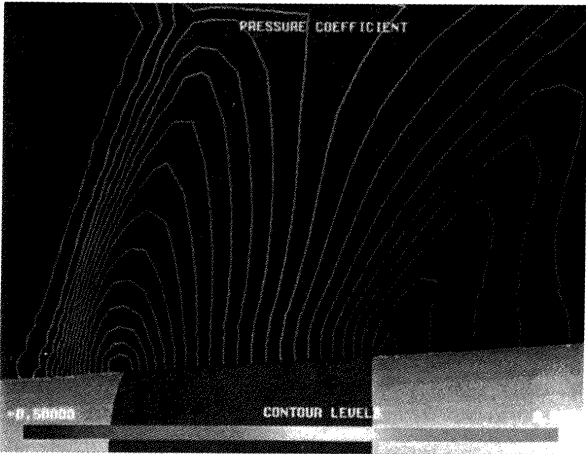
図7 吹き出し部分の空間流跡線（抽気状態）

表 3 抽気効果

		抽気なし	抽気あり	差分
CL	翼胴	0.08263	0.08291	0.00028
	ナセル	0.00076	0.00075	-0.00001
	Total	0.08339	0.08366	0.00027
CD	翼胴	0.00801	0.00801	0.00000
	ナセル	0.00097	0.00093	-0.00004
	Total	0.00898	0.00894	-0.00004

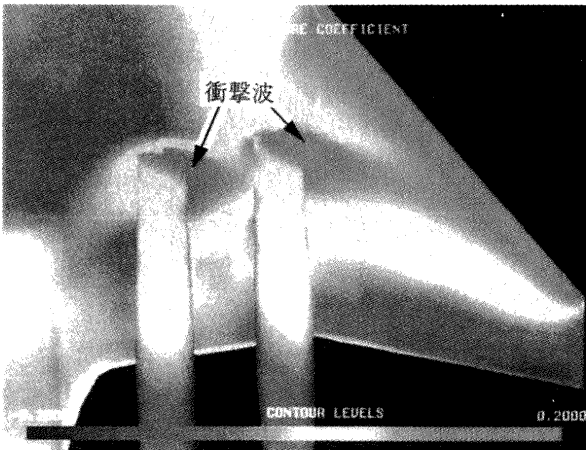


(a)流れ場の概要図

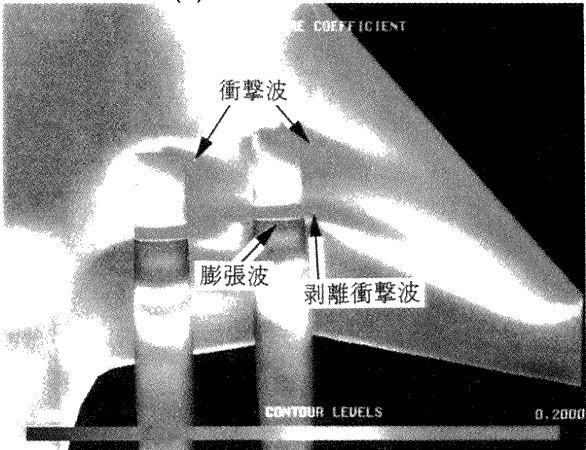


(b)圧力分布

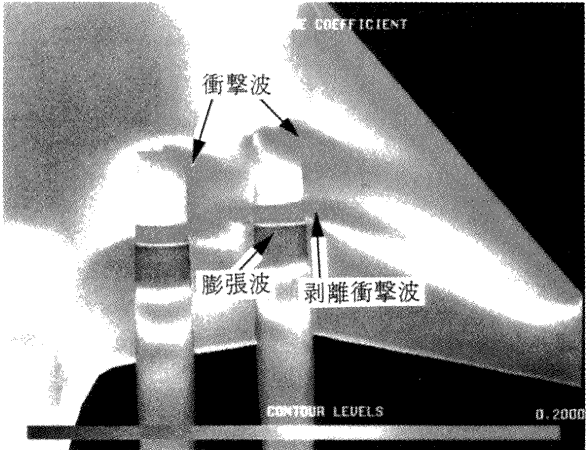
図 8 ナセル中心軸を含む水平面におけるバイパス領域近傍の流れ場（流量比40%）



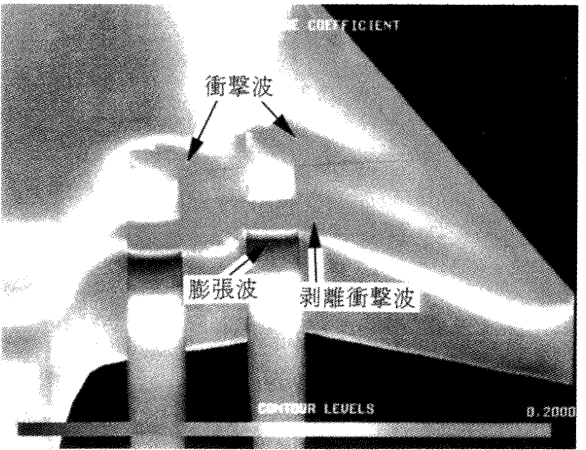
(a)バイパスなし



(b)流量比10%



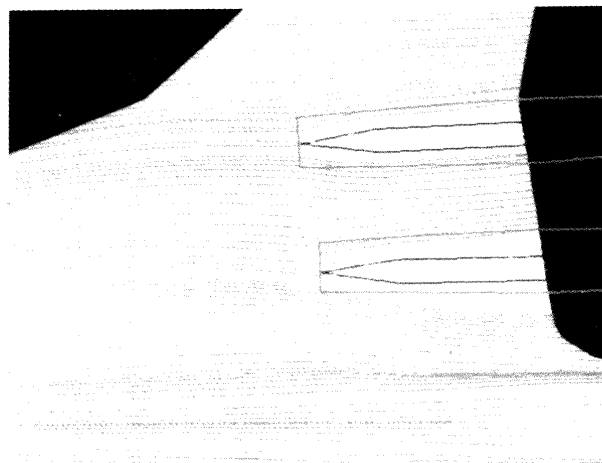
(c)流量比20%



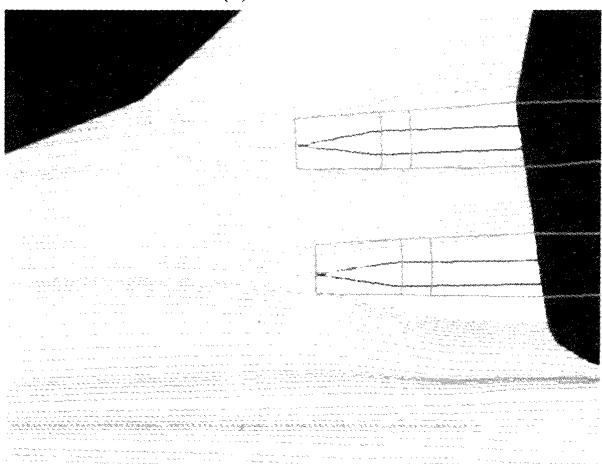
(d)流量比40%

図 9 機体下面圧力分布（バイパス状態）





(a) バイパスなし

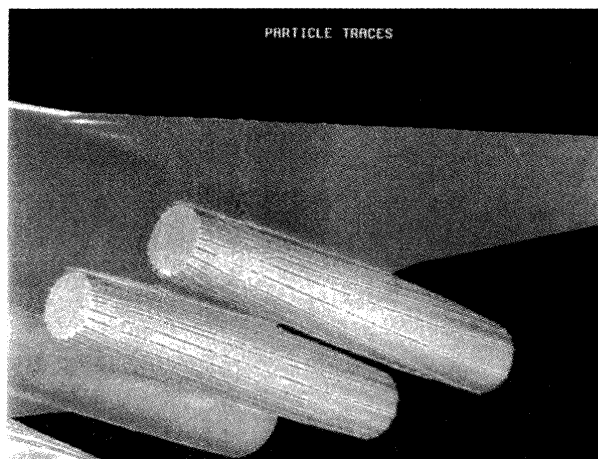


(b) 流量比40%

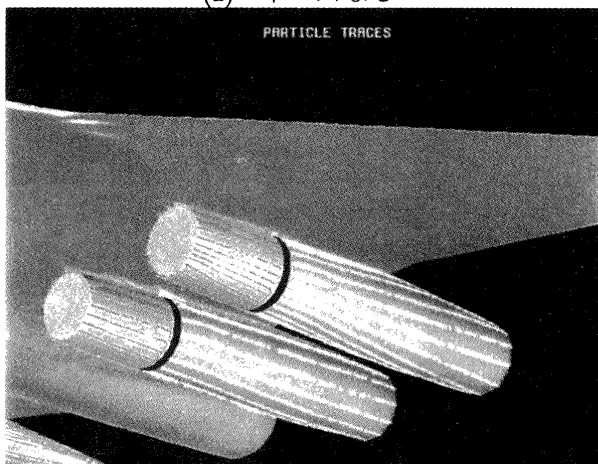
図10 主翼下面における流跡線 (バイパス状態)

表4 バイパス効果

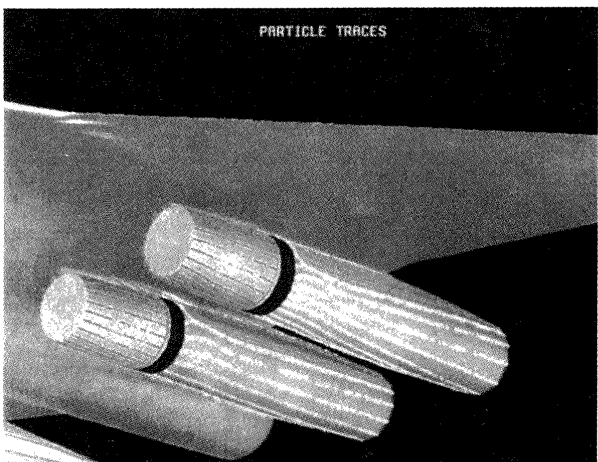
		バイパスなし	バイパス10%	バイパス20%	バイパス40%
CL	翼胴	0.13420	0.13558	0.13689	0.13957
	サドル	0.00075	0.00087	0.00089	0.00100
	合計	0.13495	0.13643 (+1.1%)	0.13778 (+2.1%)	0.14057 (+4.2%)
CD	翼胴	0.00761	0.00769	0.00771	0.00775
	サドル	0.00094	0.00090	0.00092	0.00095
	合計	0.00855	0.00859 (+0.5%)	0.00863 (+0.9%)	0.00870 (+1.8%)



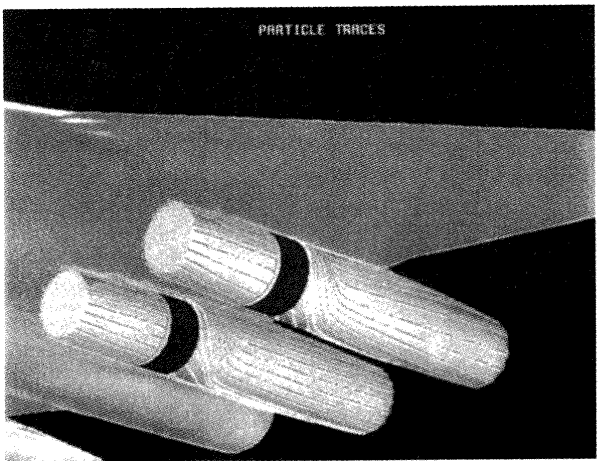
(a) バイパスなし



(b) 流量比10%



(c) 流量比20%



(d) 流量比40%

図11 ナセル表面における流跡線 (バイパス状態)

# 超音速旅客機エンジン装着形態のCFDによる設計システム

鹿野 信太郎<sup>\*1</sup>, 中橋 和博<sup>\*2</sup>

## CFD Based Design System for Engine Nacelle Integration on HSCT

by

Shintaro KANO<sup>1</sup>, Kazuhiro NAKAHASHI<sup>2</sup>

### ABSTRACT

A CFD based design system for the engine nacelle integration on a High Speed Commercial Transport(HSCT) is discussed. It consists of basically three modules, an airplane modeling which needs a small number of design parameters, a surface and volume meshing modules which generates unstructured surface and volume grids with minimum user's interventions, and efficient CFD analysis module using unstructured grids. Using this system, numerical analysis of complete HSCT configurations with engine nacelles can be easily carried out. In order to achieve a high lift-to-drag ratio(L/D) in HSCT aerodynamics design, a configuration of a nacelle integration is one of the most important design factors. When engine nacelles are integrated with an airframe, L/D is in general degraded due to the wing-nacelle interference, especially in the supersonic cruise condition. However favorable interference may enable L/D to be improved due to locations of installation, nacelle shapes and a wing camber. The present system is very effective to investigate engine integration configuration for the optimization. Results of the Euler calculations about various nacelle shapes and positions are also discussed.

### 1. はじめに

1990年代に入って、再び超音速旅客機の開発に向けた研究が、欧米及び日本で始められている。1960年代から70年代にかけて計画及び開発された第一世代超音速旅客機の欠点を克服し、さらに現在の環境問題に対する関心の高まりを考慮にいと、次世代超音速旅客機の開発に向けて、より一層の技術の進歩が要求される。

空力性能の中で重要とされているのが揚抗比  $L/D$  (Lift-to-Drag ratio)である。第一世代超音速旅客機として唯一飛行を続けているコンコルドが約 7.3 であるのに対し、次世代超音速旅客機は最終的な目標を 10 以上の値において、いかに抵抗を減らすかが重要な鍵となる。超音速旅客機の抵抗は、誘導抵抗、造波抵抗及び摩擦抵抗に分けられ、これらの抵抗を低減することを目標に設計がなされる。

超音速旅客機形状に対する従来の空力設計では、翼胴モデルに対して、線形理論および超音速面積法則を用いて、誘導抵抗及び造波抵抗を最小化してきた。しかし、例えばエンジン装着形態のように、複雑でより実的な形状に対しては、設計パラメータが増加するので、それに適した設計ツールが必要とされる。

超音速旅客機の開発の中で、推進システムの統合は空力設計において重要な問題の一つである。主翼及び胴体

から発生する衝撃波との干渉をなるべく最小にすることを考慮して主翼下面に装着される。その場合に主翼下面においてエンジンナセルから発生した衝撃波干渉による抵抗増加を抑えるように装着位置を検討することが必要であり、さらに良好な干渉を発生させることで揚抗比の増加につなげることを考慮に入れるべきである。

空力設計を行う上で CFD は強力な設計ツールであるが、エンジン装着形態のような複雑な形状に対して計算格子を発生させることは容易な作業ではない。特にナセルによる干渉を最適化するためには、ナセル前後位置、ナセルスパン位置、ナセル取付角等のパラメータが存在するので形状の変更に容易に対応できる必要がある。

本研究では、超音速旅客機のエンジン装着形態のような複雑な形状に対して、形状変更を容易に行うことが可能な、CFD による空力性能の評価を行う設計システムの構築を行った。この設計システムは、超音速旅客機形状のモデリング、非構造格子による計算格子生成、Euler 計算による空力性能評価、以上3つのモジュールから構成される。パラメトリックスタディに適した、少ない設計変数で形状定義を行うモデリング手法として、偏微分方程式を解くことで翼表面定義を行う方法を採用する。計算格子には複雑な形状に対応するために非構造格子を用い、超音速旅客機全機周りの Euler 計算により超音速飛行状態における空力性能を精度良く見積もることが可能である。

以下に設計システムの概要、この設計システムによる超音速旅客機のエンジン装着形態のモデリング例とその計算結果について述べる。

\*1 東北大院 \*2 東北大

## 2. 設計システムの概要

構築された設計システムは、次の3つのモジュールで構成される。

1. 超音速旅客機形状のモデリング
2. 非構造格子による計算格子生成
3. Euler 計算による空力性能評価

この設計システムは、解析結果を評価した後、最適化に向けた形状変更に対応可能であるため、非常に効果的なツールである。以下に各モジュールの説明を行う。

### 2.1 超音速旅客機形状のモデリング

超音速旅客機形状のモデリングにおいて重要な点は、パラメトリックスタディーを行うのに適した形状定義アルゴリズムを採用することである。そのためには設計変数をなるべく少なくし、変更を容易に行えるようにしなければならない。さらに速やかにモデリングが行えるように、形状定義アルゴリズムは時間のかからない単純なもので、しかも翼面上のような形状に対して十分滑らかな表面定義を行える必要がある。ここでは、超音速旅客機形状を、翼面要素、胴体そしてエンジンナセルの3つに分けて、それぞれ形状定義を行う。

翼面要素は、主翼、尾翼、カナード、エンジンナセル装着のパイロン等で、これらは RAPID(Rapid Airplane Parametric Input Design)[1]と呼ばれる方法を利用して表面定義を行う。この方法は CAD モデルの表面定義のために開発された PDE 法を航空機のモデリングに応用したもので、比較的少ない数のパラメータで表面の形状定義を行うことが可能である。

PDE 法では、次の4次偏微分方程式を計算空間で解くことによって翼表面を定義する。

$$\left[ a^2 \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} \right] \mathbf{X} = 0 \quad (1)$$

$$\mathbf{X}(\xi, \eta) = (x(\xi, \eta), y(\xi, \eta), z(\xi, \eta)) \quad \begin{cases} 0 \leq \xi \leq 2\pi \\ 0 \leq \eta \leq 1 \end{cases}$$

計算空間において、翼後縁、下面、前縁、上面、後縁周りを  $\xi$  方向、翼のスパン方向を  $\eta$  方向とする。式(1)の解は解析的にフーリエ級数で表される。

$$\mathbf{X}(\xi, \eta) = \mathbf{A}_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \mathbf{A}_n(\eta) \cos(n\eta) + \mathbf{B}_n(\eta) \sin(n\eta) \quad (2)$$

フーリエ係数は次のようになる。

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_0 &= \mathbf{a}_{00} + \mathbf{a}_{01}\eta + \mathbf{a}_{02}\eta^2 + \mathbf{a}_{03}\eta^3 \\ \mathbf{A}_n &= \mathbf{a}_{n1} e^{an\eta} + \mathbf{a}_{n2} \eta e^{an\eta} + \mathbf{a}_{n3} e^{-an\eta} + \mathbf{a}_{n4} \eta e^{-an\eta} \\ \mathbf{B}_n &= \mathbf{b}_{n1} e^{an\eta} + \mathbf{b}_{n2} \eta e^{an\eta} + \mathbf{b}_{n3} e^{-an\eta} + \mathbf{b}_{n4} \eta e^{-an\eta} \end{aligned}$$

$\mathbf{a}_{n1}, \mathbf{a}_{n2}, \mathbf{a}_{n3}, \mathbf{a}_{n4}$  と  $\mathbf{b}_{n1}, \mathbf{b}_{n2}, \mathbf{b}_{n3}, \mathbf{b}_{n4}$  は境界  $\eta=0, \eta=1$  で与えられる境界条件によって定まるベクトル値である。境界条件は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \mathbf{X}(\xi, 0) &= \mathbf{D}_0(\xi), & \mathbf{X}(\xi, 1) &= \mathbf{D}_1(\xi) \\ \mathbf{X}_\eta(\xi, 0) &= \mathbf{N}_0(\xi), & \mathbf{X}_\eta(\xi, 1) &= \mathbf{N}_1(\xi) \end{aligned}$$

ここで  $\mathbf{D}(\xi), \mathbf{N}(\xi)$  はそれぞれディレクレ条件とノイマン条件を表す。境界条件の中に設計変数を導入することで、形状を変化させることが容易に行える。

図1に翼面の形状定義を示す。スパン方向の境界において、翼型をディレクレ条件として与える。翼型は以下の式で表される。

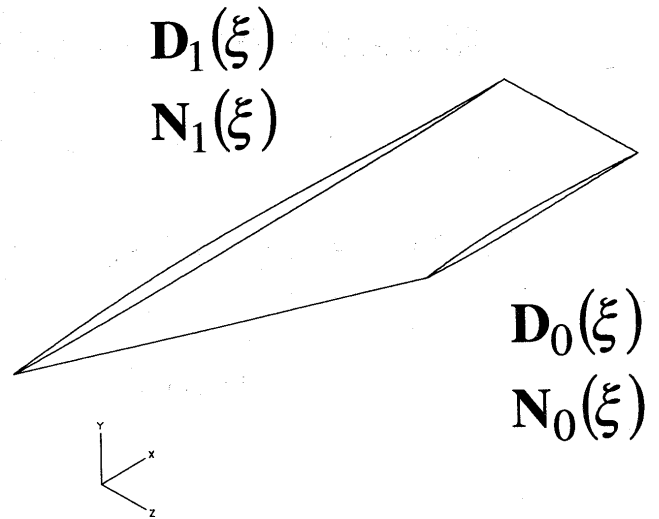


図1 翼面の形状定義

$$\begin{aligned} \bar{x}(\xi) &= C \sin \pi \xi, & \bar{y}(\xi) &= \bar{y}_t(\xi) + \bar{y}_c(\xi) \\ \bar{y}_t(\xi) &= -\frac{T}{2} (\sin 2\pi \xi + F_1 \sin 4\pi \xi + F_2 \sin 6\pi \xi) \\ \bar{y}_c(\xi) &= \frac{M}{P^2} (2P \sin \pi \xi - (\sin \pi \xi)^2) & x \leq P \\ \bar{y}_c(\xi) &= M \frac{(1 - 2P + 2P \sin \pi \xi - (\sin \pi \xi)^2)}{(1-P)^2} & x \geq P \end{aligned}$$

$$0 \leq P \leq 1, \quad 0 \leq \xi \leq 1 \quad (3)$$

ここで、 $C$  は翼弦長、 $T$  は最大翼厚、 $F_1, F_2$  はフーリエ係数、 $M$  は最大キャンバー、 $P$  は最大キャンバー位置である。図1の翼面をダブルデルタもしくはアロー翼の内側の翼面とした場合、 $\eta=0$  では外側の翼面と接続し、 $\eta=1$  では胴体に接続する。ノイマン条件はこの内側の翼面が外側翼面及び胴体と滑らかな接続を可能にするために与えられる。他の翼面要素もこれと同様にして境界条件から形状定義を行う。

胴体表面は、 $z=0$  における  $xy$  面を対称面としてスパン片側だけを次式により代数的に定義する。

$$\begin{aligned} x(\xi, \eta) &= R_F \xi \\ \left( \frac{y(\xi, \eta)}{R_u(\xi)} \right)^n + \left( \frac{z(\xi, \eta)}{R_z(\xi)} \right)^n &= 1 \quad y \geq 0 \quad (n \geq 2) \end{aligned}$$

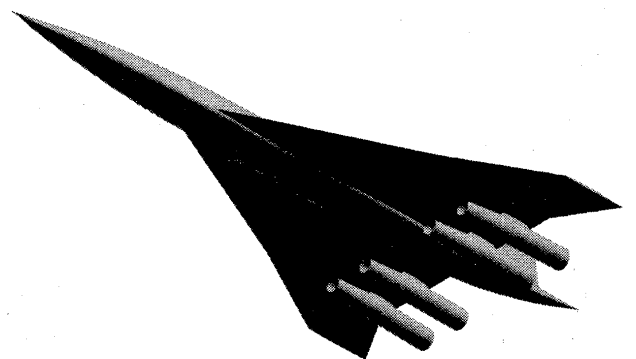


図2 超音速旅客機のモデリング例

$$\left(\frac{y(\xi, \eta)}{R_l(\xi)}\right)^n + \left(\frac{z(\xi, \eta)}{R_z(\xi)}\right)^n = 1 \quad y \leq 0 \quad (n \geq 2)$$

$$R_u(\xi) = R_{u0} \sin \pi \xi + R_{u1} \sin 3\pi \xi$$

$$R_l(\xi) = R_{l0} \sin \pi \xi + R_{l1} \sin 3\pi \xi$$

$$R_z(\xi) = R_{z0} \sin \pi \xi + R_{z1} \sin 3\pi \xi$$

$$\mathbf{X} = (x(\xi, \eta), y(\xi, \eta), z(\xi, \eta)) \quad 0 \leq \xi \leq 1, 0 \leq \eta \leq 1 \quad (4)$$

ここで、 $R_F$  は胴体の全長、 $R_u, R_l, R_z$  はそれぞれ、上下方向およびスパン方向の胴体断面の半径である。これらの半径は  $R_0, R_1$  によって胴体の全長方向にわたって調節することが可能である。

同様にエンジンナセルも代数的方法により形状定義を行う。エンジンナセルの形状は軸対称ナセルを用いる。

エンジン装着形態の超音速旅客機のモデリング例として、胴体、内外の主翼(アロー翼)、垂直尾翼、2つのパイロンとエンジンナセルから構成される、超音速旅客機形状を図2に示す。スパン片側の形状定義をするのに用いた全部の設計変数は約90であり、これは少ないと考えられる。

## 2.2 非構造格子による計算格子生成

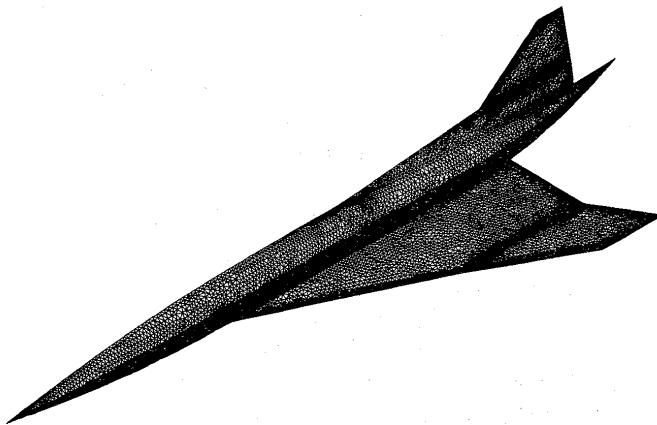
超音速旅客機のモデリングで定義された表面を利用して、非構造格子による計算格子の生成を行う。計算格子

生成は、機体表面及び計算境界面の表面格子生成と機体表面と計算境界面によって囲まれた内部空間に対して空間格子生成の2段階に別れている。ここでは空力性能の評価に Euler 計算を利用するので、機体表面は三角形、空間格子は四面体から構成される。

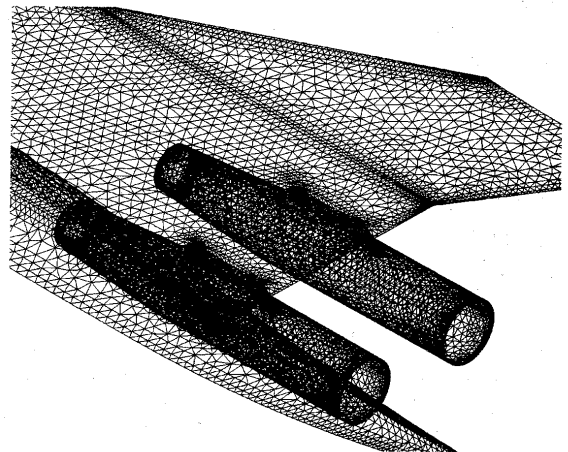
表面格子生成ではモデリングで得られた機体の表面データを使い、3次元面に直接先端前進法を適用して機体表面の三角形格子を生成する[2]。図3(a)に超音速旅客機の表面格子の全体図、(b)にナセル付近の表面格子を示す。

空間格子生成では機体表面を含む境界面格子データを与えることで、その内部空間に3次元に適用されたデローニー分割法適用して、空間に四面体を生成する[3]。自動的に空間を四面体に分割することを可能にするアルゴリズムを採用しているため、超音速旅客機のエンジン装着形態といった、複雑な形状に対応して計算格子の生成を容易にしている。図4(a)に機体の対称面と軸方向の断面の空間格子を示す。(b)はエンジンナセル付近の断面の空間格子を示す。主翼とエンジンナセルの狭い空間に計算格子が生成されており、複雑な形状に対して有効であるのがわかる。

これらの計算格子生成法を用いることで、形状変更に適応した計算格子の生成が可能である。

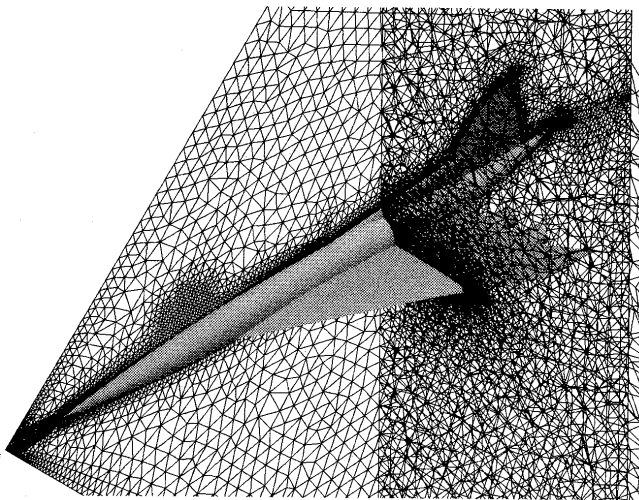


(a) 全体図

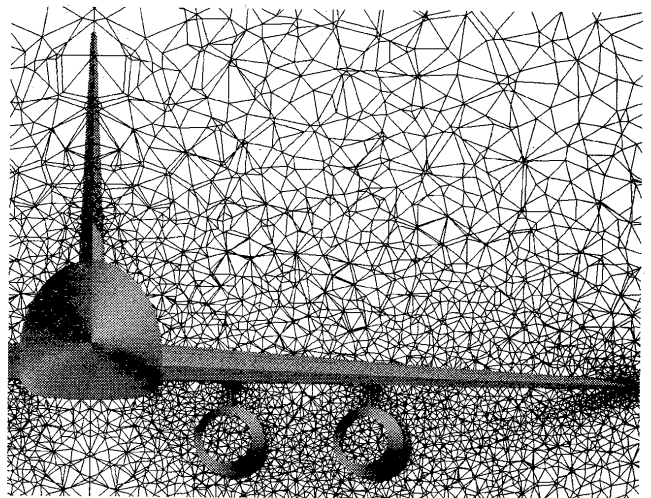


(b) エンジンナセル付近

図3 超音速旅客機形状の表面格子



(a) 対称面と機体軸の断面における空間格子



(b) ナセル付近の空間格子

図4 超音速旅客機形状の空間格子

### 2.3 Euler 計算による空力性能評価

この設計システムでは Euler 計算により空力性能の評価を行う。支配方程式は 3 次元非定常 Euler 方程式で積分形表示で次式で表される。

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \mathbf{Q} dV + \int_{\partial\Omega} \mathbf{F}(\mathbf{Q}) \cdot \mathbf{n} dS = 0 \quad (6)$$

ここで  $\mathbf{Q} = [\rho, \rho u, \rho v, \rho w, e]^T$  は保存変数ベクトルである。 $\rho$  は密度、 $u, v, w$  はそれぞれ  $x, y, z$  方向の速度、 $e$  は単位体積あたりの全エネルギーである。 $\mathbf{F}(\mathbf{Q})$  は非粘性流束ベクトルである。 $\mathbf{n}$  は検査体積  $\Omega$  の境界面  $\partial\Omega$  における、検査体積の外側に向けた単位法線ベクトルである。方程式は有限体積法のセル節点法で離散化される。検査体積において、式(6)は次式の代数方程式で表される。

$$\frac{\partial \mathbf{Q}_i}{\partial t} = -\frac{1}{V_i} \sum_{j(i)} \Delta S_{ij} \mathbf{h}(\mathbf{Q}_{ij}^+, \mathbf{Q}_{ij}^-, \mathbf{n}_{ij}) \quad (7)$$

ここで  $\Delta S_{ij}$  は両端の点  $i$  と  $j$  である辺に関係のある検査体積の境界面の面積である。 $\mathbf{h}$  は検査体積境界面に垂直な数値流束で、 $\mathbf{Q}_{ij}^\pm$  はその辺について検査体積境界面の両側における保存変数ベクトルの値である。ここで  $j(i)$  は  $i$  と対をなす辺のすべての点について和をとることを意味する。

数値流束  $\mathbf{h}$  を計算する際に、検査体積内において基礎物理変数  $\mathbf{q} = [\rho, u, v, w, p]^T$  を区分的 1 次関数で再構築した場合、 $\nabla \mathbf{q}$  を勾配としてセル境界値を高次に外挿して空間 2 次精度にすることができる。

$$\mathbf{q}(x, y, z) = \mathbf{q}_i + \Psi_i \nabla \mathbf{q}_i \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{r}_i) \quad (8)$$

$\mathbf{r}$  は位置ベクトル、 $i$  は接点番号である。スキームの単調性を保持するために制限関数  $\Psi (0 \leq \Psi \leq 1)$  として、ここでは収束性の優れた Venkatakrishnan の制限関数を使用する。基礎物理変数によって境界面の両側で評価された  $\mathbf{Q}_{ij}^\pm$  により HLEW リーマン解法を用いて数値流束  $\mathbf{h}$  を計算する。

時間積分には非構造格子法のために拡張された陰解法の LU-SGS (Lower-Upper Symmetric Gauss-Seidel) 時間積分法[4]を適用する。 $\Delta \mathbf{Q} = \mathbf{Q}^{n+1} - \mathbf{Q}^n$  として、式(7)は陰的時間積分を適用すると次のようになる。

$$\Delta \mathbf{Q}_i = -\frac{\Delta t}{V_i} \sum_{j(i)} \Delta S_{ij} \mathbf{h}_{ij}^{n+1} \quad (9)$$

流束ベクトル  $\mathbf{h}$  を線形化して風上差分と同様な取り扱いをすると、接点  $i-j$  間に関しての  $n+1$  時刻での流束ベクトルは  $\mathbf{h}_{ij}^{n+1} = \mathbf{h}_{ij}^n + \mathbf{A}_i^+ \Delta \mathbf{Q}_i + \mathbf{A}_j^- \Delta \mathbf{Q}_j$  となり、式(9)に代入して整理すると次のようになる。

$$\left( \frac{V_i}{\Delta t} \mathbf{I} + \sum_{j(i)} \Delta S_{ij} \mathbf{A}_i^+ \right) \Delta \mathbf{Q}_i + \sum_{j(i)} \Delta S_{ij} \mathbf{A}_j^- \Delta \mathbf{Q}_j = \mathbf{R}_i \quad (10)$$

ここで

$$\mathbf{R}_i = -\sum_{j(i)} \Delta S_{ij} \mathbf{h}_{ij}^n \quad (11)$$

非構造格子上で LU-SGS 法を適用するために、式(10)の左辺の第二項において、節点  $i$  に関与する点  $j(i)$  を 2 つのグループ  $j \in L(i)$  と  $j \in U(i)$  に分けると式(10)は、次のように表せる。

$$\left( \frac{V_i}{\Delta t} \mathbf{I} + \sum_{j(i)} \Delta S_{ij} \mathbf{A}_i^+ \right) \Delta \mathbf{Q}_i + \sum_{j \in L(i)} \Delta S_{ij} \mathbf{A}_j^- \Delta \mathbf{Q}_j + \sum_{j \in U(i)} \Delta S_{ij} \mathbf{A}_j^- \Delta \mathbf{Q}_j = \mathbf{R}_i \quad (12)$$

式(12)は以下の 2 ステップで解くことができる。

第 1 スイープ：

$$\Delta \mathbf{Q}_i^* = \mathbf{D}^{-1} \left[ \mathbf{R}_i - \sum_{j \in L(i)} \Delta S_{ij} \mathbf{A}_j^- \Delta \mathbf{Q}_j \right] \quad (13a)$$

第 2 スイープ：

$$\Delta \mathbf{Q}_i = \Delta \mathbf{Q}_i^* - \mathbf{D}^{-1} \sum_{j \in U(i)} \Delta S_{ij} \mathbf{A}_j^- \Delta \mathbf{Q}_j \quad (13b)$$

ここで

$$\mathbf{D} = \left( \frac{V_i}{\Delta t} \mathbf{I} + \sum_{j(i)} \Delta S_{ij} \mathbf{A}_i^+ \right) \quad (14)$$

行列  $\mathbf{D}$  の計算にはヤコビ行列の近似  $\mathbf{A}^\pm = 0.5(\mathbf{A} \pm \rho_A \mathbf{I})$  を用いる。ここで、 $\rho_A$  はヤコビ行列  $\mathbf{A}$  のスペクトル半径である。ヤコビ行列の性質  $\sum_{j(i)} \Delta S_{ij} \mathbf{A} = 0$  を用いて式(14)を対角化すると

$$\mathbf{D} = \left( \frac{V_i}{\Delta t} + \frac{1}{2} \sum_{j(i)} \Delta S_{ij} \rho_A \right) \mathbf{I} \quad (15)$$

最終的に非構造格子上で LU-SGS 法のは次式のようにになる。

前進スイープ：

$$\Delta \mathbf{Q}_i^* = \mathbf{D}^{-1} \left[ \mathbf{R}_i - \frac{1}{2} \sum_{j \in L(i)} \Delta S_{ij} (\Delta \mathbf{h}_j^* - \rho_A \Delta \mathbf{Q}_j^*) \right] \quad (16a)$$

後進スイープ：

$$\Delta \mathbf{Q}_i = \Delta \mathbf{Q}_i^* - \frac{\mathbf{D}^{-1}}{2} \sum_{j \in U(i)} \Delta S_{ij} (\Delta \mathbf{h}_j - \rho_A \Delta \mathbf{Q}_j) \quad (16b)$$

ここで  $\Delta \mathbf{h} = \mathbf{h}(\mathbf{Q} + \Delta \mathbf{Q}) - \mathbf{h}(\mathbf{Q})$  である。

LU-SGS 法を適用し、計算コードのベクトル化するために、計算格子の順番の並び換えを行う。

陰解法の適用により収束を加速させるのに加えて、さらに超音速流れの特性を利用した非構造格子用のスเปースマーチング法[5]を用いることで計算時間はこれを使用しない場合と比較して約 3 分の 1 程度になる。これらの方法を組み合わせることで、Euler 計算による空力性能評価の時間を短縮することが可能である。

### 3. 計算例

最初の計算例として、アロー翼平面形の超音速旅客機形状に対して、ナセルなしの場合と軸対称ナセルが装着された場合の比較を行った。計算条件は主流マッハ数 2.0 で、迎角は 0, 1, 3, 5, 7 度でそれぞれ計算を行った。ナセル内部にも計算格子を生成しフロースルー条件としている。ナセル装着ケースの計算格子のデータは、節点数が 21 万点、四面体の数が 115 万個、辺の数が 140 万、境界三角形が 7 万 2 千個である。計算時間は富士通のコンピュータ VX を使用して約 1500 秒である。

図 5 に迎角 3 度の場合の主翼下面とスパン方向における対称面、機体軸に垂直な断面における圧力分布を示す。ナセル付近の主翼下面においてナセルから発生した衝撃波の干渉の様子がわかる。

図 6 に揚力曲線、図 7 に揚抗曲線を示す。図 6 より各迎角においてナセルなしの場合より軸対称ナセル装着形態のほうが大きい揚力を発生させている。これは図 5 の圧力分布のところで述べたように、ナセルから発生した衝撃波が主翼下面に入射して高圧力場を発生し、それによりナセルなしの場合と比較して揚力が大きくなるため

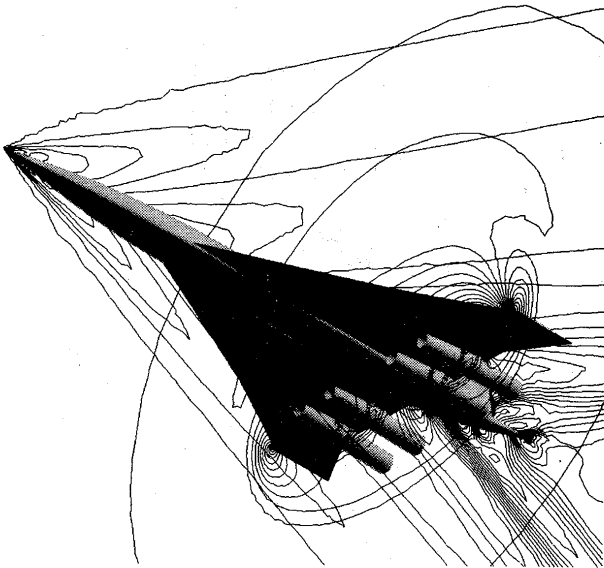


図5 マッハ数2における圧力分布

である。しかし、図7の揚抗曲線からわかるとおり、揚力の増加にともない抗力も増加していることがわかる。エンジンナセルは、干渉による揚力の増加に対して、抗力の増加をなるべく小さくするように装着する必要があることが非常に重要である。

次に、ナセル形状による比較を行う。図8にxy平面に平行な断面における軸対称ナセル外周の半径分布を示す。ナセルは4種類あり、nacelle1が放物形、nacelle2が入口から出口まで拡大、nacelle3とnacelle4が翼後縁にあわせて拡大・縮小している。nacelle3とnacelle4の違いは主翼下面と重なっている部分の範囲で、nacelle3のほうが大きくなっている。

計算条件は主流マッハ数が2.0、迎角が3度である。その場合に以下のCASEについてそれぞれ計算を行った。

1. CASE I : ナセル非装着の機体形状
2. CASE II : 機体に nacelle 1 を装着
3. CASE III : 機体に nacelle 2 を装着
4. CASE IV : 機体に nacelle 3 を装着
5. CASE V : 機体に nacelle 4 を装着

まず、軸対称ナセルの外周の基本的な形状についての違いを調べるために、CASE I から CASE IV について比較を行った。図9にスパン方向の圧力分布、図10にコード方向の圧力分布を示す。スパン方向分布において、nacelle1は拡大部においては高い圧力を示しているが、縮小部においては逆に圧力の低下が激しい。コード方向変化においても nacelle1 は著しい高低ピークを示している。拡大のみ nacelle2 と翼後縁まで拡大の nacelle3 は両方向の圧力分布において似た傾向であるが、若干 nacelle3 の方が高い圧力を示す。

次に異なる拡大・縮小ナセル形状の nacelle3 と nacelle4 についての圧力分布を図11に示す。スパン及びコード方向の両方において主翼と重なる部分が大きい nacelle3 の方が高い圧力を示している。

最後に各ナセル形状についての揚抗比の比較を行うと、nacelle1が9.29、nacelle2が9.23、nacelle3が9.5、nacelle4が9.34であった。この中では圧力分布の比較において、最もよかった nacelle3 が一番高いが、ナセルなしの場合の9.71と比較すると小さい値である。良好な干渉により揚抗比の増大をはかるためには、より詳細なパラメトリ

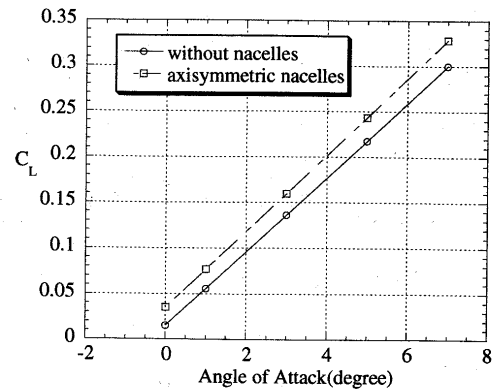


図6 軸対称ナセルの有無による揚力曲線の比較

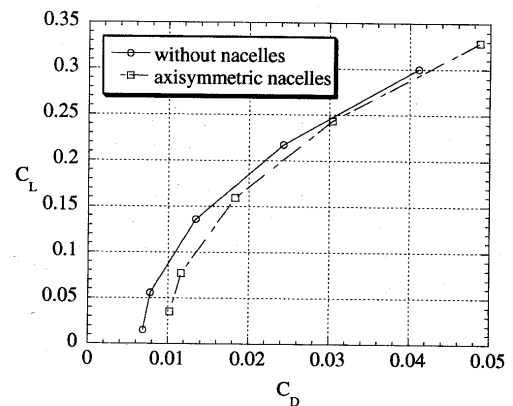


図7 軸対称ナセルの有無による揚抗曲線の比較

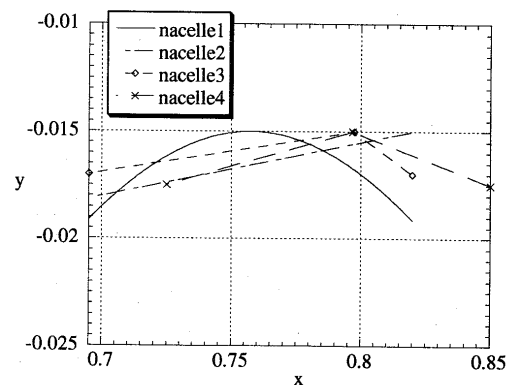


図8 各ナセルの外部の半径分布

ックスタディの必要がある。

#### 4. おわりに

本研究では、超音速旅客機のエンジン装着形態の解析を行うのに適したCFDによる設計システムを構築した。この設計システムは形状の変更に容易に適用でき、計算例で示したように各種形状の比較や、パラメトリックスタディに適した設計システムであるといえる。

#### 参考文献

- [1] Smith, R. E., Bloor, M. I. G., Wilson, M. J., and Thomas, A.

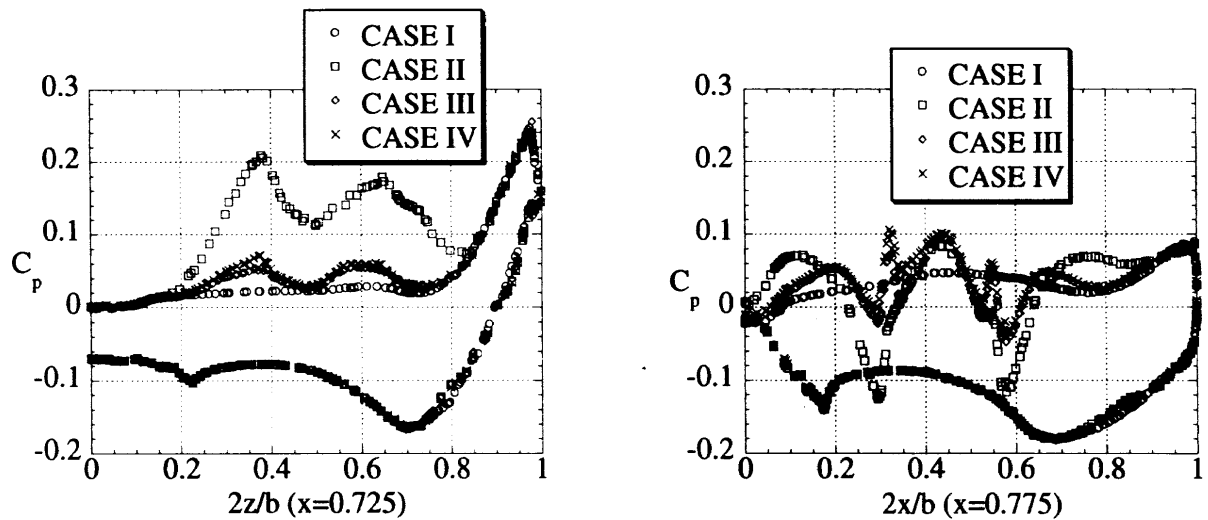


図9 ナセル形状の違いによるスパン方向の圧力分布

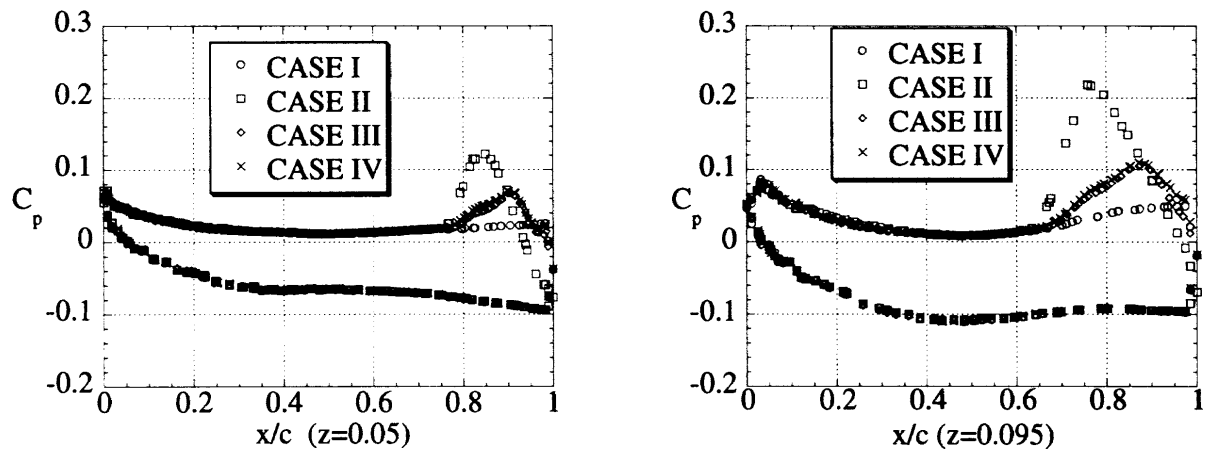


図10 ナセル形状の違いによるコード方向の圧力分布

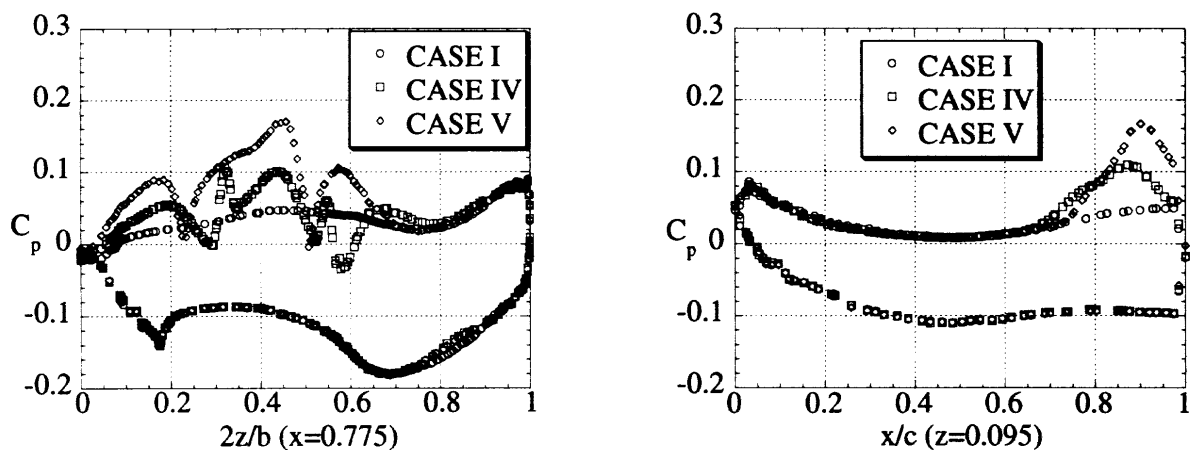


図11 異なる拡大・縮小ナセル形状の圧力分布の比較

M., "Rapid Airplane Parametric Input Design (RAPID)," AIAA Paper 95-1687, 1995.

[2] Nakahashi, K and Sharov, D., "Direct Surface Triangulation Using the Advancing Front Method," AIAA Paper 95-1686, 1995.

[3] Sharov, D. and Nakahashi, K., "A Boundary Recovery Algorithm for Delaunay Tetrahedral Meshing," 5th Int. Conf. On Numerical Grid Generation in Computational Field

Simulation, 1996, pp.229-238.

[4] Sharov, D. and Nakahashi, K., "Reordering of 3-D Hybrid Unstructured Grids for Vectorized LU-SGS Navier-Stokes Computations," AIAA Paper 97-2102, 1997.

[5] Nakahashi, K., Saitoh, E., and Sharov, D., "Active-Domain Marching for Efficient High Speed Flow Computations," AIAA Paper 96-2443, 19996.

# 設計における数値解析の活用について（その 15） — SST の主翼空力設計 —

生越 博景, 嶋 英志 (川崎重工業 (株))

## Role of CFD in Aeronautical Engineering (15) — Aerodynamic design of an SST wing —

by

Hirokage OGOSHI, Eiji SHIMA (Kawasaki Heavy Industries LTD.)

### Abstract

The wing of the sub-scaled unmanned experimental aircraft of NAL is designed to improve the L/D ratio. The wing section is designed especially to reduce skin friction drag, which amounts to nearly half of the total drag. For this purpose, we designed the wing section to remain laminar flow as far as possible, using UG3(3D unstructured grid CFD solver) and SALLY(3D laminar boundary layer stability analysis code).

### 1. はじめに

現在, 科学技術庁航空宇宙技術研究所殿を主体として, 次世代超音速輸送機 (SST) の国際共同開発に日本が積極的に参画するために必要となる技術, 特に CFD 空力設計技術を確立するためのプロジェクトが進行中である。このプロジェクトでは, CFD で設計した実験機を実際に飛行させ, CFD 設計技術の有効性を検証する。

実験機の基本的設計方針として, 解析および設計に CFD 解析を用いることが挙げられており, 弊社もこのプロジェクトに参画して実際に設計作業を行っている。そこで, この場をお借りして, 図 1 に示す小型高速実験機空力形状に対する CFD 解析結果や翼断面形状の設計検討結果を報告させていただく。

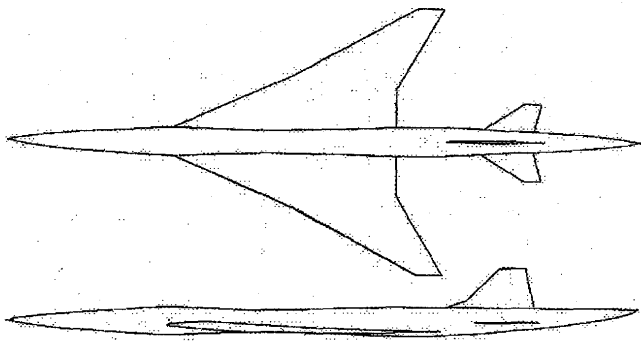


図 1. 小型高速実験機

### 2. 概要

この小型高速実験機空力形状に対し, 巡航時 (マッハ 2.0) の揚抗比を高めるために抗力低減技術を適用した。

一般に超音速における抗力低減技術<sup>1)</sup>としては, ①体積依存造波抗力低減技術 (超音速エリア・ルール等), ②誘導抗力低減技術 (主翼平面形, 主翼 Warp 等), ③摩擦抗力低減技術 (自然層流化, 超音速層流制御, リブレット等) が適用される。これらの技術のうち, 体積依存造波抗力と誘導抗力の低減技術に関しては, 線形理論の範囲内ではあるが, かなりのレベルで確立されていると考えられる。それに対し, 小型高速実験機のような後退角の大きくアスペクト比の小さい主翼に対して, 線形理論で摩擦抗力低減を実現することは困難なのが現実であり, 非線形効果を考慮した 3 次元 CFD 解析を用いることが必要となってきた。

そこで, 本設計では図 2 に示すように, この実験機の機体規模 (全長約 11m) から摩擦抗力が全抗力の約 50% にまで達することを考慮し, 摩擦抗力低減に目標を絞って 3 次元 CFD 解析を利用した設計検討を行った。

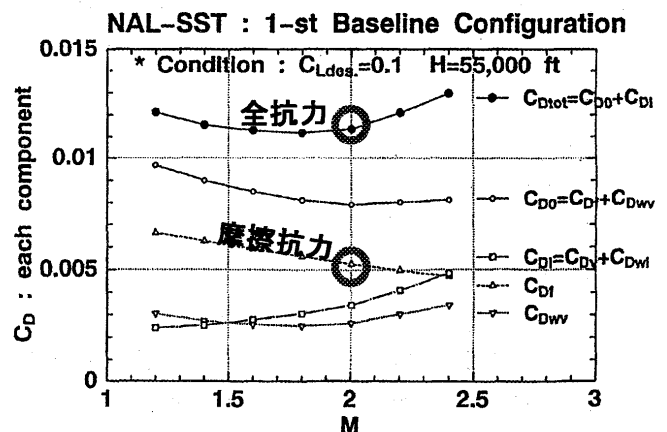


図 2. 小型高速実験機の抗力構成

(第 4 回小型高速実験機合同設計会議 合設 04-2 より抜粋)



図2の結果は、機体長が約100mの場合を想定している。よって、全長約11mの小型高速実験機の場合はRe数が低下するので、摩擦抗力係数は、この図中の値より増加することに注意する。

### 3. 摩擦抗力低減効果の検討手法

摩擦抗力低減技術として、複雑なシステムを必要とする境界層吸い込みによる層流制御（能動的制御）ではなく、翼断面形状を修正して境界層遷移を遅らせることができる圧力分布を実現する自然層流化（受動的制御）の概念を主翼に適用した。

主翼初期形状の翼厚分布としてNACA0003が採用されていたが、本検討の自然層流化を検討するために、亜音速において圧力最下点が後方に位置し、境界層の層流から乱流への遷移が遅れるとされているNACA6シリーズ<sup>2)</sup>の翼厚を新たに4種類採用した。（図3）

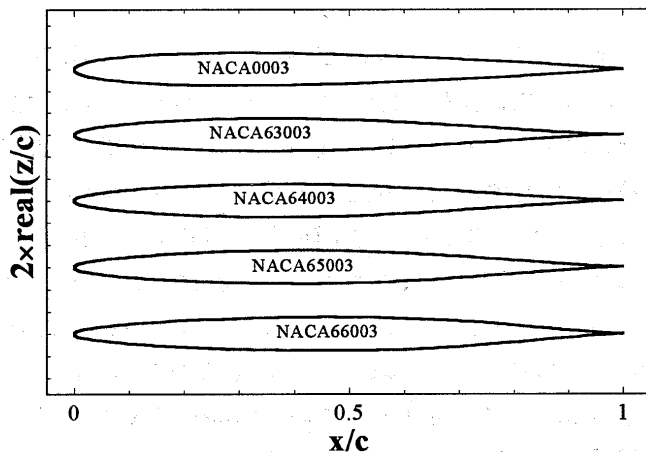


図3. 翼厚分布

これらの翼厚分布を用いた主翼に対して3次元CFD解析を実施した。このCFD解析には、弊社の3次元非構造格子、有限体積法、3次元ナビエ・ストークス方程式を基礎方程式とする3次元CFD解析ツール「UG3」<sup>3)</sup>を用いた。

また、設計におけるターン・アラウンド・タイムを短縮するため、これ以降の3次元CFD解析は全て非粘性で実施した。

具体的な摩擦抗力低減効果の検討手順を以下に示す。

- ①線形理論より得られた主翼Warp形状のキャンバーラインに対し、翼厚分布を付加して主翼を設計する。
- ②その主翼に対して3次元CFD解析（非粘性解析）を実施し、主流方向の主翼表面圧力分布を取得する。
- ③得られた圧力分布を用いて、圧縮性3次元層流境界層計算を実施し、層流境界層速度分布を取得する。

④得られた境界層速度分布を用いて、3次元層流境界層安定解析を実施し、複数の擾乱の増幅率を取得する。

⑤得られた擾乱の増幅率から境界層遷移開始点を推定し、摩擦抗力低減効果を検討する。

尚、この検討作業のうち、③に記述された圧縮性3次元層流境界層計算は、与えられた圧力分布がどの翼断面においても相似であると仮定した計算手法を用いている。

又、上記の作業のうち、④に記述された3次元層流境界層安定解析には、海外でも実績のある「SALLY」コードを用いている。このコードでは、擾乱の伝播方向を変化させることで、横流れ不安定（Cross Flow instability）やT-S波型不安定（Tollmien - Schlichting wave instability）を解析することが可能である。この解析コードには $e^N$ 法が用いられている。この手法は、擾乱の初期振幅を $A_0$ 、その後の擾乱の振幅を $A$ とするならば、 $e^N = A/A_0$ と表わされ、擾乱が下流に伝播するに従い増幅し、その擾乱の増幅率がある閾値を超えたときに境界層遷移が始まるとする考えに基づいている。今回の小型高速実験機のように主翼の前縁後退角が $60^\circ$ 程度の場合の境界層遷移は、そのほとんどが横流れ不安定に起因すると考えられる。この不安定の閾値はそれぞれの環境における主流の乱れ強さに依存しているが、通常の風洞試験の場合、境界層遷移の開始点は $N=7\sim11$ 付近の値を採ることが多い。しかし、実機の飛行する大気中は乱れ強さが小さいことから、今回は境界層遷移開始点を $N=25$ に設定した。

## 4. 翼単体の検討結果

### 4-1. 計算格子

小型高速実験機の超音速巡航時における主翼圧力分布と境界層遷移特性の関係を把握するために、まず最初に胴体を考慮しない翼単体の検討を実施した。計算条件は小型高速実験機の飛行条件と同一とし、諸元は以下の通りである。

- ・主流速度 : マッハ2.0
- ・迎角 :  $-4 \sim +8^\circ$
- ・設計揚力係数 :  $C_{L,des}=0.1$

計算格子を図4に示し、その諸元は以下の通りである。

- ・総要素数 : 約22万要素（半裁）
- 翼上面 : 60
- 翼下面 : 60
- 翼幅 : 41
- 空間 : 45
- 最小格子間隔 : 最大翼弦長/10000

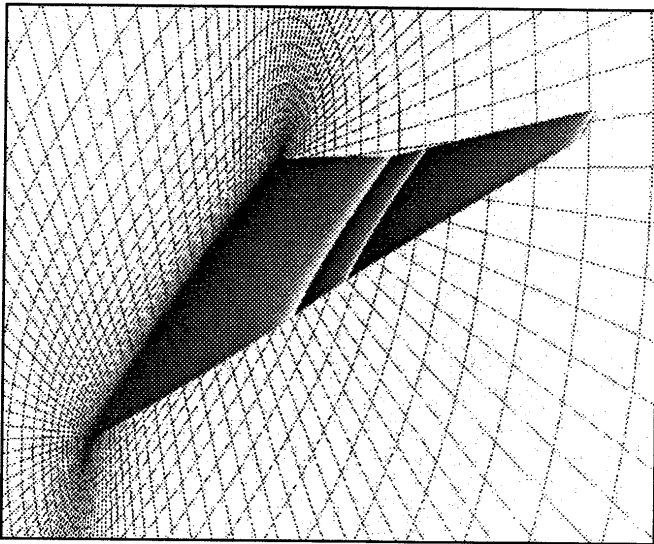
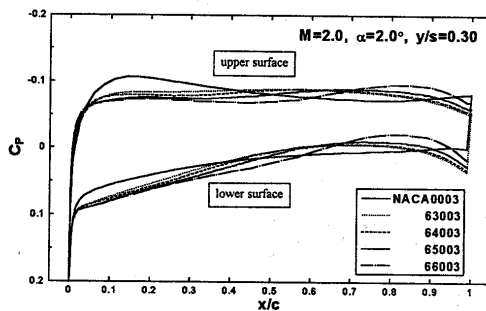
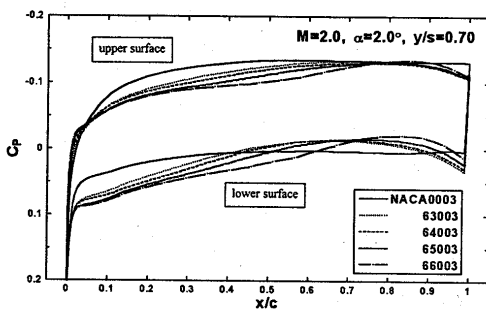


図4. 翼単体の計算格子

#### 4-2. 摩擦抗力低減効果の検討

この主翼に対し3次元CFD解析を行い、設計揚力係数を実現する迎角 ( $2^\circ$ ) で得られた  $\eta=0.3$  における圧力分布を図5-1,  $\eta=0.7$  における圧力分布を図5-2に示す。

図5-1.  $\eta=0.3$ における主翼表面圧力分布図5-2.  $\eta=0.7$ における主翼表面圧力分布

これらの圧力分布を見る限り、NACA0003の翼厚分布を採用した基本主翼形状に比べ、NACA6シリーズの翼厚分布を

採用した主翼翼断面は、前縁近傍の圧力勾配が大きく、それ以降の圧力勾配が一定に近い傾向を示すことが分かった。

また、NACA6シリーズの中でも最大翼厚が最も後方に位置するNACA66003翼厚を採用した場合、前縁近傍の圧力勾配が最も大きく、それ以降の圧力勾配が最も小さいことが分かった。

3章で記述したように、これらの圧力分布を用いて圧縮性3次元層流境界層計算を実施し、3次元層流境界層安定解析コード「SALLY」を用いて解析を実施した結果を、

図6-1 ( $\eta=0.3$ ), 6-2 ( $\eta=0.7$ ) に示す。これらのグラフは層流境界層内の横流れ不安定に起因する擾乱と、T-S波型不安定に起因する擾乱の成長率を示している。これ以降の安定解析は翼上面のみ実施し、横流れ不安定による遷移開始点の閾値を  $N=25$  として評価を実施した。諸元は以下の通りである。

- ・主流速度 : マッハ2.0
- ・迎角 :  $+2^\circ$  ( $C_{L,des}=0.1$ )
- ・飛行高度 : 15000 m
- ・大気温度 :  $-56.5^\circ\text{C}$
- ・前縁後退角 :  $66.0^\circ$  ( $\leq 0.5$ ),  $61.2^\circ$  ( $> 0.5$ )
- ・後縁後退角 :  $0.0^\circ$  ( $\leq 0.4$ ),  $30.0^\circ$  ( $> 0.4$ )
- ・その他 : 翼上面のみ。

図6-1 ( $\eta=0.3$ ) から、翼断面形状がNACA0003の場合とNACA66003の翼厚分布を採用した場合のものを比較すると、最大厚み位置が後方に位置するNACA66003を採用した翼断面形状のほうが境界層遷移の遅れることがわかった。これは、圧力分布の最初の立ち上がり(前縁近傍の圧力勾配が大きいところ)が終了するまでの距離が、NACA0003よりNACA66003の翼断面形状の方が短いことに起因していると考えられる。後退角を有する翼に特有の不安定である横流れ不安定は、主流方向に圧力勾配が存在することで増幅する。これは、後退角を有しているが故に、主流方向に対して直角な方向の圧力分布に勾配が生じるからである。主流方向に対して直角な方向の圧力勾配が大きければ、それだけ横流れ不安定波(擾乱)も増幅しやすいが、不安定波(擾乱)が増幅して実際に境界層遷移に至るまでには、ある程度  $Re$  数(距離)が必要である。その必要な  $Re$  数(遷移  $Re$  数)に至るまでに主流方向の主翼表面圧力分布の勾配が零、あるいはそれに近いくらい小さくなれば、横流れ不安定波(擾乱)はそれ以上増幅できなくなる。主翼上面圧力分布から、NACA63003より64003, 65003, 66003の順序に、最初の立ち上がり以降の圧力分布の勾配が緩くなった。このようなことから、NACA6シリーズの翼断面形状はNACA0003より境界層遷移が遅れ、その中でもNACA66003がもっとも遅れる解析結果が得られ

たものと考えられる。この時の摩擦抗力低減効果を平板の抗力推算式を用いて推定すると、断面抗力で約 15% 低下することがわかった。

$\eta=0.7$  (図 6-2) における 3 次元層流境界層安定解析結果も同様で、翼断面形状に NACA66003 を採用したほうが、遷移位置が後方に位置し、摩擦抗力低減効果を確認することができた。

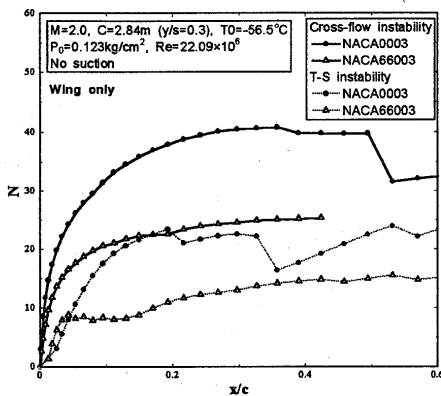


図6-1.  $\eta=0.3$ における擾乱の増幅率（翼単体）

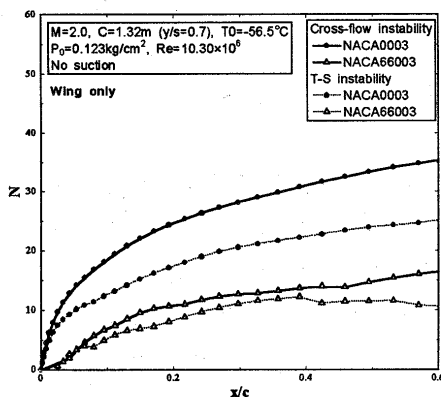


図 6-2.  $\eta=0.7$ における擾乱の増幅率（翼単体）

## 5. 翼胴形態の検討結果

### 5-1. 翼胴形態の計算格子

これまで翼単体における解析を実施したが、実機には胴体が存在する。そこで、翼単体で最も境界層遷移が遅れることがわかった主翼形状 (NACA66003) と初期主翼形状 (NACA0003) の 2 種類について、翼単体と同様の計算条件のもとで、翼胴尾無しの 3 次元 CFD 解析 (非粘性) を実施した。解析に用いた計算格子を図 7 に示し、その諸元は以下の通りである。

- ・総要素数 : 約 47 万要素 (半裁)
- 最小格子間隔 : 最大翼弦長/1000

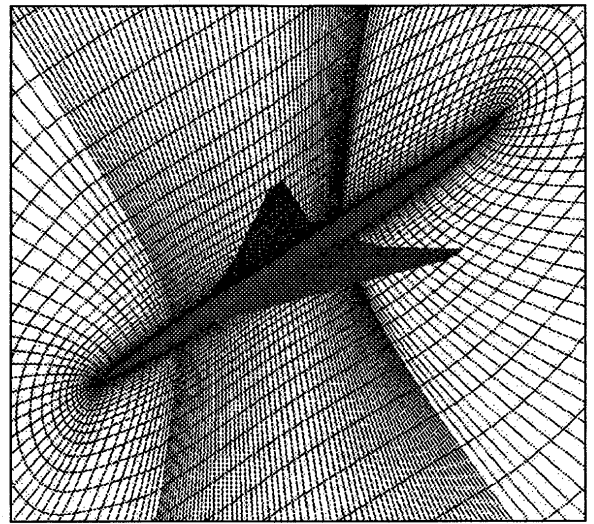


図 7. 翼単体の計算格子

### 5-2. 翼胴形態の摩擦抗力低減効果の検討

翼胴形態の 3 次元 CFD 解析を実施した結果、胴体の影響が顕著に現れた。翼単体の場合と翼胴形態の場合の上面圧力分布の比較を図 8-1 ( $\eta=0.3$ )、図 8-2 ( $\eta=0.7$ ) に示す。

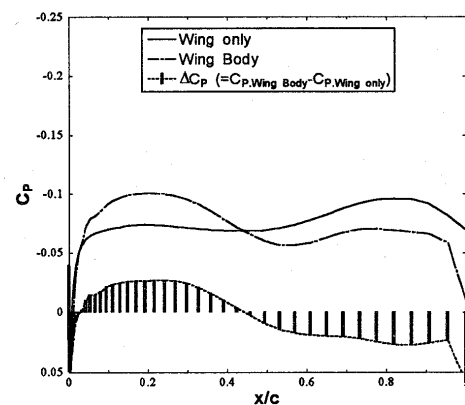


図 8-1. 圧力分布に及ぼす胴体の影響 ( $\eta=0.3$ )

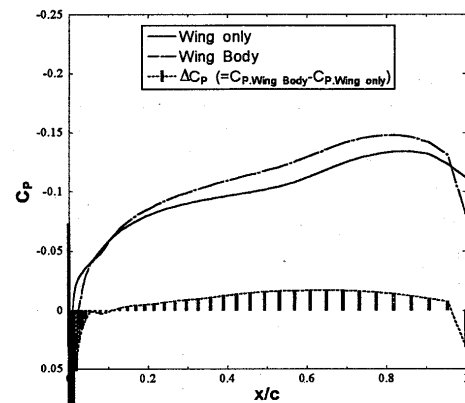


図 8-2. 圧力分布に及ぼす胴体の影響 ( $\eta=0.7$ )

これらを比較した結果、胴体の影響が主翼のかなりの範囲に及んでいることがわかった。特に、翼断面の前半では超音

速エア・ルールを適用した胴体の凸から発生した膨張波の影響を受けて圧力が低下し、後半では胴体の凹から発生した圧縮波の影響を受けて圧力が上昇した。また、胴体により、前縁近傍の圧力勾配が若干小さくなった。

この翼胴形態の圧力分布を用いて、3次元層流境界層の安定解析を実施した結果を図9-1 ( $\eta=0.3$ ), 9-2 ( $\eta=0.7$ ) に示す。図9-1から、胴体により横流れ不安定に起因する擾乱の増幅率が前縁近傍で大きくなることがわかった。これは前縁近傍の圧力勾配が胴体により小さくなったことが最大の原因と考えられる。また、胴体から発生する圧力波が膨張波から圧縮波に変化する近傍 ( $x/c=0.4$ ) は減速域になるので、擾乱の増幅率が大きくなることもわかった。このことから、 $\eta=0.3$ における摩擦抗力低減効果は、翼単体に比べて大幅に減少した。しかし、NACA0003の摩擦抗力低減効果がNACA66003を上回ることはなかった。

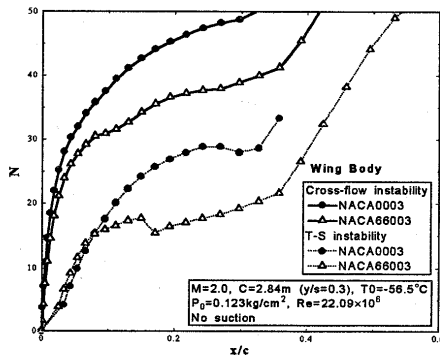


図9-1.  $\eta=0.3$ における擾乱の増幅率 (翼胴形態)

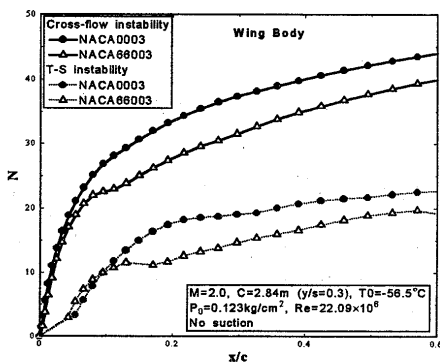


図9-2.  $\eta=0.7$ における擾乱の増幅率 (翼胴形態)

摩擦抗力低減効果が確認されたNACA66003の翼厚分布を採用した翼胴形態の、体積依存造波抗力と誘導抗力を検討した結果を図10に示す。この結果から、設計揚力係数における抗力は、NACA0003よりNACA66003のほうが小さくなることがわかった。これは、NACA0003よりNACA66003のほうが前縁半径が小さくなることから、造波抗力が低減したと考えられる。

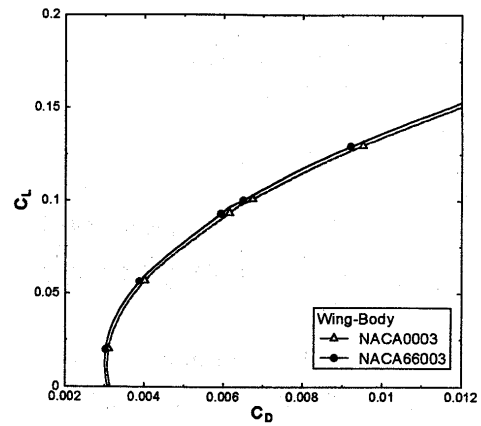


図10. 揚抗特性

## 6. 逆解法による翼断面設計

これまでの解析は、主翼のWarp設計 (線形理論) で得られたキャンバーラインに、既存の翼厚分布を付加することで得られた主翼形状に対して実施してきた。しかし、この方法は選択された翼断面形状の検討しかできなかった。そこで、更に摩擦抗力低減効果を引き出すために、これまでの解析で得られた圧力分布と境界層遷移に関する知見から、更に境界層遷移を遅らせることができる圧力分布を検討し、その圧力分布を実現する翼断面形状の設計を行った。その手法を以下に示す。

### 6-1. 逆解法

今回用いた逆解法には、以下に示す Busemann 近似 を採用した。

$$C_{P+} = C_1 \left( \frac{dz_+}{dx} - \alpha \right) + C_2 \left( \frac{dz_+}{dx} - \alpha \right)^2$$

$$C_{P-} = -C_1 \left( \frac{dz_-}{dx} - \alpha \right) + C_2 \left( \frac{dz_-}{dx} - \alpha \right)^2$$

$$C_1 = \frac{2}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}}$$

$$C_2 = \frac{(M_\infty^2 - 2)^2 + \gamma M_\infty^4}{2(M_\infty^2 - 1)^2}$$

ここで、 $C_{P+}$  は上面圧力係数、 $C_{P-}$  は下面圧力係数、 $\alpha$  は機体迎角、 $z_+$  は翼上面の  $z$  座標、 $z_-$  は翼下面の  $z$  座標、 $M_\infty$  は主流マッハ数、 $\gamma$  は比熱比を表わしている。

これらの関係式より、目標圧力分布を実現する翼断面形状の勾配  $\frac{dz}{dx}$  を得ることができる。基本的な設計の流れを図11に示す。

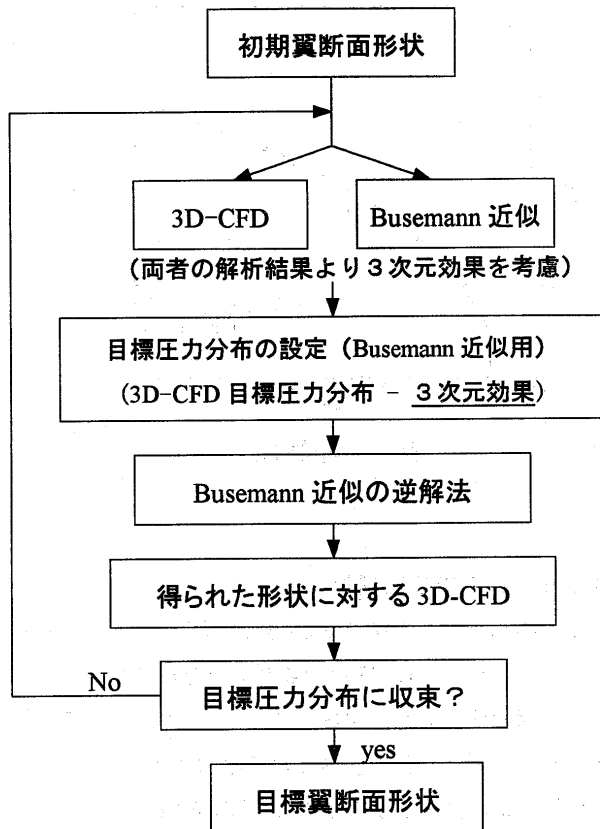


図 11. 逆解法のながれ

Busemann 近似を用いて得られる断面形状は 2 次元なので、この近似を用いた設計には 3 次元翼の影響を考慮しなければならない。そこで初期形状 (3 次元翼) に対して 3 次元 CFD 解析と Busemann 近似による各翼断面の 2 次元解析を実施する。それぞれから得られた各翼断面における圧力分布は、同一断面形状より得られたことから、この両者には一対一の関係があると考えられるので、両者の差を 3 次元効果として逆解法に導入し、Busemann 近似を用いて形状を算出した。この手法を各翼断面 (本検討では 10 断面) に対して実施し、得られた各翼断面形状を翼幅方向に結合させて 3 次元翼を設計し、その形状に対して 3 次元 CFD 解析を実施して圧力分布を取得し、目標圧力分布に収束するまで繰り返し逆解法を適用した。

## 6-2. 逆解法結果

小型高速実験機の翼単体に対して逆解法を適用した結果を、図 12 の示す。初期翼断面形状は NACA66003 の翼厚分布を用いた形状とした。図中の○印は境界層遷移を遅らせることができる翼上面圧力分布で、3 次元層流境界層の安定解析を実施した結果得られた分布である。この圧力分布を目標翼上面圧力分布とし、この圧力分布を実現させるために逆解法による設計を実施した結果、13 回目ではほぼ目標圧力分布を実現する翼断面形状に収束した。この主翼形状に対して 3

次元層流境界層の安定解析を実施した結果、境界層遷移が遅れることを確認することができた。(図 13)

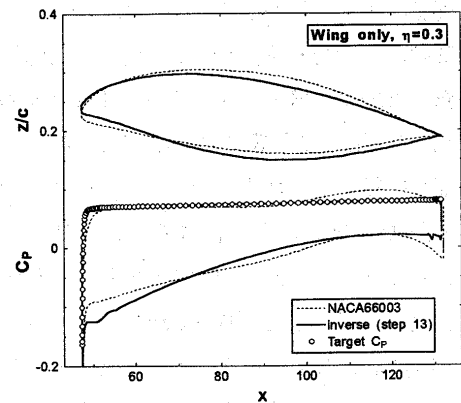


図 12. 逆解法による翼断面設計結果

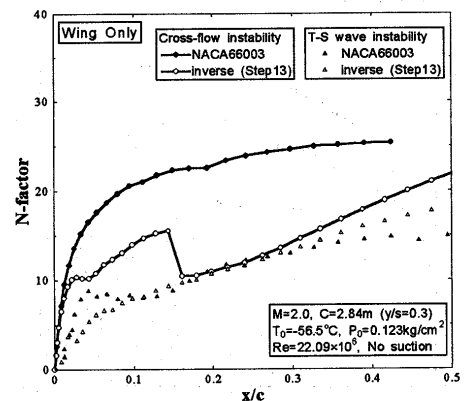


図 13. 逆解法で得られた形状における擾乱の増幅率

## 7. まとめ

NAL 小型高速実験機の空力形状検討作業で得られた知見を以下に示す。

- ・摩擦抗力低減 (揚抗比改善) のために主翼に自然層流化の概念を適用した。その結果、主翼の翼厚分布は NACA0003 より NACA66003 を採用したほうが摩擦抗力低減効果が大きいことがわかった。
- ・翼胴干渉が主翼表面の境界層遷移に大きな影響を及ぼすことがわかった。
- ・Busemann 近似を用いた逆解法 (超音速翼断面設計法) を構築した。

## 【参考文献】

- 1) 吉田憲司：“超音速旅客機の空力形状に関する要素研究について”，日本航空宇宙学会誌 第 42 巻 第 486 号別刷
- 2) I.H.Abbott 他：“Theory of Wing Section”
- 3) 嶋英志：“三次元非構造格子 NS ソルバー UG3”，第 11 回航空機計算空力シンポジウム論文集，pp.25-29

## Inverse Design Method for Wing of Supersonic Transport

Shinkyu Jeong\*, Shigeru Obayashi\*, and Kazuhiro Nakahashi\*  
*Tohoku University, 980-77, Sendai, Japan*  
Ph:81-22-217-6981, Fax:81-22-217-6979  
E-mail:jeong2@ad.mech.tohoku.ac.jp

Kisa Matsushima\*\*  
*Fujitsu Limited, Chiba 261, Japan*  
Ph:81-43-299-3211, Fax:81-43-299-3013

Toshiyuki Iwamiya\*\*\*  
*National Aerospace Laboratory, Chofu, Tokyo 182, Japan*  
Ph:81-422-47-5911, Fax:81-422-8569

### Abstract

The inverse design method for supersonic transport is developed. This method utilize Takanashi's residual-correction concept which is used in the transonic inverse problem. The difference between the computed pressure distribution of given wing and the prescribed target pressure distribution is iteratively reduced by solving the integrodifferential form of linearized small perturbation(LSP) equation. The pressure distribution is computed by Euler/Navier-Stokes equation. The numerical result show the possibility of using this method to the design of SST.

### Introduction

The next generation supersonic transport (SST) is under consideration today, since the Concorde has been in service for 20 years and not fully successful in the economic sense. There are many researches on this field now in the United State, Europe, and Japan. To guarantee its economic success, the next generation SST is required to have higher L/D than that of the Concorde. To achieve this goal, development of a new design technique for supersonic wings is of strong interest. For the transonic wing design, Takanashi<sup>1)</sup> proposed an inverse method which uses the "residual-correction" concept and showed successful design results<sup>2)</sup>. In this paper, this inverse method is extended to the supersonic wing design. In the supersonic flow, the governing equation can be Linearized. So

the integration becomes simpler than that of the transonic case, but the integration region must be selected carefully because the region that contributes to the point on the wing surface is limited to Mach foregone. The sample design results of airfoils and wings confirm the validity of the present method.

### Design Procedure

The inverse design method seeks a geometry that materializes the specified pressure distribution. With this target pressure distribution specified, the corresponding geometry can be obtained as follows. First, the performance of the initial geometry is analyzed by the Euler/Navier-Stokes code and the difference between this computed pressure distribution and the target pressure distribution is calculated. If two pressure

\* Graduate Student, Dept. of Aerodynamics & Space Engineering,

\*\* Associate Professor, Dept. of Aeronautics & Space Engineering, Senior Member AIAA

\*\*\* Professor, Dept. of Aeronautics & Space Engineering, Associate Fellow AIAA

\*\*\* Research Scientist, Supercomputer Systems Engineering Division, Member AIAA

\*\*\* Head of Applied Math. Lab., Computer Science Division

distributions coincide with each other, the initial geometry is the final geometry. If not, a geometry correction is executed by using the solution of the inverse Linearized small perturbation (LSP) equation. For this new geometry, the performance is analyzed and the difference from two pressure distributions is calculated. This process is repeated until the difference of pressure distributions is eliminated. Through this process, the geometry corresponding to the prescribed pressure distribution can be obtained. Figure 1 shows the flowchart of the above procedure.

### Integral Formulation for Inverse Method

In a supersonic flow, the small perturbation potential equation can be written in the Linearized form as

$$(M_\infty^2 - 1)\bar{\phi}_{xx} - \bar{\phi}_{yy} - \bar{\phi}_{zz} = 0 \quad (1)$$

and pressure coefficients on wing surfaces and the tangency conditions can be written as

$$C_{p\pm}(\bar{x}, \bar{y}) = -2\bar{\phi}_{\bar{x}}(\bar{x}, \bar{y}, \pm 0) \quad (2)$$

$$\frac{\partial \bar{z}_\pm(\bar{x}, \bar{y})}{\partial \bar{x}} = \bar{\phi}_{\bar{z}}(\bar{x}, \bar{y}, \pm 0) \quad (3)$$

where the subscript '±' denotes the upper and lower surfaces of the wing. For the convenience of the computation, a Prandtl-Glauert transformation is used in the above equations as

$$x = \bar{x}, y = \bar{y}, z = \bar{z}, \phi(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}) = \left(\frac{K}{\beta^2}\right)\bar{\phi}(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}) \quad (4)$$

where

$$\beta = \sqrt{M_\infty^2 - 1}, K = (1 + \gamma)M_\infty^2 \quad (5)$$

The transformed equations are written as

$$\phi_{xx} - \phi_{yy} - \phi_{zz} = 0 \quad (6)$$

$$C_{p\pm}\left(x, \frac{y}{\beta}\right) = -2\frac{\beta^2}{K}\phi_x(x, y, \pm 0) \quad (7)$$

$$\frac{\partial z_\pm(x, y)}{\partial x} = \frac{\beta^3}{K}\phi_z(x, y, \pm 0) \quad (8)$$

Suppose the solution of Eq. (6) for the initial geometry  $z(x, y)$  is given as  $\phi(x, y, z)$ . The perturbation solution  $\phi(x, y, z) + \Delta\phi(x, y, z)$  should satisfy

$$(\phi_{xx} + \Delta\phi_{xx}) - (\phi_{yy} + \Delta\phi_{yy}) - (\phi_{zz} + \Delta\phi_{zz}) = 0 \quad (9)$$

$$\begin{aligned} C_{p\pm}\left(x, \frac{y}{\beta}\right) + \Delta C_{p\pm}\left(x, \frac{y}{\beta}\right) \\ = -2\frac{\beta^2}{K}[\phi_x(x, y, \pm 0) + \Delta\phi_x(x, y, \pm 0)] \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial z_\pm(x, y)}{\partial x} + \frac{\partial \Delta\phi(x, y)}{\partial x} \\ = \frac{\beta^3}{K}[\phi_z(x, y, \pm 0) + \Delta\phi_z(x, y, \pm 0)] \end{aligned} \quad (11)$$

By subtracting Eqs. (6) - (8) from Eqs. (9) - (11), the perturbation equations are obtained as

$$\Delta\phi_{xx} - \Delta\phi_{yy} - \Delta\phi_{zz} = 0 \quad (12)$$

$$\Delta C_{p\pm}\left(x, \frac{y}{\beta}\right) = -2\frac{\beta^2}{K}\Delta\phi_x(x, y, \pm 0) \quad (13)$$

$$\frac{\partial \Delta\phi(x, y)}{\partial x} = \frac{\beta^3}{K}\Delta\phi_z(x, y, \pm 0) \quad (14)$$

The solution of Eq. (12),  $\Delta\phi$ , can be derived by means of Green's theorem<sup>3),4)</sup>:

$$\begin{aligned} \Delta\phi(x, y, z) \\ = -\frac{1}{2\pi} \frac{\partial}{\partial x} \iint_{\tau_1} [(\Delta\phi_\xi(\xi, \eta, +0) - \Delta\phi_\xi(\xi, \eta, -0)) \times \varphi(x, y, z; \xi, \eta, 0)] d\xi d\eta \\ + \frac{1}{2\pi} \frac{\partial}{\partial x} \iint_{\tau_1} [(\Delta\phi(\xi, \eta, +0) - \Delta\phi(\xi, \eta, -0)) \times \varphi_\xi(x, y, z; \xi, \eta, 0)] d\xi d\eta \end{aligned} \quad (15)$$

where

$$\phi(x, y, z; \xi, \eta, \zeta) = \operatorname{arccosh} \frac{x - \xi}{\sqrt{(y - \eta)^2 + (z - \zeta)^2}} \quad (16)$$

The area is that part of the  $z = 0$  plane contained within the Mach forecone from the point  $(x, y, z)$ , that is, the area bounded by the line  $\xi = -\infty$  and the hyperbola  $(x - \xi)^2 - (y - \eta)^2 - (z - \zeta)^2 = 0$

Since Eq. (15) includes improper integrals in it, the differentiation cannot move through the integral signs. This obstacle can be eliminated by using Hadamard's "finite part"<sup>5)</sup>. To utilize the pressure distributions as a boundary condition, Eq. (15) is differentiated with respect to  $x$  and by adding the values of the resulting  $\Delta\phi_x(x, y, z)$  at  $z = +0$  and  $z = -0$ , we obtain

$$\Delta u_s(x, y) = -\Delta w_s(x, y) + \frac{1}{\pi} \iint_{\tau_1} \frac{(x - \xi)\Delta w_s(\xi, \eta)}{\sqrt{(x - \xi)^2 - (y - \eta)^2}^3} d\xi d\eta \quad (17)$$

$$\Delta u_s(x, y) = \Delta\phi_x(x, y, +0) + \Delta\phi_x(x, y, -0) \quad (18)$$

$$\Delta w_s(x, y) = \Delta\phi_z(x, y, +0) - \Delta\phi_z(x, y, -0) \quad (19)$$

Similarly, differentiating both sides of Eq. (15) with respect to  $z$  and adding the values of the resulting  $\Delta\phi_z(x, y, z)$  at  $z = +0$  and  $z = -0$ .

$$\Delta w_a = -\Delta u_a(x, y) + \frac{1}{\pi} \iint_{\tau_1} \frac{(x - \xi)\Delta u_a(x, y)}{(y - \eta)^2 \sqrt{(x - \xi)^2 - (y - \eta)^2}} d\xi d\eta \quad (20)$$

$$\Delta u_s(x, y) = \Delta\phi_x(x, y, +0) - \Delta\phi_x(x, y, -0) \quad (21)$$

$$\Delta w_a(x, y) = \Delta\phi_z(x, y, +0) + \Delta\phi_z(x, y, -0) \quad (22)$$

By solving Eqs. (17) and (20) with the boundary conditions  $\Delta u_s$  and  $\Delta u_a$ , the geometry terms  $\Delta w_s$  and  $\Delta w_a$  can be obtained. As defined in Eqs. (19) and (22),  $\Delta w_s(x, y)$  and  $\Delta w_a(x, y)$

represent the derivatives of thickness and camber correction, respectively. So the value of geometry correction can be computed by performing the numerical integration in the  $x$  direction.

$$\Delta z_{\pm}(x, y) = \frac{1}{2} \int_{L.E}^x \Delta w_a(\xi, y) d\xi \pm \frac{1}{2} \int_{L.E}^x \Delta w_s(\xi, y) d\xi \quad (23)$$

## Results

To confirm the validity of the present formulation of the inverse method for the supersonic wing design, numerical calculations are performed for two-dimensional airfoils and the three-dimensional wing.

### Case1: Two-Dimensional Airfoil Designs

As an analysis code, a Navier-Stokes code. This code utilizes a TVD upwind scheme for the spatial discretization of the convective terms and the LU-SGS method for the time integration. The computational grid is generated by an algebraic grid generation code.

NACA1204 and NACA0003 are selected as reference airfoils.

First, NACA1204 airfoil is designated as a target airfoil. By taking its pressure distribution as a target, the present inverse design code is applied to reconstruct its shape, starting from NACA 0003 airfoil. The flow condition is assumed as  $M = 2.0$ ,  $Re = 1.45 \times 10^7$  and  $\alpha = 0^\circ$ . The design result is shown in Figure 2. Both target and computed geometries and pressure distributions coincide with each other.

NACA66003 is selected as a reference airfoil for the second test case. First, pressure distributions of this airfoil are calculated at both  $0^\circ$  and  $2^\circ$  angles of attack and the pressure distribution at  $2^\circ$  angle of attack is designated as a target. Design procedure starts with the pressure distribution over



NACA66003 airfoil at  $0^\circ$  angle of attack. As shown in Fig. 3, the designed airfoil inclined  $2^\circ$  degrees as specified in the target pressure distribution.

#### Case 2: Three-Dimensional Wing Design

The Euler code is used as an analysis code for the wing design. The spatial discretization and time integral technique are the same scheme as used in the two dimensional airfoil design.

The initial and target wing geometries are made for the same warp geometry by using NACA0003 and NACA66003 airfoils, respectively. The initial wing geometry is shown in figure 4. The pressure distribution of the wing that use NACA66003 is designated as target. The flow conditions is set to  $M = 2.0$ ,  $Re = 1.45 \times 10^7$  and  $\alpha = 2^\circ$ . Pressure distributions of initial, target, and designed wing at the 20% and 50% spanwise sections are shown in figures 5 and 6. As shown in the figures, the pressure distributions of the designed wing are nearly converged to the target.

#### **Conclusion**

In this investigation, Takanashi's inverse design method is extended to supersonic airfoil design. The numerical results show the possibility of using this method to the design of supersonic transport. When using the inverse method as a design tool, designers must translate their design criteria of supersonic wings into target pressure distributions. The determination of optimal target pressure distributions will be studied in future.

#### **References**

1. Takanashi, S., "Iterative Three-Dimensional Transonic Wing Design Using Integral Equations," *Journal of aircraft*, Vol. 22, No. 8, pp.655-660, Aug. 1985.
2. Obayashi, S., Jeong, S. K. and Matsuo, Y., "Inverse Optimization Method for Blunt-Trailing-Edge Airfoils," Proc. of 15th International Conference on Numerical Methods in Fluid Dynamics, pp.162-163, June 1996.
3. Lomax, H., Heaslet, M. A. and Franklyn, B. Fuller, "Integrals and Integral Equation in Linearized Wing Theory," NACA Rep. 1054, 1951.
4. Heaslet, M. A., Lomax, H., and Jones, A. L., "Volterra's Solution of the Wave Equation as Applied to Three-Dimensional Supersonic Airfoil Problem," NACA Rep. 889, 1947. (Formerly NACA TN 1412.)
5. Hadamard, J., "Lectures on Cauchy's Problem in Linear Partial Differential Equations," Yale University Press, 1928.
6. Carlson, H. W. and Middleton, W. D., "A Numerical Method for Design of Camber Surfaces of Supersonic Wings with Arbitrary Planforms," NASA TN D-2341, 1964

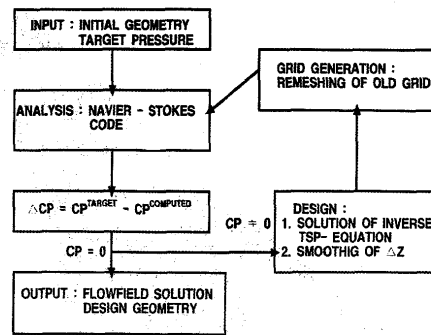


Figure1. Flowchart of inverse design procedure

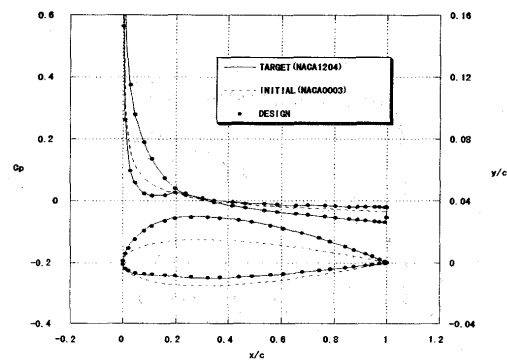


Figure 2. Inverse design result and comparison of pressure distributions

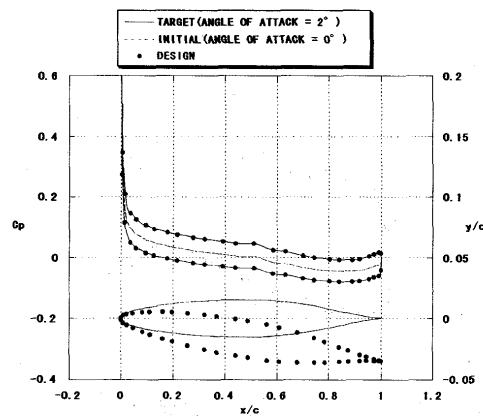


Figure 3. Inverse design result and comparison of pressure distributions

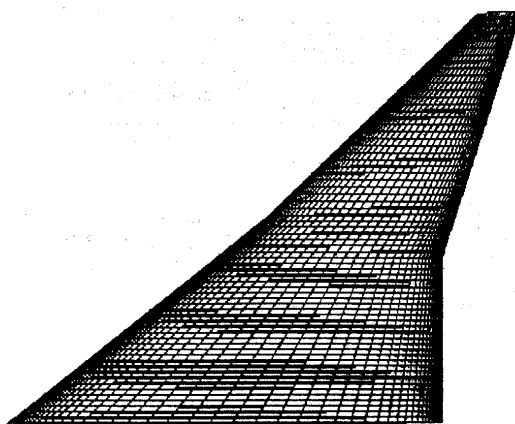
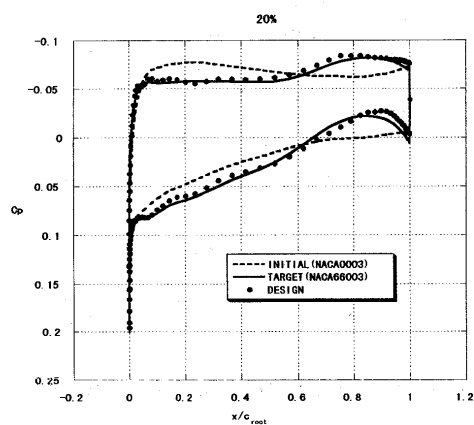
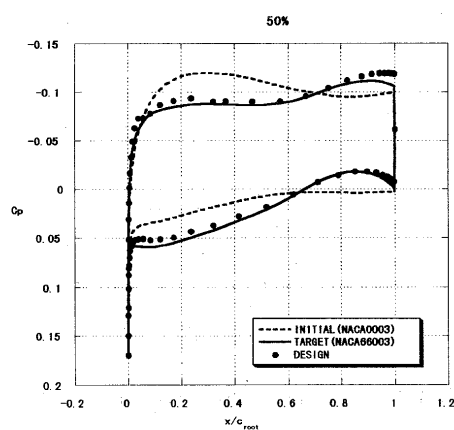


Figure 4. The wing geometry of initial wing

Figure 5. Comparison of surface pressure distributions ( $y/l=20\%$ )Figure 6. Comparison of surface pressure distributions ( $y/l=50\%$ )

## 低ブーム圧力波形の実現に関する数値解析

牧野 好和\*, 綿貫 忠晴\*, 久保田 弘敏\*,  
青山 剛史†, 高木 亮治†, 岩宮 敏幸†

## Numerical Simulation for Generating Low-Boom Pressure Signatures

by

Yoshikazu MAKINO\*, Tadaharu WATANUKI\*, Hirotoshi KUBOTA\*,  
Takashi AOYAMA†, Ryoji TAKAKI†, Toshiyuki IWAMIYA†

## Abstract

A study of the aerodynamic design for the reduction of sonic-boom is conducted by a numerical optimization method. The design method combines a 3-dimensional Euler CFD code with a least-square optimization technique. The fuselage geometry of an aircraft is modified by the method in order to minimize the pressure discrepancy between a target low-boom pressure signature and a calculated near-field pressure signature. The results of the study indicate that the aircraft configuration designed by the method can generate the low-boom pressure signature.

## 1. はじめに

次世代超音速輸送機 (SST) の環境適合性に関する課題の一つであるソニックブームとは、超音速で飛行する航空機の各部から発生した衝撃波が大気中を伝播する間に整理統合され、地上において N 波 (図 1) として観測される現象である。地上で観測されるソニックブームの強度は一般に N 波の立ち上がりの最大圧力上昇量 (peak pressure level) と立ち上がり時間 (rise time)、持続時間 (duration time) などで評価される。1960 年代に英仏共同で開発されたコンコルドのソニックブーム強度は、最大圧力上昇量でおよそ 2~3[psf] であり、その音は近くで起こる落雷に相当すると言われている。

次世代 SST では、ソニックブーム強度を 1[psf] 以下にすることが必要とされており、その実現を目指して様々な機体形状・設計法が提案されている。ブーム低減の基本的な考え方は、機首を鈍頭にして強い衝撃波を発生させることで後方の衝撃波の強度を弱め、衝撃波の整理統合を遅らせるというものであり、これにより地上で観測される圧力波形を一般の N 波ではなく、低ブーム波形 (図 2) と呼ばれる波形にすることが可能となる。

本研究では、そのようなブーム低減手法における低ブーム圧力波形の実現に関する問題点を検討する。線形理論から導かれる等価断面の理論により低ブーム波形を実現するように設計された 3 次元機体形状に対して、3 次元オイラー方程式を基礎とする CFD コードと波形パラメータ法を組み合わせた手法を適用してブーム波形を推算し、設計圧力波形との比較を行なう。また、その形状を初期形状として胴体形状を修正することで、近傍場圧力波形を目標圧力波形である低ブーム波形に近付ける

逆問題に、最小二乗法を基礎とする最適化手法を適用することで低ブーム機体形状を求める。

## 2. 初期機体形状設計

本研究で計算対象とした機体形状 (設計マッハ数 1.4) [2] を図 3 に示す。この機体は Darden の方法 [3] を用いて低ブーム設計されており、遠方場において台形型の圧力波形を形成するように設計されている。線形理論から導かれる等価断面の理論によれば、低ブーム波形を実現する 3 次元機体形状を設計するには、機体の等価断面積分分布を低ブーム波形に対応する軸対称物体の断面積分分布に合わせるようにすればよい。ただし、両者を良く一致させるためには 3 次元機体形状を繰り返し修正する必要があることが報告されている [4]。

そこで、本研究では初期形状の等価断面積分分布と目標分布とのズレを胴体半径の修正で埋め合わせることで、繰り返し胴体形状を修正した。図 4(a) には初期機体形状に対する等価断面積分分布 (図の Volume+Lift) と目標断面積分分布 (図の Design) との比較を、図 4(b) には胴体形状を 4 回修正した後での等価断面積分分布 (図の Volume+Lift) と目標断面積分分布 (図の Design) との比較を示す。胴体形状修正により等価断面積分分布がかなり目標分布に近付いたことが確認できる。また、図 5 には胴体形状修正前後の機体形状に対して、Euler 方程式を基礎方程式とする CFD コード [5] を適用して計算した、機体長の 6 倍下方に離れた位置での近傍場圧力波形を示す。修正により波形前方部がより平らになり、台形型圧力波形に近付いているのが分かる。図 6 には図 5 の近傍場波形を入力波形として、波形パラメータ法を用いて推

\* 東京大学大学院

† 航空宇宙技術研究所

算した地上での圧力波形を示す。波形パラメータ法に用いた条件は、飛行マッハ数 1.4、飛行高度 42,000[feet] で、大気は U.S. 標準大気を仮定した。修正により波形が台形型に近付いており、波形中の最大圧力値が約 2.7[psf] から約 1.8[psf] に低下したのが分かる。

### 3. 最適化

#### 最適化手法

図 6 から分かるように、線形理論に基づく目標断面分布によく一致するよう胴体形状を修正した後の機体形状においても、地上での圧力波形は設計波形である台形型圧力波形にはなっていない。この原因のひとつとして、設計に用いられている等価断面の理論が、3次元の機体形状をそれと等価な軸対称物体に置き換えることからスタートしており、機体の3次元性の効果を考慮していないことが考えられる。実際、3次元性の低い軸対称な機体先端部からの衝撃波による圧力上昇量は設計値通り約 1.0[psf] となっており、図 5 の近傍場波形でも波形先端部は平らになっている。また、等価断面の理論は線形理論に基づいており、基本的に強い衝撃波を含む流れには適用出来ない。これらのことから、この台形型波形からのずれの原因は、機体の3次元性の影響や機体近傍の強い衝撃波の影響などによる線形理論からのズレにあると考えられる。

そこで、本研究では胴体形状修正後の機体形状を初期形状として、最小二乗法を基礎とする最適化手法 [6] により胴体半径分布をさらに修正し、低ブーム圧力波形実現のための最適設計を行なった。最適化によって決定される胴体半径の修正量  $\Delta y(x)$  は、図 7 に示される様な基本関数  $f_k(x)$  の線形結合として、次の式の様に表現される。

$$\Delta y(x) = \sum_{k=1}^K \delta_k f_k(x) \quad (1)$$

ここで  $K$  は用いた基本関数の数であり、図 7 に示したものは  $K=8$  の場合である。この最適化手法の手順としては、まず初期形状に対してそれぞれの基本関数の微小変化を与えて流れ場を解き、圧力波形の変動を計算する。そして、最小二乗法を用いて設計変数である線形結合の係数  $\delta_k$  を求めて新たな胴体形状を決定し、その形状を初期形状としてまた同じ操作を繰り返す。最適化の目的関数は以下の式で与えられる。

$$J = \sum_{i=1}^I \left( P_{ti} - P_{bi} - \sum_{k=1}^K \frac{\partial P_i}{\partial \delta_k} \delta_k \right)^2 \Delta S_i \quad (2)$$

ここで  $\partial P_i / \partial \delta_k$  は形状の微小変化に対する圧力変動であり、 $P_{ti}$  および  $P_{bi}$  はそれぞれ目標圧力波形と初期圧力波形の  $i$  番目の要素の圧力、 $\Delta S_i$  は  $i$  番目の要素の長さである。この式中の未知量  $\delta_k$  を目的関数が最小になるように

決定する。(2) 式を各設計変数で微分すると、

$$\frac{\partial J}{\partial \delta_j} = -2 \sum_{i=1}^I \left( P_{ti} - P_{bi} - \sum_{k=1}^K \frac{\partial P_i}{\partial \delta_k} \delta_k \right) \frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} \Delta S_i \quad (3)$$

となり、最小二乗法によればこの式が 0 になるように  $\delta_k$  を決めれば良い。(3) 式を 0 とおいて変形すると、

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^K \left( \sum_{i=1}^I \frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} \frac{\partial P_i}{\partial \delta_k} \Delta S_i \right) \delta_k \\ = \sum_{i=1}^I \frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} (P_{ti} - P_{bi}) \Delta S_i \end{aligned} \quad (4)$$

となり、この式を解けば  $\delta_k$  が求まって形状の修正量が決まる。

#### 最適化適用例

上記の最適化手法を用いて、いくつかの逆問題を解く予備計算を行った。

図 8 には亜音速における 2 次元翼型の表面圧力から翼形状を求める逆問題を解いた例を示す。基本関数としては図 7 に示したもの ( $K=8$ ) を用い、初期翼型 (Baseline) として NACA0012、目標翼型 (Target) には NACA1412 を用いている。マッハ数 0.7、迎角  $3.0^\circ$  の計算条件で 2 次元オイラー計算を行っており、表面圧力分布から翼上面において衝撃波が発生しているのが分かるが、表面圧力、翼形状ともに最適化による結果 (Optimized) は目標 (Target) によく一致している。収束判定には、

$$CP = \left( \frac{\sum_{i=1}^I (P_{ti} - P_{bi})^2 \Delta S_i}{\sum_{i=1}^I \Delta S_i} \right)^{1/2} \quad (5)$$

で表されるパラメータ (Convergence Parameter) を用いており、収束履歴から分かるように、このケースでは約 10 回 (2 次元翼型では上下交互に形状修正を行っているので片側約 5 回) の繰り返しで解が収束している。

図 9 には、図 8 で示したケースに対してマッハ数を 2.0 と超音速にしたケースについての結果を示す。亜音速のケースと同様に最適化による結果 (Optimized) は目標 (Target) によく一致している。また超音速であるために翼表面からは衝撃波が発生せず表面圧力分布に不連続がないので、亜音速のケースよりも収束が速く約 4 回 (上下面 2 回ずつ) で収束しているのが分かる。

この手法をソニックブームの問題に適用するためには、物体近傍場での圧力波形で最適化を行う必要がある。図 10 には 2 次元翼型の後流、翼型後縁からコード長の 0.4 倍離れた位置 ( $x=1.4$ : 図 10(c) の破線) での圧力分布で最適化を行った結果を示す。なお、このケースでは目標翼型として NACA2412 を採用している。超音速 (マッハ数 2.0) であるので、図 10(b) のように圧力分布には上部 ( $y=1.3$ )

と下部 ( $y=-1.3$ ) に翼前縁から発生する衝撃波による圧力の急上昇が見られ、中央部 ( $y=-0.3\sim 0.3$ ) には翼後縁から発生する衝撃波による圧力回復が見られる。図 10 より、翼から離れた近傍場においてもこの手法によって圧力波形から形状を決定する逆問題を解くことができることが示された。

最後にこの手法を軸対称物体の近傍場圧力波形に適用したケースについて示す。図 11 には、円錐状の物体から台形型圧力波形を形成する軸対称物体への逆問題を、物体長の 6 倍下方に離れた位置 ( $H/L=6.0$ ) で最適化したケースについて示してある。圧力波形、物体形状ともに約 4 回の繰り返し計算で目標 (Target) によく一致しているのが分かる。

#### 4. 計算結果及び考察

図 12 には、図 3 で示した 3 次元低ブーム機体形状を近傍場波形で最適化するのに用いた基本関数を示す。図 7 で示したものと比較して、先端の軸対称部分 ( $x=0.0\sim 0.2$ ) は修正の必要がないので基本関数が分布していないことと、基本関数の両端で大きな変化をなくしたのが特徴である。また複雑な形状変化に対応できるように、基本関数の数を倍 ( $K=16$ ) にしている。図 13 には図 12 に示した基本関数を用いて、機体の胴体形状を最適化した結果の近傍場波形を示す。この手法には基本関数の形状と個数の選択に任意性があり、今回用いた基本関数では目標圧力波形である台形型波形に完全に一致させることはできなかったが、初期圧力波形と比べると波形前方部が平らになっているのが分かる。また、図 14 には図 13 の近傍場での波形を波形パラメータ法を用いて地上まで外挿した圧力波形を示す。波形先端での値は約  $1.0[\text{psf}]$  と 2 つの波形に違いは見られないが、波形中の最大値を比べると初期形状が約  $2.0[\text{psf}]$  であるのに対して、最適化された形状では約  $1.4[\text{psf}]$  とかなり低くなっており、最適化の効果が現れている。最後に図 15 に最適化後の機体形状の等価断面面積分布を示す。最適化後の分布 (図の Volume+Lift) と設計断面面積分布 (図の Design) とのずれが、非線形性や機体の 3 次元性を考慮したための修正量であると考えられる。

#### 5. まとめ

低ブーム圧力波形実現のために、3 次元 Euler CFD コードと最小二乗法を基礎とする最適化手法とを組み合わせ低ブーム機体形状の設計を行った。その結果、線形理論により低ブーム設計された 3 次元機体形状の胴体半径分布を修正することでさらにブームを低減する圧力波形を実現し、この方法が低ブーム設計に有効であることを示した。

#### 謝辞

なお、本研究にあたって、川崎重工業株式会社のご厚意により、低ブーム機体形状を提供していただいた。ここに感謝の意を表したい。

#### 参考文献

- [1] Huglund, G.T., 'HSCT Designs for Reduced Sonic Boom', AIAA paper 91-3103, 1991.
- [2] Yoshida, K., 'Experimental and Numerical Study for Aerodynamics of Low Boom Configuration.', AIAA paper 94-0052, 1994.
- [3] Darden, C.M., 'Sonic-Boom Minimization with Nose-Bluntness Relaxation', NASA TP-1348, 1979.
- [4] Barger, R.L., Adams, M.S., 'Fuselage Design for a Specified Mach-Sliced Area Distribution', NASA TP-2975, 1990.
- [5] Makino, Y., Sugiura, T., Watanuki, T., Kubota, H., Aoyama, T., Iwamiya, T., 'Effect of Nose Bluntness of a Low-Boom Configuration of Sonic-Boom', AIAA paper 97-2213, 1997.
- [6] Lee, D.K., Eyi, S., 'Aerodynamic Design via Optimization', Journal of Aircraft, Vol.29, No.6, 1992.

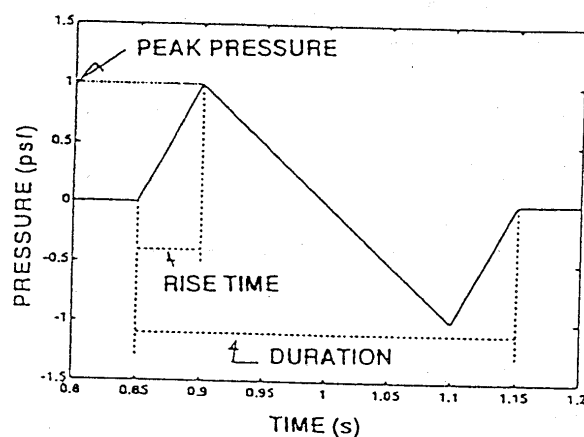


図 1. N 型圧力波形

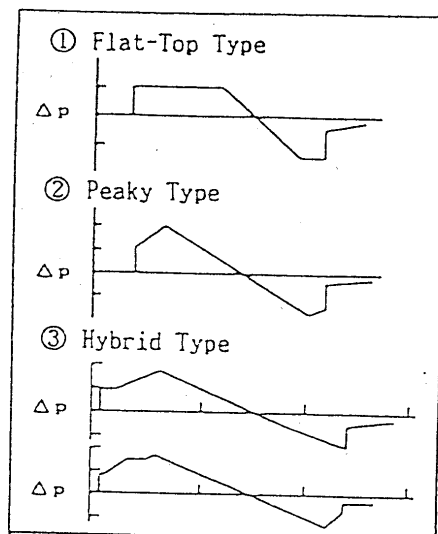


図 2. 低ブーム圧力波形 [1]

Low-boom Configuration

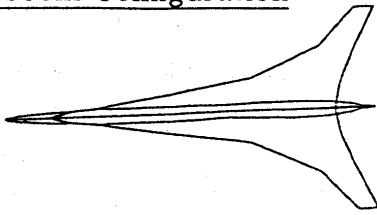


図 3. 低ブーム機体形状 [2]

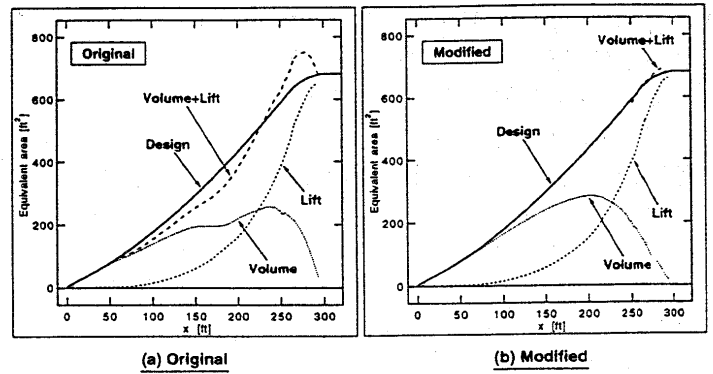


図 4. 等価断面積分布

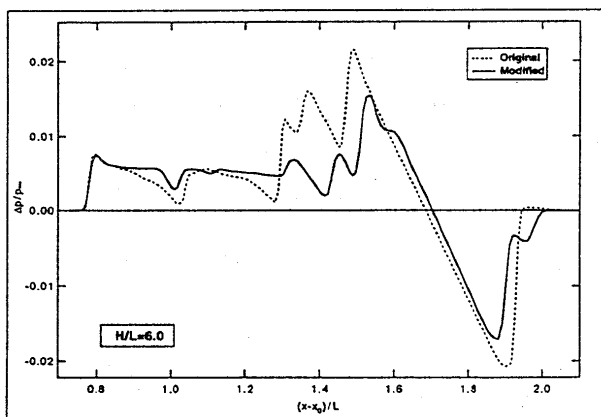


図 5. 初期形状修正による近傍場圧力波形の変化

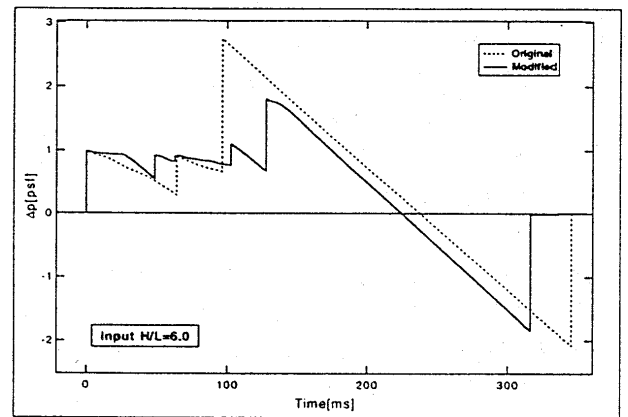
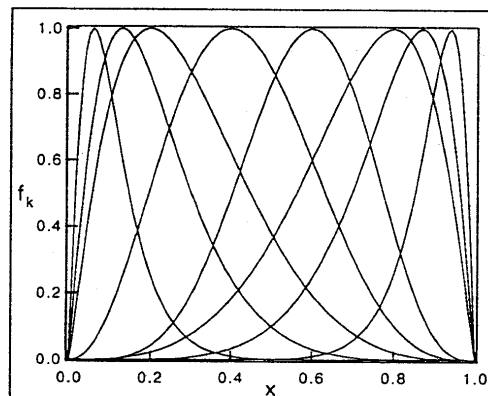
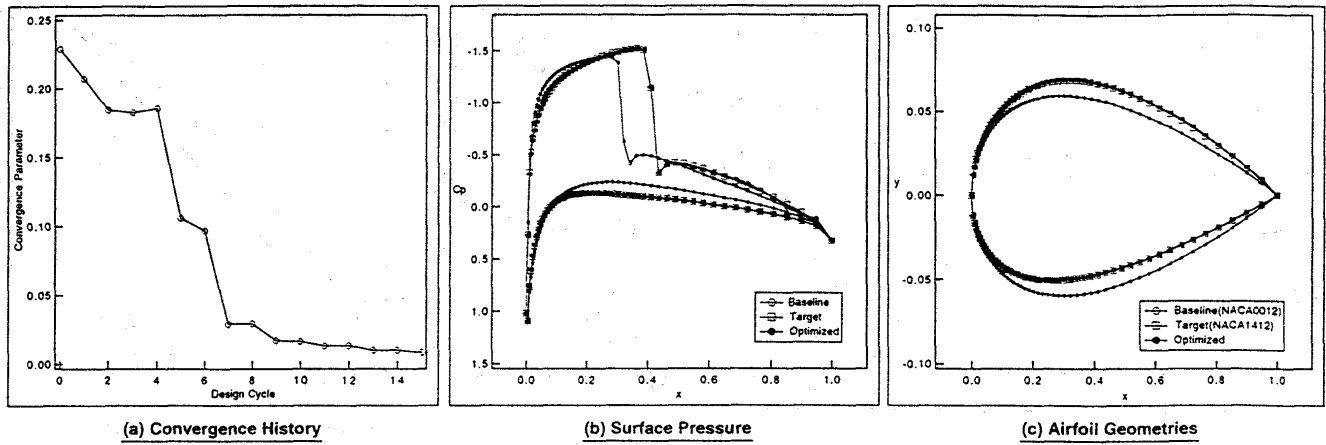
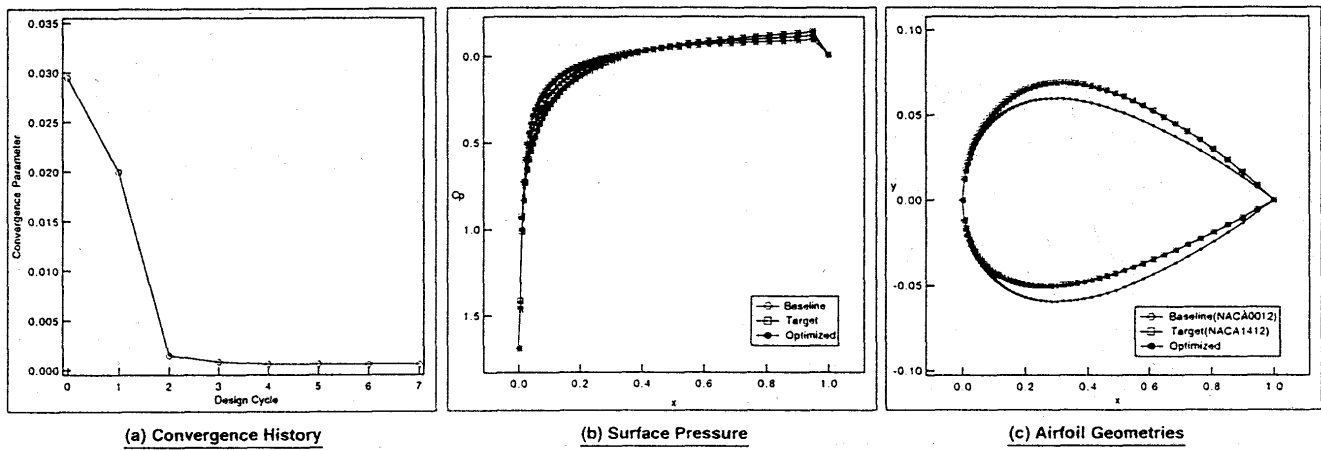
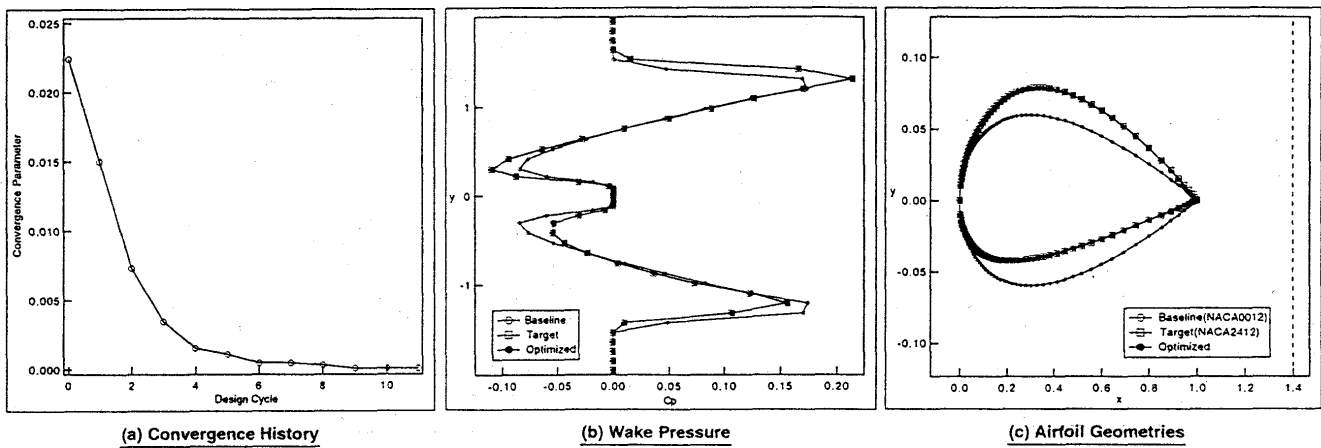


図 6. 初期形状修正による地上波形の変化

図 7. 基本関数 ( $K=8$ )

図 8. 最適化適用例：亜音速 ( $M=0.7$ ) 2次元翼型表面圧力図 9. 最適化適用例：超音速 ( $M=2.0$ ) 2次元翼型表面圧力図 10. 最適化適用例：超音速 ( $M=2.0$ ) 2次元翼型後流圧力



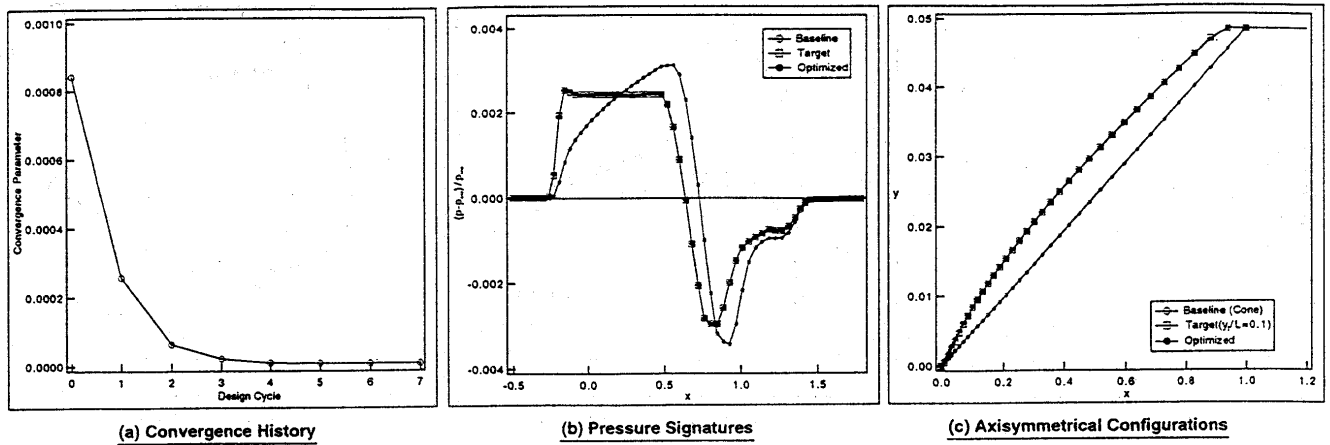


図 11. 最適化適用例：超音速 ( $M=1.4$ ) 軸対称物体近傍場波形

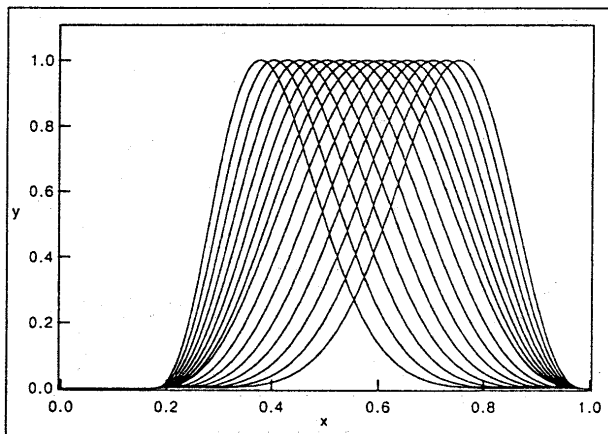


図 12. 基本関数 ( $K=16$ )

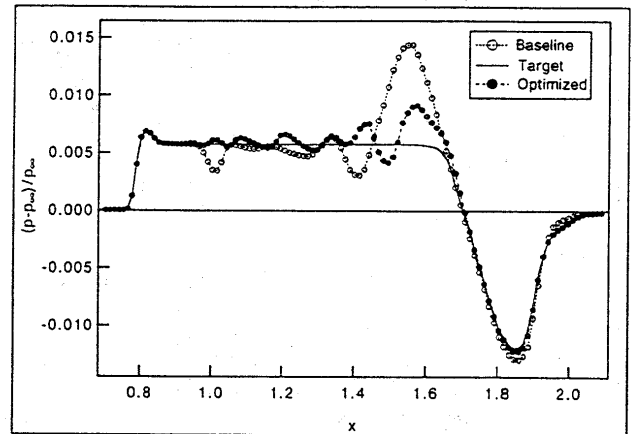


図 13. 最適化による近傍場波形の変化

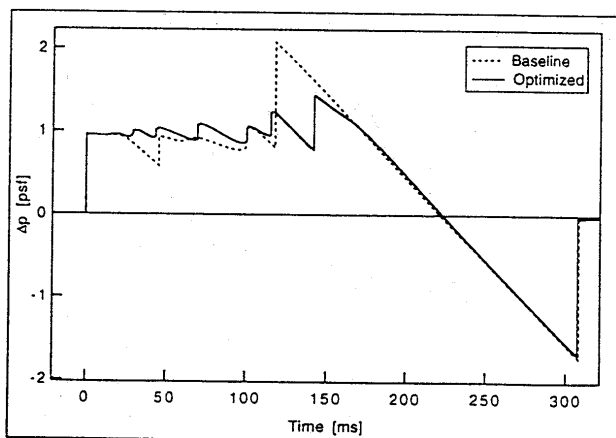


図 14. 最適化による地上波形の変化

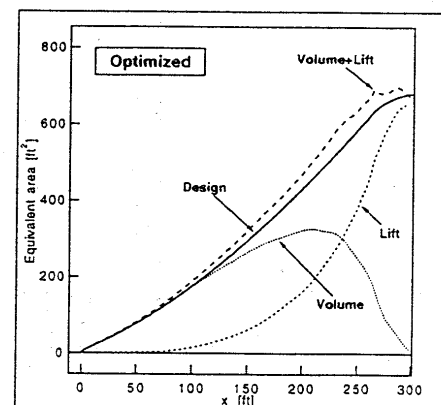


図 15. 最適化後の等価断面積分布

# STUDY ON TRANSONIC FLUTTER CHARACTERISTICS OF AN ARROW WING CONFIGURATION

Koji Isogai

Department of Aeronautics and Astronautics, Kyushu University  
6-10-1 Hakozaki Higashiku, Fukuoka Japan 812  
E-mail: isogai@aero.kyushu-u.ac.jp

## Abstract

Transonic flutter characteristics of a typical arrow wing configuration of a supersonic transport have been studied by using the Full Potential Code (USTF3) in addition to the usual DLM (Doublet Lattice Method) code as the unsteady aerodynamic tools. According to the analyses using the DLM code, the symmetric mode flutter (for full fuel condition) of the stiffness designed model is always more critical than the anti-symmetric mode flutter for Mach numbers up to 0.95, while the analyses by using the USTF3 say that the anti-symmetric mode flutter becomes more critical than the symmetric mode flutter for Mach numbers greater than 0.90 taking the minimum flutter velocity around Mach one due to the transonic dip phenomenon. It also has been shown that the symmetric mode flutter does not show the transonic-dip phenomenon in contrast to the anti-symmetric mode flutter.

## 1. Introduction

The transonic flutter characteristics play the critical role in the structural design of a Supersonic Transport (SST) arrow wing configuration<sup>1)</sup>. For example, the design studies performed by Turner and Grande<sup>2)</sup> of the early Boeing SST Model 969-512B disclosed that the strength designed configuration does not meet the flutter requirement and it was found that the unrealistically high mass penalty was expected to achieve the flutter clearance ( $1.2VD = 259$  m/s EAS at  $M=0.90$ ), which was initially set. The possible existence of transonic dip phenomenon of a SST arrow wing configuration has also been shown experimentally by Durham et al.<sup>3)</sup> for the NASA Langley Supersonic Technology Series (ATS-200) design. Therefore, it is quite important to identify the behavior of the transonic flutter boundary of a SST arrow wing configuration.

In this paper, a preliminary design study has been performed of transonic flutter characteristics of a SST arrow wing whose configuration is similar to that of Boeing 969-512B model. In this study, the Unsteady Full Potential Code (USTF3)<sup>4)</sup> is employed as an aerodynamic tool in addition to

the usual Doublet Lattice Method (DLM)<sup>5)</sup> code.

## 2. Strength and Vibration Analyses

In Fig. 1, the plan form of the arrow wing used for the present study is shown. The length of the root chord is 50.4 m and the semispan length is 18.9 m. The leading edge sweep angle of inner and outer wings is 74 degrees and 60 degrees, respectively. The full span wing area is about 830 m<sup>2</sup> and the aspect ratio is 1.61. The airfoil section is 3 percent thick circular-arc. The engine mass is assumed to be 6,500 Kg for each of the four engines. The engines are expressed by the concentrated masses at the locations indicated in Fig. 1. For the full fuel condition, which is the most critical for flutter, 200,000 Kg of the fuel mass is assumed. The maximum gross take-off mass is assumed to be 374,000 Kg. Therefore the zero fuel mass becomes 174,000 Kg.

The hatched part of the plan form shown in Fig. 1 indicates the wing box location. The structural material used is the Graphite/PEEK (APC2). The laminate construction of the composite material is assumed to be quasi-isotropic, and the thickness of the upper and lower skin panels is assumed to be linearly tapered from the root to the tip

stations for simplicity. For the strength and vibration analyses, the in-house FEM code is employed. Fig. 2 shows the arrangement of ribs and webs and it also shows the FEM grids on the upper and lower skin panels. Total number of elements and nodes are 670 and 204 respectively. The strength requirement is to sustain 2.5g load of maximum take-off gross weight which corresponds with  $9.175 \times 10^6$  N. This static load can be realized at  $M=0.90$  and  $\alpha=5.1^\circ$ . Tsai-Wu failure criterion is employed to identify the structural failure. As the first step, the strength analyses are performed to determine the strength designed structure which satisfies the strength requirement described above. The total structural mass of the strength design thus determined is 27,515 Kg including upper/lower skin panels, webs and ribs (upper/lower skin panels: 1,800 Kg, webs: 10,460 Kg, ribs: 15,260 Kg).

The vibration analyses including the rigid body degree-of-freedom have been performed for this strength designed structure. In Figs. 3a and 3b, the symmetric and anti-symmetric natural vibration mode shapes and frequencies for the full fuel condition are shown, respectively. (The flutter phenomena for this model are more critical for the full fuel condition than for the non-fuel condition.) It should be noted that the first three modes are rigid body modes, namely,  $f_1=f_2=f_3=0$  and that only the elastic modes are shown in Figs. 3a and 3b.

### 3. Flutter Analyses

As the first step of the flutter analyses, the calculations, based on U-g method, by using the DLM code have been performed. The 16 mode shapes including the rigid body modes are employed for the calculations. The 200 panels (10 chordwise by 20 spanwise) are employed for evaluating the unsteady aerodynamic forces in using the DLM code.

In Fig. 4, the flutter boundaries of the symmetric and anti-symmetric mode of the strength designed structure (for the full fuel condition) are shown together with the flutter requirement ( $1.2V_D=259$  m/s) curve. As seen from the figure, both the flutter boundaries, symmetric and anti-symmetric, do not satisfy the  $1.2 V_D$  flutter

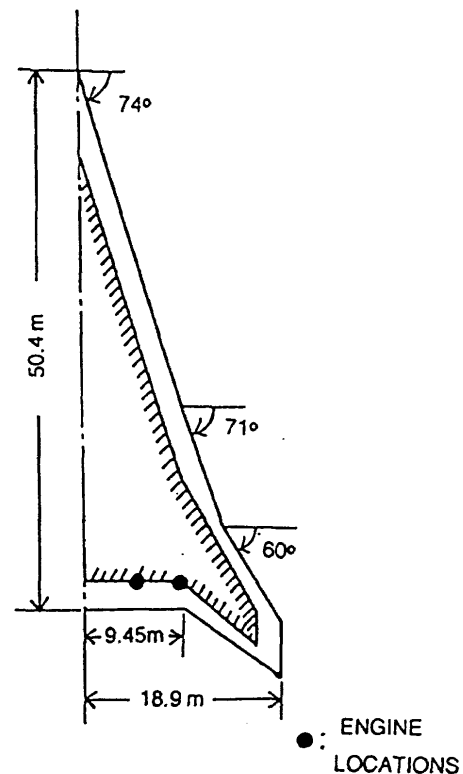


Fig. 1 Planform of Arrow Wing Model

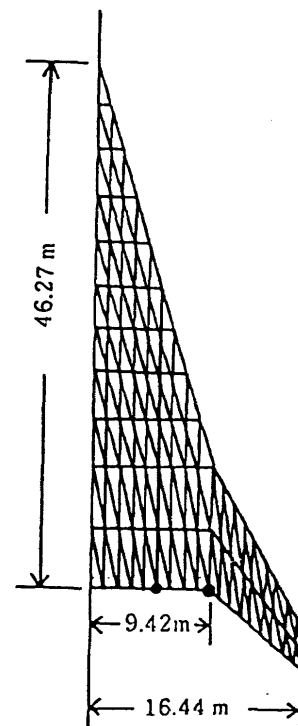


Fig. 2 Finite Element Grid

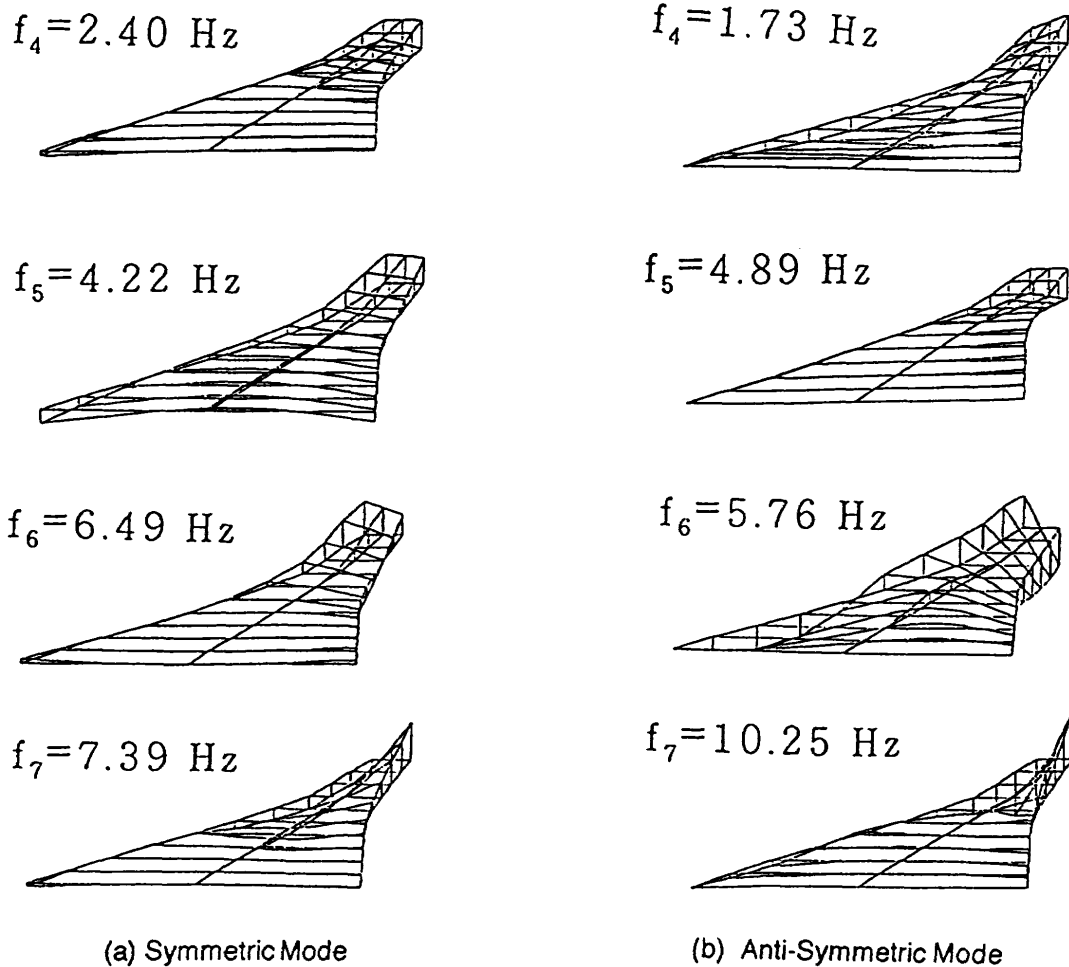


Fig. 3 Natural Vibration Modes and Frequencies of Stregth Designed Model

requirement, and the symmetric mode flutter is more critical than that of the anti-symmetric. From the examination of the magnitudes of the eigen vectors (the generalized coordinate corresponding to each natural vibration mode) at the flutter conditions it can be identified that the 4th, 5th and 6th modes mainly contribute to the symmetric mode flutter while the 4th, 5th and 7th modes mainly contribute to the anti-symmetric mode flutter.

As the second step of the flutter calculations, the rough sizing has been conducted to meet the flutter requirement by increasing the thickness of the upper/lower skin panels. (The flutter velocity of the symmetric mode flutter is increased to 260 m/s EAS by increasing the thickness of the upper/lower skin panels 1.95 times of those of the strength designed structure.) The total mass of the stiffness designed structure thus determined is 29,171 Kg (the weight increase

from the strength designed structure is 1,656 Kg). The symmetric and anti-symmetric mode flutter boundaries of the stiffness designed structure are shown in Fig. 5. In Figs. 6a,b, the symmetric and anti-symmetric natural vibration modes are shown, respectively. The mainly contributing modes for the symmetric mode flutter are the 4th, 5th and 6th modes, while the 4th and 5th modes contribute to the anti-symmetric mode flutter. It is quite interesting to see in Fig. 5 that the flutter velocity of the symmetric mode takes almost constant values while the flutter velocity of the anti-symmetric mode decreases with the increase of Mach number up to 0.95. Those behavior of the symmetric and anti-symmetric mode flutter boundaries suggest that the anti-symmetric mode flutter might experience the transonic dip phenomenon while the symmetric mode flutter does not. It is obvious that those trends (predicted by DLM code) should be confirmed by

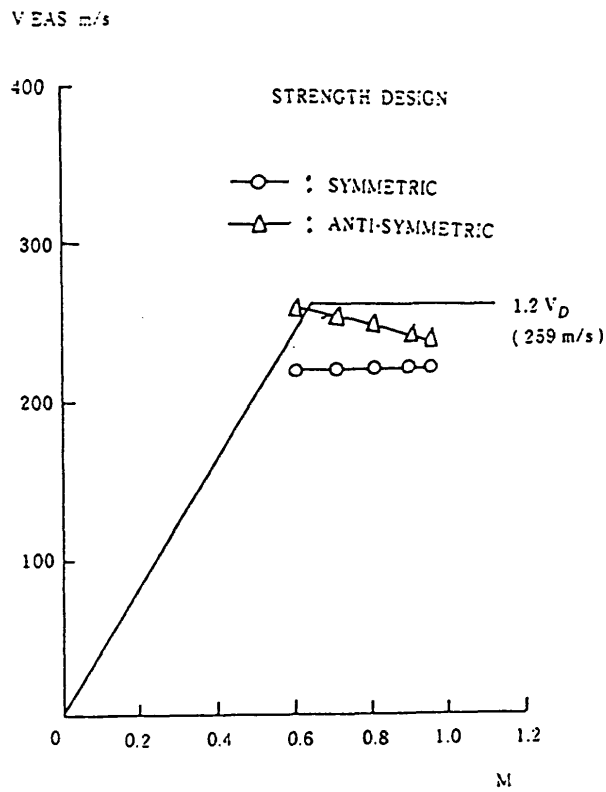


Fig. 4 Flutter Boundary of Strength Designed Model

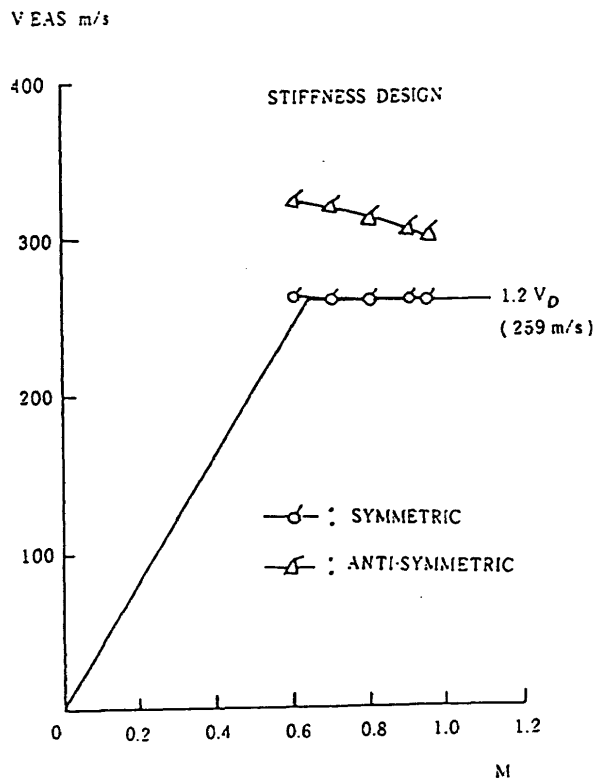


Fig. 5 Flutter Boundary of Stiffness Designed Model

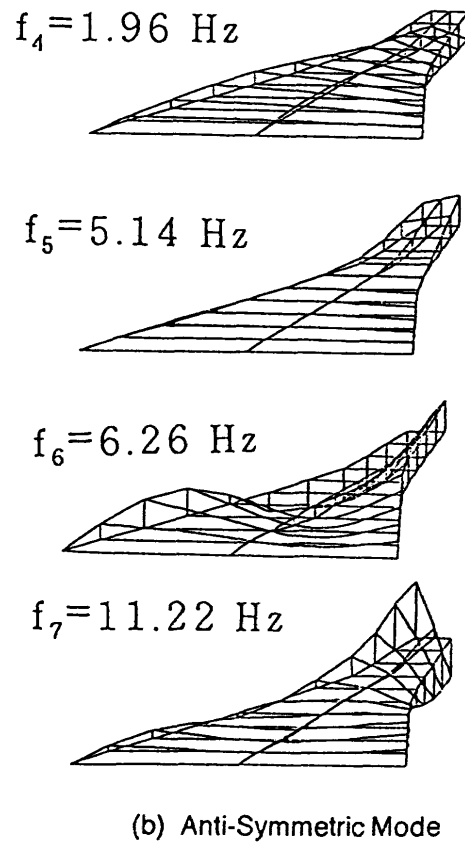
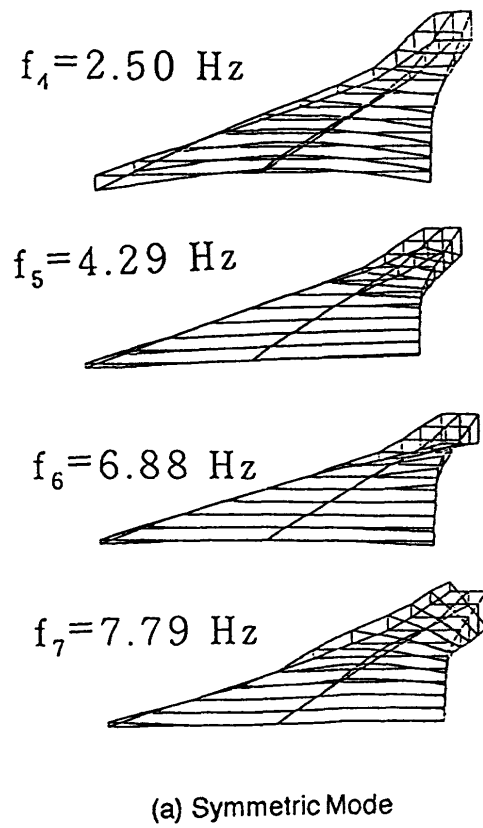


Fig. 6 Natural Vibration Modes and Frequencies of Stiffness Designed Model

using the more accurate transonic code such as the full potential code.

Thus, the numerical flutter simulations using the full potential code (USTF3)<sup>4)</sup> are performed for this stiffness designed structure. Before we proceed to the flutter simulations, the capability of USTF3 for calculating unsteady aerodynamic forces for the arrow wing configuration should be evaluated. Since the experimental data of the unsteady pressure distributions on an oscillating arrow wing configuration are not available at present, USTF3 is evaluated by the comparison of the unsteady pressure distributions predicted by USTF3 with those of DLM (this might be regarded as a cross check of the two-methods). In Figs. 7, the unsteady load distributions (real and imaginary parts) at 42.5% semispan and 77.5% semispan stations, respectively, on the present arrow wing oscillating in pitch about the axis through the root midchord point at  $M=0.50$  and  $k=2.0$  ( $k$ : the reduced frequency based on root semichord) with the amplitude of one degree that are calculated by USTF3 and DLM, respectively, are compared. A good agreement between USTF3 and DLM can be seen since the nonlinear thickness effect is small at  $M=0.50$ . In Figs. 8, the similar comparisons of the unsteady load distributions at  $M=0.90$  and  $k=2.0$  are shown. Some nonlinear thickness effect predicted by USTF3 for the real part at the 42.5% semispan station and for both the real and imaginary parts at the 77.5% semispan station can be seen in the figures. From Figs. 7 and 8, we concluded that USTF3 can give us the reliable unsteady aerodynamic forces including the nonlinear thickness effects for the flutter simulations of the arrow wing configuration.

The flutter simulations by using USTF3 are based on the modal approach (see Ref. 4 for further details of the simulation technique). In Fig. 9, the aeroelastic responses of the generalized coordinates corresponding to the 4th, 5th and 6th modes of the symmetric mode of the stiffness designed structure obtained at  $M=1.0$  and  $V=303$  m/s EAS are plotted. It can be seen from the figure that those three modes are coupled each other. The similar aeroelastic responses have been calculated for several values of the velocity at each Mach number ( $M=0.60\sim 1.15$ ), and the critical flutter velocity is determined (at the point where the damping

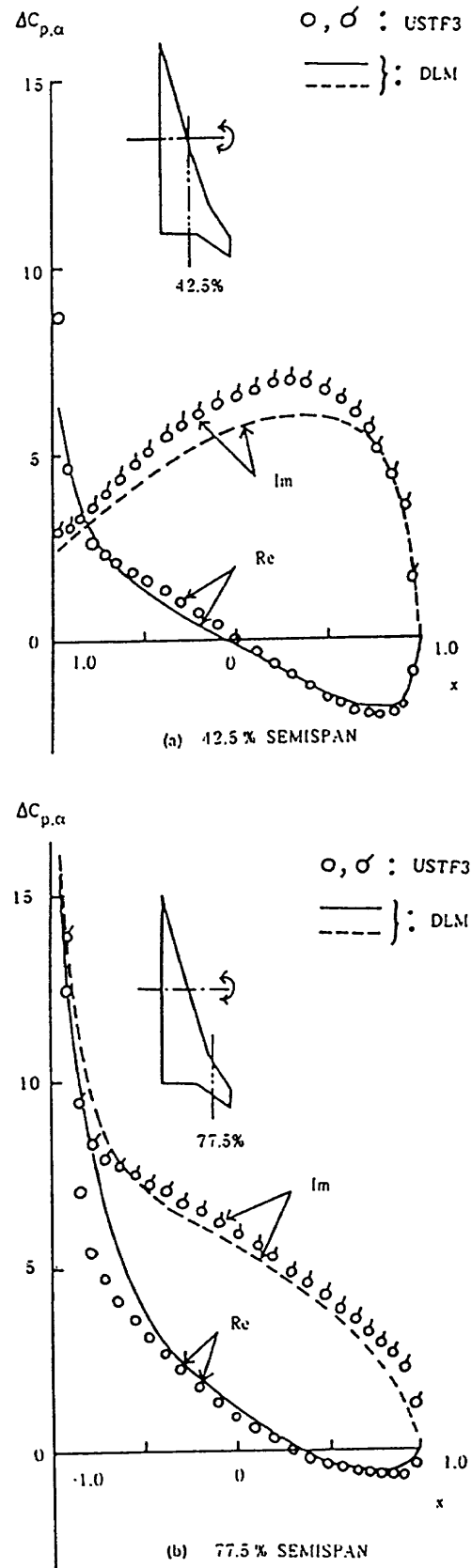


Fig. 7 Unsteady Load Distributions on Arrow Wing Oscillating in Pitch ( $M=0.5$ ,  $k=2.0$ )

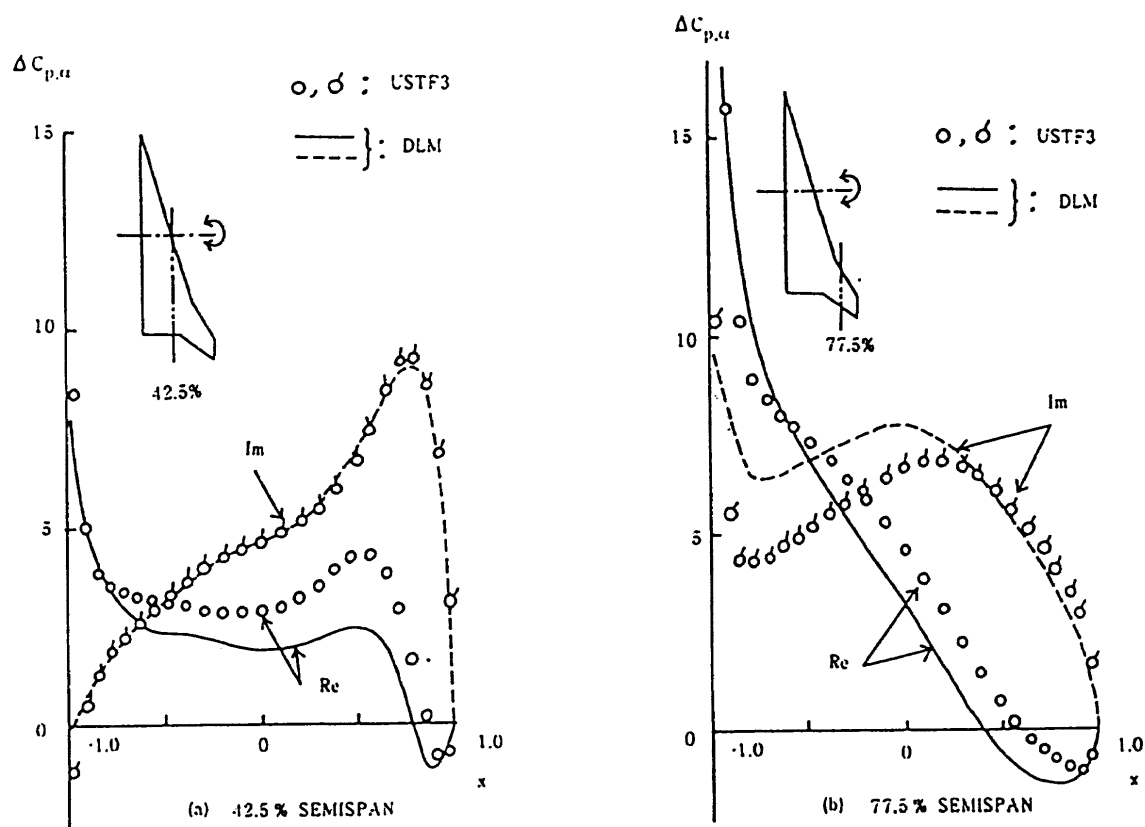


Fig.8 Unsteady Load Distributions on Arrow Wing Oscillating in Pitch  
( $M=0.90$ ,  $k=2.0$ )

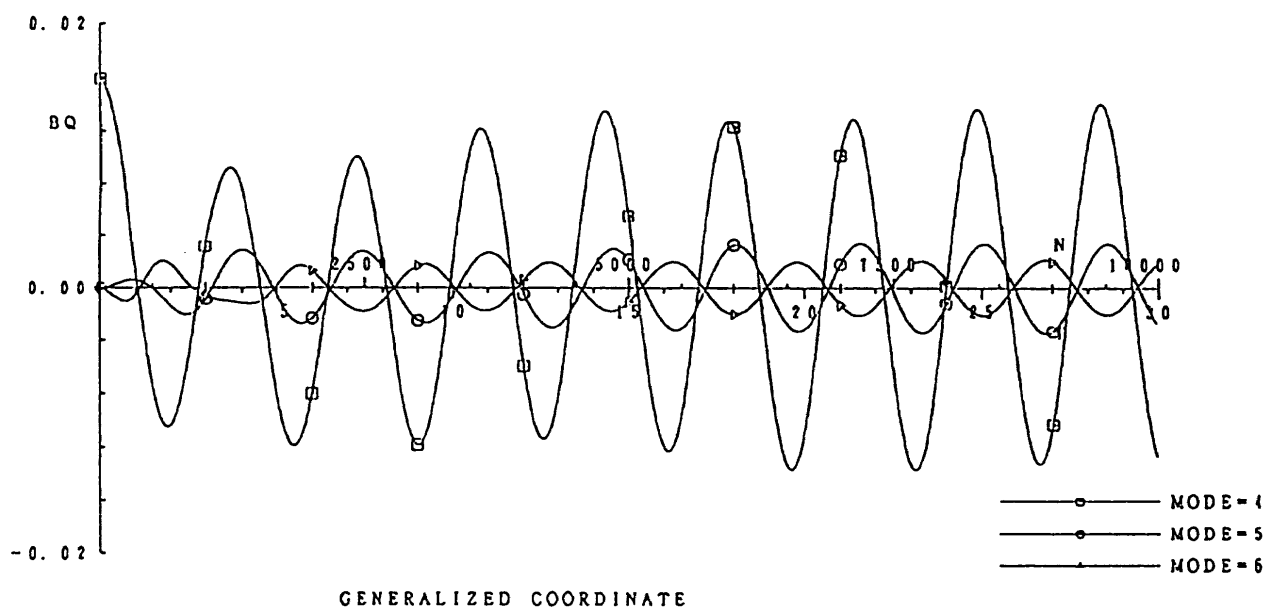


Fig. 9 Aeroelastic Responses of Generalized Coordinates  
(Symmetric Mode,  $M=1.0$ ,  $V=303$  m/s EAS)

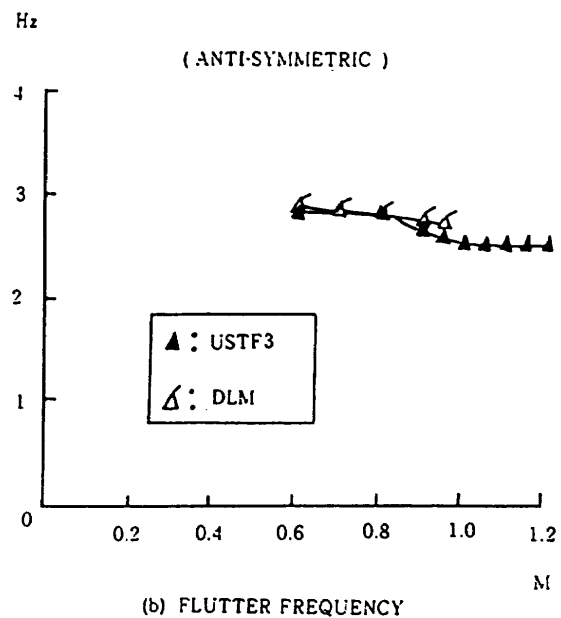
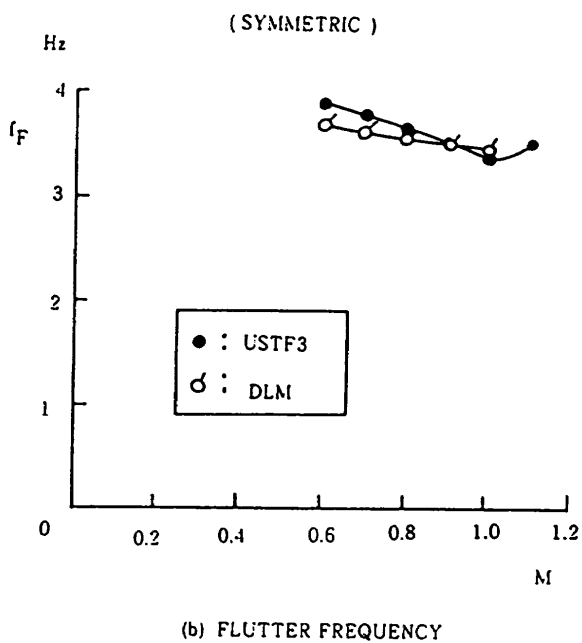
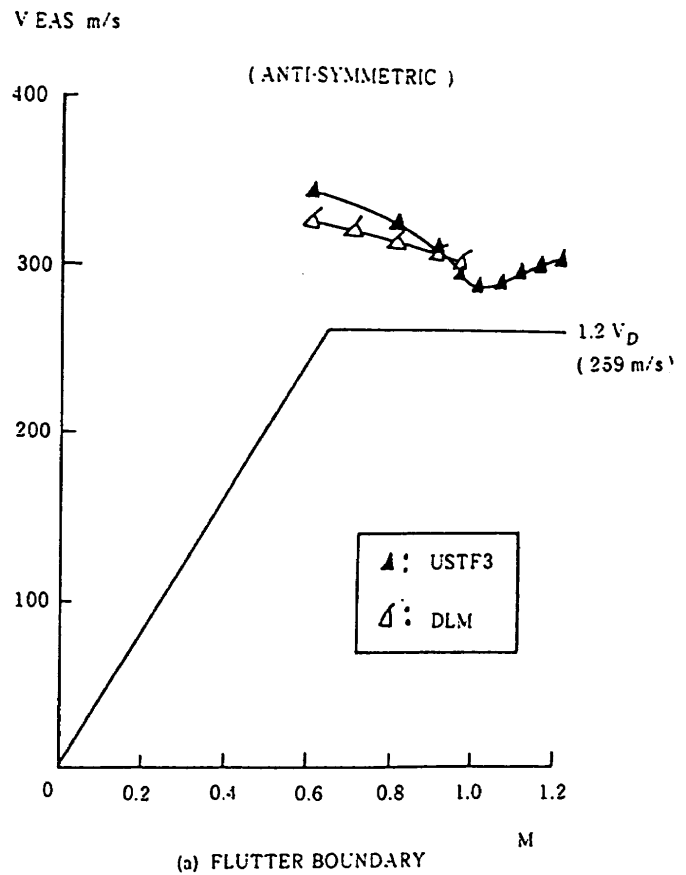
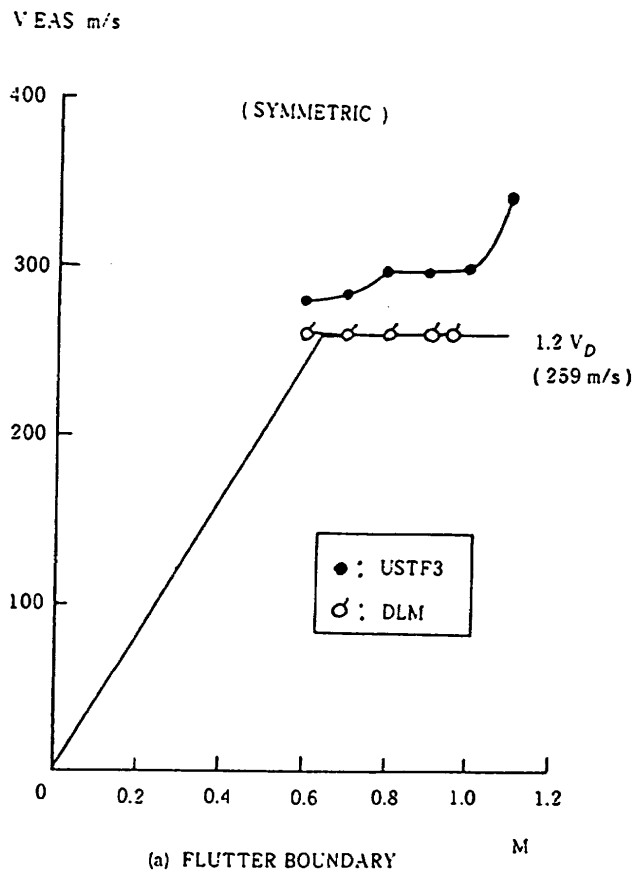


Fig. 10 Flutter Boundary and Frequency of Stiffness Designed Model (Symmetric Mode)

Fig. 11 Flutter Boundary and Frequency of Stiffness Designed Model (Anti-Symmetric Mode)



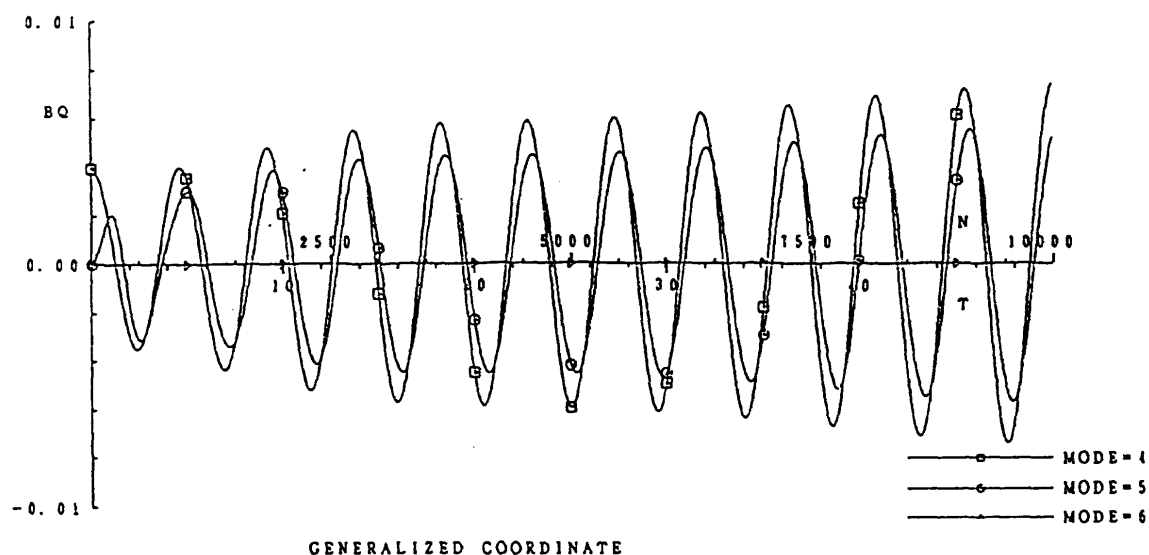


Fig. 12 Aeroelastic Responses of Generalized Coordinates  
(Anti-Symmetric Mode,  $M=1.0$ ,  $V=290$  m/s EAS)

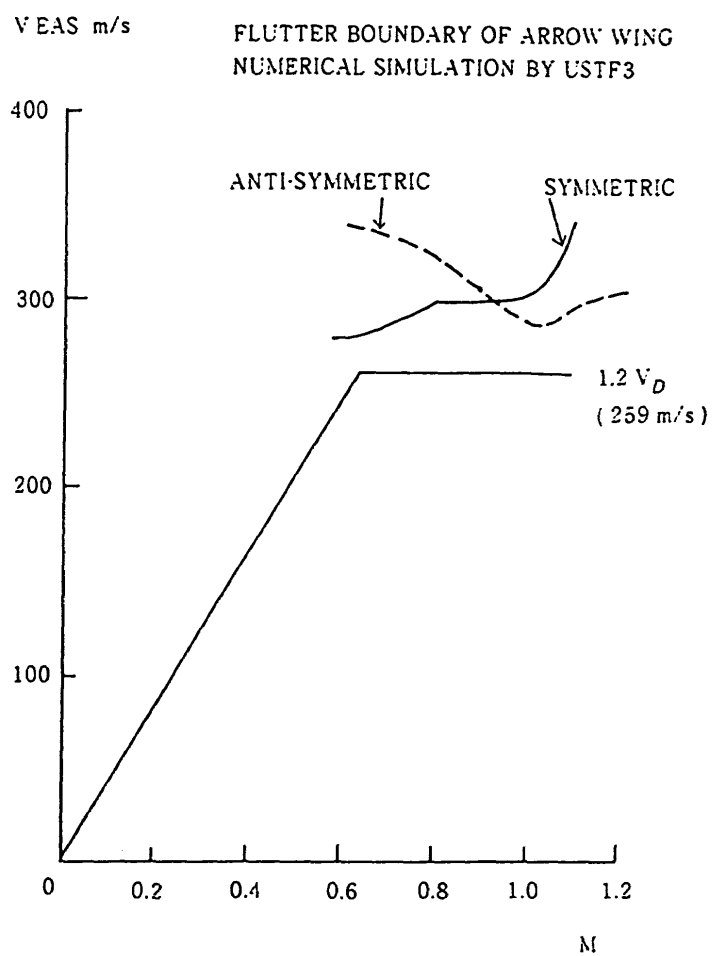


Fig. 13 Comparison of Symmetric and Anti-Symmetric Mode Flutter Boundaries Predicted by USTF3

coefficient is zero) by the interpolation of the damping coefficients calculated from those aeroelastic response curves. In Figs. 10, the flutter boundary and frequency thus determined by using the USTF3 are plotted together with those predicted by DLM code. As seen from the figure, the flutter boundary determined by USTF3 is higher than that predicted by DLM, and it shows no transonic dip phenomenon.

The similar aeroelastic response calculations are also performed for the anti-symmetric mode of the stiffness designed structure. In Figs. 11, the flutter boundary and frequency determined by USTF3 are plotted together with those predicted by DLM. As seen from the figures, the flutter boundary predicted by USTF3 shows the transonic dip phenomenon experiencing the minimum flutter velocity around Mach number one, though the flutter velocities for Mach number 0.6 ~ 0.90 are slightly higher than those predicted by DLM. In Fig. 12, the typical aeroelastic responses of the generalized coordinates corresponding to the 4th, 5th and 6th natural mode shapes obtained at  $M=1.0$  and  $V=290$  m/s EAS are plotted. It can be seen in the figure that the 4th and 5th modes are strongly coupled each other.

In Fig. 13, the flutter boundaries of the symmetric and anti-symmetric modes of the stiffness designed structure, that are predicted by USTF3, are compared. As seen from the figure, the anti-symmetric mode flutter becomes more critical for Mach numbers over 0.90 than that of the symmetric mode due to the transonic dip phenomenon (experienced by the anti-symmetric mode).

#### 4. Concluding Remarks

The study on the transonic flutter characteristics of an arrow wing configuration has been conducted by using the full potential code (USTF3) in addition to the DLM (Doublet Lattice Method) code as the unsteady aerodynamic tools. The following results are obtained:

1) The strength designed structure does not meet the flutter requirement.

2) According to the analyses by using the DLM code, the symmetric mode flutter for the full fuel condition is more critical than that of the anti-symmetric mode flutter for Mach numbers 0.60 ~ 0.95 calculated.

3) According to the analyses by using USTF3 code, the anti-symmetric mode flutter of the stiffness designed structure for the full fuel condition becomes more critical than that of the symmetric mode flutter for Mach numbers higher than 0.90 since the anti-symmetric mode flutter experiences the transonic dip phenomenon while the symmetric mode flutter does not.

#### References

1. Bhatia, K. G. and Wertheimer, J., "Aeroelastic Challenges for a High Speed Civil Transport," AIAA-93-1478-CP, 1993.
2. Turner, M. J. and Grande, D. L., "Study of Metallic Structural Design Concepts for an Arrow Wing Supersonic Cruise Configuration," NASA Contractor Report 2743, Dec. 1977.
3. Durham, H. M., Cole, S. R., Cazier, F. W. Jr, Keller, D. F., Paker, E. C. and Wilkie, W. K., "Experimental Transonic Flutter Characteristics of Supersonic Cruise Configurations," AIAA-90-0979-CP, 1990.
4. Isogai, K., "The Development of Unsteady Transonic 3-D Full Potential Code and its Aeroelastic Applications," AGARD CP No. 374, Jan. 1985, pp. 17-1 ~ 17-25.
5. Albano, E. and Rodden, W. P., "A Doublet-Lattice Method for Calculating Lift Distributions on Oscillating Surfaces in Subsonic Flows," AIAA Journal Vol. 7, Feb. 1969, pp. 279 ~ 285.



# HYFLEX における空力加熱計測

藤井啓介<sup>\*1</sup>

## Measurement of Aerodynamic Heating in HYFLEX

by  
Keisuke FUJII<sup>\*1</sup>

### ABSTRACT

Aerodynamic heating in the ceramic tile region of HYFLEX is measured for comparison with wind tunnel test results. Aerodynamic heating rate in the flight were reduced from time history of surface temperature of ceramic tile assuming thermal model constructed from ground lamp heating test.

Boundary layer transition was observed in windward side and the position of transition moves forward within several seconds to about 30% of  $x/L$ . It is interesting that re-laminarization were observed at point of the transited area in spite of almost constant free stream Reynolds number. Comparison of local flow condition around the transition with Poll's criterion<sup>1</sup> were made and the results showed that the condition is reasonable considering surface roughness. Also, heating rate before transition and after re-laminarization agrees with the data from wind tunnel test at relatively low Reynolds number.

### 1. 序

宇宙往還機のような極超音速領域を飛行する機体の設計には、極超音速飛行体まわりに生じる高エンタルピ流から受ける空力加熱の正確な予測が不可欠となる。空力加熱の予測は一般に風洞試験やCFDなどによって行われるが、風洞試験では主にエンタルピなどの面で実飛行環境を再現することは困難であり、そのため飛

行試験による加熱率推定手法の確立、検証をするためのデータ取得が重要である。極超音速飛行実験機(HYFLEX)はそのような目的で表面温度の測定を行った。

HYFLEX には、機体各部に空力加熱計測用のセンサを配置し、計測を行った(図1)。HYFLEX の熱防護は大きく分けて、C/C ホットストラクチャによるものと、

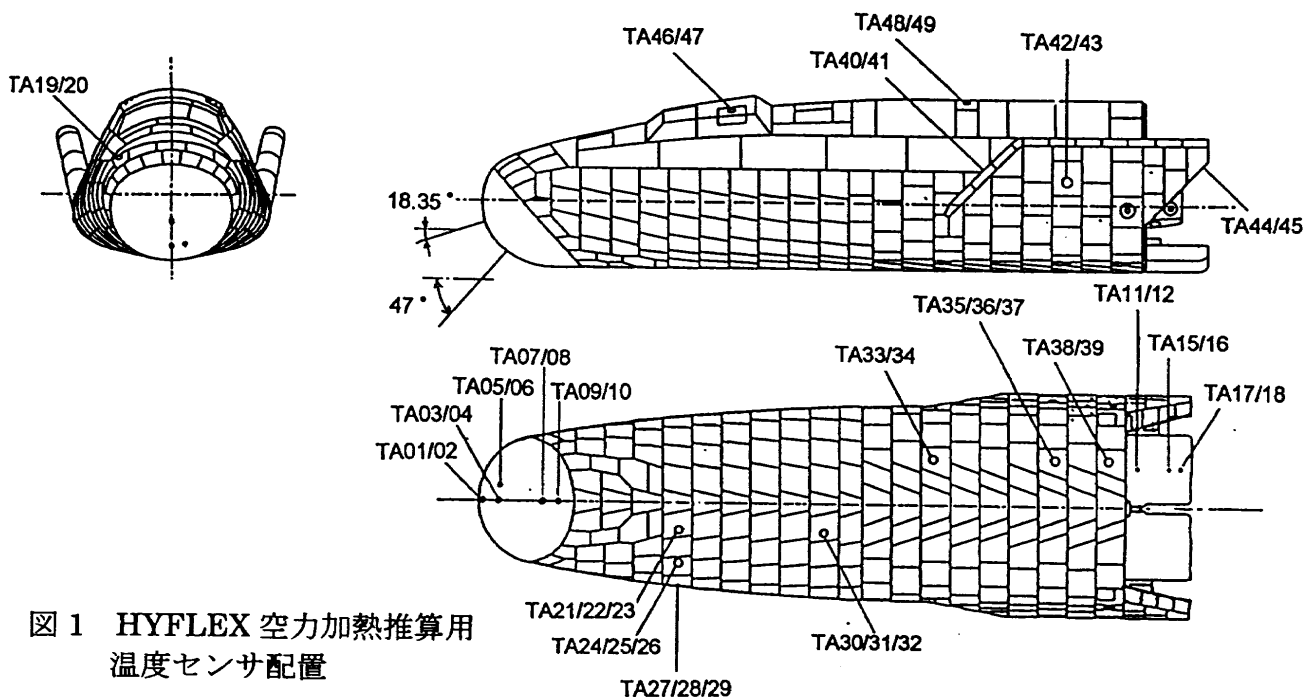


図1 HYFLEX 空力加熱推算用  
温度センサ配置

<sup>\*1</sup> 航空宇宙技術研究所(National Aerospace Laboratory)

TPS セラミックタイルや可撓断熱材を用いた断熱によるものと分けられ、それぞれに対してセンサを新たに開発し搭載している。C/C 製のノーズキャップ及びエレボン部加熱率は、それぞれの部位が C/C 製のため、図 2 に示されるような C/C 温度センサを用いて計測を行った。その他の部分は可撓断熱材で覆われている部位を含めて図 3 に示されるようなセラミックタイル温度センサを用いている。ただし C/C 加熱率センサに関してはデータ処理に必要な熱モデルが現在のところ完成していないため、ここではタイル温度センサから得られたデータに関する部分のみで、風試結果や CFD 解析結果との比較、またそれにより判明した境界層遷移に関する工学的手法による確認した結果も紹介する。

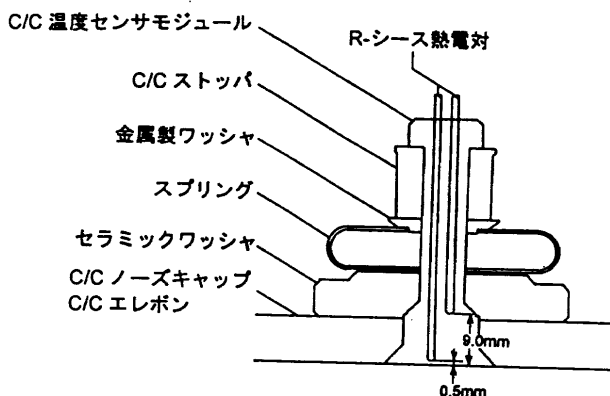


図 2 C/C 部温度センサ構造

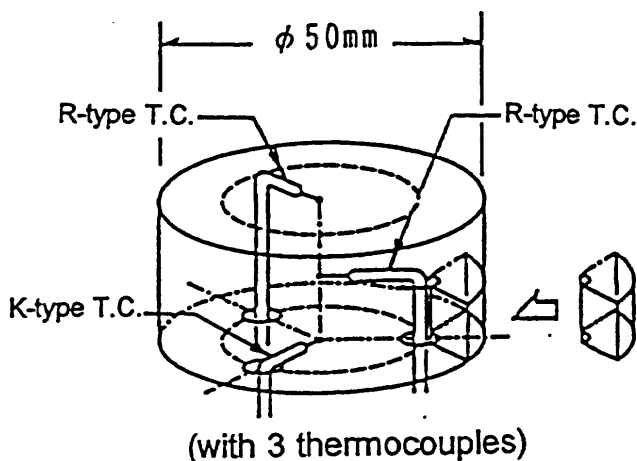


図 3 タイル部温度センサ構造

## 2. タイル部温度センサ熱モデル

HYFLEX 空力加熱計測に使用したタイル温度センサの構造を図 3 に示す。これは直径 50mmφ、厚さ 25mm の円筒形状をした一般部と同一材質のセラミックタイルに表面及び中間部に先端露出型熱電対を取り付け、

黒色のガラスコーティングを施したものである。地上試験などで使用される通常のセンサと異なり、センサ構成要素の熱物性値を含めたある熱モデルを仮定しそれに基づいて加熱率を求めるため、別途試験によって熱モデルを調整、検証する必要がある<sup>2)</sup>。搭載センサすべての較正を個々に行うことが望ましいが、諸制約のためここでは代表のセンサに対して熱モデル試験を行い、そこで得られた熱モデルを搭載品に適用する方法を採った。HYFLEX では前胴と後胴とで若干異なるセンサ仕様としているため熱モデル試験はその 2 種類に対して行った。

熱モデル試験としては、センサ供試体を実飛行環境に近い雰囲気圧力下におき、Xe ランプによってステップ的な加熱を与え、センサ各部の温度変化から熱モデルに含まれるいくつかのパラメータを調整する方針とした。試験は岐阜県多治見市にある超高温材料試験研究センタの超高温酸化揮酸試験器を用い、加熱条件は、実飛行中受けるもっとも高い加熱と予想された  $250[\text{kW/m}^2]$ 、及び低加熱条件として  $80[\text{kW/m}^2]$  で行った。高加熱条件の試験は実際には 2 回に分けて行っている。

### <推定パラメータ>

ここで行ったパラメータ推定は別途測定によって得られた各物性値などの測定精度を上げるのではなく、タイルセンサ全体として温度と加熱率との関係付けが正しくなるよう調整するためのものである。そのため以下に示すような方針で推定されるパラメータを定めた。

ガラスコーティング層は  $0.3\text{mm}$  ときわめて薄いタイル素地と比べ  $\rho C$  が大きいので加熱率の推定には無視できない。しかしコーティング層厚さ、熱電対接着剤の量を把握することが困難なため、コーティング層熱容量 ( $\rho C_{\text{coat}}$ ) を推定パラメータの一つとした。

ステップ加熱後の加熱率が 0 となる時期の温度の落ち下がり、表面近傍に蓄えられた熱量 ( $\rho C k$  に依存) と表面輻射 ( $\epsilon_n$ ) との比で大まかに決まる。また表面温度がほぼ与えられた際のタイル中間温度履歴はおおよそ熱拡散率 ( $\alpha = k/\rho C$ ) によって定まる。そのためここではタイル素地部熱伝導率 ( $k_{\text{tile}}$ ) と熱容量 ( $\rho C_{\text{tile}}$ ) とを推定することとした。

更にほぼ輻射平衡に達した際の表面温度は、特に高加熱条件ではタイルへの熱伝導分は小さく主に輻射率の波長依存性によるものと、輻射率の方向依存性によると考えられるが、ここでは方向性は絶縁物質の理論値である  $f_e = 0.94$  を用い、波長依存性の効果を推定パラメータの一つとした。以上の推定パラメータをまとめると以下の通りとなる。

- (1) ガラスコーティング層熱容量 ( $\rho C_{\text{coat}}$ )
- (2) タイル素地部熱伝導率 ( $k_{\text{tile}}$ )
- (3) タイル素地部熱容量 ( $\rho C_{\text{tile}}$ )

## (4) 輻射率波長依存効果

熱モデルに使用した物性値などのノミナル値を表 1 に、推定パラメータの推定結果を表 2 に示す。ここで

1: タイル素地熱物性値

熱伝導率( $k_{tile}$ ) [W/mK] (K-Tile、F-Tile 共通)

温度[°C]	25	250	500	750	1000	1200
雰囲気圧力[Torr]						
0.1	0.029	0.051	0.076	0.102	0.127	0.147
190	0.057	0.080	0.101	0.139	0.186	0.219

比熱( $C_{tile}$ ) [J/kg m]

温度[°C]	25	250	500	750	1000	1200
F-Tile	883.	1147.	1260.	1317.	1333.	1343.
K-Tile	749.	992.	1118.	1197.	1242.	1278.

密度 [kg/m<sup>3</sup>]  $\rho_{tile} = 193.6$ 

2: コーティング層熱物性値

熱伝導率 ( $k_{coat}$ ) [W/mK]  $k_{coat} = 2.17$ 比熱 ( $C_{coat}$ ) [J/kg m]

温度[°C]	25	250	500	750	1000	1200
$C_{coat}$	916.	1011.	1116.	1222.	1327.	1411.

密度 [kg/m<sup>3</sup>]  $\rho_{coat} = 3320.$ 

表 1 タイル温度センサ構成材料の熱物性値ノミナル値

推定パラメータとノミナル値との比		K-Tile	F-Tile	
ガラスコーティング層熱容量		$\rho C_{\text{Coat}}/(\rho C_{\text{Coat}})_0$	0.830	1.083
タイル素地部 熱伝導率 $k_{\text{tile}}/(k_{\text{tile}})_0$	圧力 0.1Torr	750[°C]以下	1.726	1.013
		1000[°C]以上	1.781	1.407
	圧力 190Torr	750[°C]以下	1.883	1.152
		1000[°C]以上	2.432	1.637
タイル素地部熱容量		$\rho C_{\text{tile}}/(\rho C_{\text{tile}})_0$	1.615	1.408
輻射率波長依存効果			1.002	0.930

表 2 パラメータ推定結果

各試験における推定値の平均をとり推定パラメータの値を決定している。推定の程度を確認するために 2 種類のセンサそれぞれに対して高加熱条件、低加熱条件での計測温度履歴を境界条件とし、加熱率を求めた結果を図 4 に示す。実直線で表される入射計測加熱率に対し、熱解析によって求めた加熱率は加熱開始直後を除いてよく一致している。加熱開始直後の約 10 秒間は一部を除いてオーバーシュートしているが、これはお

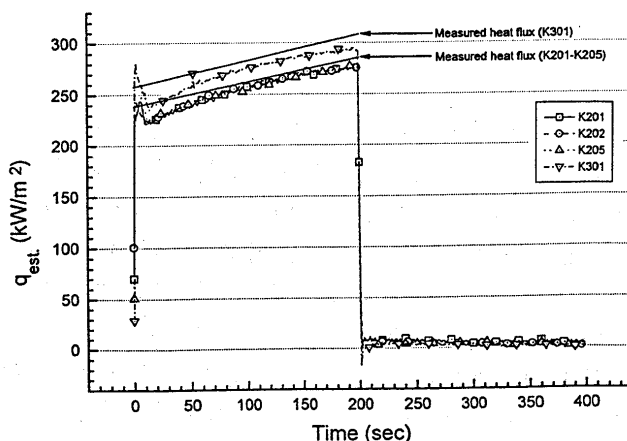


図 4(1) 熱モデル試験における加熱率逆算精度 (高加熱条件)

そらくガラスコーティング層物性値の温度依存性、または熱電対接着剤のもつ 2 次元性効果等を正しく評価できていないためと考えられたが、推定の収束性などの問題によりここではこれ以上の推定は行わなかった。

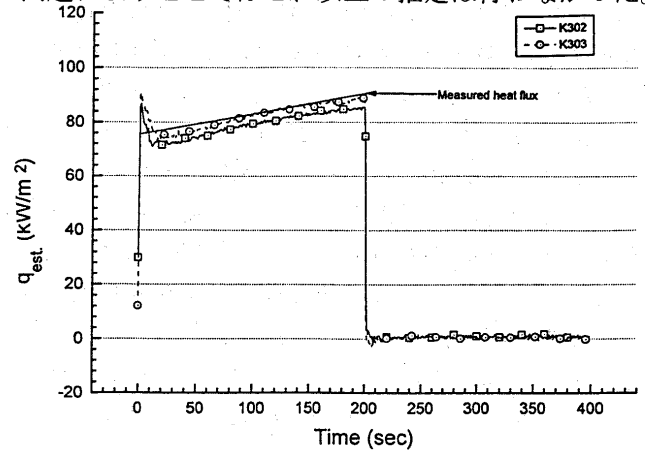


図 4(2) 熱モデル試験における加熱率逆算精度 (低加熱条件)

## 3. 風洞試験

HYFLEX 飛行後解析の比較データ取得の目的で、航空宇宙技術研究所大型極超音速風洞において 10% 模型を用いた加熱率測定試験を行った。この試験はセンサ位置における加熱率計測のため、飛行後にあらためて行ったものである。試験は Mach 数 10、澱点圧力 3(MPa)、澱点温度 1100(K) の条件で行い、一様流の Mach 数-Reynolds 数との関係は図 5 に飛行条件と合わせて示されている。模型はステンレス製で実機センサ位置相当に Co-axial gage を装着し計測を行った。また胴体下面に黒体塗料を塗布し赤外線カメラによる表面温度計測も併せて行った。

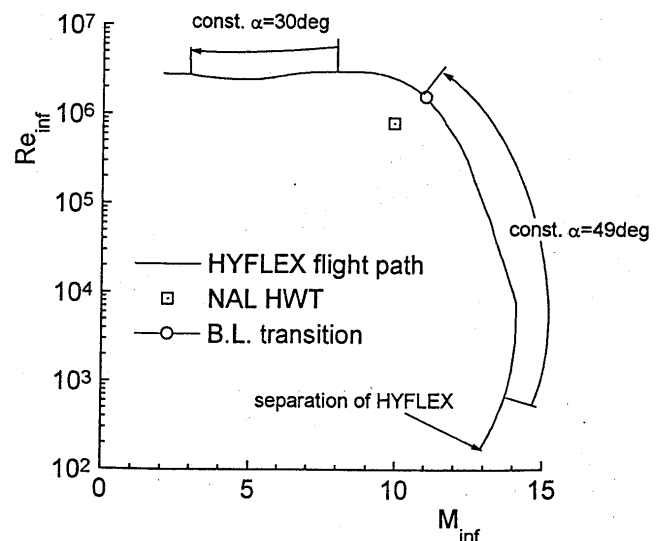


図 5 HYFLEX 飛行経路と風試条件

## 4. 飛行データ解析

センサ表面温度履歴から前述の熱モデルを用いて 2 次元熱解析により加熱率を J-1 ロケットの分離から約 300 秒間の時間履歴として得た。一部センサモジュールにはセラミックタイル全体の断熱性評価のためタイル素地裏面と SIP との間に熱電対を装着しているが、今回の解析には使用していない。計算領域はガラスコーティング層、タイル素地、SIP (タイル素地とアルミ構造とをつなぐ緩衝材)、アルミ構造 (板厚 1.6[mm]) とし、表面側の境界条件として、熱電対直上は実測温度を与え、その他の表面では一様加熱が加わっているものとした。裏面の境界条件はアルミ板裏面を断熱とし、各構成材料間の接触熱抵抗は無視した。雰囲気圧力に大きく影響されるタイル素地熱伝導率は、タイル内部が一様に修正 Newtonian 圧力となると仮定して求めた。

## 5. 結果及び考察

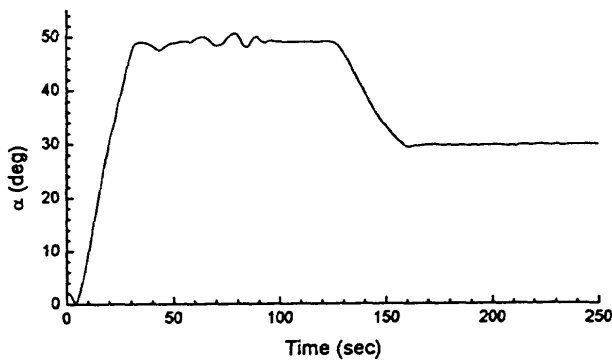


図 6 HYFLEX の迎角スケジュール

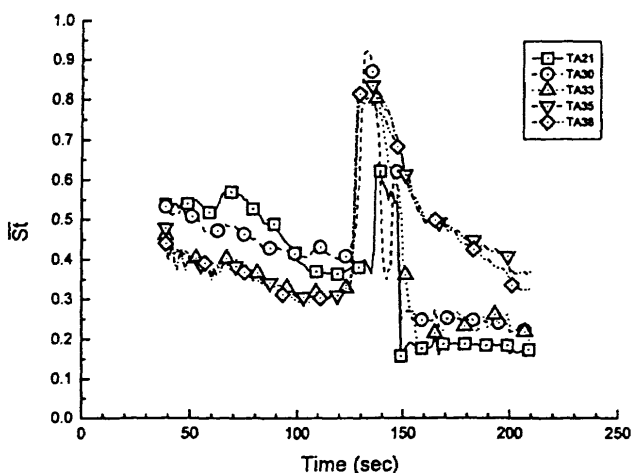


図 7 胴体下面における空力加熱率の時間変化

HYFLEX は分離後約 30 秒から約 125 秒まで迎角はほぼ  $\alpha=49[\text{deg}]$  で一定に保ったまま (図 6)、一様流 Reynolds 数が大きく変化する飛行をし、その後約 160

秒から約 300 秒までの間は、迎角、一様流 Reynolds 数ともほぼ一定 ( $\alpha=30[\text{deg}]$ ,  $\text{Re}=2\sim 3\times 10^6$ ) で、Mach 数が大きく変化する飛行を行った。図 5 中○印は胴体下面において乱流への遷移が確認された時期を示す。

飛行中に胴体下面でみられた St 数比 ( $\text{St}=\text{St}/\text{St}_{\text{ref}}$ ) の時間変化を図 7 に示す。ここで  $\text{St}_{\text{ref}}$  は飛行経路データより Van Driest の式<sup>3</sup>を用いて求めた HYFLEX ノーズ後端点での Stanton 数である。 $\alpha=49[\text{deg}]$  でほぼ一定を保っている分離後約 125[sec]までは St 数比はやや下がる傾向を示すもののほぼ一定値をとっているが、迎角が 49[deg]から 30[deg]へ変化を始める 125[sec]以降下流側のセンサから順に加熱率が急激に上昇しており境界層が遷移したものと考えられる。上流側の TA21, TA30, TA33 については迎角の 30[deg]への変更が終了するまでに  $\alpha=49[\text{deg}]$  の値より低い値に戻ったが、より下流に位置する TA35, TA38 では  $\alpha=30[\text{deg}]$  となった後も  $\alpha=49[\text{deg}]$  における値よりも高い値を保った。

胴体下面センターライン付近に位置する TA33 温度センサにおける Stanton 数比を迎角に対して整理した (図 8)。図中の記号は層流境界層時の風洞試験結果であり、この位置では迎角の 49[deg]から 30[deg]への変更開始とほぼ同時に境界層が乱流へ遷移したことがわかる。また、 $\alpha=30[\text{deg}]$  への迎角変更が終了するまでの間に再層流化したことが観察された。

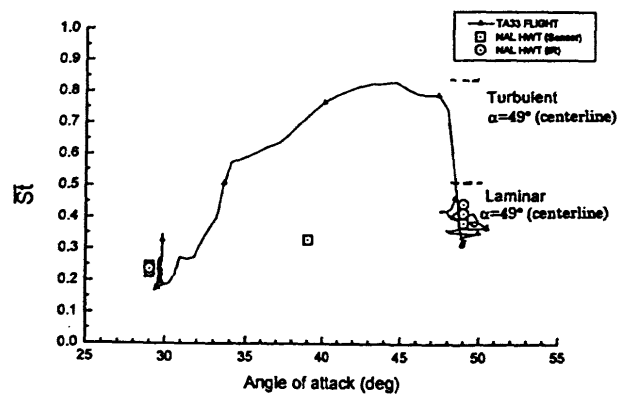


図 8 TA33 における St 数比の迎角変化

ここで遷移後の加熱率の評価として、斜め円柱付着線上における層流及び乱流加熱率推算を図中波線で示す。推算は HYFLEX 分離後 120 秒後、迎角 49[deg]の条件で、境界層外縁の流線は垂直衝撃波を通過したものと仮定した。計算は Zoby ら<sup>4</sup>の示した方法によっている。HYFLEX のセンサ位置はセンターラインからずれているため直接の比較は難しいが、これから遷移後の加熱率の絶対値も妥当であったことが再確認された。

境界層遷移が生じた気流条件を調べるために斜め円柱付着線上における遷移の判定基準との比較を行った。

これは HYFLEX が主翼のない円柱状の機体形状のためセンターライン上では妥当な比較と考えられる。遷移判定基準としては Poll<sup>1</sup>による characteristic length に基づく Reynolds 数  $\bar{R}^*$  の比較を行った。

$$\bar{R}^* = \frac{W_\infty \eta^*}{\nu^*}$$

ここで

$$\eta^* = (\nu^*/k)^{0.5}$$

$$k = \frac{du}{dx}$$

斜め円柱への近似に際して、HYFLEX の場合中心線上の曲率半径は 0.4[m] で一定であるため、同一半径の無限斜め円柱と近似し、鈍頭度の効果は考慮していない。図 9 にフライトにおける  $\bar{R}^*$  変化を示す。○印は下面で遷移が始めて確認された条件を示す。上流において乱れのない場合 ( $\bar{R}^*=650$ ) とある場合 ( $\bar{R}^*=245$ ) における遷移  $\bar{R}^*$  の間にフライト時の遷移が確認されていることから、HYFLEX の遷移は妥当な範囲で観測されたことが分かる。迎角が 30[deg] となった後下流側の 2 つのセンサ位置をのぞいて再層流化したことについては、迎角が小さくなるにつれ境界層外縁における流線がより垂直に近い衝撃波を通ってきたものとなる効果 (鈍頭度の効果) を考慮しなければならず、今後の課題である。

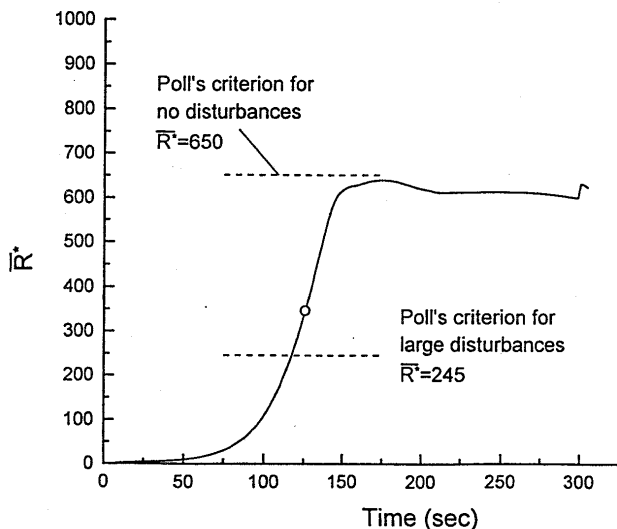


図 9 HYFLEX 飛行経路に沿った Poll<sup>1</sup> による遷移判定基準との比較

背面側の加熱率計測は飛行データ、風試データともに加熱率が小さいため精度が悪くなっているが、ここでは前胴背面の TA19 及び安定板上の TA42 における加熱率について報告する (図 10、11)。TA19 では定量的には特に大迎角時にはよい一致はみられなかったが、迎角が減るにつれ澱点からの距離が減るため加熱率が増加するという風試でみられた傾向が飛行結果においてもみられた。安定板上の TA42 に関しては風試結果と飛行結果とで比較的良好な一致が見られる。但し

飛行結果では、迎角変更の際に胴体下面で生じた境界層遷移の影響とみられる加熱率の一時的な上昇がみられる。これは TA35、TA38 などの結果と整合する。

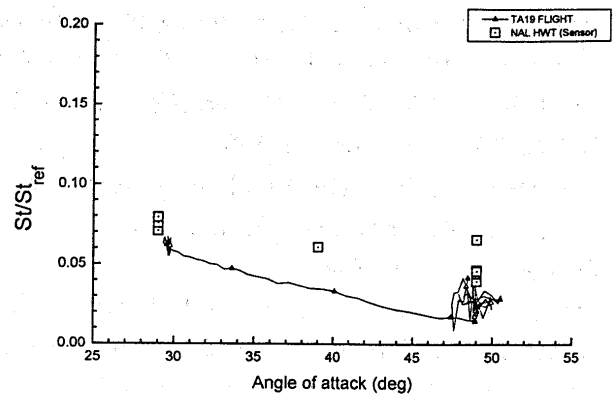


図 10 TA19 における St 数比の迎角変化

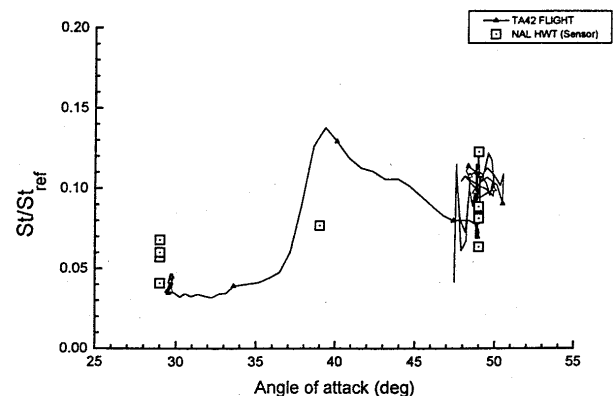


図 11 TA42 における St 数比の迎角変化

## 6. まとめ

HYFLEX におけるタイル部温度センサの熱モデルを用いて飛行時の空力加熱率を測定し、飛行試験後に行った風洞試験結果と比較した。その結果、層流境界層加熱率に関してはよい一致が確認された。

飛行実験では胴体下面において境界層遷移による加熱率の急激な上昇がみられた。Axisymmetric analogue<sup>4</sup> による乱流加熱率の推算値と飛行データは妥当な範囲に収まった。また、無限斜め円柱付着線上における遷移判定基準との比較により飛行実験で観察された遷移はやや早めに起きているものの妥当な範囲であることが確認された。

今後風洞試験による乱流加熱率の比較及び遷移時期における流れ場について調べるとともに、澱点、エレボンの C/C 部加熱率の処理を行う予定である。



## &lt;参考文献&gt;

- 1) D.I.A.Poll : Transition Description and Prediction in Three-Dimensional Flows, AGARD-Rept. 709, June 1984, pp.5-1 - 5-23
- 2) 藤井啓介、井上安敏、白水正男、渡辺重哉 : HYFLEX タイル部空力加熱推算用温度センサの熱モデル評価試験について、第 26 期日本航空宇宙学会年会講演会講演集、1995, pp.158-159
- 3) Van Driest, E.R. : The Problem of Aerodynamic Heating, Aeronautical Engineering Review, October 1956, pp.26-41
- 4) Zoby, E.V., Moss, J.N. and Sutton, K. : Approximate Convective-Heating Equations for Hypersonic Flows, J.Spacecraft Vol.18, No.1 Jan. 1981 pp.64-70

## CFDによるHYFLEX飛行実験評価解析

山本 行光\*

## HYFLEX Computational Fluid Dynamic Analysis

by

Yukimitsu YAMAMOTO\*

## ABSTRACT

HYFLEX (Hypersonic Flight Experiment) was successfully conducted on Feb. 12, 1996. Various hypersonic lifting flight data on aerodynamics, thermal protection system etc, were acquired during the flight. In this paper, Navier-Stokes CFD code and FEM thermal response analysis are coupled in order to simulate more completely the aerothermal environments of HYFLEX re-entry flight. Numerical computations are made along the flight trajectory. The results of the present numerical simulation are compared with the flight data of surface pressure and temperature measurements. It is demonstrated that the flight data of aerodynamic characteristics and aerothermodynamic heating can be well simulated by the present coupling simulation technique.

## 1. はじめに

HYFLEX (Hypersonic Flight Experiment) 実験機は、平成8年2月12日に種子島宇宙センターからJ-1ロケットの初号機によって打ち上げられ、我国で最初の極超音速揚力飛行を実施した。J-1ロケットから分離後の再突入飛行軌道概略図を図1に示す。HYFLEXは、高度110kmの地点から、マッハ数15、迎角 $49^\circ$ の姿勢で大気圏に再突入し、飛行時刻30.0秒で、高度32km、マッハ数は3.0まで減速する。この大気圏再突入飛行の間に、表面圧力、表面温度、内部構造部材温度、電子密度等の貴重な計測データが取得された<sup>1), 2)</sup>。

このHYFLEX再突入飛行における熱空力環境の正確な評価解析を行うため、本研究では表1のHYFLEXの飛行軌道に沿って外部流をナビエ・ストークス方程式を用いたCFD(計算流体力学)コードで解き<sup>3)</sup>、内部耐熱材の温度上昇を三次元FEM(有限要素法)を用いた数値計算により解析した<sup>4)</sup>。CFD、FEM両者の手法をHYFLEX飛行軌道に沿って交互に適用し、機体表面の温度、及び空力加熱をそれぞれの手法の境界条

件として用いることにより、より正確な熱空力学環境を再現させることが可能となる。本稿では最初のステップとして完全気体、層流仮定でのCFDコードも用いた結果の概要について報告する。

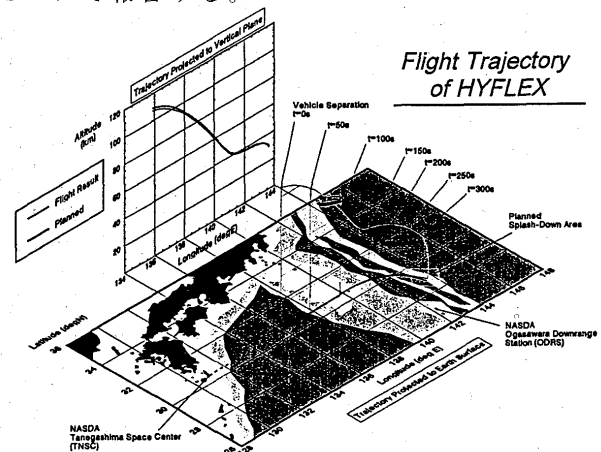


図1 HYFLEX飛行軌道

## 2. HYFLEX極超音速飛行実験と計測データ

HYFLEXの形状、及び表面温度計測点位置を図2に示す。耐熱材として、頭部は半径0.4mのC/Cノーズキャップ、胴体下面から側面にかけては、耐熱タイル、胴体上面には可撓断熱材が使用されている。

\*航空宇宙技術研究所 National Aerospace Laboratory

表面温度計測点は、C/Cノーズキャップ部に5個所、耐熱タイル部分では胴体下面を中心に9個所、そのほかにエレポン下面、及び胴体上面に数個所配置され、再突入飛行時の表面温度履歴データが得られている。圧力計測については、図3の計測点位置に示されるように、胴体下面を中心に飛行実験データが取得された。HYFLEXの飛行軌道及び一様流条件を表1に示す。

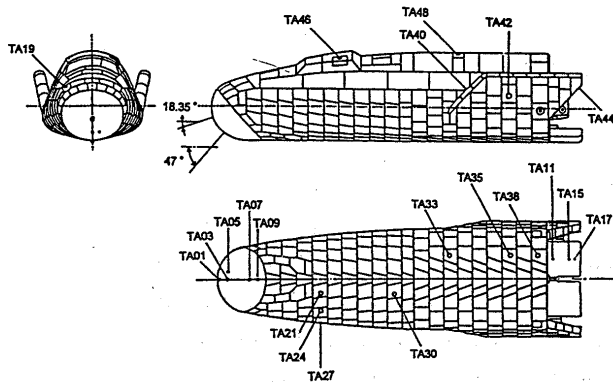


図2 表面温度計測点位置

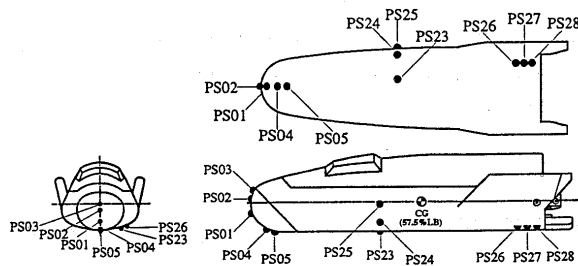


図3 表面圧力計測点位置

Time t(sec)	Altitude H(m)	Velocity U(m/sec)	Temperature T(K)	Pressure P(Pa)	Density $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	M <sub>∞</sub>	$\alpha$
50.44	93043	3932.4	194.82	0.10982	1.8988e-06	14.120	48.914
60.44	88167	3932.5	194.39	0.25266	4.6453e-06	14.276	49.395
70.44	82701	3933.3	200.23	0.63898	1.1981e-05	14.109	48.327
80.44	76564	3919.2	211.21	1.7277	3.1482e-05	13.643	50.519
90.44	69822	3918.8	223.44	4.8786	8.4915e-05	13.177	49.959
100.44	62632	3895.9	238.28	13.821	0.00022202	12.550	49.044
110.44	55103	3840.6	252.61	38.690	0.00056118	11.870	48.902
120.44	47963	3690.1	262.82	97.676	0.0013227	11.189	48.793
130.44	42502	3348.5	258.14	197.50	0.0027883	10.414	46.760
140.44	39575	2947.5	252.63	290.48	0.0042514	9.3145	39.236
150.44	38670	2650.4	250.95	327.94	0.0048578	8.4178	32.899
160.44	38075	2436.6	249.77	355.44	0.0053070	7.7647	28.992
170.44	37625	2259.3	248.60	377.78	0.0056757	7.2183	29.362
180.44	37411	2093.1	247.98	388.97	0.0058616	6.6953	29.414
190.44	37173	1939.1	247.21	401.74	0.0060749	6.2112	29.401
200.44	37175	1800.1	247.31	401.55	0.0060728	5.7658	29.462
220.44	36514	1606.1	245.63	439.38	0.0067110	5.1638	29.593
240.44	35697	1400.6	242.78	492.13	0.0076021	4.5246	29.689
260.44	34756	1219.0	239.93	561.87	0.0087891	3.9598	29.834
280.44	33585	1040.3	235.72	663.67	0.0105530	3.4026	30.097
300.44	32435	893.72	231.36	783.52	0.0126590	2.9434	30.250
320.44	31268	730.56	227.50	930.41	0.0151580	2.4147	34.911
340.44	29851	584.97	224.02	1150.20	0.0188380	1.9395	35.190

表1 HYFLEX 飛行軌道および一様流条件

### 3. HYFLEX再突入飛行実験TPS評価解析における統合数値シミュレーション手法

HYFLEX飛行実験において、空気力学的視点から注目される重点評価項目の一つ

は、機体にかかる熱空力環境である。HYFLEX機体の表面温度は、再突入飛行軌道に沿って飛行時間とともに刻々変化してゆくことから、外部流CFD解析と内部耐熱材熱応答FEM解析をカップリングさせた統合数値シミュレーション手法によって、表面温度履歴を全表面にわたり同定することが必要になってくる。今回のHYFLEX熱空力評価解析では、解析が3次元問題となり計算量が膨大になること、及びマッハ数が最高で14前後と、あまり高くないことから、実在気体効果の影響は少ないと考え、外部流CFD解析には完全気体ナビエ・ストークスコードを使用した。また、最初の評価解析ステップとして層流モデルを仮定する。表面格子を図4に示す。格子数は流れ方向に101点、周方向に89点である。

一方、内部耐熱材の熱応答解析には、当研究所でNWT用に開発した三次元並列化FEM解析コードを使用した。図5及び表2にFEM熱応答解析に用いられたHYFLEX頭部対称面での内部耐熱材格子、及び関連する耐熱材物性値を示す。熱応答解析では、内部のアルミ構造部材までを含めた解析が本来必要となるが、ここでは最初のステップとして、表面耐熱材のみを考慮する簡易モデルとした。C/C材などの物性値は方向依存性、温度依存性を考慮し、外部流への輻射も含め、表2にみられる放射率を仮定して、三次元FEM解析を実施した。

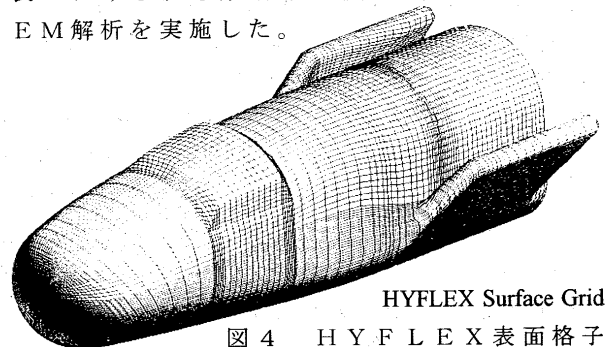


図4 HYFLEX表面格子

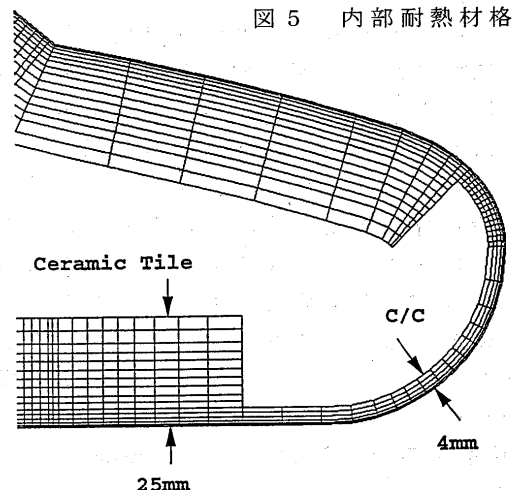


図5 内部耐熱材格子

Material	Temp (°C)	Density (kg/m <sup>3</sup> )	Specific Heat (J/kg °C)	Thermal Conductivity (W/m °C)	Emissivity
C/C Nose cap Parallel Direction	20	1500	665.6	20.34	0.85
	500		1553.0	33.91	
	1000		1816.7	34.87	
	1500		2277.2	43.53	
C/C Nosecap Nomal Direction	20	1500	665.6	4.52	0.85
	500		1553.0	7.53	
	1000		1816.7	7.74	
	1500		2277.2	9.67	
Ceramic Tile	25	193.6	749.0	0.029	0.85
	250		992.0	0.051	
	500		1118.0	0.076	
	750		1197.0	0.102	
	1000		1242.0	0.127	
	1200		1278.0	0.147	
	1500		1330.0	0.177	

表2 HYFLEX 耐熱材物性値

## 4. 空力加熱評価解析

HYFLEX 飛行軌道に沿った各飛行時刻での表面温度分布を図6に示す。胴体下面の耐熱タイル部では、C/Cノーズキャップ部分よりも耐熱タイルの熱伝導率が低いため、表面温度が早く上昇し、飛行時刻140秒付近で最高値を示す。一方、C/Cノーズキャップ部では飛行時刻160秒付近で表面温度が最高となり、C/C及び耐熱タイル表面温度は、いずれも最高値は1450 K程度まで上昇する。また飛行時刻160秒以降、マッハ数が8以下の飛行領域では、熱伝導による空力加熱はあるものの、熱輻射により機体表面が急激に冷えてゆき、表面温度が下がってゆくことが判明する。

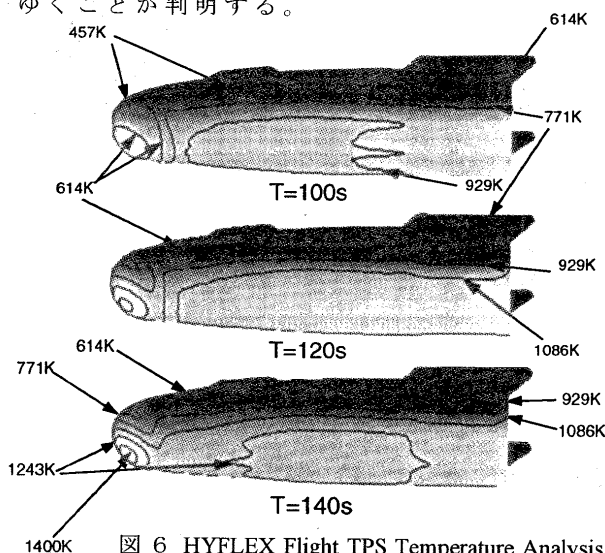


図6 HYFLEX Flight TPS Temperature Analysis by NWT FEM Computations

機体内部の対称面内の耐熱材内部の温度変化を図7に示す。セラミックタイルでは、熱伝導率の低いこと、及び厚みのあることから、内部の面では顕著な温度上昇が引き起こされていないことがわかる。

CFD/FEMカップリング解析による表面温度計測データと計算結果との比較を図8

に示す。横軸は飛行時刻、縦軸は表面温度で、全飛行時刻で、計算結果は温度計測データを良好に再現していることが分かる。ただし、胴体下面のTA21、及びTA30との比較図では、飛行時刻130秒から150秒にかけて計測データに局所的に急激な温度上昇の現象が現れている。これはHYFLEX機体下面での乱流遷移がその原因と考えられる。

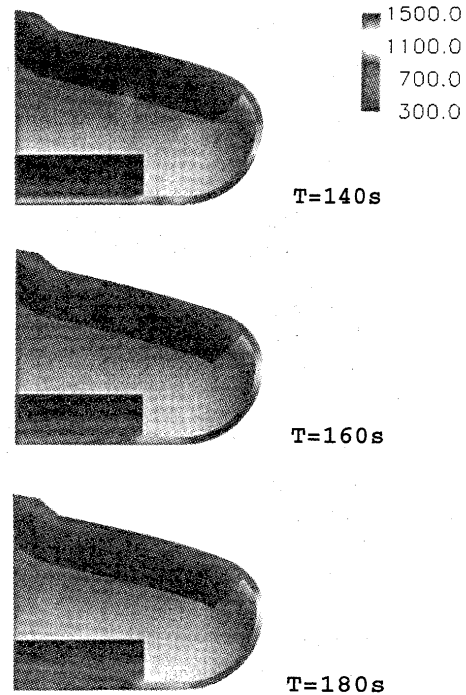


図7 対称面内TPS温度分布

図9には、HYFLEX再突入飛行の飛行時刻50秒、高度93 km（マッハ数14.2，迎角50°）から、飛行時刻200秒、高度37.2 km（マッハ数5.8，迎角30°）までの耐熱材の表面温度変化を、10秒毎の飛行時間間隔で、HYFLEXの再突入飛行姿勢と組み合わせて示した。このような可視化表示によりHYFLEX飛行実験の全体的な現象の理解が容易となる。

図10にCFD-FEMカップリング統合解析による空力加熱計算結果と、温度計測データを基に空力加熱を導出した飛行結果との比較を示す。図は耐熱タイル表面計測位置での比較である。図から、計測点番号21，30，33，35，38に現れる乱流遷移による急激な加熱上昇を除き、シミュレーション結果は飛行データと非常によく一致している。胴体下面中央部の30，31番では、乱流遷移が飛行時刻150秒程度で終了するのに比べ、35，38番の胴体下面後方では、200秒まで乱流を維持していることが、本シミュレーション結果との比較から判明する。乱流遷移の生じないその他の計測点では、

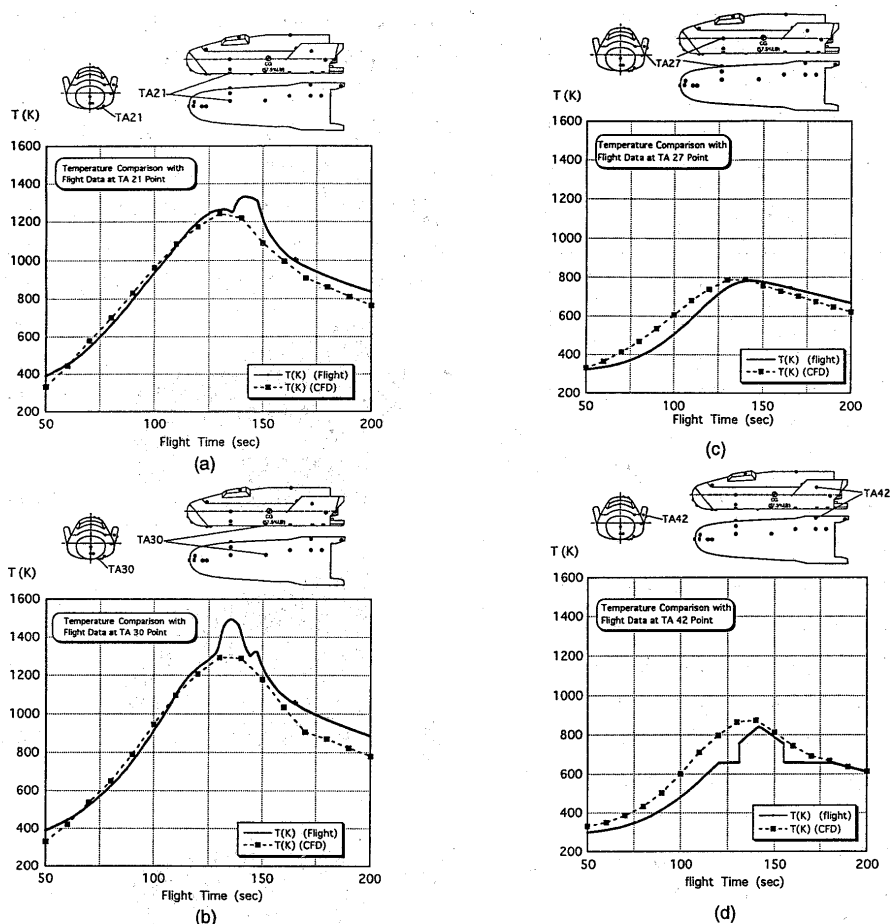
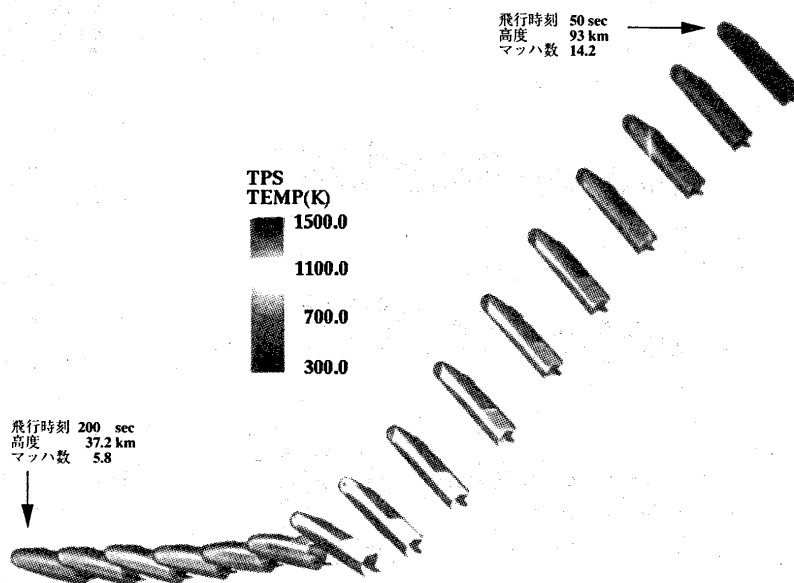


図 8 表面温度履歴のカップリング解析と飛行データとの比較

シミュレーション結果及び飛行実験データとも、ほぼ優れた一致が得られている。このように層流モデルを仮定した基本的な空力加熱特性解析から、乱流遷移の状況が把握できるようになり、今後、乱流遷移の判定、及び乱流モデルの使用により、局所的な空力加熱の上昇を定量的に捉える解析へと、研究を進めてゆく予定である。

図 9 HYFLEX(極超音速飛行実験)の可視化とCFD統合数値シミュレーションによる機体表面温度の上昇解析(10秒毎の図



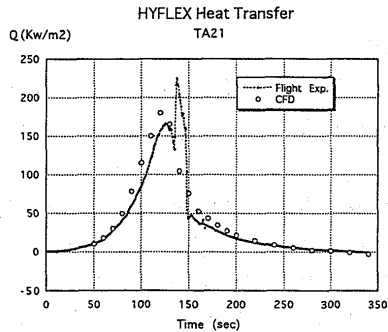
## 5. 空力特性評価解析

HYFLEX再突入飛行実験では、図5に示される計測点位置で、表面圧力に関する詳細なデータが得られている。図11に頭部計測点での、マッハ数を横軸とした圧力履歴の比較を示す。圧力は、分離後飛行時刻50秒から340秒にいたるまで、全ての計測点で、ほぼ完全な一致を示している。

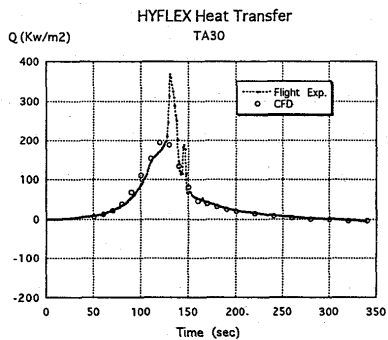
空力特性については、垂直力、軸力係数、

及び揚抗比に関する飛行データとの比較を行った。軸力係数に対する比較結果を図12に示す。なお、図では、風洞試験データを基にした推定値を、風試誤差を考慮した上下の点線ではさまれる領域で表示した。軸力係数はCFD解析結果が飛行データと良好な一致を示す。しかしながら、風試を基にした予測値はマッハ数4以下、及びマッハ数12以上で、飛行データよりもかなり低い値を示す。マッ

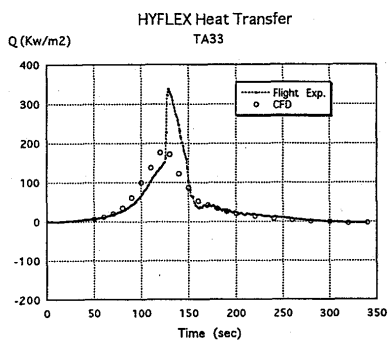
ハ数1.2以上の領域では、粘性干渉効果の影響により軸力係数が高くなり、マッハ数4以下では、風洞試験データにスティング干渉等の影響がでてくるものと考えられる。他の垂直力係数、揚抗比についても、数値シミュレーション結果は、飛行データと良好な一致を示している。



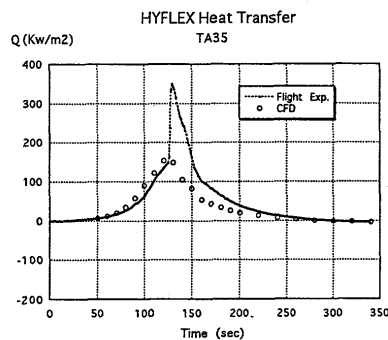
(b)



(e)

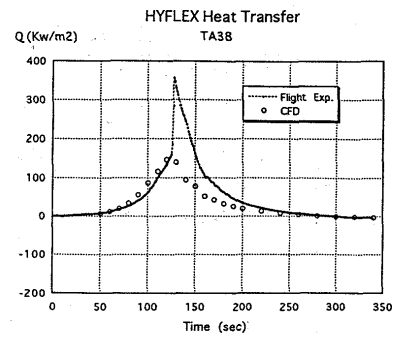


(f)



(g)

図10 各計測点での空力加熱履歴の飛行データと数値シミュレーション結果との比較



(h)

図10 各計測点での空力加熱履歴の飛行データと数値シミュレーション結果との比較

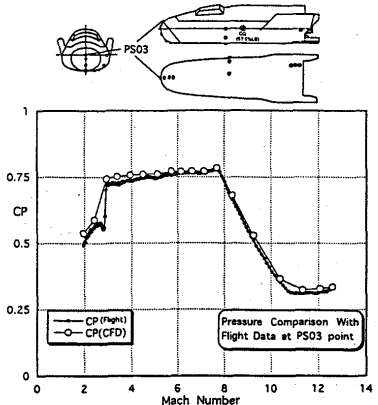
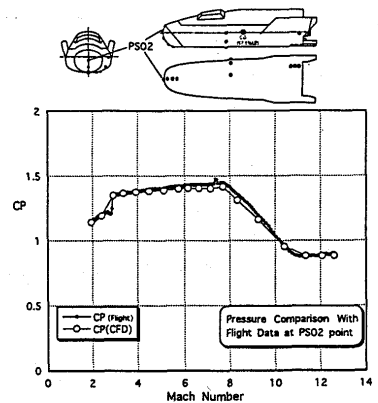
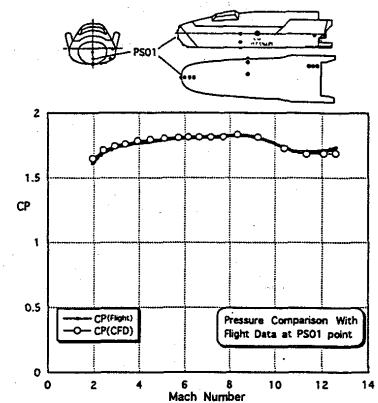


図11 各計測点での圧力変化の飛行データと数値シミュレーション結果との比較

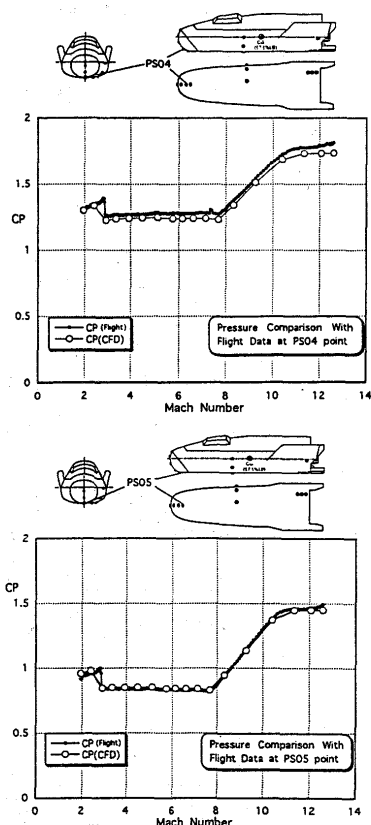


図 1.1 各計測点での圧力変化の飛行データと数値シミュレーション結果との比較

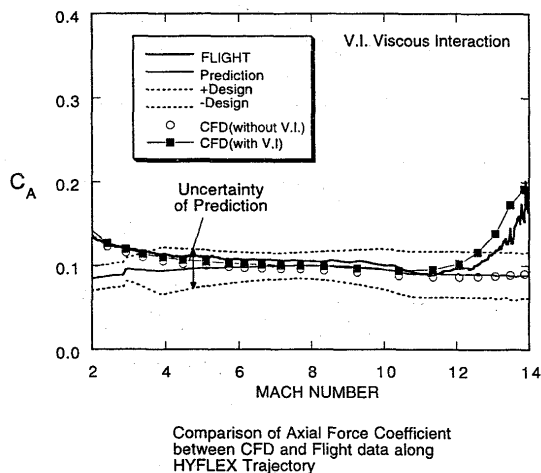


図 1.2 HYFLEX 飛行軌道に沿った軸力係数の飛行データとの比較

## 6. まとめ

HYFLEX 飛行実験により得られた貴重な熱空力特性データから、数値シミュレーションによる飛行後評価解析を実施した。今回の CFD と FEM 解析をカップリングさせた三次元統合数値シミュレーションは、HYFLEX 三次元熱空力飛行特性の解明にきわめて有効であり、今後の HOPE-X の飛行実験評価解析を行う上での強力なツールとなり得ることが判明した。なお、今回の解析では、

最初のステップとして、HYFLEX 機体表面の温度履歴をほぼ再現できたと考えるが、乱流モデルによる加熱率上昇の定量的な推定、計算データの詳細な解析による乱流遷移判定法の確立、耐熱材の有限触媒壁効果も含めた実在気体効果の空力加熱特性への影響評価等を、今後実施していく予定である。

## 参考文献

- 1) HYFLEX / HOPE シンポジウム講演論文集  
航空宇宙技術研究所特別資料 SP-32, 1996 年 9 月
- 2) Watanabe, S., Ishimoto, S., and Yamamoto, Y. "Aerodynamic Characteristics Evaluation of Hypersonic Flight Experiment Vehicle Based on Flight Data", J of Space Craft and Rockets, Vol. 34 No.4 July-August 1997 pp464 ~ 470
- 3) Y. Yamamoto and Yoshioka, "HYFLEX Computational Fluid Dynamics Analysis." Proceedings of 19th International Symposium on space Technology and Sciences, Yokohama, Japan, May 15-24, 1994, pp449-459
- 4) Yamamoto, Y. "Hypersonic CFD, Chemical Reaction, Flow, Heat, and Structure Coupled for OREX (Orbital Reentry Experiment) and HYFLEX (Hypersonic Flight Experiment) Flight Analysis.", Proc. of First US-JAPAN Symposium on High Speed Ground Testing and Computations, March, 1997
- 5) 山本行光「数値シミュレーションによる OREX 飛行実験評価解析について」数値流体力学 第 5 巻 第 3 号 1997 年 4 月
- 6) Y. Yamamoto「CFD at NAL - Introduction of CFD Research for HOPE-X Project -」 Proceedings of First US-JAPAN Symposium on High speed Ground Testing and Computations, March, 1997

# 再突入物体まわりの三次元極超音速非平衡流れの解析

高木亮治\*、山本行光\*

## Numerical Analysis of Three-dimensional Hypersonic Non-equilibrium Flows around Re-entry Vehicles

by

Ryoji Takaki and Yukimitsu Yamamoto

National Aerospace Laboratory

### ABSTRACT

Numerical analyses of thermally and chemically nonequilibrium viscous flow around Re-entry Vehicles are carried out. Park's two-temperature model and seven species and finite-rate chemical reaction model are used in order to take accounts of thermal and chemical nonequilibrium effects. Three-dimensional full Navier-Stokes equations considering thermal and chemical nonequilibrium effects are solved by the AUSMDV scheme with MUSCL approach. Regarding time integration, the LU-SGS implicit method with local time stepping method is used to suppress calculation time and increase code stability. Numerical analyses around the fore body of HYFLEX are performed. Pressure distributions and heat flux distributions are presented. It is also presented the distribution of the number density in front of the reflectmeter.

#### 1. はじめに

現在開発が行なわれている HOPE(H-II Orbiting Plane) 等宇宙往還機の大気圏再突入時における極超音速飛行時には、機体表面が受ける空力加熱が非常に重要な問題となり、この極超音速飛行時の表面空力加熱率を精度良く推算することがこういった飛翔体の設計上大変重要となる。特に極超音速飛行時には高温気体効果、一般に実在気体効果と呼ばれる現象が発生し機体表面の空力加熱に非常に大きな影響を与える。我が国では大気圏再突入といった極超音速飛行分野はこれまで経験がほとんどなく、データの蓄積が不十分であった。そのため近年 H-II ロケット 1 号機を利用した OREX(Orbital Re-Entry Experiment) <sup>1)</sup> や J-1 ロケット 1 号機を利用した HYFLEX(Hypersonic Flight Experiment) <sup>2)</sup> 等の飛行実験を始め、これら実験機開発、更には HOPE-X 開発における各種風洞試験等を実施してデータの蓄積を行なっている。しかしながらこのような高温気体効果を含む流れの解析を実験的手段だけに頼ることは、コストも然ることながら再現性の問題からも非常に困難である。飛行試験は実飛行条件の再現ということでは申し分ないが取得データの質、量に制限があると同時に非常にコストが高く容易に行なうことができない。一方地上の風洞試験は比較的低コストではあるが一樣流の質、同定精度といった問題、再現できる気流条件が大幅に制限される点、更には化学反応等を考慮すると実飛行を忠実に再現できないといった問題がある。一方 CFD(Computational Fluid Dynamics) は比較的低コストであり、設計初期段階における空力形状のパラメトリックスタディーに威力を発揮

する、と同時に様々な物理モデルを導入することでより忠実に飛行条件を模擬することができる。そのためこういった極超音速飛翔体の開発においては今後かなりの部分を CFD に頼ることになる。しかしながら様々な物理モデルを導入する必要があるため CFD を設計ツールとして活用するためには十分な検証を行なう必要がある。そのため第 12 回航空機計算空気力学シンポジウム特別企画として「極超音速流の CFD ワークショップ」<sup>3)</sup>、第 13 回航空機計算空気力学シンポジウム特別企画として「高エンタルピー流れ企画セッション及びワークショップ」<sup>4)</sup> 等が開催され風洞実験、CFD コード間での比較、検証が行われてきた。これまでのワークショップでは主に 2 次元流を解析対象としてデータの蓄積を行なってきた。今回は計算機パワーの向上に伴い解析対象をより実機に近い 3 次元形状として実在気体効果を含んだ流れの解析を行なった。また風洞実験での各種計測技術の向上、OREX、HYFLEX といった飛行実験の成功等、実験データの質、量がともに向上し、特に空力加熱率測定データが豊富に供されるようになった。こういったデータを背景に本報告では最近実施した 3 次元形状に対する CFD 計算結果について紹介する。今回のワークショップの課題としては HYFLEX、HOPE、Space Shuttle の 3 形状が設定されているが本報告では HYFLEX の前胴形状に対する解析について報告する。

#### 2. 支配方程式

流れ場は 3 次元定常流れとし、粘性、圧縮性を持つ 7 化学種 ( $O_2$ ,  $N_2$ ,  $O$ ,  $NO$ ,  $N$ ,  $NO^+$ ,  $e^-$ ) の混合気体と考えた。



また熱的非平衡状態を考慮するために Park の 2 温度モデル<sup>5)</sup>を用いた。Park の 2 温度モデルとは気体の内部エネルギーとして 2 つのエネルギーモードを考慮するモデルである。また輻射は考慮していない。そのため支配方程式として以下のものを考えた<sup>6)</sup>。なお、各記号の意味については文献<sup>6)</sup>を参照のこと。

- 混合気体全体の質量保存の式
- 混合気体の運動量保存の式
- 混合気体のエネルギー保存の式
- 各化学種のモル量保存の式
- 振動・電子励起エネルギー保存の式

#### 混合気体の質量保存の式

混合気体の質量保存の式は一般に良く使われる完全気体のものと同じである。ただし混合気体の密度  $\rho$  は

$$\rho = \sum_s \rho_s = \sum_s \rho \gamma_s M_s \quad (1)$$

と定義される。ここで  $\gamma_s$  は化学種  $s$  のモル質量比であり、 $\rho \gamma_s$  はモル濃度 ( $\text{kmol}/\text{m}^3$ ) となる。

#### 混合気体の運動量保存の式

混合気体の運動量保存の式も一般に良く使われる完全気体のものと同じである。ただし混合気体の圧力  $p$  はドルトンの分圧の法則より

$$p = \sum_s p_s \quad (2)$$

と定義され、各化学種の分圧  $p_s$  はそれぞれ

$$\begin{aligned} p_s &= \rho \gamma_s \bar{R} T & s \neq \text{free electron} \\ p_e &= \rho \gamma_e \bar{R} T_V & s = \text{free electron} \end{aligned} \quad (3)$$

と表される。またひずみテンソル  $\tau_{ij}$  はストークスの仮定に従うと

$$\tau_{ij} = -\mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{2}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) \quad (4)$$

で表せる。

#### 混合気体のエネルギー保存の式

混合気体の全エネルギー  $E$  は各化学種の内部エネルギー  $e_s$  を用いて次の様に定義される。

$$E = \frac{1}{2} \rho u_j^2 + \sum_s e_s = \frac{1}{2} \rho u_j^2 + e \quad (5)$$

単位体積当りの化学種  $s$  の内部エネルギー  $e_s$  は並進エネルギー  $\varepsilon_{t,s}$ 、回転エネルギー  $\varepsilon_{r,s}$ 、振動エネルギー (分子に対して)  $\varepsilon_{v,s}$ 、電子励起エネルギー  $\varepsilon_{e,s}$  の和として以下の様に表される。

$$e_s = \rho \gamma_s (\varepsilon_{t,s} + \varepsilon_{r,s} + \varepsilon_{v,s} + \varepsilon_{e,s}) \quad (6)$$

またここでは 2 温度モデルを用いているため振動・電子励起エネルギー  $e_V$  が

$$e_V = \sum_{s \neq e} \rho \gamma_s (\varepsilon_{v,s} + \varepsilon_{e,s}) + \rho \gamma_e \varepsilon_{t,e} \quad (7)$$

の様に定義され、これを用いると混合気体の内部エネルギー  $e$  は

$$e = \sum_s \rho \gamma_s (\varepsilon_{t,s} + \varepsilon_{r,s}) + e_V \quad (8)$$

と記述できる。

#### 各化学種のモル量保存の式

様々な文献を参照すると通常は各化学種の質量保存の式を用いているが、ここでは両辺を各化学種の分子量で割りモル量保存の式として扱う。

#### 振動・電子励起エネルギー保存の式

Park の 2 温度モデル<sup>5)</sup>を使用している。このモデルは重粒子の並進・回転エネルギーを一つの温度  $T$  で表し、振動・電子励起・自由電子の並進エネルギーを別の振動・電子励起温度  $T_V$  で表すモデルである。以下並進・回転温度を並進温度、振動・電子励起・自由電子の並進エネルギーを振動温度と表記する。ここで添字の  $V$  はこの振動・電子励起・自由電子の並進モードを表し、 $v$  は振動モードだけを表す。また今回の 7 種反応モデルにおいては自由電子によるイオン化反応は考慮していない。以上述べた基礎方程式を行列式 (保存型ベクトル表示) で表すと以下の様になる。

$$\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}_j}{\partial x_j} + \frac{\partial \mathbf{F}_{Vj}}{\partial x_j} = \mathbf{S} \quad (9)$$

$$\mathbf{q} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u_i \\ E \\ \rho \gamma_s \\ e_V \end{pmatrix}, \mathbf{F}_j = \begin{pmatrix} \rho u_j \\ \rho u_i u_j + p \delta_{ij} \\ (E + p) u_j \\ \rho \gamma_s u_j \\ e_V u_j \end{pmatrix}, \mathbf{F}_{Vj} = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{ij} \\ \tau_{ij} u_i - \rho \sum_s h_s D_s \frac{\partial y_s}{\partial x_j} - \eta \frac{\partial T}{\partial x_j} - (\eta_v + \eta_e) \frac{\partial T_V}{\partial x_j} \\ -\rho D_s \frac{\partial y_s}{\partial x_j} \\ -\rho \sum_s h_{v,s} D_s \frac{\partial y_s}{\partial x_j} - (\eta_v + \eta_e) \frac{\partial T_V}{\partial x_j} \end{pmatrix},$$

$$S = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \dot{w}_s \\ -p_e \frac{\partial u_j}{\partial x_j} + \sum_{s=mol} \rho_s \frac{(\varepsilon_{v,s}^* - \varepsilon_{v,s})}{\langle \tau_s \rangle} + 2\rho_e \frac{3}{2} \bar{R}(T - T_V) \sum_s \frac{\nu_{e,s}}{M_s} + \sum_{s=mol} \dot{w}_s \hat{D}_s \end{pmatrix}$$

実際の問題に適用するためには直交座標系で記述された上記の式を一般曲線座標系  $(t, \xi_j)$  に変換する必要がある。と同時に離散化を行なう際に有限体積法を用いた離散化を行なうため積分系表示に書き換えると支配方程式は以下の形となる。

$$V \frac{\partial \hat{q}}{\partial t} + \int_{\partial V} (\hat{F}_j + \hat{F}_{Vj}) \cdot dS_j = V \hat{S} \quad (10)$$

$$\hat{q} = \frac{1}{V} \int_V q dV, \quad \hat{S} = \frac{1}{V} \int_V S dV \quad (11)$$

ここで  $V$  はセルの体積、 $dS_j$  は  $\xi_j$  方向の面ベクトルである。

### 3. 熱力学的モデル

内部エネルギー  $\epsilon_s$  は並進エネルギー  $\varepsilon_{t,s}$ 、回転エネルギー  $\varepsilon_{r,s}$ 、振動エネルギー  $\varepsilon_{v,s}$ 、電子励起エネルギー  $\varepsilon_{e,s}$  の和として表される。熱的内部エネルギーは通常温度 ( $T$  or  $T_V$ ) の関数として曲線近似で与えられるが、ここではそれぞれ以下の様なモデルを用いて与える。並進エネルギー、回転エネルギーに関しては通常励起されているとみなせるので以下の式で与えられる<sup>6)</sup>。

$$\varepsilon_{tr,s} = \varepsilon_{t,s} + \varepsilon_{r,s} = C_{p,s}^{tr}(T - T_{ref}) + h_{s,0} - \bar{R}T \quad (12)$$

振動エネルギーについては分子振動として調和振動子を仮定することで以下の様に与えられる<sup>7)</sup>。

$$\varepsilon_{v,s} = \frac{\Theta_{v,s} \bar{R}}{\exp\left(\frac{\Theta_{v,s}}{T_V}\right) - 1} \quad (13)$$

また電子励起エネルギーについては第1電子励起準位までを考慮すれば以下の様に与えられる<sup>7)</sup>。

$$\varepsilon_{e,s} = \frac{\Theta_{e,s} \bar{R} \frac{g_{1,s}}{g_{0,s}} \exp\left(-\frac{\Theta_{e,s}}{T_V}\right)}{1 + \frac{g_{1,s}}{g_{0,s}} \exp\left(-\frac{\Theta_{e,s}}{T_V}\right)} \quad (14)$$

またエンタルピー  $h_s$  については以下の関係式が成り立つ。

$$h_s = C_{p,s}^{tr}(T - T_{ref}) + h_{s,0} + h_{v,s} \quad (15)$$

$$h_{v,s} = \varepsilon_{v,s} = \varepsilon_{v,s} + \varepsilon_{e,s} \quad (16)$$

### 4. 化学反応モデル

化学反応として7化学種による反応モデルを用いた。化学反応速度に及ぼす振動温度の影響を考慮するためParkの反応特性温度モデル<sup>8)</sup>を使用した。このモデルは反応を制御する温度として並進温度と振動温度を適当に平均した特性温度を用いるモデルである。特に解離反応においては特性温度として

$$T_q = \sqrt{TT_V} \quad (17)$$

を用いる事を推奨している。式(17)は経験的なものであるが比較的良好な結果が報告されている。解離反応には式(17)の特性温度を用い、自由電子の衝突反応に対しては自由電子の並進温度及び分子の電子励起エネルギーレベルが反応を特徴付けるので特性温度として振動温度を用い、その他の反応に関しては粒子の並進温度を特性温度とする。

通常反応速度係数に関するデータは熱的平衡を仮定しており、その結果平衡状態を表す一つの温度の関数として表現される。しかしながら熱的非平衡な状態、つまり解離等の化学反応の特性時間と振動緩和の特性時間が同じオーダーである場合は化学反応に対する振動緩和の影響を考慮する必要がある。

こういった化学反応と振動緩和のカップリングに対して次の様なモデルが提唱されている。つまり選択的解離モデルと呼ばれるもので振動レベルが高いもの程解離し易いとするモデルである。つまり選択的に高い振動準位にある分子が解離し、低い準位にある分子は解離する前に高い準位へと段階的に上がって行く必要があるとするものである。本計算ではこの選択的解離モデルを使用している。

### 5. 振動緩和過程

振動緩和は調和振動子を仮定したLandau-Teller緩和方程式が多く用いられている。Millikan Whiteは300Kから8000Kの範囲で振動緩和時間に対する半経験式を与えている。

$$\tau_{sr}^{MW} = \frac{1}{p} \left[ 1.16 \times 10^{-3} \sqrt{\mu_{sr}} \Theta_{v,s}^{\frac{1}{2}} (T^{-\frac{1}{2}} - 0.015 \mu_{sr}^{\frac{1}{2}}) - 18.42 \right] \quad (18)$$

ここで  $p$  の単位は  $atm$  である。 $\mu_{sr}$  は衝突する粒子  $s$  と  $r$  の換算分子量で次式で与えられる。

$$\mu_{sr} = \frac{M_s M_r}{M_s + M_r} \quad (19)$$

モル平均されたLandau-Teller緩和時間はLee<sup>8)</sup>によって次の式で与えられる。

$$\langle \tau_s^{MW} \rangle = \frac{\sum_r y_r}{\sum_r \frac{y_r}{\tau_{sr}}} = \frac{\sum_r \rho \gamma_r}{\sum_r \frac{\rho \gamma_r}{\tau_{sr}^{MW}}} \quad (20)$$

8000K以上の高温領域においてはLandau-Teller型振動緩和時間を修正するモデルがParkによって2つ提唱されている。その一つは高温領域で振動緩和時間を制限するモデル<sup>9)</sup>である。これは振動緩和時間が平均衝突時間より短くなることはないという考察に基づくものである。Parkの提唱する平均衝突時間  $\tau_s^P$  は

$$\tau_s^P = (\sigma_s \bar{c}_s n_s)^{-1} \quad (21)$$

と表せる。ここで  $\bar{c}_s$  は化学種  $s$  の平均粒子速度で

$$\bar{c}_s = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_s}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M_s}} \quad (22)$$

と表せる。 $\sigma_s$  は振動緩和の有効衝突断面積であり、弾性衝突断面積よりも小さいと仮定され、一般に  $10^{-20} \text{m}^2$  に固定される。以上より振動緩和時間は

$$\langle \tau_s \rangle = \langle \tau_s^{MW} \rangle + \tau_s^P \quad (23)$$

となる。Park は  $500 \text{K}$  から  $8000 \text{K}$  の温度範囲における  $\text{O}_2$  の振動緩和時間の実験データと比較しこのモデルの有効性を報告している。しかしながら  $T > 8000 \text{K}$  の領域におけるより良い緩和モデルを構築するためには更なる実験データが必要である。

もう一つは拡散的振動緩和モデル<sup>10)</sup>で、高温では非調和振動子の効果が大きくなって Landau-Teller 型よりも緩和が遅くなる効果を考慮したものである。拡散的振動緩和モデルでの振動緩和時間  $\tau_s^D$  は

$$\frac{1}{\langle \tau_s^D \rangle} = \frac{1}{\langle \tau_s \rangle} \left| \frac{T - T_{Vsh}}{T_{sh} - T_{Vsh}} \right|^{3.5 \exp(-\frac{5000}{T_{sh}}) - 1} \quad (24)$$

と表せる。ここで  $T_{sh}$ ,  $T_{Vsh}$  はそれぞれ振動緩和過程が始まる衝撃波直後の並進温度、振動温度である。このモデルの使用は多次元流れでは非常に困難であり、本解析では用いていない。

## 6. 電子の並進エネルギー緩和

電子の並進エネルギー緩和として自由電子と重粒子の弾性衝突によるエネルギー交換を考慮する必要がある、このモデルとして Appleton と Bray のモデル<sup>11)</sup>を用いている。このモデルは本来プラズマ用のモデルであり、分子の内部自由度は考慮していない。自由電子の有効衝突頻度  $\nu_{es}$  はイオンとのクーロン衝突の場合

$$\nu_{es} = \frac{8}{3} \sqrt{\frac{\pi}{m_e}} n_s e^4 \frac{1}{(2kT_V)^{\frac{3}{2}}} \ln \left( \frac{k^3 T_V^3}{\pi n_e e^6} \right) \quad (25)$$

また中性粒子との場合

$$\nu_{es} = n_s \sigma_{es} \sqrt{\frac{8kT_e}{\pi m_e}} \quad (26)$$

と表せる。

## 7. 輸送特性

輸送係数は Yos のモデルを多温度に拡張したもので与えている。その際、重粒子の衝突積分は並進温度  $T$  に基づき、自由電子の衝突積分は振動温度  $T_V$  に基づいて算出している。

これらの衝突積分を用いて混合気体の粘性係数は

$$\mu = \sum_{s \neq e} \frac{m_s \gamma_s}{\sum_{r \neq e} \gamma_r \Delta_{sr}^2(T) + \gamma_e \Delta_{se}^2(T_V)} + \frac{m_e \gamma_e}{\sum_r \gamma_r \Delta_{er}^2(T_V)} \quad (27)$$

と与えられる。また重粒子の並進エネルギーによる熱伝導係数  $\eta_i$ 、分子の回転エネルギーによる熱伝導係数  $\eta_r$  は次の様に表される。

$$\eta_i = \frac{15}{4} k \sum_{s \neq e} \frac{\gamma_s}{\sum_{r \neq e} \gamma_r \Delta_{sr}^2(T) + 3.54 \gamma_e \Delta_{se}^2(T_e)} \quad (28)$$

$$\eta_r = k \sum_{s=mol} \frac{\gamma_s}{\sum_{r \neq e} \gamma_r \Delta_{sr}^2(T) + \gamma_e \Delta_{se}^2(T_V)} \quad (29)$$

以上より混合気体における重粒子の並進・回転エネルギーによる熱伝導係数  $\eta$  は

$$\eta = \eta_i + \eta_r \quad (30)$$

となる。更に振動エネルギーによる熱伝導係数  $\eta_v$ 、電子エネルギーによる熱伝導係数  $\eta_e$  は次の様に表される。

$$\eta_v = k \sum_{s=mol} \frac{\gamma_s \exp\left(-\frac{\Theta_{v,s}}{T_V}\right) \left[ \frac{\frac{\Theta_{v,s}}{T_V}}{1 - \exp\left(-\frac{\Theta_{v,s}}{T_V}\right)} \right]^2}{\sum_{r \neq e} \gamma_r \Delta_{sr}^2(T) + \gamma_e \Delta_{se}^2(T_V)} \quad (31)$$

$$\eta_e = \frac{15}{4} k \frac{\gamma_e}{\sum_r 1.45 \gamma_r \Delta_{er}^2(T_V)} \quad (32)$$

混合気体中の化学種  $s$  の有効拡散係数  $D_s$  以下の式で表せる。

$$D_s = \frac{\gamma_i^2 (1 - M_s \gamma_s)}{\sum_{r \neq s} \frac{\gamma_r}{D_{sr}}}, \quad \gamma_i = \sum_s \gamma_s \quad (33)$$

イオンと自由電子の拡散は自由電子の圧力勾配によって発生する電場によって結びつけられる。電流のない部分的にイオン化した気体ではこの効果は両極性拡散係数  $D_{ion}^a$  として以下の様にモデル化される。

$$D_{ion}^a = 2D_{ion} \quad (34)$$

このモデルでは、混合気体中のそれぞれのイオンはあたかもイオン化した化学種がそのものしかないかの様に拡散する、という仮定を用いている。そのためイオンの有効拡散係数は両極性拡散係数に等しいとしている。また自由電子の有効拡散係数はイオンの拡散速度と自由電子の拡散速度が等しいとして求めている。そのため

$$D_e = D_{NO+}^a \quad (35)$$

となる。

## 8. 計算アルゴリズム

慣性項の離散化には AUSMDV スキーム<sup>12)</sup>を使用した。この AUSMDV スキームは FVS 系のスキームの特徴である頑丈さを持っているのでこういった非平衡流の解析には適したスキームである。セル境界での数値流束の評価において MUSCL 法を用いて高精度化を図った。その際、制限関数を用いる事で TVD 条件を満足するようにした。また鈍頭物体周りの極超音速流れの計算においてはカーバンクル現象と呼ばれる強い衝撃波で数値的な不安定現象が発生することが知られている。このカーバンクル現象を抑制するため和田による Shock-Fix 法<sup>12)</sup>を適用した。この手法は必要なところ以外には余計な数値粘性が入らないので粘性流れの計算に適している。

化学反応の生成項は point implicit 法で常に陰的に扱った。また流体部の時間積分については LU-SGS 法<sup>13)</sup>を適用し、局所時間刻法を併用することで効率良く定常状態まで時間積分を行なった。

並列化は領域分割による並列化を行なった。各領域間でのデータ転送は PVM を用いた。

壁面条件は仮想点を用いて反射条件を課すことで非粘性項の数値流速を求めた。また粘性項の数値流速に関

しては滑り無し、等温壁条件を用いて与えた。その際 HYFLEX 前胴部の解析においてはフライトデータを用いた壁温の推定値を分布として与えた。壁面における振動・電子励起温度  $T_v$  は壁面における並進温度と等しいとした。また壁の触媒性に関しては完全非触媒を仮定した。

## 9. 計算結果

解析ケースとして HYFLEX 前胴部を選択した。格子点数は  $56 \times 89 \times 60$  の約 30 万点である。また計算は航技研の NWT 上で 18 台の PE を用いて行った。

図 1、2 に HYFLEX 前胴部周りの圧力分布 ( $\log_{10} P$ ) を示す。また図 3 に機体対称線上の圧力分布を示す。

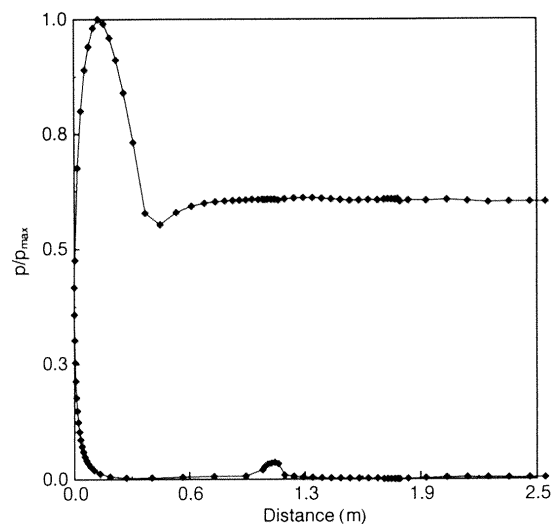


図 3：表面圧力分布 (機体対称面上)

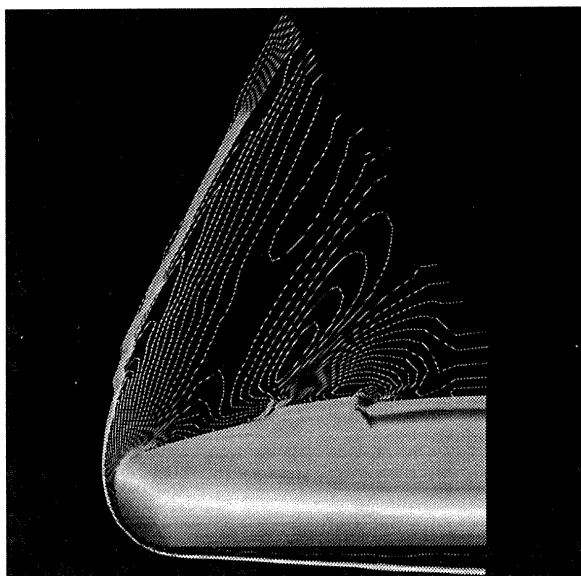


図 1：圧力分布 (機体対称面)

圧力分布に関しては機体前方の離脱衝撃波が綺麗に捕らえられている。また機体背面にある衝撃波構造も綺麗に捕らえられている。アンテナカバーによる斜め衝撃波に関しては格子の粗さのため十分な解像度では捕獲できていない。

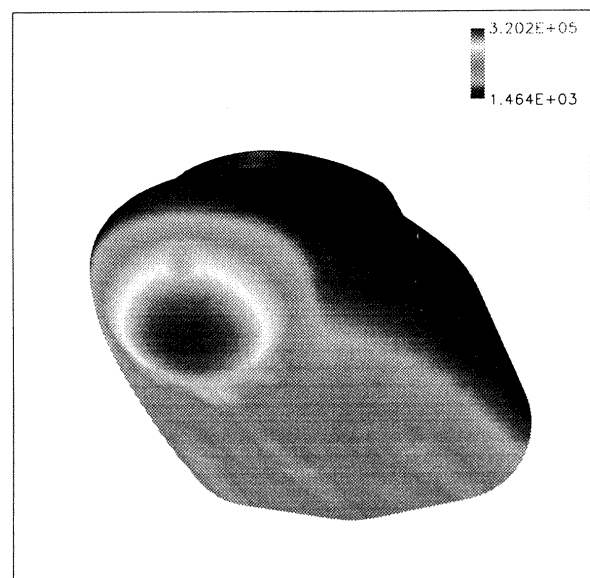


図 4：空力加熱率分布



図 2：圧力分布 (流出境界面)

図 4 に機体表面での空力加熱率分布を示す。この図では格子の特異点付近で若干不自然な分布を示しているが、これはこの付近の格子の不均一さと不適切な平均化が原因と思われる。セルセンター型の有限体積法を用いたため特異点が面積 0 の面となり適切な境界条件が与えられていないためである。またそのため簡単な平均化を行っているがその平均化がまだ十分ではないと考えられる。図 2 の表面圧力分布では見られないため、特に圧力以外の物理量に関して注意して境界条件を設定する必要があると考えられる。

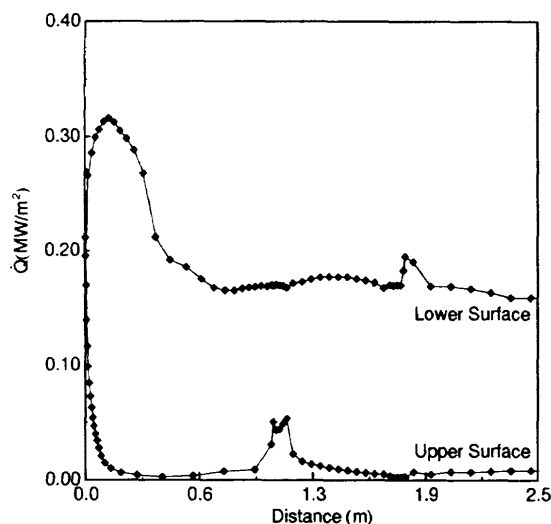


図 5：空力加熱率分布 (機体対称面上)

図 5 に機体対称面上の空力加熱率分布を示す。淀み点での空力加熱率の最大値に関しては他の計算結果と比較すると若干大きい様である。また胴体下面の空力加熱率分布に振動が見られるが、これは格子の不連続性の影響を受けていると考えられる。また上面ではアンテナカバー前方エッジ部から発生した衝撃波のため空力加熱率が上昇しているのがわかる。

HYFLEX においてはブラックアウト現象を解明するためにリフレクトメータを用いて電波反射強度計測が行なわれた。図 6 にリフレクトメータのアンテナ搭載位置前方空間における電子数密度分布を示す。反射率に換算した場合の実験値との比較は以前報告<sup>14)</sup>したが、今回の結果もその時と同じ程度の値となっている。電子数密度分布に関しては今回他コードによる結果も報告されており分布を含めた比較を行なうことで計算手法、物理モデルの検証ができると考えられる。

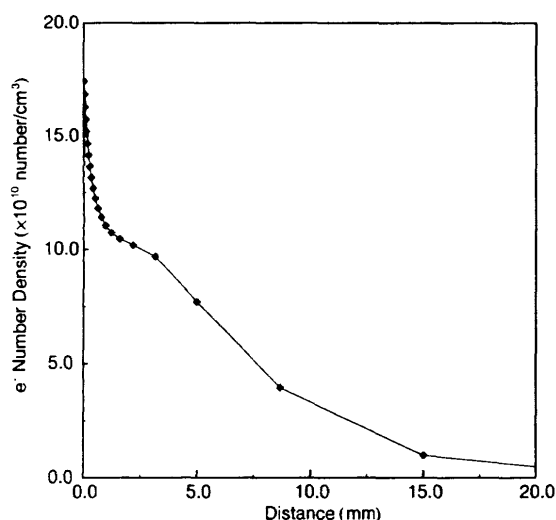


図 6：電子数密度分布

## 10. おわりに

より実機に近い 3 次元形状に対する実在気体効果を含む解析を行なった。本報告では HYFLEX 前胴体まわりの流れの解析を行ない、圧力分布、空力加熱率等妥当な結果を得た。またリフレクトメータのアンテナ前方空間

での電子数密度分布を求め、従来の計算と比較した。電子数密度分布に関しては今後他コードの計算結果との比較が行えると期待している。3 次元極超音速流れの計算結果、及び実験データを蓄積していくことで実在気体効果を伴う CFD の検証をはじめとして実機開発においても重要であると考ええる。

## 参考文献

- 1) HOPE/OREX ワークショップ講演論文集, 航空宇宙技術研究所特別資料 SP-24, 1994.
- 2) HYFLEX/HOPE シンポジウム講演論文集, 航空宇宙技術研究所特別資料 SP-32, 1996.
- 3) 第 12 回航空機計算空気力学シンポジウム論文集特別企画「極超音速流れの CFD ワークショップ」航空宇宙技術研究所特別資料 SP-26, 1994.
- 4) 第 13 回航空機計算空気力学シンポジウム論文集特別企画「高エンタルピー流れ企画セッション及びワークショップ」航空宇宙技術研究所特別資料 SP-29, 1996.
- 5) C. Park. : Assessment of Two-temperature Kinetic Model for Dissociating and Weakly-Ionizing Nitrogen. *AIAA Paper 86-1247*, 1986.
- 6) P.A. Gnoffo, R.N. Gupta and J.L. Shinn. : Conservation Equations and Physical Models for Hypersonic Air Flows in Thermal and Chemical Nonequilibrium. *NASA TP-2867*, 1989.
- 7) G.V. Candler, C. Park and G.S. Deiwert. : Numerical Techniques and Application. *AIAA Professional Study Series, Nonequilibrium Gasdynamics*, 1989.
- 8) J.H. Lee. : Basic Governing Equations for the Flight Regimes of Aeroassisted Orbital Transfer Vehicles. *AIAA Paper 84-1729*, 1985.
- 9) C. Park. : Problems of Rate Chemistry in the Flight Regimes of Aeroassisted Orbital Transfer Vehicles. *AIAA Paper 84-1730*, 1984.
- 10) C. Park. : Assessment of Two-temperature Kinetic Model for Ionizing Air. *AIAA Paper 87-1574*, 1987.
- 11) J.P. Appleton and K.N.C. Bray. : The Conservation Equations for a Nonequilibrium Plasma. *J. Fluid Mech.*, Vol. 20, pt. 4, pp. 659-672, 1964.
- 12) Y. Wada and M.S. Liou. : A Flux Splitting Scheme with High-Resolution and Robustness for Discontinuities. *AIAA Paper 94-0083*, 1994.
- 13) S. Yoon and A. Jameson. : An LU-SSOR Scheme for the Euler and Navier-Stokes Equations. *AIAA Paper 87-0600*, 1987.
- 14) 高木亮治、伊藤健. : 極超音速飛行実験 (HYFLEX) における CFD 解析. 第 14 回航空機計算空気力学シンポジウム論文集 NAL SP-34, pp. 49-54, 1997.

## 宇宙機まわりの三次元実在機体解析

黒滝卓司\*<sup>1</sup> 山本行光\*<sup>2</sup>

## 3-D Real Gas Flow Analysis around Space Vehicles

by

Takuji Kurotaki\*<sup>1</sup>, Yukimitsu Yamamoto\*<sup>2</sup>

## ABSTRACT

In the present study, three dimensional analyses around reentry vehicles having complex shapes are performed by solving Navier-Stokes equations considering real gas effects.

Three dimensional full Navier-Stokes equations which have chemically and thermally non-equilibrium effects are considered by using Park's two-temperature model and the vibrational relaxation model from the SSH theory. For the time integration, an efficient numerical algorithm of an implicit finite difference method applicable to the parallel computer is developed, which is modified from LU-SGS scheme. For convective terms, AUSMDV scheme generalized into the non-equilibrium flow case is applied.

Numerical analyses around the fore body of HYFLEX and the complete shape of HOPE are performed and pressure and wall heat flux distributions are shown and discussed. Distribution of free electron density around the reflectmeter on the body of HYFLEX to research the blackout phenomena is also obtained.

## 1. はじめに

大気圏再突入宇宙機の設計データを風洞試験からのみ得ることは、技術的にもコスト的に不可能であり、従って数値解析によるアプローチが有望な手段となる。さらに最近、揚力係数、ピッチングモーメント係数等の機体の基本的な空力特性を推定する場合にも、実在気体効果の及ぼす影響が無視できないことが明らかになってきており、風洞試験を補う意味でも、数値解析に期待される役割はますます大きくなっている。

一方、カプセル型再突入物体を除き、一般に大気圏再突入宇宙機の形状は航空機と同等の複雑な3次元形状をしており、これらの物体周りの数値解析を行う場合には、3次元解析が必須となる。しかし、実在気体効果を含む解析の場合には、通常の完全気体の場合に比べ、必要とする計算機のメモリーが大きく、かつそれに伴い計算に要する時間も増加するため、実在気体効果を含む3次元解析は、未だ一部で行われているに過ぎず、十分な解析例が蓄積されているとは言い難い。従って、これらの解析データの蓄積及び、風洞試験データや実フライトデータとの比較検証をワークショップ等で体系的に行っていくことは、大きな意義を有することと思われる。

本報告では、以上の研究課題を推進するために、複雑な3次元形状を有する大気圏再突入宇宙機周りの実在気体効果を含む解析を目的として開発した3次元極超音速解析コードの概要及び、解析結果について述べる。

## 2. 基礎方程式

基礎方程式系として、化学的及び熱的非平衡を考慮した3次元 Full ナビエ - ストークス方程式を考える。気体モデルとして7成分24反応空気モデル (O<sub>2</sub>, N<sub>2</sub>, O, N, NO, NO<sup>+</sup>, e<sup>-</sup>)

を用い、e<sup>-</sup>を除く各化学種に連続の方程式を適用する。また、解離反応速度に及ぼす分子振動緩和の影響を入れるため Park の2温度モデル<sup>[1], [2]</sup>を用い、並進・回転及び振動・電子励起エネルギーモードはそれぞれ平衡状態にあるとする(代表温度をそれぞれ T, T<sub>v</sub> で表わす)。これらの仮定のもとに、基礎方程式はデカルト座標系で以下のように表される。

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(E - E_v) + \frac{\partial}{\partial y}(F - F_v) + \frac{\partial}{\partial z}(G - G_v) = S \quad (1)$$

ここに、

$$Q = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ E_t \\ E_{vib} + E_e \\ \rho_s \end{bmatrix}, E = \begin{bmatrix} \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ \rho uw \\ u(E_t + p) \\ u(E_{vib} + E_e) \\ \rho_s u \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ \rho vw \\ v(E_t + p) \\ v(E_{vib} + E_e) \\ \rho_s v \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} \rho uw \\ \rho vw \\ \rho w^2 + p \\ w(E_t + p) \\ w(E_{vib} + E_e) \\ \rho_s w \end{bmatrix}, E_v = \begin{bmatrix} \tau_{xx} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ u\tau_{xx} + v\tau_{xy} + w\tau_{xz} - q_x \\ -q_{vex} \\ -\rho_s u_s^d \end{bmatrix}$$

$$F_v = \begin{bmatrix} \tau_{yx} \\ \tau_{yy} \\ \tau_{yz} \\ u\tau_{yx} + v\tau_{yy} + w\tau_{yz} - q_y \\ -q_{vey} \\ -\rho_s v_s^d \end{bmatrix}, G_v = \begin{bmatrix} \tau_{zx} \\ \tau_{zy} \\ \tau_{zz} \\ u\tau_{zx} + v\tau_{zy} + w\tau_{zz} - q_z \\ -q_{vez} \\ -\rho_s w_s^d \end{bmatrix}$$

$$S = \left[ 0, 0, 0, 0, W_v + W_e - p_e \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right), W_s \right]^T$$

$\rho$ : 密度、 $u, v, w$ : 速度、 $p$ : 圧力

$E_t$ : 単位体積当たり全エネルギー

$E_{vib}, E_e$ : 単位体積当たり振動、電子励起エネルギー

$\tau_{xx}, \tau_{yy}, \tau_{zz}, \tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yx}, \tau_{xz}, \tau_{zy}$ : viscous stress

\*1 三菱電機(株)鎌倉製作所, Kamakura Works, Mitsubishi Electric Corporation  
\*2 航空宇宙技術研究所, National Aerospace Laboratory

$q_x, q_y, q_z$  : total heat transfer rate

$q_{vex}, q_{vey}, q_{vez}$  : 振動、電子励起モードにおけるheat transfer rate

$u_s^d, v_s^d, w_s^d$  : diffusion velocity

$W_v, W_e, W_s$  : それぞれ振動エネルギー、電子励起エネルギー、気体種密度のソース項

添字  $s$  : 気体種 ( $O_2, N_2, O, N, NO, NO^+$ ) ;  $1 \sim 6$

である。化学反応速度定数は Park によって提唱されたモデル、輸送係数は kinetic theory を基礎にして構築したものを用いた [1], [2]。なお、流れは定常とし、層流境界層のみを考慮した。また、振動・電子エネルギー方程式のソース項に現れる分子振動緩和時間のモデル化には、SSH理論[3], [4]を使用した。通常用いられている Landau-Teller 型のモデルでは、並進温度が約 8,000K 以上において分子振動緩和時間を過小評価してしまうことが知られているが、SSH理論ではこれを避けることができる。

### 3. スキーム

基礎方程式 (1) は無次元化された後、一般座標系に変換された後解かれる。一般座標系における基礎方程式系は、以下のように表わされる。

$$\frac{\partial \bar{Q}}{\partial \xi} + \frac{\partial}{\partial \xi} (\bar{E} - \bar{E}_v) + \frac{\partial}{\partial \eta} (\bar{F} - \bar{F}_v) + \frac{\partial}{\partial \zeta} (\bar{G} - \bar{G}_v) = \bar{S} \quad (2)$$

ここに、 $J$  : ヤコビアン、

$$\bar{Q} = \frac{Q}{J}, \bar{S} = \frac{S}{J}, \bar{E} = \frac{1}{J} [\xi_x E + \xi_y F + \xi_z G] \text{ e. t. c.}$$

である。

(2) 式の解法には陰解法を基本的に用いる。その際、NWT 等の並列計算機の使用を前提とし、かつベクトル化による高速化も考慮して、時間積分には、Lower-upper symmetric Gauss-Seidel (LU-SGS) scheme[5]をベースにして新たに導出した、3次元並列計算に適するスキームを使用した。ただし、格子点が多いためメモリの制約から陰解法を用いることが困難な場合には、陽解法 (オイラー法) も併用した。

ここでは、陰解法の時間積分に使用するスキームについて概要を述べる。まず (2) 式を線形化し、 $\Delta$  形式で記述する。

$$\left[ I + \Delta \tau (D_\xi A + D_\eta B + D_\zeta C - Z) \right] \Delta \bar{Q} = \Delta \tau \text{ RHS} \quad (3)$$

ただし、

$$A = \frac{\partial \bar{E}}{\partial \bar{Q}}, B = \frac{\partial \bar{F}}{\partial \bar{Q}}, C = \frac{\partial \bar{G}}{\partial \bar{Q}}, Z = \frac{\partial \bar{S}}{\partial \bar{Q}}$$

$$\text{RHS} = - \left[ D_\xi (\bar{E} - \bar{E}_v) + D_\eta (\bar{F} - \bar{F}_v) + D_\zeta (\bar{G} - \bar{G}_v) - \bar{S} \right]$$

$I$  : 単位行列、 $D_\xi, D_\eta, D_\zeta$  : 差分オペレーター、 $\Delta \tau$  : 無次元時間間隔みである。

LU-SGSスキームでは、それぞれ非負及び非正の固有値を持つヤコビアンマトリクス (もとのヤコビアンマトリクスに添え字 +, - を付けて表わす) を以下のように近似する。

$$A^\pm = \frac{1}{2} [A \pm \kappa \sigma(A) I], B^\pm = \frac{1}{2} [B \pm \kappa \sigma(B) I], C^\pm = \frac{1}{2} [C \pm \kappa \sigma(C) I]$$

ただし、

$$\sigma(A) = \max \left[ \lambda_i(A) \right]_{\text{e. t. c.}}$$

$\kappa$  : 定数、 $\lambda$  : 固有値である。

これらの近似を用いると、(3) 式は最終的に次の形に因数分解される。

$$L D^{-1} U \Delta \bar{Q} = \Delta \tau \text{ RHS} \quad (4)$$

ただし、

$$L = D - \Delta \tau \left[ \frac{A_{i-1,j,k}^+}{\Delta \xi} + \frac{B_{i,j-1,k}^+}{\Delta \eta} + \frac{C_{i,j,k-1}^+}{\Delta \zeta} \right]$$

$$U = D + \Delta \tau \left[ \frac{A_{i+1,j,k}^-}{\Delta \xi} + \frac{B_{i,j+1,k}^-}{\Delta \eta} + \frac{C_{i,j,k+1}^-}{\Delta \zeta} - Z \right]$$

$$D = [I + \Delta \tau \bar{\chi}] I$$

$$\bar{\chi} = \frac{\kappa \sigma(A)}{\Delta \xi} + \frac{\kappa \sigma(B)}{\Delta \eta} + \frac{\kappa \sigma(C)}{\Delta \zeta}$$

である。

(4) 式の形からわかるように、マトリクス  $D$  が単位行列の定数倍になっているため、結局最終的に係数マトリクスは 2 つの係数マトリクスに因数分解されたことになる。さらに、スイープ方向を  $i+j+k=\text{const.}$  の対角面上にとると、完全にベクトル化可能であることが知られている。従って、単一のプロセッサを持つベクトル計算を行う場合には、最速のスキームの一つであり、現在広く用いられている。しかし、このスキームを NWT のような並列計算機にそのまま用いようとした場合、各ローカルプロセッサ内での添え字の付け替え ( $i, j, k$  の 3次元空間から  $s$  番目の対角面上の  $l$  番目のポイントという 2次元空間への写像) を行うアルゴリズムの構築に困難が生じ、事実上、上記のメリットを最大限に生かすことは困難となる。

そのため、本解析では、LU-SGSスキームをベースとして、新たに並列計算に適する時間積分スキームの構築を行った。まず、(4) 式中の係数マトリクス  $L$  及び  $U$  を以下の形にさらに因数分解を行う。

$$L \approx \left( D - \Delta \tau \frac{A_{i-1,j,k}^+}{\Delta \xi} \right) D^{-1} \left( D - \Delta \tau \frac{B_{i,j-1,k}^+}{\Delta \eta} \right) D^{-1} \left( D - \Delta \tau \frac{C_{i,j,k-1}^+}{\Delta \zeta} \right)$$

$$U \approx \left( D + \Delta \tau \frac{A_{i+1,j,k}^-}{\Delta \xi} \right) D^{-1} \left( D + \Delta \tau \frac{B_{i,j+1,k}^-}{\Delta \eta} \right) D^{-1} \left( D + \Delta \tau \left( \frac{C_{i,j,k+1}^-}{\Delta \zeta} - Z \right) \right)$$

上式をもとの (4) 式に代入して、若干の近似を施すと、以下の式を得る。

$$L^\xi \cdot L^\eta \cdot L^\zeta \cdot U^\xi \cdot U^\eta \cdot U^\zeta \Delta \bar{Q} = \Delta \tau (I + 5 \Delta \tau \bar{\chi}) \text{ RHS} \quad (5)$$

ただし、

$$L^\xi = \left( D - \Delta \tau \frac{A_{i-1,j,k}^+}{\Delta \xi} \right), L^\eta = \left( D - \Delta \tau \frac{B_{i,j-1,k}^+}{\Delta \eta} \right)$$

$$L\zeta = \left( D - \Delta\tau \frac{C_{i,j,k+1}^+}{\Delta\zeta} \right), U\zeta = \left( D + \Delta\tau \frac{A_{i+1,j,k}}{\Delta\zeta} \right)$$

$$U\eta = \left( D + \Delta\tau \frac{B_{i,j+1,k}}{\Delta\eta} \right), U\zeta = \left( D + \Delta\tau \left( \frac{C_{i,j,k+1}}{\Delta\zeta} - Z \right) \right)$$

である。

(5) 式を用いると、添え字の変換の手続きが不必要で、スイープ方向も LU-ADI 法などと同様に  $i, j, k$  方向であるため、並列計算に適している。ただし 6 回の係数マトリクスの反転が必要となるが、それぞれの反転マトリクスは、もとの LU-SGS 法と同様、上三角行列あるいは下三角行列であるためスカラー反転であり、さらに、 $A^{+,-}$ 等を計算する際に固有値を用いた近似を使用しているため、計算量はそれほど問題とならない。

また、非平衡流の場合には、一般に左辺の反転すべき係数マトリクスにソース項マトリクス  $S$  のヤコビアン  $Z$  が含まれる（例えば、上式  $U\zeta$  式中の  $Z$ ）が、これは一般に密なマトリクスとなるため、反転には緩和法等の反復法を必要とする。この非効率性を避けるため、ソース項のヤコビアンを対角行列で近似する Diagonal Implicit 法<sup>[6]</sup>を組み合わせ、以上の構成により、並列化及びベクトル化可能な陰解法アルゴリズムが構築される。

対流項の評価に関しては、AUSMDV スキーム<sup>[7]</sup>を非平衡流に拡張したものを用い、空間 2 次精度で定式化を行った。ただし、カーバンクル現象を避けるため、衝撃波付近では、Hanel のFVSスキームに切り替えている<sup>[7]</sup>。

#### 4. 境界条件

本解析では、壁面境界条件として、壁面に直交する方向での圧力勾配を 0、速度及び温度に関してはすべり無しを仮定した。壁面における並進温度  $T_w$  は、一定あるいは、フライトデータから推定した分布を与え、振動・電子励起温度は壁面における並進温度  $T_w$  に等しいとした。壁面における触媒性については、全ケースについて非触媒壁を仮定し、それぞれの気体種の質量分率の壁面に直交する方向における勾配が 0 という条件を課した。

また、流れは機体中心線に関して対称とし、半機形状の格子を用いた。

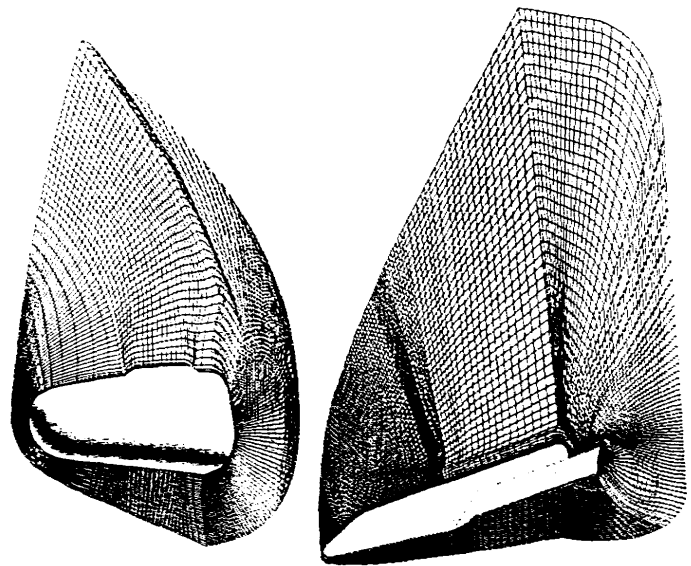
#### 5. 解析ケース及び計算格子

解析条件として、HYFLEX 前胴部形状及び HOPE 形状の 2 ケースを選択した。それぞれの解析条件を表 5.1 に示す。また、各形状に対する計算格子を図 5.1 に示す。

解析には航技研の NWT を用い、HYFLEX 前胴部形状は 8 PE、HOPE 形状は 9 PE を使用した並列計算を行った。ただし、前者の場合は陰解法を用いたが、後者に対しては格子点が多く、メモリーの点を考慮して陽解法を採用した。

表 5.1 解析条件

	HYFLEX 前胴部形状	HOPE 形状
高度 [km]	48.1	90
マッハ数	11.35	25.522
迎角 [deg.]	49	40
一様流速度 [m/s]	3687.2	7244.7
一様流温度 [K]	262.61	199.05
一様流静圧 [Pa]	96.38	1.0903
壁面温度 [K]	フライトデータから推定した分布値を入力	1366
格子点数	機軸方向 50 点 外部空間方向 60 点 周方向 89 点 計 267000 点	機軸方向 130 点 外部空間方向 60 点 周方向 95 点 計 741000 点



(a) HYFLEX 前胴部形状

(b) HOPE 形状

図 5.1 計算格子

#### 6. 解析結果

図 6.1 及び図 6.2 にそれぞれ HYFLEX 前胴部周りの圧力分布、壁面空力加熱率分布を示す。また、図 6.3 及び図 6.4 にそれぞれ対称面における圧力及び壁面空力加熱率分布を示す。圧力分布に関しては、衝撃波及び淀み点周囲の圧力共に良く捕えられている。壁面空力加熱率分布に関しては、図 6.4 から判断する限りでは、比較的良好な分布が得られているように見えるが、図 6.3 からわかるように、淀み点付近において若干の数値振動が現われている。考えられる要因としては、この解析ケースでは、壁面温度が一定ではなく分布で与えていること、壁面上の格子点と空間方向の隣の格子点との距離が一定ではないこと（空力加熱は両点における温度勾配を用いて算出している）等が関連しているものと推定される。

また、実際の HYFLEX のフライトでは、ブラックアウト現象の解明のためにリフレクトメータを搭載し、電波の反射率を測定したが、その位置における電子数密度を図 6.5 に示す。数密度の最大値は  $10^{11}/\text{cm}^3$  程度であり、従来の解析結果<sup>[8]</sup>とはほぼ同等の値が得られているが、壁面から約 5 mm のにピークを持つ若干異なる分布が得られた。



図 6.6 及び図 6.7 にそれぞれHOPE周りの圧力分布、壁面空力加熱率分布を示す。また、図 6.8 及び図 6.9 にそれぞれ対称面における圧力及び壁面空力加熱率分布を示す。HOPE形状の解析ケースの場合には、HYFLEX前胴部のケースで見られた壁面空力加熱率の数値振動は見られず、滑らかな分布が得られている。

実在気体効果の一例として、機体軸に垂直な断面における並進温度分布を図 6.10 に示す。機体上面にリング状に高温部が生じているのが観察される。また、図では見えないが、胴体と垂直翼に挟まれた領域も同様に高温になっている。図 6.11 に示したO原子の質量分率分布の例からわかる様に、淀み点付近及び主翼前縁部で解離したO、N原子及びNO分子の層は、最初は機体表面に付着しているが、このケースの様な高迎角の場合には、急激に途中で機体から剥がれ、リング状の解離気体層を衝撃層内に形成する。この層内では、後流に向かうにつれて解離機体の再結合が起こり、その結果リング状の高温部が発生するものと思われる。さらに、胴体と垂直翼に挟まれた領域では、胴体、主翼及び垂直翼からそれぞれ発生した解離気体層が複雑に干渉していることが予想される。このような実在気体効果が、全機空力特性にどの程度の影響を及ぼしているか等のより詳細な検討は今後の課題である。

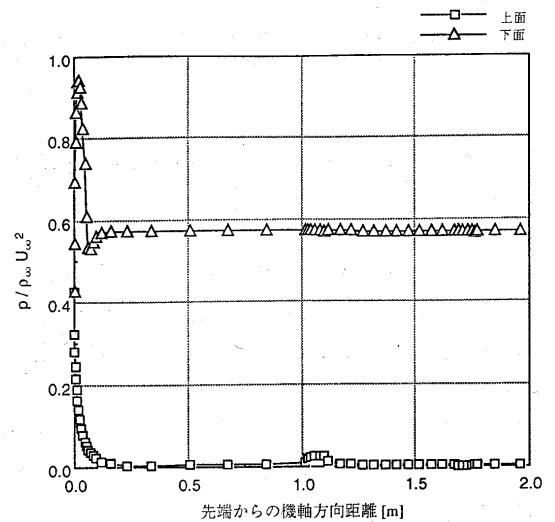


図 6.3 HYFLEX 前胴部対称面壁面圧力分布

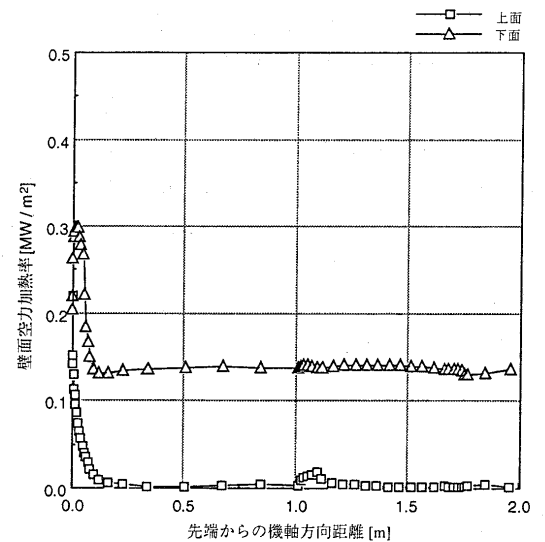


図 6.4 HYFLEX 前胴部対称面空力加熱率分布

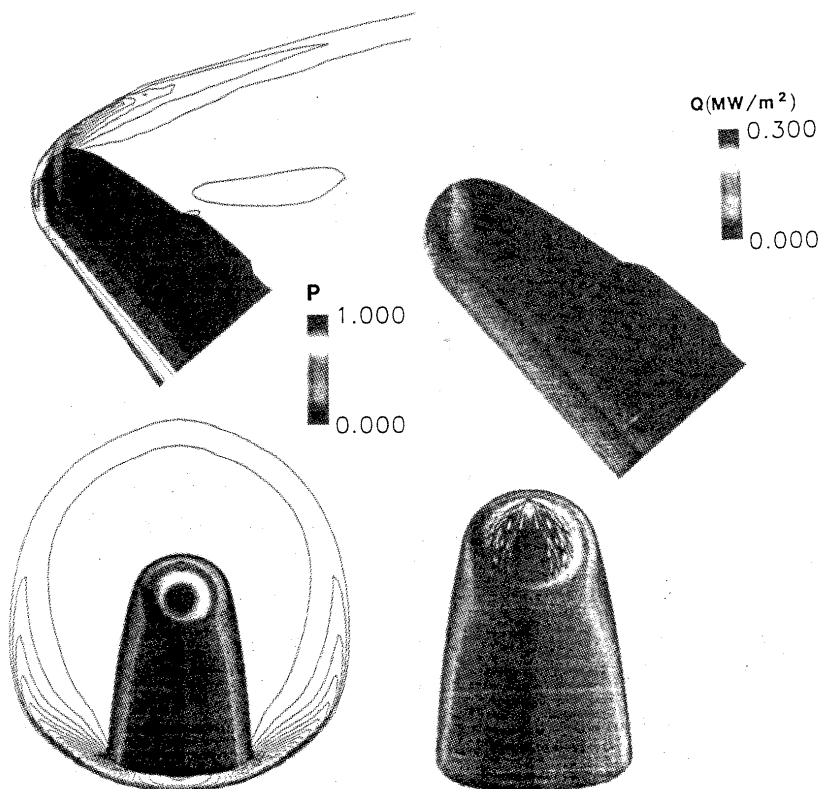


図 6.1 HYFLEX 前胴部圧力分布

図 6.2 HYFLEX 前胴部空力加熱率分布

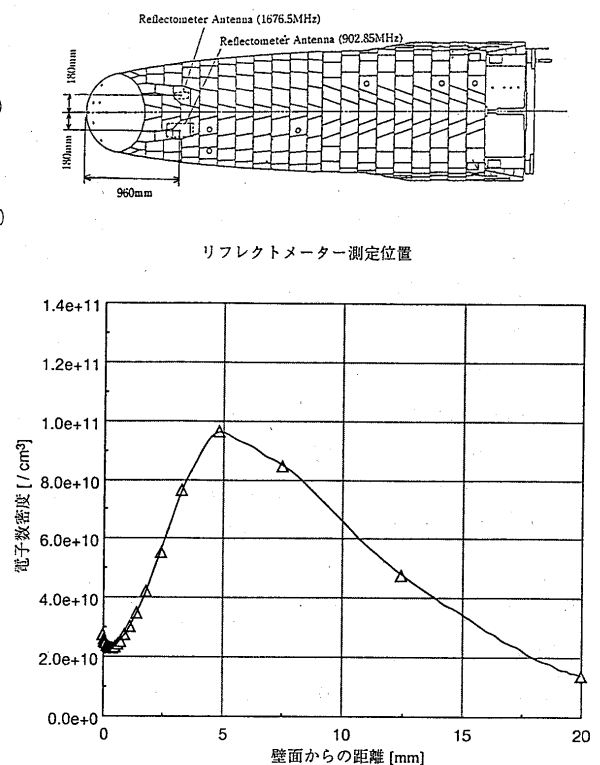


図 6.5 リフレクトメータ位置における電子密度分布

## 7. 結論

複雑な3次元形状を有する大気圏再突入宇宙機周りの実在気体効果を含む解析を目的として、3次元極超音速解析コードを開発し、本報告では、コードの概要及びHYFLEX前胴部形状及びHOPE形状の解析例について記述した。

いずれの解析ケースにおいても、収束解が得られ、結果自体も妥当と考えられるものであり、今回開発した解析コードが、大気圏再突入宇宙機等の開発や、極超音速流の研究に十分適用可能である見通しがついたと考えられる。

今後の課題としては、他の解析コードで得られた結果との詳細な比較検討、今回並列計算用に新たに導出した時間積分スキームの効率性やロバスト性のチェック、HYFLEX前胴部形状の解析ケースで見られた空力加熱率の数値振動の修正、実在気体効果の全機空力特性に及ぼす影響の詳細な検討等が考えられる。

## 参考文献

- [1] Park, C., Nonequilibrium Hypersonic Aerothermodynamics, John Wiley & Sons, Inc., 1990.
- [2] Gnoffo, P.A., Gupta, R.N. and Shinn, J.L., "Conservation Equations and Physical Models for Hypersonic Air Flows in Thermal and Chemical Nonequilibrium", NASA TP-2867, 1989.
- [3] Thivet, F., Perrin, M.Y. and Candel, S., "A Unified Nonequilibrium Model for Hypersonic Flows", Phys. Fluids, A3, pp. 2799-2812, 1991.
- [4] Schwartz, R.N., Slawsky, Z.I. and Herzfeld, R.N., "Calculation of Vibrational Relaxation Times in Gases", J. Chem. Phys., 20, PP. 1591-1599, 1954.
- [5] Yoon, S. and Kwak, D., "Implicit Methods for the Navier-Stokes Equations", Computational Technology for Flight Vehicles, Vol. I, pp. 535-547, 1990.
- [6] Eberhardt, S. and Imaly, S., "A Diagonal Implicit Scheme for Computing Flows with Finite-Rate Chemistry", AIAA Paper 90-1577, 1990.
- [7] Wada, Y. and Liou, M.-S., "A Flux Splitting Scheme with High-Resolution and Robustness for Discontinuities", AIAA Paper 94-0083, 1994.
- [8] 伊藤健 他, "リフレクトメータによる機体まわりのプラズマ電子密度測定", HYFLEX/HOPE シンポジウム講演前刷集, pp. 155-161, 1996.

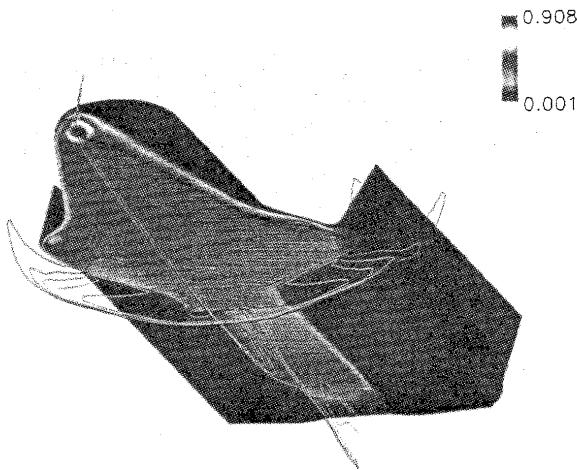


図 6.6 HOPE 圧力分布

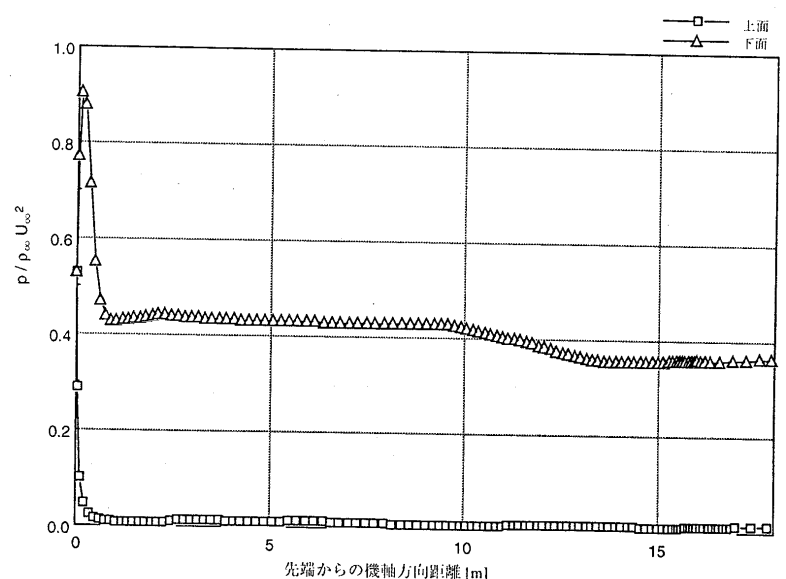


図 6.8 HOPE 対称面壁面圧力分布

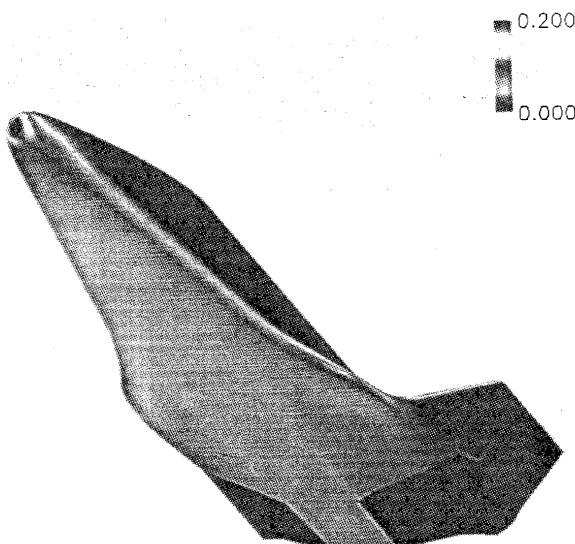


図 6.7 HOPE 空力加熱率分布

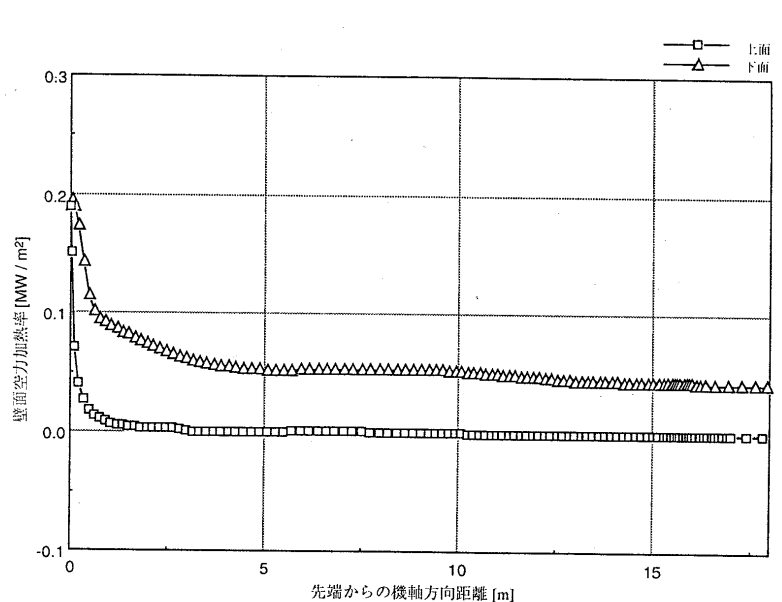


図 6.9 HOPE 対称面空力加熱率分布

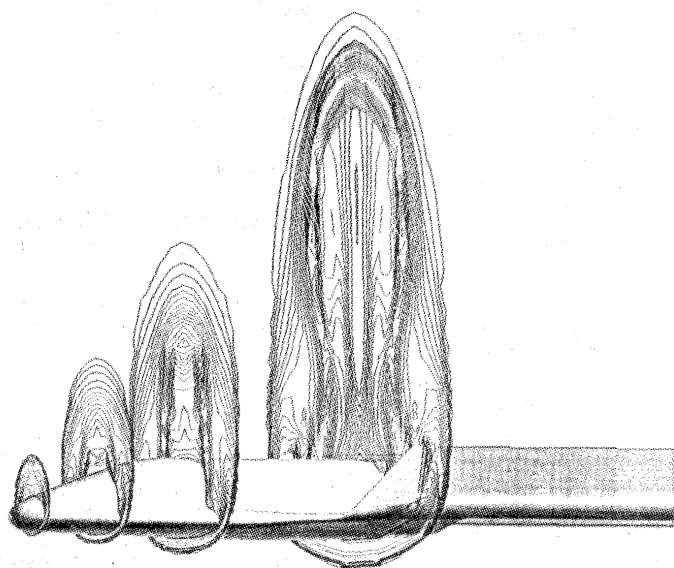


図 6.10 HOPE 並進温度分布

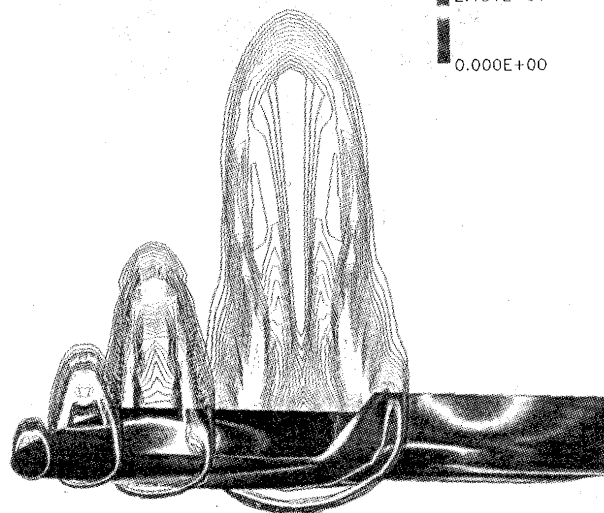
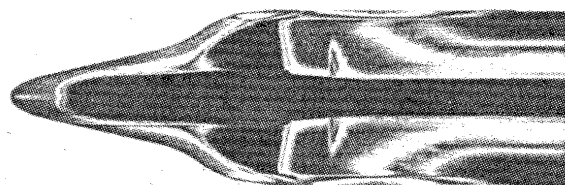
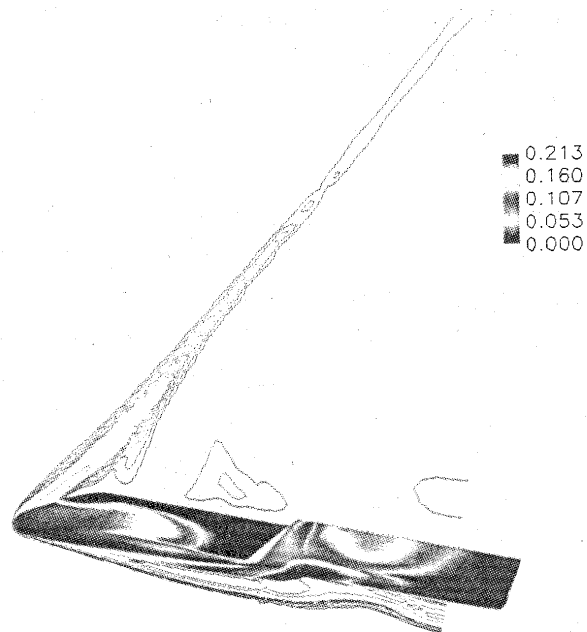


図 6.11 HOPE O<sub>2</sub> 分子質量分率分布

## 再突入機まわりの極超音速実在気体解析

嶋田 徹<sup>\*1</sup> 山本行光<sup>\*2</sup> 廣瀬直喜<sup>\*2</sup>

Numerical Simulations of Hypersonic Real-Gas Flows around Re-Entry Vehicles

by

Toru SHIMADA<sup>\*1</sup>, Yukimitsu YAMAMOTO<sup>\*2</sup>, Naoki HIROSE<sup>\*2</sup>

## ABSTRACT

Three dimensional aerothermodynamic analyses of flows around re-entry vehicles, such as HYFLEX, Space SHUTTLE, and HOPE, have been carried out on the Numerical Wind Tunnel (NWT) of the National Aerospace Laboratory. The simulations have been performed with a domain-decomposition parallel-processing approach. Comparison of the results with data from flight measurements and/or numerical simulation by other programs has been made.

## 1. はじめに

ここでは、『宇宙往還機まわりの三次元高エンタルピー流れワークショップ』における3課題<sup>1</sup>を、三次元熱化学非平衡流れの数値モデルと、NWTによる並列処理を用いて数値計算した内容について述べる。

三次元熱化学非平衡流れ解析の基礎方程式は11化学種の質量保存、3つの運動量保存、2温度モデルによる2つのエネルギー保存の計16の保存式からなる。熱力学的関係は、並進と回転モードは完全に励起しているものとし、熱平衡におけるエンタルピーは JANAF データを利用する等により決定している。化学反応モデルには Park モデル、但し逆反応を求める際に用いる平衡定数の計算に Gnoffo<sup>2</sup>等の文献にあるデータを用いている。(Park モデルとしては、後日文献3に示されたデータを用いるのが望ましいことが判明した。)緩和過程モデルとしては、振動-並進緩和と、電子-並進緩和を考慮している。振動-並進緩和は Landau-Teller 型の緩和を仮定し、特性緩和時間は, Milikan-White の式と Park の Collision Limit 補正により決める。電子-並進緩和については, Appleton-Bray のモデルを仮定し、イオン-電子のクーロン衝突と中性粒子-電子の弾性衝突を考慮する。輸送係数は2温度モデルに拡張された Yos の式によって評価する。実効拡散係数は Curtiss-Hirschfelder の式によって評価する。

NWT による並列処理について言えば、並列化手法には領域分割法を用いる。機体軸を回転軸として回る方向に計算領域を16分割し、それぞれに1PEずつ割り当てる。離散化はセル中心型の有限体積法による。対流項数値流束には、kinetic flux vector splitting 法の元祖とも言える Pullin の Equilibrium Flux 法をベースに AUSM-DV の設計思想を適用して作成した、AUSM-DV-EF 法<sup>4</sup>を用いる。定常解を得るための時間積分は、Point-implicit 法と次に述べる風上化残差平均法を組み合わせる。

実施例は、Space Shuttle の2号機まわりのマッハ 24 の流れ、HYFLEX 頭部まわりのマッハ 11 の流れ、HOPE まわりのマッハ 26流れについて示す。

## 2. 時間積分法

数値風洞(NWT)の能力を活用するためには並列処理に適したアルゴリズムを採用するのが望ましい。従来単 PE に対しては LU-SGS (Lower-Upper Symmetric Gauss Seidel)法を用いてきた。しかし、LU-SGS 法を完全に並列化するのが困難と予想されたこと、また多成分の反応流を解くにはクーラン条件に類似した

正值保存の条件を用いるため陰解法のメリットがあまり無いと思われたこと等の理由により、ここでは、風上化残差平均法と従来より用いてきたソース項に対する Point-Implicit 法を組み合わせる。次のようにして時間積分を行う。

$$\left[ I - \frac{V_{i,j,k}}{\alpha_{i,j,k}} D_{i,j,k} \right] \times \left[ 1 - \frac{1}{\alpha_{i,j,k}} (v_{A,i-1,j,k}^* + v_{A,i+1,j,k}^* + v_{B,i,j-1,k}^* + v_{B,i,j+1,k}^* + v_{C,i,j,k-1}^* + v_{C,i,j,k+1}^*) \right] \Delta q = \frac{RHS_{i,j,k}}{\alpha_{i,j,k}}$$

ここで、 $V$  はセル体積、 $A, B, C, D$  は対流項流束とソース項の保存量ベクトルに対するヤコビアン行列、 $I$  は単位行列、 $v_A^*$  等は、

$$\bar{A}^{\pm} \equiv \pm v_A^{\pm} I \equiv \pm \max_{k=1,16} \left[ \lambda_A^{(k)} \right] I, \quad \lambda^{\pm} \equiv \frac{1}{2} (\lambda \pm |\lambda|)$$

等により定義される。 $\lambda$  は  $A$  等の固有値である。また、

$$\alpha_{i,j,k} \equiv \left( \frac{V}{\Delta t} + v_A^* + v_A^- + v_B^* + v_B^- + v_C^* + v_C^- + V.C. \right)_{i,j,k}$$

である。風上化残差平均法の部分は、Odd-Even 型の反復法を用いて解く。但し反復の初期値  $\Delta q^{initial}$  には ADI でオペレータを分割し、非並列2方向について、三重対角行列を直接法によって解いた解を使用する。 $V.C.$  は粘性、熱伝導、拡散による修正項、繰返しになるが  $\Delta t$  は正值保存制約に安全率 0.5~0.8 程度を用いて定める。本スキームにより、さほどの計算負荷なしに陽解法の安定性を高めることができ、収束加速の効果がある。但し、正值保存などの制約を無視して良いような場合(通常の空力計算ではよくあること)には、LU-SGS を用いる方が遥かに効率的であることは言うまでも無い。

## 3. 計算結果

## a) スペースシャトル (STS-2)

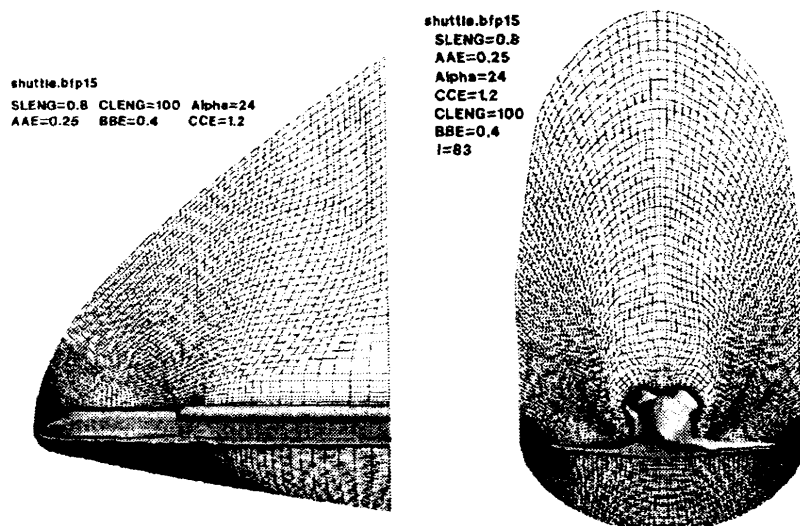
計算条件は STS-2 の実飛行条件で、高度72.4km、マッハ24に相当し、表1に示される。

表 1 主流条件 (STS-2)

速度(m/s)	密度(kg/m <sup>3</sup> )	温度(K)	迎角(度)
6923	0.575×10 <sup>-4</sup>	202	40

物体表面は温度 1400K で非触媒壁とする。計算格子を図1に示す。課題として与えられたのは流れ方向 116、物体から出る方向 60、周方向 101(対称条件で半空間分)であったが、ここでは、物体方向に奇数点のみを用いて 30 点で計算した。得られた無次元圧力分布を図2に、表面加熱率を図3に示す。無次元圧力について、他の計算結果との比較を図4に、空力加熱率の比較を図5に示す。圧力については良い一致を得た。空力加熱は表面触媒性条件の違いにより直接比較にはなっていない。

<sup>\*1</sup> 日産自動車(株) <sup>\*2</sup> 航空宇宙技術研究所



116×60×101(半周)

图 1 格子系 (STS-2)

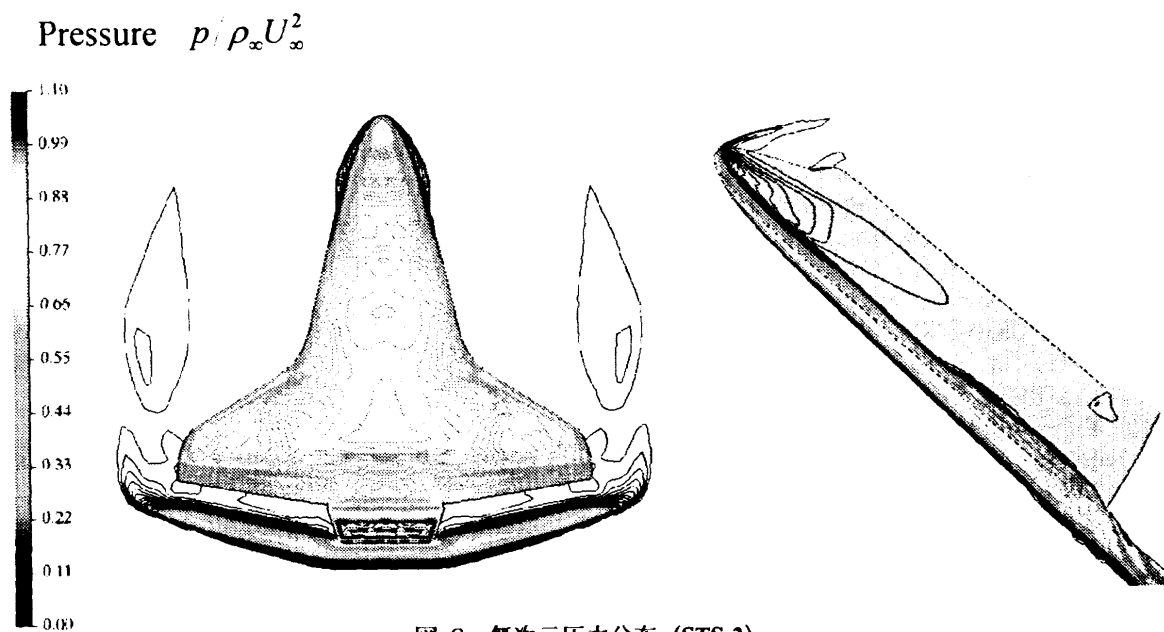


图 2 無次元压力分布 (STS-2)

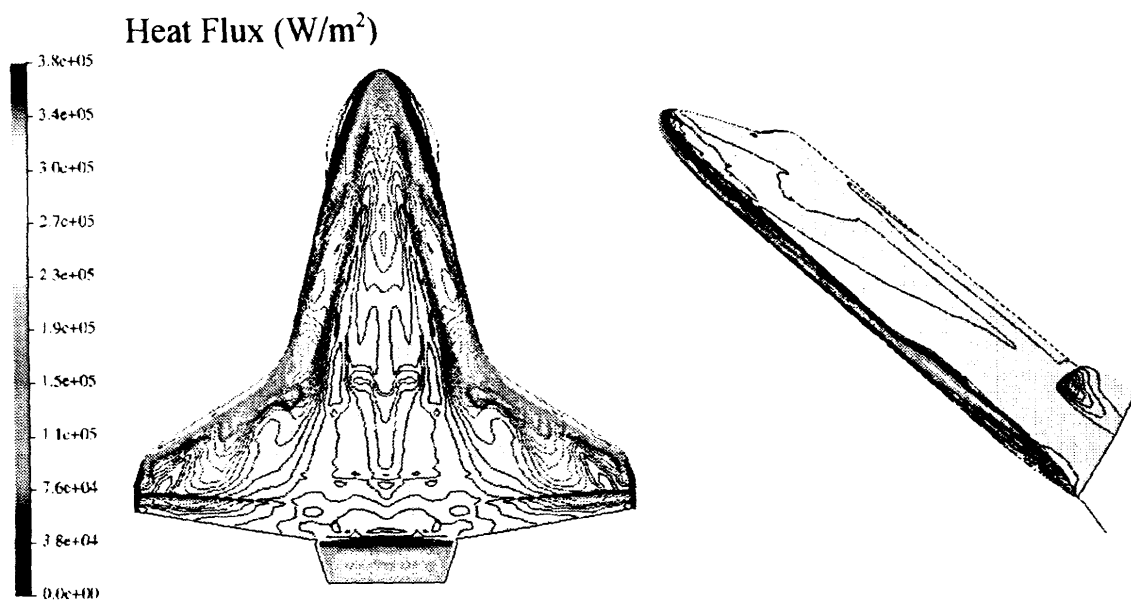


图 3 空力加熱率分布 (STS-2)

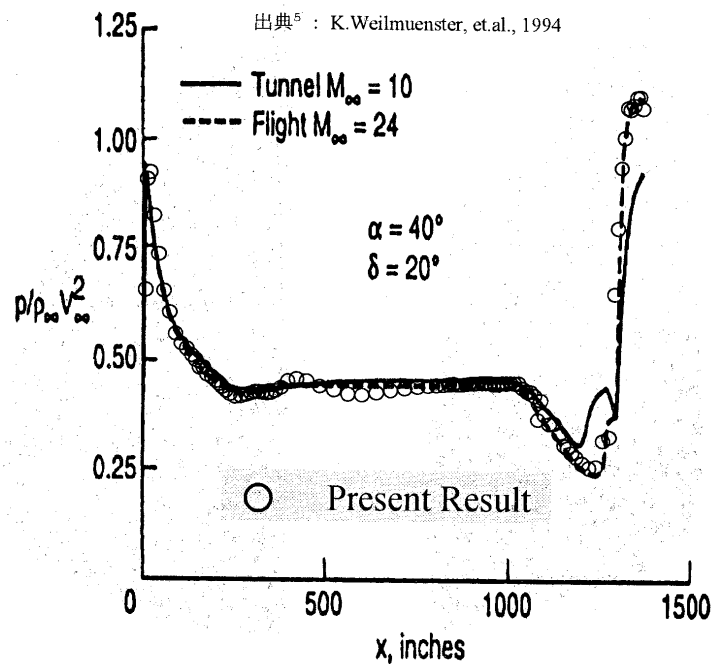


図 4 無次元圧力分布の比較 (STS-2)

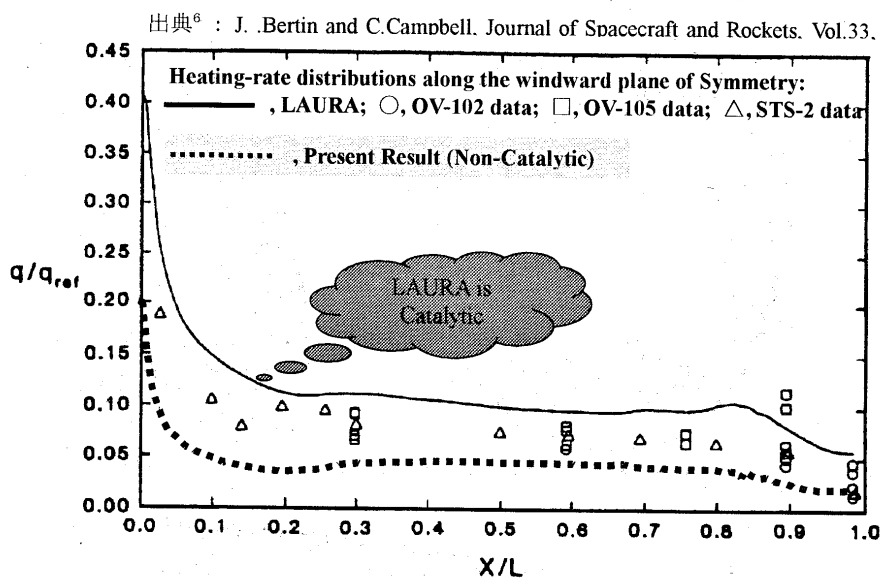


図 5 空力加熱率の比較 (STS-2)

## b) HYFLEX 頭部

計算条件は HYFLEX の実飛行条件で、高度48km、マッハ11に相当し、表2に示される。

表 2 主流条件(HYFLEX)

マッハ数	密度(kg/m <sup>3</sup> )	圧力(Pa)	迎角(度)
11.354	0.1295x10 <sup>-2</sup>	97.68	49

物体表面温度は課題で与えられる分布データを設定する。また、非触媒壁とする。計算格子を図6に示す。流れ方向40、物体から出る方向 60、周方向89(対称条件で半空間分)である。得られた無次元圧力分布を図7に、表面加熱率を図8に示す。淀み点空力加熱を他の計算結果<sup>7</sup>と比較して図9に示す。良い一致を示していることが分かる。図10に実機の電子密度計測位置における電子密度分布を示す。電子密度の計算値の妥当性については、より高速の RAM-CII のデータと今回と同じ数値モデルを用いた軸対称コードによる計算結果により検証している。但し今回のマッハ11という速度はこれに比べて低い。ここで得られた電子密度の

値は従来の計算値に比べて一桁小さい。ここでの電子密度分布を用いて、電波反射係数を概算してみると、1676.5MHz に対して 3.1%、902.85MHz に対して 7.0%という結果となった<sup>8</sup>。この結果を実測データ及び従来の計算結果<sup>9</sup>と比較した結果を図11に示す。今回の結果は実測値に対して 1676MHz の場合 -12%、902MHz の場合 -18%の違いがある。図で良く分からないのは、実測において時刻 100 秒と 130 秒付近で反射強度が一定レベルになることである。計算では、おそらくこのような現象は生じず、(主流の電離を考慮しなければ、)反射強度はゼロに漸近するのではなかろうか？それに比べて実測では、1676MHz の場合 7%、902MHz の場合 10%のレベルに漸近している。これは何かシステムティックなものではないだろうか？もし仮にこのシフト量を差し引いて比較すると、実測との差はそれぞれ5%と8%となり、ファクター2程度の食い違いとなる。計測のエラーバーが示されていないので、これ以上の比較はしづらい。また、冒頭に述べたようにここではイオンの再結合反応のレートを決める際の平衡定数のテーブルに Gnoffo のものを用いている。

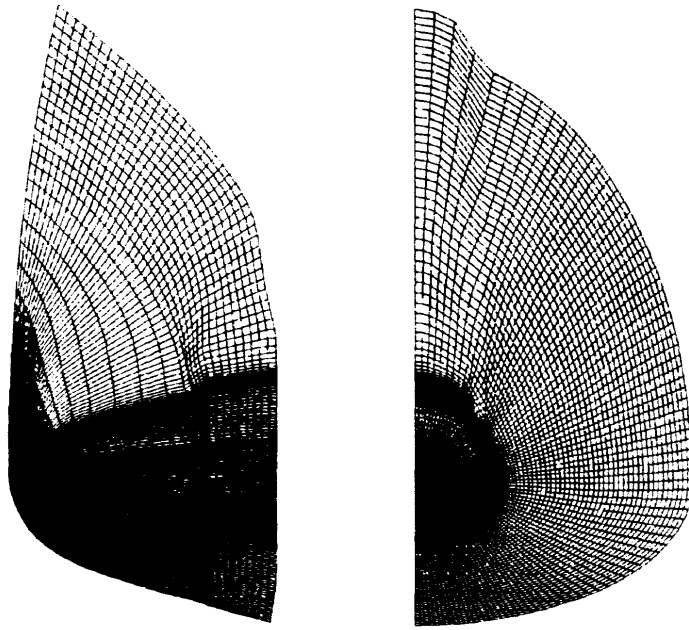


図 6 計算格子 (HYFLEX)

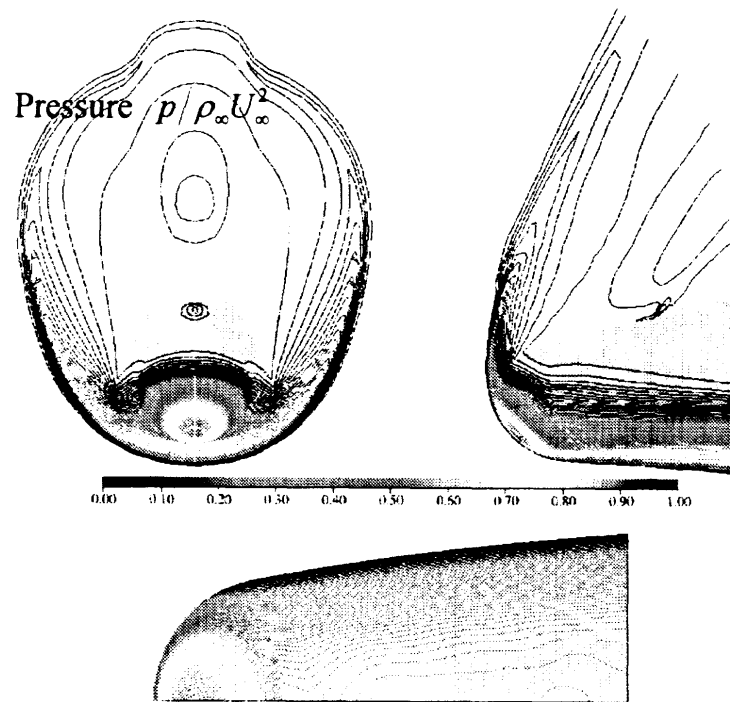


図 7 無次元圧力分布

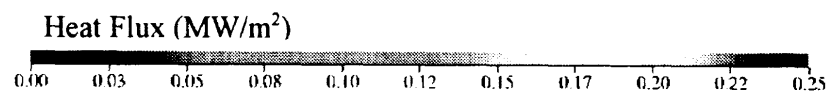


図 8 空力加熱率 (HYFLEX)

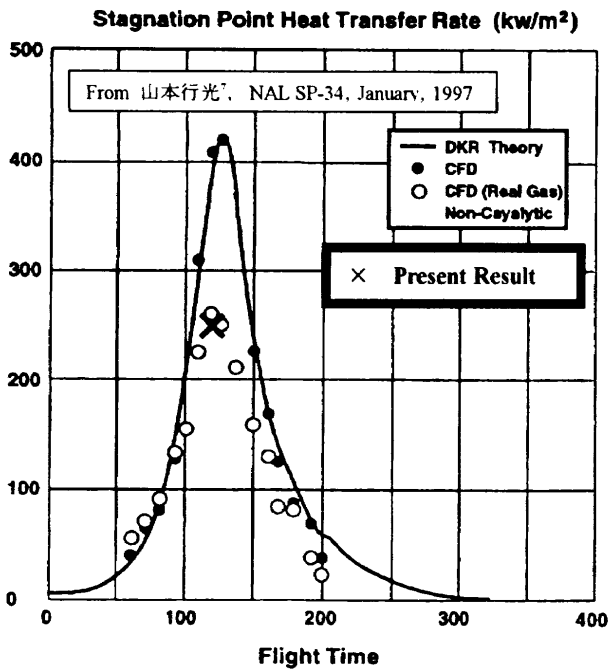


図 9 淀み点空力加熱率の比較 (HYFLEX)

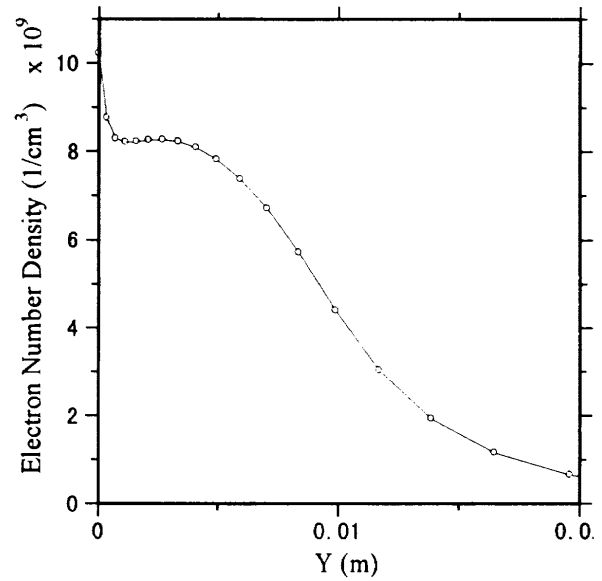
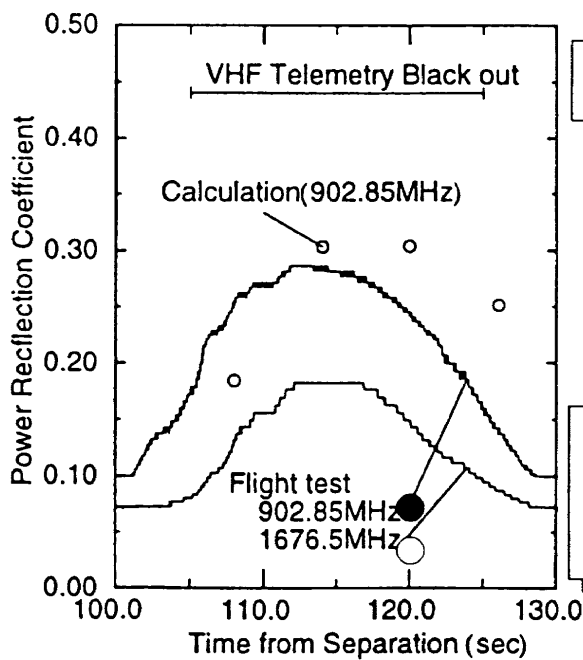


図 10 計測位置における電子密度分布 (HYFLEX)



<sup>9</sup> 伊藤、高木、寺岡、"リフレクトメータによる機体まわりのプラズマ電子密度計測"、'96 第40回宇宙科学技術連合講演会、P233-234.

図 11 電波反射係数の比較

## c) HOPE

計算条件は、高度 90km、マッハ 26 に相当し、表3に示される。

表 3 主流条件 (HOPE)

速度(m/s)	密度(kg/m³)	温度(K)	迎角(度)
7218	$0.191 \times 10^{-4}$	199	40

物体表面温度は均一に 1366K とする。また、非触媒壁とする。計算格子を図12に示す。流れ方向 130、物体から出る方向 60、周方向 91 (対称条件で半空間分) である。但し、ここでは物体から出る方向は奇数点だけを用いて 30 とした。得られた無次元圧力分布を図13に、表面加熱率を図14に示す。

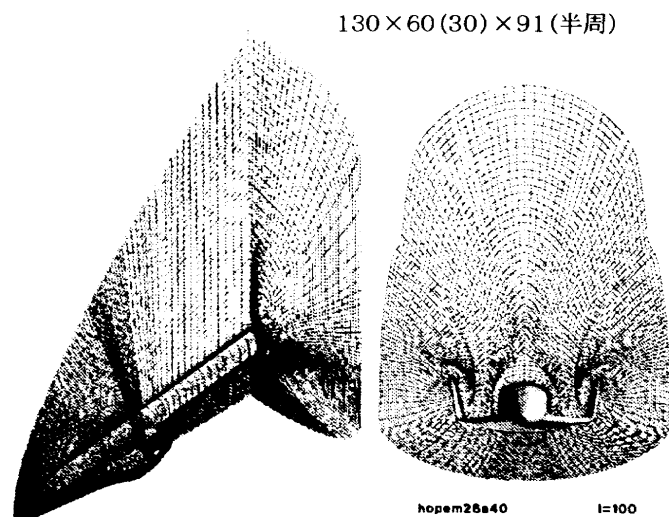


図 12 計算格子 (HOPE)



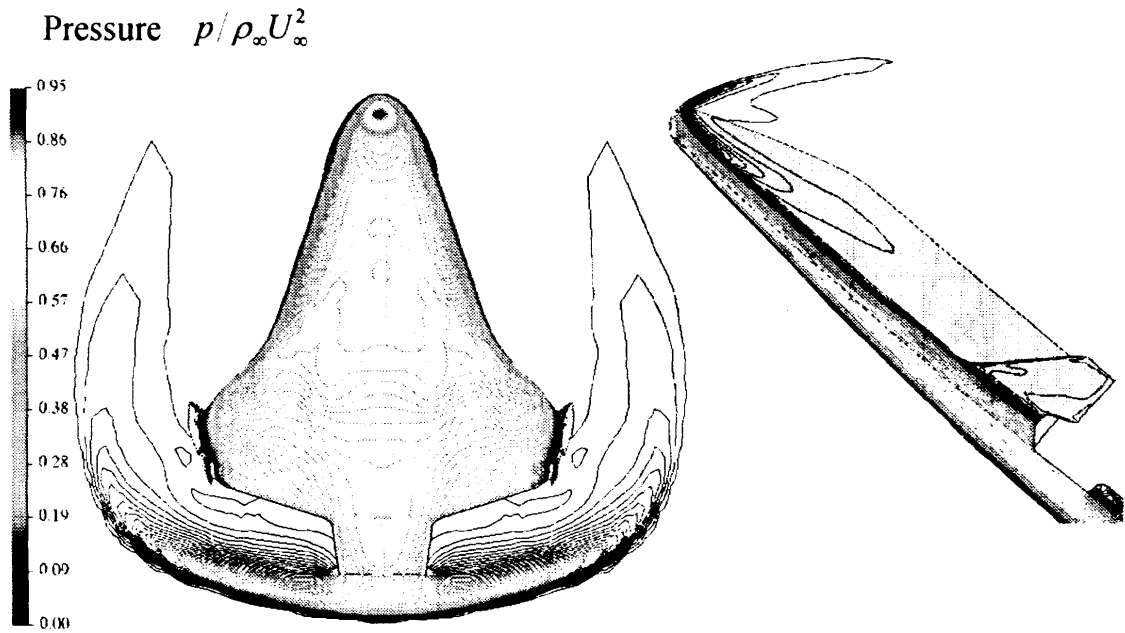


図 13 無次元圧力分布 (HOPE)

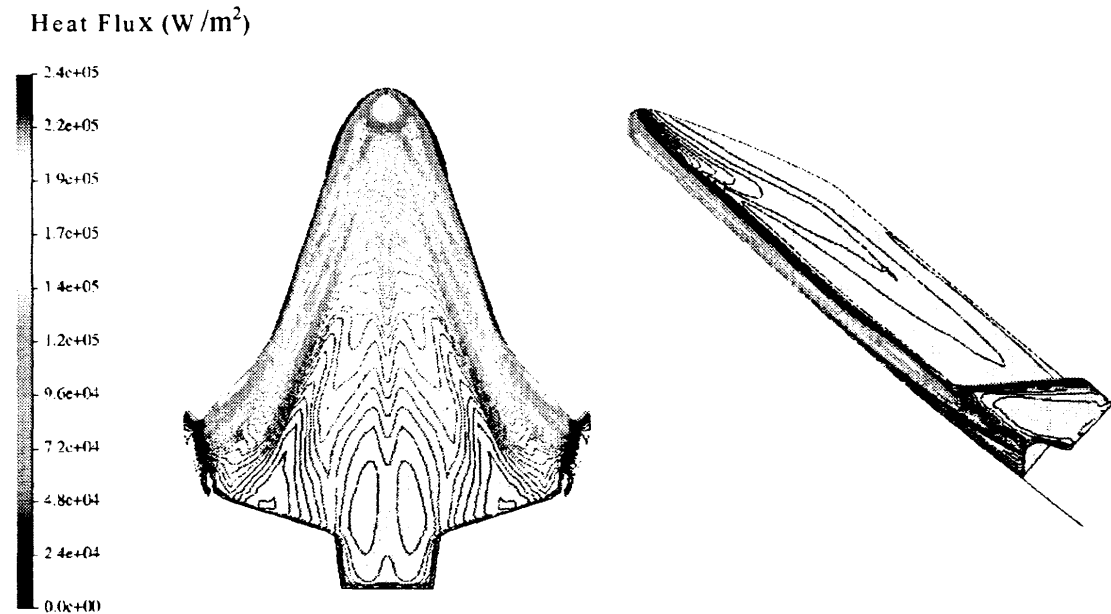


図 14 空力加熱率分布 (HOPE)

#### 4. まとめ

宇宙往還機まわりの三次元高エンタルピー流れワークショップの課題として、スペースシャトル(STS-2)、HYFLEX 頭部、及び HOPE のまわりの三次元熱化学非平衡流れを NAL 数値風洞(NWT)上で並列処理により計算した。さらに圧力と熱流束に関して部分的に、既存の計算値、フライトデータ実測値等との比較を行った。また、HYFLEX については得られた電子密度分布を用いて、ブラックアウト時の電波反射強度に関して、フライト時の計測データとの比較を試みた。最後に、本報告は平成8年度NAL業務委託『宇宙往還機まわりの超高速流実在気体解析』、及びNAL一日産共同研究『高速流の高精度数値シミュレーション技術に関する研究』の成果に基づくものである。

#### 謝辞

NWT 上での並列処理に関して色々な方が快く相談に乗ってくださり、貴重なアドバイスを下さいましたことに感謝いたします。

電離・再結合現象と反応レートのモデルに関して貴重なアドバイスを頂きました Chul Park 先生に御礼申し上げます。

電波反射率の計算は Detlev Konigorski、グラフィックス処理は平澤、福永に行ってもらった。最後にこれらの同僚に感謝の意を表したい。

#### 参考文献

- <sup>1</sup> 第15回航空機計算空気力学シンポジウム, 1997年6月
- <sup>2</sup> Gnoffo, P.A., Gupta, R.N., and Shinn J.L., NASA TP-2867, 1989.
- <sup>3</sup> Chul Park, "Nonequilibrium Hypersonic Aerothermodynamics," John Wiley & Sons, 1990. pp.35-41.
- <sup>4</sup> 嶋田、関野、
- <sup>5</sup> K.Weilmuenster, et al., J.S.R Vol.31, No.3, 1994
- <sup>6</sup> J.Bertin and C.Campbell, Journal of Spacecraft and Rockets, Vol.33, No.4, 1996
- <sup>7</sup> 山本、第14回航空機計算空気力学シンポジウム論文集, SP-34, 1997, p.55.
- <sup>8</sup> Konigorski, D., "Program for Calculating the TE Reflection Coefficient," 日産社内報告書 691(A)-M-9-019, 1997.
- <sup>9</sup> 伊藤、高木、寺岡、第40回宇宙科学技術連合講演会, p.233, 1996.

# 三次元高エンタルピー流れ まとめ

山本 行光\*

## Summary of Three-dimensional High-Enthalpy Flow Workshop for Space Transportation Vehicle

by

Yukimitsu YAMAMOTO\*

### ABSTRACT

In the perspective of Japanese space transportation vehicle projects, the knowledge of high enthalpy and high Mach number flow during the atmospheric re-entry flight, has regained considerable interest. The need to support aerodynamic design under the environments, where ground based experiments is very difficult and costly, has driven the use of numerical simulation. Therefore, high enthalpy flow workshop was held at NAL for three-dimensional flow problems. This paper summarizes the computational results of real gas flow problems for HYFLEX, HOPE and Space Shuttle and discusses the detailed comparison of each numerical results.

#### 1. はじめに

非平衡化学反応を含む超高速流の CFD 研究は、宇宙住還機の再突入飛行の成立性に関わる耐熱構造システムの設計評価にとってきわめて重要であり、このため、数年来高エンタルピーの流れのワークショップ<sup>1), 2)</sup>を開催し、また昨年度は企画セッション<sup>3)</sup>を設け、実在気体効果の空力加熱特性に与える影響や反応流解析に用いられる物理モデルの適用性の検討を行ってきた。一方、この実在気体効果はスペース・シャトルのような三次元有翼飛行体の設計では、大迎角時にトリムをとり安定した飛行をするための重要な評価項目の一つになっている<sup>4)</sup>。このため、今回、新たに HYFLEX、HOPE、シャトルの三次元形状についての実在気体解析をワークショップの課題として設定し、実在気体 CFD コード間の比較検証を行ったのでその結果について報告する。

#### 2. 課題設定

##### 2-1 HYFLEX

HYFLEX では、分離後飛行時刻 120 秒、マッハ数 11.35、高度 48.1km、飛行速度 3687.2m/sec、迎角 49°、一様流の圧力、温度はそれぞれ 96.38pa 及び 262.6K の条件で、頭部形状のリフレクトメータ位置での電子密度分布の比較を目的にして、課題を設定した。壁面温度は CFD/FEM カップリング計算<sup>5)</sup>で得られた温度分布を

使用する。課題条件と対称面内及び最後部における三次元断面格子を図 1 に示す。

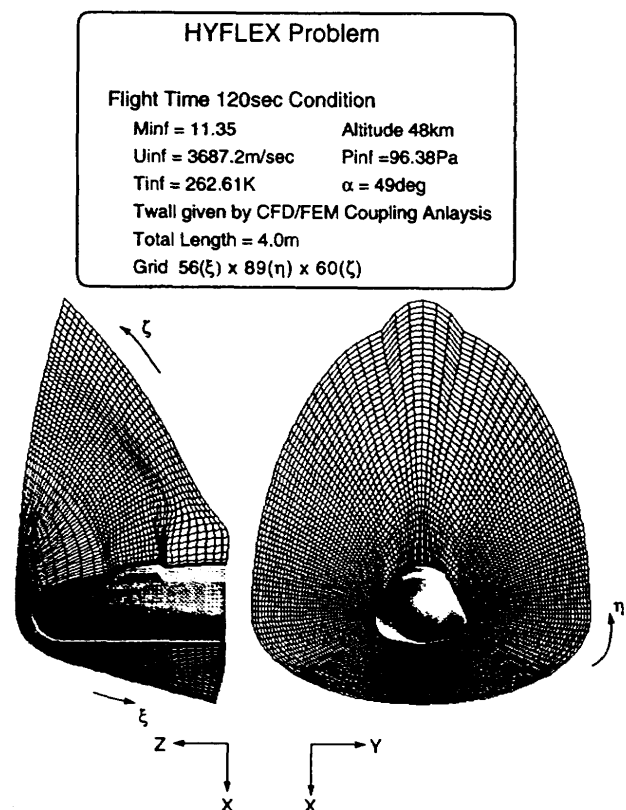


図1 HYFLEX頭部計算条件及び格子

\*航空宇宙技術研究所、National Aerospace Laboratory

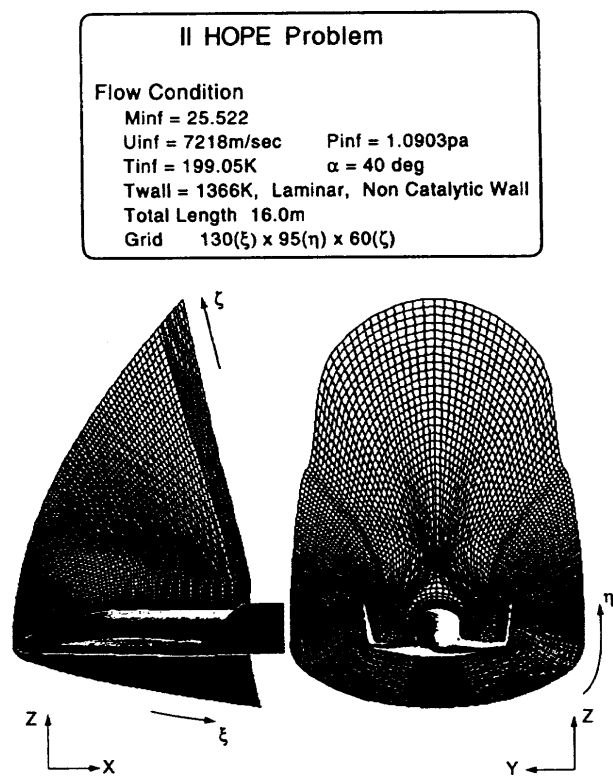


図2 HOPE計算条件及び格子

## 2-2 HOPE

HOPE では、より高々度条件での非平衡性が大きく現れるマッハ数、25.52、静温 199.05K、静圧 1.09pa の飛行条件を設定し、迎角は  $40^\circ$  である。このケースでは、ウェークを含めた全機まわりの計算を実施し、空力特性(主にピッチングモーメント)に与える実在気体効果の影響を見積もることを想定している。課題条件と対称面内及び主翼後縁を含む断面内の三次元格子を図2に示す。

## 2-3 Space Shuttle

シャトルでは STS-2 の飛行条件<sup>9)</sup>に合わせ、マッハ数 24.3、高度 72.4km、速度 6920m/sec、静温 202K、迎角  $40^\circ$  の条件で、機体表面温度は 1400K を仮定する。この課題では、シャトルはボディフラップ舵角が  $15^\circ$  下げの形状で、舵面の空力加熱、及び舵効きに対する実在気体効果の評価を行うことを目的としている。課題条件及び三次元格子を図3に示す。

## 3. 結果と検討

今回のワークショップに参加し、計算を実施したケースを表1に示す。NAL-W及びNAL-Yコードは実在気体1温度モデル非平衡流解析コードで、それぞれ航技研の和田、山本によって開発されたFDS及びFVSタイプのものである。NAL-Tコードは航技研の高木によって開発されたコードで、メーカー側からは日産自動車(NISSAN)、及び三菱電機(MELCO)、黒滝らによって開発されたコードが使用された。後者の3つのコードは2温度モデルによる非平衡流コードで、

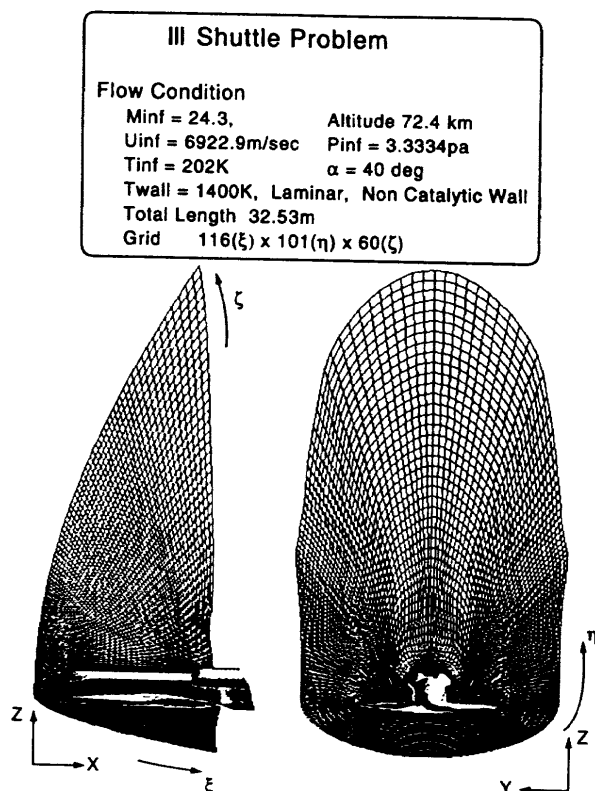


図3 Space Shuttle 計算条件及び格子

CODE	HYFLEX	HOPE	SHUTTLE
NAL-W		●	●
NAL-Y	●	●	
NAL-T	●	●	●
NISSAN	●	●	●
MELCO	●	●	

表 1

コードの説明及び代表的結果については本論文集に収められている。なお、今回の全ての計算は非触媒壁条件で行われている。

## 3-1 HYFLEX

HYFLEXの計算はNAL-Y、NAL-T、NISSAN、及びMELCOのコードで実施された。対称面内の圧力線図を図4に示す。圧力についてはほぼ相似な結果が得られている。胴体上下対称線上の空力加熱分布は図5に示される。よどみ点近傍の空力加熱はNAL-T、MELCO、NAL-Y、NISSANの順に低くなってゆくが、 $0.24$  から  $0.32\text{MW/m}^2$  の範囲にある。また風上側下面での空力加熱の分布に若干の違いがあらわれている。電子密度分布の比較は図6に示される。電子密度、はHYFLEXリフレクトメーターの取り付け位置となっている機体下面図6(a)の黒の矩形印から、

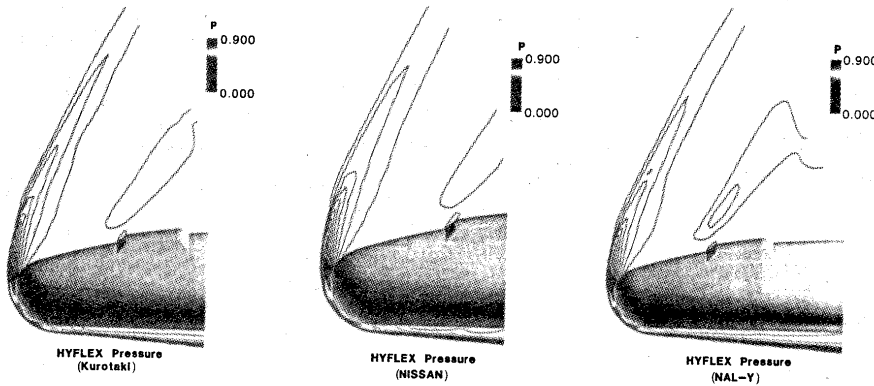


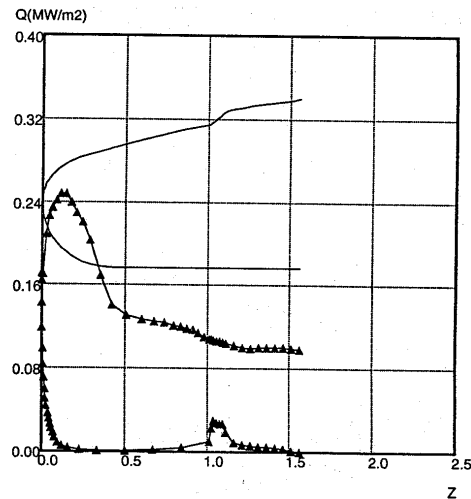
図4 HYFLEX圧力線図

物体面に垂直方向の分布がとられた。NAL-W、NAL-T、及びMELCOのコードによる分布を図6(b)に、表面近傍の格子分布をより密にしたNAL-Tコードによる分布を図6(c)に、NAL-Yコードによる結果を図6(d)に示す。電子密度分布は、化学反応モデル等の違いにより、物体表面近傍でそれぞれの結果に大きな違いが生じている。なお、NAL-Wコードによる計算は表面温度一定(1200K)の仮定で計算した結果で、表面温度分布に変化のある課題条件には必ずしも対応していないことを付記する。

## 3-2 HOPE

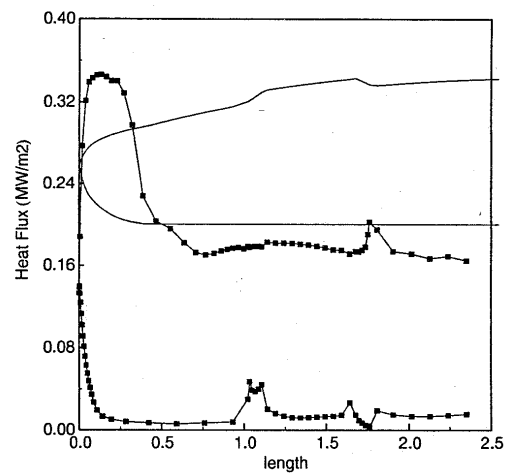
HOPE計算課題ではNAL-W、NISSAN、及びMELCOの計算結果について説明する。側面、及び背面から見た圧力線図を図7及び8に示す。NISSANコードによる計算は物体面に垂直方向の格子数を半分に減らしているため、衝撃波の厚みが、他の計算結果に比較して大きい。圧力

線図はどの計算ケースともほぼ相似な分布を示す。HOPE機体下面での空力加熱分布は図9に示される。分布はスケールを同一にしているため、定量的違いが明らかとなる。MELCOコードによる計算では、他の結果に比較して主翼前縁部での空力加熱が小さい。さらにNAL-Wコード、及びNISSANコードによる分布では機体周方向に加熱分布の振動が見られる。この原因についてはその物理的意味も含め、今後の検討課題である。次に図10に対応する圧力分布を図11に示す。胴体中心線上に総圧力に違いが見られる。またNAL-Wコードによる計算結果には機体軸方向にも圧力の振動が発生している。



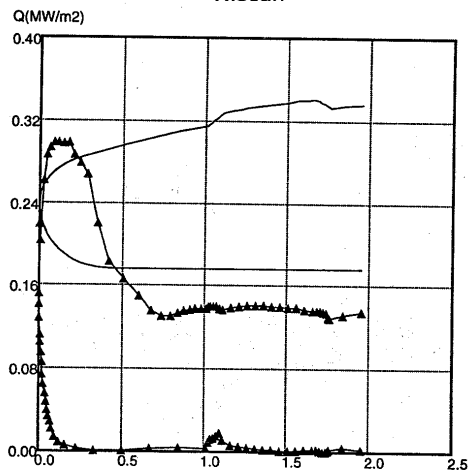
NISSAN

(a)



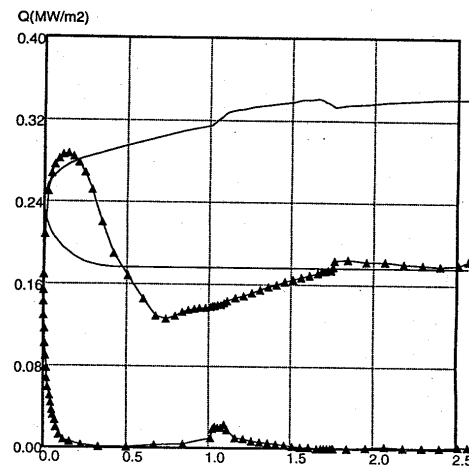
NAL-T

(c)



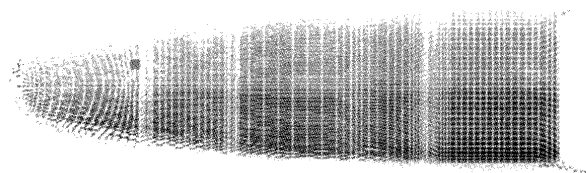
MELCO

(b)



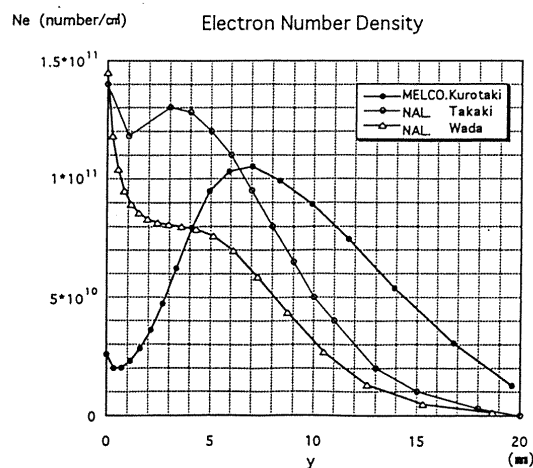
(d)

図5 HYFLEX対称面内空力加熱分布

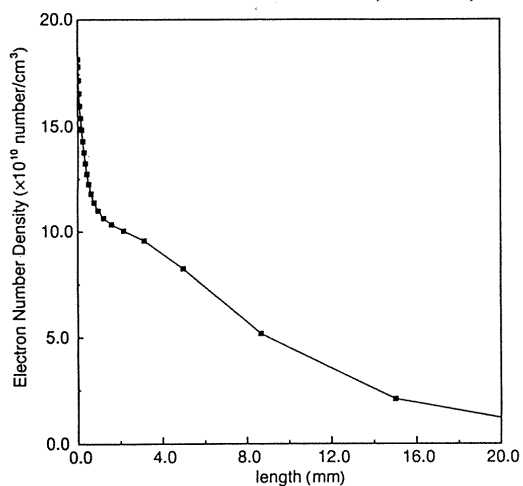


HYFLEX Reflect Meter Measurement Location (j=11, k=24)

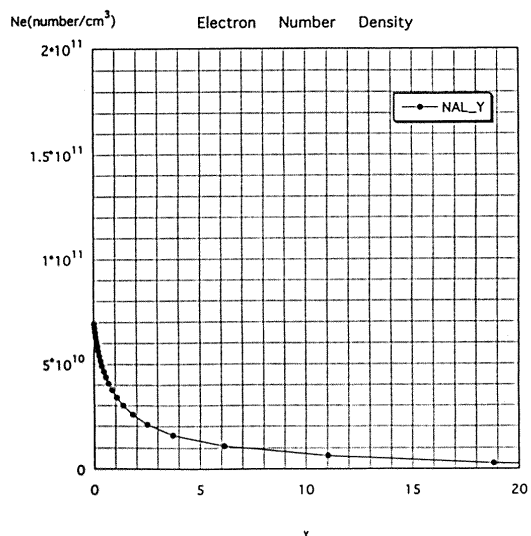
(a) リフレクトメータ位置



(b) 電子密度分布の比較 (NAL-T, NAL-W, MELCO)

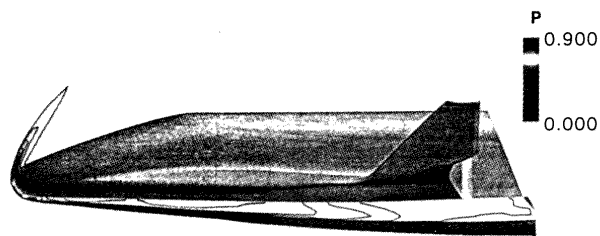


(c) 表面近傍の格子を密にしたNAL-Tコードによる電子密度分布

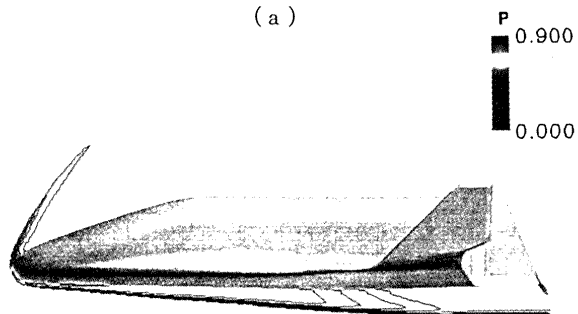
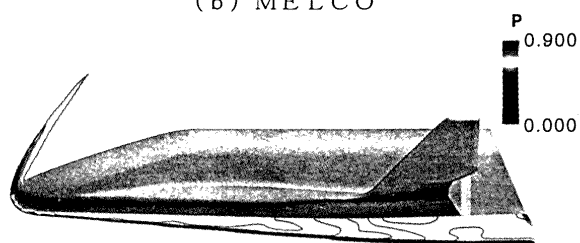


(d) NAL-Yコードによる電子密度分布

図 6

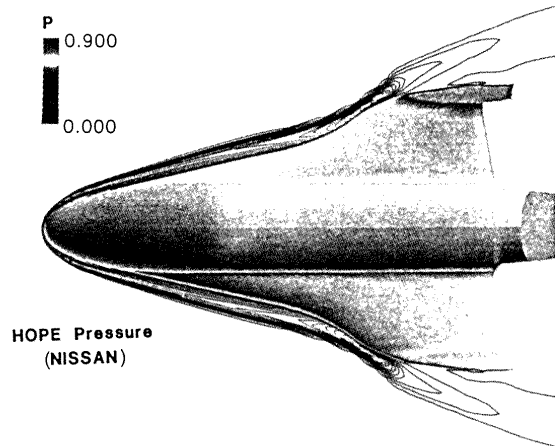
HOPE Pressure  
(NISSAN)

(a)

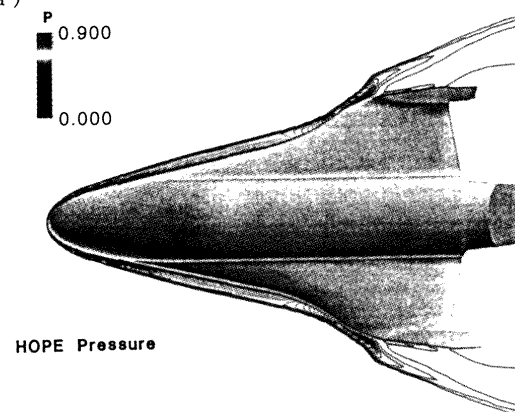
HOPE Pressure  
(b) MELCOHOPE Pressure  
(NAL-W)

(c)

図 7 HOPE 対称面内圧力線図

HOPE Pressure  
(NISSAN)

(a)



HOPE Pressure

(b) MELCO

図 8 上面から見たHOPE圧力線図

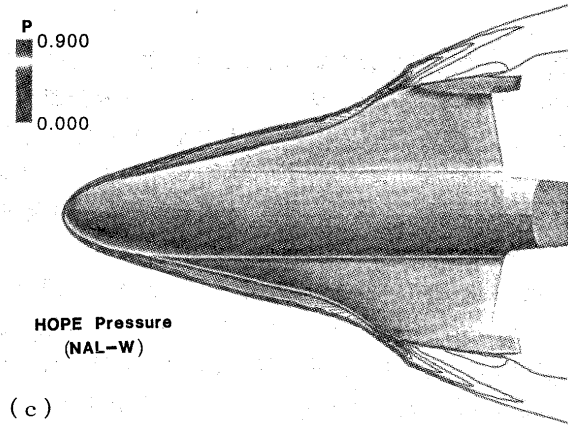


図8 上面から見たHOPE圧力線図

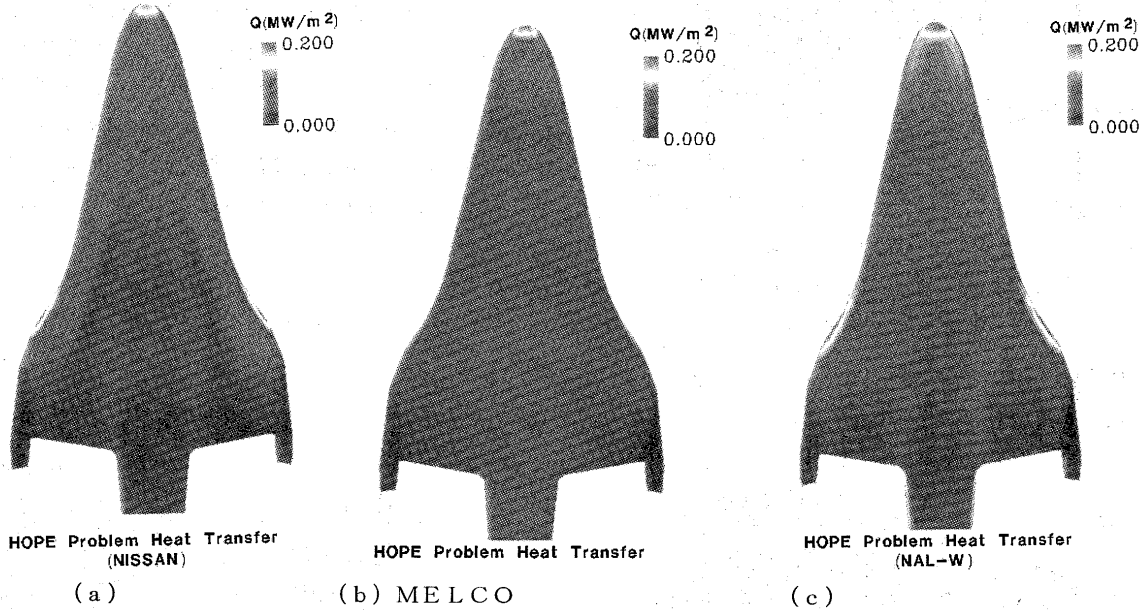


図9 HOPE機体下面空力加熱分布

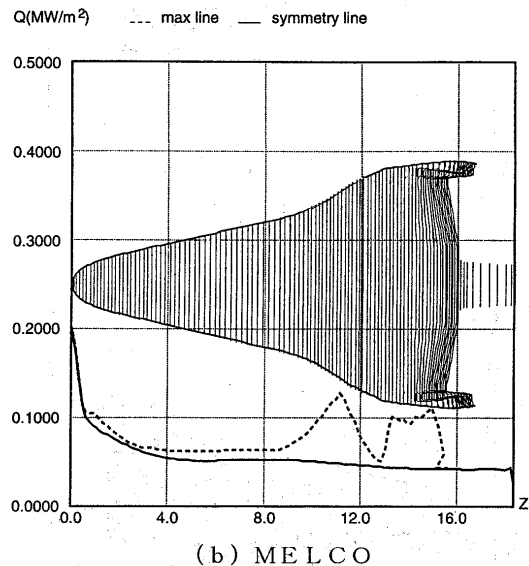
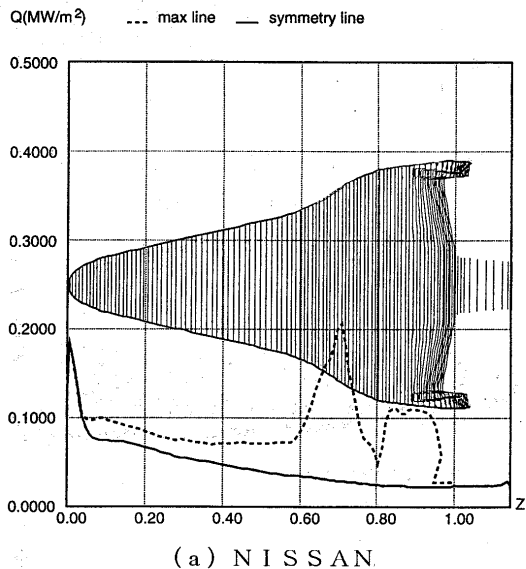


図10 HOPE空力加熱分布

### 3-3 Space Shuttle

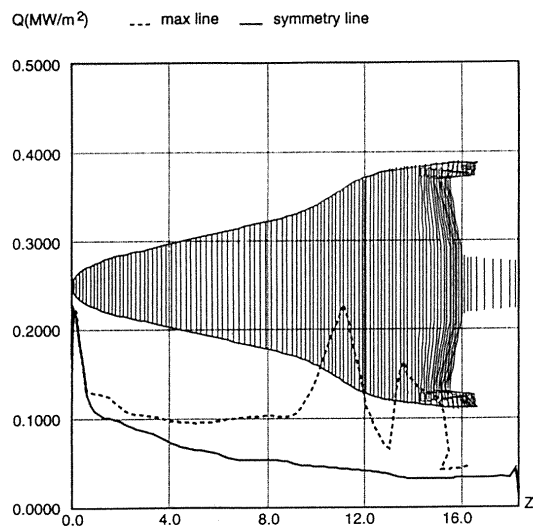
本課題ではNISSAN、NAL-W、及びNAL-Tコードによる計算結果が実施された。ここではNISSAN、及びNAL-Wコードによる比較結果を示す。本ケースではボディフラップを $15^\circ$ 下げた形状をとつ

ており、ボディフラップ面での圧力及び空力加熱の定量的把握を行うことが一つの目的である。図12、及び13に圧力線図の結果を示す。頭部からの衝撃波が主翼前縁に入射し、主翼から発生する衝撃波と干渉する位置等についてはほぼ相似な結果となる。機体下面の空力加熱分布については図には示さないが、両コードとも機体の周方向に振動を示す現象があらわれている。図14には対称面内の窒素分子の質量分率分布を示す。全体的には相似な分布であるが機体背面での窒素分子の少ない領域での分布の様子が異なっている。

図15にはNISSAN、及びNAL-Wコードによる各断面内での最大空力加熱分布、及び胴体下面対称線

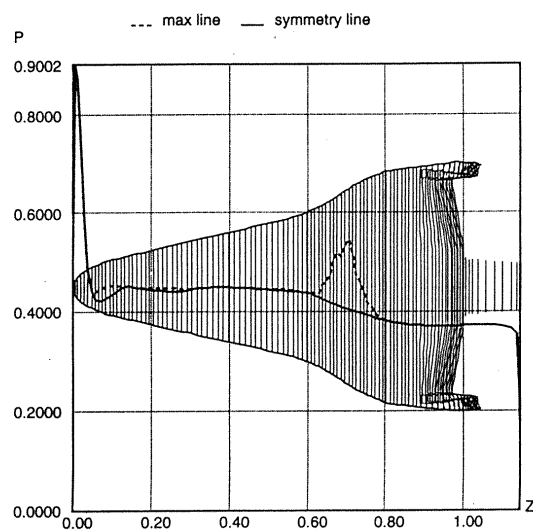
上のボディフラップ面を含む加熱分布を示す。両コードとも主翼前縁で3ヶ所程のピークが発生し、分布形は相似であるが定量的なピーク値は若干異なっている。ただし、ボディフラップ $15^\circ$ 下げでの加熱率の上昇のピー

ク値は、ほぼ同一の値をとっている。対応する圧力分布を図16に示す。主翼前縁部での圧力分布の最高値の分布はかなり異なっているが、ボディフラップ下げに伴う圧力上昇は両コードともほぼ同一な分布を示している。

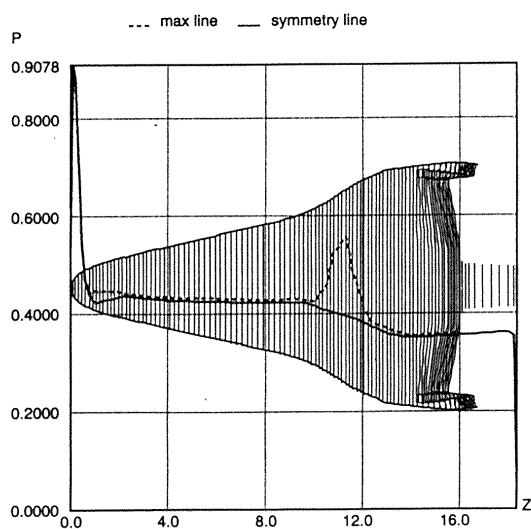


(c) NAL-W

図10 HOPE空力加熱分布



(a) NISSAN

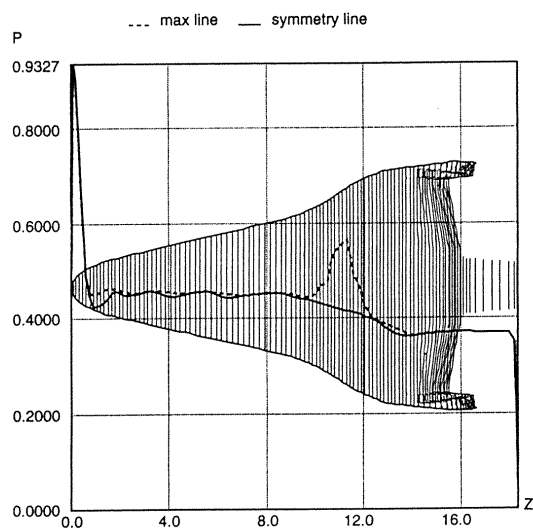


(b) MELCO

#### 4. まとめ

従来から航空機計算空気力学シンポジウムで行ってきた高エンタルピー流れのワークショップの三次元流れへの応用として、飛行実験が行われたHYFLEX、今後、打ち上げを予定しているHOPE及び米国のスペースシャトルまわりの高エンタルピー流れを課題として選定し、CFDコード間の比較検討を行った。

三次元実在気体流れの計算は航技研のNWTを用いてもかなりの計算量になり、プログラムのベクトル化、並列化改修を実施して、計算を行っている。今回はNALの3種類の実在気体コード及び、日産、三菱電機のコード間の比較を実施したが、同一の格子、及び一様流条件においても、実在気体モデルの構築の仕方により、空力加熱分布等にかかなりの違いがあらわれることが判明した。しかしながら、将来の宇宙往還輸送技術の確立をはかる上で実在気体CFDコードの定量的検証及び設計ツールとしての確立は重要な課題であり今後、機体モデルを統一した検証へと発展させてゆきたいと考えている。



(c) NAL-W

図11 HOPE圧力分布

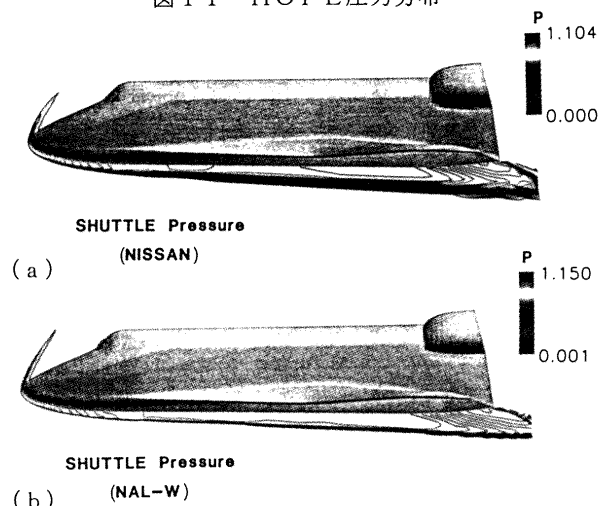


図12 スペースシャトル対称面内圧力線図

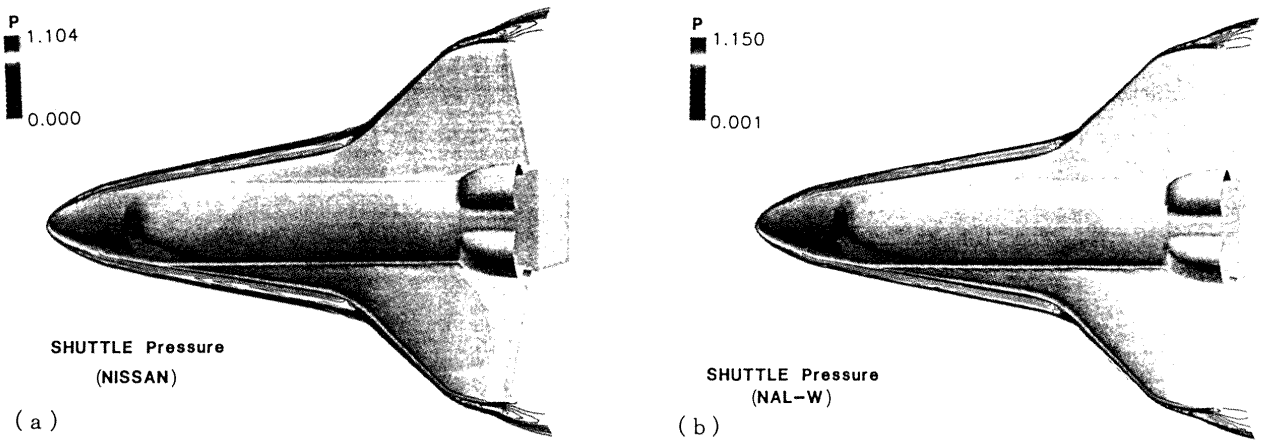


図 1.3 スペースシャトル機体上面からの圧力線図

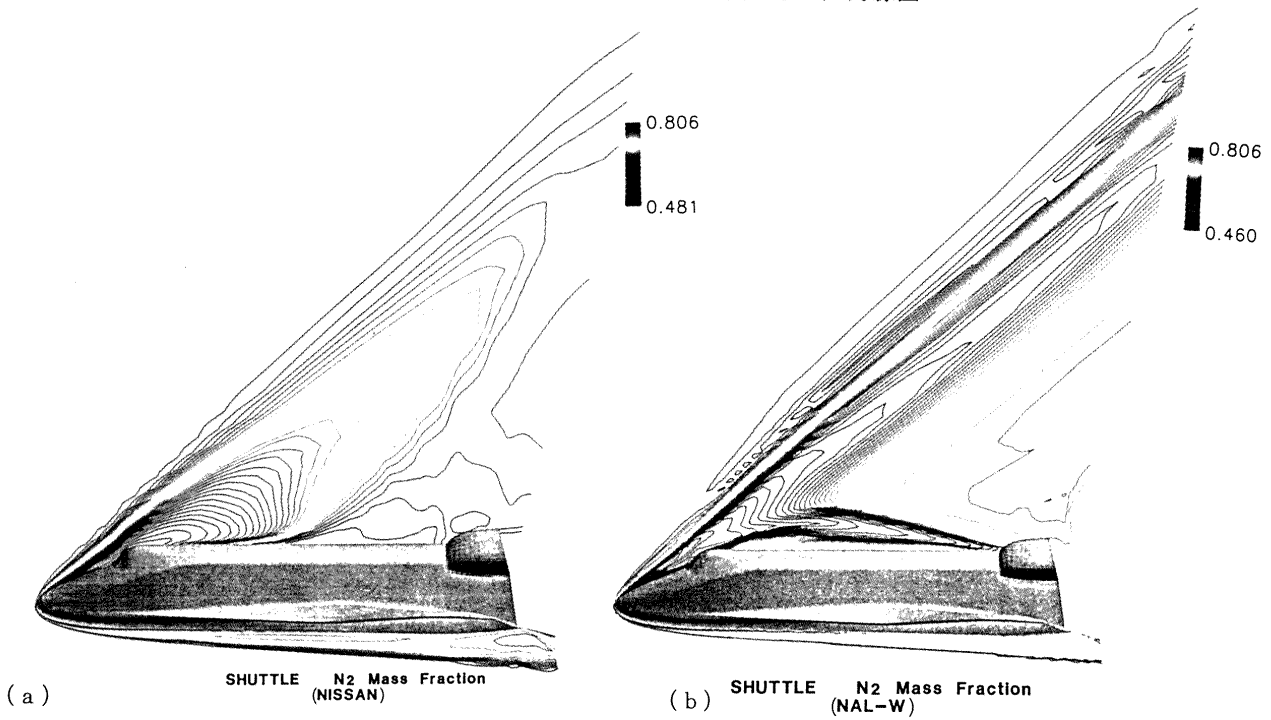


図 1.4 スペースシャトル対称面内の窒素分子の質量分率分布

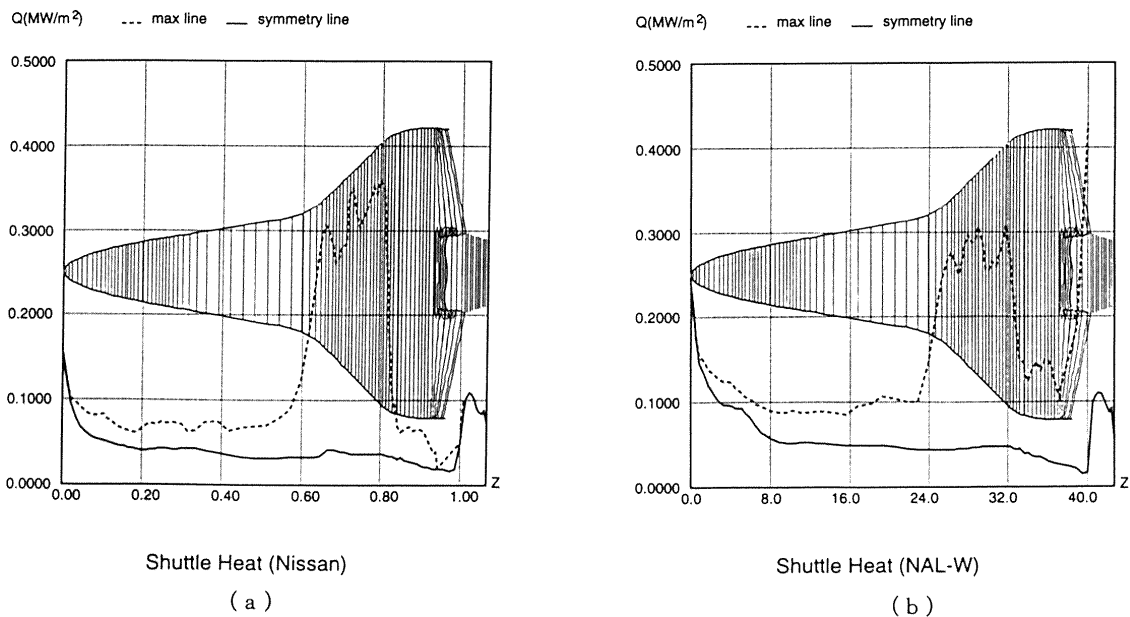
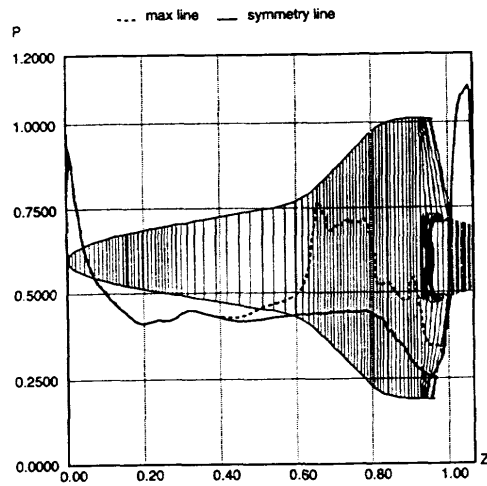


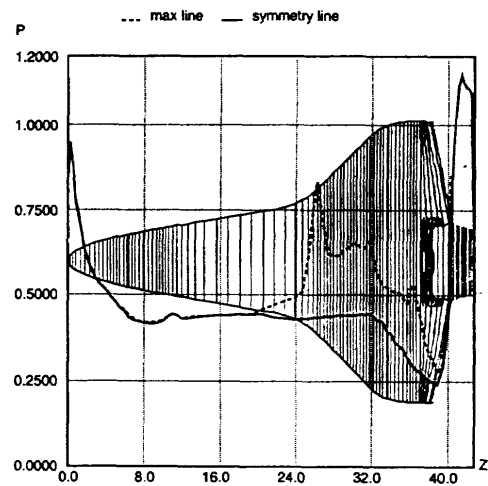
図 1.5 スペースシャトルまわりの空力加熱分布





Shuttle Pressure (Nissan)

(a)



Shuttle Pressure (NAL-W)

(b)

図 16 スペースシャトルまわりの圧力分布

## 参考文献

- 1) 第12回航空機計算空気力学シンポジウム論文集特別企画：極超音速流の CFD ワークショップ、航技研特別資料 SP-26(1994)。
- 2) 第13回航空機計算空気力学シンポジウム論文集特別企画：高エンタルピー流れ、航技研特別資料 SP-29(1996)。
- 3) 第14回航空機計算空気力学シンポジウム論文集、NAL SP-34(1997.9)。pp43-88
- 4) K.J.Weilmuenster, et al J.of Spacecraft and Rockets. vol. 31, No3(1994)。pp355-366
- 5) 山本行光「CFDによるHYFLEX飛行実験評価解析」第41回宇宙科学技術連合講演会プレブリント 平成9年10月20～22日

# 自由ピストン型衝撃風洞内の極超音速流の解析

三澤 哲也, 小川博之, 藤原俊隆\*

平成9年7月18日

Analysis of viscous, nonequilibrium, hypersonic flow induced by free piston driven shock tunnel  
by

Tetsuya MISAWA, Hiroyuki OGAWA, and Toshi FUJIWARA

## ABSTRACT

Numerical analyses are given to viscous, non-equilibrium, and hypersonic flows over an experimental model placed in a free-piston shock tunnel (Staker Tube). It is found out that the Staker Tube produces vibrationally and electronically excited, and chemically frozen flows. The equations governing the flows are solved efficiently using solution-adaptive unstructured grids. Comparison gives a good agreement between the numerical and experimental results.

## 1 はじめに

HOPE等の宇宙往還機では、ペイロード確保の為、極めて高効率の機体設計が要求され、実在気体効果の予測精度を向上させる為にも、極超音速高エンタルピー流の解析は重要となる。自由ピストン型衝撃風洞は、作動時間が他の風洞に比べ極端に短いという短所が有るものの、宇宙往還機が大気圏再突入時に受ける極超音速・高エンタルピー流れを模擬できる、最も有力な地上実験設備である。この風洞では、自由ピストンによる圧縮から強い衝撃波を生じさせ、反射衝撃波直後の高エンタルピー空気のノズル膨張により、極超音速流を得る。貯気槽内で気体分子は解離している。その気体が膨張する際には凍結流れとなり、気体の回転、振動、電子励起エネルギーが完全には緩和されず、熱化学的非平衡状態となる。その結果、ノズル出口で熱化学的非平衡流となり、実際に大気圏に突入する飛行体周りの流れとは異なる。従って、衝撃風洞の実験結果をそのまま設計・開発に用いる事はできない。そこで実験結果を実際の流れに外挿する際には、数値流体力学 (CFD) が用いられる。すなわち数値解析コードで実験結果を再現し、数値解析コードと物理モデルの検証を行う。検証された数値解析コードで、実際の流れ場の解析を行う事により、信頼できるデータが得られる。

また現実には、実験計測できるデータには限りがあり、限られたデータから、CFDを用いて計測困難なデータを補完しなければ、実験結果の正しい評価はできない。

今回は、名古屋大学で行われている自由ピストン駆動型衝撃風洞実験で計測されたデータを用いて、衝撃風洞内の衝撃波管及びノズル部の流れを、数値解析によって算出した。得られたノズル出口の試験気流条件から、気流中に置かれた円柱周り流れを数値解析し、実験から得られたシュリーレン写真と比較して、数値解析を検証した。

## 2 自由ピストン衝撃風洞の構成と作動原理

### 2.1 構成

図1に、今回制作した自由ピストン駆動型衝撃風洞の概略図を示す。これは本研究室所有の Ballistic Range と同じ駆動部を用いた極超音速風洞で、衝撃波管の長さは 2.5 m である。衝撃波管内の内径分布を図2に示す。衝撃波管壁の境界層の影響を軽減する為に内径を 40 mm としたが、設備の制約上、衝撃波管両端での内径は 25 mm とした。内径を 25 mm から 40 mm へ拡大する為に、両端に 200 mm のテーパ部を設けている。衝撃波管のノズル側管端のテーパ部長さは 40 mm、内径 12 mm である。ポンプチューブと衝撃波管を隔てる第1隔膜には、厚さ 0.6 mm のステンレス SUS304 を使い、きれいに破膜させる為に膜に曲率を持たせ、十字溝を入れて使用する。衝撃波管とノズル部を隔てる第2隔膜にはセロファンテープを用いた。極超音速ノズルはスロート径 2 mm、出口径 122 mm、開口比 3700、設計マッハ数 15 のコントゥアノズルであり、材質はステンレス SUS304 である。ノズル設計は毛利の方法 [1] に基いている。実際の実験では、風洞の持続時間を長く取る為に、マッハ 12.8 に相当するノズル部分を使用している。

### 2.2 作動原理

作動前には、高压貯気槽に 8 MPa の高压空気が蓄えられており、圧縮管には 0.48 MPa のヘリウムが充填されている。風洞をスタートさせると、高压空気が自由ピストンを加速し、圧縮された高压ヘリウムが第1隔膜を破膜する。圧縮管では、第1隔膜の破膜後もピストンがヘリウムを圧縮し続ける事により、圧力が一定に保たれ、膨張波が生じない。この事により、風洞の作動時間を長くできる。衝撃波管部には最初、常温で大気圧の空気が充填されている。第1隔膜の破膜後、衝撃波管内を衝撃波が伝播する。衝撃波は衝撃波管管端で反射し、その際の圧力と温度上昇に伴って第2隔膜が自動的

に破れ、極超音速ノズルが始動して、測定部に極超音速気流が成立する。

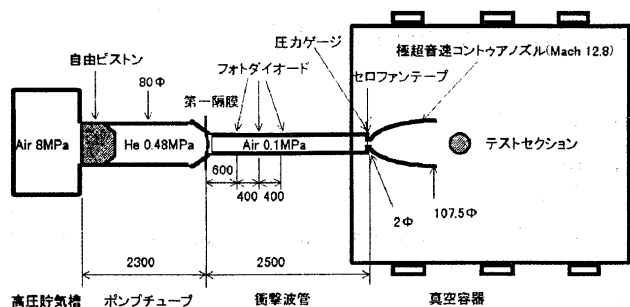


図 1: 名古屋大学 StalkerTube の概略図

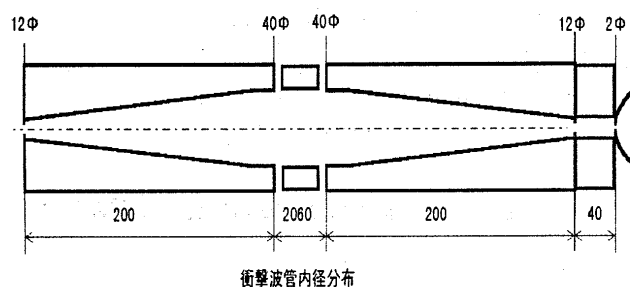


図 2: ShockTube の概略図

## 2.3 計測

衝撃波管には、ポンプチューブ側管端より 600 mm の箇所から、400 mm 毎に 3 ヶ所の窓を設け、浜松フォトニクス SiPIN フォトダイオード S5972 (応答周波数 300 MHz) により、衝撃波発光を検知する事により、衝撃波の伝播速度を計測した。衝撃波管のノズル側管端から 15 mm の位置に、Kistler 社製ピエゾ圧力ゲージ 6005 (立上がり時間 3  $\mu$ sec, 固有振動数 150 kHz) を設置し、ノズルの貯気槽圧力を測定した。圧力ゲージには熱防御の為にシリコングリスを塗布し、さらにアルミ保護版を設けて使用した。測定部では、シュリーレン法でモデル周りの可視化を行い、衝撃波形状を測定した。撮影には Kodak 社製の高速ビデオカメラ HS-4540 を用いた。光源にはカメラのフラッシュを用い、ナイフエッジは垂直にセットした。ビデオカメラの撮影速度は毎秒 13500 コマとした。

## 3 風洞各部の流れの解析

### 3.1 衝撃波管部

ノズルの貯気槽条件を求める為に数値解析を行った。衝撃波管内の空気は 1 気圧なので、熱化学的平衡状態に有ると仮定できる。空気の平衡における熱力学的状態量は、Tannehill と Mugge [2] の方法によって算出した。ポンプチューブ内ヘリウム温度は  $10^4$  K には達しないので、熱量的完全気体として扱う事にする。衝撃波管の

内径が変化する為準 1 次元解析を行った。Van Leer [6] の流束分離法を、MUSCL 法と予測子-修正子法により、空間および時間に対して 2 次精度化したスキームを用いて計算した。図 3 に衝撃波管の計算に用いた計算条件を示す。ピストンがヘリウムを圧縮し続ける事により、圧力が一定に保たれ膨張波が生じない効果を模擬する為に、ヘリウム側を仮想的に内径 12mm、長さ 1800mm の管とした。この事により、破膜時に発生しヘリウム側へ伝播する膨張波が、管端で反射し空気側に伝播する膨張波を、打消す事ができる。ヘリウムの圧力を適当に仮定し、ヘリウムが断熱圧縮されると仮定して温度を求める。空気側の圧力、温度はそれぞれ 1 気圧、300K とした。ヘリウム側の境界には自由境界条件、衝撃波管ノズル側管端の境界には反射境界条件を付加した。ノズルから流出する気体の効果は考慮しないと考えた。計算格子は等間隔で 765 点用いた。

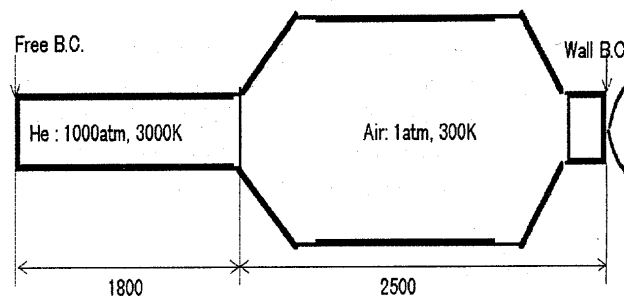


図 3: ShockTube と PumpTube の計算領域

図 4 に、実験で得られた衝撃波管ノズル側管端圧力の時間履歴を示す。図 5 に、数値解析で得られたノズル側管端での圧力と温度の時間履歴を示す。図 4, 5 で、実験の方が計算よりも圧力低下が速いのは、ノズルからの気体噴出効果を、計算では考慮していない為と考えられる。また、実験で計測された内径 40 mm の部分を伝播する衝撃波の速度は  $3 \times 10^3$  m/s であったが、数値解析でも  $3 \times 10^3$  m/s が得られ、非常に良く一致した。この事から、この計算結果は実験を良く再現していると考えられる。なお、圧力がピークの時の空気のエンタルピーは 10MJ に達する。

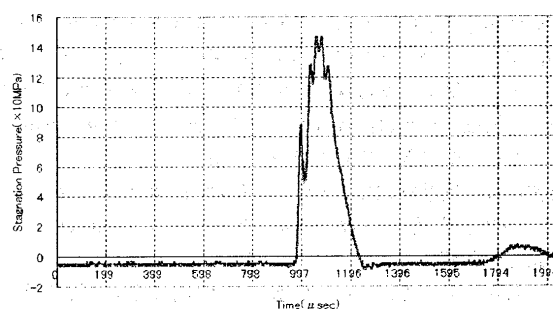


図 4: 実験による衝撃波管端の圧力の時間履歴

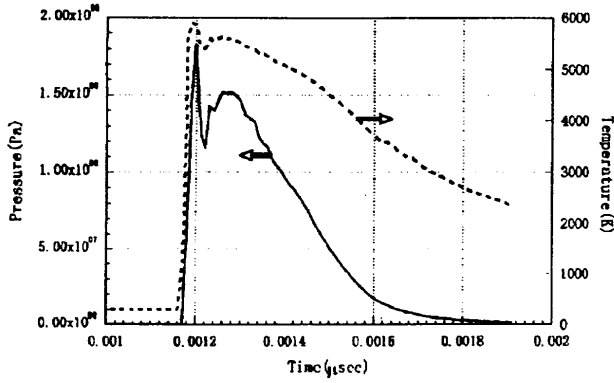


図 5: 数値計算で得られた衝撃波管端の圧力と温度の時間履歴

## 3.2 ノズル部

### 3.2.1 計算条件

前節で求められた衝撃波管ノズル側管端の数値解を用いて、これをノズルの貯気槽条件として、ノズル内流れの解析を行った。図 5 によると、貯気槽温度は 6000 K にも達するので、分子の振動モードは励起され、解離も生じる。ノズル通過時に気体が膨張すると、気体分子間の衝突頻度が減少する為に、再結合反応や振動エネルギー・並進エネルギーの緩和が起りにくくなって、ノズル出口付近では熱化学的非平衡状態になる。ここでは、空気の熱化学的非平衡状態を取り扱うモデルとして、Park の 2 温度モデル [4] を用いた数値解析を行う。ここでも準 1 次元流れを仮定した。また用いた格子点数は 52 点で、格子間隔はスロートでもっとも細かく、スロートから離れるに連れて広くなるように配置した。ノズル入口では、衝撃波管問題で得られた反射衝撃波下流条件から平衡化学組成を求めて固定境界条件とし、ノズル出口では自由境界条件とした。支配方程式は Gnoffo[3] らの定式化に基づいて、

$$\frac{\partial U A}{\partial t} + \frac{\partial F A}{\partial x} = \frac{\partial F_v A}{\partial x} + (S_c + S_v) A + S_A. \quad (1)$$

ただし、

$$U = \begin{bmatrix} \rho_i \\ \rho u \\ e \\ e_v \end{bmatrix}, \quad F = \begin{bmatrix} \rho_i u \\ \rho u^2 + p \\ (e + p)u \\ e_v u \end{bmatrix}, \quad F_v = \begin{bmatrix} \rho D_i \frac{\partial Y_i}{\partial x} \\ \frac{4}{3} \mu \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{4}{3} \mu \frac{\partial u}{\partial x} \cdot u + q_x \\ q_{v,x} \end{bmatrix},$$

$$S_c = \begin{bmatrix} \omega_i \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad S_v = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ Q_T + p_e \frac{\partial u}{\partial x} \end{bmatrix}, \quad S_A = \begin{bmatrix} 0 \\ p \frac{\partial A}{\partial x} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (2)$$

$Q_T$  は (i) 振動エネルギーの衝突による緩和項、(ii) 電子と重粒子の衝突による電子エネルギー緩和項、(iii) 電子衝突電離による電子のエネルギー損失、(iv) 解離と再結合による振動エネルギーの損失と生成の項、から成っている：

$$Q_T = \sum_{j=\text{分子}} \rho_j C_{V,vib}^j (T - T_V) \frac{\sum_{j=\text{分子}} \frac{\rho_j}{M_j} <\tau_j>}{\sum_{j=\text{分子}} \frac{\rho_j}{M_j}}$$

$$+ 3\rho N_e \mathcal{R} (T - T_V) \sum_{j=1}^{N_e-1} \frac{\nu_{ej}}{M_j} - \sum_{j=\text{イオン}} \dot{n}_{e,j} \hat{I}_j + \sum_{j=\text{分子}} \omega_j \hat{D}_j. \quad (3)$$

ここで  $C_{V,vib}^j$  は  $j$  種の振動・電子励起に関する比熱であり、

$$C_{V,vib}^j = C_{p,vib}^j = R_j \sum_{k=1}^5 a_{k,j} T_V^{k-1} - C_{p,tr}^j. \quad (4)$$

また  $<\tau_j>$  は  $j$  種の振動緩和時間であり、Millikan と White[7] の経験式から求まる緩和時間  $\tau_j^{MW}$  に、Park[4] の高温補正項  $\tau_j^P$  を加えたものである：

$$\bar{p} \tau_j^{MW} = \frac{\sum_{k=1}^{N_e-1} n_k \exp[A_j (T^{-1/3} - 0.015 \mu_{jk}^{1/4}) - 18.42]}{\sum_{k=1}^{N_e-1} n_k},$$

$$\tau_j^P = \left( \sigma_j n_j \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_j}} \right)^{-1} \quad (5)$$

ただし、 $\tau_j^P$  は 8000 K 以下で 0 とする。 $\bar{p}$  は圧力で、単位は (atm) である。 $n_j$  は  $j$  種の数密度、 $\mu_{jk}$  は  $j, k$  種の分子換算質量で、 $A_j$  は Millikan と White[7] によって与えられた、 $j$  種に対する係数である。 $\sigma_j$  は有効衝突断面積であり、 $10^{-20} \text{m}^2$  を用いた。 $k$  はボルツマン定数で、 $m_j$  は  $j$  種分子の質量である。 $\nu_{ej}$  は電子と  $j$  種分子の衝突頻度であり、電子と中性粒子の衝突に対しては

$$\nu_{ej} = n_j \sigma_{ej} \sqrt{\frac{8kT_V}{\pi m_{N_e}}}, \quad (6)$$

電子とイオンの衝突に対しては

$$\nu_{ej} = \frac{8}{3} \left( \frac{\pi}{m_{N_e}} \right)^{1/2} \frac{n_j e^4}{(2kT_V)^{3/2}} \ln \left( \frac{k^3 T_V^3}{\pi n_{N_e} e^6} \right). \quad (7)$$

$\mathcal{R}$ ,  $M_j$ ,  $e$  はそれぞれ普遍気体定数、 $j$  種の分子量、単位電荷である。 $\sigma_{ej}$  は電子と中性粒子の衝突断面積であり、文献 [3] に与えられている。

$\dot{n}_{e,j}$  は、電子衝突によって  $j$  種が単位時間当りにイオン化される数であり、 $\hat{I}_j$ ,  $\hat{D}_j$  はそれぞれ  $j$  種の第 1 イオン化エネルギー、 $j$  種の解離エネルギーに 0.3 を乗じたものである (優先的解離 [4])。

化学反応モデルには、Park の 2 温度化学反応モデル [4] を用いた。化学反応モデルを表 1 に示す。表に示される様に、化学反応モデルは 11 種 ( $N_2$ ,  $O_2$ ,  $N$ ,  $O$ ,  $NO$ ,  $N_2^+$ ,  $O_2^+$ ,  $N^+$ ,  $O^+$ ,  $NO^+$ ,  $e^-$ ) 21 反応から成る。 $j$  種の単位時間当り単位体積当りの質量生成速度  $\omega_j$  は

$$\omega_j = \sum_{i=1}^{21} (\nu_{ij}'' - \nu_{ij}') M_j [k_{f,i} \prod_{k=1}^{N_e} C_k^{\nu_{ik}'} - (K_{e,i}/k_{f,i}) \prod_{k=1}^{N_e} C_k^{\nu_{ik}''}]. \quad (8)$$

ただし、 $C_k$  は  $k$  種のモル濃度、 $\nu_{ij}'$ ,  $\nu_{ij}''$  はそれぞれ  $i$  番目化学反応における  $j$  種反応物と生成物の化学量論係数である。前進反応速度  $k_{f,i}$  は

$$k_{f,i} = C_{f,i} T_q^{\nu_{f,i}} \exp \left( -\frac{E_{f,i}}{kT_q} \right), \quad T_q = T^\eta T_V^{1-\eta}, \quad (9)$$

$i$  番目の化学反応の平衡定数  $K_{e,i}$  は

$$K_{e,i} = \exp(A_1^i/Z + A_2^i + A_3^i \ln Z + A_4^i Z + A_5^i Z^2), \quad Z = 10000/T_q \quad (10)$$

で、係数  $A_k^i$  は文献 [4] に与えられている。

表 1: Two-temperature chemical reaction model by Park

Reactions	$q$	$E_f, i$
$O_2 + M_1 = 2O + M_1$	0.5	$5.595 \times 10^4$
$N_2 + M_2 = 2N + M_2$	0.5	$1.132 \times 10^5$
$NO + M_3 = N + O + M_3$	0.5	$7.550 \times 10^4$
$O + NO = N + O_2$	1.0	$1.945 \times 10^4$
$O + N_2 = N + NO$	1.0	$3.840 \times 10^4$
$O_2^+ + O = O_2 + O^+$	1.0	$1.800 \times 10^4$
$NO^+ + O = NO + O^+$	1.0	$5.100 \times 10^4$
$N_2 + O^+ = N_2^+ + O$	1.0	$2.280 \times 10^4$
$NO^+ + N = O + N_2^+$	1.0	$3.500 \times 10^4$
$NO^+ + O_2 = NO + O_2^+$	1.0	$3.260 \times 10^4$
$NO^+ + O = N^+ + O_2$	1.0	$7.720 \times 10^4$
$O_2^+ + N = N^+ + O_2$	1.0	$2.860 \times 10^4$
$O^+ + NO = N^+ + O_2$	1.0	$2.660 \times 10^4$
$O_2^+ + N_2 = N_2^+ + O_2$	1.0	$4.070 \times 10^4$
$NO^+ + N = O^+ + N_2$	1.0	$1.280 \times 10^4$
$NO^+ + O = O_2^+ + N$	1.0	$4.860 \times 10^4$
$N + O = NO^+ + 2e^-$	1.0	$3.190 \times 10^4$
$O + O = O_2^+ + 2e^-$	1.0	$8.060 \times 10^4$
$N + N = N_2^+ + 2e^-$	1.0	$6.750 \times 10^4$
$O + e^- = O^+ + 2e^-$	0.0	$1.585 \times 10^5$
$N + e^- = N^+ + 2e^-$	0.0	$1.686 \times 10^5$

$$M_1 = N_2 + O_2 + 5N + 5O + NO + N_2^+ + O_2^+ + 5N^+ + 5O^+ + NO^+$$

$$M_2 = N_2 + O_2 + 4.29N + 4.29O + NO + N_2^+ + O_2^+ + 4.29N^+ + 4.29O^+ + NO^+ + 1714e^-$$

$$M_3 = N_2 + O_2 + 22N + 22O + 22NO + N_2^+ + O_2^+ + 22N^+ + 22O^+ + NO^+$$

### 3.2.2 ノズル部の解析結果

図 6 に得られたノズル内の化学組成分布, 図 7 に温度分布を示す。ノズル出口における化学組成は, モル分率で  $N_2 = 0.735$ ,  $O_2 = 0.147$ ,  $N = 0.310 \times 10^{-6}$ ,  $O = 0.201 \times 10^{-1}$ ,  $NO = 0.978 \times 10^{-1}$ ,  $N_2^+ = 0.345 \times 10^{-20}$ ,  $O_2^+ = 0.128 \times 10^{-12}$ ,  $N^+ = 0.167 \times 10^{-23}$ ,  $O^+ = 0.397 \times 10^{-19}$ ,  $NO^+ = 0.111 \times 10^{-6}$ ,  $e^- = 0.120 \times 10^{-6}$ , であり, ノズル出口での並進・回転温度は 260K, 振動・電子温度は 2111K となった。ノズル内流れはかなり強い熱化学的非平衡である事が分る。ノズル出口での密度と圧力はそれぞれ  $0.183 \text{ kg/m}^3$ ,  $1.39 \times 10^4 \text{ Pa}$  であった。ノズル出口での流速は  $3.47 \times 10^4 \text{ km/s}$  に達するが, これは凍結音速で作るとマッハ数 12.6 であり, 設計マッハ数 12.8 と良く合っている。

ノズル出口のマッハ数が, 森田等 [9] によって, 実験的に求められている: テストセクションに 20 度と 30 度の角度を持つ楔型模型を置き, 生じる斜め衝撃波角を測定し, 下記の様に斜め衝撃波関係式から, マッハ数を算出している;

$$\tan \theta = 2 \cot \beta \left[ \frac{M^2 \sin^2 \beta - 1}{M^2 (\gamma + \cos 2\beta) + 2} \right]. \quad (11)$$

表 2 にその結果を示す。解離が起きていない空気を仮定した比熱比  $\gamma = 1.4$  の時と, 解離空気を仮定して数値計算より算出した  $\gamma = 1.406$  の時の, 2 ケースを示す。この算出方法でも, ノズル出口のマッハ

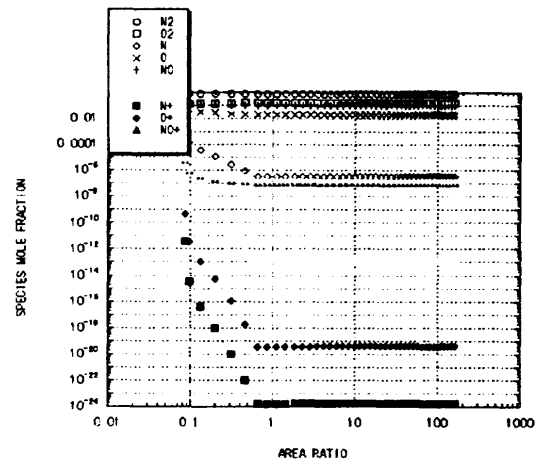


図 6: ノズル中の化学種組成分布

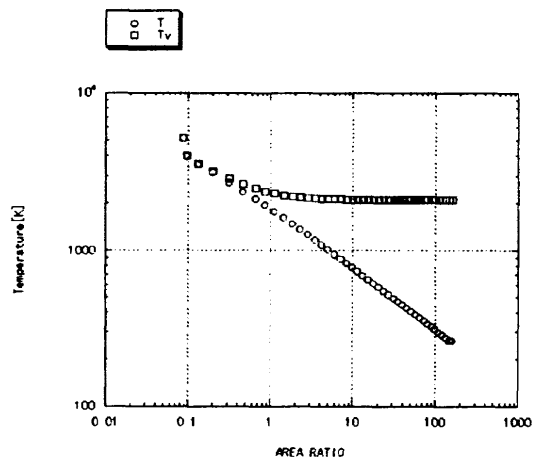


図 7: ノズル中の温度分布

数を見積もれる事が判明した。

## 3.3 テストセクション

### 3.3.1 計算条件

前節で得られたノズル出口条件を用いて, テストセクションに置かれた模型周りの流れの計算を行う。高次精度の Godunov 型スキームと解適合非構造格子を用いて, 極超音速, 高 Reynolds 数流れの高精度解を, 高効率かつほとんど自動的に求め得る数値手法を開発した。

今回は 2 次元流れを考える。従って支配方程式は

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \int_V U dV + \int_S (F n_x + G n_y) dS \\ = \int_S (F_1 n_x + G_1 n_y) dS + \int_V S_c dV + \int_V S_v dV, \end{aligned} \quad (12)$$

表 2: 実験により求めたノズル出口のマッハ数

$\theta$	$\beta$	M ( $\gamma = 1.4$ )	M ( $\gamma = 1.406$ )
20	25.3 ± 0.1	12.4 ± 0.7	12.82 ± 0.62
30	38.1 ± 0.1	12.1 ± 0.7	13.16 ± 0.87

$$U = \begin{bmatrix} \rho_i \\ \rho u \\ \rho v \\ \epsilon \\ c_v \end{bmatrix}, F n_x + G n_y = \begin{bmatrix} \rho_i (u n_x + v n_y) \\ \rho u (u n_x + v n_y) + p n_x \\ \rho v (u n_x + v n_y) + p n_y \\ (\epsilon + p) (u n_x + v n_y) \\ c_v (u n_x + v n_y) \end{bmatrix}$$

$$F_t n_x + G_t n_y = \begin{bmatrix} \rho D_i \left( \frac{\partial Y_i}{\partial x} n_x + \frac{\partial Y_i}{\partial y} n_y \right) \\ \tau_{xx} n_x + \tau_{xy} n_y \\ \tau_{xy} n_x + \tau_{yy} n_y \\ (u \tau_{xx} + v \tau_{xy}) n_x + (u \tau_{xy} + v \tau_{yy}) n_y + q_x n_x + q_y n_y \\ q_{v,x} n_x + q_{v,y} n_y \end{bmatrix}$$

$$S_c = \begin{bmatrix} \omega_i \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, S_v = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ Q_T - p \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \end{bmatrix}$$

要素としては3角形を採用した。格子形成にはDelaunayの方法を計算領域内に用いた。文献[8]の方法によって、ほとんど自動的に格子形成を行う事ができる。衝撃波を含む流れについて、高次精度で単調な解を与えるGodunov型のスキームは、有限体積法の考え方に基づいている。非構造格子の有限体積法には、cell-centered法とcell-vertex法の2種類がある。cell-centered法では解ベクトルはcell中心で定義され、検査体積は要素と一致する。cell-vertex法では解ベクトルはcell頂点で定義される。ここではcell-vertex法を採用した。図8に今回用いられたcell境界と検査体積を示す。

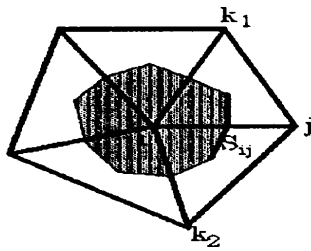


図 8: cell 境界と検査体積

流れの特性時間を $\tau_f$ 、化学反応の特性時間を $\tau_c$ 、エネルギー緩和の特性時間を $\tau_v$ とする。 $\tau_f$ に比べて $\tau_c$ 、 $\tau_v$ がかなり小さな値を取る事が頻繁に有った。そこで化学反応生成項 $S_c$ とエネルギー緩和項 $S_v$ を、別々に陰的に取扱った。すなわち、

$$\Delta S_{c,i} = \left[ I - \left( \frac{\partial S_c}{\partial U} \right)_i^n \Delta t \right]^{-1} S_{c,i}^n,$$

$$\Delta S_{v,i} = \left[ I - \left( \frac{\partial S_v}{\partial U} \right)_i^n \Delta t \right]^{-1} S_{v,i}^n, \quad (13)$$

ここで $I$ は単位テンソルである。 $\partial S_v / \partial U$ は、簡単の為に、比熱、振動緩和時間及び衝突頻度を一定として、求められた。

格子間隔を流速と凍結音速の和で割ったものを $\tau_f$ とし、振動緩和時間を $\tau_v$ とする。 $\Delta t$ は

$$\Delta t = \min \{ \min_i C_{n,f}(\tau_f)_i, \min_i C_{n,v}(\tau_v)_i \} \quad (14)$$

で求められる。 $C_{n,f}$ 、 $C_{n,v}$ は1以下の正の定数である。CFL条件(14)には化学反応の特性時間が考慮されず、またエネルギー緩和項は陰的に取扱われているにも拘わらず考慮されているが、これは経験に基きなされた。使用メモリと計算時間を抑えつつ、高精度計算を行う為に、格子を解に適合させた。

### 3.3.2 テストセクション部の計算結果

定常解を求めるのが目的なので、計算時間短縮の為に、次の手順で計算を進めた。(i) 粗い格子で非粘性・凍結流を計算し収束させる。(ii) これを初期条件にして、粘性・凍結流を計算し収束させる。(iii) 得られた収束解を初期条件にして、粘性・化学反応流を計算し収束させる。(iv) 要素分割・ノード削除を行い、格子を解に適合させ、収束解を得る。(v) これを何回か繰返した後、要求される精度の収束解を得る。

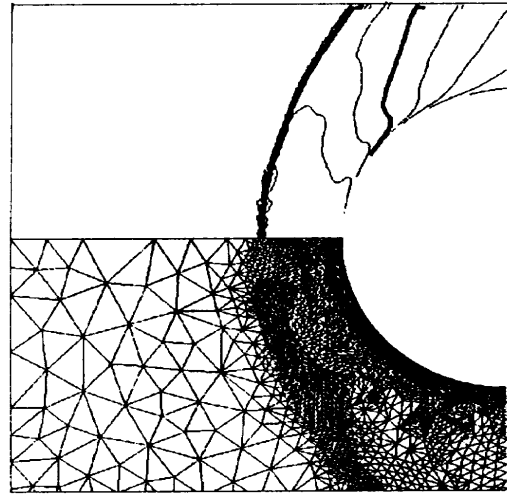


図 9: 円柱周りの計算における格子と等密度線図

名古屋大学の自由ピストン型衝撃風洞で行われた、円柱周りの流れ場の、シュリーレン法による可視化実験を、数値解析で再現した。用いられた円柱は半径20mmである。ノズル内流れ解析で得られた自由流条件が用いられた。円柱表面温度は測定されていないので、断熱・非触媒のノンスリップ条件を用いて解析した。

図9に、得られた密度分布と用いた計算格子を示す。用いられた最終的な格子点数は4776点で、要素数は9467である。

数値解析で得られた等密度線図と、実験におけるシュリーレン写真とを、図10で比較する。衝撃波形状及び衝撃波離脱距離が、両者間で良く合っている事が分る。

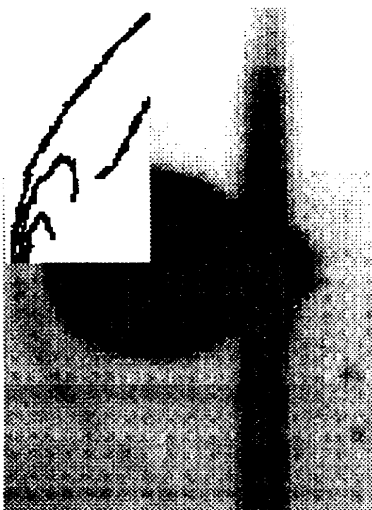


図 10: 円柱周り流れの等密度線図とシュリーレン写真

同じ自由流条件で、半頂角  $20^\circ$  の 2 次元楔に対する数値解（等密度線図）と実験（シュリーレン写真）の比較が、図 11 に示される。衝撃波傾斜角が良く合っている事が分る。これ等の比較によれば、数



図 11: 楔型模型周り流れの等密度線図とシュリーレン写真

値解析は実験を良く再現しており、数値解析の信頼性が証明されたと言える。

## 4 結論

自由ピストン駆動型衝撃風洞の衝撃波管部、ノズル部、テストセクション部に対し、数値解析が順番に行なわれた。

(1) 衝撃波管では熱的・化学的平衡状態を仮定し、ノズル部の貯気槽状態量を算出した。この計算結果から得られた衝撃波の伝播速度は、実験値と良く一致し、数値解析が実験を良く再現している事が示された。

(2) ノズル部では熱的・化学的非平衡状態を容認し、テストセクション上流の状態量を算出した。ノズル出口の凍結マッハ数が、設計マッ

ハ数と良く一致する解を得た。数値解析から、ノズル内流れはかなり強い非平衡であり、ノズル出口で並進・回転温度と振動・電子温度が大きく異なる事が分った。この事実は、実験による温度測定における注意事項である。また、本計算で算出した比熱比  $\gamma$  を用いて、楔型模型に対する実験マッハ数を算出した。

(3) テストセクション部では、非構造解適合格子を用いて、円柱周りまたは楔型模型周り流れの、シュリーレン法による可視化実験を再現した。衝撃波離脱距離及び斜め衝撃波角が、実験値と良く一致した。

## 参考文献

- [1] 毛利浩: 気体の不完全性を考慮した極超音速風洞ノズルの設計計算法, 航空宇宙技術研究所資料 TM-37 (1964)
- [2] Tannehill, J. C. and Muge, P. H.: Improved curve fits for the thermodynamic properties of equilibrium air suitable for numerical computation using time-dependent or shock-capturing methods, NASA CR-2470 (1974)
- [3] Gnoffo, P. A., Gupta, R. N. and Shinn, J. L.: Conservation equations and physical models for hypersonic air flows in thermal and chemical nonequilibrium, NASA TP-2867 (1989)
- [4] Park, C.: Nonequilibrium hypersonic aerothermodynamics, Wiley (1989), pp.1-88
- [5] Fursenko, A.: Unstructured Euler solvers and underlying algorithms for strongly unsteady shocked flows, Proc. of the 5th Int. Symp. on Computational Fluid Dynamics (1993), pp. 227-234
- [6] Van Leer, B.: Flux vector splitting for the Euler equations, Lecture notes in Physics, Berlin: Springer Verlag, 170 (1982), pp.507-512
- [7] Millikan, R. C. and White, D. R.: Systematics of vibrational relaxation, J. Chem. Phys., vol. 39 (1963), pp.3209-3213
- [8] 谷口健男: FEM のための要素自動分割, 森北出版 (1992)
- [9] 森田哲也 小紫公也 藤原俊隆: ストーカーチューブを用いたモデル周り的高エンタルピー流の可視化, 日本航空宇宙学会第 28 期年会講演会講演集, (1997), pp50,51

# HYFLEX の空力加熱に関する実験的研究

植田修一、佐藤和雄、小室智幸、高橋政浩、伊藤勝宏  
(航空宇宙技術研究所 角田宇宙推進技術研究センター)

## Experimental Investigation on Aerodynamic Heating of HYFLEX

by

Shuichi UEDA, Kazuo SATO, Tomoyuki KOMURO,  
Masahiro TAKAHASHI, Katsuhiko ITOH  
(NAL Kakuda Research Center)

### ABSTRACT

The HYFLEX (Hypersonic Flight Experiment) project was planned as one of a series of small-scale experimental vehicles for the development of the Japanese unmanned orbiting plane, HOPE. The experiment was successfully performed on Feb. 12, 1996. The aerodynamic heating to the region of C/C hot structure and ceramic tile were measured during flight. In this paper, aerodynamic heating experiments on a HYFLEX model are presented. The HYFLEX model was tested in the HEK, a medium size free-piston shock tunnel at the Kakuda research center. Test conditions were selected along the HYFLEX flight trajectory and results obtained in these experiments are compared with flight data.

#### 1. はじめに

超音速飛行実験(Hypersonic Flight Experiment: HYFLEX)は、HOPE計画のための小型実験機による飛行実験のひとつとして、極超音速揚力機の飛行、設計、製造技術の蓄積を主たる目的として計画されたものである<sup>(1,2,3)</sup>。HYFLEX実験機は1996年2月12日に種子島宇宙センターからJ-1ロケットにより打ち上げられた。HYFLEX実験機では、C/C部、セラミックタイル部および可撓断熱材部に空力加熱推算用の温度センサーが配置され、空力加熱履歴が得られた。

航技研では、宇宙往還機の大気圏再突入時の高温高圧の極限流れを模擬することができる大型の自由ピストン型高温衝撃風洞(HIEST)を建設中であるが、そのパイロット風洞として中型高温衝撃風洞(HEK)<sup>(4)</sup>を建設し、HIESTの詳細設計のためのデータ取得、高エンタルピ領域での空力・空力加熱計測法の研究を進めている。

本論では、HYFLEX実験機の空力加熱計測用模型を製作し、HEKにおいて試験を行った結果について述べる。淀み点エンタルピおよびバイナリースケーリングパラメータ( $p_{\infty}L$ )を飛行試験条件と一致させた試験を行い、得

られた結果を飛行試験結果と比較する事により、空力加熱率に及ぼす実在気体効果について検討した。

#### 2. 試験設備

HEKはHIESTのパイロット設備として建設され、ほぼ1/3スケールの設備である。図1にHEKの全体図を示す。圧縮管は全長約16m、内径21cmであり、試験条件に応じて交換される約15kgから26kgのピストンを高圧空気で駆動し、駆動気体を圧縮する。衝撃波管は全長6.5m、内径72mmであり、下流端には390mmの出口径を持つ半頂角12度のコニカルノズルが設置されている。10mmと18mmのスロート径によりノズル開口比を変え、所定の試験条件を得る。HEKの詳細な諸元を表1にまとめて示す。

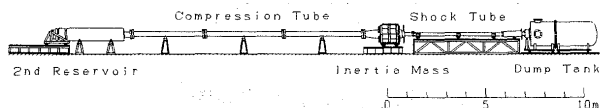


図1 中型高温衝撃風洞(HEK)外観



淀み点エンタルピーは、衝撃波管内の衝撃波速度の実測値、ノズル貯気槽圧力の実測値および衝撃波管の充填圧力から、衝撃波関係式により算出される。さらに、試験部にはピトー圧および淀み点熱流束測定用のプローブが設置されており、試験部での測定結果のみを用いて淀み点エンタルピーを算出することができる。(5,6)。

表1 中型高温衝撃風洞 (HEK) の諸元

Compression tube	length	16 m
	diameter	21 cm
Shock tube	length	6.5 m
	diameter	72 mm
Nozzle	throat	10 and 18 mm
	exit	390 mm
		12° conical
Piston	weight	15 to 26 kg

### 3. 供試模型

HYFLEX 実験機を図2に示す。HYFLEX 実験機では、C/C 部、セラミックタイル部および可撓断熱材部に空力加熱推算用の温度センサーが配置され、空力加熱履歴が得られた。今回の試験に使用した空力加熱試験には HYFLEX 実験機の 6% 模型 (全長約 240mm) を使用し、ノーズ、機体下部およびエレボンに空力加熱率測定用の同軸型熱電対を 26 点配置した。同軸型熱電対で計測された表面温度の時間変化を基に熱流束履歴を算出する<sup>(7)</sup>。空力加熱率測定位置は飛行試験データとの比較が容易となるように、飛行実験機の熱流束測定位置から加熱率の高い測定点を中心に選択した。飛行実験機では機体の側面部や上面部にも熱流束測定点を配しているが、今回の風洞試験条件では、これらの熱流束の低い領域では微弱な出力しか得られないと予想されたため、特に測定は行わなかった。

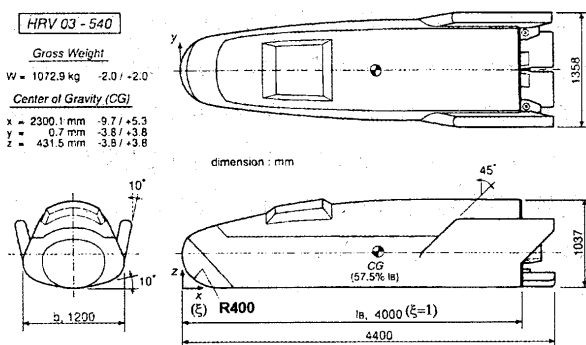


図2 HYFLEX 実験機

### 4. 試験結果

HYFLEX 実験機模型の HEK での試験条件を図3に淀み点エンタルピーとバイナリースケーリングパラメータで示す。図では HEK での試験条件と共に HYFLEX 実験機と HOPE-X の予定飛行経路をも示している。図中の試験条件 18(φ10)は HYFLEX 実験機分離後約 98 秒目の飛行条件とほぼ重なり、高度約 60km、飛行速度約 3.9km/s に相当する。但し、マッハ数に関しては、高温衝撃風洞ノズル内での実在気体効果により、飛行条件では約 12.6 であるのに対し、風洞試験条件では 9.3 となった。

HYFLEX 実験機の飛行経路では最大エンタルピーは高々 8MJ/kg 程度であるが、HOPE の飛行経路には 20MJ/kg 以上の高エンタルピー領域まで含まれる。このため、試験では HYFLEX 実験機の飛行経路にそった試験条件に加え、HOPE 飛行経路に沿った高エンタルピー条件での試験も行い、高エンタルピー条件での空力加熱率の測定を行った。熱流束分布に対するエンタルピーの影響はバイナリースケーリングパラメータをほぼ一定としてエンタルピーを変化させた試験 (条件 13(φ10), 18(φ10), 12(φ10) 及び条件 18(φ18), 19(φ18), 15(φ18))、バイナリースケーリングパラメータの影響はエンタルピーをほぼ一定にしてバイナリースケーリングパラメータを変化させた試験 (条件 18(φ10), 18(φ18), 19(φ18) 及び条件 12(φ10), 15(φ18)) を行い、各パラメータの影響を調べた。

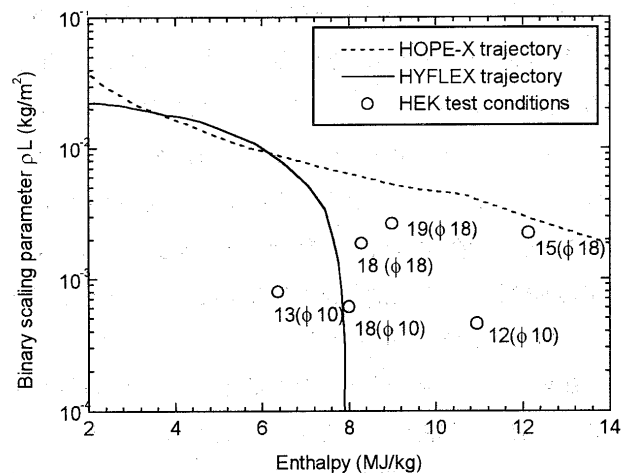


図3 HEK 試験条件と HOPE-X、HYFLEX 実験機の軌道

表2には各試験条件の詳細をまとめて示す。本試験の条件は、ノズル貯気槽圧約 20MPa から 40MPa、淀み点エンタルピー約 6MJ/kg から 12MJ/kg であり、ノズル出口

でのマッハ数は約7から10となる。

表2 HYFLEX 模型の試験条件

Condition	12(φ10)	13(φ10)	15(φ18)	18(φ10)	19(φ18)
Reservoir					
P0(MPa)	23.5	25.7	39.0	24.5	37.1
H0(MJ/kg)	10.9	6.4	12.1	7.9	8.7
Nozzle exit					
P∞(kPa)	0.33	0.28	2.96	0.30	2.44
ρ∞(kg/m <sup>3</sup> )	2.0e-3	3.4e-3	9.3e-3	2.6e-3	11.3e-3
T∞(K)	561	288	1069	393	744
V∞(m/s)	4272	3349	4421	3724	3859
M∞	8.8	9.8	6.8	9.3	7.1

(注: φ10、φ18 は使用するスロート径)

HYFLEX 実験機の飛行姿勢は、高エンタルピ領域では迎角 49 度でほぼ一定であり、エレボンの操舵角も微小であることから、HEK での試験条件は迎角 50 度、エレボン操舵角 0 度を標準とした。さらに、迎角の影響を観る目的で迎角を 30 度および 40 度とした試験も行った。

図4は試験条件 18(φ18)、迎角 50 度の場合のシュリーレン写真である。模型前方に離脱衝撃波が観察される。

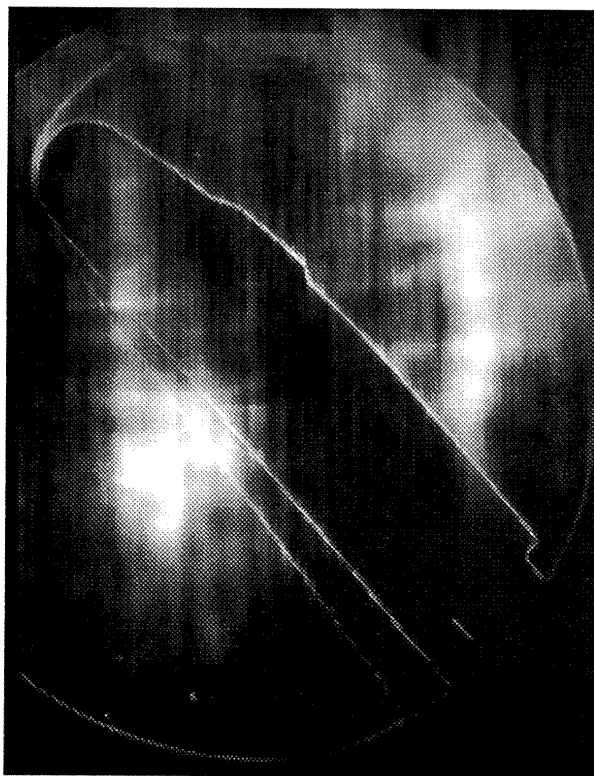


図4 HYFLEX 模型周りのシュリーレン写真  
試験条件 18(φ18)、迎角 50 度

実験で得られた熱流束は、基準熱流束  $Q_{ref}$  により無次元化される。 $Q_{ref}$  としては淀み点エンタルピ  $H_{total}$  と実測

のピトー圧  $P_{tot}$  から、式(1)(8)により算出される HYFLEX 模型のノーズ部の淀み点熱流束を使用した。

$$Q_{ref} \sqrt{\frac{R_{noze}}{P_{tot}}} = 23.787 \quad (1)$$

$$\left[ \frac{H_{total} - H_{wall}}{RT_0} \right]^{1/0.688}$$

ここで、 $H_{wall}$  は模型壁面のエンタルピ、 $R_{noze}$  はノーズ部の局率半径であり、また、空気の場合には、 $R=288.2\text{J/kg/K}$ 、 $T_0=273.15$  である。

式(1)は球の淀み点熱流束の CFD 結果から半実験式として導かれたものであり、HEK での試験条件範囲内では、淀み点熱流束の算出式として一般的に使われている Fay & Riddell の式<sup>(6)</sup>とよく一致する。

#### 4.1 飛行試験との比較

HEK 試験条件のうち HYFLEX 実験機の飛行経路とほぼ重なる試験条件 18(φ10)での試験結果を図5に示す。図の横軸  $\xi$  は機体全長  $L_B$  で無次元化された機体先端からの位置であり、縦軸  $Q/Q_{ref}$  は式(1)で算出される基準熱流束  $Q_{ref}$  で無次元化された熱流束である。基準熱流束の算出には風洞試験、飛行試験それぞれの気流条件を使用している。飛行試験データの内、ノーズの C/C 部については測定データの解析が完了していないため、セラミックタイル部のデータのみと比較を行う。風洞試験結果は飛行試験結果と傾向は良く一致しているが、若干高い値を示している。

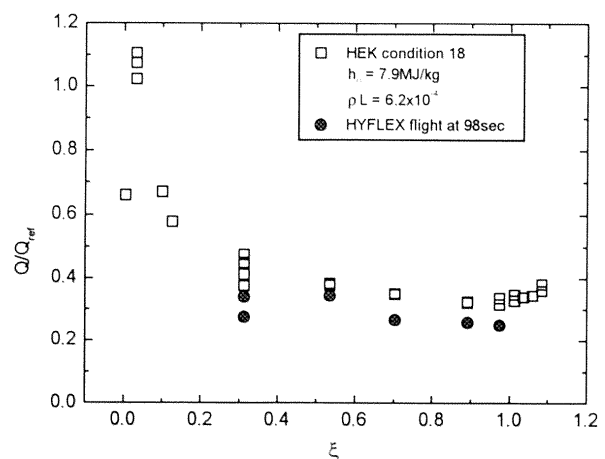


図5 無次元熱流束  $Q/Q_{ref}$  分布の飛行試験データとの比較  
風洞試験条件: 条件 18(φ10)、迎角 50 度、飛行試験  
条件: 飛行速度 3.9km/s、高度 60km 相当

#### 4.2 迎角の影響

図6には無次元化熱流束分布の迎角による変化を示す。機体後部では迎角の増加に伴う熱流束の上昇が観られる。ノーズ部で傾向が異なっているのは、迎角の変化に伴い淀み点の位置が変わるためである。

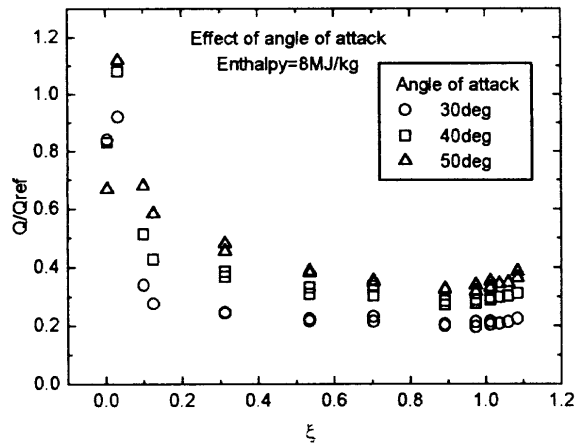


図6 迎角による熱流束分布の変化  
試験条件 18( $\phi 10$ )

図7は迎角による熱流束の変化を飛行試験データと比較したものである。ここで、風洞試験は条件 18( $\phi 10$ )で行い、迎角だけを変えたものであるのに対し、飛行試験データは切り離し直後に、ほぼ水平の状態から 49 度まで迎角を制御した間と、49 度から 30 度まで迎角を制御した時の熱流束変化を示したものであり、気流条件は一定したものではない。また、飛行試験データにおける迎角 35 度から 45 度にかけてのピークは、境界層の乱流遷移によるもの<sup>(3)</sup>と考えられている。

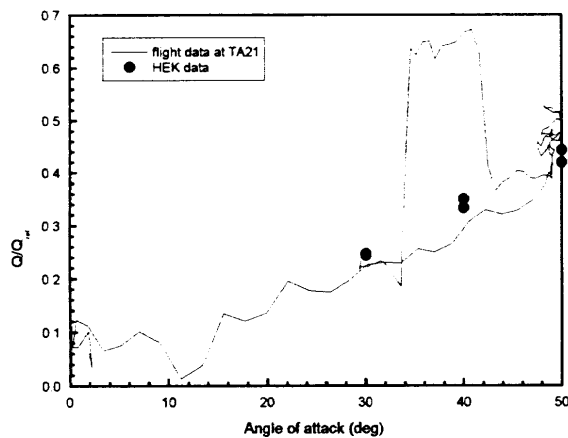
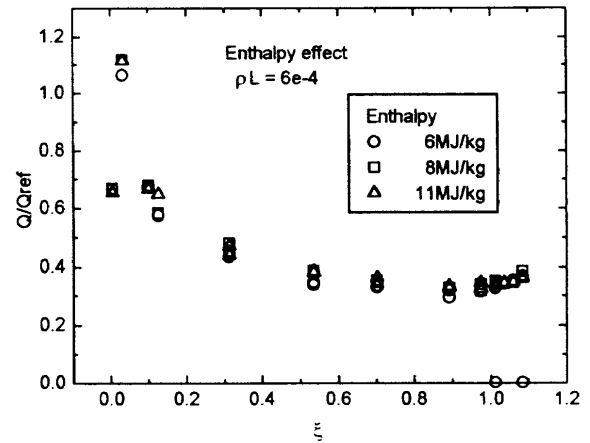


図7 迎角による空力加熱率の変化  
(実験 (18( $\phi 10$ ))と飛行試験の比較)

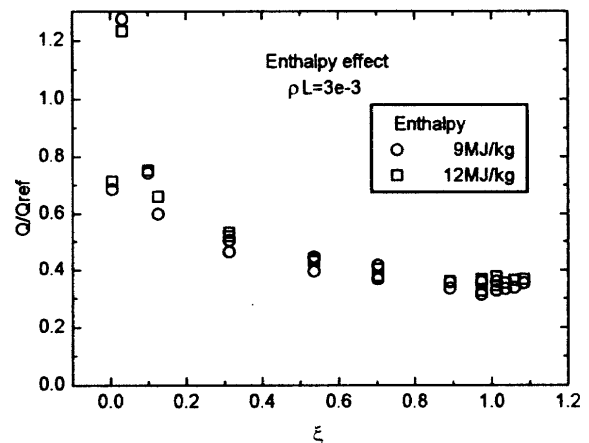
図5と同様、風洞試験データは飛行試験データより若干高い値を示しているが、傾向は良く一致している。

#### 4.3 エンタルピーの影響

図8はエンタルピー変化による空力加熱率分布の変化を示したものである。



(a) 低バイナリースケーリングパラメータ  
条件 13( $\phi 10$ ), 18( $\phi 10$ ), 12( $\phi 10$ )



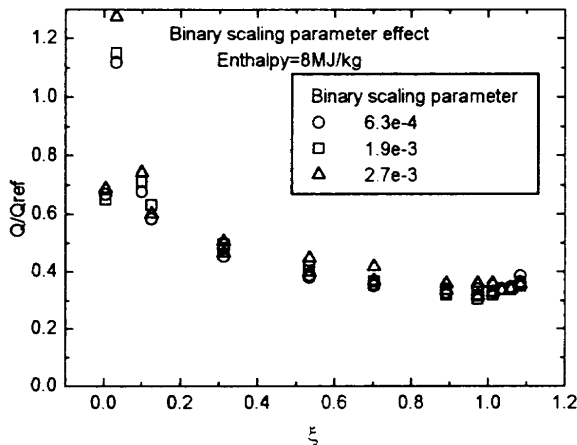
(b) 高バイナリースケーリングパラメータ  
条件 19( $\phi 18$ ), 15( $\phi 18$ )

図8 エンタルピーによる空力加熱率の変化

図より、本試験のエンタルピー範囲では著しいエンタルピー効果は観察されていない。エンタルピーによる空力加熱率分布の変化は小さく、淀み点熱流束で良く整理することができた。また、式(1)により算出された基準熱流束  $Q_{ref}$  によりエンタルピーの影響を良く整理することができた。

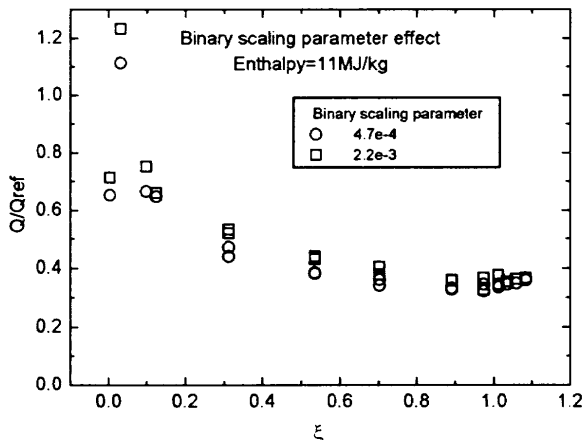
#### 4.4 バイナリースケーリングパラメータの影響

図9はバイナリースケーリングパラメータ変化による空力加熱率分布の変化を示したものである。エンタルピーの影響を示した図8の場合と同様、バイナリースケーリングパラメータの空力加熱率分布に及ぼす影響は少ないが、全体的にバイナリースケーリングパラメータが大き



(a) 低エンタルピー

条件 18(φ10), 18(φ18), 19(φ18)



(b) 高エンタルピー

条件 12(φ10), 15(φ18)

図9 バイナリースケーリングパラメータの影響

図10は各試験条件の無次元化された淀み点熱流束をエンタルピーに対して示したものである。図中で、○は低バイナリースケーリングパラメータの場合、▲は高バイナリースケーリングパラメータの場合を示している。試験

ごとのばらつきはかなり大きい、高バイナリースケーリングパラメータの場合には明らかに高い  $Q/Q_{ref}$  が得られている。これは式(1)による淀み点熱流束の推算値がバイナリースケーリングパラメータの効果をよく整理できていないことが原因であると考えられる。

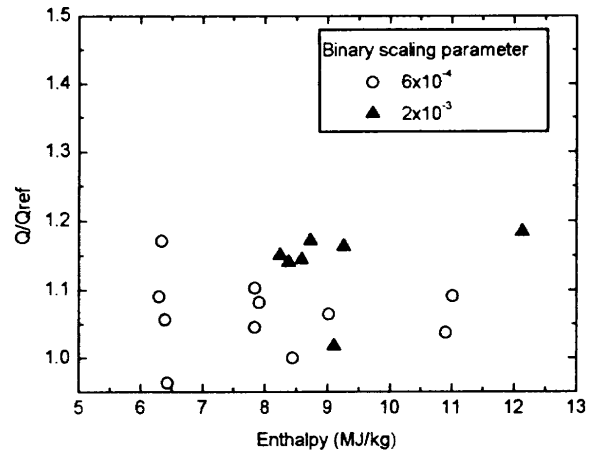


図10 淀み点熱流束

#### 5. まとめ

航技研 中型高温衝撃風洞(HEK)において HYFLEX 模型の空力加熱試験を行った。試験には HYFLEX 実験機の6%模型(全長約 240mm)を使用し、ノーズ、機体下部およびエレボンでの空力加熱率計測を行った。

- (1) 試験により得られた空力加熱率を実機の飛行試験データと比較した結果、HYFLEX 実験機の飛行試験結果とほぼ一致した。
- (2) 測定された熱流束の無次元化に使用した基準熱流束  $Q_{ref}$  は今回の試験範囲では空力加熱率に対するエンタルピーの効果を良く現していることがわかった。
- (3) バイナリースケーリングパラメータに関しては式(1)で算出される基準熱流束  $Q_{ref}$  では不十分である可能性が指摘された。

#### 参考文献

- (1) Shirouzu M. and Watanabe, S., "On the hypersonic flight experiment (HYFLEX) for the development of HOPE", AIAA Paper 93-5080, 1993.
- (2) Shirouzu M., Watanabe, S. and Suzuki, H., "A

- Quick Report of the Hypersonic Flight Experiment, HYFLEX", 20th ISTS Paper 96-f-09, 1996.
- (3) Special Publication of National Aerospace Laboratory, SP-32, 1996.
- (4) Itoh K., "Tuned operation of free piston shock tunnel", Proceedings of 20th ISSW, 1995.
- (5) Olivier, H., "An Improved Method to Determine Free Stream Conditions in Hypersonic Facilities", Shock Waves, Vol.3, pp.129-139, 1993.
- (6) Fay J.A. and Riddell F.R., "Theory of Stagnation Point Heat Transfer in Dissociated Air", J. Aeronautical Science, Vol.25, No.2, Feb., pp.73-85, 1958.
- (7) Schults D.L. and Jones T.V., "Heat transfer measurements in short duration hypersonic facilities", AGARDograph 165, 1973.
- (8) Sagnier P., Masson A., Mohamed A.K., Verant J.L., and Devezeaux D., "Synthesis of MSTP calibration campaigns in ONERA F4 hot shot wind tunnel", 16<sup>th</sup> ICIASF, Dayton, OH, USA, 1995.

## 高エンタルピー流の検証課題について

麻生 茂<sup>1</sup> 本間弘樹<sup>2</sup> 安部隆士<sup>3</sup>

### Code Validation Test Cases of High Enthalpy Flows

Shigeru ASO(Dept. Aero. & Astro., Kyushu Univ.), Hiroki HONMA(Dept. Mech., Chiba University) and Takashi ABE(ISAS)

#### ABSTRACT

High enthalpy flows research is one of the most important problems for the development of winged vehicle and spaceplanes. Reliable thermophysical models for chemically and thermally nonequilibrium chemical reactions are requested. However estimations of those models are not sufficiently conducted. In the present paper code validation test cases of high enthalpy flows are discussed and proposed. The physical properties, which should be validated, are discussed.

#### 1. はじめに

スペースプレーンの地球への突入時に発生する空力加熱の推定には正確な化学反応モデルが必要であるが、そのような反応モデルについての正確な評価はまだ十分なされていない。

このような問題では予め信頼性のある実験データを収集し、それを色々な数値解法、流れのモデルによって解き、得られた計算結果を実験結果と比較検討しつつその有効性を確かめることが重要である。そのような試みとしては、欧州を中心として行われている High Speed Flow Data Base<sup>1)</sup> や航空宇宙技術研究所の航空機計算空気力学シンポジウムにおいて行われている高エンタルピー流に関する Workshop<sup>2)</sup> があげられる。

しかしながら、これらの試みは対象としている流れ場が実機あるいは実機の一部を想定した物体まわりの流れとなっているために、流れ場が正しく解けているか、化学反応モデルは妥当なものかといった二つの問題を同時に克服しなければならず、必ずしも十分な比較検討・数値コード検証がなされているか疑問である。

著者らはこのような観点に立って化学反応モデルを検証するための検証課題について検討した結果、流れ場は単純な流れ場に限定することにより化学反応モデルだけを検証することができるのではと考え、高エンタルピー流の検証課題について検討を行っている。

この際重要なものは大気圏における宇宙機の

1 九州大学工学部航空工学科

2 千葉大学工学部

3 宇宙科学研究所

突入における空力加熱を正確に予測しうる化学反応モデルの構築が最終的なターゲットである。検証課題としては例えば、宇宙機の大気圏突入の際に先端部に生じる強い衝撃波背後の気体特性を明らかにすることなどが考えられるが、この流れも地上実験設備で全く同じ流れ場を作り出すことは非常に困難であり、信頼できるデータを得るのに難点があると考えられる。

このような議論をふまえて著者らは、今後すべき高エンタルピー流の検証課題としては、最も単純な流れ場に限定すべきであり、それにより化学反応モデルだけを検証することができると考えている。

最も単純な流れとして衝撃波管内を伝播する強い衝撃波背後の化学反応流について検証を行うことを現在準備中である。著者の一部はすでに強い衝撃波背後の解離・電離反応による自己発光現象を観察し、分光分析を行っており貴重なデータが収集されつつあるので<sup>3, 4)</sup>、それらをふまえて高エンタルピー流の検証課題について以下に考察する。

#### 2. 高エンタルピー流の検証課題と具体的な検証の手順

可能と考えられる高エンタルピー流の検証課題は以下の通りである。

1) 宇宙機の大気圏突入の際に先端部に生じる強い衝撃波背後の気体特性を高エンタルピー衝撃風洞を用いて再現しそれを検証すること

2) 最も単純な流れとして衝撃波管内を伝播する

強い衝撃波背後の化学反応流について検証を行うこと。

それらを具体的に検証していく手順としては次のようなことが考えられる。

- 1) 検証の対象となる実験結果を選定する
- 2) 流れ場の条件（入射衝撃波マッハ数、初期温度、初期圧力など）を明らかにして検証課題を設定する
- 3) 色々な研究者にそれを解いてもらい、衝撃波背後の各種温度分布、圧力分布、各種気体成分の質量分率分布等を明らかにする
- 4) その計算結果を元に自己発光強度等を推定し得られた実験結果と比較検討する
- 5) 上記のような検証作業を通して妥当な化学反応モデルの検証・構築する

具体例として、千葉大学及び宇宙科学研究所のフリーピストン衝撃波管を用いた実験についてどのようなことが可能か以下に考察する。

千葉大学のフリーピストン衝撃波管の諸元と測定項目は以下の通りである。

試験気体	: 空気又は窒素
衝撃波速度	: 6~12 km/s (衝撃波マッハ数: 16~35)
初期圧力範囲	: 13.3Pa~1330 Pa (0.1 ~ 10 Torr)
可能な計測項目	: a) 2次元全放射時間凍結発光観測 b) 時間分解画像分光計測 c) 圧力測定 d) レーザーシュリーレン e) イオンプローブの出力

宇宙科学研究所のフリーピストン衝撃波管の諸元と測定項目は以下の通りである。

試験気体	: 空気又は窒素
衝撃波速度	: 5.5~16 km/s
初期圧力範囲	: 13.3Pa~1350 Pa (0.1 ~ 10 Torr)
可能な計測項目	: a) 2次元全放射時間凍結発光観測 b) 空間1次元分光凍結観測 c) 空間1点時間分解分光計測 d) 圧力測定 e) レーザーシュリーレン

いずれの場合も、初期圧が適切なきには、干渉計による密度分布測定が可能である。

上に紹介した2つの実験設備ではすでに高エンタルピー流に関するデータが得られており、高エンタルピー流の実験的研究が進行中であり、高エンタルピー流の検証課題と具体的な検証の手順において重要な役割を果たすものと考えられる。

### 3. 結び

先に述べたようにこの研究の最終的なターゲットは、大気圏における宇宙機の突入における空力加熱を正確に予測しうる化学反応モデルの構築である。

そのためには基礎となる学問分野における地道な努力が必要であることはいうまでもない。

しかしながらここで取り上げた高エンタルピー流研究に関する限り基礎的な化学反応モデルに関する詳細なデータ等はほとんど欧米でこれまでに培われてきた基礎研究によっているのが現状である。基礎となる実験データの蓄積、精度が明確な信頼性ある高エンタルピー流実験データなどをやはり自らの手で創り出し、従来のデータと比較検討しつつ信頼性のある物理化学モデルを構築しつつ、高エンタルピー流れの現象を解明していくことが強く望まれる。

今後は、上記のような検証作業を通して妥当な化学反応モデルの検証・構築への一助となれば幸いであると考えている。

### 参考文献

- 1) R. Abgrall et al.: Hypersonic Flows for Reentry Problems, Proc. INRIA-GAMNI/SMAI Workshop on Hypersonic Flows for Reentry Problems, 1991, Springer-Verlag.
- 2) 山本行光: 高エンタルピー流れワークショップまとめ、第14回航空機計算空気力学シンポジウム論文集, 1997, pp.61-66.
- 3) 桜井・森岡・青木・前野・本間: 低密度空気中における強い衝撃波背後の発光の画像分光観測、平成8年度衝撃波シンポジウム講演論文集, 1997, pp.423-426.
- 4) 小倉・船曳・佐藤・安部・藤田: 自由ピストン衝撃波管の特性、平成8年度衝撃波シンポジウム講演論文集, 1997, pp.439-442.
- 5) 藤田・佐藤・安部・海老沼: 強い衝撃波背後の非平衡領域からの輻射の実験的研究、流体力学会予稿集、209~212 (1997)

## 熱化学非平衡を考慮した衝撃波誘起非定常空力加熱の数値計算

麻生 茂, 海井和幸<sup>1</sup>, 藤原俊隆<sup>2</sup>, 林 正徳<sup>3</sup>Proceedings of the 15th. NAL Symposium on  
Numerical simulations of shock wave induced unsteady aerodynamic heating with  
thermo-chemical nonequilibrium

by

Shigeru Aso, Kazuyuki Umii<sup>1</sup> Toshi Fujiwara<sup>2</sup> and Masanori Hayashi<sup>3</sup>

## ABSTRACT

An unsteady shock reflection processes at wedge have been numerically simulated in order to simulate shock wave induced unsteady aerodynamic heating phenomena. When freestream Mach number is large, temperature of flowfield becomes very high and thermal and chemical nonequilibrium effects should be included in the flowfield. The effects of high temperature effects on shock reflection patterns and aerodynamic heating loads have been studied in the present study.

## 1 緒言

表 1: Chemical reactions

r	Reactants	Products	M(Third Body)
1	$O_2 + M_1 \rightleftharpoons 2O + M_1$	$2O + M_1$	$O, N, NO, O_2, N_2$
2	$N_2 + M_2 \rightleftharpoons 2N + M_2$	$2N + M_2$	$O, NO, O_2, N_2$
3	$N_2 + N \rightleftharpoons 2N + N$	$2N + N$	
4	$NO + M_3 \rightleftharpoons N + O + M_3$	$N + O + M_3$	$O, N, NO, O_2, N_2$
5	$NO + O \rightleftharpoons O_2 + N$	$O_2 + N$	
6	$N_2 + O \rightleftharpoons NO + N$	$NO + N$	

大気圏突入のケースを考慮すると大気圏突入時の飛行マッハ数は非常に大きくなるので機体前面に生じる衝撃波は非常に強い。したがって、衝撃波背後の温度は非常に高くなり分子の振動エネルギーが非常に大きく励起され、分子は解離する。更には、電離が起こる。また、同時に衝撃波背後で密度は非常に低くなる。更に、再突入してきた機体が高い高度を飛行している際には、周りの大気の密度は非常に低い。高度 90km 以上の高層では連続体の仮定が成り立たないほど流れ場の密度は希薄になるので、機体表面上の空力摩擦による加熱はあまり大きくないと考えられる。高度 80km あたりでは飛行体の飛行マッハ数は依然非常に高く、また周囲の空気密度も連続体の仮定が成り立つ程度まで高くなってくる。したがって、このあたりの高度で非常に大きな加熱を受けると考えられる。このような高度が高く空気の密度が低い場所では、気体の原子、分子間の衝突の頻度が低くなり、流体の特性時間に比べて反応時間が無視できない程度まで長くなっていく。したがって、各内部エネルギーモードの間のエネルギー交換が無視できなくなる。よって、本解析では、こういった熱的、化学的非平衡を考慮して数値解析を行った。

## 2 数値計算法

流れ場の支配方程式は 2 次元 full Navier-Stokes 方程式である。支配方程式を一般座標系に拡張すると以下のようになる。

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial \xi} + \frac{\partial G}{\partial \eta} = \frac{1}{Re} \left( \frac{\partial F_v}{\partial \xi} + \frac{\partial G_v}{\partial \eta} \right) + W$$

考慮した化学種は、O, N, NO, N<sub>2</sub>, O<sub>2</sub> の 5 つの化学種である。したがって、反応として電離は考えていない。この 5 化学種に対する素反応は次の表 1 に示すものを用いた。対流項に Harten-Yee の upwind TVD scheme、粘性項に二次精度中心差分を用いて陽的に扱った。生成項には point implicit scheme を使い、陰的に扱った。[3]~[5] 輸送係数は、Chapman-Enskog の第 1 次近似に基いて Yos が多成分混合気体に拡張した公式を用いて計算した。反応速度定数は、Park の 2 温度モデルの考え方に基いて Arrhenius の法則を拡張したものを用いた。その際、必要な平衡定数は

Park の経験式から内挿したものを用いた。振動緩和時間は、Millikan & White の半経験式に Park の修正項を加えたものを用いた。[6]

初期条件は熱化学非平衡な流れ場に対して成り立つ 1 次元の連立常微分方程式を Runge-Kutta 法によって解いて与えた。

境界条件は、流出境界、上方境界は物理量の変化がないとし、0 次外挿で与えた。壁面境界は、等温、滑りなし、圧力勾配なしとし、壁面における触媒性を完全触媒性壁、非触媒性壁の両極端の場合を仮定した。流入境界は、化学反応を考慮しているので物理量が変わるので与えにくい。しかし、化学平衡になるのに必要な距離を流入境界から取り、垂直衝撃波を発生させているので流入境界では物理量の変化なしとして与えることができた。

## 3 計算結果

次に、計算結果を示す。計算条件は表 2 の通りであり、それぞれの場合について化学反応凍結流、熱化学非平衡流を仮定して数値解析を行った。また、熱化学非平衡流を仮定した場合には、壁面の触媒性を完全触媒性と非触媒性の両極端な場合を考慮した。

表 2: Calculated conditions

$p_\infty$ [Torr]	$T_\infty$ [K]	$M_\infty$	$\theta_w$ [degree]
50	299	10.37	10
50	299	15	10

<sup>1</sup>Department Aeronautics & Astronautics, Kyusyu University<sup>2</sup>Micro System Engineering, Nagoya University<sup>3</sup>Nishinippon Institute Technology University



### 3.1 $M_s = 10.37$ の場合

まず、実験との比較を示す。図1はDescambaultとGlassによって行われた実験[2]で得られた干渉縞の写真である。この結果と、数値解析によって得られた等密度線図(図2~4)を比較した。その結果、得られた反射衝撃波の形状は良い

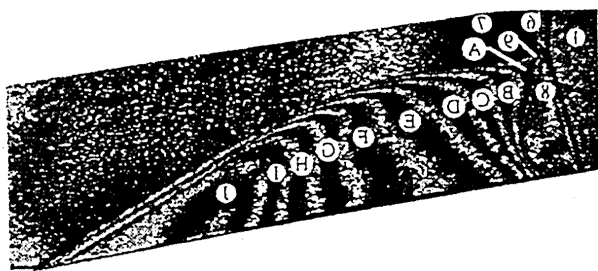


図1: Experimental result,  $M_s=10.37$  (Experienced by R. L. Descambault and I. I. Glass)

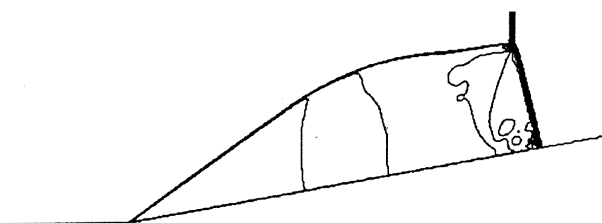


図2: Computational result(instantaneous temperature contours),  $M_s=10.37$  (Chemically frozen flow)

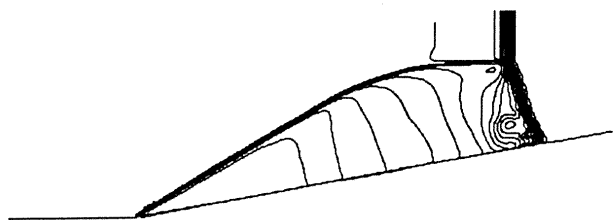


図3: Computational result(instantaneous density contours),  $M_s=10.37$  (Thermo-chemical nonequilibrium, FCW)

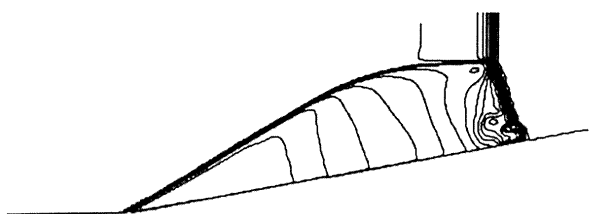


図4: Computational result(instantaneous density contours),  $M_s=15$  (Thermo-chemical nonequilibrium, FCW)

一致を示している。更に、計算によって得られた結果を比較してみると、熱化学非平衡流を仮定した場合と化学反応流を仮定した場合ではマッハステムの形状が少し異なっていることが観察できる。さらに、熱化学非平衡流を仮定した場合に

は化学反応流を仮定した場合よりも反射衝撃波の壁からの高さが低くなっていることが観察される。これは、並進エネルギーだけではなく、振動エネルギーにも衝撃波前方の並進エネルギーが分配されているためであると予想される。

次に、壁面における熱流束と圧力の分布を示す。図5と図6はそれぞれ計算の結果得られた壁面における熱流束と圧力の分布である。熱流束の分布を見ると、衝撃波が反射して

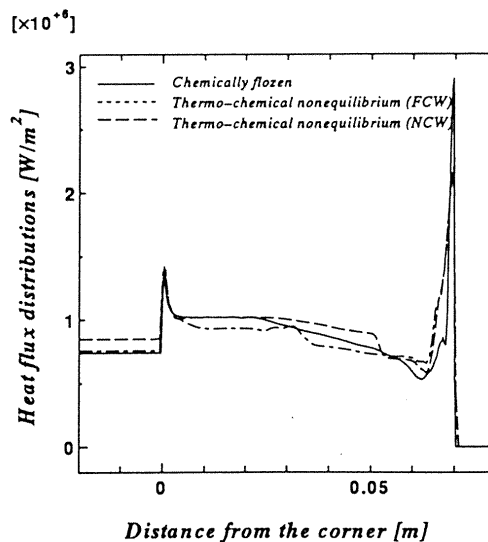


図5: Heat flux distributions on the wall

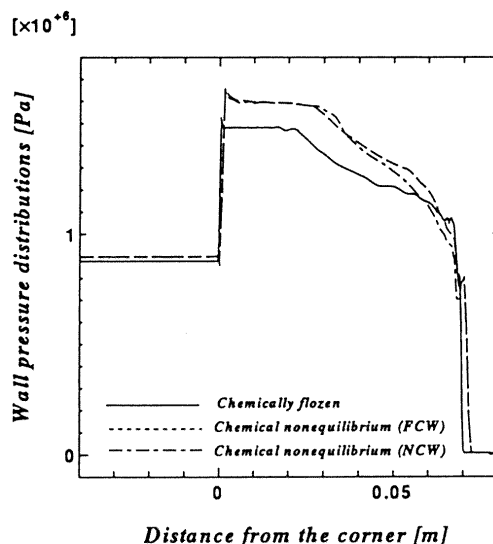


図6: Wall pressure distributions on the wall

いる位置で熱流束が大きく上昇しているのがわかる。すなわち、物体表面の触媒性によって物体表面の熱流束が大きく変わってくることが分かる。しかし、物体表面の触媒性がどの程度あるのかということはまだ十分に分かっておらず、今後の課題であるといえる。また、圧力の分布を見ると、熱化学非平衡流を仮定すると、化学反応凍結流を仮定した場合よりも大きな圧力を生じているのが観察できる。また、斜面の先端付近で最大の圧力を示している。これは、反射衝撃波が斜面もしくは平板に入射している点である。

### 3.2 $M_s = 15$ の場合

図7は化学反応凍結流、図8は熱化学非平衡流(完全触媒性壁)、図9は熱化学非平衡流(非触媒性壁)の場合を仮定して解析を行って得られた等密度線図である。熱化学非平衡

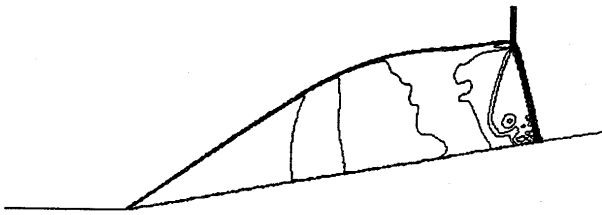


図 7: Computational result (instantaneous density contours),  $M_s=15$  (Chemically frozen flow)

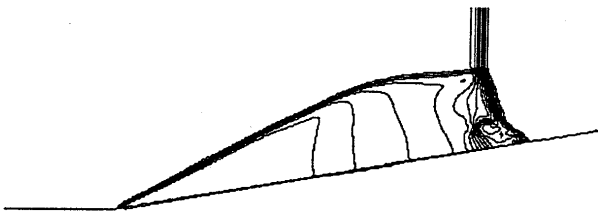


図 8: Computational result (instantaneous density contours),  $M_s=15$  (Thermo-chemical nonequilibrium, FCW)

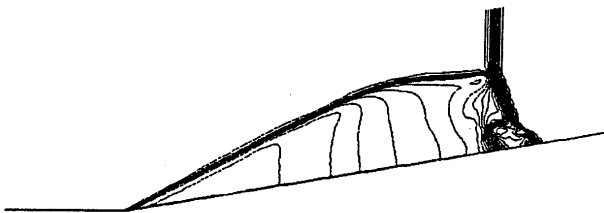


図 9: Computational result (instantaneous density contours),  $M_s=15$  (Thermo-chemical nonequilibrium, NCW)

流の場合の場合を見てみると、 $M_s = 10.37$  の場合と同様に反射衝撃波の壁面からの高さが化学反応凍結流よりも低くなっている。また、熱化学非平衡流の場合マッハステムが下流側に向かってせり出しているのが観測される。これは、実験 [1] でも確認されており、非常に興味深い現象である。この原因としては、マッハステム付近に形成された滑り線の影響で発生した渦の影響ではないかと予想されるが、詳細については、まだまだ検討の余地がある。図10は、三重点を含めた速度ベクトル図である。これを見ると、マッハステムの付近で壁面に近い場所における流れがマッハステムに当たり、そこから巻きあがるように渦を形成している様子が見られる。この渦によってマッハステムが下流側へせり出しているという現象が起こったと考えられる。

次に、壁面における熱流束と圧力の分布を示す。図11と図12はそれぞれ計算の結果得られた壁面における熱流束と圧力の分布である。壁面における熱流束と圧力は  $M_s = 10.37$  の場合と同じような傾向を示しているが、壁面における熱流束は、化学反応を凍結した場合が高くなっている。通常、化学反応流で完全触媒性壁を仮定した場合には、ほかの場合と

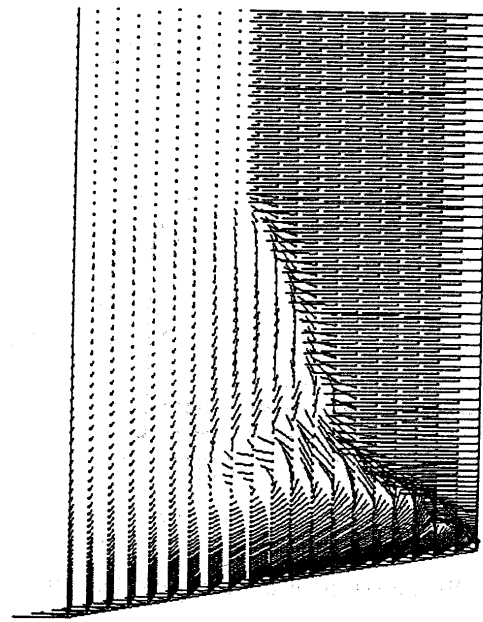


図 10: Velocity vectors around the triple point

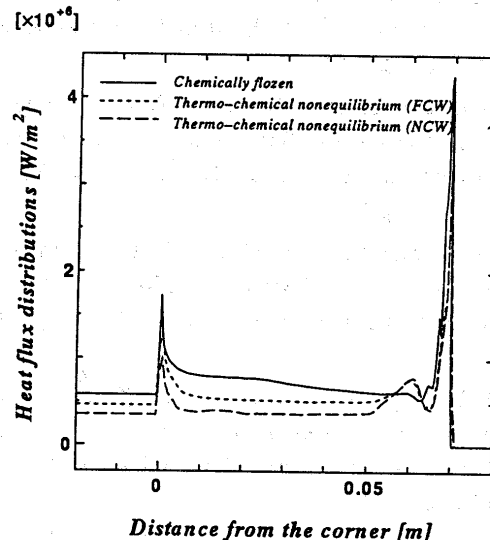


図 11: Heat flux distributions on the wall

比べて非常に大きな熱流束を生じる。しかし、この場合は、化学反応凍結流の方が高い熱流束を生じている。これは、用いた格子の主流方向の格子点が化学反応凍結流と熱化学非平衡流を扱った場合と違うためであると考えられる。壁面の熱流束が主流方向の格子点に依存して変わってくることは過去の研究からわかっている。将来、本解析で用いた計算格子よりもより密な格子で計算を行うことが必要であると考えられる。

## 4 まとめと課題

今回、熱化学非平衡を考慮した数値計算を行った。その結果、 $M_s = 10.37$  の場合には、実験と比較して、反射衝撃波の形状がよく一致した。また、 $M_s = 15$  の場合には、マッハステムの下流側への突出が観察できた。今後の課題としては、このマッハステムの形状の時間的な変化を追跡し、マッハステムの形状の変化によってマッハステムが壁面に入射している地点の熱流束の変化を調べることが挙げられる。

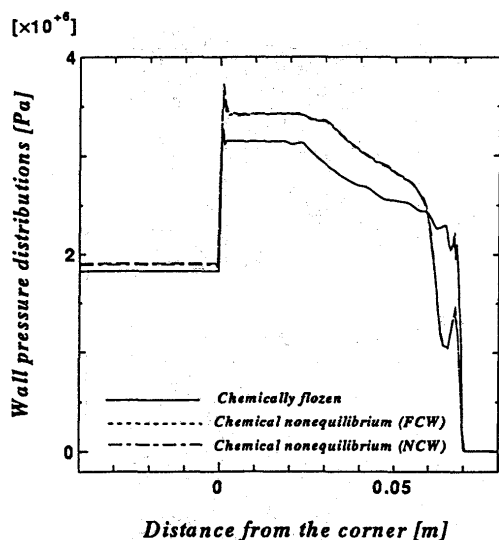


図 12: Wall pressure distributions on the wall

### 参考文献

- [1] 本間弘樹、鈴木保夫、松浦芳樹、森岡敏博、前野一夫、(1997) くさび面上で反射した強い衝撃波の発光観測, 第29回流体力学講演会講演集
- [2] Deschambault R. L. and Glass I. I. (1983) An Update on Non-Stationary Oblique Shock-Wave Reflections: Actual Isophysics and Numerical Experiments. J. Fluid Mech., Vol. 131, pp.27-57
- [3] Eberhardt S. and Imlay S. (1992) Diagonal Implicit Scheme for Computing Flows with Finite Rate Chemistry. Journal of Thermophysics and Heat Transfer, Vol. 6, No. 2.
- [4] Gnoffo P.A., Gupta R.N., Shinn J.L. (1989) Conservation Equations and Physical Models for Hypersonic Air Flows in Thermal and Chemical Nonequilibrium. NASA Technical Paper 2867.
- [5] Gupta R.N., Yos J.M., Thompson R.A., Lee K-P (1990) A Review of Reaction Rates and Thermodynamic and Transport Properties for 11-Species Air Model for Chemical and Thermal Nonequilibrium Calculation to 30000K. NASA Reference Publication 1232.
- [6] Millikan R.C. and White D.R. (1963) Systematics of Vibrational Relaxation. The Journal of Chemical Physics, Vol. 39, No. 12.

# フィルムクーリング冷却法による極超音速流中の物体のまわりの 空力加熱の減少について

黒滝卓司\*<sup>1</sup> 磯村有輝子\*<sup>1</sup> 黒崎隆二郎\*<sup>1</sup> 片山雅之\*<sup>1</sup>  
麻生茂\*<sup>2</sup> 宮本良幸\*<sup>2</sup>

## On the Reduction of Aerodynamic Heating Load by Film Cooling in Hypersonic Flows by

Takuji Kurotaki\*<sup>1</sup>, Yukiko Isomura\*<sup>1</sup>, Ryujiro Kurosaki\*<sup>1</sup>, Masayuki Katayama\*<sup>1</sup>  
Shigeru Aso\*<sup>2</sup>, Yoshiyuki Miyamoto\*<sup>2</sup>

### ABSTRACT

In the present study, heat protection due to mass addition on the blunt body is experimentally and numerically investigated. Experiments are conducted by using a conventional blowdown-type wind tunnel. For the experiments on heat protection with mass addition, a hemisphere model is used and the coolant N<sub>2</sub> gas is supplied tangentially through a slot. Significant decreases of surface heat flux are obtained.

In numerical analysis, axisymmetric full Navier-Stokes equations are solved by an implicit finite difference method. LU-SGS and AUSMDV scheme are applied. The k- $\epsilon$  turbulence model accounting for both compressibility and low Reynolds-number effects is also incorporated.

The numerical results show good agreements with experiments. More detailed investigation of the flow inside the boundary layer indicates that the boundary layer consists of two sub layers and that the inner layer plays a role like adiabatic wall structure on the surface. These characteristics are considered to be most essential in the determination of film cooling effects in this type of hypersonic flow.

### 1. 序論

大気圏再突入時に飛行物体の受ける空力加熱の問題は、現在設計上重要な問題となっており、これに対処するため種々の熱防御法が提案されている。従来から用いられている再突入物体に対する熱防御法のうちで実用化されているものとしては、加熱吸収法、アブレーション法、輻射冷却法等が挙げられる。これらの方法は既に大きな実績を上げているが、将来予想されるより厳しい熱環境下での使用あるいはより完全な再使用性での実用を目指して、フィルムクーリング法、しみ出し冷却法等のいわゆる強制冷却法の研究が各国で進められつつある。

筆者らは、上記のような背景のもとに、極超音速流中の物体における熱伝達に関して、実験及び数値解析の両面から研究を行っている。その一環として、物体先端部において2次流体を吹き出すことにより熱流束を減らすフィルムクーリングの実験及び解析を行っており、適切な吹き出し方向及び流量を与えることにより熱流束を大幅に減少できることを示した<sup>[1,2]</sup>。また、実験と平行して実施した数値解析において、この現象を定量的に解明することを試みた<sup>[3]</sup>。

さらに引き続いて、乱流遷移を含む極超音速流れ場における実験及び数値解析を実施したので、本報告では主として数値解析結果を中心に述べる。

### 2. 実験の概略

図 2.1 に極超音速流中に置かれた軸対称物体をフィルムクーリング法により冷却する場合の概念図を示す。このような流れ場では、強い衝撃波が物体前方に形成され、その後方の衝撃層内の温度が上昇し物体を加熱する。フィルムクーリング法は、物体先端部から2次冷却流体を吹き出すことによって物体表面に薄層フィルムを形成し、その効果で壁面熱流束を減少させようとするものである。

対応する実験には九州大学の極超音速風洞を使用した。一様流マッハ数 $M_\infty = 3.8$ 、作動流体は空気である。供試体は先端直径 50 mm の半球部を持つアルミ製の軸対称模型で、半頂角 $\theta = 24^\circ$ の部分より2次流体として窒素ガスを全周方向に吹き出す。任意の安定した吹き出し全圧を得るため、風試模型と窒素ポンペをチャンバーを介して接続した(チャンバー圧を $P_c$ で表わす)。また、2次冷却流体は模型軸に対して垂直方向に吹き出し、吹き出し部における2次冷却流体の物理量を推定するため、流量計により吹き出し流量を測定した。熱流束の計測にはカロリメーター法を用い、 $\theta = 30^\circ$  から $\theta = 80^\circ$  まで $10^\circ$ おきに計測した。図 2.2 に測定部内の供試体を示す。

実験は、吹き出し無し及び $P_c = 0.2, 0.4, 0.6$  MPa の計4ケースを実施した。表 2.1 に試験条件を示す。表中、 $P_0, T_0$  はそれぞれ一様流総温、総圧、 $\dot{m}$  は2次冷却流体流量である。図 2.3 に吹き出し無し及び $P_c = 0.6$  MPa の両ケースのシュリーレン写真による衝撃波形状を示す。本実験の試験条件では、2次冷却流体の噴出速度は亜音速であり、衝撃波の形状等に与える影響はほとんど見られない。

\*1 三菱電機(株)鎌倉製作所, Kamakura Works, Mitsubishi Electric Corporation  
\*2 九州大学工学部, Dept. Aeronautics and Astronautics, Kyushu University

### 3. 基礎方程式及びスキーム

数値解析に用いる基礎方程式系として、7成分空気 ( $O_2$ ,  $N_2$ ,  $O$ ,  $N$ ,  $NO$ ,  $NO^+$ ,  $e^-$ ) に対する、化学的及び熱的非平衡を考慮した軸対称 Full ナビエ-ストークス方程式を考える。今回の実験における流れでは、一様流総温が小さいため化学反応や振動エネルギーモードの励起等の実在気体効果を考慮する必要はないが、この基礎方程式系を採用したのは、窒素ガスという空気とは異なる2次冷却流体の分布の様子を調べる目的があることと、将来的に大気圏再突入時等の実在気体効果を含む高速流に拡張することを考慮したためである。基礎方程式は、デカルト座標系で以下のように表される<sup>[3,4]</sup>。

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(E - E_v) + \frac{\partial}{\partial y}(F - F_v) + \alpha H = S + \alpha H_v \quad (1)$$

ここに、 $\alpha = 1$  (軸対称時)

$$Q = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho v \\ E_t \\ E_{vib} + E_e \\ \rho_s \end{bmatrix}, E = \begin{bmatrix} \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ u(E_t + p) \\ u(E_{vib} + E_e) \\ \rho_s u \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ v(E_t + p) \\ v(E_{vib} + E_e) \\ \rho_s v \end{bmatrix}$$

$E_v, F_v$  : 粘性項マトリックス

$S$  : ソース項マトリックス

$H, H_v$  : 軸対称時の対流項及び粘性項マトリックス追加項

$\rho$  : 密度、  $u, v$  : 速度、  $p$  : 圧力

$E_t$  : 単位体積当たり全エネルギー

$E_{vib}, E_e$  : 単位体積当たり振動、電子エネルギー

添字  $s$  : 気体種 ( $O_2, N_2, O, N, NO, NO^+$ );  $1 \sim 6$

である。

基礎方程式 (1) は無次元化された後、一般座標系に変換されて解かれるが、本解析では陰的差分法を用いて定式化を行い、時間積分にはベクトル計算に適した LU-SGS スキームを用いた<sup>[5]</sup>。また、対流項の評価に関しては、AUSMDVスキーム<sup>[6]</sup>を非平衡流に拡張したものを用いた。ただし、カーバクル現象を避けるため、衝撃波付近では、Hänel のFVSスキームに切り替えている<sup>[6]</sup>。

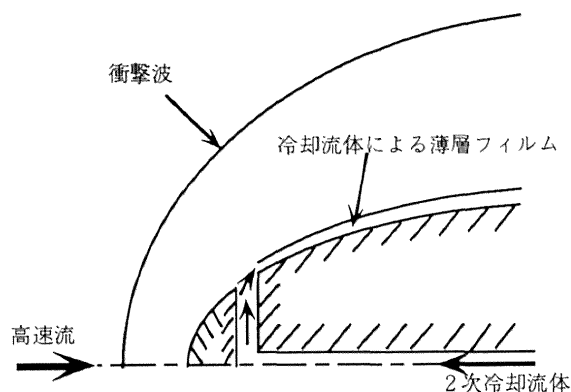


図 2.1 フィルムクーリング法概念図

表 2.1 試験条件

case	$P_c$ (MPa)	$\dot{m}$ (l/min)	$M_\infty$	$P_0$ (MPa)	$T_0$ (K)
1	0	0	3.83	1.26	389
2	0.214	26	3.86	1.26	387
3	0.400	57	3.85	1.27	391
4	0.592	102	3.86	1.28	387

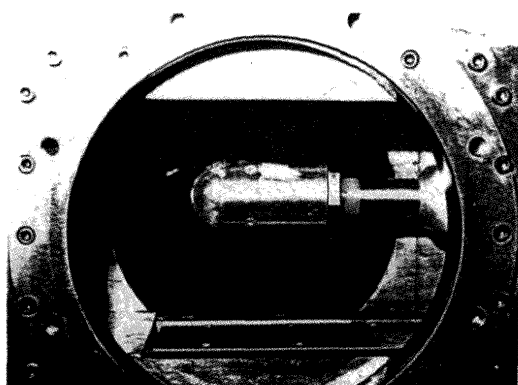
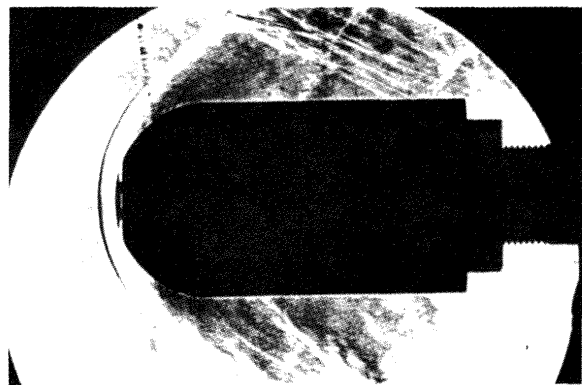
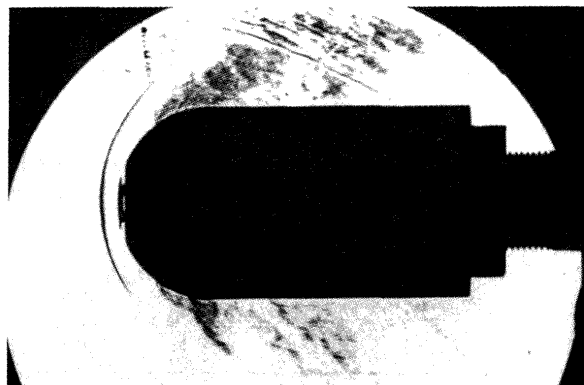


図 2.2 供試体外観



(a) 2次冷却流体吹出し無し



(b) 2次冷却流体チェンバー圧 0.6 MPa

図 2.3 シュリーレン法による衝撃波形状

## 4. 乱流モデル

実験で使用した極超音速風洞の一樣流  $Re$  数から判断して物体上での乱流遷移が予想されるため、数値解析では何らかの乱流モデルを導入することが必要となる。通常、外部流の解析で最も多く使用されているのは Baldwin & Lomax モデルに代表される代数モデルであるが、ここでは、主な評価項目が壁面熱流束であることから、2 方程式モデルである  $k$ - $\epsilon$  モデルを使用し、乱流による熱流束の増加を考慮することを試みた。

使用したモデルは、圧縮性及び壁面における低レイノルズ数効果を考慮した Grasso and Falconi による  $k$ - $\epsilon$  モデルである<sup>[7]</sup>。基礎方程式は、デカルト座標系で以下のように表される。

$$\frac{\partial Q^i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(E^i - E_v^i) + \frac{\partial}{\partial y}(F^i - F_v^i) + \alpha H^i = S^i + \alpha H_v^i \quad (2)$$

ここに、

$$Q^i = \begin{bmatrix} \rho k \\ \rho \epsilon \end{bmatrix}, E^i = \begin{bmatrix} \rho u k \\ \rho u \epsilon \end{bmatrix}, F^i = \begin{bmatrix} \rho v k \\ \rho v \epsilon \end{bmatrix},$$

$$E_v^i = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \left[ \left( \mu + \frac{\mu^i}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x} \right] \\ \frac{\partial}{\partial x} \left[ \left( \mu + \frac{\mu^i}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x} \right] \end{bmatrix}, F_v^i = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial y} \left[ \left( \mu + \frac{\mu^i}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial y} \right] \\ \frac{\partial}{\partial y} \left[ \left( \mu + \frac{\mu^i}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial y} \right] \end{bmatrix},$$

$$S^i = \begin{bmatrix} P - \rho \epsilon + \Pi_{c,1} + \Pi_{c,2} + \Pi_{c,3} \\ C_{1\epsilon} \frac{\epsilon P}{k} - C_{2\epsilon} f_2 \rho \frac{\epsilon^2}{k} \end{bmatrix},$$

$H^i, H_v^i$  : 軸対称時の対流項及び粘性項マトリックス追加項、 $k$  : 乱流エネルギー、 $\epsilon$  : 散逸率、 $\mu$  : 層流粘性係数、 $\mu^i$  : 乱流粘性係数である。

また、ソース項  $S^i$  中の  $P$  は乱流エネルギーの応力生成項、 $\Pi_{c,1}$ 、 $\Pi_{c,2}$  及び  $\Pi_{c,3}$  は、それぞれ pressure-dilatation, Favre-velocity contribution 及び dilatation-dissipation contribution に起因する圧縮の影響を表わす項である。これらは、以下の様にモデル化される。

$$\Pi_{c,1} = (-\alpha_2 P + \alpha_3 \rho \epsilon) M_t^2,$$

$$\Pi_{c,2} = -\frac{\mu^i}{\rho^2} \frac{1}{\sigma_p} \left( \frac{\partial p}{\partial x} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial y} \frac{\partial p}{\partial y} \right),$$

$$\Pi_{c,3} = -0.4 \rho \epsilon \left\{ 1 - \exp \left[ - \left( \frac{M_t - 0.3}{0.8} \right)^2 \right] \right\},$$

ここで、 $M_t$  は  $M_t = \sqrt{2k/(\gamma RT)}$  で定義される乱流マッハ数、また  $\alpha_2 = 0.4$ ,  $\alpha_3 = 0.2$ ,  $\sigma_p = 0.5$  である。

(2)式から求められる  $k$  及び  $\epsilon$  を用いて、乱流粘性係数  $\mu^i$  は次式で定義される。

$$\mu^i = C_\mu f_\mu \rho (k^2/\epsilon)$$

ただし、 $C_\mu = 0.09$ 。また、 $f_\mu, f_2$  は低レイノルズ数効果を考慮し以下の形でモデル化される。

$$f_\mu = [1 + (3.45/\sqrt{Re_t})] \tanh(y^+/80),$$

$$f_2 = [1 - \exp(-y^+/4.9)]^2$$

ここで、 $y^+$  は viscous coordinate、 $Re_t$  は乱流レイノルズ数で  $Re_t = k^2/(v\epsilon)$  で定義される量である。なお、(2)式に現われる各係数は、 $C_{1\epsilon} = 1.6$ ,  $\sigma_k = 1.55$ ,  $\sigma_\epsilon = 2$  の値を用い、 $C_{2\epsilon}$  は、乱流レイノルズ数の関数と仮定し、

$$C_{2\epsilon} = 1.83 [1 - (2/9) \exp\{-Re_t^2/36\}]$$

で与えた。

実際の解析では、(1)式と(2)式を組み合わせることで解くことになるが、乱流による熱伝導係数及び拡散係数の増加量は、乱流粘性係数の値を用いて、乱流プラントル数  $Pr_t (=0.9)$  及び乱流シュミット数  $Sc_t (=1.0)$  から算出した。

## 5. 境界条件及び計算格子

本解析に用いた一樣流計算条件は、マッハ数  $M_\infty = 3.83$ 、

総温  $T_{0\infty} = 389$  K、総圧  $p_{0\infty} = 1.26$  MPa である。また、壁面における温度境界条件として、壁面温度一定 ( $T_w = 290.0$  K)、速度境界条件として non-slip 条件を与えた。

さらに、2 次冷却流体の吹き出し口における境界条件として、総温一定 ( $T_{0g} = 300.0$  K) 及び吹き出し口における流量分布一定を仮定し、具体的な物理量は、流量  $\dot{m}$ 、状態方程式及び物体に直交する方向における運動量方程式から求めた。

乱流モデルに対する境界条件としては、まず一樣流条件として、ゆらぎ速度が一樣流速度の 1% という仮定から  $k$  を与え、 $\epsilon$  に対しては、乱流粘性係数が層流粘性係数と同オーダーになる様に設定した。また、2 次冷却流体の吹き出し口では流束が小さいことを考慮し、そこでの境界条件として、ゆらぎ速度が吹き出し口における速度の 10% という仮定から  $k$  を与え、乱流粘性係数が層流粘性係数の 10 倍になる様に  $\epsilon$  を設定した。

図 5.1 に本解析で使用した計算格子を示す。格子点は、物体に沿う方向 ( $\xi$ -方向)、物体に直交する方向 ( $\eta$ -方向) にそれぞれ  $101 \times 81$  である。吹き出し口付近では  $\xi$ -方向に格子点を密にとり、特に吹き出し口を横切ってほぼ 12 点の格子点を与えている。

また、一般に壁面近傍の熱流束を正確にシミュレートするためには、壁面付近の格子点間隔を小さくすることが重要であることが知られているが、本解析ではセルレイノルズ数  $R_{cell}$  (壁面及び  $\eta$ -方向の次の格子点との間隔を基準長としたレイノルズ数) を 10 程度にとった。低レイノルズ数型の  $k$ - $\epsilon$  モデルを使用する際には、粘性底層内に十分な格子点を取る必要があるが、解析結果より判断して、上記のセルレイノルズ数であれば、自動的にこの条件は満たされているようである。

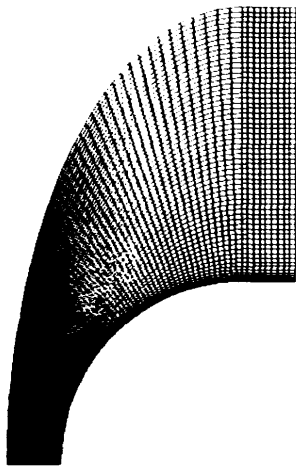


図 5.1 計算格子 (格子点数 101×81)

## 6. 計算結果

図 6.1 に、吹き出しの無い場合における熱流束の実験値及び計算値を示す。参考値として、層流を仮定した時の計算結果、淀み点における Fay and Riddell の方法<sup>[8]</sup>による解析値も並記した。計算結果では、 $\theta=15^\circ$  より後方において乱流モデルによる熱流束増加が認められる。これに対し、実験結果では、 $\theta=40^\circ$  と  $50^\circ$  の間に遷移点が認められており、遷移点位置に差異がある。これは、乱流モデルには、乱流線遷移のメカニズムが組み込まれていないことが原因と考えられる。しかし、 $\theta=50^\circ$  後方では、計算値と実験値は良く一致しており、k-εモデルがかなりの精度で乱流による熱流束の増加をシミュレート可能であることがわかった。

図 6.2 から図 6.4 に、吹き出しの有る場合 (それぞれ  $P_c = 0.2, 0.4, 0.6$  MPa) における熱流束の実験値及び計算値の比較を示す。その時の 2 次冷却流体流量は、それぞれ  $m = 26, 57, 102$  l/min ( $5.42 \times 10^{-4}, 1.19 \times 10^{-3}, 2.13 \times 10^{-3}$  kg/s) である。冷却流体の流量が増加するに従い、吹き出し口後方で大幅な熱流束の減少が認められる。計算値と実験値は、遷移点付近を除いて比較的良く一致しており、吹き出し口における境界条件の妥当性が確認された。

図 6.5 に吹き出しの無い場合と有る場合の温度分布を示す。分布はほとんど同じことから、熱流束の減少は、壁面近傍に限定された領域での、流れの違いに起因することがわかる。また、これは 2 節で述べたシュリーレン写真による実験結果とも一致する。なお、計算結果から求めた吹き出し口での 2 次冷却流体の流速は、 $P_c = 0.2, 0.4, 0.6$  MPa のケースに対してそれぞれ約 5, 11, 20 m/s であった。

以上から、2 次冷却流体の存在が熱流束の大幅な減少に果たす役割をより正確に知るためには、吹き出し口後方での境界層内における流れ場を詳細に考察する必要があることがわかる。図 6.6 に、吹き出し口直後 ( $\theta = 30^\circ$ ) 及びそれより後流付近 ( $\theta = 50^\circ, 70^\circ, 90^\circ$ ) における境界層内の速度、温度、2 次冷却流体 (窒素ガス) 質量分率分布を示す。図において、速度、温度はそれぞれ一様流速、一様流静温で無次元化している。また、縦軸の  $\eta$  は物体表面からの距離で、模型半径  $R$  で無次元化している。

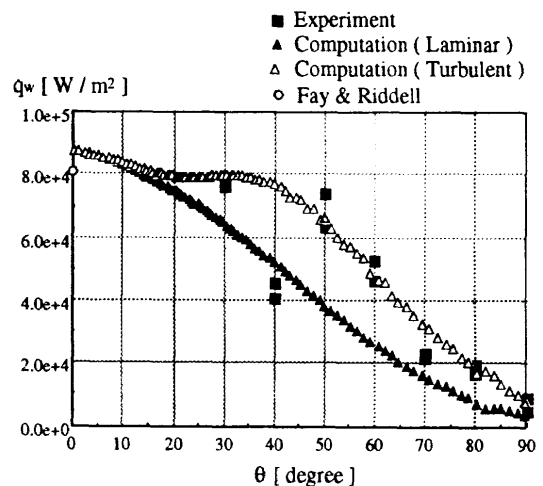
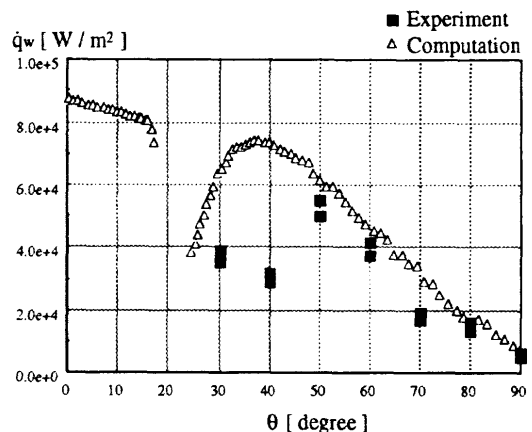
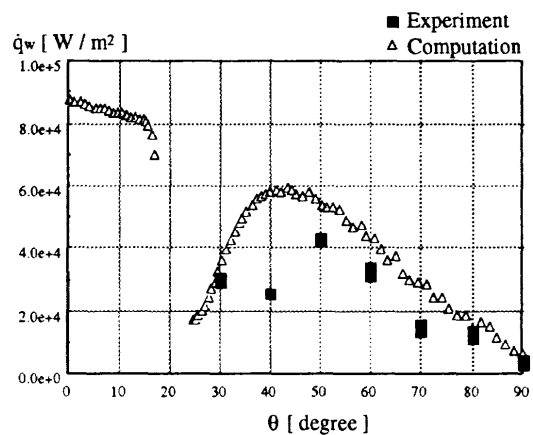
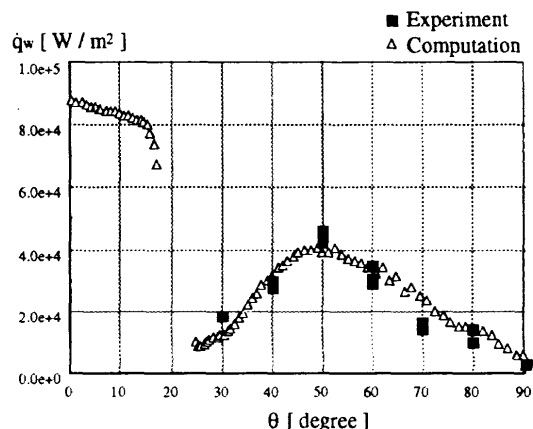


図 6.1 壁面熱流束実験値及び計算値比較 (吹き出し無し)

図 6.2 壁面熱流束実験値及び計算値比較 (吹き出し有り、 $P_c = 0.2$  MPa)図 6.3 壁面熱流束実験値及び計算値比較 (吹き出し有り、 $P_c = 0.4$  MPa)図 6.4 壁面熱流束実験値及び計算値比較 (吹き出し有り、 $P_c = 0.6$  MPa)

特に、 $\theta = 30^\circ$  の2次冷却流体の大きいケースから明らかに、冷却効果の著しい領域では境界層内が明確に2層に別れており、2次冷却流体質量分率及び温度がほぼ一定な領域（内層）と非粘性流における値に漸近していく領域（外層）が観測される。既に文献[3]で指摘した様に、主に2次冷却流体で構成された内層即ちフィルム層が、あたかも物体表面において断熱材が存在しているような状態を作りだし、これがフィルムクーリング法における冷却効果の本質的な役割を果たしていることが、この結果からわかる。

## 7. 結論

数値解析により2次冷却流体吹き出しを含む物体周りの乱流遷移を含む極超音速流れ場をシミュレートし、実験で得られた熱流束分布と比較した。乱流モデルとして、2方程式モデルであるk- $\epsilon$ モデルを使用し、乱流による熱流束の増加を定量的に捕えることができることを確認した。また、実験で観察された2次冷却流体を吹き出すことによる大幅な熱流束の減少をかなりの精度でシミュレートすることができた。さらに、境界層付近の流れ場の詳細な考察により、フィルムクーリング法における冷却効果の本質的な部分を明らかにした。

## 参考文献

- [1] Aso, S., et al., "Experimental and Computational Studies on Heat Protection of Blunt Body with Film Cooling", Proceedings of 19th International Symposium on Space Technology and Sciences (ISTS 94-d-15), PP. 357-362, 1994.
- [2] Aso, S., et al., "A Study on Reduction of Aerodynamic Heating Load by Film Cooling", AIAA Paper 95-2048, 1995.
- [3] 黒滝卓司 他, "極超音速流れにおける軸対称物体回りのフィルムクーリング冷却法に関する研究", 第12回航空機計算空気力学シンポジウム論文集, NAL SP-27, pp.165-170, 1994.
- [4] Aso, S., et al., "Experimental and Computational Study on Reduction of Aerodynamic Heating Load by Film Cooling in Hypersonic Flows", AIAA Paper 97-0770, 1997.
- [5] Yoon, S. and Kwak, D., "Implicit Methods for the Navier-Stokes Equations", Computational Technology for Flight Vehicles, Vol. I, pp.535-547, 1990.
- [6] Wada, Y. and Liou, M.-S., "A Flux Splitting Scheme with High-Resolution and Robustness for Discontinuities", AIAA Paper 94-0083, 1994.
- [7] Grasso, F. and Falconi, D., "High-Speed Turbulence Modeling of Shock-Wave / Boundary-Layer Interaction", AIAA J., 31, PP. 1199-1206, 1993.
- [8] Fay, J. A. and Riddell, F. R., "Theory of Stagnation Point Heat Transfer in Dissociated Air", J. of the Aeronautical Sciences, 25, No. 2, 1958.

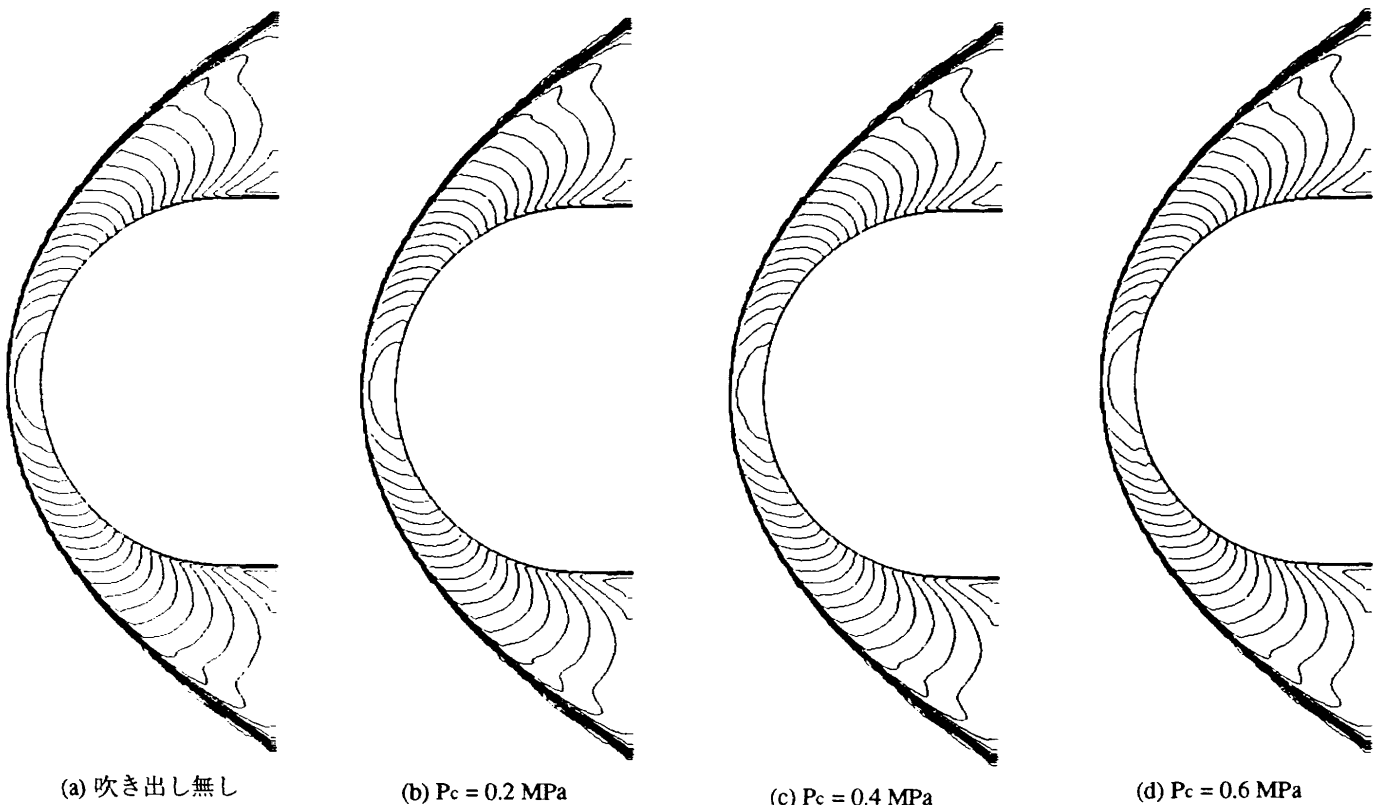


図 6.5 温度分布



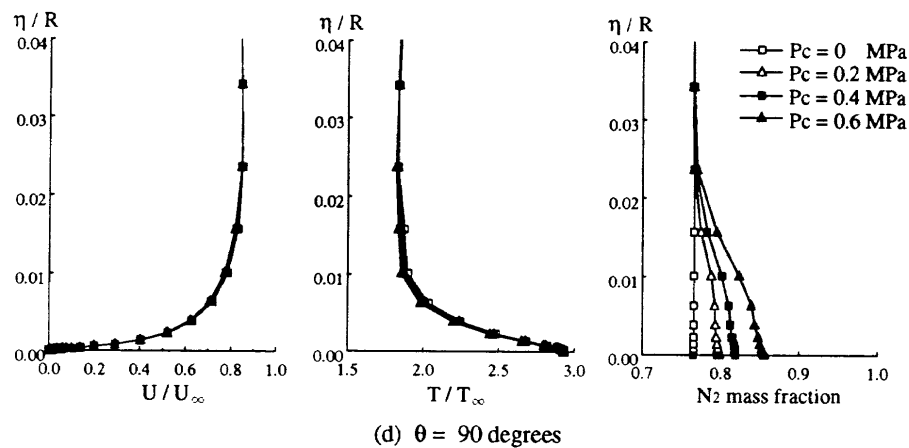
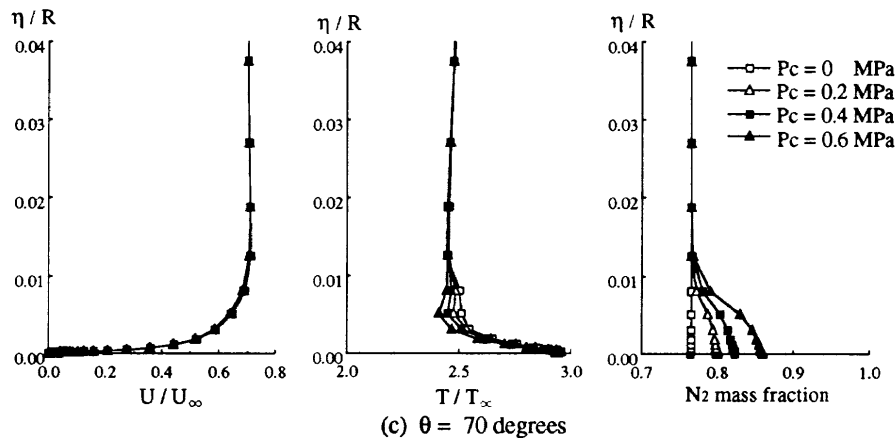
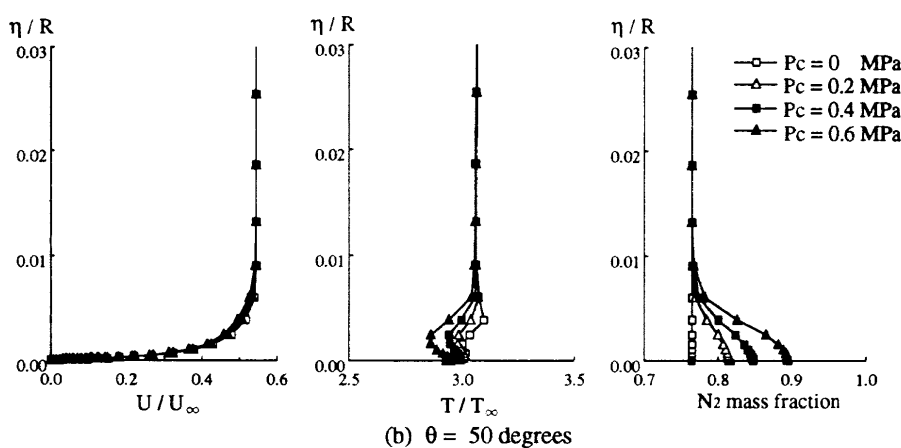
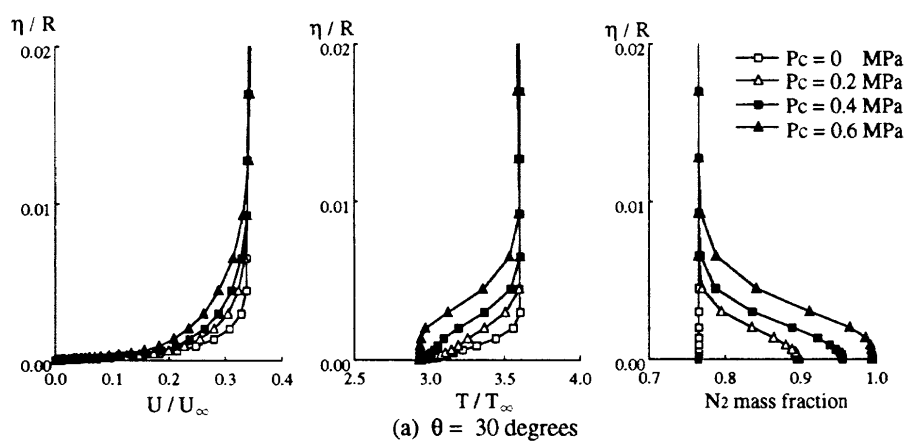


図 6.6 境界層内速度、温度、2 次冷却流体質量分率分布  
(図中  $P_c = 0$  MPa は吹き出し無しを表わす。)

## 極超音速・圧縮ランプ回りの空力加熱特性

穂積弘一\* 藤井啓介\* 山本行光\*

## Heat Transfer Characteristics around Hypersonic Compression Ramp

by

Koichi HOZUMI\*, Keisuke FUJII\*, Yukimitsu YAMAMOTO\*

## ABSTRACT

For blunt-nosed, ramped flat plates at angle of attacks  $0^\circ$ ,  $20^\circ$ ,  $30^\circ$ , and  $35^\circ$ , heat transfer and flow field around compression ramp have been investigated experimentally based on infrared thermography measurement and Schlieren photograph observation in the NAL 1.27m hypersonic wind tunnel at  $M_\infty=10.0$  and  $Re_\infty=1.5-2.3 \times 10^6/m$ . Comparisons with CFD using NAL codes were also made for examination and comparison of the flow fields and the magnitude of heat transfer. The experimental results showed the increase of heat transfer on the flat plate upstream of corner and on the ramp when the leading-edge is blunt. However, for high angle of attack case, the reduction of peak heating on the ramp with increasing leading-edge bluntness which may caused by shock/shock interaction was observed. An analytical study to obtain a single correlation for the measured heat transfer along the plates showed that the ratio  $x/r_n$  of  $x$  distance from leading-edge and nose radius, nose radius Reynolds number and viscous parameter based on local flow condition are dominant similarity parameters for heat transfer distribution on ramp down stream of reattachment as well as on flat plate part upstream of ramp corner except small bluntness case.

## 1. はじめに

有翼再突入機の舵面回りの圧力と空力加熱分布の精度良い予測は、それらの大きさが再突入機設計に大きな影響を与える要素の一つであり非常に重要な課題である。

圧縮ランプ回りの熱・空力特性は境界層と衝撃波の干渉により誘起される舵面ヒンジライン回りの剥離流れによって大きな影響を受ける。特に、高迎角で飛行する再突入機では、頭部及び翼先端部の鈍頭度と飛行迎角の効果が著しい。これらの効果についての実験、解析はその重要性に係わらず非常に少ない。

ここでは、現在 NAL/ONERA で行っている、極超音速風洞の測定技術に関する共同研究の一環として、空力加熱測定に関する航技研大型極超音速風洞と ONERA/S4MA 風洞を用いた平板ランプ模型試験で得られた航技研大型極超音速風洞における鈍頭平板ランプ回りの試験結果と対応する CFD 解析を中心に検討結果を述べる。

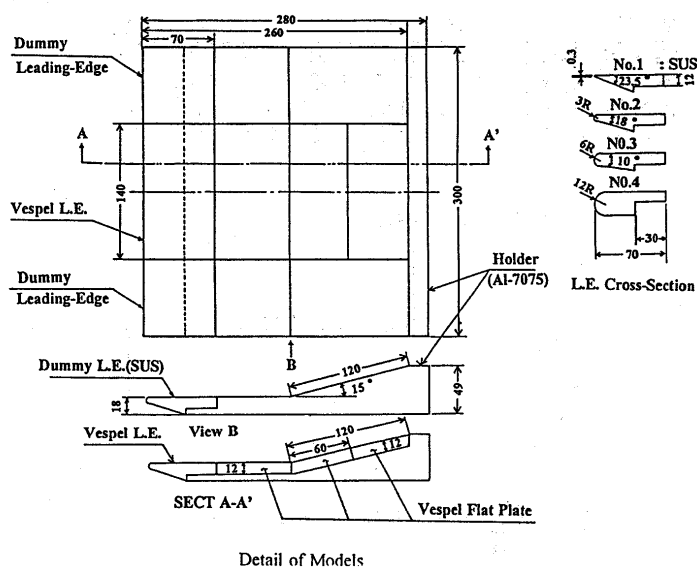
## 2. 平板ランプ空力加熱試験

## 2.1 模型及び試験条件

図1に示した4種類の頭部半径 ( $r_n = 0.3, 3, 6, 12\text{mm}$ ) を持つベスペル製平板模型を用いて、主流マッハ数  $M_\infty=10.0$ 、澱み点圧力  $p_0=25\text{ bar}$ 、澱み点温度  $T_0=800^\circ\text{C}$ 、主流レイノルズ数  $Re_\infty=1.5-2.3 \times 10^6/m$ 、迎角  $\alpha=0^\circ, 20^\circ, 30^\circ, 35^\circ$  で試験を行った。以下本文中で、頭部半径  $0.3, 3.0, 6.0, 12.0\text{ mm}$  の模型を各々模型 a, b, c, d と呼ぶ。

## 2.2 加熱率の測定及び導出

図2に示す様に測定部中のカメラボックス内に設置



Detail of Models

図1 供試模型

された赤外線カメラ (AGEMA LW900, 15fram/sec, 温度分解能 12bit) により得られた温度画像から熱伝達率を導出した。測定加熱量に影響を与える投入時の測定部主流周りのせん断流による擾乱を少なくするため、模型は高速投入装置により0.2秒で主流外から主流中へ投入した。

赤外カメラによるベスペル表面の表面温度履歴  $T(t)$  は、半無限厚さ1次元の熱伝導を仮定した場合、式(1)の関係を満たす。

\* 航空宇宙技術研究所空気力学部

Aerodynamics Division, National Aerospace Laboratory

$$\beta = h \sqrt{t / \rho c \kappa} \quad (1)$$

ここで

$$(T(t) - T(x, 0)) / (T_{\infty} - T(x, 0)) = 1.0 - \exp(\beta^2) \operatorname{erfc}(\beta)$$

$t$ : 加熱開始からの時間

$T(t)$ : 時間  $t$  における模型の表面温度

$T(x, 0)$ : 模型の初期温度

$T_{\infty}$ : 断熱壁温度

$h$ : 熱伝達係数 ( $q = h(T_{\infty} - T(x, 0))$ )

$q$ : 熱伝達率

$\rho, c, \kappa$ : 模型材料の密度、比熱、熱伝導率

式(1)の導出に用いている熱伝達率  $h$  一定の仮定から  $\beta^2$  は時間に対しリニアな  $\beta^2 = c \cdot t$  の関係にあり、熱伝達係数  $h$  はその勾配  $c$  から求めることが出来る(修正 Jones-Hunt 法)<sup>1)</sup>。Jones-Hunt が示した方法<sup>2)</sup>では、実効の加熱開始からの時間  $t$  とその時の温度  $T(t)$  が加熱率の決定には必要だが、本方法では、 $\beta^2$  の時間に対する勾配から加熱率が求まり、模型投入時の加熱擾乱により決めにくい加熱開始時間を決める必要がない。なお、ベスペルの熱物性値は温度依存性があり、表1の様に予めその熱物性値の温度依存性を調べているが、本実験では、一定の物性値として取り扱い、50℃の時の物性値を用いている。

表1 ベスペルの熱物性値

$T(^{\circ}\text{C})$	25	50	100	150	200	300
$C_p \times 10^3 (\text{J/kgK})$	1.01	1.10	1.24	1.39	1.50	1.72
$\rho \times 10^3 (\text{kg/m}^3)$	1.43	1.43	1.43	1.43	1.43	1.43
$\lambda \times 10^{-1} (\text{W/m} \cdot \text{K})$	3.69	3.86	4.05	4.04	4.03	4.30
$\alpha \times 10^{-7} (\text{m}^2/\text{s})$	2.6	2.5	2.2	2.0	1.9	1.8

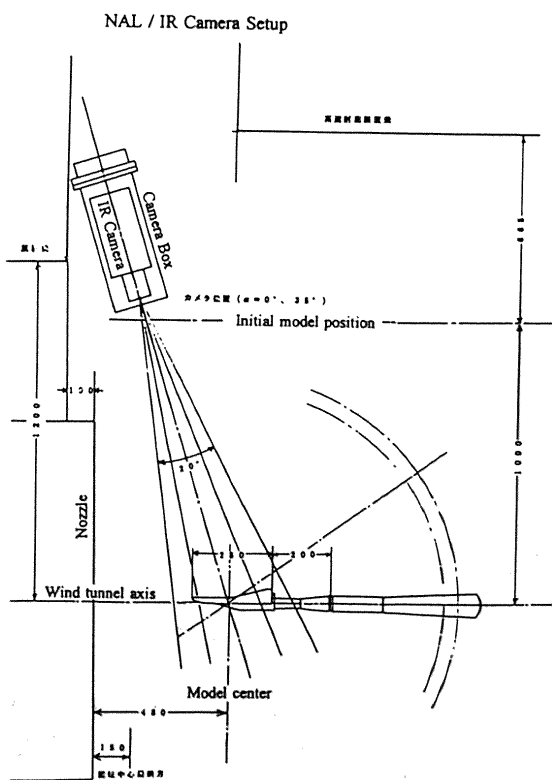
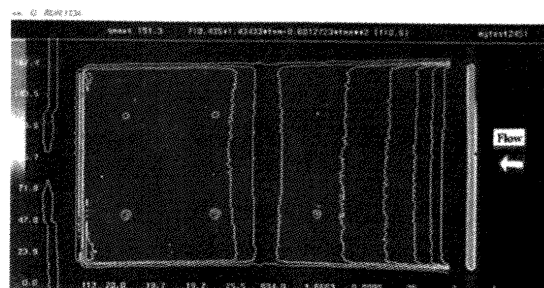
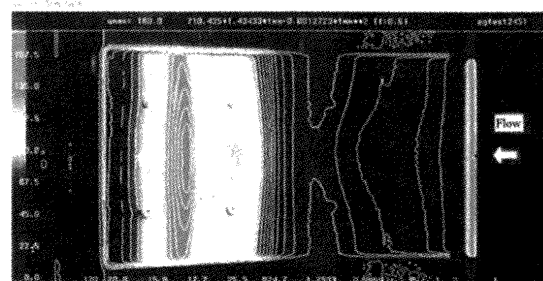


図2 模型とカメラの測定部へのセットアップ

図3に赤外カメラで得られた加熱分布の例を示す。図1の形状選択により、 $\alpha = 0^{\circ}$  の場合は、加熱率分布は良好な2次元性が示している。 $\alpha = 35^{\circ}$  の場合は、後述の様な衝撃波干渉によりランプ部に2つの加熱ピークを持つ3次元的分布をしている。



a)  $\alpha = 0^{\circ}$ ,  $p_0 = 25 \text{ bar}$  model b



b)  $\alpha = 35^{\circ}$ ,  $p_0 = 25 \text{ bar}$  model c

図3 赤外画像による加熱率分布の例

## 2. 3 参照センサによる計測

本実験の目的の一つとして、信頼性の高い加熱計測を行って、得られたデータを基本的な平板ランプ形状のコーナー流れ空力加熱データベースとして利用することが計画された。そのため、赤外カメラによる測定値の信頼性確認のために参照センサによる加熱率の同時計測を行なった。センサにはガルドンゲージとカロリメータを用い、その構造・設置には注意を払った<sup>3)</sup>。

ベスペルは耐熱性が有り、熱拡散率が低く赤外計測に対して優れた材料であるが、表面の極く薄い層の温

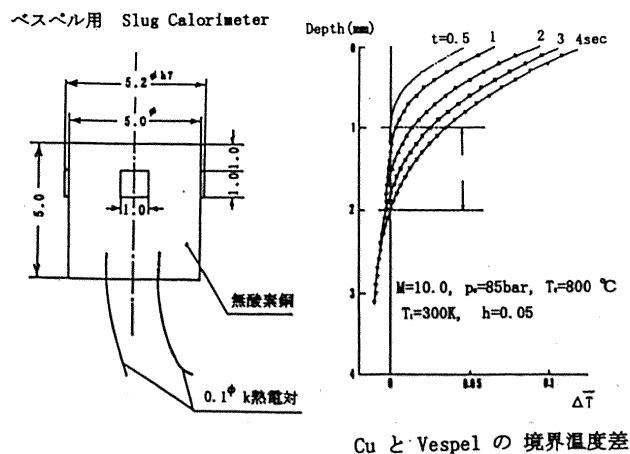


図4 熱流入・出の小さいカロリメータ

度の上昇が大きいため、センサ設置時にセンサ表面近傍の接触境界面からセンサへ熱が流れ込みセンサ下方境界面から流れ出るため、センサを直接模型へ挿入出来ない。本実験で使ったカロリメータとガルドンゲージは表面近傍ではセンサとベスベルが直接接触しないよう僅かの隙間を設け、ガルドンゲージは計測時間（投入後約3秒間）にヒートシンクの温度上昇を無くするため、大きめのヒートシンク容積を持った構造にした。

図4に本実験で使用したカロリメータを示す。表面より深さ1mmの所から幅1mmの部分でベスベルと接触する様にした。図中に加熱開始から4秒間のベスベルと銅の境界の温度差も同時に示す。ベスベル及びカロリメータの深さ方向の温度分布差は、深さ1mmから2mmの間で4秒の間温度差は小さく、その間では熱の出入りはほぼ無いと考えて良い。なお、ベスベルの温度変化は半無限1次元熱伝導の仮定をして求め、カロリメータの温度変化は材料の銅は熱伝導率大としてカロリメータ内での温度差はないとして求めている。

図5、6に赤外計測とセンサ計測との比較を示す。5%以内の違いの良好な一致が得られている。

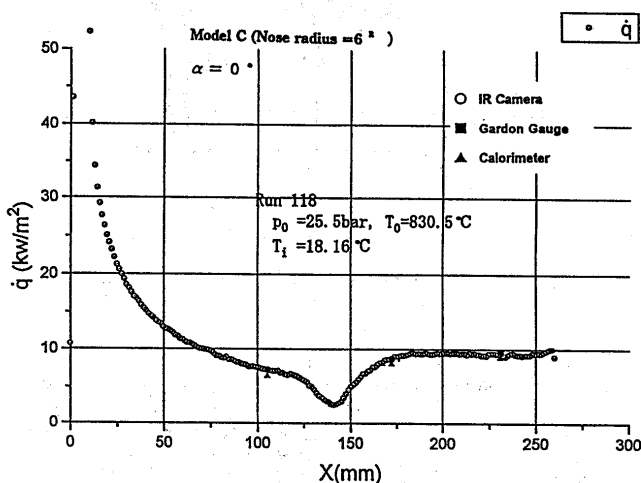


図5 赤外計測とセンサ計測の比較 ( $\alpha = 0^\circ$ )

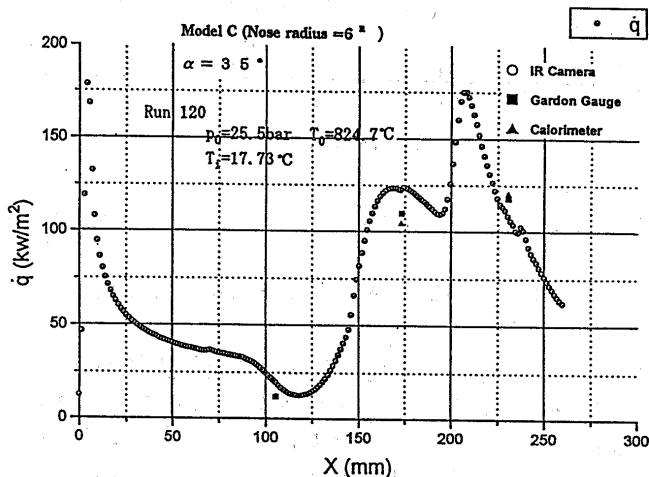


図6 赤外計測とセンサ計測の比較 ( $\alpha = 35^\circ$ )

### 3. 圧縮ランプ回りの空力加熱特性

#### 3.1 鈍頭度の効果 (迎角 $0^\circ$ の場合)

鈍い先端部の頭部衝撃波は高温の shock-layer を頭部回りに誘起し、これにより模型表面に沿ってエントロピ層と呼ばれる高温の空気層を生じる。強い衝撃波通過による総圧損失効果も加わり、エントロピ層は低マッハ数、低レイノルズ数の流れとなる。これらの外部流の性質は表面圧力と空力加熱に影響を与える。

剥離領域への影響は Holden が示した様に、パラメータ (vicous bluntness parameter)  $\beta$  が  $\beta < 0.1$  で剥離領域は非常に小さくなり、 $\beta > 0.5$  で剥離を促進する<sup>4)</sup>。本実験でも迎角  $0^\circ$  の場合、鈍頭度の大きい  $r_n = 3, 6, 12$  mm の時 ( $\beta < 0.1$ ) は剥離領域は小さく殆ど変わらないが、鈍頭度の小さな  $r_n = 0.3$  mm の時 ( $\beta > 0.5$ ) は剥離領域は大きく、Holden の結果と一致する。

加熱率に対する鈍頭度の影響を見るため、図7に迎角  $\alpha = 0^\circ$  の鈍頭度を変えた時の中心線上の加熱率の測定結果を示す。図7が示す様に、迎角  $0^\circ$  の場合、鈍頭度の大きい時は、ランプ回りの加熱率は、圧縮コーナ前方の平板部及びコーナ後方のランプ部の熱伝達は鈍頭度の増加と共に増加する。

鈍頭度の小さな模型 a ( $r_n = 0.3$  mm) の場合は鈍頭度の大きな模型 b、c、d の加熱分布と比べ異なっている。ランプ部より上流では鈍頭度の大きい場合と比べ小さく、下流ランプ部上では後方で大きな加熱率となる。これはエントロピ層の効果が下流部で小さいためと考えられる。

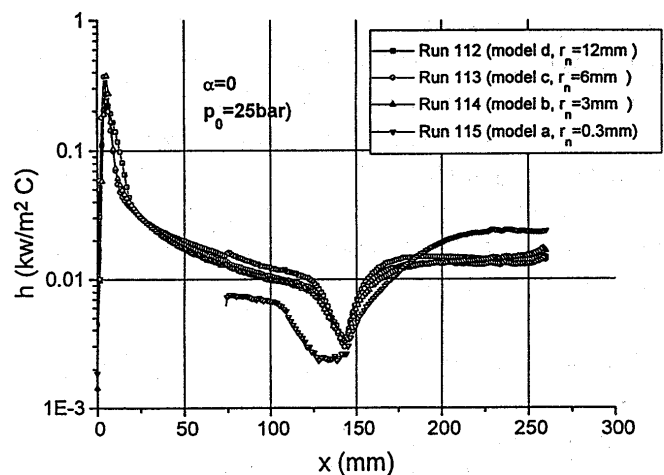


図7 鈍頭度の効果 ( $\alpha = 0^\circ$ )

#### 3.2 鈍頭度の効果 (高迎角の場合) $\alpha = 35^\circ$

図8に高迎角の場合 ( $\alpha = 35^\circ$ ) の加熱特性に対する鈍頭度の効果を示す。ヒンジライン前方の平板部では、僅かであるが、鈍頭度が増す程、加熱量が増加する。

ランプ部では2つのピーク加熱を観測した。ランプ部後方の加熱は強いピーク加熱量を示すが、これは後述する様に、頭部衝撃波とコーナ周りの剥離衝撃波、コーナ衝撃波の複雑な干渉によると考えられる。鈍頭度が増加するとピーク加熱量は減少し、ピーク位置

は後方へ移動する(図13参照)。ピーク加熱部を除いたコーナー周りの剥離領域内の加熱率の大きさは鈍頭度の小さい場合小さく、鈍頭度が増すほど増加している。

図7, 8で示されたランプ部及びその後方の加熱に対する鈍頭度の効果の違い(鈍頭度の小さい場合( $r_n=0.3\text{mm}$ )と大きい場合の違い、干渉ピーク加熱の鈍頭度への依存性の違い)は、鈍頭部周りの衝撃波による衝撃波総圧ロスの効果に加えて、迎角による主流の変化の効果、エントロピ層 sawallowing 効果が重ね合わされているためと考えられる。

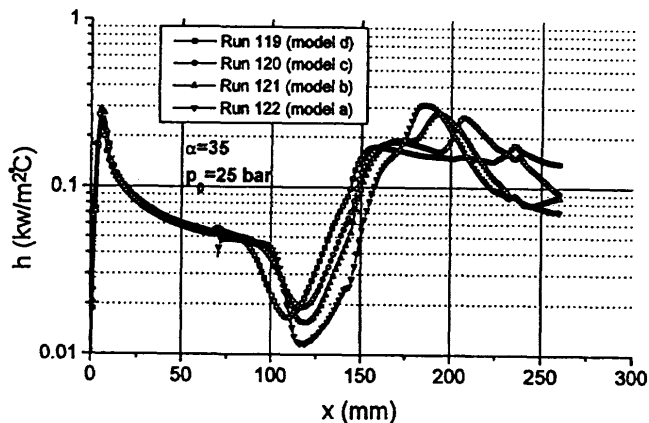


図8 鈍頭度の効果 ( $\alpha = 35^\circ$ )

### 3.3 加熱率分布のコリレーション

迎角、レイノルズ数と鈍頭度の加熱率への影響を统一的に表す加熱分布のコリレーションを試みた。

境界層外縁の流れの局所量を求め、局所 Stanton 数のコリレーションを行った。本実験では圧力分布の測定を行っていないため、式(2)に示す様な斜め衝撃波の関係による鈍頭度の無い時の境界層外縁圧力( $p_w$ )とブラスト波理論による圧力( $p_b$ )分布<sup>6)</sup>、粘性干涉による圧力( $p_v$ )上昇から迎角と鈍頭度効果を考慮した壁圧( $p_w$ )分布を仮定して用いた。

$$p_w/p_\infty = p_{wb}/p_\infty + p_{vb}/p_\infty + p_{v2}/p_\infty \quad (2)$$

ここで

$$p_{wb}/p_\infty = 1 \quad (\alpha = 0^\circ \text{ の時})$$

$$= p_2/p_\infty \quad (\alpha > 0^\circ \text{ の時})$$

$$p_{vb}/p_\infty = 0.117M_\infty^2 C_p^{2/3} (x/d)^{2/3} + 0.732 - 1.0$$

$$p_{v2}/p_\infty = 1 + 0.078 \alpha - 1.0$$

境界層外縁の総圧は頭部衝撃波後の流れが等エントロピ的に流入すると仮定し、頭部鈍頭度が十分大きく垂直衝撃波後の流れ総圧( $p_{02}$ )を仮定出来るとして、 $p_w$ と $p_{02}$ から境界層外縁流れの諸量を求めた。

模型表面上の加熱率は、頭部半径に支配される非粘性流れと壁面上の粘性効果によって決まると考えコリレーションを行った。即ち、鈍頭度の流れ場への効果は流れ方向への距離と頭部半径との比  $x/r_n$  と局所粘性効果による相似則<sup>1)</sup>が成り立つとして求めたコリレーション結果を図9, 10に示す。

圧縮コーナー部前方の加熱分布は鈍頭度に係わらず、頭部近傍の加熱を除いて、1つのコリレーション結果が得られている。これから、加熱率のコリレーション直線を求めると、

$$St_e \cdot \sqrt{Re_n} = 0.022 \cdot (x/r_n)^{0.5} \cdot (M/\sqrt{Re})^{-0.6}$$

又は

$$St_e \cdot \sqrt{Re_x} = 0.022 \cdot (M/\sqrt{Re})^{-0.6} \quad (3)$$

の関係が、迎角、レイノルズ数、鈍頭度に係わらず求まる。

ランプ部についても図から分かる様に、迎角/ランプ振り角と圧力分布との関係を調べておくことが必要であるが、コリレーション可能と考えられる。

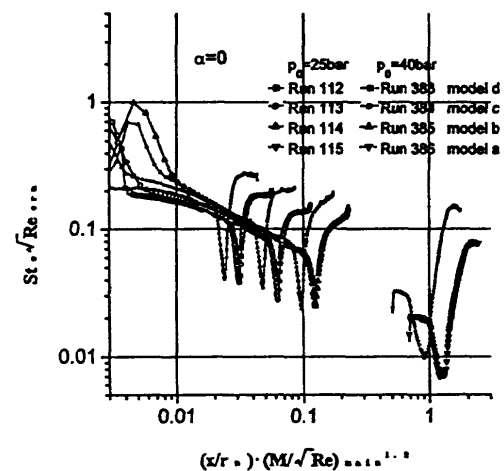


図9 鈍頭平板の加熱率のコリレーション ( $\alpha = 0^\circ$ )

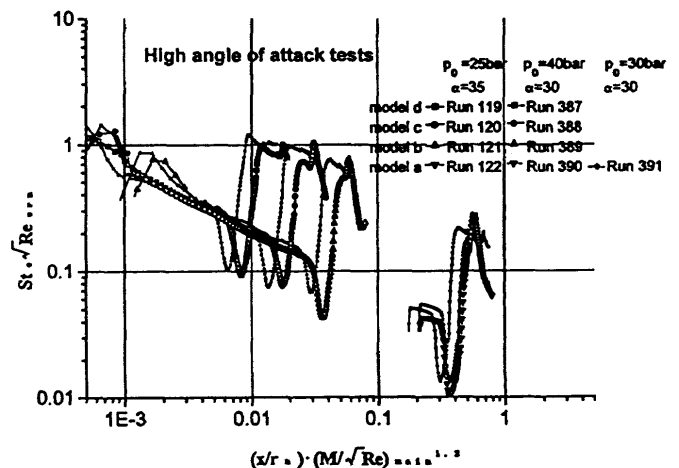
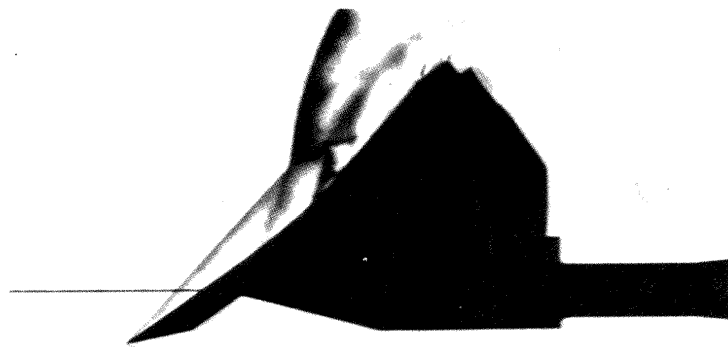


図10 鈍頭平板の加熱率のコリレーション ( $\alpha = 35^\circ$ )

## 4. 衝撃波干渉の観測とCFD計算結果の比較

### 4.1 シュリーレンによる衝撃波干渉の観測

本実験では、高迎角の時のランプ回りの流れは頭部/剥離/ランプコーナー衝撃波による複雑な干渉を起こしていることが観測された。図11に1例として、 $r_n = 0.3\text{mm}$ 、 $\alpha = 35^\circ$ の場合のシュリーレン写真を示す。



Flowfield observation by Schlieren system  
(Model a,  $\alpha=35^\circ$ ,  $p_0=25\text{bar}$ )

図 1.1 シュリーレン写真の例 (模型 a,  $p_0=25\text{bar}$ )

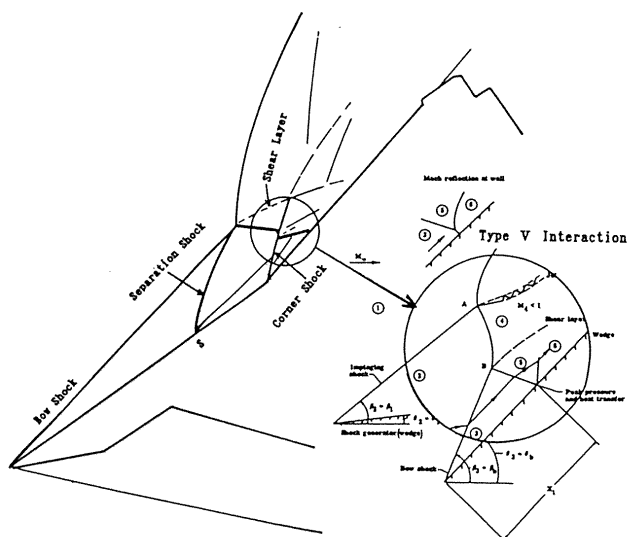


図 1.2 観測された干渉のタイプ (模型 a,  $p_0=25\text{bar}$ )

図 1.1 の観測結果のスケッチを図 1.2 に示す。頭部衝撃波と剥離衝撃波の干渉にコーナ部からの衝撃波が干渉し誘起された衝撃波が壁に当たるタイプ V の干渉が起こっていると考えられる<sup>8)</sup>。測定された強いピーク加熱は誘起された衝撃波の壁への衝突位置で起こると考えられるが、図 8 のピーク位置と鈍頭度の関係(頭部鈍頭度を増すほどランプ部の後方でピークが起こっている)は、図 1.3 に示したシュリーレン観測による衝撃波干渉位置(頭部衝撃波と剥離衝撃波の干渉位置)の鈍頭度との関係と一致している。

#### 4.2 CFD との比較

実験条件に合わせた数値シミュレーションを行った。CFD 計算との比較も ONERA と共同で行っているが、NAL 側のコードには flux-split upwind TVD thin-layer Navier-Stokes CFD コード (HYPER 2D) を用いた。この 2 次元 NS 方程式の数値計算による流れ場は実験結果に近い干渉パターンを示し、加熱率分布の比較等からタイプ V の干渉加熱が起こっていることが確認出来た。例として図 1.4 に  $\alpha=35^\circ$ ,  $r_n=6\text{mm}$  の場合の等圧線の断面分布図を示す。

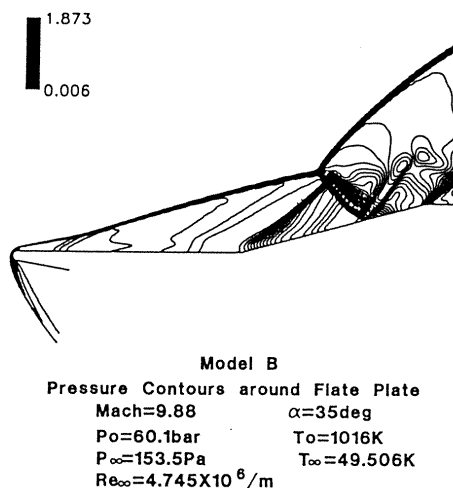


図 1.4 流れ場の CFD シミュレーション ( $\alpha=35^\circ$ )

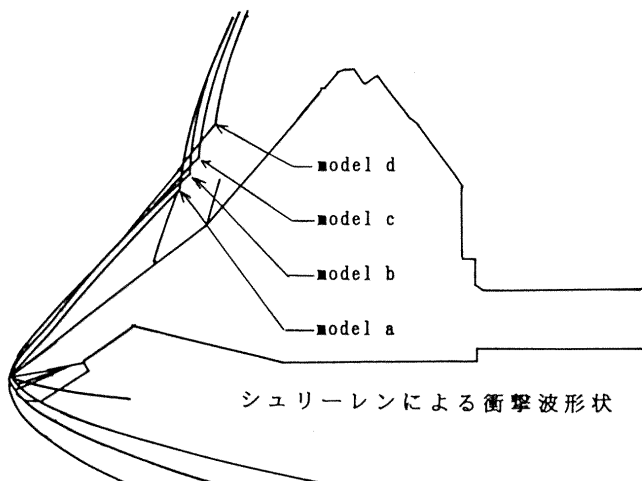


図 1.3 鈍頭度による衝撃波干渉位置の移動

#### 5. まとめ

鈍頭部を有する平板ランプ形状模型の極超音速空力加熱試験結果より、圧縮コーナ周りの空力加熱特性として以下のような結果を得た。

##### 1) 加熱率への鈍頭度効果

$\alpha=0^\circ$  の加熱率分布は、ランプ部より上流では鈍頭度が増すほど大きくなる。下流ランプ部上では、鈍頭度の大きい場合、鈍頭度を増やすと増える傾向にあるが、鈍頭度の小さい ( $r_n=0.3\text{mm}$ ) 場合と比べると加熱率は小さい。

迎角の有る場合は、干渉加熱ピーク部を除いて、ランプ部上流下流とも、鈍頭度が増す程、加熱率は増加するが、衝撃波干渉によると考えられるピーク加熱量は鈍頭度の小さい程大きくなる傾向を示した。

## 2) 剥離領域の大きさへの鈍頭度効果

$\alpha = 0^\circ$  の場合、鈍頭度の小さい場合 ( $r_n=0.3\text{mm}$ )、剥離領域は大きく、さらに鈍頭度を増した、 $r_n = 3, 6, 12 \text{ mm}$  の場合、剥離領域は小さくなり剥離領域の大きさの変化は小さかった。

迎角の有る場合は、剥離開始位置は鈍頭度が大きい程、上流側にあり、干渉ピーク位置は、鈍頭度が大きい程、下流側にあることが観測された。

## 3) 加熱率分布のコリレーション

得られた加熱率分布に対しては局所量に基づく頭部レイノルズ数  $\sqrt{Re_{rn}}$ 、及び粘性干渉パラメータ  $Me/\sqrt{Re}$  で修正すると、 $(x/r_n)^{0.5}$  に比例する関係が得られ、迎角、鈍頭度、レイノルズ数に対して統一的なコリレーションが出来た。

ランプ部の加熱も、ランプ部前後の圧力等の関係を調べることにより、統一的コリレーション出来ると考えられる。

## 4) CFD 計算結果との比較

シュリーレンによる観測結果と CFD による流れ場の計算結果から、高迎角時には、タイプ V の衝撃波干渉加熱が起きていることが確認出来た。

これらの結果は、極超音速流中の迎角を有する鈍頭物体の平坦部、コーナー部の空力加熱、特に有翼再突入機等の下面部、舵面部空力加熱に対して有用な情報を与えていると考えられる。

## 6. 参考文献

- 1) Hozumi, K., Nagai, S., Fujii, K., Yoshizawa, A., and Hara, N., "Effect of Slight Leading Edge Bluntness on Flat Plate Heat Transfer and Boundary Layer Transition at Hypersonic Mach Numbers," ICAS-94-4.4.5, September 1994.
- 2) Jones, R.A., and Hunt, J.L., "Use of Fusible Temperature Indicators for Obtaining Quantitative Aerodynamic Heat-Transfer Data," NASA TR-R-230, February 1966.
- 3) 穂積弘一、藤井啓介、吉沢昭、小山忠勇、津田尚一「極超音速・圧縮ランプ回りの空力加熱測定」第40回宇宙科学技術連合講演会 平成8年10月
- 4) Holden, M., "Experimental studies in shock wave-boundary layer interactions," AGARD AG-203, 1975.
- 5) Yamamoto, Y., "Numerical Simulation of Hypersonic Viscous Flow for the Design of H-II Orbiting Plane (HOPE); Part II," AIAA paper 91-1390, June 1991.
- 6) Lukasiewicz, J., "Blast-Hypersonic Flow Analogy Theory and Application," ARS Journal, pp1341 - 1346, September 1962.
- 7) Rotta, N.R., and Zakkay, V., "Effects of Nose Bluntness on the Boundary Layer Characteristics of Conical Bodies at Hypersonic Speeds," Astronautica Acta, Vol.13, pp507-516, Pergamon Press Ltd., 1968.

- 8) Edney, B., "Anomalous Heat Transfer and Pressure Distributions on Blunt Bodies at Hypersonic Speeds in the Presence of an Impinging Shock," FFA Rep. 115, Aeronaut. Res. Inst. of Sweden, 1968.

## ONERA-NAL マッハ10平板模型対応風試CFD解析

山本行光\*、穂積弘一\*、藤井啓介\*

CFD Analysis of Flat Plate Experiments  
Conducted at ONERA and NAL Mach 10 HWT

## ABSTRACT

Hypersonic CFD Analysis is made for blunt nosed, ramped flat plates. Heat transfer and flow field around compression ramp have been investigated numerically. The present work correspond to the experimental study using the NAL 1.27m and ONERA S4MA hypersonic wind tunnels, where the infrared thermography measurements are made at  $M_\infty=10.0$  and angles of attacks  $0^\circ$ ,  $20^\circ$ ,  $30^\circ$  and  $35^\circ$ . Heat transfer distributions and shock-shock interaction patterns are compared in detail, changing angles of attack and Reynolds numbers. Comparisons with CFD simulation using NAL and ONERA Navier-Stokes Codes were also made.

## 1. はじめに

航空宇宙技術研究所 (NAL) とフランスONERAとの間で赤外線システムによる平板模型の空力加熱測定について、共同研究が実施され、NAL、及びONERA S4MA極超音速風洞を用いたマッハ数10の対応風試が行われた。平板模型は、全長280mm、 $15^\circ$ の圧縮ランプ部をもつ形状で、頭部曲率半径をRとしてRを0.3, 3, 6, 12mmと変化させ、曲率の再圧縮加熱に与える影響を調べるとともに、迎角を $0^\circ$ から $35^\circ$ に変化させて、迎角による衝撃波干渉加熱の影響も詳細に検討された。一方、これらの試験に合わせて、NAL及びONERAのナビエ・ストークスCFDコードによる風試対応CFD解析も実施され、空力加熱特性評価における実験及びCFDコード間検証を行った。本報告ではこれらの比較検証結果について紹介する。

## 2. 解析概要

今回の試験に用いられた平板模型を図1に示す。模型は全長280mm、巾が300mmである。空力加熱計測には赤外線システムによる方法がとられたため、上面は熱伝導率の低いベスベルが使用されている。航技研の大型極超音速風洞を用いた赤外線空力加熱システムの概略を図2に示す。試験模型は高速投入装置により風洞気流内に入り、数台の赤外線カメラによる温度上昇の測定から、所定の領域での空力加熱分布が得られる。計測処理方法については参考文献1)に詳細に記述されている。また今回の平板模型まわりの空力加熱実験計測の全体結果については文献2)に発表されている。CFD検証解析では、頭部曲率半径3mmの平板の迎角 $0^\circ$ ,  $15^\circ$ ,  $25^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $32.5^\circ$ ,  $35^\circ$ 、総圧60bar、及び25barの試験ケースに対応する計算を行った。計算条件はONERA S4MA風試条件に対応するもので、風試条件を表1に示す。CFD解析による計算はNALのHYPER2D、及び

ONERAのCELHYO2つのナビエ・ストークスコードを用いた。両コードとも流束分離法に基づくFVSコードで、コード間の比較は迎角 $0^\circ$ のケースについて実施された。NALコードに使用された計算格子を図3に示す。格子は流れ方向231点、平板表面に垂直方向に100点である。

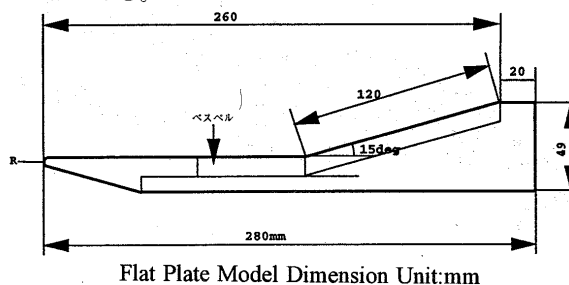


図1 平板模型

## 3. 結果と検討

ノーズ曲率半径3mm、迎角 $\alpha=0^\circ$ 、総圧25bar及び60barでの空力加熱分布の比較を図4に示す。図4(a)は総圧25barの比較結果で、ONERAのCELHYOコードによる計算分布が実線、NALのHYPER2Dコードによる結果が黒の矩形印である。白抜きの矩形印がONERA S4MA風試結果、黒の丸印がNALの大型極超音速風洞による実験結果を示す。空力加熱は頭部から急激に減少し、頭部から150mmのランプ部付け根前方で、剥離による空力加熱の減少があらわれ、根元付近で最小となる。ランプ部の根元から後方では再圧縮により再び空力加熱が上昇し、ランプ中央部以降から分布がほぼ平坦になってゆく。ONERAの実験、及び計算値に比較してNAL側の分布結果はやや高くなっている。また実験条件の違いが原因と考えられるが、NALの実験でのランプ部根元の剥離領域がやや狭まっている傾向を示す。図4(b)に総圧60barでの比較結果を示す。この試験ケースでは前の総圧25barの結果に比較してレイノルズ数が増加することにより剥離領域が広

\*航空宇宙技術研究所、National Aerospace Laboratory



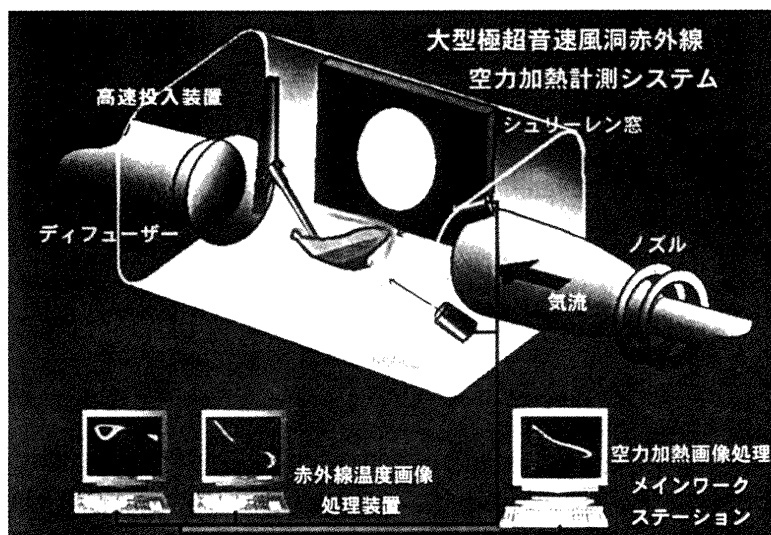


図 2  
S4MA Tunnel Tests

Run NO	Model	Angle of Attack	M	p0 (Bar)	T0 (K)	Re E*	Ti (K)	P - (pa)	T - (K)	$\rho$ - (kg/cm <sup>3</sup> )
2340	b	0°	9.880	60.1	1016	1.15	290.87	153.5	49.506	61.3
2357	b	35°	9.880	60.7	1139	0.97	292.5	155.0	55.5	61.9
2358	b	35°	9.770	25.3	1038	0.48	294.28	69.6	51.67	25.8
2360	b	0°	9.770	25.2	1028	0.49	291.12	69.33	51.17	25.7

表 1

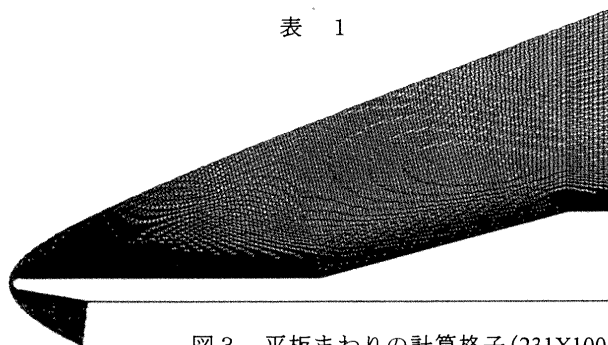


図 3 平板まわりの計算格子 (231X100)

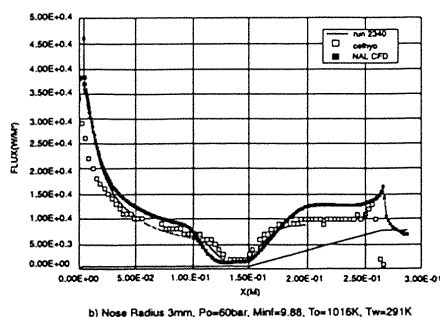
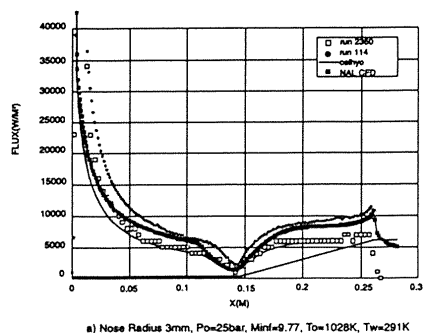


図 4 空力加熱分布の比較  $\alpha = 0^\circ$   
ノーズ半径 3 mm 平板

がり、空力加熱の低い領域が増大する。実線が ONERA の試験結果で、CELHYO による解析結果は実験値と良好な一致を示す。これに対して NAL の計算値はランプ部中央部以降の平坦部で、加熱量がやや大きく、剥離領域もやや広がる傾向を示す。今後、格子及び物性モデルを統一した解析を行い、定量的なつめを行ってゆく予定である。

図 5 には総圧 60bar、迎角  $\alpha = 0^\circ, 15^\circ, 25^\circ, 30^\circ, 32.5^\circ, 35^\circ$  での圧力線図を示す。迎角  $15^\circ$  から  $25^\circ$  にかけては、剥離部前方から衝撃波が発生し、ランプ部では再圧縮衝撃波も発生している。衝撃波干渉はタイプ VI でランプ部後端では膨張波が生じている。迎角  $30^\circ$  から  $35^\circ$  にかけては、衝撃波干渉パターンがタイプ VI からタイプ V に遷移する領域で、 $\alpha = 35^\circ$  のケースでは非常に、複雑な衝撃波干渉パターンが引き起こされている。

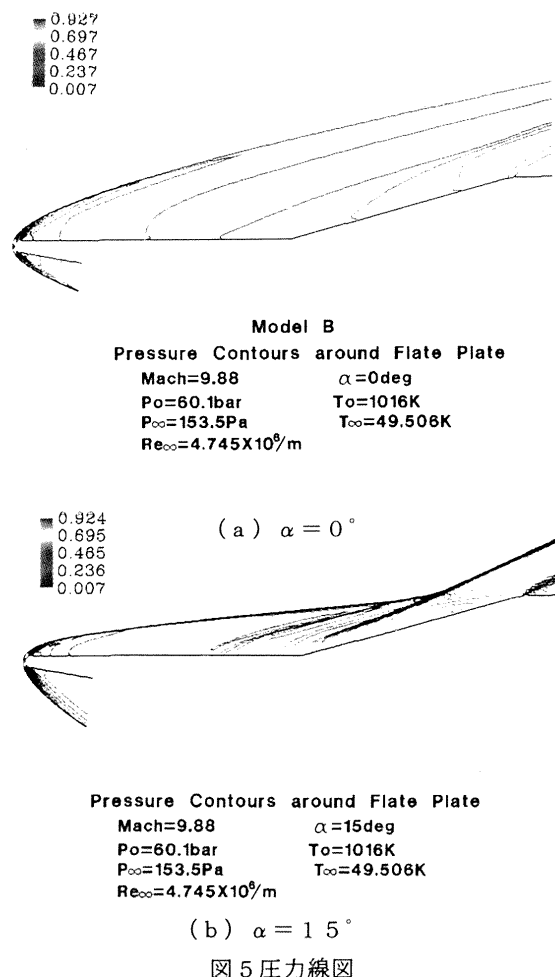


図 5 圧力線図

図 6 には迎角  $\alpha = 15^\circ$  から  $35^\circ$  までの対応する空力加熱分布を示す。迎角が増加するにつれ、ランプ部中央部に局所的な空力加熱のピークがあらわれ、これが徐々に増大してゆくことが分かる。ランプ部後端にあらわれる急激な加熱率のピークは、エッジ部での急激な流れの膨張により境界層が極めて薄くなり、加熱が上昇すること

を意味している。迎角  $\alpha=35^\circ$  の結果では他のケースとは異なり、ランプ部に2つのピークがあらわれ、このうちランプ部後方のピークは前方に比べて2倍ほどの強さになる。タイプ V の衝撃波干渉によるものと考えられる。

等温度線図のプロットを図7に示す。迎角  $35^\circ$  のケースでは、後方の衝撃波干渉直後で高温領域があらわれ、タイプ V の干渉とみられるランプ部に入射する衝撃波の位置においても、顕著な温度上昇が引き起こされる。これが急激な空力加熱ピークの発生の原因と考えられる。

図8は迎角  $15^\circ$  及び  $35^\circ$  における平板まわりの流線である。迎角が高くなるにつれ、剥離領域が広がってゆることが観察される。

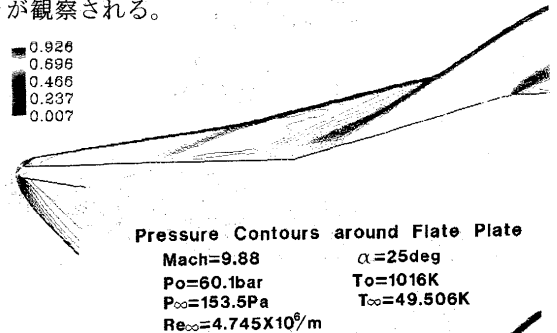
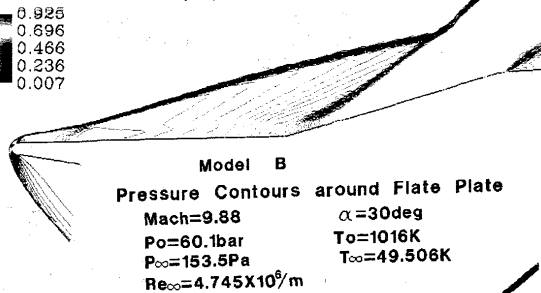
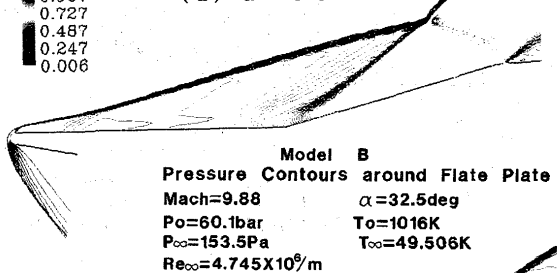
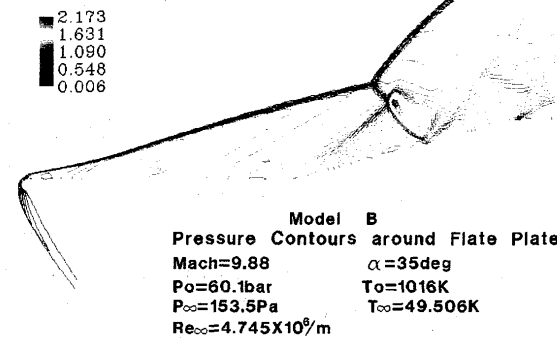
(c)  $\alpha = 25^\circ$ (d)  $\alpha = 30^\circ$ (e)  $\alpha = 32.5^\circ$ (f)  $\alpha = 35^\circ$ 

図5 圧力線図

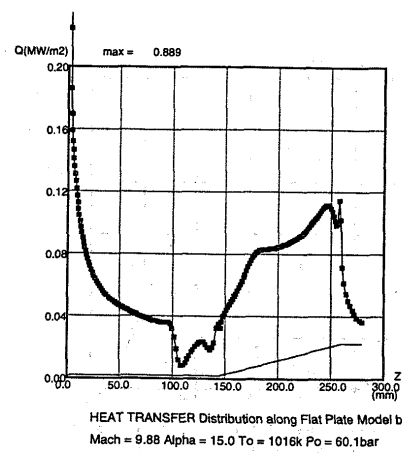
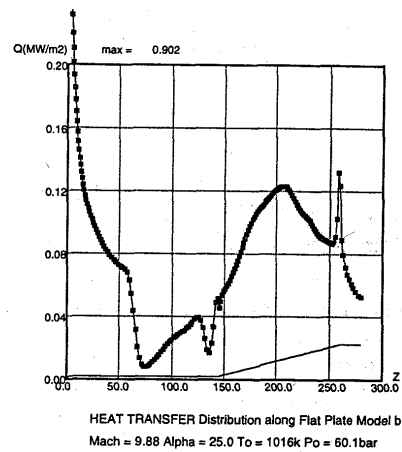
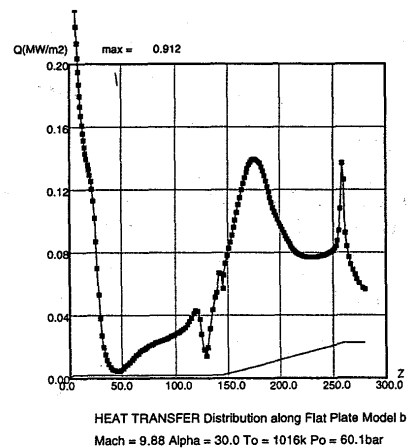
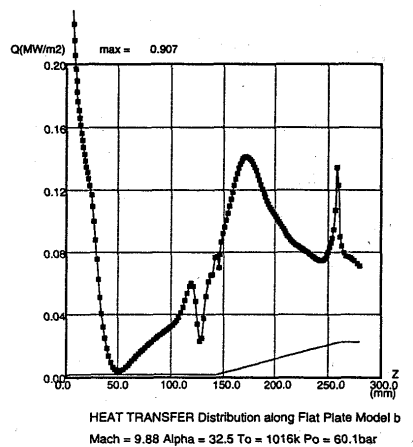
(a)  $\alpha = 15^\circ$ (b)  $\alpha = 25^\circ$ (c)  $\alpha = 30^\circ$ (d)  $\alpha = 32.5^\circ$ 

図6 空力加熱分布

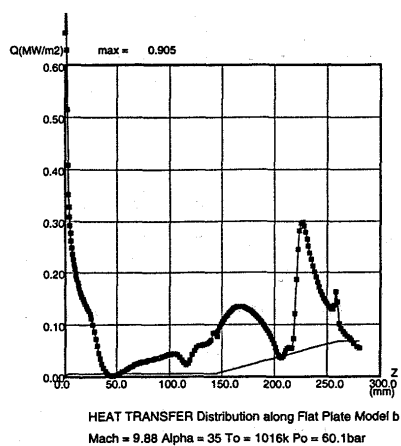
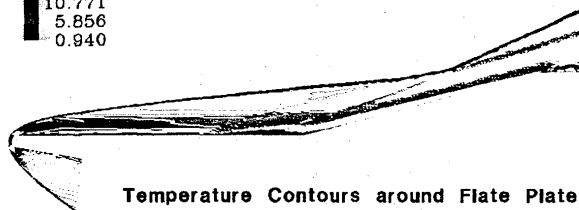
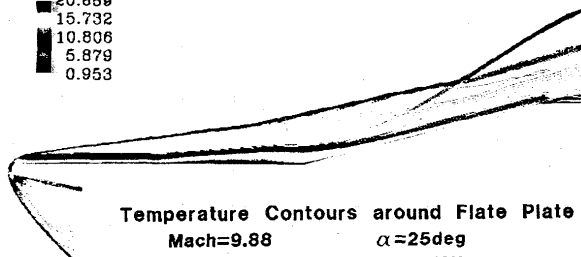
(e)  $\alpha = 35^\circ$ 

図 6 空力加熱分布

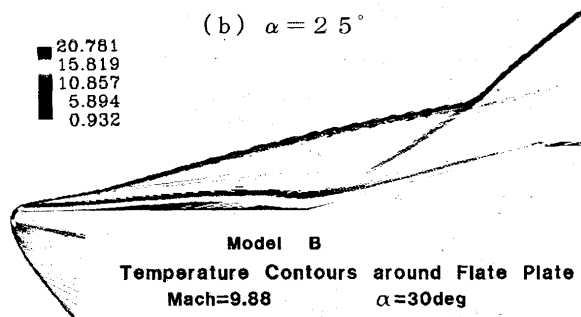
20.602  
15.687  
10.771  
5.856  
0.940

(a)  $\alpha = 15^\circ$ 

20.659  
15.732  
10.806  
5.879  
0.953

(b)  $\alpha = 25^\circ$ 

20.781  
15.819  
10.857  
5.894  
0.932

(c)  $\alpha = 30^\circ$ 

#### 4. まとめ

平板空力加熱試験対応風試CFD解析を実施した。今後、頭部曲率半径、及び迎角の空力加熱分布に与える影響も詳細に調べ、実験結果との比較検証を通じた衝撃波干渉加熱の解析を進めていきたい。

21.782  
16.564  
11.346  
6.128  
0.910

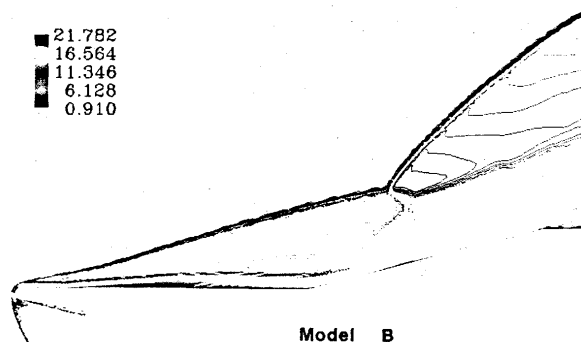
(d)  $\alpha = 35^\circ$ 

図 7 等温度線図

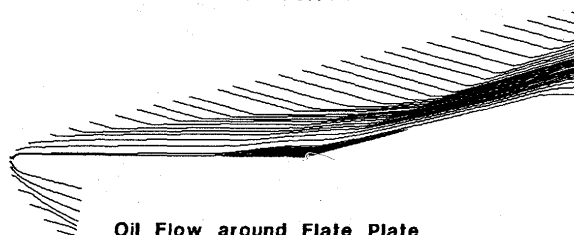
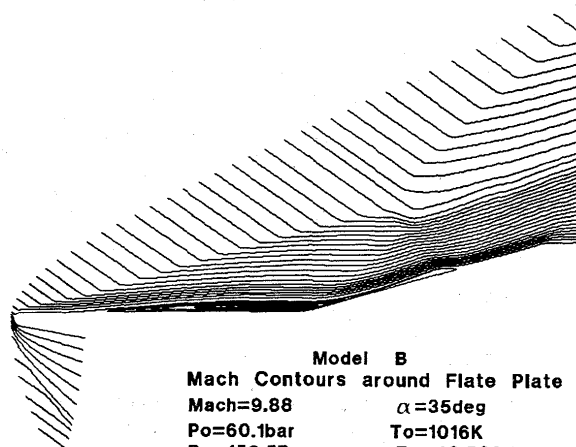
(a)  $\alpha = 15^\circ$ (b)  $\alpha = 35^\circ$ 

図 8 平板まわりの流線

#### 参考文献

- 1) 航空宇宙技術研究所、川崎重工業株式会社共同研究成果報告書「空力加熱測定法の研究」1996年6月
- 2) K. Hozumi, Y. Yamamoto, K. Fujii, A. Yoshizawa, S. Nagai, D. Devezeaux and J. Fontaine "Experimental Investigation and Numerical Analysis of Hypersonic Compression Ramp Heat Transfer." Proceedings of International Conference on Fluid Engineering, JSME CENTENNIAL GRAND CONGRESS July 13-16 1997

## CFDによるHOPE空力設計解析とその検証

山本 行光 \*

## CFD Validation and Analysis of HOPE Aerodynamic Design Problem

by

Yukimitsu YAMAMOTO \*

## ABSTRACT

CFD activity for hypersonic flow simulation has increased enormously due to the developments of Japanese re-entry spacecrafts, OREX, HYFLEX, and HOPE-X. HOPE-X will be launched in 2001 and several hundreds of numerical computations are being performed for the aerodynamic design of HOPE-X, by using NWT (Numerical Wind Tunnel) at NAL. With these design analysis, validation of CFD codes are made by comparing numerical results with several hypersonic wind tunnel experiments. Moreover, through these analysis, it is known that real gas effects are important design factors in the evaluation of aerodynamic and aerothermodynamic characteristics. Trim capability and efficiency of control surfaces, such as elevons and body flaps, are significantly influenced by these real gas effects. In this paper, recent CFD results and validation process for the study of hypersonic aerodynamics of HOPE-X are introduced.

## 1. はじめに

我が国の宇宙往還機輸送システム確立のための OREX<sup>1)</sup>、HYFLEX<sup>2)</sup>による一連の極超音速飛行実験は成功裏に終了し、次のステップとして、2001 年打ち上げを目指す HOPE-X の本格的な開発が進展している。幸いにもここ 10 年の間に、HOPE-X 研究開発に関連して、極超音速流 CFD 解析の検証は、米国のカルスパン衝撃風洞、AEDC Tunnel B 極超音速風洞、フランスの ONERA の S4MA 極超音速風洞、及び航技研の大型極超音速風洞等を使用して、数次にわたり実施され、空力特性、空力加熱特性について詳細な比較検証成果が得られた。また、HOPE 空力設計解析についても数百例にものぼる計算を実施し、空力形状解析に大きく貢献することが可能となった<sup>3)</sup>。

一方、HOPE-X の極超音速再突入飛行に伴う高温実在気体効果については、これまで種々の高エンタルピー衝撃風洞との対応計算<sup>4)</sup>、OREX や HYFLEX 等の飛行実験評価解析<sup>5)</sup>、CFD コード間の検証のためのワークショップ<sup>6~8)</sup>等を通して信頼性の検証とモデルの確立を行ってきたが、高温衝撃風洞ノズル気流の特性やコンタミネーションの問題、飛行実験評価解析では、飛行条件や一様流条件の設定、さらには耐熱材の有限触媒壁効果等の課題があり、その検証はなお困難と言

わざるを得ない。

しかしながら HOPE-X の高々度大迎角飛行時には、スペースシャトルと同様に<sup>9)</sup>実在気体効果による頭上げモーメントの発生や舵面の効きの増加が、安定した飛行を行うためのトリムをとる上で重要な現象であり、他方、高々度、高マッハ数飛行領域での飛行レイノルズ数低下による粘性干渉効果が、軸力の増加、舵面の効きの低下をひきおこすため、この領域の研究はきわめて重要である。さらに耐熱構造システムの設計においては実在気体効果による空力加熱分布の正確な定量的把握や表面触媒性の影響評価が必要とされる。

本研究では、このような状況から HOPE-X 空力設計解析のための完全、凍結、実在気体モデルによる一連の CFD 解析を行った。本稿では、その成果、今後の課題について報告する。

## 2. 解析法

CFD 解析の基礎方程式は薄層近似ナビエ・ストークス方程式である。計算コードは航技研の FVS 及び FDS タイプの二つのコードを使用した。実在気体解析においては 7 化学種 24 反応の非平衡化学反応を取り入れ、また、設計において重要となる空力特性、空力加熱特性については相違がほとんど表れないことから、モデル依存性のより少ない振動平衡を仮定した一温度モデルを採用した。計算格子は単一構造格子とし、

\*航空宇宙技術研究所、National Aerospace Laboratory

## HOPE 07 Model Computational Case

NO.	Gas Model	Free Stream Condition				Flow and Control surface Angle				Flow Assumption	Remarks
		$M_{\infty}$ (-)	$T_{\infty}$ (k)	$P_{\infty}$ (Pa)	$T_{wall}$ (k)	$\alpha$ (deg)	$\beta$ (deg)	$\delta_e$ (deg)	$\delta_{bf}$ (deg)		
1	Perfect Gas	9.94	50.3	99	300	40	0	0	0		AEDC Force Measurements
2	Perfect Gas	9.94	50.3	99	300	30	0	0	0		
3	Perfect Gas	7.94	53.6	187	300	30	0	0	0		
4	Perfect Gas	5.97	58.1	460	300	30	0	0	0		
5	Real Gas	9.94	50.3	99	300	40	0	0	0	N.C.W.	
6	Real Gas	9.94	50.3	99	300	30	0	0	0	N.C.W.	
7	Perfect Gas	8.01	55.52	599.865	300	40	0	0	0		AEDC Heat Transfer Tests
8	Perfect Gas	8.01	55.52	599.865	300	40	0	0	0	Turbulent Model	
9	Perfect Gas	16.1	35.2	44.329	300	40	0	0	0		CALSPAN Heat Transfer Tests
10	Perfect Gas	16.1	35.2	44.329	300	40	-3	0	0		
11	Perfect Gas	16.1	35.2	44.329	300	40	0	20	0		
12	Perfect Gas	16.1	35.2	44.329	300	40	0	0	20		
13	Perfect Gas	5.91	59.06	241.325	300	0	0	0	0		AEDC Heat Transfer Tests
14	Perfect Gas	5.91	59.06	241.325	300	0	-5	0	0		
15	Perfect Gas	5.91	59.06	241.325	300	-10	0	0	0		Launch Phase
16	Perfect Gas	5.98	58	1158.36	300	-10	0	0	0		
17	Perfect Gas	5.98	58	1158.36	300	-10	0	0	0	Turbulent Model	
18	Perfect Gas	25.522	199.05	1.0903	1366	40	0	0	0		System Design Perfect Gas Model
19	Perfect Gas	25.522	199.05	1.0903	1366	30	0	0	0		
20	Perfect Gas	10.015	257.58	36.592	1366	40	0	0	0		
21	Perfect Gas	10.015	257.58	36.592	1366	30	0	0	0		
22	Real Gas	25.522	199.05	1.0903	1366	40	0	0	0	N.C.W	System Design Real Gas Model
23	Real Gas	25.522	199.05	1.0903	1366	30	0	0	0	N.C.W	
24	Real Gas	10.015	257.58	36.592	1366	40	0	0	0	N.C.W	
25	Real Gas	10.015	257.58	36.592	1366	30	0	0	0	N.C.W	
26	Perfect Gas	16.4	46.2	4.71	300	40	0	0	0		CALSPAN Force Tests

N.C.W : Non Catalytic Wall

表 1

## HOPE 07 Model Computational Case

NO.	Gas Model	Free Stream Condition				Flow and Control surface Angle				Flow Assumption	Remarks
		$M_{\infty}$ (-)	$T_{\infty}$ (k)	$P_{\infty}$ (Pa)	$T_{wall}$ (k)	$\alpha$ (deg)	$\beta$ (deg)	$\delta_e$ (deg)	$\delta_{bf}$ (deg)		
27	Perfect Gas	11.8	84.22	336.442	300	40	0	0	0		CALSPAN HEAT
28	Perfect Gas	14	54.97	119.021	300	40	0	0	0		
29	Perfect Gas	14	155.55	33.019	300	40	0	0	0		
30	Perfect Gas	9.94	50.3	99	300	40	0	0	20		AEDC FORCE Body Flap ± 20deg
31	Perfect Gas	9.94	50.3	99	300	40	0	0	-20		
32	Perfect Gas	9.94	50.3	99	300	30	0	0	20		
33	Perfect Gas	9.94	50.3	99	300	30	0	0	-20		
34	Perfect Gas	25.522	199.05	1.0903	1366	40	0	0	20		System Design Body Flap ± 20deg Perfect gas
35	Perfect Gas	25.522	199.05	1.0903	1366	30	0	0	20		
36	Perfect Gas	10.015	257.58	36.592	1366	40	0	0	20		
37	Perfect Gas	10.015	257.58	36.592	1366	30	0	0	20		
38	Perfect Gas	25.522	199.05	1.0903	1366	40	0	0	-20		
39	Perfect Gas	25.522	199.05	1.0903	1366	30	0	0	-20		
40	Perfect Gas	10.015	257.58	36.592	1366	40	0	0	-20		
41	Perfect Gas	10.015	257.58	36.592	1366	30	0	0	-20		
42	Real Gas	25.522	199.05	1.0903	1366	40	0	0	20	N.C.W	System Design Body Flap ± 20deg Real gas
43	Real Gas	25.522	199.05	1.0903	1366	30	0	0	20	N.C.W	
44	Real Gas	10.015	257.58	36.592	1366	40	0	0	20	N.C.W	
45	Real Gas	10.015	257.58	36.592	1366	30	0	0	20	N.C.W	
46	Real Gas	25.522	199.05	1.0903	1366	40	0	0	-20	N.C.W	
47	Real Gas	25.522	199.05	1.0903	1366	30	0	0	-20	N.C.W	
48	Real Gas	10.015	257.58	36.592	1366	40	0	0	-20	N.C.W	
49	Real Gas	10.015	257.58	36.592	1366	30	0	0	-20	N.C.W	
50	Perfect Gas	16.4	46.2	4.71	300	40	0	0	-20		Calspan Force Measurements

N.C.W : Non Catalytic Wall

表 2

## HOPE 07 Model Computational Case

N O.	Gas Model	Free Stream Condition				Flow and Control surface Angle				Flow Assumption	Remarks
		$M_{\infty}$ (-)	$T_{\infty}$ (K)	$P_{\infty}$ (Pa)	$T_{wall}$ (K)	$\alpha$ (deg)	$\beta$ (deg)	$\delta e$ (deg)	$\delta bf$ (deg)		
51	Perfect Gas	7.93	51.17	131.005	300	30	0	0	0		AEDC Heat
52	Perfect Gas	7.93	51.17	131.005	300	40	0	0	0		
53	Perfect Gas	7.93	51.17	131.005	300	40	0	0	20		
54	Perfect Gas	7.93	51.17	131.005	300	40	0	0	20		
55	Perfect Gas	5.97	58.1	460	300	40	0	0	0		AEDC Force
56	Perfect Gas	7.94	53.6	187	300	40	0	0	0		
57	Perfect Gas	9.94	50.3	99	300	30	-3	0	0		
58	Perfect Gas	5.97	58.1	460	300	30	-3	0	0		
59	Perfect Gas	7.94	53.6	187	300	30	-3	0	0		CALSPAN Force with Body Flap Manipulation
60	Perfect Gas	14.2	61.8	24.3	300	40	0	0	0		
61	Perfect Gas	14.2	61.8	24.3	300	40	0	0	20		
62	Perfect Gas	15.2	55.9	2.91	300	40	0	0	0		
63	Perfect Gas	15.2	55.9	2.91	300	40	0	0	20		System Design with Perfect and Real Gas Model
64	Perfect Gas	15.2	55.9	2.91	300	40	0	0	-20		
65	Perfect Gas	19.809	216.27	4.3364	1366	40	0	0	0		
66	Perfect Gas	19.809	216.27	4.3364	1366	30	0	0	0		
67	Real gas	19.809	216.27	4.3364	1366	40	0	0	0	N.C.W	
68	Real gas	19.809	216.27	4.3364	1366	30	0	0	0	N.C.W	

表 3

N.C.W : Non Catalytic Wall

## HOPE-X CFD 計算条件

No	気体モデル	一様流条件				形 態				備 考	計算目的
		マッハ数	静温 (K)	静圧 (Pa)	壁温 (K)	$\alpha$ (deg)	$\beta$ (deg)	$\delta e$ (deg)	$\delta bf$ (deg)		
69	Frozen	9.94	50.30	99.000	300	40	0	0	0	FVS	粘性効果/ 実在気体効果 検証ケース
70	Non Equilibrium					40	0	0	0	FVS NCW	
71	Frozen					40	0	0	0	FDS	
72	Frozen					40	0	0	0	FVS	
73	Non Equilibrium	25.52	199.05	1.090	1366	40	0	0	0	FVS NCW	
74	Frozen					40	0	0	0	FDS	
75	Frozen					40	0	0	0	FVS	
76	Frozen					40	0	0	0	FDS	
77	Non Equilibrium	10.02	257.58	36.592	1366	30	0	0	0	FVS NCW	力設計計算 実在気体効果 モデル作成用
78	Non Equilibrium					40	0	0	0	FVS NCW	
79	Non Equilibrium					30	0	0	0	FVS NCW	
80	Non Equilibrium					30	0	0	0	FVS NCW	
81	Frozen	10.02	257.58	36.592	1366	30	0	0	0	FVS	力設計計算 実在気体効果 モデル作成用
82	Frozen					40	0	0	0	FVS	
83	Frozen					30	0	0	0	FVS	
84	Frozen					30	0	0	0	FVS	
85	Non Equilibrium	9.94	50.30	99.000	300	40	0	0	0	FDS FCW	検証ケース
86	Non Equilibrium	9.94	50.30	99.000	300	40	0	0	0	FVS FCW	
87	Non Equilibrium	25.52	199.05	1.090	1366	40	0	0	0	FDS FCW	加熱不確定性 評価用データ
88	Non Equilibrium	25.52	199.05	1.090	1366	40	0	0	0	FVS FCW	

表 4

F.C.W : Full Catalytic Wall

HOPE07 AEDC Heat Transfer Experiments Flow Conditions  
(3.6% Scale Model, Total Length 0.576m, Nose Radius 0.018m)

WT Case No.	CFD Case No.	$M_{\infty}$	$T_{\infty}$ (K)	$P_{\infty}$ (Pa)	$\alpha$ (deg)	$\beta$ (deg)	$Re_{\infty}$ (/Total Length)	$V_{\infty}$
57	7.8	8.01	55.42	598.11	40	0	7.144 E+06	0.00276
103	52	7.93	51.1	134.31	40	0	1.819 E+06	0.00544
108	51	7.93	51.2	133.82	30	0	1.809 E+06	0.00546
19	15	5.92	59.2	249.53	-10	0	1.977 E+06	0.00396
21	13	5.91	59.2	249.55	0	0	1.970 E+06	0.00396
22	14	5.92	59.0	249.49	0	-5	1.977 E+06	0.00396
11	16,17	5.98	58.0	1155.82	-10	0	9.562 E+06	0.00187

表 5

HOPE07 CALSPAN Heat Transfer Experiments Flow Conditions  
(2.5% Scale Model, Total Length 0.4m, Nose Radius 0.0125m)

WT Case No.	CFD Case No.	$M_{\infty}$	$T_{\infty}$ (K)	$P_{\infty}$ (Pa)	$\alpha$ (deg)	$\beta$ (deg)	$V_{\infty}$
160	9	16.11	34.68	43.90	40	0	0.0142
169	10	16.13	34.56	44.20	40	-3	0.0142
224	11	15.97	36.33	47.40	40	0	0.0142
180	27	11.62	83.96	360.00	40	0	0.00720
171	28	14.42	54.27	115.00	40	0	0.0108
184	29	14.06	160.78	34.70	40	0	0.0347

表 6

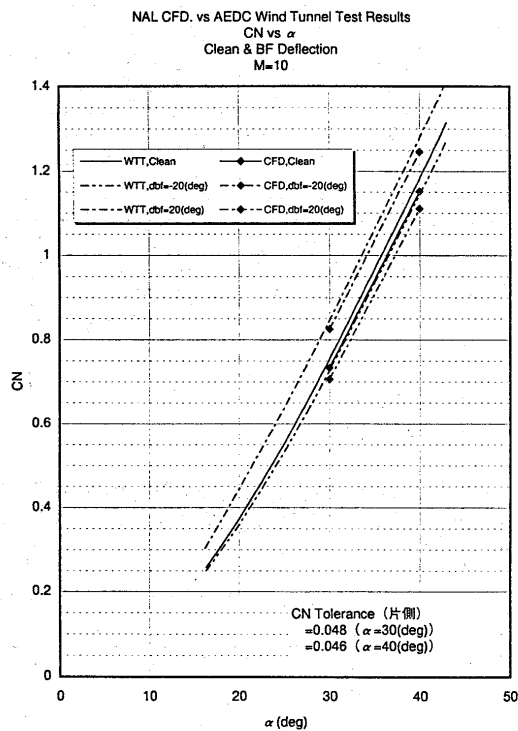
流れ方向 130 点、機体周りに 95 点、機体表面垂直方向に 60 点である。今回、実施した計算例を表 1 ～ 4 に示す。

### 3. 完全気体 CFD 比較検証

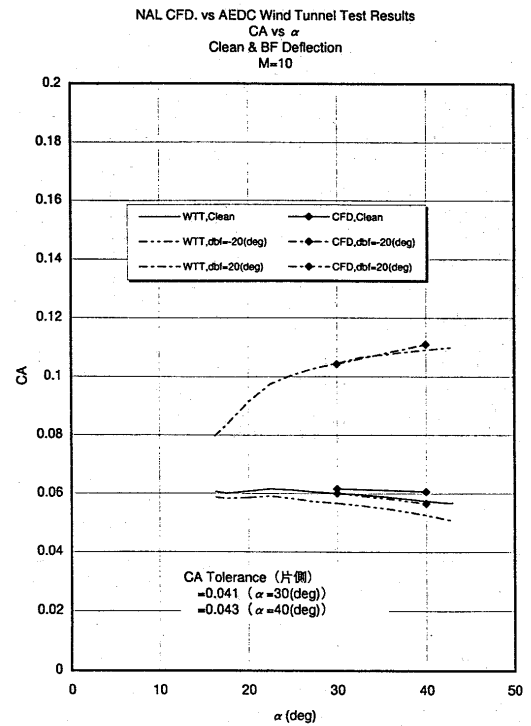
#### 3-1 空力特性比較

図 1 に HOPE 07 形状の垂直力、軸力係数、及び圧力中心位置の AEDC Tunne B 極超音速風洞試験結果との比較を示す。試験条件はマッハ数 9.94、静温 50.3k、静圧 99pa で迎角  $\alpha$  は  $30^\circ$  及び  $40^\circ$  である。対応計算ケースは前表の No. 1、2 及び No. 30～33 で、ケース 30～33 はボディフラップを  $\pm 20^\circ$  操舵した形態である。垂直力、軸力係数とも計算値は実験値と良好な一致を示している。

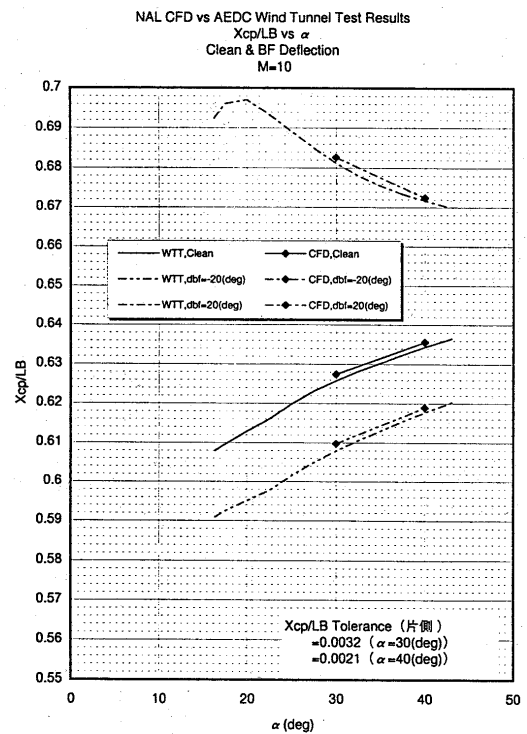
圧力中心位置に関しては、ボディフラップ  $20^\circ$  下げの状態では圧力中心は後方に大きく移動し、 $20^\circ$  上げの場合には前方に移動するものの、ボディフラップ中立の状態からの移動量は、下げの場合に比較して小さい。計算値と実験値の違いは 0.2% 以下におさまっており、優れた一致を示している。



(a) 垂直力



(b) 軸力



(c) 圧力中心位置

図 1 AEDC 風試との空力係数の比較  
( $M_\infty=9.94$ ,  $\alpha=30^\circ, 40^\circ$ ,  $\delta=0^\circ, 20^\circ, -20^\circ$ )

横すべり角  $\beta$  を  $3^\circ$  とした時の横力係数の比較を図 2 に示す。比較ケースは前表の No. 57 から 59 のケースで、迎角  $\alpha$  は  $30^\circ$ 、マッハ数はそれぞれ 6、8、10 である。いずれのケースにおいても横力係数は、計算値と実験値で優れた一致を示す。

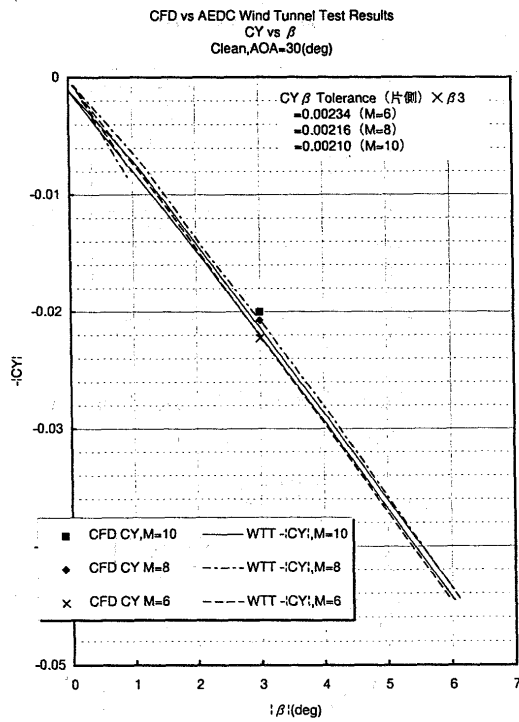
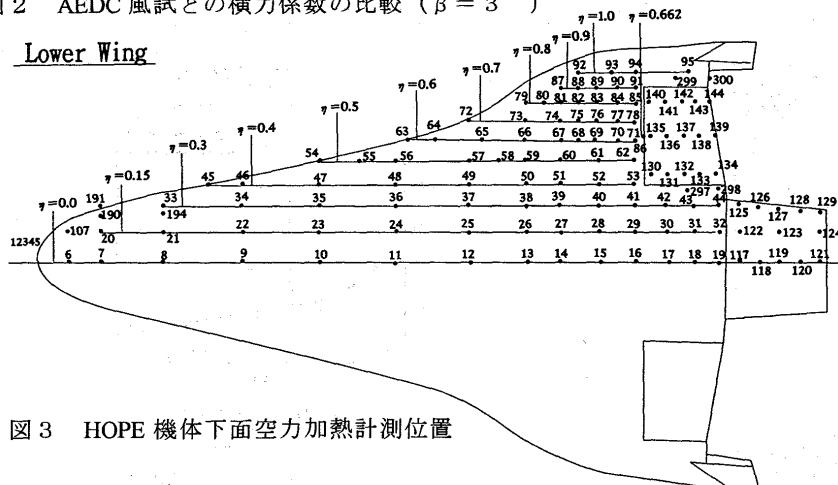
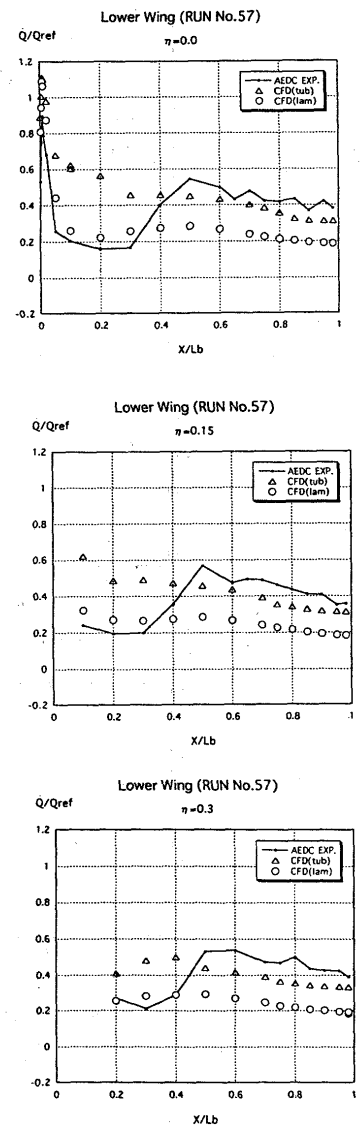
図2 AEDC風試との横力係数の比較 ( $\beta = 3^\circ$ )

図3 HOPE機体下面空力加熱計測位置

### 3-2 空力加熱特性比較

H O P E 07 形状の空力加熱分布試験が AEDC Tunnel B 極超音速風洞、及びカルスパン衝撃風洞を用いて実施された。比較に使用した試験条件をそれぞれ表5、及び表6に示す。表面計測点はおよそ300点で、機体下面、側面、上面、ティップフィン内外面、及び主翼前縁まわりで詳細な測定が行われた。AEDC 風試は主にレイノルズ数の高い領域で乱流遷移による加熱率の上昇をみることを目的とし、またカルスパン風試は高マッハ数でのマッハ数効果、及び粘性干渉効果を調べることを目的として実施された。図3にAEDC 風試、機体下面での計測点分布位置を示す。カルスパン衝撃風試もほぼ同一の点で空力加熱が計測された。図4に機体下面  $\eta = 0.0$  から  $\eta = 0.9$  までのAEDC 風試との軸方向断面加熱率分布の比較を示す。マッハ数は8.01、迎角は  $40^\circ$  で、乱流遷移加熱の生じる風試条件で、粘性干渉パラメータは0.00276である。計算は層流、及び全領域で乱流を仮定した2種類

を行い、乱流モデルとして Baldwin-Lomax モデルを使用した。乱流モデルによる計算結果は、定量的に乱流加熱を正確に予測しており層流計算結果と合わせてみることで、乱流遷移位置の判定をより明確に把握することができる。AEDC 風試と他のケースでの比較においても機体全表面にわたって良好な空力加熱分布の一致が得られた。次に、カルスパン衝撃風試との比較結果を示す。カルスパン衝撃風試との比較では、表6の粘性干渉パラメータが0.0347と最も大きいマッハ数14.06、迎角  $40^\circ$  のケースについて機体下面での比較結果を、図5に示す。CFD 計算は層流を仮定し、これも AEDC 風試比較結果と同様に全表面にわたり優れた一致が得られている。

図4 AEDC風試との空力加熱分布比較  
( $M=8.01$ ,  $\alpha=40^\circ$ )



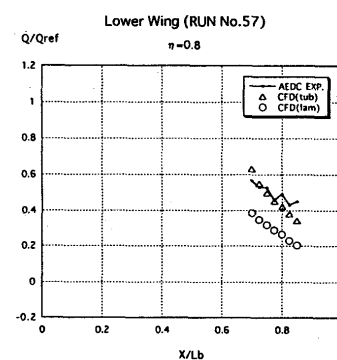
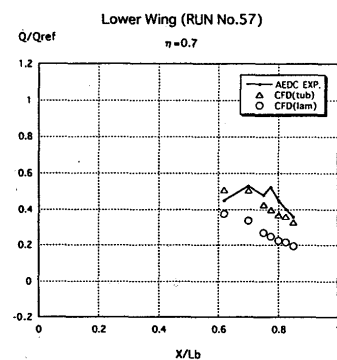
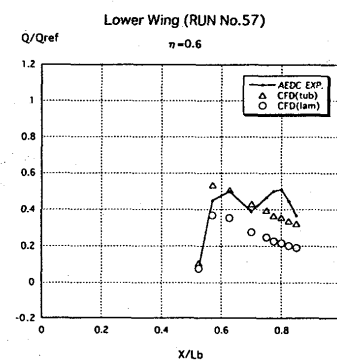
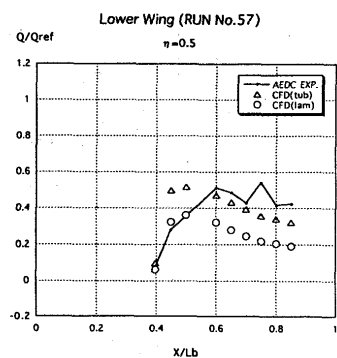
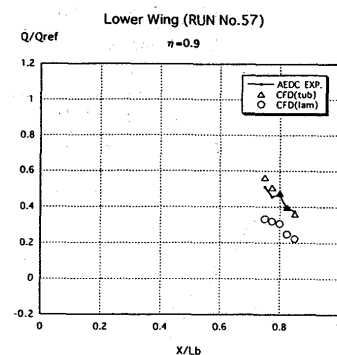
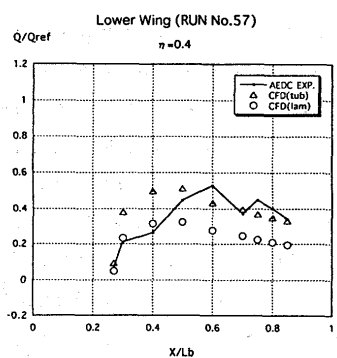


図 4 AEDC 風試との空力加熱分布比較  
( $M_{\infty}=8.01$ ,  $\alpha=40^\circ$ )

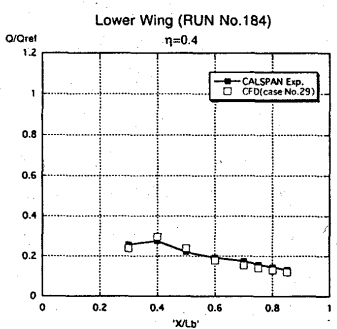
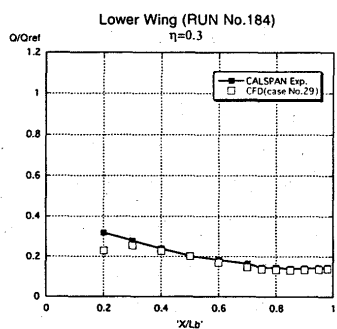
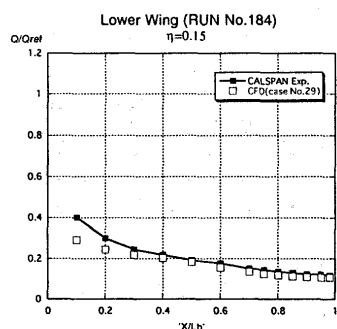
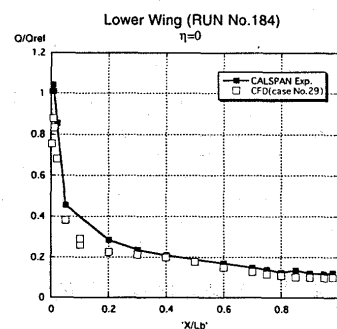


図 5 カルSPAN 衝撃風試との空力加熱分布比較  
( $M_{\infty}=14.01$ ,  $\alpha=40^\circ$ )

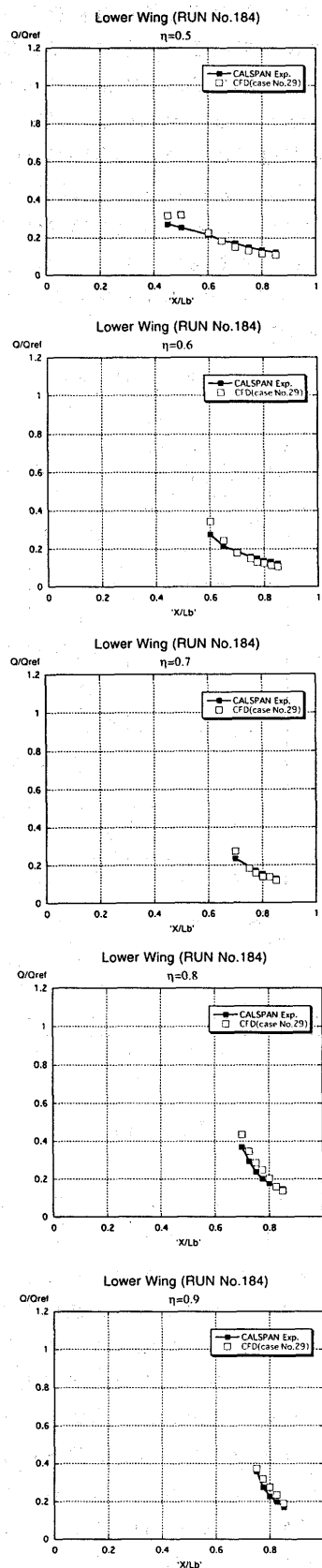


図5 カルSPAN衝撃風試との空力加熱分布比較  
( $M_{\infty}=14.01$ ,  $\alpha=40^{\circ}$ )

#### 4. 高エンタルピー実在気体効果評価解析

HOPE-Xの空力特性、及び空力加熱特性解析において、高エンタルピー実在気体効果を見積もることが重要となる設計評価項目として以下の事項が上げられる。

##### 4-1 空力特性評価

- 実在気体効果による頭上げモーメントの発生、及びそれによる圧力中心移動量の定量的評価
- 実在気体効果によるボディフラップ舵面下げ時の効きの増大量の定量的評価

上記項目については、スペースシャトルの飛行後評価解析でクローズアップされた問題で<sup>9)</sup>、現段階では完全及び実在気体CFD解析を行うことによりその効果を判定する。図6に横軸をマッハ数にしたモーメント係数 $C_m$ の解析結果を示す。図はマッハ数1.0及び25.5、迎角 $40^{\circ}$ での完全及び実在気体計算結果をプロットしており、黒印が実在気体ケースに対応する。図にはボディフラップ上下 $20^{\circ}$ の操舵ケースも含まれており、上側がボディフラップ $20^{\circ}$ 上げ、下側がボディフラップ $20^{\circ}$ 下げのケースである。マッハ数1.0及びボディフラップ $20^{\circ}$ 下げを除くマッハ数25.5のケースではいずれもモーメント係数 $C_m$ が実在気体計算で上昇しており、頭上げのモーメントを発生していることがわかる。一方、マッハ数25.5、ボディフラップ $20^{\circ}$ 下げのケースでは、実在気体ケースが、完全気体解析よりもモーメントが低く、逆に頭下げの傾向を示す。これは実在気体効果により、ボディフラップ舵面上の圧力上昇が大きくなり、逆に舵面の効きが良くなることに起因する。胴体対称線上のボディフラップ表面の圧力を図7に示す。明らかに実在気体ケースが、舵面下げによる急激な圧力上昇を引き起こしている。これらの例は、スペースシャトルの飛行解析にもあらわれ、その定量的把握と実証が重要な課題である。

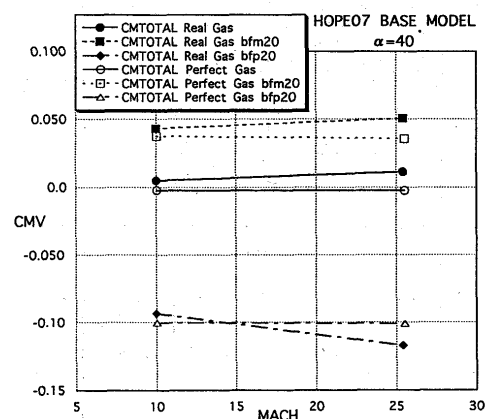


図6 HOPE 07 縦揺れモーメント係数  
ボディフラップ舵角及び実在気体効果グラフ

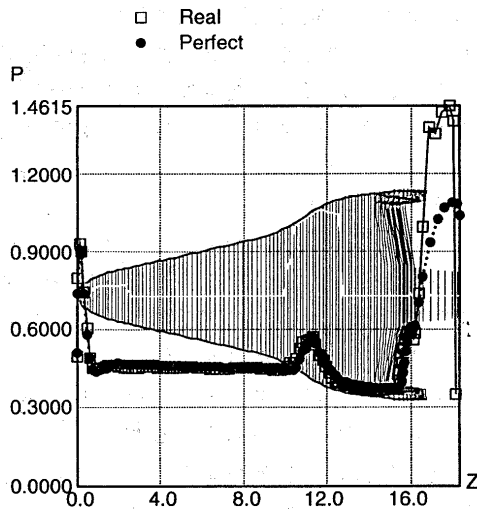


図 7 機体下面対称線内圧力分布

一方、実在気体効果とは逆に、高々度、高マッハ数になるにつれ飛行レイノルズ数の低下に伴う粘性力の影響が大きくなり、いわゆる粘性干渉効果となつてあらわれる。この評価では

- c) 粘性干渉パラメータ増加に伴う軸力増大の定量的評価
- d) 粘性干渉効果によるボディフラップ等舵面下げ時の効きの低下の定量的評価

が課題である。軸力の増加についてはHYFLEX飛行実験評価解析<sup>5)</sup>においてもあらわれ、実験的にはAEDC 極超音速風洞(粘性干渉パラメータ: 小)からカルスパン衝撃風洞(粘性干渉パラメータ: 大)に至る力試験を通して確認を行っている。粘性干渉効果に対する化学反応(実在気体)の影響は、同一条件で完

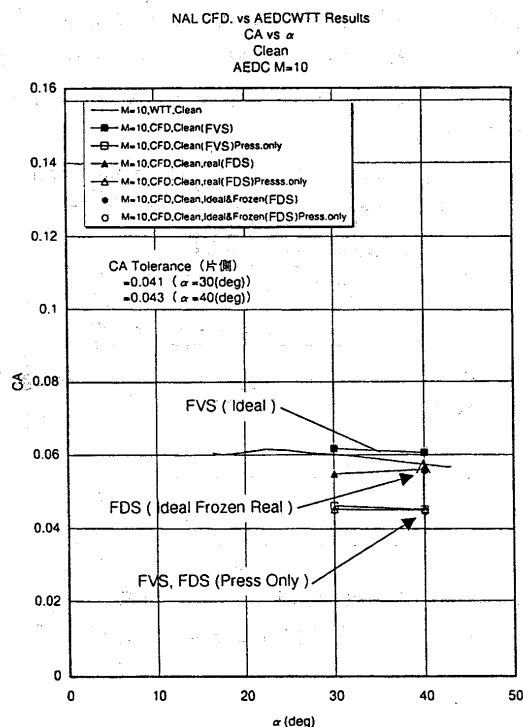


図 8 (a)

全気体、凍結流、及び実在気体計算をそれぞれ実施することにより調べている。さらに、CFDコード間の違いをみるため、FVS(Flux Vector Splitting)法とFDS(Finite Difference Splitting)法による計算も実施した。図8(a)に粘性干渉効果の小さい( $V_{inf}=0.003$ ) AEDC 風試条件での軸力係数のCFDと実験結果との比較を示す。横軸は迎角である。実線が実験値で、黒のシンボルがCFDによる計算値である。白抜きのシンボルは粘性による剪断力の効果を無視した圧力の積分のみによる値を示す。

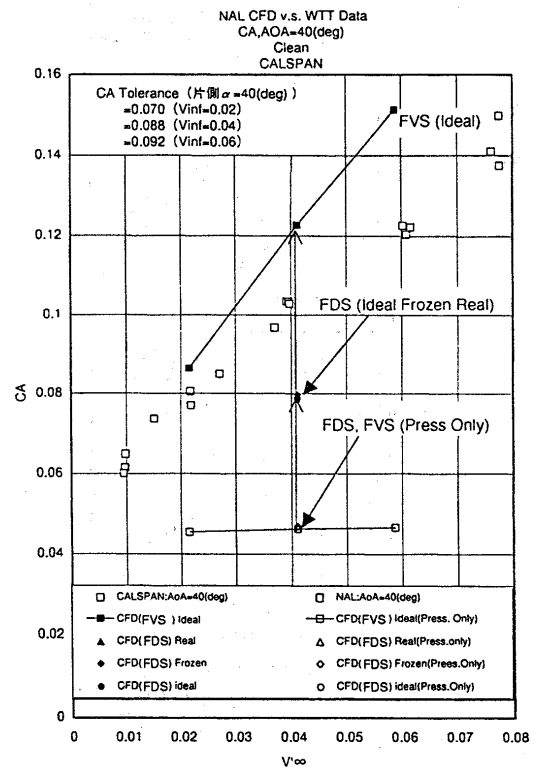
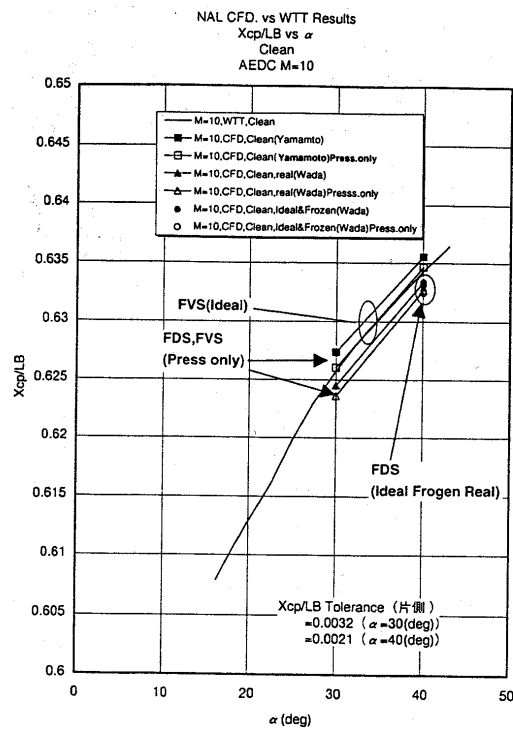


図 8 (b)

FVS、FDS両コードによるわずかな違いはみられるものの、CFDによる計算値と実験値の一致は良好である。図8(b)には横軸を粘性干渉パラメータとした迎角 $40^\circ$ でのカルスパン衝撃風洞試験結果との比較を示す。前のケースに比較して、粘性干渉パラメータ $V_{inf}$ は10倍から20倍ほど大きくなっており、白抜きの矩形印で表される実験値との差は大きなものの、実験値はFVSとFDSによる計算値には含まれる結果となる。設計上許される軸力係数 $C_A$ に関する許容値は0.08前後であり、CFDによる予測値は十分この許容範囲内に入っている。図の下方には圧力積分のみによるFVS、FDS計算による $C_A$ の値を示すが、この値についてはFVS、FDSともほぼ完全に一致している。また図8のAEDC、カルスパン風試条件での完全、凍結及び実在気体計算による $C_A$ の値はほぼ同一であることから、粘性干渉効果への実在気体の影響は少ないことが判明する。



## AEDC

図 9 (a)

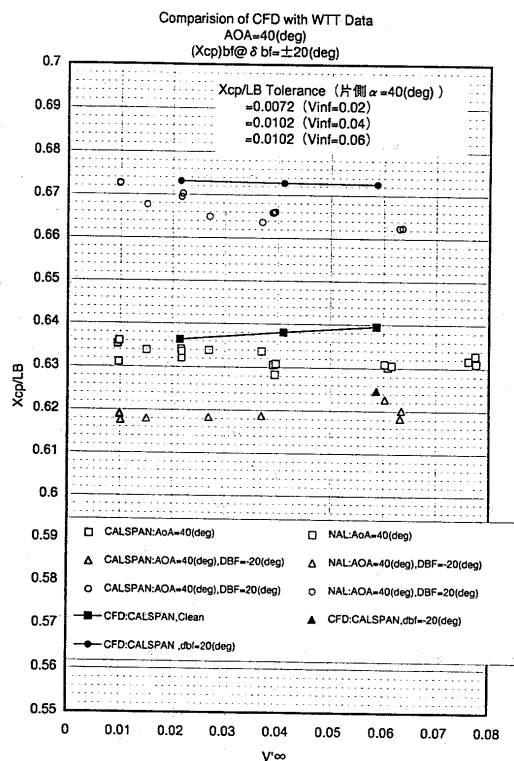
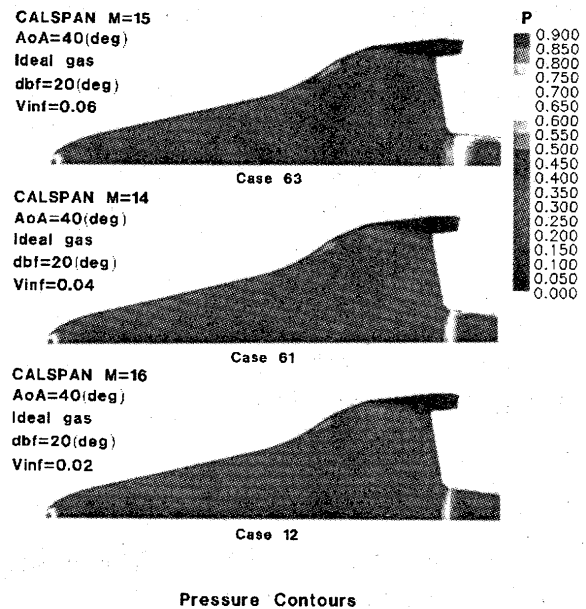


図 9 (b)

同様な傾向を圧力中心位置に関する比較で表したものが図 9 である。図 9 (a) の AEDC 風試との比較では FVS、FDS 両計算結果は実線の実験値をはさむ形で、その結果は 0.2 % 内外におさまっている。一方、粘性干渉パラメータの大きいカルスパン衝撃風

試との比較は図 9 (b) に示される。この図では、実験値は白抜ききのシンボルで表され、丸印がボディフラップ 20° 下げ、矩形印が中立、三角印がボディフラップ 20° 上げの圧力中心位置を示す。FVS による CFD 計算値は黒印で示される。粘性干渉パラメータが大きくなるにつれ、実験値との差は大きくなるものの、粘性干渉パラメータの増大とともに空力設計上の許容値も不確定性が大きくなるため、1 % 前後となっている。

d) の項目の粘性干渉効果による舵面下げ時の効きの低下については、飛行レイノルズ数が低くなるにつれ、舵面の根元に生じる剥離領域が広がることに起因すると考えられ、カルスパン衝撃風試に対応したボディフラップ 20° 下げ時の機体下面圧力分布を図 10 に示す。粘性干渉パラメータの増加とともに、剥離領域を示すボディフラップ根元の明るい領域が広がっていくことが判明する。



Pressure Contours

図 10 カルスパン衝撃風洞条件粘性干渉パラメータ増加によるボディフラップ 20° 下げ時の HOPE 機体下面圧力分布の変化

## 4-2 空力加熱特性評価

実在気体効果は、一般に空気中の分子が原子に解離する吸熱反応になることから、空力加熱を緩和する性質を示すが、これも、頭部に発生する離脱衝撃波が、密度の増加に伴って機体表面に近づくため、翼の前縁領域では加熱分布特性が変化し、必ずしも統一的な予測をすることが困難である。

図 11 に HOPE 07 形状の前方からみた主翼、及びティップフィン前縁に沿う加熱分布の比較を示す。図 11 (a) 図は AEDC 風試、(b) 図はカルスパン衝撃風試との比較結果である。ティップフィンに沿う加熱分布は (a) 図の AEDC 風試対応完全気体ケースでは迎角 30° 及び 40° において実験、計算とも比

較的なだらかな様子をみせるのに対し、(b) 図のカルスパン衝撃風試対応解析では実在気体計算による結果が、ティップフィン根元で急激な空力加熱の上昇をみせ、局所的な加熱率のピークがあらわれる。実験結果も相似な傾向を示している。

さらに、空力加熱分布の正確な予測のためには表面触媒効果の影響も極めて高い。空力設計上は OREX や HYFLEX の実飛行実験評価にみられるように、ほとんど完全触媒壁に近い、有限触媒の効果が存在すると考えられる<sup>5)</sup>。

図 1 2 にマッハ数 25, 迎角 40° における完全気体計算と実在気体ケースの非触媒、及び完全触媒を仮定した計算結果の各断面での最大空力加熱分布を示す。完全気体と完全触媒壁を仮定した空力加熱分布はティップフィンの根元を除きほぼよく一致した傾向を示す。これに対して非触媒壁仮定の結果は頭部で大きな空力加熱の減少を引き起こすものの、主翼及びティップフィン前縁部に沿ってはそれほど大きな加熱率の減少は起こらない。

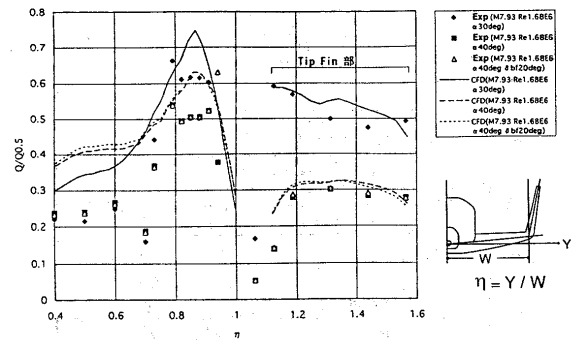
実在気体効果による空力加熱の変化については、飛行高度、マッハ数により、平衡、非平衡等の現象が変化し、さらに表面触媒性が大きな影響を及ぼすため、HOPE-X 予定飛行軌道に沿った全計算を実施している。

## 5. まとめ

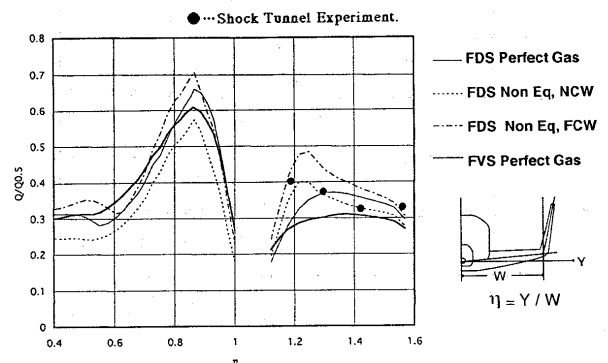
HOPE CFD 解析における完全気体コードの比較検証、及び空力設計上、高エンタルピー実在気体流れの現象がどのような影響を及ぼすかについて、例を示しながら概観した。実在気体解析においては、実験の困難さや、計算に用いられる物理モデル、さらにはモデルの適用性の違い等により、CFD の定量的検証という面ではなお多くの課題をかかえている。しかしながら、HYFLEX やスペースシャトル等の実飛行実験データや高温衝撃風洞試験結果との比較検証を通じて、理論モデルの研究を推進するとともに、これと併行して実用的な空力設計ツールとしての実在気体 CFD の定量的信頼性の確立を早期にはかつてゆくことが重要である。

### 参考文献

- 1) HOPE/OREX ワークショップ講演論文集、航技研特別資料 NAL SP-24, 1994 年 9 月
- 2) HYFLEX/HOPE シンポジウム論文集、航技研特別資料 NAL SP-32, 1996 年 9 月
- 3) Yamamoto, Y., Wada, Y. and Yoshioka, M. "Hypersonic CFD Analysis for the Aerothermodynamic Design of HOPE" AIAA Paper 95-1770, June, 1995
- 4) 山本行光「再突入飛行体まわりの空力加熱の CFD 解析と実験」第



(a) AEDC 風試対応比較



(b) カルスパン衝撃風試対応比較

図 1 1 HOPE 07 主翼及びティップフィン前縁に沿う加熱分布

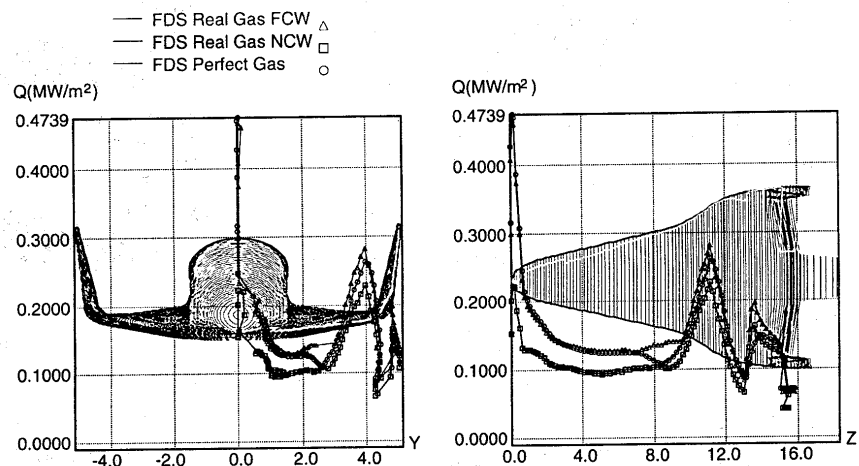


図 1 2 完全気体及び実在気体(非触媒及び完全触媒)計算による加熱率分布の比較

1 4 回航空機計算空気力学シンポジウム論文集、NAL SP-34, 1997 年 1 月 pp55 ~ 60

- 5) Y. Yamamoto "Hypersonic CFD, Chemical Reaction, Flow, Heat, and Structure Coupled for OREX and HYFLEX Flight Analysis" Proceedings of First US-JAPAN Symposium on High Speed Ground Testing and Computations, March, 1997.
- 6) 「第 1 2 回航空機計算空気力学シンポジウム論文集、特別企画／極超音速流の CFD ワークショップ」NAL SP-26 1994 年 12 月
- 7) 「第 1 3 回航空機計算空気力学シンポジウム論文集、特別企画／高エンタルピー流れ、企画セッション及びワークショップ」NAL SP-29 1996 年 1 月
- 8) 山本行光「三次元高エンタルピー流れ まとめ」第 1 5 回航空機計算空気力学シンポジウム論文集近刊
- 9) K. J. Weilmuenster, P. A. Gnoffo, and F. A. Green "Navier-Stokes Simulations of Orbiter Aerodynamic Characteristics Including Pitch Trim and Body-flap." J. of Spacecraft and Rockets, Vol. 31, No. 3, May-June 1994,

## 振動する2枚の翼の相互干渉によるホバリング揚力の生成について

磯貝 紘二\* 新本 康久\*

## On Generation of Hovering Force by Mutual Interactions of Oscillating Tandem Airfoils

by

Koji Isogai and Yasuhisa Shinmoto

Department of Aeronautics and Astronautics, Kyushu University

## ABSTRACT

In order to investigate the mechanism of hovering flight of a dragonfly, the numerical simulations of the unsteady viscous flows around a tandem airfoils oscillating in still-air have been performed by using a 2D Navier-Stokes code. In comparison between the result obtained for the tandem airfoils and that obtained for the single foreairfoil (or hindairfoil), the role of the mutual interactions between the fore- and the hind-airfoils in generating the mean aerodynamic force acting in the direction of the stroke-plane, which is indispensable to keep the body axis of the dragonfly horizontal, has been investigated. It has been disclosed that such mean aerodynamic force is generated entirely by the mutual interactions between the fore- and the hind-airfoils. Some additional numerical simulations and discussions are also presented to explain why a true hover-fly that has, in contrast with a dragonfly, only a pair of wings can hover by keeping its body axis almost horizontal.

## 1. はじめに

トンボは機軸 (body axis) をほぼ水平に保った状態でホバリーすることができる。どのようなメカニズムでこのようなことが可能なのか、過去に多くの実験的<sup>1), 2)</sup>あるいは理論的<sup>3), 4), 5)</sup>な研究が行われてきたにもかかわらず十分に解明されたとは言えない。例えば、Savage<sup>3)</sup>はNorberg<sup>6)</sup>がおこなったホバリング中のトンボ (学名: *Aeschna juncea*) についての観察結果から、羽の打ち降ろし (down stroke) のときは翼弦線 (chord-line) がほぼ水平で、打ち上げ (up-stroke) のときは翼弦線がほぼ垂直になっている点に着目し、打ち降ろしの下限で翼の傾きが水平から垂直に急激に変わる過程 (supination) および打ち上げの上限で翼の傾きが垂直から水平に急激に変わる過程 (pronation) の各々で、強い渦が生成され、この渦の作用によってホバリーに必要な力が生成されると考えた。この考えのもとに、単独の翼 (2枚の翼の相互作用を無視した) についてのポテンシャル理論を展開し、下降過程で翼の上面に生成される前縁剥離渦による吸引力および supination の過程で生成される前縁吸引力と後縁剥離渦による吸引力が、ホバリーのための揚力に対する主要な寄与であることを示した。しかしながら、彼等の理論計算では1サイクル間の翼の運動を各々 scull, pause, supination, pronation<sup>3)</sup>といったような幾つかの過程に分解し、それぞれの過程を独立として別々に非定常空気力を推定し、それらを単純に足し合わせて1サイクル間のホバリー力を計算したもので、全体の流れ場を1サイクルの全体にわたって連続的に計算したのではなく

各過程で形成された渦の相互干渉や非定常流れ場の履歴は無視されており、振動する単独の翼の非定常計算としても、極めて不完全なものである。一方、Gustafson 等<sup>4), 5)</sup>は単独翼のホバーモード<sup>4)</sup>について、非圧縮性ナビエ・ストークス方程式を用いた数値シミュレーションを行い、計算と同じ条件下で行った実験において得られた渦のバターの可視化結果や空気力の測定値を、再現出来ることを示した。しかしながら、Gustafson も述べているように、これらの計算は単独翼の計算であること、また翼の振動モードそのものがトンボの翼の羽ばたきのモードを厳密に再現したものではないこと、等によりトンボのホバーメカニズムを十分に説明するものとはなっていない。

一方、トンボの飛行について興味深い実験結果が Soms & Marvin<sup>1)</sup>によって報告されている。彼等は捕獲したトンボ (*Libellula luctuosa*) を、天秤に固定し (従って、これは必ずしもホバリーの状態を再現したものではない)、羽ばたきによる力の計測を行うと共に、流れの可視化を行った。この結果、瞬間的には自重の10~20倍の揚力が発生し、時間に関する平均揚力も自重の約2倍に達することを示した。また、振動する2枚の翼周りの流れの可視化から、前翼 (forewing) と後翼 (hindwing) のそれぞれの運動によって生成された渦が相互に干渉していることが観察された。しかしながら、渦の相互干渉の詳細やそれらの揚力との関連等は今後の課題とされた。

このように、トンボのホバリングのメカニズムについて、実験による観察によれば、前翼と後翼の間の空力的な相互干渉が重要な役割を演じているらしいことが指摘されてい

\* 九州大学工学部

るにもかかわらず、理論的には2枚の翼の相互干渉を無視した、1枚の翼のみに注目した計算が行われているのが、現状である。また、Savage<sup>3)</sup>やGustafson等<sup>4)</sup>が主張するように、もしトンボのホバリングが一枚の翼のみに注目した議論で説明がつくのであれば、何故現実のトンボは2対の羽を持つのか(しかも、前翼の振動と後翼の振動の間には一定の位相差のあることが、観察されている、つまり、この位相差には十分な意味があり、このことは2枚の翼の間の空力干渉の重要性を示唆するものではないかと思われる)という疑問に答えていないことになる。

筆者の知る限りでは、トンボのホバリングに関して、2対の翼の空力的な相互干渉を考慮した解析あるいは数値シミュレーションはまだ報告されていない。(Azuma等<sup>7)</sup>)は、一定の前進速度を伴ったトンボの飛行について2対の翼の相互干渉や3次元効果を考慮したポテンシャル理論(Local Circulation Method)による解析を行なっている。しかし、これらの解析は(大規模な剥離渦を伴った非定常流れである)静止空気中でのホバリング飛行には適用できない。)そこで、本報告では、静止空気中で振動する2枚の平板翼まわりの非定常粘性流をナビエ・ストークス方程式を用いた数値計算によって解析し、2枚翼の相互干渉がホバリングのための空気力の生成においてどのような役割を演じているかを明らかにする予定である。結論的には、トンボが機軸を水平に保ってホバーできるためには、2枚の翼の相互干渉が本質的な役割を演じていることが示される。また、もしトンボのホバリング飛行において、2対の翼の相互干渉が本質的に重要であるなら、何故1対の翼のみを持ち、しかも機軸を水平に保ってホバーできるアブの仲間(True Hover-Fly<sup>8)</sup>)が存在するのか、という新たな疑問が生じるが、この疑問にも答える予定である。

## 2. 解析法

今回は、トンボの羽のある代表的なスパン位置における翼断面の運動に注目して、2次元の問題として取り扱う。図1に座標軸と力の定義を示す。まず、Y軸をflapping運動(上下振動)の方向(stroke plane)にとり、これと右手系をなすように(直角に)X軸をとる。前翼(foreairfoil)と後翼(hindairfoil)は共にY軸に沿う上下振動と(上下振動に対して90度位相の進んだ)ピッチング振動の連成した運動(羽ばたき運動)を行っているとする。(上下振動とピッチング振動の位相差が90°であることは、Azuma等<sup>7)</sup>の観察結果による。ただし、この観察は前進速度のある場合について行われたものであるが、位相差90°と云う値は飛行速度に殆ど依存しないことが指摘されている。)また、トンボの飛行の観察によれば、後翼のflapping運動は前翼のそれに対してある一定の位相の進みを持っていることが知られている。Azuma等<sup>7)</sup>は、種々の前進速度を持つトンボ(*Anax parthenope julius*)についてこの位相角を測定した結果、飛行速度やトンボの個体によって約50°~90°度位の値になる。彼等は、ホバー中、つまり前進速度0の場合の測定は行っていないが、種々の飛行速度に対して得られた結果から前進速度0の場合の位相角を外挿すると40°位の値が得られる。

作用している空気力としては、Y軸の正の方向に作用する平均揚力(Y軸方向に作用する力 $L_y$ の1サイクル間の時間平均値)を $\bar{L}_y$ 、X軸の負の方向に作用する平均推力

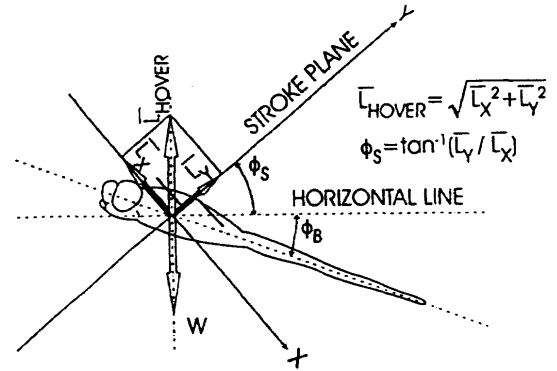


図1 座標軸および力の定義

(X軸の負の方向に作用する力 $L_x$ の1サイクル間の時間平均値)を $\bar{L}_x$ とした場合、ホバリングのための揚力 $\bar{L}_{\text{hover}}$ は $\bar{L}_{\text{hover}} = \sqrt{\bar{L}_x^2 + \bar{L}_y^2}$ で与えられ、これがトンボの自重と釣り合うことになる。また、stroke-planeの傾き角 $\phi_s$ は $\phi_s = \tan^{-1}(\bar{L}_y / \bar{L}_x)$ で与えられる。 $\phi_s$ の値は、種々の前進速度のある場合についてのAzuma等<sup>7)</sup>の観察結果から(前進速度0の場合を)外挿すると、ホバー中の $\phi_s$ は20°から40°位と推定される。Stroke-planeの傾き角 $\phi_s$ は、トンボが機軸を水平に保ちながらホバーできるためのメカニズムを議論する上で、本質的な役割を演ずる量であることに注意すべきである。すなわち、 $\phi_s$ がある程度以上の大きさの正の値でなければ、機軸を水平に保ちながらホバーすることは不可能と考えられる。本研究の目的の一つは、シミュレーションによる $\phi_s$ の予測が20°~40°位になることを示すことおよび前後の翼の相互干渉を無視した場合すなわち前翼または後翼のみの羽ばたきでは、機軸を水平に保ってホバーできるような大きさの $\phi_s$ を確保出来ないことを示すことである。

以上のような議論に基づいてモデル化した振動する2枚の平板翼(トンボの羽は極めて薄く、平板翼として取り扱うことができる)の運動を図2のように定義する。図で $H_f$ は前翼(foreairfoil)のピッチ軸位置のY方向変位、 $\alpha_f$ は前翼のピッチ軸まわりの回転角、 $H_h$ は後翼(hindairfoil)のピッチ軸位置のY方向変位、 $\alpha_h$ は後翼のピッチ軸まわりの回転角である。前述のように、これら2枚の翼は各々上下振動とピッチング振動が連成した、所謂羽ばたき運動をしているとする。すなわち、前翼については、

$$H_f = H_{f0} \sin \omega T \quad (1)$$

$$\alpha_f = \alpha_{fi} + \alpha_{fo} \sin(\omega T + \phi_f) \quad (2)$$

一方、後翼については、

$$H_h = H_g + H_{ho} \sin(\omega T + \psi) \quad (3)$$

$$\alpha_h = \alpha_{hi} + \alpha_{ho} \sin(\omega T + \psi + \phi_h) \quad (4)$$

ここで、 $H_{fo}$ ,  $H_{ho}$  は各々、前翼と後翼の上下振動の振幅、 $\alpha_{fo}$ ,  $\alpha_{ho}$  は各々、前翼と後翼のピッチング振動の振幅、 $\alpha_{fi}$ ,  $\alpha_{hi}$  は各々、前翼と後翼の平均ピッチ角、 $H_g$  は、後翼の上下振動の平均位置（前翼の上下振動の平均位置は  $Y=0$  としている）。また、 $\phi_f$  および  $\phi_h$  は各々、前翼および後翼の

上下振動に対するピッチング振動の位相の進み角を表わしている。さらに、 $\Psi$  は、前翼の上下振動に対する後翼の上下振動の位相の進み角を表わす。 $\omega$  は円振動数、 $T$  は時間である。

ここで、本解析に出てくる物理量の無次元化について、若干の注意が必要である。すなわち、通常非定常翼理論では、一様な流れがある場合を取り扱うので、無次元化の基準となる速度として一様流（主流）の速度をとることができたが、ホバリング中の振動翼の場合には、一様流が0であるために、主流の速度を基準にとることができない。そこで、ここでは、基準速度として前翼の上下振動における最大速度（ $V_f$  とする）をとることとする。 $V_f$  は (1) 式より

$$V_f = \omega H_{fo} \quad (5)$$

で与えられる。また、無次元化の長さの基準としては、前翼の1/2 翼弦長  $b_f$  をとることとする。(1) ~ (4) 式を  $V_f$  と  $b_f$  で無次元化すると次式を得る。すなわち、

$$h_f = h_{fo} \sin kt \quad (6)$$

$$\alpha_f = \alpha_{fi} + \alpha_{fo} \sin(kt + \phi_f) \quad (7)$$

$$h_h = h_g + h_{ho} \sin(kt + \Psi) \quad (8)$$

$$\alpha_h = \alpha_{hi} + \alpha_{ho} \sin(kt + \Psi + \phi_h) \quad (9)$$

ただし、

$$\begin{aligned} h_f &= H_f/b_f & h_{fo} &= H_{fo}/b_f \\ h_h &= H_h/b_f & h_g &= H_g/b_f & h_{ho} &= H_{ho}/b_f \end{aligned} \quad (10)$$

また、 $k$  および  $t$  はそれぞれ無次元振動数および無次元時間で、次のように定義される。

$$k = b_f \omega / V_f \quad (11)$$

$$t = T (V_f / b_f) \quad (12)$$

(11) 式で定義される無次元振動数については、次の点に注意する必要がある。すなわち、(11) 式の  $V_f$  に (5) 式を代入すると、

$$k = b_f / H_{fo} = 1/h_{fo} \quad (13)$$

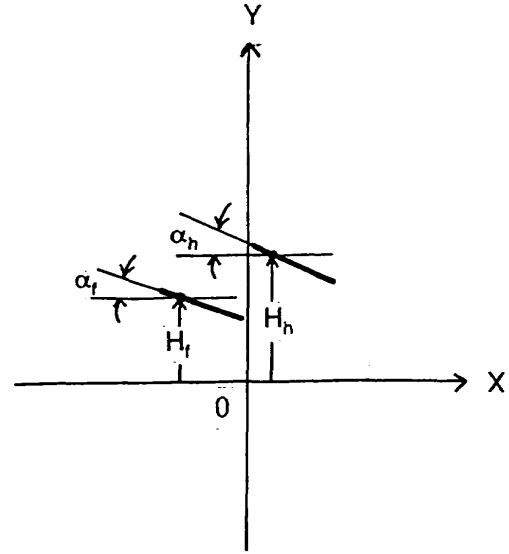


図2 翼の運動の定義

が得られる。(13) 式から、 $k$  は  $\omega$  に無関係な量となり、上下振動の無次元振幅  $h_{fo}$  の逆数に等しくなる。これは、ホバー中の昆虫等の非定常空気力学の問題を考える上で、注目すべき事実の一つである<sup>9)</sup>。すなわち、仮にトンボやアブの羽を矩型翼で近似した場合、ある代表的なスパン方向位置（例えば 80% semispan 位置）における翼断面の flapping 運動に注目すると、その無次元振幅  $h_{fo}$  はその翼のアスペクト比に比例することになる。従って、(13) 式からわかるように、無次元振動数  $k$  は（翼の羽ばたきの振動数には無関係で）アスペクト比の逆数に比例することになる。後に述べるように、 $k$  は流れの非定常性の度合を支配するパラメータであることを考えると、このことは次のような大変興味深い事実を示唆していることになる。つまり、トンボの羽のようにアスペクト比の大きな翼（全幅のアスペクト比約10）まわりの流れは、アブの羽のようにアスペクト比の小さな翼（全幅のアスペクト比約5）まわりの流れより非定常性が相対的に小さいということである。このことは、（後にシミュレーションの結果をもとに議論する予定であるが）トンボが何故2対の翼の相互干渉を利用しなければホバーできないか、また、アブは何故1対の翼のみの羽ばたきでホバーできるのかという疑問について考える上で、キーポイントとなる事実である。

前翼および後翼の上下振動およびピッチング振動を (6) 式 ~ (9) 式のように無次元量で表示すると、各々の翼の翼面上の任意点  $x$  ( $x = X/b_f$ ) における  $y$  ( $y = Y/b_f$ ) 方向変位は、各々次式で与えられる、すなわち、前翼に対しては、

$$f_f(x,t) = h_f - (x - a_f) \alpha_f \quad x_{f1} \leq x \leq x_{ft} \quad (14)$$

後翼に対しては

$$f_h(x,t) = h_h - (x - a_h) \alpha_h \quad x_{h1} \leq x \leq x_{ht} \quad (15)$$

但し、 $a_f$  および  $a_h$  はそれぞれ前翼および後翼のピッチ軸の  $x$  座標である。また、 $x_{f1}$  および  $x_{ft}$  はそれぞれ、前翼の



前縁および後縁の  $x$  座標であり、 $x_{hi}$  および  $x_{ht}$  はそれぞれ後翼の前縁および後縁の  $x$  座標である。(14) 式および (15) 式で記述されるような運動を行っている 2 枚の翼まわりの非定常粘性流の解析のために、ナビエ・ストークス方程式による数値シミュレーション技術を適用する。また、計算格子の構成法としては、所謂マルチ・ブロック法 (または、マルチ・ドメイン法) を採用する。すなわち、図 3a に示されるように物理空間を、I, II, III, IV の 4 つの空間に分割し、各々の領域 (時間と共に変形する) を、図 3b に示されるような、各々に対応する 4 つの計算空間に射像する。計算空間上の 4 つの空間は各々、領域 I が  $0 \leq \xi_1 \leq 1$ ,  $0 \leq \eta_1 \leq 1$ , 領域 II が  $0 \leq \xi_2 \leq 1$ ,  $0 \leq \eta_2 \leq 1$ , 領域 III が  $0 \leq \xi_3 \leq 1$ ,  $0 \leq \eta_3 \leq 1$ , 領域 IV が  $0 \leq \xi_4 \leq 1$ ,  $0 \leq \eta_4 \leq 1$  の正方形領域である。各計算領域上に等間隔直行格子網を張る。物理空間への射像は、例えば、領域 I については、

$$x = x_0^{(I)}(\xi)$$

$$y = y_0^{(I)}(\eta) + f^{(I)}(x, t) \quad (16)$$

$$0 \leq \xi \leq 1, 0 \leq \eta \leq 1$$

但し、

$$\begin{aligned} f^{(I)}(x, t) &= f_f(x_{f1}, t) \quad \text{for } x < x_{f1} \\ &= f_f(x, t) \quad \text{for } x_{f1} \leq x \leq x_{ft} \\ &= f_h(x_{ft}, t) \quad \text{for } x_{ft} < x \end{aligned} \quad (17)$$

ここで  $f_f$  は (14) 式で与えられるものである。また、(16) 式における  $x_0^{(I)}$ ,  $y_0^{(I)}$  は次のような代数関数である、

$$\begin{aligned} x_0^{(I)}(\xi) &= C_1 \xi \quad 0 \leq \xi \leq \xi_{f1} \\ &= x_{f1} + C_1(\xi - \xi_{f1}) + C_2(\xi - \xi_{f1})^5 \quad \xi_{f1} < \xi \leq 1 \end{aligned} \quad (18)$$

$$y_0^{(I)}(\eta) = C_1' \eta + C_2' \eta^5 \quad 0 \leq \eta \leq 1$$

但し、 $C_1, C_2, C_1', C_2'$  は最小格子幅、外側境界位置、格子点数等で決まる定数である。

他の領域についての射像関数についても、同様に考えれば良い。流れの計算は、各計算領域 ( $\xi, \eta$  空間) に射像されたナビエ・ストークス方程式<sup>10)</sup>を、各時間ステップごとに、各計算領域ごとに、与えられた境界条件のもとに解くことになる。但し、物理空間における各領域はそれぞれの境界線を共有 (但し、翼のある部分は除く) しているので、ここで各領域毎に得られた流れの諸量について情報のやり取りを行うことになる。また、(物理空間における) 領域 I と II を合わせた領域と、領域 III と IV を合わせた領域の境界は翼の運動にともなって、 $y$  軸に沿って滑

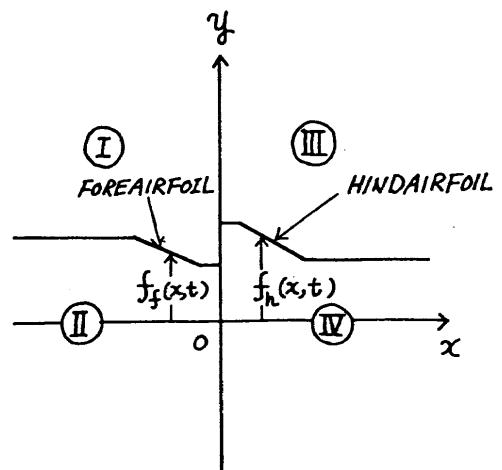


図 3a 物理空間

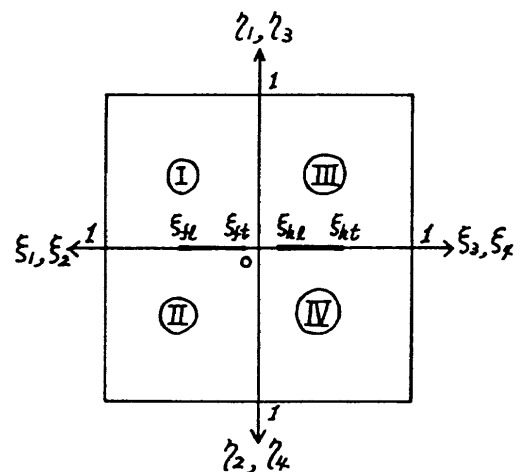


図 3b 計算空間

り合うので、両領域の流れの諸量の情報交換は線形補間によって行うことになる。翼上下面の境界条件としては、non-slip 条件<sup>10)</sup>を与える。

ここで、ホバリング中の振動翼の問題を解くに当たって注意すべき点について述べる。まず、基礎になるナビエ・ストークス方程式の無次元化の問題である。前にも述べたようにホバリングの問題では主流が 0 であるから、これを無次元化の基準速度とすることはできないので、ここでは基準速度として  $V_f$  を用いる。すなわち、基礎のナビエ・ストークス方程式は  $V_f, \rho$  (但し、 $\rho$  は静止空気の空気密度) を用いて、無次元化される。得られた方程式は、一様流がある場合と形式的には同じ形になる。但し、無次元時間  $t$  は (12) 式で定義されたものであり、Reynolds 数は  $R = (\rho_f V_f) / \nu$  (但し、 $\nu$  は動粘性係数) である。次に注意すべき点として、遠方境界条件の与え方がある。一様流がある場合には、遠方境界条件として翼弦長の 10 倍から 20 倍離れたところに境界を置いて、一様流の条件を与れば十分であった。しかし、一様流のないホバリングの問題

では、後の計算例で示すように遠方境界の位置および境界条件の与え方が（主流のある場合に較べて）より敏感に結果（特に stroke-plane の傾き角  $\phi_s$ ）に影響を与えることが明らかになった。すなわち、遠方境界の取扱が適切でないと、翼の振動によって発生した攪乱が遠方境界で反射しこれが計算領域内の流れを乱し、正しい結果を与えないという問題を生じる。筆者等は、種々の試計算を行った結果、遠方境界は翼弦長の30倍～40倍（無次元振動数の値による）以上とり、流れの諸量に対する遠方境界条件は、内点からの0次外挿によって与えることにより、遠方境界の位置および境界からの攪乱の反射の影響の無い結果が得られることを見出した。

さらにもう一点、主流のある場合の計算とは大幅に異なる点を指摘しておかなければならない。即ち、主流がある場合には、インパルススタートによる計算を行っても、3サイクル程度の計算を行えば、流れは一定の周期解に達するのに対して、ホバー中の振動翼では、（後に計算結果を示すように）一定の周期解を得るためには50サイクルから数100サイクル（無次元振動数の値に依存する）もの計算を行う必要のあることである。

今回の計算では、ナビエ・ストークス方程式としては、圧縮性ナビエ・ストークス方程式をマッハ数  $M_\infty = 0.10$ （但し、 $M_\infty = V_f/a_\infty$ ,  $a_\infty$ : 静止空気の音速）の仮定のもとに使用した。差分スキームとしては TVD スキーム<sup>11)</sup>を用いている。

シミュレーションによって得られた圧力分布から、X の負の方向に作用する推力  $L_x$  およびその1サイクル間の平均値  $\bar{L}_x$ 、Y 方向に作用する揚力  $L_y$  およびその1サイクル間の平均値  $\bar{L}_y$  は、それぞれ前翼および後翼に対して以下のような式を用いて計算できる、すなわち、

$$L_{x,f} = -(1/2)\rho V_f^2 b_f \int_{\xi_{ft}}^{\xi_{fl}} (C_p^{(II)} - C_p^{(I)}) (\partial f_f / \partial x) x_\xi d\xi \quad (19)$$

$$\bar{L}_{x,f} = (1/2\pi) \int_0^{2\pi} L_{x,f} d\tau \quad (20)$$

$$\text{ここで、}\tau = kt \quad (21)$$

$$L_{x,h} = (1/2)\rho V_f^2 b_f \int_{\xi_{hl}}^{\xi_{ht}} (C_p^{(IV)} - C_p^{(III)}) (\partial f_h / \partial x) x_\xi d\xi \quad (22)$$

$$\bar{L}_{x,h} = (1/2\pi) \int_0^{2\pi} L_{x,h} d\tau \quad (23)$$

$$L_{y,f} = -(1/2)\rho V_f^2 b_f \int_{\xi_{ft}}^{\xi_{fl}} (C_p^{(II)} - C_p^{(I)}) x_\xi d\xi \quad (24)$$

$$\bar{L}_{y,f} = (1/2\pi) \int_0^{2\pi} L_{y,f} d\tau \quad (25)$$

$$L_{y,h} = (1/2)\rho V_f^2 b_f \int_{\xi_{hl}}^{\xi_{ht}} (C_p^{(IV)} - C_p^{(III)}) x_\xi d\xi \quad (26)$$

$$\bar{L}_{y,h} = (1/2\pi) \int_0^{2\pi} L_{y,h} d\tau \quad (27)$$

前翼および後翼各々における平均揚力  $\bar{L}_{y,f}$  および  $\bar{L}_{y,h}$  の各々の着力点を  $x = a_{mf}$  および  $x = a_{mh}$  ( $a_{mf}$  および  $a_{mh}$  は  $b_f$  で無次元化されている点に注意) とすると、これらは各々次式で与えられる、すなわち、

$$a_{mf} = (1/2\pi) \int_0^{2\pi} \left\{ \int_{\xi_{ft}}^{\xi_{fl}} (C_p^{(II)} - C_p^{(I)}) x_\xi d\xi \right\} d\tau \bigg/ \int_{\xi_{ft}}^{\xi_{fl}} (C_p^{(II)} - C_p^{(I)}) x_\xi d\xi \quad (28)$$

$$a_{mh} = (1/2\pi) \int_0^{2\pi} \left\{ \int_{\xi_{hl}}^{\xi_{ht}} (C_p^{(IV)} - C_p^{(III)}) x_\xi d\xi \right\} d\tau \bigg/ \int_{\xi_{hl}}^{\xi_{ht}} (C_p^{(IV)} - C_p^{(III)}) x_\xi d\xi \quad (29)$$

一方、X の負の方向に作用する平均推力  $\bar{L}_{x,f}$ ,  $\bar{L}_{x,h}$  の着力点は各々  $y=0$ ,  $y=h_g$  であることは明らかである。また、前翼と後翼に作用する平均推力および平均揚力の総和は、各々次式で与えられる、すなわち、

平均推力の総和  $\bar{L}_x$  については、

$$\bar{L}_x = \bar{L}_{x,f} + \bar{L}_{x,h} \quad (30)$$

また、 $\bar{L}_x$  の着力点  $b_{mt}$  は、

$$b_{mt} = (\bar{L}_{x,h} / \bar{L}_x) h_g \quad (31)$$

平均揚力の総和  $\bar{L}_y$  については、

$$\bar{L}_y = \bar{L}_{y,f} + \bar{L}_{y,h} \quad (32)$$

また、 $\bar{L}_y$  の着力点  $a_{mt}$  は

$$a_{mt} = (\bar{L}_{y,f} a_{mf} + \bar{L}_{y,h} a_{mh}) / \bar{L}_y \quad (33)$$

で与えられる。したがって、前に述べたように、ホバリングに必要な全揚力  $\bar{L}_{\text{hover}}$  は、

$$\bar{L}_{\text{hover}} = \sqrt{\bar{L}_x^2 + \bar{L}_y^2} \quad (34)$$

で与えられ、stroke-plane の傾斜角  $\phi_s$  は

$$\phi_s = \tan^{-1}(\bar{L}_y / \bar{L}_x) \quad (35)$$

で与えられることになる。

一方、翼が流体に対して成す仕事率の1サイクル間の平均値は、前翼および後翼の各々について、

$$\bar{W}_f = (1/4\pi)\rho V_f^3 b_f \int_0^{2\pi} \left\{ \int_{\xi_{ft}}^{\xi_{fl}} (C_p^{(II)} - C_p^{(I)}) (\partial f_f / \partial t) x_\xi d\xi \right\} d\tau \quad (36)$$

$$\bar{W}_h = -(1/4\pi)\rho V_f^3 b_f \int_0^{2\pi} \left\{ \int_{\xi_{hl}}^{\xi_{ht}} (C_p^{(IV)} - C_p^{(III)}) (\partial f_h / \partial t) x_\xi d\xi \right\} d\tau \quad (37)$$

$$\overline{W}_t = \overline{W}_f + \overline{W}_h \quad (38)$$

で与えられる。

### 3. トンボのモデルとシミュレーション結果

今回の解析の対象となるトンボとしては、*Anax parthenope julius* を用いた。Azuma 等<sup>7)</sup>の測定によれば、翼の全幅は 0.10 m, アスペクト比 10, 質量  $7.9 \times 10^{-4}$  Kg である。翼形状を近似的に矩型翼とみなすと、翼弦長は 0.01 m になる。この翼形状のデータは、前翼に対するもので、後翼の形状は前翼とは若干異なるが、今回のモデルでは、前後翼は同一形状と仮定した。次に、ホバー中の羽の運動としては、Soms 等<sup>1)</sup>や Azuma 等<sup>7)</sup>の観察結果等を参考（これらの結果は、必ずしもホバー中のトンボの観察結果ではないが）にして、次のように設定した。すなわち、stroke-plane 内での羽の flapping 運動の振幅は図 4 に示すように、前翼に対して  $50^\circ$ , 後翼に対して  $40^\circ$  と仮定する。また、翼の振動数は 28 Hz とする。今回、2 次元モデルによるシミュレーションを行う代表断面の位置を 80% semispan 位置にとると、前翼および後翼の上下振動の振幅は各々、

$$H_{fo} = 0.04 \times \sin 50^\circ = 0.0306 \text{ m}$$

$$H_{ho} = 0.04 \times \sin 40^\circ = 0.0257 \text{ m}$$

1/2 翼弦長  $b_f = 0.005 \text{ m}$  で無次元化した振幅は、各々、

$$h_{fo} = 6.12, \quad h_{ho} = 5.14$$

無次元化の基準速度である上下振動の最大速度  $V_f$  は

$$V_f = \omega H_{fo} = 5.38 \text{ m/s}$$

また、このとき無次元振動数  $k$  は  $k = 1/h_{fo} = 0.163$ , Reynolds 数は  $1.84 \times 10^3$  になる。

一方、ピッチング振動の振幅  $\alpha_{fo}$ ,  $\alpha_{ho}$  は、上向き運動中と下向き運動中で、異なった値をとることが指摘されていることから<sup>1), 3), 7)</sup>、次のように仮定する、すなわち、

$$\alpha_{fo} = 40^\circ \quad \dots \quad \dot{h}_f \geq 0$$

$$10^\circ \quad \dots \quad \dot{h}_f < 0$$

$$\alpha_{ho} = 40^\circ \quad \dots \quad \dot{h}_h \geq 0$$

$$10^\circ \quad \dots \quad \dot{h}_h < 0$$

また、前翼と後翼の各々における上下振動とピッチング振動の位相差  $\phi_f$  および  $\phi_h$  は Azuma 等<sup>7)</sup>の観察結果を参考にして、共に  $90^\circ$  に設定した。一方、前翼の上下振動に対する後翼の上下振動の位相の進み角  $\Psi$  については、Azuma 等が前進速度のある場合のトンボの飛行について行った観察結果<sup>7)</sup>から前進速度 0 の場合を外挿して得られる

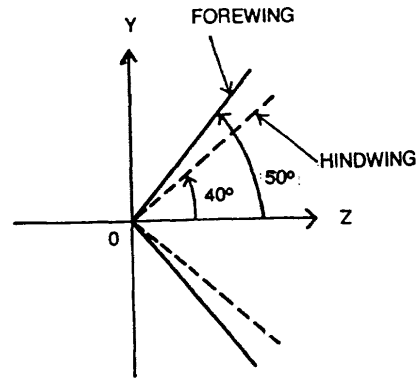


図 4 翼の flapping 運動の定義

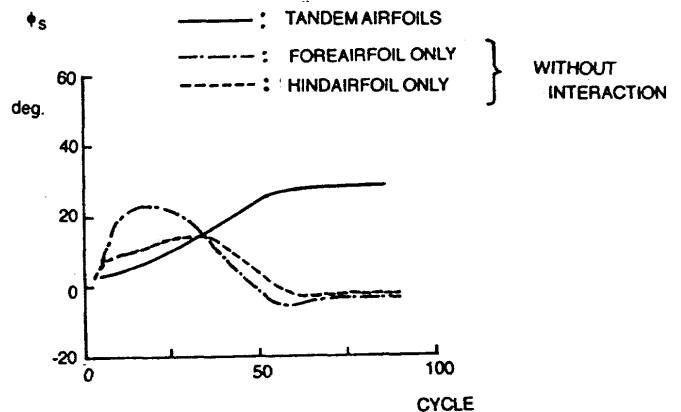


図 5 Stroke-Planeの傾き角  $\phi_s$  の収束履歴

$\Psi = 40^\circ$  を用いる。この他、前後翼の平均ピッチ角  $\alpha_f$  と  $\alpha_h$  は共に  $0^\circ$  と仮定する。また、前後翼の上下振動の平均位置の差  $h_g$  は 0, 前翼と後翼のギャップは 10% 翼弦長と仮定する。以上のように設定したトンボのモデルに対して、NS 方程式による数値シミュレーションを実施した。遠方境界の位置は、種々の試算を実施した結果、(境界位置に依存しない結果を得るためには)  $x$  方向および  $y$  方向の各々について  $x=70.0$ ,  $y=70.0$  に設定した。格子点数は一つの計算領域について  $x$  方向 103 点、 $y$  方向に 80 点、全領域では  $206 \times 160$  点とった。既に述べたように、stroke-plane の傾き角  $\phi_s$  ((35) 式) はホバリングを議論する上で重要な量である。この値が一定値に収束するには、70 サイクル以上の計算が必要であった。図 5 に、 $\phi_s$  の収束の様子を示す。図中で、2 枚翼に対する結果は実線で示され、その収束値は  $\phi_s = 28^\circ$  である。同図には、比較のために前翼のみが振動している場合の  $\phi_s$  が一点鎖線で、また後翼のみが振動している場合の  $\phi_s$  が点線で示されている。各々の収束値は前翼および後翼共に約  $-3^\circ$  である。前翼のみおよび後翼のみの計算では、当然前後翼の干渉効果

は存在しない（前翼および後翼の各々の運動は、前後2枚の翼が伴に振動した場合の各々の運動と同じと仮定されている）。前後翼が伴に振動している場合の  $\phi_s$  の値が  $28^\circ$  というのは、Azuma 等の観察結果（但し、幾つかの前進速度がある場合の結果から外挿によって推定した値）が  $20^\circ \sim 40^\circ$  位であることを考えると妥当な値である。一方、干渉効果の存在しない前翼のみおよび後翼のみの場合の  $\phi_s$  が  $-3^\circ$  であることは、干渉効果が無い場合には機軸を水平に保ってホバーすることがほとんど不可能であることを意味している。このことを、考え合わせると、トンボの場合、機軸を水平に保ってホバーできるための空気力（stroke-plane に沿う方向の平均揚力  $\bar{L}_y$ ）は100% 前後翼の空力干渉によって生成されていると云える。

このシミュレーションによって得られた各種の力、および着力点等の値は以下のとおりである。

#### A) 前後翼が伴に振動している場合（干渉効果あり）

前翼：  $\bar{L}_{x,f} = 0.0860 \text{ N/m}$ ,  $\bar{L}_{y,f} = 0.0335 \text{ N/m}$

$$a_{mf} = -0.84$$

後翼：  $\bar{L}_{x,h} = 0.0708 \text{ N/m}$ ,  $\bar{L}_{y,h} = 0.0495 \text{ N/m}$

$$a_{mh} = 1.08$$

前後翼の和：  $\bar{L}_x = 0.157 \text{ N/m}$ ,  $\bar{L}_y = 0.0823 \text{ N/m}$

$$a_{mt} = 0.31$$

$$\bar{L}_{\text{hover}} = 0.177 \text{ N/m}, \quad \phi_s = 28^\circ$$

$$\bar{W}_t = 1.95 \text{ W/m}$$

#### B) 前翼のみおよび後翼のみの振動している場合（干渉効果無し）

前翼のみ：  $\bar{L}_{x,f} = 0.839 \text{ N/m}$ ,  $\bar{L}_{y,f} = -0.005 \text{ N/m}$

$$a_{mf} = -2.13$$

後翼のみ：  $\bar{L}_{x,h} = 0.0640 \text{ N/m}$ ,  $\bar{L}_{y,h} = -0.003 \text{ N/m}$

$$a_{mh} = 0.98$$

前後翼の和：  $\bar{L}_x = 0.148 \text{ N/m}$ ,  $\bar{L}_y = -0.008 \text{ N/m}$

$$a_{mt} = -0.96$$

$$\bar{L}_{\text{hover}} = 0.148 \text{ N/m}, \quad \phi_s = -3^\circ$$

ところで、ここで得られた  $\bar{L}_{\text{hover}}$  は十分にトンボの自重 (0.79 gr) を支える値になっているだろうか？ このことを以下に検討する。

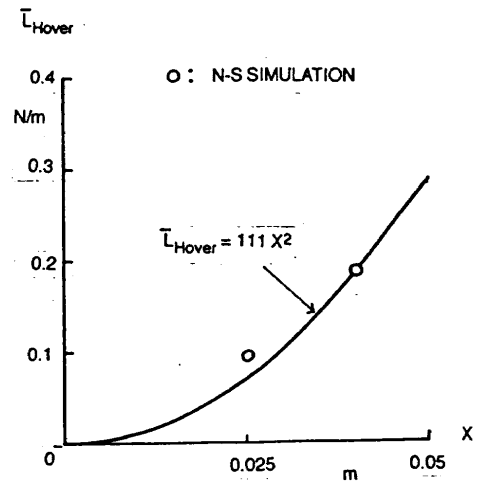


図6  $\bar{L}_{\text{hover}}$  のspan 方向の分布

ここで得られた  $L_{\text{hover}}$  は 80% semispan 位置における単位スパン当たりの力であるから、前述のトンボのモデル全体に作用する力を推定するためには、span 方向の分布を知る必要がある。前述のシミュレーションは 80% semispan 位置における計算であるが、同様な計算を 50% semispan 位置についても行った結果、 $L_{\text{hover}}$  として  $0.072 \text{ N/m}$  ( $\phi_s = 32^\circ$ ) を得た。これらの値を図6にプロットした (○印)。また、同図には、 $L_{\text{hover}}$  が  $V_f^2$  に比例する ( $V_f$  は  $x$  に比例する) と仮定して (80% semispan 位置の値を基にして) 得られた曲線 ( $L_{\text{hover}} = 111 x^2$ ) も実線でプロットされている。50% semispan 位置について、シミュレーションによって得られた  $L_{\text{hover}}$  の値は若干この曲線より高めにでているが、 $L_{\text{hover}}$  の分布をこの2次曲線で近似することは十分に合理的であると思われる。この曲線から、full span に作用する全体の力  $L_{\text{total}}$  を計算すると、 $9.23 \times 10^{-3} \text{ N}$  になる。(もちろん、このような推定は、2次元の結果を strip theory に適用したもので、3次元効果は考慮されていない。) トンボの自重は  $7.74 \times 10^{-3} \text{ N}$  であるから、この場合の荷重倍数 (load factor)  $n$  は、 $n = 1.19$  になり自重を支え得ることがわかる。

一方、この状態で、どのくらいのパワーが必要か推定して見よう。既に述べたように 80% semispan 位置での必要なパワーは、 $\bar{W}_t = 1.95 \text{ W/m}$  である。 $\bar{W}_t$  は  $V_f^3$  に比例すると仮定して、(80% semispan 位置における  $\bar{W}_t$  のシミュレーション結果を基にして) 得られた曲線 ( $\bar{W}_t = 3.05 \times 10^4 x^3$ ) を図7に実線でプロットした。50% semispan 位置における  $\bar{W}_t$  のシミュレーション値 (○印) は若干この曲線より高めにでているが、 $\bar{W}_t$  のスパン方向の分布をこの3次曲線で近似することは十分に合理的であると思われる。この曲線から、full span での全必要パワー  $P_n$  を計算すると、 $P_n = 9.54 \times 10^{-2} \text{ W}$  になる。

ところで、昆虫の有効パワー (available power)  $P_a$  を推定する式として、通常次式が使われている<sup>9)</sup>、すなわち、

$$P_a/m_m = 260 \text{ W/Kg}$$

ここで、 $m_m$  は昆虫の筋肉の質量である。また、 $m_m$  は昆虫の全質量  $m$  の  $1/4$  という値が通常使われている<sup>9)</sup> ので、結局、 $P_a$  は

$$P_a = 260 \times (1/4) \times m \text{ W}$$

で与えられる。今回のトンボのモデルにこの式を適用すると、 $P_a = 5.14 \times 10^{-2} \text{ W}$  という値がえられる。一方、既に求めたように、今回のシミュレーションでは、load factor  $n=1.19$  の力を発生するのに  $9.54 \times 10^{-2} \text{ W}$  のパワーが必要である。これは、今求めた有効パワーを約 1.86 倍ほど上回っている。ところで、空中に停止するホバリング飛行では、load factor  $n$  は 1 であればよいので、上記の結果を使って、 $n = 1$  の場合の必要パワーを推定して見よう。今、load factor  $n$  のときの必要パワーを  $P_n$  とし、load factor 1 のときの必要パワーを  $P_n'$  とすると、

$$P_n' = P_n / n^{3/2}$$

の関係がある（これは、 $\bar{L}_{\text{total}} \propto V_f^2$ 、 $P_n \propto V_f^3$  の関係を仮定して導かれる）。これより、1g ホバーに必要なパワー  $P_n'$  を求めると、 $P_n' = 7.34 \times 10^{-2} \text{ W}$  を得る。これは依然として、先に求めた有効パワー  $P_a$  の約 1.43 倍になる。すなわち、今回のシミュレーションでは、1g のホバーをするためには若干のパワー不足であるという結果になる。しかしながら、今回のシミュレーションは、2次元モデルであって、3次元効果が考慮されていないこと、今回設定した羽の運動は、必ずしもホバーのための最適値になっていない可能性があること（例えば、前後翼のフラッピング運動の位相差  $\Psi$ 、フラッピング運動の平均位置の差  $hg$ 、ピッチング振動の振幅、等）を考えると、 $P_n'$  が  $P_a$  の 1.43 倍という値は十分に許容できる値と考えられる。

ところで、今回のシミュレーションで得られた興味深い結果として、機軸を水平に保ってホバーできるための力  $\bar{L}_y$  が全て前後翼の相互干渉によって生成されていることを上げることができる。このメカニズムを調べるために、2枚の翼の相互干渉がある場合とそうでない場合（前翼あるいは後翼のみが単独で振動している場合）における  $L_x$ 、 $L_y$  の1サイクル間の振る舞いを見よう。図8には、前後翼の1サイクル間の上下変位、ピッチ角の変化を示している。kt = 1.0 および kt = 4.0 付近で、前後の翼が互いにすれちがうことがわかる。図9には、各々前翼および後翼に作用する Y 方向の力  $L_y$  の1サイクル間の変化を、相互干渉がある場合を実線で、干渉がない場合を点線で示している。既に述べたように  $L_y$  の1サイクル間の平均値は、干渉効果がある場合には前翼が 0.0335 N/m、後翼が 0.0495 N/m である。一方、干渉効果がない場合には、前翼が -0.005、後翼が -0.003 である。同図で特に注目されるのは、上昇から下降に転ずる後翼と、上昇する前翼がすれちがう kt = 1.0 ~ 2.0 の間で、干渉効果がある場合の  $L_y$  が干渉効果が無い場合の  $L_y$  を上回っている（特に後翼では大幅に上回っている）点である。つまり、機軸を水平に保ってホバーするための揚力のかなりの部分をこの過程で獲得して

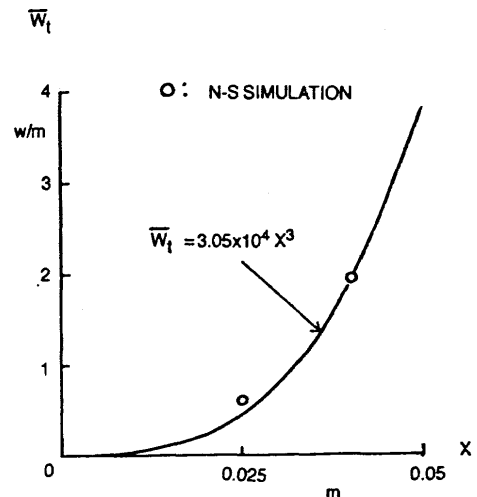


図7 平均仕事率  $W_t$  の span 方向の分布

いると思われる。kt = 1.05 ~ 1.83 の間のフローパターン（等温度分布）を図10に示す。前翼と後翼のすれちがいによって、前翼の後縁と後翼の前縁の間に強い渦（時計方向回りの）が生じていることがわかる。この渦が、特に後翼において大きな  $L_y$  を生成しているものと思われる。図11に  $L_x$  の1サイクル間の変化を示す。前翼に対する  $L_x$  の1サイクル間の平均値  $\bar{L}_x$  は干渉がある場合は 0.0860 N/m、無い場合が 0.0839 N/m、また、後翼に対する  $L_x$  の1サイクル間の平均値  $\bar{L}_x$  は干渉がある場合が 0.0708 N/m、無い場合が 0.0640 N/m であり、干渉効果によって若干の増大が認められる。

以上、トンボが機軸を水平に保ってホバーできるための揚力 ( $\bar{L}_y$ ) は、殆ど全て前翼と後翼の空力的な干渉によって生成されていることを見てきた。ところが、世の中には1対の翼のみ（すなわち干渉効果無し）を持ち、しかも機軸を水平に保ってホバーする昆虫が存在する。この昆虫はアブの仲間で、Weis-Fogh<sup>8)</sup> はこれらを True Hover-Fly と呼んでいる。何故、これらの昆虫は干渉効果が無くても、機軸を水平に保ってホバーできるのか？この疑問にも答える必要がある。既に述べてきたように、True Hover-Fly がトンボと異なる主要な点は、翼のアスペクト比がトンボのそれに較べて小さい（約 5.0）ことおよび羽ばたきの振動数が 170 Hz 位とトンボの6倍以上あることである。また、True Hover-Fly の羽の flapping 運動の振幅はトンボのそれより小さいことが指摘されている。次節で具体例について示すことになるが、アスペクト比が小さいことおよび flapping 運動の振幅が小さいことから True Hover-Fly の羽のある代表断面の無次元振動数は、トンボの無次元振動数の3倍以上になる。すなわち、True Hover-Fly の羽まわりの流れは、トンボの羽まわりの流れ（干渉効果を見捨てた前翼または後翼単独の翼が振動した場合を仮定）とは大幅に異なっていると考えられる。次節で、代表的な True Hover-Fly についてのシミュレーション結果について述べる。

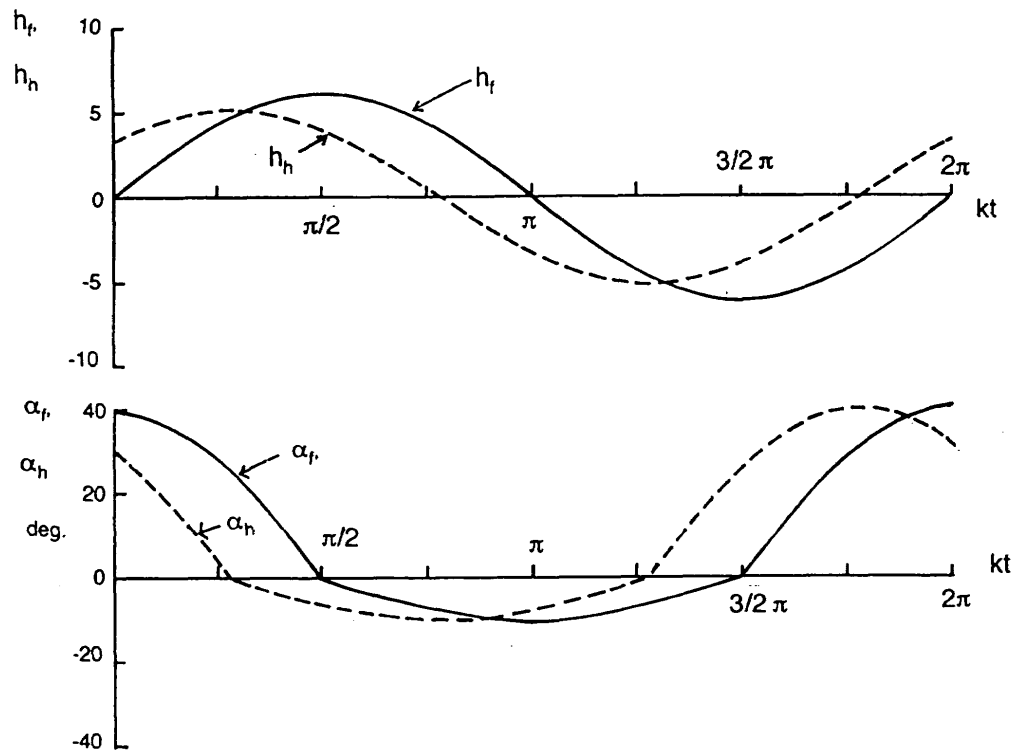


図8 前翼と後翼の上下振動変位とピッチ角の変化

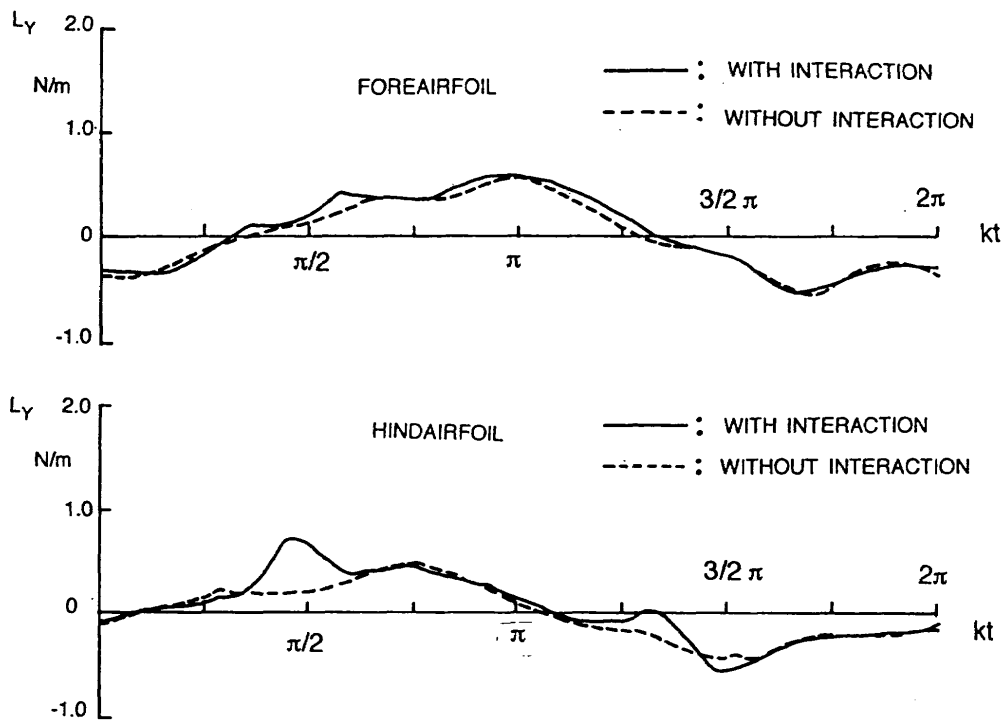
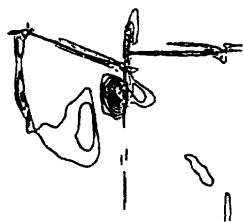
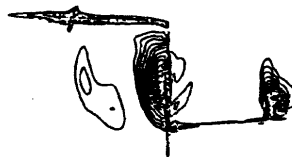


図9 前翼および後翼に作用する揚力 ( $L_y$ ) の1サイクル間における変動

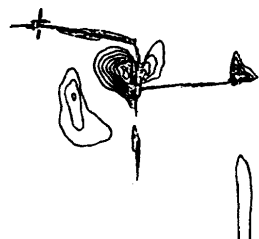
kt=1.05



kt=1.57



kt=1.31



kt=1.83

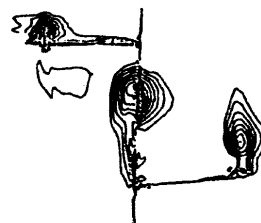


図10 前翼と後翼のすれちがいの過程における流れの様子 (等渦度線図)

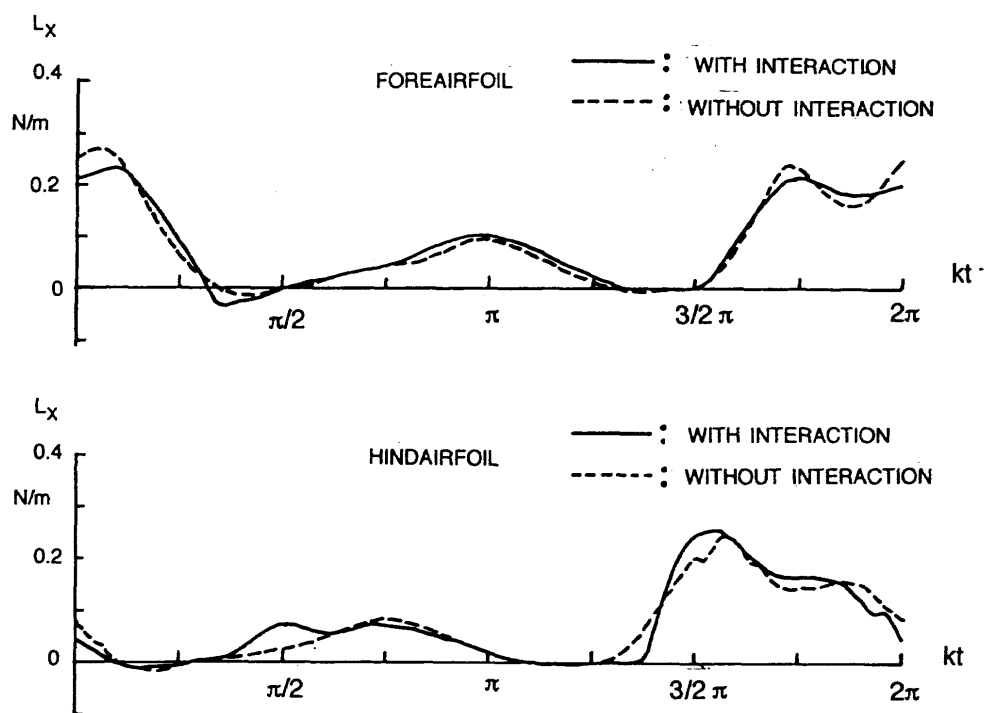


図11 前翼および後翼に作用する推力 ( $L_x$ ) の1サイクル間における変動

## 4. True Hover-Fly のモデルとシミュレーション結果

True Hover-Fly のモデルとして *syrrhus ribesii*<sup>8)</sup> の緒元を採用する。これは、半翼幅が 0.0082 m、翼弦長が 0.0031 m (全幅のアスペクト比 5.3) である。質量は  $2.6 \times 10^{-5}$  Kg であり、羽ばたきの振動数は 167 Hz である。今回のシミュレーションは 70% semispan 位置における翼断面の運動について行う。Stroke-plane 内の flapping 運動 (機軸まわりの回転振動) の振幅は片振幅  $35^\circ$  である。この時、70% semispan 位置における上下振動の振幅  $H_0$  および  $1/2$  翼弦長  $b$  は各々、

$$H_0 = 0.70 \times 0.0082 \times \sin 35^\circ = 0.00329 \text{ m}$$

$$b = 0.00155 \text{ m}$$

無次元化の基準となる上下振動の最大速度  $V$  は 3.45 m/s になる。このとき、上下振動の無次元振幅  $h_0$  および無次元振動数  $k$  は各々、

$$h_0 = 2.12$$

$$k = 0.471$$

になる。すなわち、トンボの場合  $k=0.163$  であるから、この場合の  $k$  はトンボの場合の約 3.5 倍になる。また、 $V$  と  $b$  を用いた Reynolds 数は 366 になる。一方、ピッチング振動の振幅は、トンボの場合と同様に

$$\begin{aligned} \alpha_0 &= 40^\circ \text{ --- } \dot{h} \geq 0 \\ &= 10^\circ \text{ --- } \dot{h} < 0 \end{aligned}$$

と仮定した。

この True Hover-Fly モデルについて、シミュレーションを行った。種々の試計算を行った結果、遠方境界の位置は、(境界位置に依存しない結果を得るために)  $x$  方向、 $y$  方向の各々について  $x = 90.0$ ,  $y = 90.0$  に設定した。格子数はトンボの場合と同様に取った。図 1 2 に stroke-plane の傾斜角  $\phi_s$  の収束の様子を示したが、周期解を得るために 300 サイクル以上の計算が必要であることを示している。 $\phi_s$  の収束値は  $44^\circ$  である。このことは、True Hover-Fly は一対の翼のみの羽ばたき運動でも、機軸を水平に保ってホバーできるための揚力 ( $\bar{L}_y$ ) を生成し得ることを示している。シミュレーションの結果得られた  $\bar{L}_x$ ,  $\bar{L}_y$  等の力および平均仕事率  $\bar{W}_t$  は、以下のとおりである。

$$\bar{L}_x = 0.0134 \text{ N/m}$$

$$\bar{L}_y = 0.0129 \text{ N/m}$$

$$\bar{L}_{\text{hover}} = 0.0186 \text{ N/m}, \quad \phi_s = 44^\circ$$

$$\bar{W}_t = 0.120 \text{ W/m}$$

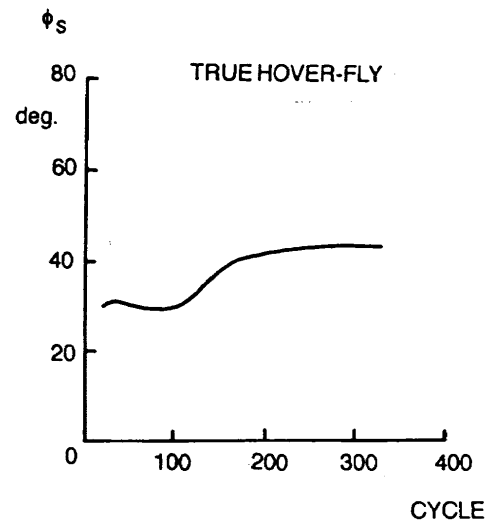


図 1 2 Stroke-plane の傾き角  $\phi_s$  の収束履歴

トンボの場合と同様に、 $\bar{L}_{\text{hover}}$  が  $V^2$  に比例することおよび  $\bar{W}_t$  が  $V^3$  に比例することを仮定して、全翼幅に作用する力  $\bar{L}_{\text{total}}$  および全必要パワー  $P_n$  を求めると、各々、 $\bar{L}_{\text{total}} = 2.07 \times 10^{-4} \text{ N}$  および  $P_n = 1.44 \times 10^{-3} \text{ W}$  になる。ところで、このモデルの自重は  $2.55 \times 10^{-4} \text{ N}$  であるから、荷重倍数  $n = 0.81$  で、自重を支えるには若干空気力が不足していることになる。一方、有効パワー  $P_a$  は、前に示した式から推定すると  $P_a = 1.69 \times 10^{-3} \text{ W}$  という値が得られる。揚力不足は、flapping 運動の振動数を若干増せば 1g ホバーに必要な揚力は十分に生成できる。一方、トンボのケースと同様に 1g ホバーに必要なパワー  $P_n'$  を推定してみると、 $1.95 \times 10^{-3} \text{ W}$  となる。これは有効パワーを約 16% 程度上回っているが、本モデルの運動について設定した種々の仮定を考えると、この程度の差は十分許容できる値と考えられる。

図 1 3 には各々、 $L_y$  および  $L_x$  の 1 サイクル間における変動を示した。True Hover-Fly とトンボの前翼のみが振動している場合のフローパターンの違いを見るために、 $kt = 3.40$  における等渦度線図を図 1 4 に示した。両者には渦のパターンに顕著な違いが認められる。すなわち、 $k$  の大きな ( $k=0.471$ ) True Hover-Fly では、 $k$  の小さな ( $k=0.163$ ) トンボ (前翼のみの場合) に比べて非定常性が高く、より強い渦が生成されている。図 1 5 には True Hover-Fly の翼が上昇運動中 ( $kt=0.26$ )、および下降運動中 ( $kt=3.40$ ) における等渦度線図を示す。この両者のフローパターンの違いは、 $\dot{h} \geq 0$  のときに  $\alpha_0 = 40^\circ$ 、 $\dot{h} < 0$  のときには  $\alpha_0 = 10^\circ$  に取ったことによって生じている。この上下運動時のフローパターンの違いが、True Hover-Fly の場合にはトンボの場合より顕著に現われ (トンボの場合より  $k$  が大きいために)、大きな  $\phi_s$  を実現するための  $\bar{L}_y$  (stroke-plane に沿う方向の揚力の 1 サイクル間の平均) を生じているものと考えられる。



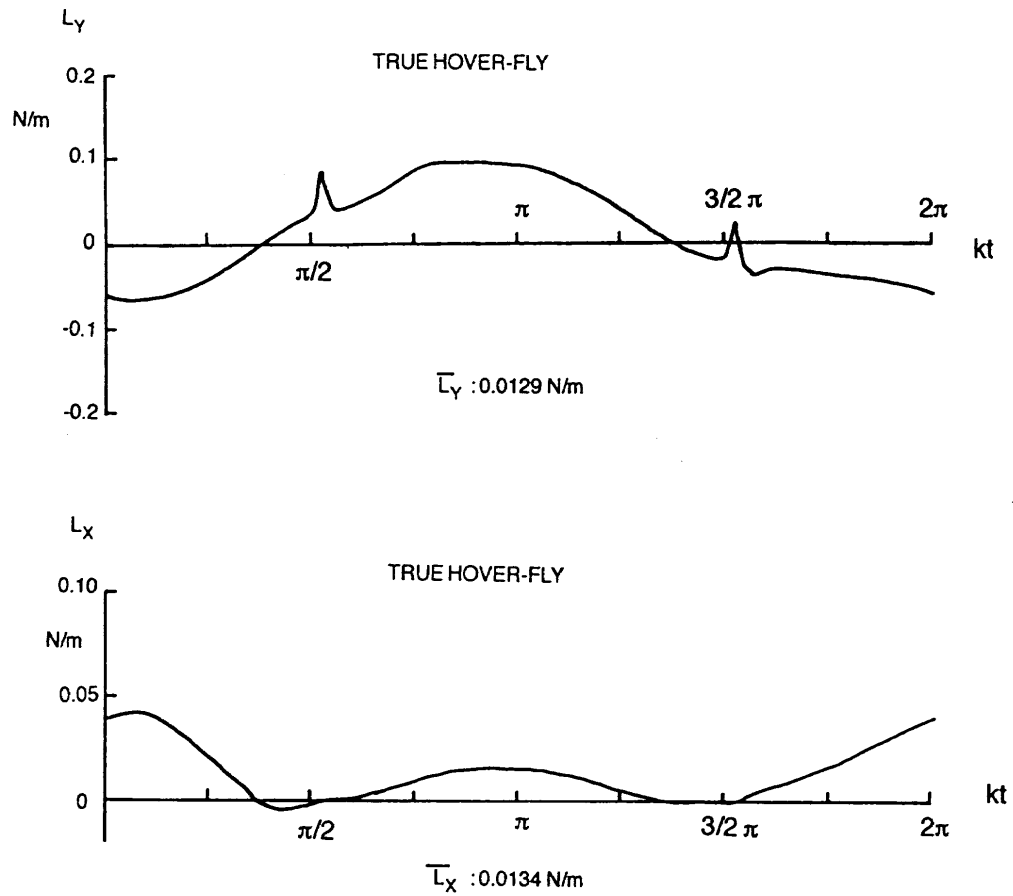


図 13 揚力 ( $L_y$ ) および推力 ( $L_x$ ) の 1 サクル間における変動

$kt=3.40$



$kt=3.40$



図 14 干渉が無い場合のトンボの前翼まわりの流れの様子と True Hover-Fly の翼まわりの流れの様子 (等渦度線図) の比較

$kt=0.26$   
(upward motion)



$kt=3.40$   
(downward motion)



#### 参考文献

1. Soms, C. and Luttges, M., "Dragonfly Flight: Novel Uses of Unsteady Separated Flows," *Science* Vol. 228, 14 June 1985, pp. 1326-1329.
2. Freymuth, P., "Thrust Generation by an Airfoil in Hover Modes," *Experiments in Fluids* 9, 17-24, 1990, pp. 17-24.
3. Savage, S.B., "The Role of Vortices and Unsteady Effects During the Hovering Flight of Dragonflies," *Journal of Experimental Biology*, 83, 1979, pp. 59-77.
4. Gustafson, K. and Leben, R., "Computation of Dragonfly Aerodynamics," *Computer Physics Communications* 65, 1991, pp. 121-132.
5. Gustafson, K., Jones, K., Leben, R. and McArthur, J., "Vortex Patterns, Thrust and Lift for Hovering Modes," A Collection of Technical Papers, Fourth International Symposium on Computational Fluid Dynamics, September 9-12, 1991, University of California, Davis, California, pp. 461-466.
6. Norberg, R. A., "Hovering Flight of the Dragon Fly *Aeschna juncea* L.," *Swimming and Flying in Nature*, Vol. 2, New York: Plenum, pp. 763-781.
7. Azuma, A. and Watanabe, T., "Flight Performance of a Dragonfly," *Journal of Experimental Biology*, 137, 1988, pp. 221-252.
8. Weis-Fogh, T., "Quick Estimates of Flight Fitness in Hovering Animals, Including Novel Mechanism for Lift Production," *Journal of Experimental Biology*, 59, 1973, pp. 169-230.
9. Azuma, A., *The Biokinetics of Flying and Swimming*, Springer-Verlag, 1992.
10. Steger, J. L., "Implicit Finite-Difference Simulation of Flow about Arbitrary Two-Dimensional Geometries," *AIAA Journal*, Vol. 16, No. 7, July 1978, pp. 679-685.
11. Yee, H. C. and Harten, A., "Implicit Scheme for Hyperbolic Conservation Laws in Curvilinear Coordinates," *AIAA Paper* 85-1513, 1985.

図15 True Hover-Flyの翼の上昇運動中と下降運動中の流れの様子（等渦度線図）の比較

#### 5. 結語

ホバリング飛行を行っているトンボの羽のスパン方向のある代表断面の翼まわりの非定常剥離流を、2次元の圧縮性ナビエ・ストークス・コードを用いて解析した。その結果、（前翼あるいは後翼が単独で振動している場合のシミュレーションと比較することによって）トンボが機軸を水平に保ってホバーできるために必要な平均揚力（stroke-planeに沿う方向の力）はほぼ100%前翼と後翼の相互干渉によって生成されていることが明らかになった。また、トンボとは異なり、一対の羽のみの羽ばたきで機軸を水平に保ってホバーできるアブ（True Hover-Fly）について、同様な解析を行った結果、アブは機軸を水平に保ってホバーできるための平均揚力（stroke-planeに沿う方向の力）を、1対の羽の羽ばたきのみで生成得ることが示された。その理由として、アブの羽の無次元振動数は、トンボの約3.5倍あり、このために渦を伴った非定常流れ場がトンボのそれとは大幅に異なること等が示された。

#### 6. 謝辞

本研究は航空宇宙技術研究所との共同研究で行われたものであり、同所の数値風洞（NWT）を使用するにあたりお世話になった関係各位に感謝申し上げます。



# Aerodynamic Analysis of Helicopter Rotor by Coupling of CFD and Trim Calculation

Natsuki KONDO\*<sup>1</sup>, Tomoka TSUJUCHI\*<sup>1</sup>, Hideaki NAKAMURA\*<sup>1</sup>

Takashi AOYAMA\*<sup>2</sup>, Shigeru SAITO\*<sup>2</sup>

## Abstract

An iterative coupling method between an aerodynamic code based on the lifting-line theory and a computational fluid dynamics (CFD) code is developed and applied to the aerodynamic analysis of helicopter rotor. In this method, a comprehensive integral rotor code, CAMRAD II, and an unsteady Euler code are used as the aerodynamic and the CFD code respectively. This method is applied to the calculation of rotor aerodynamics in a high-speed forward flight condition and a descending flight condition. The calculated pressure distributions on the blade surface are in good agreement with experimental data in the high-speed forward flight case. In this case, analyses are conducted not only for a rectangular tip shape but also for simply modified tip shapes. It is indicated that the coupling method is required for the calculation of modified tip shapes. In the descending flight case, it is also shown that the present method is required. In addition, the acoustic pressure of blade-vortex interaction (BVI) noise is calculated. It is indicated that the coupling method is not always required for the prediction of BVI noise in this case.

## 1. Introduction

The aerodynamic code based on the lifting-line theory has been conventionally used to predict the performance and the trim condition of a helicopter rotor. Such an integral code cannot accurately predict the complex non-linear flow around a rotor in high-speed forward flight. For the prediction of such a transonic flow, CFD techniques have the advantage over other methods. However, CFD techniques have not yet captured the vortex dynamics of a helicopter rotor accurately.

Therefore, the aerodynamic analysis of a helicopter rotor in recent years is conducted by coupling a CFD code with a trim code based on the potential theory. The authors have conducted the rotor aerodynamic analysis by coupling an unsteady Euler code<sup>(1)</sup> with CAMRAD II. CAMRAD II is a comprehensive analytical code for the aerodynamics and dynamics of helicopters and it is based on the lifting-line theory. The sectional load and moment calculated in CAMRAD II are based on 2-D airfoil characteristics obtained by wind tunnel test. The rotor wake is modeled by discrete vortex elements. The inflow induced by the rotor wake is computed by Biot-Savart integration and the blade structural motion is estimated by the beam theory.

The inflow and the blade motion calculated by CAMRAD II are used to modify the boundary condition in the Euler calculation. Such an one-way coupling method is efficient from the view

point of calculation time, but the airloads calculated by the CFD code and CAMRAD II do not always coincide. Therefore, an iterative coupling technique between two codes is proposed by C.Tung et al<sup>(2)</sup> in order to reduce the discrepancy of the airloads. They used a full potential CFD code. However, such a potential code is not sufficient to capture the generation and behavior of shock wave accurately. Therefore, a three-dimensional unsteady Euler solver is employed in this study.

## 2. Coupling Procedure

The communication between CAMRAD II and the unsteady Euler code is based on the partial angle of attack,  $\alpha_p$ , and the prescribed increments in section lift coefficients,  $\Delta C_L$  (see Figure 1).

The partial angle of attack is calculated by CAMRAD II excluding the effect of the wake elements inside of the Euler computational domain in order to avoid the double count of the effect. The tip vortex going across the computational domain is not considered in the Euler calculation because the computational domain wraps not the entire rotor but only one blade. The effect of the tip vortex is included in the computation of partial angle of attack. The calculated partial angle of attack is transferred to the unsteady Euler code to modify the boundary condition on the blade surface.

The computational domain of the Euler calculation is shown in Figure 2. The boundary

\*1 Advanced Technology Institute of Commuter-helicopter

\*2 National Aerospace Laboratory

shape of the domain is a box type. An O-H type grid is used and the number of grid is 77x50x51. 77 grid points are distributed in the airfoil's wrap around direction and 51 grid points are distributed between the blade surface and the far-field boundaries. There are 50 radial grid stations with 25 stations on the blade surface. The far-field boundaries are located at 7-chord away from the quarter-chord line of the blade. The boundaries in the spanwise direction are located at 0.4R and 1.5R.

The lift coefficient increment,  $\Delta C_L$ , is defined as the difference between the section lift coefficients obtained by CAMRAD II and the unsteady Euler code. This increment is used to improve the trim solution of CAMRAD II. The increment lift coefficient is applied only in the region of the advancing side because the lift coefficient obtained by the Euler code is more accurate than that by CAMRAD II in this region. The region of the communication between CAMRAD II and the Euler code is checked by the two cases shown in Figure 3. The difference between the two cases is negligible, so following all calculations are conducted using the communication region of case A.

Figure 4 shows the flow chart of the iteration procedure. This procedure is repeated until the lift coefficient increments become almost zero.

### 3. Results

This method is applied to the calculation for the 1/7-scale AH-1G Operational Loads Survey (OLS) model rotor. The rotor characteristics are shown in Figure 5. This rotor has two teetering rectangular blades with linear twist and a symmetrical airfoil. In this study, the blade is assumed to be rigid. The calculation cases are shown in Table 1. Two operating conditions are chosen for this study. One of them is a high-speed forward flight condition and the other is a descending flight condition. In the high-speed forward flight case, analyses are conducted not only for a rectangular tip shape but also for simply modified tip shapes. One of them is the blade with a swept-back tip shape and the other is that with a tapered tip shape. The swept-back angle is 30 degrees and the taper ratio is 0.333. Both modifications start from 0.9R. The quantity R is the rotor radius.

#### 3.1 High-speed forward flight

Figure 6 shows the evolution of the lift coefficient distribution with iteration number, N, at the azimuthal position of 90 degrees. The dashed line indicates the lift coefficient obtained by CAMRAD II and the solid line indicates that obtained by the Euler code. The initial solution calculated by CAMRAD II is shown in the figure of N=0. It is observed that the difference between

the coefficients are reduced as the iteration number increases. The solution is almost converged after three-time iterations.

Figure 7 shows the measured<sup>(5)</sup> and calculated pressure distributions on the blade upper surface at N=1 and N=3. The comparisons are performed at the spanwise station of 0.95R at three azimuthal positions. It is indicated that the effect of the iteration is not clearly observed in the pressure distributions but the shock waves predicted by our Euler code is in good correlation with the experimental data.

Figures 8 and 9 show the evolution of the lift coefficient distribution with iteration number for the blade with the modified tip shapes at the azimuthal position of 90 degrees. The initial differences between the lift coefficients obtained by CAMRAD II and the Euler code are larger than that of the rectangular blade. In both cases, the difference is reduced after three iterations. The effect of the tip-shape modification is observed around 0.9R in the result of the Euler calculation. The effect of the swept-back tip shape is larger than that of the tapered tip shape. The pressure contours around the blade tips shown in Figure 10 clearly show the effect.

#### 3.2 Descending flight

The present method is also applied to the calculation of a descending flight case. Figure 11 shows the evolution of the lift coefficient distribution with iteration number at the azimuthal position of 90 degrees. The effect of the blade-vortex interaction is observed both in the distributions obtained by CAMRAD II and the Euler code. Figure 11 shows that the present method is required for the descending flight condition.

In addition, the acoustic pressure of blade-vortex interaction (BVI) noise generated in this descending flight condition is calculated using the present method. BVI is defined as the interaction between the blade and the tip vortices shed from the own blade or the preceding blades. Figure 12 shows the measured<sup>(7)</sup> and calculated acoustic waveforms of BVI noise. The calculations are performed by an aeroacoustic code based on Ffowcs Williams and Hawkings (FW-H) formulation<sup>(6)</sup>. In this calculation, the pressure distribution on the blade surface obtained by the unsteady Euler code is used as noise sources. Both of the calculated waveforms accurately predict the number of positive peak although the values of the peak pressure are not exactly predicted. The difference between the calculated results of N=1 and N=3 is not remarkable. Therefore, the coupling method is not always required

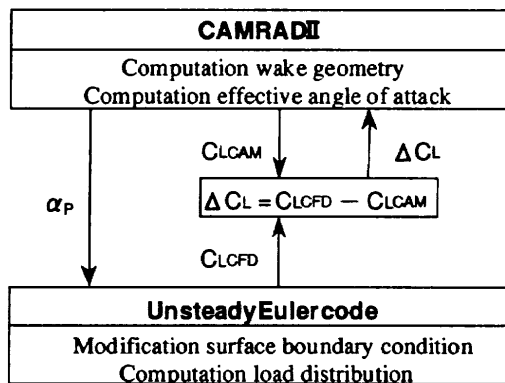
for the prediction of BVI noise in this case.

#### 4. Conclusions

An iterative coupling method between an aerodynamic code based on the lifting-line theory and a computational fluid dynamics (CFD) code is developed and applied to the aerodynamic analysis of the OLS model rotor in a high-speed forward flight and a descending flight conditions. For each cases, the convergence of this method is obtained after three iterations. It is indicated that the iterative procedure is required in the calculations of modified tip shapes in the high-speed forward flight condition. In the descending flight condition, it is shown that the present method is required but the predicted BVI noise is not strongly affected by the iteration procedure in this case.

#### References

- (1) Aoyama, T. et al., Calculation of Rotor Blade-Vortex Interaction Noise Using Parallel Super Computer, 22nd European Rotorcraft Forum, 1996, pp.81.1-11.
- (2) Tung, C. et al., The Prediction of the 40th Annual National Forum of AHS, 1984, pp.389-399.
- (3) Strawn, R. C. et al, An Improved Three-Dimensional Aerodynamics Model for Helicopter Airloads Prediction, AIAA Paper 91-0767, 1991
- (4) Aoyama, T. et al., Effect of Blade-Tip Planform on Shock Wave of Advancing Helicopter Blade, Journal of Aircraft, vol.32, No.5, Sep.-Oct. 1995, pp.955-961.
- (5) Boxwell, D. A. et al., Model Helicopter Rotor High-Speed Impulsive Noise: Measured Acoustics and Blade Pressures, NASA TM-85850, 1983.
- (6) Nakamura, Y. et al., Rotational Noise of Helicopter Rotors, Vertica, vol.3, no.3/4, 1979, pp.293-316.
- (7) Splettstoesser, W. R. et al., Helicopter Model Rotor Blade Vortex Interaction Impulsive Noise: Scalability and Parametric Variations, 10th European Rotorcraft Forum, Paper Nr.18, 1984.



$\alpha_p$  : partial angle of attack excluding effect of wake vorticity in computational domain of CFD

$\Delta CL$  : prescribed lift coefficient increment

CLCAM: lift coefficients calculated by CAMRAD II (without increment)

CLCFD: lift coefficients calculated by Euler code

Figure 1 Procedure of iteration between CAMRAD II and unsteady Euler code.

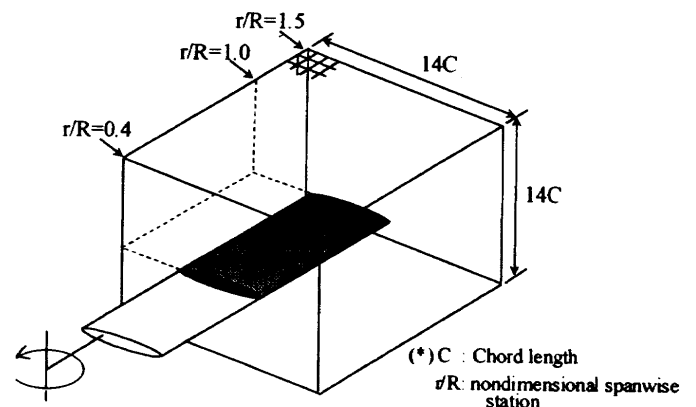
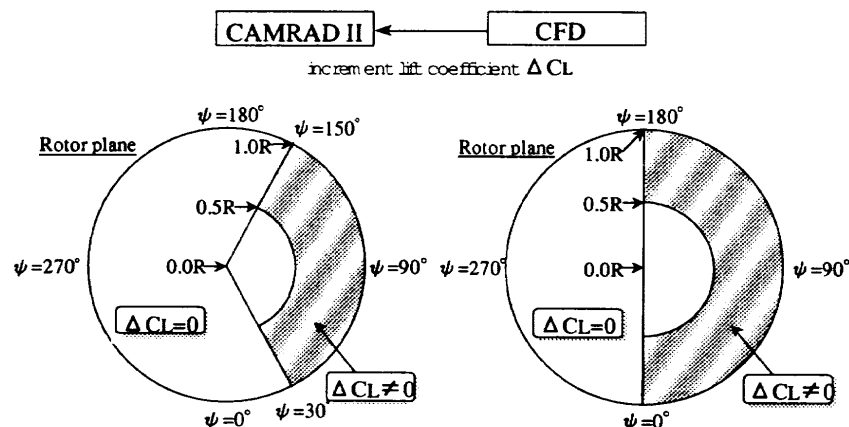


Figure 2 Computational domain for Euler calculation.



Case A

Case B

Figure 3 Communication region.

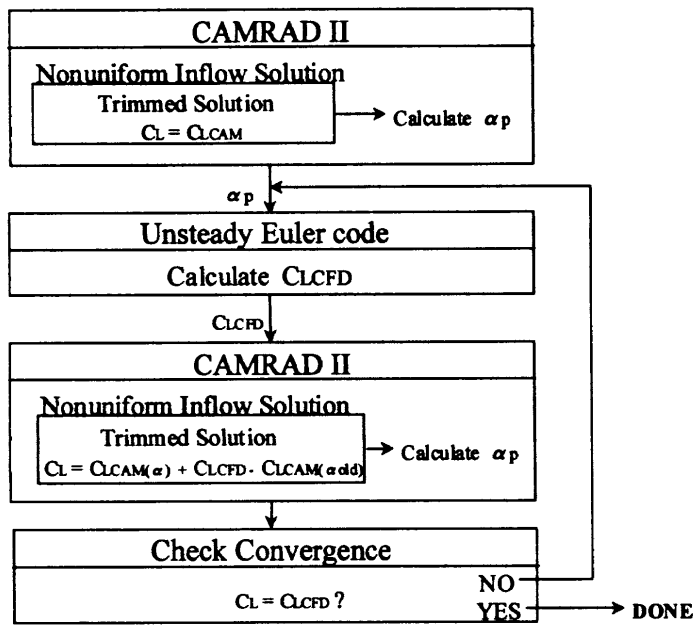


Figure 4 Flow of coupling method.

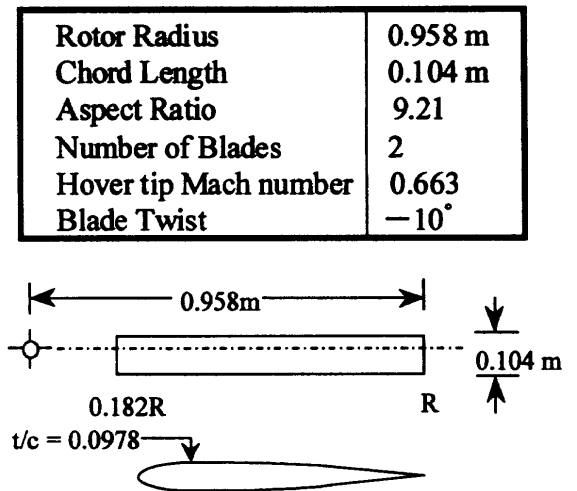
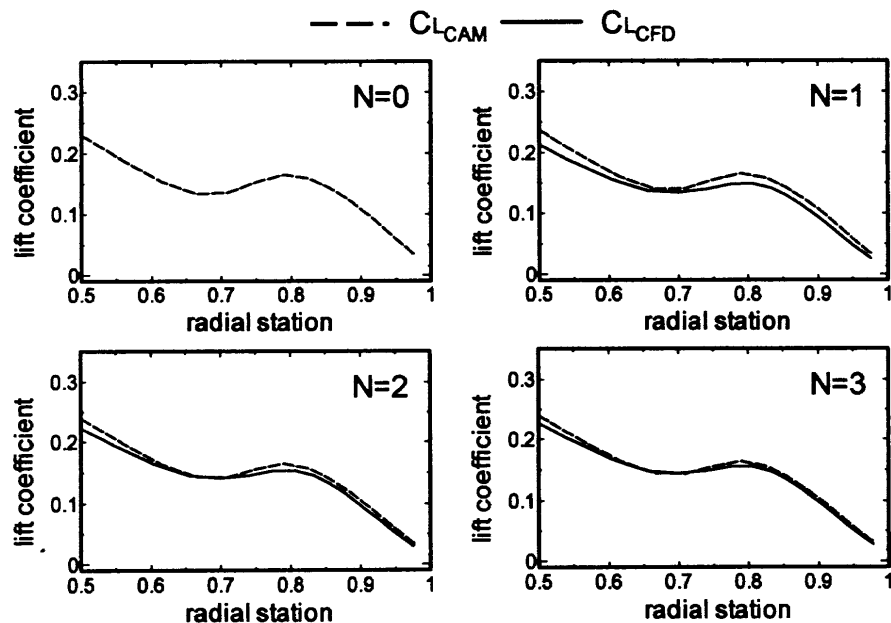


Figure 5 Rotor characteristics

Table 1 Calculation cases.

Tip planform	$\mu$	$\alpha_{\text{tip}}$	$C_T/\sigma$
	<b>0.298</b>	<b><math>-4.5^\circ</math></b>	<b>0.0769</b>
	<b>0.164</b>	<b><math>+2.0^\circ</math></b>	

Figure 6 Evolution of lift coefficients ( $M_{\text{tip}}=0.663$ ,  $\mu=0.298$ ).

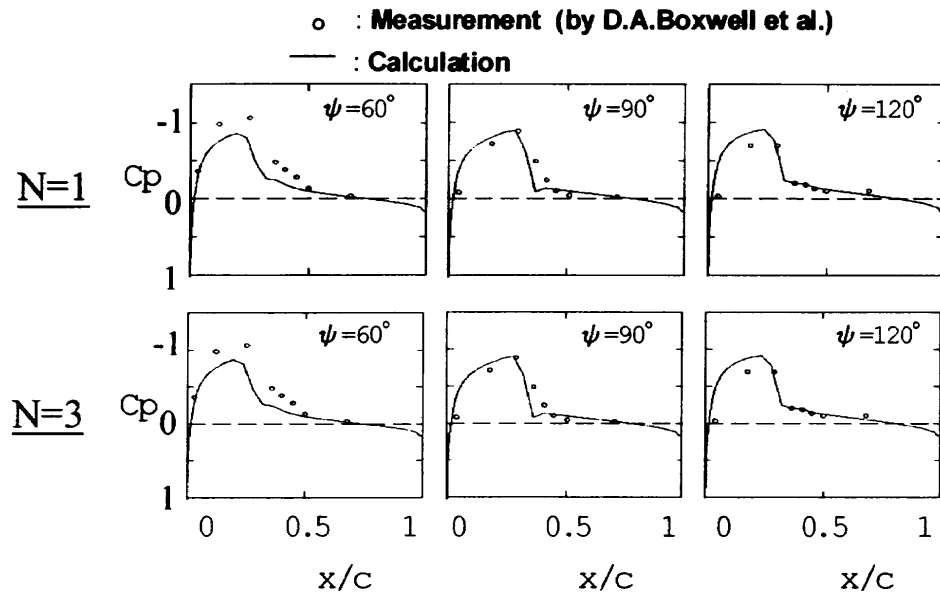


Figure 7 Pressure distributions on blade upper surface ( $r/R=0.95$ ,  $M_{tip}=0.663$ ,  $\mu=0.298$ ).

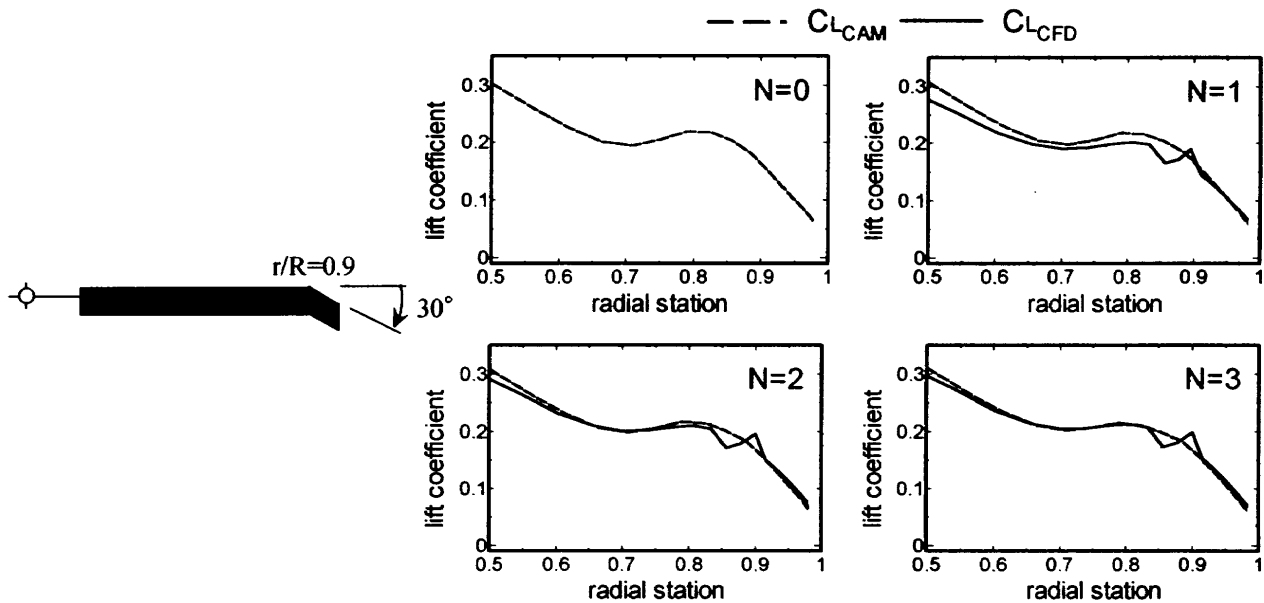


Figure 8 Evolution of lift coefficients ( $M_{tip}=0.663$ ,  $\mu=0.298$ ).

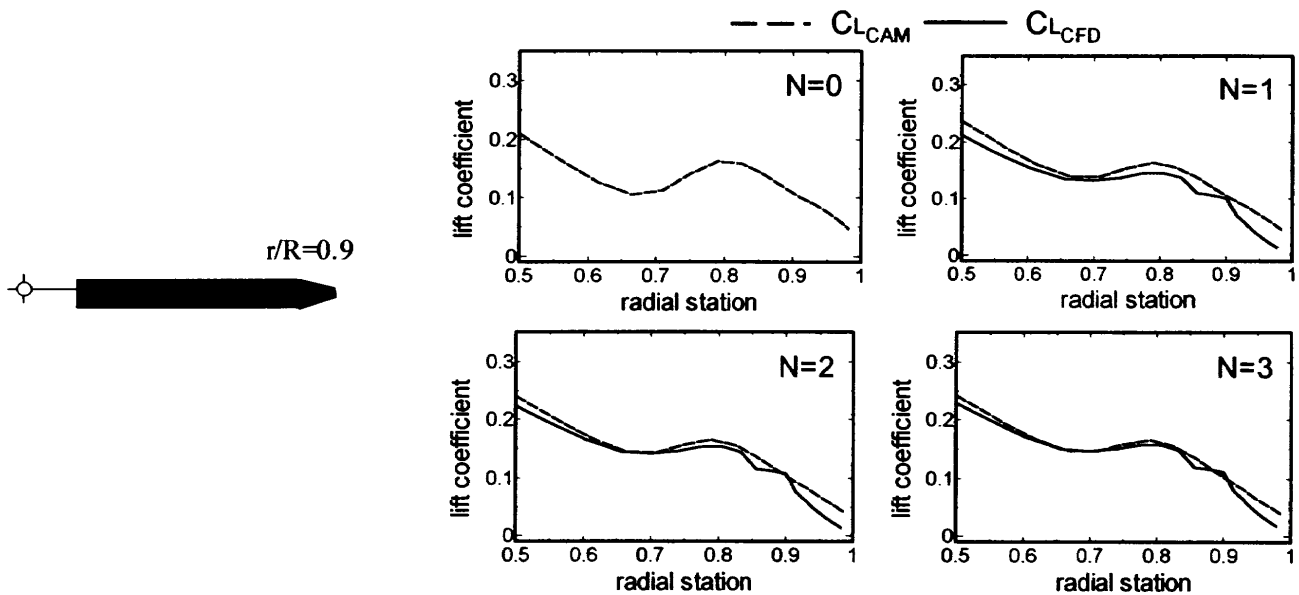


Figure 9 Evolution of lift coefficients ( $M_{tip}=0.663$ ,  $\mu=0.298$ ).



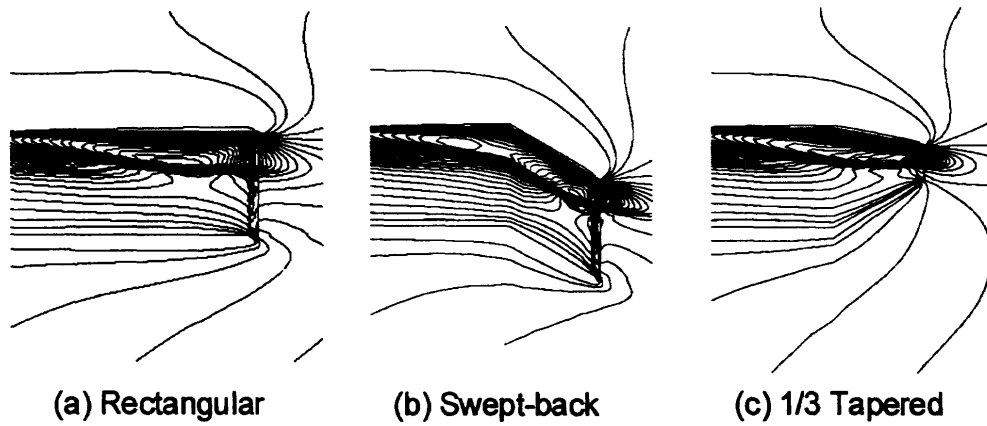


Figure 10 Pressure contours around three kinds of blade tip.

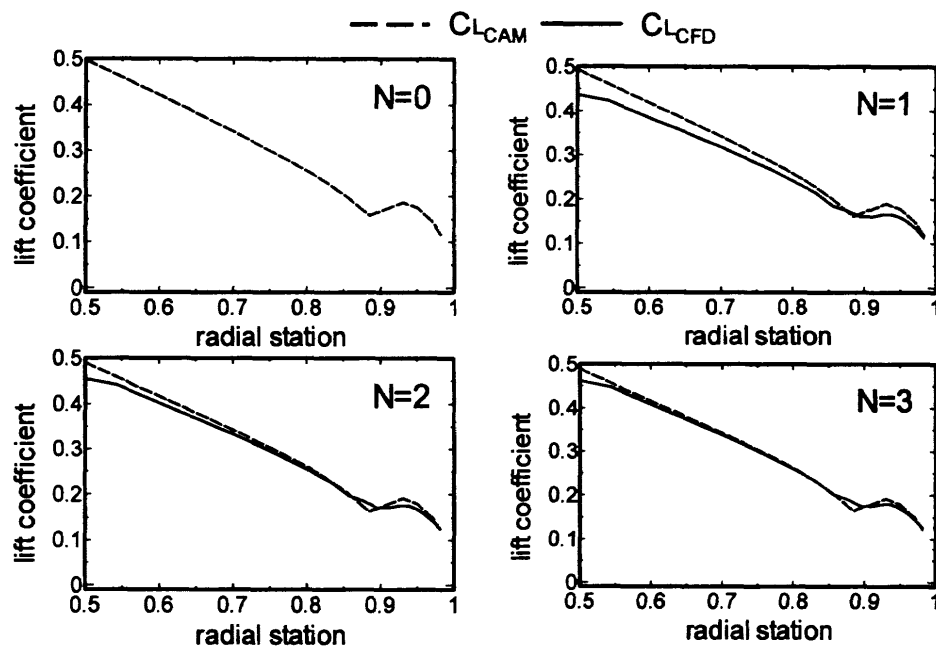


Figure 11 Evolution of lift coefficients ( $M_{tip}=0.663$ ,  $\mu=0.164$ ,  $\alpha_{tpp}=2^\circ$ ).

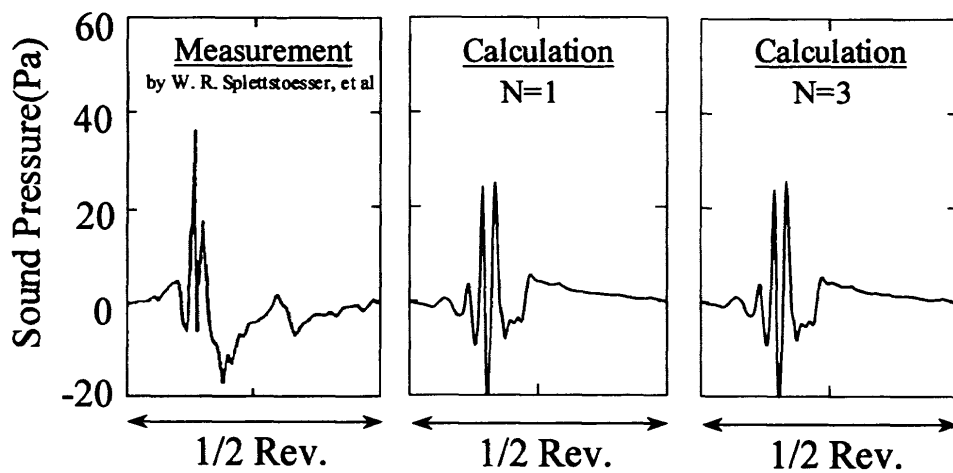


Figure 12 Iteration effect for BVI noise prediction.

# A Numerical Simulation of Flow around Rotor Blades Using Overlapped Grid

Akio Ochi\*<sup>1</sup> and Eiji Shima\*<sup>1</sup>

Takashi Aoyama\*<sup>2</sup> and Shigeru Saito\*<sup>2</sup>

## Abstract

An unsteady Euler code for rotor blade aerodynamics is developed. A moving overlapped grid method is employed to treat rotating blades. This code has an ability to analyze rotor blade aerodynamic characteristics without modeling wake and tip vortex. Two grid systems are employed to solve the Euler equations. One of the grid systems wraps the rotor blade using boundary fitted coordinates (BFC). The other is the Cartesian background grid covering the whole calculation region including the entire rotor. The calculation is carried out on Numerical Wind Tunnel (NWT) in National Aerospace Laboratory (NAL) to perform large scale and accurate computations. This method is applied for the calculations of hovering and forward flight conditions. The capability of capturing tip vortex is shown by some visualized iso-surfaces of the vorticity magnitude in both cases. In the hover case, the reasonable agreements are obtained between computed and measured pressure distributions on the blade surface and tip-vortex trajectories.

## 1. Introduction

Blade-vortex interaction (BVI) noise is one of the most severe noise problems for helicopters. It is caused by the sudden change of the blade loads during the interactions between the blade and the tip vortices shed from preceding blades. In general, the interactions occur in descending flight conditions, especially during approach to a heliport. The noise generated by the interactions radiates mostly below the helicopter's tip-path plane in the direction of forward flight. The acoustic signal is generally in the frequency range most sensitive to human subjective response (500 to 5000Hz). The BVI noise, therefore, prevents that the commuter helicopter is widely used in the densely populated area.

Wind tunnel experiments for rotorcrafts have technical difficulties because of their complexity for making model rotors and conducting measurements. The techniques of Computational Fluid Dynamics (CFD) help us to understand the detailed flowfield around a rotorcraft. Ahmad et al.<sup>[1]</sup> performed thin-layer Navier-Stokes calculations including the dynamic motion of a rotor blade using embedded grid method. However more accurate and detailed calculation is required to analyze the BVI phenomenon because, in general, the vortices computed by Euler or Navier-Stokes CFD code are diffused by numerical viscosity. Therefore, more and more grid points are required to capture the tip vortex for the analysis of BVI. As a result, computational costs become too expensive for practical use.

We have developed a new numerical simulation code to analyze the flowfield around rotor blades by solving the Euler equations. A

moving overlapped grid method is employed to treat rotating blades. This code uses two grid systems. One of the grid systems wraps the rotor blade using boundary fitted coordinates (BFC). The other is the Cartesian grid covering the whole calculation region including the entire rotor. In this study, we focus on capturing the tip vortex, which strongly affects the BVI phenomenon.

One of the advantages of our code is reducing numerical diffusion. The numerical diffusion is decreased by moving the background grid by the free stream velocity to keep the tip vortex as stationary as possible after projected on the Cartesian background grid. The other advantage is a new fast search and interpolation algorithm to exchange flow data between two grid systems. This algorithm is developed to use vector/parallel computers such as NWT in NAL because a very high performance computer is required to carry out large scale numerical simulations. The CPU time for the search and interpolation is only 5% of the total CPU time for one-blade configuration and 10% for two-blade configuration. In addition, this code will be extended to compute the whole configuration of a rotorcraft, which includes main rotor, fuselage and tail rotor. Our code is easy to apply for such a complex geometry although it is really hard to apply single grid or multi-block grid methods for the complex geometry.

This report presents some preliminary results to demonstrate the capability of the present CFD code to capture the tip vortex using the moving overlapped grid method. This activity is the first step of our joint study between Advanced Technology Institute of Commuter-helicopter, Ltd. (ATIC) and NAL.

\*1 Advanced Technology Institute of Commuter-helicopter, Ltd.

\*2 National Aerospace Laboratory

## 2. Calculation method

### 2.1 Numerical schemes

The governing equations of the present simulation are the Euler equations. An inertial force term is included in the calculation of the blade grid. The numerical method<sup>[2]</sup> to solve the governing equations is an implicit finite-difference scheme. The Euler equations are discretized in the conventional delta form using Euler backward time differencing. A diagonalized ADI method, which utilizes an upwind flux-split technique, is used for the implicit left-hand-side regarding the spatial differencing. In addition, a higher-order upwind scheme based on TVD by Chakravarthy and Osher is applied for the inviscid terms of the explicit right-hand-side. Each ADI operator is decomposed into the product of lower and upper bidiagonal matrices by using diagonally dominant factorization. The TVD scheme has a good capability of capturing the shock wave without adding artificial dissipation. In order to obtain the unsteady solution in the forward flight condition of a helicopter rotor, the Newton iterative method is added. In this method, the above-mentioned scheme

$$LHS(Q^{n+1} - Q^n) = -\Delta t RHS$$

is modified as

$$LHS^m(Q^{m+1} - Q^m) = -\Delta t \left( \frac{Q^m - Q^n}{\Delta t} + RHS^m \right)$$

where  $m$  means the number of the Newton iteration. The numbers of Newton iteration to reduce the residual at each time-step are 6 and 4 for the blade grid and the background grid, respectively. The typical dividing number along the azimuthal direction is about 3000 per revolution. The unsteady calculation is impulsively started from the azimuth angle of 0 degree. The free stream condition is applied for each of the background-grid boundary.

### 2.2 Grid systems

The moving overlapped grid approach is employed in the present study. Figure 1 shows typical grid systems for one-blade configuration. The density of grid points directly affects the strength of numerical viscosity. The grid spacing near the rotating blade of the Cartesian background grid is about  $0.05C$  for all directions, where  $C$  is the cord length of airfoil. The number of grid points is almost 4,500,000 for this grid density. The number of grid points for the blade grid is about 70,000 for each blade. These numbers are not sufficient but compromised for practical use. The size of the calculation region is  $8R \times 8R \times 8R$  for a forward flight case and  $8R \times 8R \times 12R$  for a hovering case, where  $R$  is the rotor radius. In the hovering case, extra region of  $4R$  in the downward direction is necessary compared with the forward flight case in order to reduce the effect of down wash. The CPU time is 3 hours per revolution by using 26 processing elements of NWT.

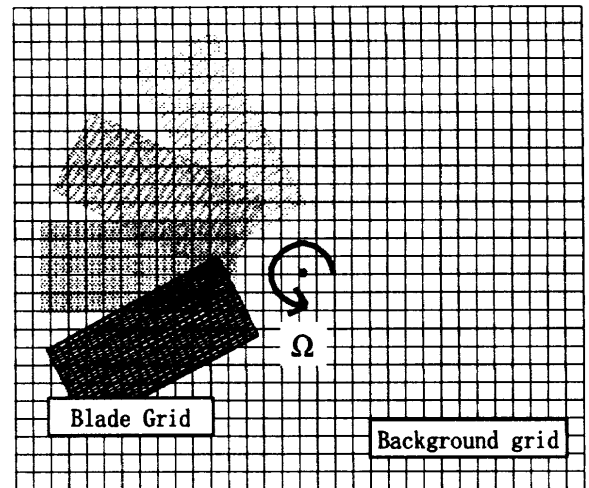


Fig.1 Blade grid and background grid;

Blade grid:  $77 \times 19 \times 49 = 71687$  grid points,  
Background grid:  $239 \times 239 \times 79 = 4512559$  grid points.

### 2.3 Search and interpolation algorithm

The solution vector  $Q = (\rho, \rho u, \rho v, \rho w, e)^t$  is exchanged between the two grid systems in the moving overlapped grid approach. The search and interpolation to exchange flow data between the two grid systems are executed in each time step because the blade grid rotates with the rotor blade in the background grid.

The computation time spent for search and interpolation is one of the disadvantages of moving grid approach. In our computation, this problem is severe because we use a vector and parallel computer. Thus we have developed a new algorithm, which can be both vectorized and parallellized.

Only the detailed procedure of the data exchange from the blade grid to the background grid is described in this paper because the procedure of the data exchange from the Cartesian background grid to the blade grid is easier than that from the blade grid to the background grid.

The procedure flow of new search and interpolation algorithm is shown in Fig.2. In the first step, the grid indexes  $(i, j, k)$  of the background grid point that might be inside of the each blade grid cell are listed. In the second step, the listed indexes are checked whether they are located inside or outside of the grid cell. The position of the point is expressed by three scalar parameters  $s$ ,  $t$ , and  $u$  because the tri-linear interpolation is utilized in the present algorithm. In this step, values of  $s$ ,  $t$ , and  $u$  for each index are calculated. When all  $s$ ,  $t$ , and  $u$  are between zero and one, the point is judged to be located inside of the cell. Figure 3 shows bi-linear interpolation for simplicity. Then the grid points outside of the cell are removed from the list and the flow data are interpolated to temporal arrays. The each processing element (PE) of NWT performs these procedures in parallel. Finally, the interpolated values are exchanged between the processing elements.

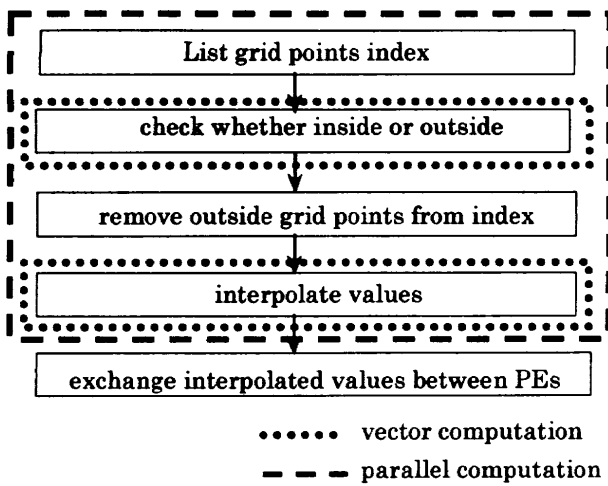


Fig.2 Procedure flow of search and interpolation.

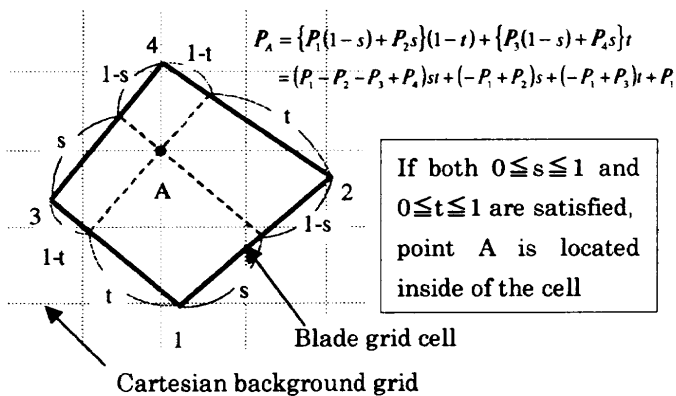


Fig.3 Bi-linear interpolation.

#### 4. Results and discussions

The comparisons of computed and measured<sup>[3]</sup> pressure coefficient distributions for hovering conditions are shown in Figs.4 and 5. The detailed test conditions are shown in Table 1. The tip Mach number for Figs.4 and 5 are transonic ( $M_{tip}=0.877$ ) and subsonic ( $M_{tip}=0.439$ ), respectively. The agreement between computed and measured results is quite good in the transonic case although disagreement is observed at the inner stations in the subsonic case.

Figure 6 shows the typical trajectory of the tip vortex in a hovering condition. The tip vortex descends with contracting. It is very important to obtain the accurate location of tip vortex to make an analysis of BVI because the intensity of BVI depends on the relative position between rotor blade and the tip vortex. The comparisons of computed and measured positions of the tip vortex are shown in Fig.7. The agreement between the computed and measured displacements is quit good in the transonic case although it is not enough in the subsonic case. This result might be caused by the overestimation of the lift shown in Fig.5. The computed contractions are in good agreement with the results of Kocurek's formula although they overestimate the experimental data both in the transonic and the subsonic cases. The tip vortices

are visualized by the iso-surfaces of vorticity magnitude in Fig.8. The tip vortices can be captured almost one revolution although the diffusion by numerical viscosity is observed.

Figures 9a)~i) show visualized tip vortices at different azimuth angles in the forward flight condition shown in Table 1. The tip vortices are clearly captured also in this condition. The tip vortices generated at the advancing side are much stronger than those generated at the retreating side because the flapping and the feathering motions of the blade are not included in this calculation. The present code is now being extended in order to be applied for the calculation including these motions. The validation in the forward flight condition is not completed at present because instability of calculation is observed at the retreating side especially in the case of high advance ratio.

#### 5. Conclusions

An unsteady Euler code for rotor blade aerodynamics is developed. A moving overlapped grid method is employed to treat rotating rotor blades. The capability of capturing tip vortex is shown by some visualized iso-surfaces of the vorticity magnitude in hover and forward flight. In the hover case, the agreement between computed and measured pressure distributions on the blade surface is quite good in transonic case although disagreement is observed at the inner stations in the subsonic case. The agreement between the computed and measured displacements of tip vortex is quit good in the transonic case although it is not enough in the subsonic case. The computed contractions are in good agreement with the results of Kocurek's formula although they overestimate the experimental data both in the transonic and the subsonic cases.

#### References

- [1] Ahmad, J and Duque, E.P.N., Helicopter Rotor Blade Computation in Unsteady Flows Using Moving Embedded Grids, AIAA Paper 94-1922, June 1994.
- [2] Aoyama, T., Kawachi, K., and Saito, S., Unsteady Calculation for Flowfield of Helicopter Rotor with Various Tip Shapes, 18th European Rotorcraft Forum, Paper No.B03, Avignon, France, September 1992.
- [3] Caradonna, F.X. and Tung, C., Experimental and Analytical studies of a Model Helicopter Rotor in Hover," 6th European Rotorcraft and Powered Lift Aircraft Forum, Paper No.25, Bristol, England, September 1980.

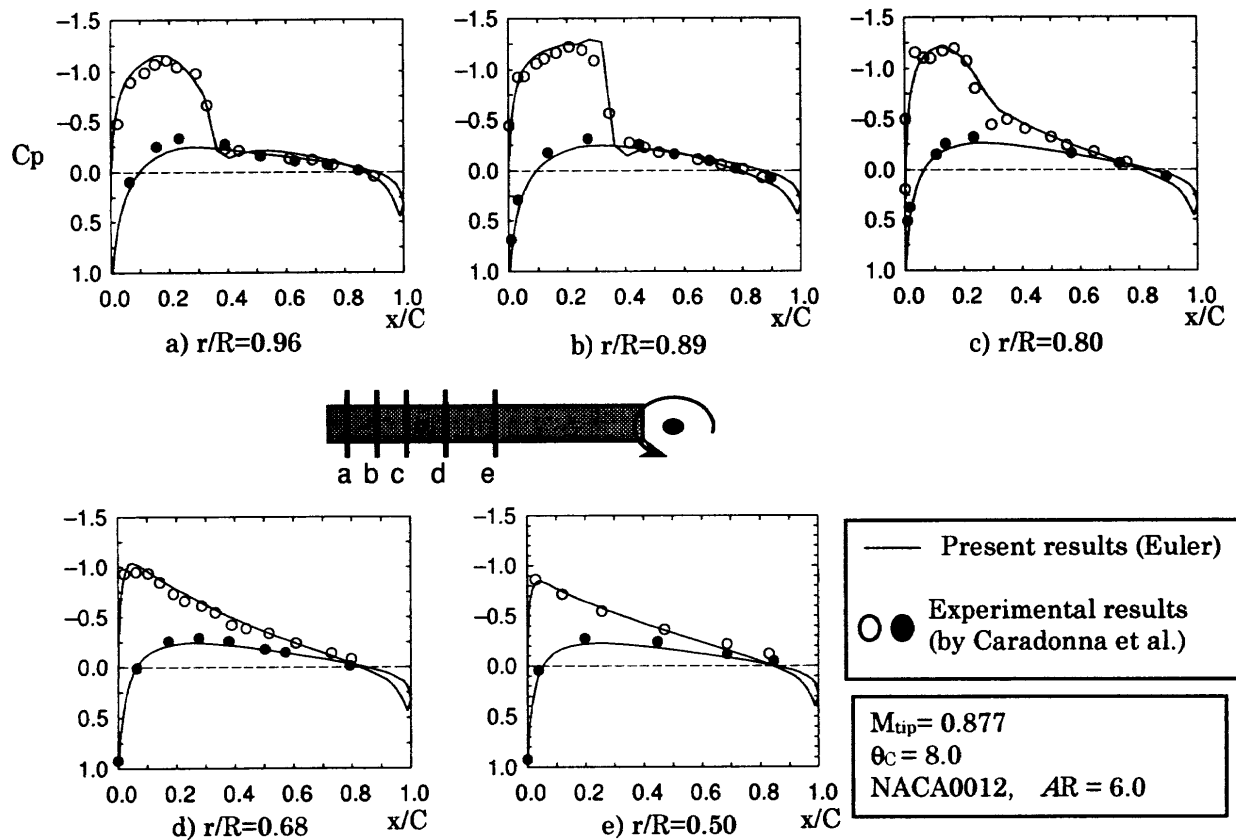


Fig.4 Comparison of computed and measured pressure coefficient distributions in transonic hover case.

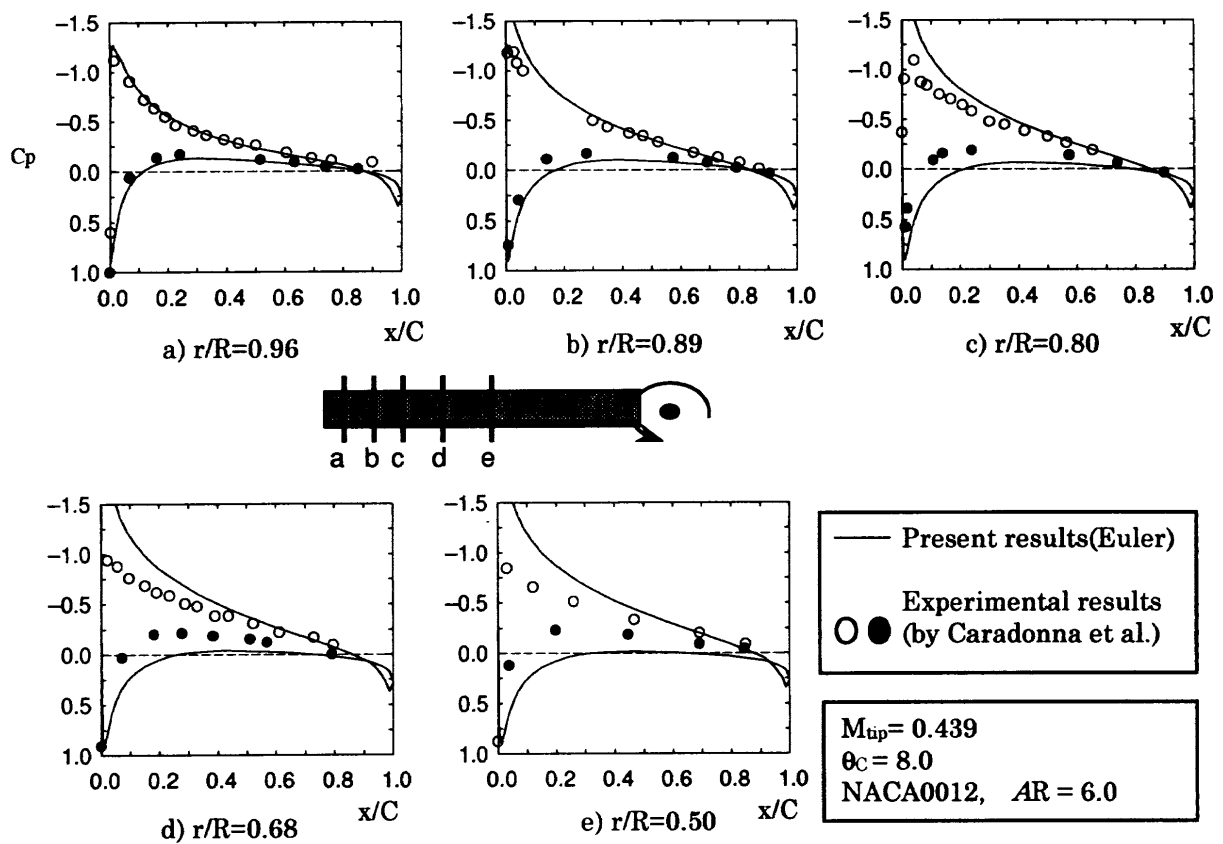


Fig.5 Comparison of computed and measured pressure coefficient distributions in subsonic hover case.

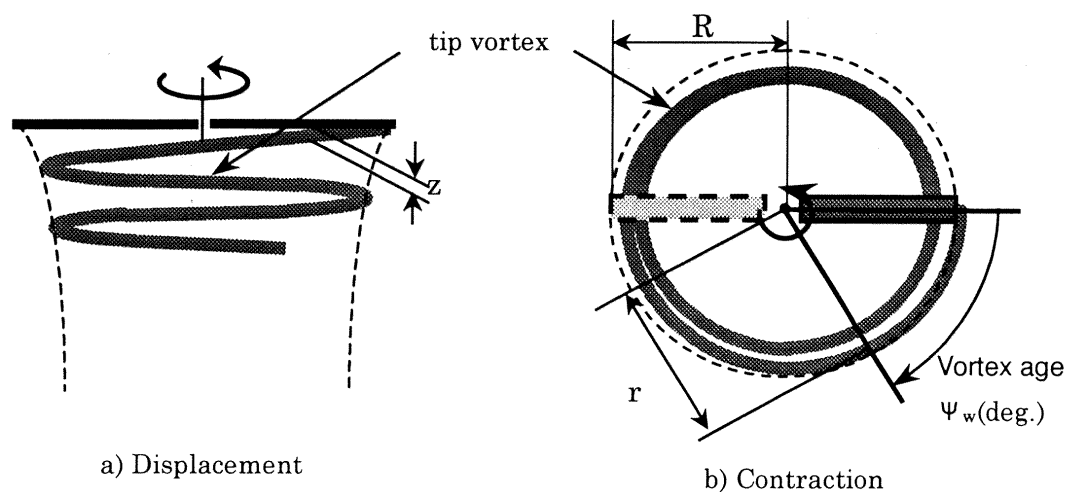


Fig.6 Typical trajectory of tip vortex in hover.

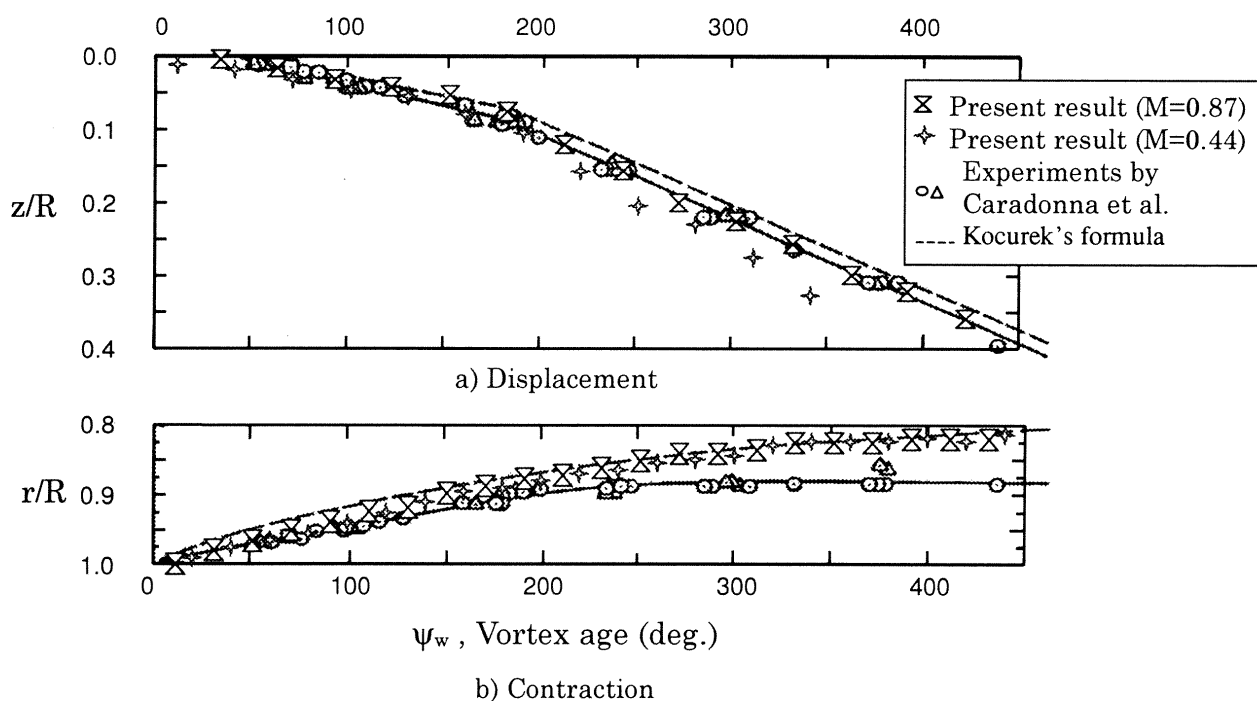


Fig.7 Comparison of computed and measured position of tip vortex.

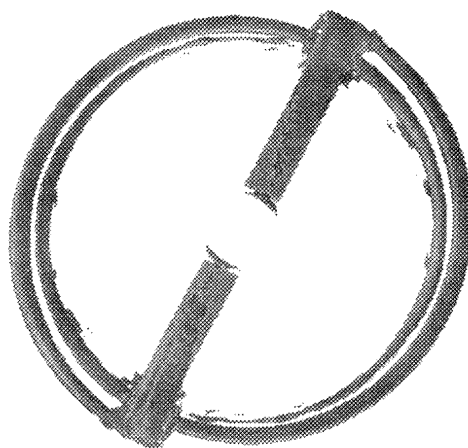


Fig.8 Visualized tip vortices in hover (iso-surface of vorticity magnitude).

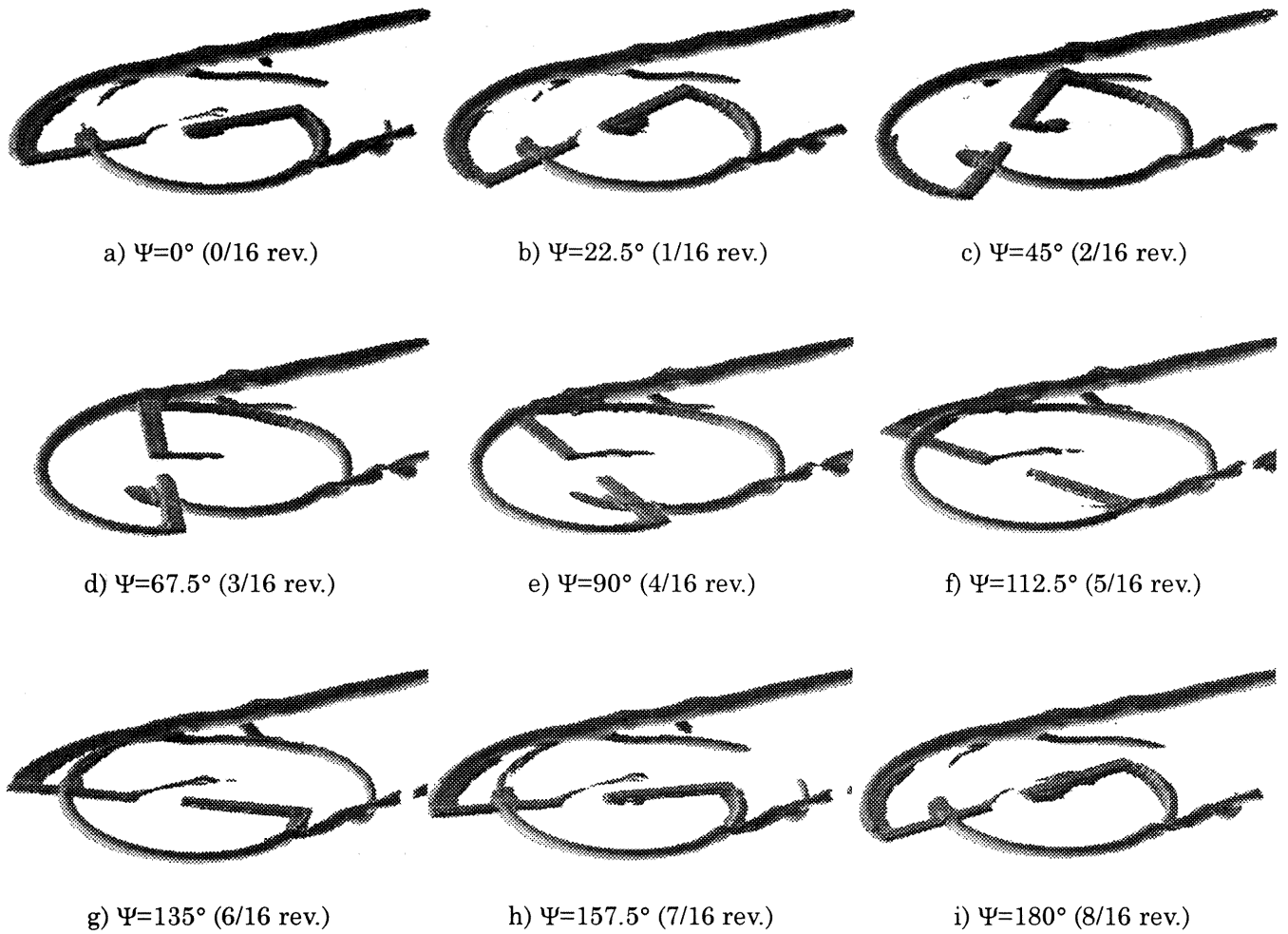


Fig.9 Visualized tip vortices in forward flight.

Table 1 Calculation conditions.

Condition	Hover	Forward flight
Aspect ratio	6.0	8.33
Number of blade	2	2
Airfoil	NACA0012	NACA0012-64
Tip planform	rectangular	rectangular
Hover tip Mach number	0.439 / 0.877	0.4312
Forward flight Mach number	0	0.0688
Collective pitch angle	$8.0^\circ$	$6.0^\circ$
Cyclic pitch angle	0	0
Number of Grid points for each blade	131,747	119,475
Number of Grid points for background	4,774,109	4,836,825

# ヘリコプタ・メインロータ周りの数値計算

糸賀紀晶\* 吉澤能政†

## Numerical Calculations of Flowfields Around Helicopter Main Rotor

by

Noriaki ITOGA\*, Yoshimasa YOSHIZAWA†

### ABSTRACT

In this study, the effect of blade motions such as feathering and flapping on rotor balance is calculated using computational fluid dynamics technique. The governing equations are the Euler equations written in inertial coordinates system. The Euler equations are solved using a finite difference method. The Runge-Kutta method which assures 4th order accuracy is selected as time stepping scheme in order to obtain high accuracy in time. A 2nd order upwind difference method is used as discretization of spatial derivatives with the minmod limiter. In this study, the numerical code is formulated using a moving single structured grid system. The grid's numbers of cells are  $161 \times 41 \times 30$  points. The model rotor consists of 2 blades which have an airfoil section of NACA0012 with neither twist nor taper. And the aspect ratio is given to be 5. There is no rotor hub, therefore, the blade has round root. Blade motions are assumed to be rigid in flapping and feathering. The periodic blade motion as a function of azimuth angle can be described by a Fourier series which has a constant and first harmonics terms<sup>[1]</sup>. Three numerical examples are reported and compared with a fixed incidence case.

### 1 はじめに

前進飛行中のヘリコプタ・ロータ・ブレードが一樣流に対し一定の迎角を保って回転を行なうと、図1のように、前進側と後退側とでの速度差が原因で、前進側においてより大きな揚力が生じる。この不釣合が翼根に振動的な曲げ応力を発生させたり、機体に対し大きなローリング運動を起こす要因となる。そのため、ブレードはシャフトから見ると、一般にフラッピング、フェザリング、リード・ラグの運動を行なっている。このうち、リード・ラグ運動はブレード回転面内の曲げ加重を軽減するために必要となる運動で、構造上必要な運動である。そこで本研究では、前進飛行時におけるブレードのフラッピング、フェザリング運動が空力的な釣合に与える影響について、固定迎角における前進飛行の結果<sup>[2][3]</sup>と比較を行なう。

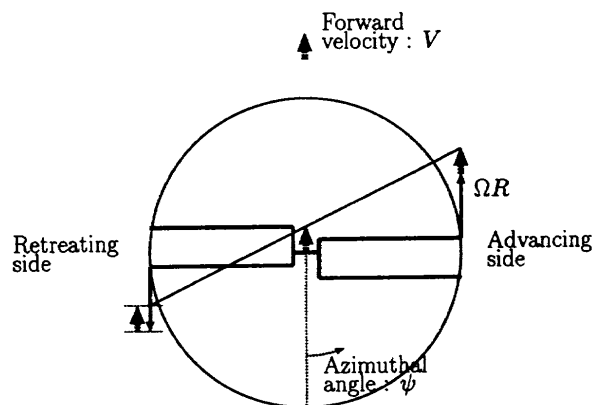


図1: ロータ周りの速度場

\*防衛大学校 航空宇宙工学教室

†筑波大学 構造工学系



## 2 基礎方程式

本研究では 2 枚ブレードからなる前進回転翼周りの流れ場を Euler 方程式を解くことにより計算する。この際、ブレード運動を考慮した計算を行なうために時間変数を含めた一般座標系 (1) を導入する。

$$\frac{\partial \hat{Q}}{\partial \tau} + \frac{\partial \hat{E}_i}{\partial \xi_i} = 0 \quad (1)$$

$$\hat{Q} = J^{-1} \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u_1 \\ \rho u_2 \\ \rho u_3 \\ e \end{bmatrix} \quad \hat{E}_i = J^{-1} \begin{bmatrix} \rho U_i \\ \rho u_1 U_i + \xi_{i,x_1} p \\ \rho u_2 U_i + \xi_{i,x_2} p \\ \rho u_3 U_i + \xi_{i,x_3} p \\ U_i (e + p) - \xi_{i,t} p \end{bmatrix}$$

$$p = (\gamma - 1) \left[ e - \frac{1}{2} \rho u_i^2 \right] \quad U_i = \xi_{i,t} + u_j \xi_{i,x_j}$$

ただし、 $(\cdot)_t = \frac{\partial}{\partial t}$ ,  $(\cdot)_{x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i}$ ,  $(x_1, x_2, x_3) = (x, y, z)$ ,  $(\xi_1, \xi_2, \xi_3) = (\xi, \eta, \zeta)$ ,  $(u_1, u_2, u_3) = (u, v, w)$ ,  $(U_1, U_2, U_3) = (U, V, W)$  である。e は単位体積あたりのエネルギー、p は圧力、 $\rho$  は密度を表す。また、ロータ・ブレードの運動は次のように表される。まず、 $\mathbf{X}(x, y, z)$  系を  $z$  軸まわりに  $\psi$  回転し、次にこの位置での  $\mathbf{X}(x, y, z)$  を  $\mathbf{X}_1(x_1, y_1, z_1)$  と記すと、 $\mathbf{X}_1(x_1, y_1, z_1)$  系を  $x_1$  軸まわりに、フラップ角  $\beta$  の回転をし、最後に、この位置での  $\mathbf{X}_1(x_1, y_1, z_1)$  を  $\mathbf{X}_2(x_2, y_2, z_2)$  と記すと、 $\mathbf{X}_2(x_2, y_2, z_2)$  系を  $y_2$  軸まわりに、フェザ角  $\theta$  の回転をしブレード座標系  $\mathbf{X}_b(x_b, y_b, z_b)$  に変換される。以上からもとまる行列の逆行列  $\mathbf{E}$  によりブレード座標系  $\mathbf{X}_b(x_b, y_b, z_b)$  から慣性座標系  $\mathbf{X}(x, y, z)$  に変換される。ただし、ブレード座標系においてブレードが  $y_b$  軸にある場合の変換である。

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \mathbf{E} \begin{pmatrix} x_b \\ y_b \\ z_b \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{E} = \begin{pmatrix} \cos \psi \cos \theta & -\sin \psi \cos \beta & \cos \psi \sin \theta \\ -\sin \psi \sin \beta \sin \theta & & +\sin \psi \sin \beta \cos \theta \\ \sin \psi \cos \theta & \cos \psi \cos \beta & \sin \psi \sin \theta \\ +\cos \psi \sin \beta \sin \theta & & -\cos \psi \sin \beta \cos \theta \\ -\cos \beta \sin \theta & \sin \beta & \cos \beta \cos \theta \end{pmatrix}$$

ここで、 $\psi$  はブレード方位角、 $\beta$  はフラップ角、 $\theta$  はフェザ角をそれぞれ表す。

## 3 計算法

計算アルゴリズムは空間微分の評価に流束制限関数として minmod 関数を用いて、Roe の近似リーマン解法を用いた MUSCL 形の 2 次精度 TVD 法を使い、時間積分には Jameson-Baker の 4 次精度 Runge-Kutta 法を用いることで構成される。

$$\frac{\partial \hat{Q}}{\partial \tau} = f(\hat{Q})$$

$$\hat{Q}^1 = \hat{Q}^n + \frac{\Delta \tau}{4} f(\hat{Q}^n)$$

$$\hat{Q}^2 = \hat{Q}^n + \frac{\Delta \tau}{3} f(\hat{Q}^1)$$

$$\hat{Q}^3 = \hat{Q}^n + \frac{\Delta \tau}{2} f(\hat{Q}^2)$$

$$\hat{Q}^{n+1} = \hat{Q}^n + \Delta \tau f(\hat{Q}^3)$$

計算格子は外側の O-H 型と内側の H-H 型からなる接合格子である。図 2(a) は X-Y 面、図 2(b) は Z-X 面、図 2(c) は ブレード面の格子例である。外側格子は円周方向に 161 点 (ブレード上に 21 点)、半径方向に 41 点 (ブレード上に 24 点)、鉛直方向に 30 点の格子数からなる。内側格子は中心での特異点を除去するためのものであり、 $11 \times 11 \times 30$  点の格子数からなる。翼弦長を代表長さを用いると翼根、翼端は中心からの距離がそれぞれ 2, 7 となり、外部境界の距離は半径方向に 11 となる。また、鉛直方向の境界は翼面からの距離が 5 である。

モデルロータは 2 枚ブレードからなりアスペクト比は 5, ねじり下げ無しの矩形で翼断面が翼型 NACA0012 で表される。また、ハブの部分は存在せず、ブレードのみとしているので、翼端、翼根ともに球面で近似されている。

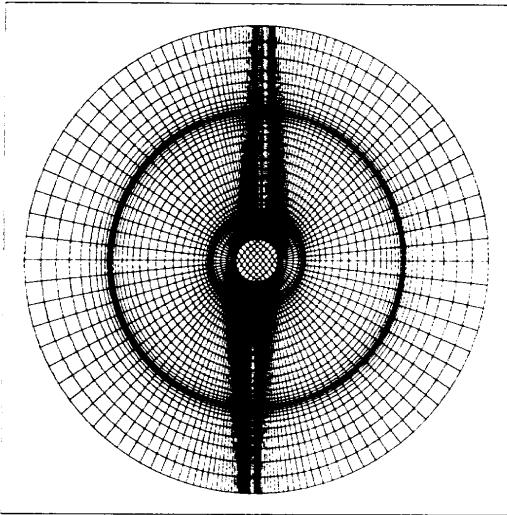
ブレードの周期的な運動は、方位角の関数としてフーリエ級数で表されるが、本研究では、ブレードは剛体であると仮定しているため、定数項および 1 次の調和項に限ることができる。本研究では次の 4 例が計算された。ケース 1 は、コレクティブピッチ角が  $7^\circ$  の場合である。ケース 2 は、フェザリング運動のみの場合で、コレクティブピッチ角を  $7^\circ$  として、横のサイクリック係数、縦のサイクリック係数がそれぞれ  $1.2^\circ$ ,  $4^\circ$  の場合である。従って、方位角が約  $73^\circ$  の時に最大ピッチ角  $11.2^\circ$ , 方位角が約  $163^\circ$  の時に最小ピッチ角  $2.8^\circ$  となる。ケース 3 は、フラッピング運動のみの場合で、コーニング角を  $6^\circ$  として、縦の傾角、横の傾角がそれぞれ  $3^\circ$ ,  $1.6^\circ$  の場合である。従って、チップパス面は後方に  $3^\circ$  傾き、右下がり  $1.6^\circ$  の面となる。ケース 4 はフラッピング、フェザリングの運動がともにある場合である。全ての例において、翼端マッハ数  $M_T = 0.8$ , 前進比  $\mu = 0.2$  である。本研究で使われたフェザ角  $\theta$ , フラップ角  $\beta$  のパラメータ例を表 1 にまとめる。

表 1: フェザ角, フラップ角のパラメータ例 (degree)

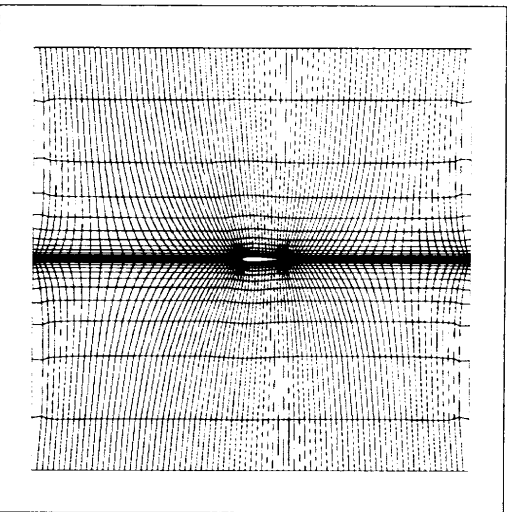
	$\theta_0$	$A_1$	$B_1$	$a_0$	$a_1$	$b_1$
ケース 1	7.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
ケース 2	7.0	1.2	4.0	0.0	0.0	0.0
ケース 3	7.0	0.0	0.0	6.0	3.0	1.6
ケース 4	7.0	1.2	4.0	6.0	3.0	1.6

$$\theta = \theta_0 - A_1 \cos \psi - B_1 \sin \psi$$

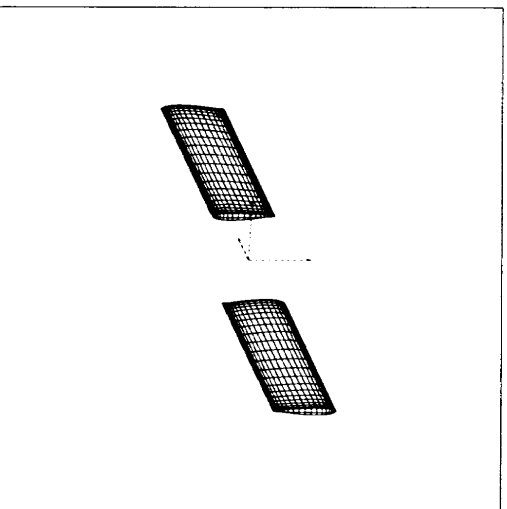
$$\beta = a_0 - a_1 \cos \psi - b_1 \sin \psi$$



(a) X-Y 面



(b) Z-X 面



(c) ブレード面

図 2: 計算格子

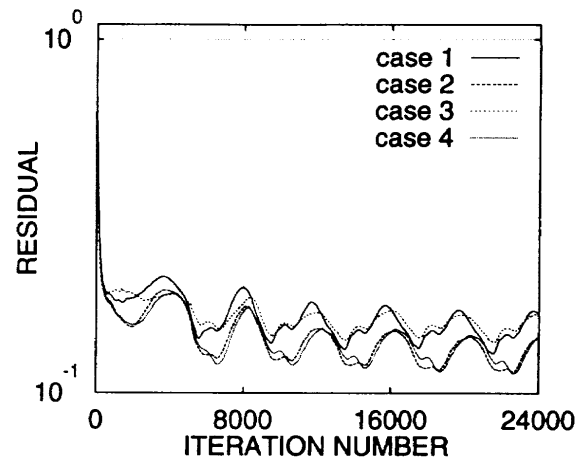


図 3: 収束履歴

#### 4 結果

本研究では、一方のブレードが方位角  $0^\circ$ 、他方のブレードが方位角  $180^\circ$  の位置を初期位置として、完全静止の状態から回転と前進を同時にスタートさせ、その後 2 から 3 回転めにかけての時に得られた計算結果を示す。図 3 は収束履歴を示すが、1 から 2 回転 (繰り返し数 8000-16000)、2 から 3 回転 (繰り返し数 16000-24000) でのパターンを比較すると各ケースともほぼ周期的な解になっていることが分かる。図 4 は ケース 4 におけるロータ上面の圧力コンタを示し、回転の方向は反時計回り、進行方向は紙面下向きである。前進側 ( $0^\circ \leq \psi \leq 180^\circ$ ) は衝撃波が現れ圧力変化が激しい一方で、後退側はほとんど圧力変化が見られない。また、翼端渦の発生による圧力変化も観察される。

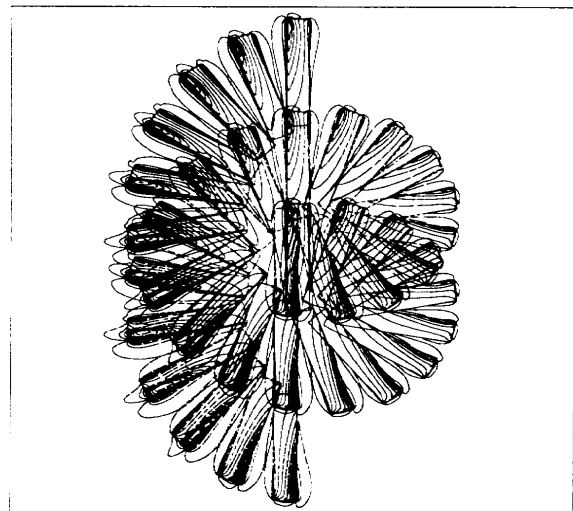


図 4: ケース 4 におけるロータ上面の圧力コンタ

図 5, 6, 7, 8 は ケース 1 から 4 の  $r/R = 0.8$  における翼断面の圧力係数を示す。(a), (b), (c), (d), (e), (f) が前進側の結果, (g), (h), (i), (j), (k), (l) が後退側の結果の例である。図 9 は 1 回転あたりのブレード揚力の変化を表し、横軸が方位角、縦軸がロータ上下面の圧力差の積分値を代表速度の 2 乗と代表密度との積で無次元化し

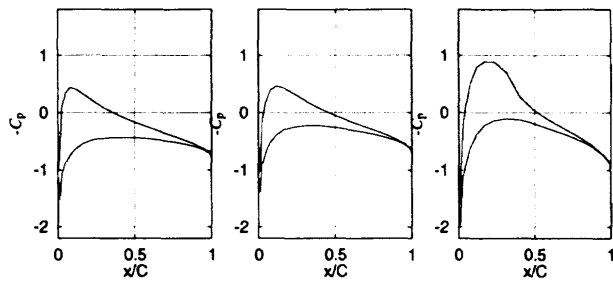
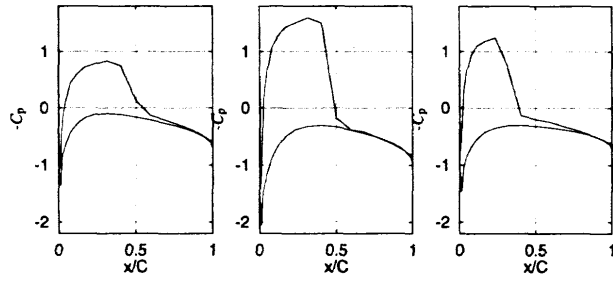
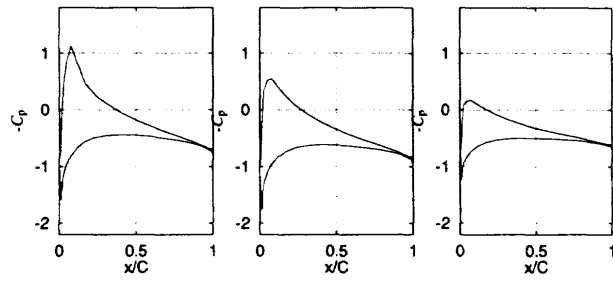
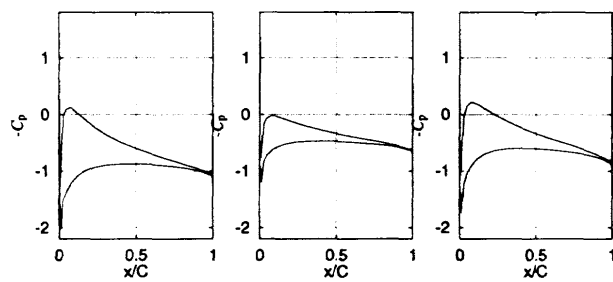
(a)  $\psi = 0^\circ$ (b)  $\psi = 30^\circ$ (c)  $\psi = 60^\circ$ (d)  $\psi = 90^\circ$ (e)  $\psi = 120^\circ$ (f)  $\psi = 150^\circ$ (g)  $\psi = 180^\circ$ (h)  $\psi = 210^\circ$ (i)  $\psi = 240^\circ$ (j)  $\psi = 270^\circ$ (k)  $\psi = 300^\circ$ (l)  $\psi = 330^\circ$ 

図 5: 各方位角での  $r/R = 0.8$  における  
圧力係数, ケース 1

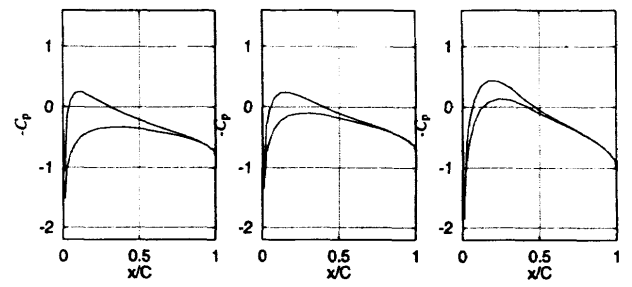
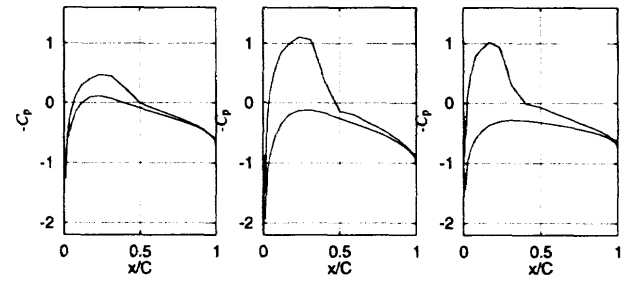
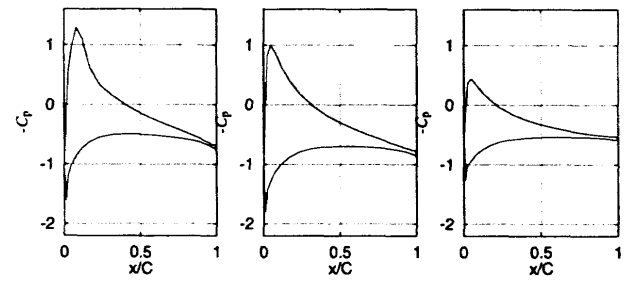
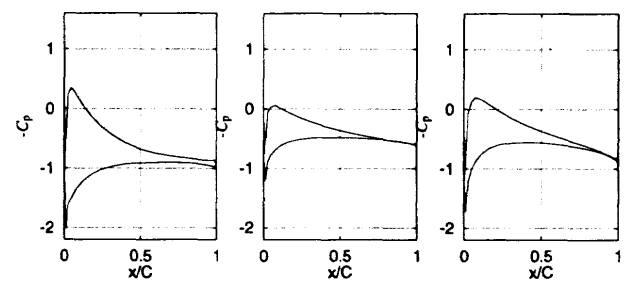
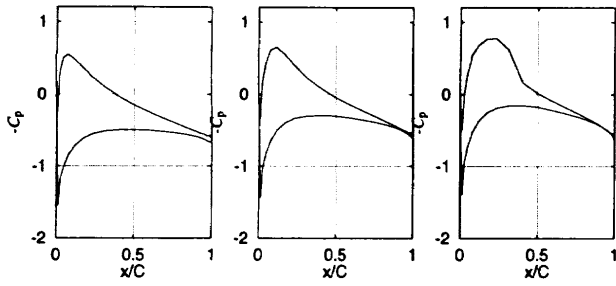
(a)  $\psi = 0^\circ$ (b)  $\psi = 30^\circ$ (c)  $\psi = 60^\circ$ (d)  $\psi = 90^\circ$ (e)  $\psi = 120^\circ$ (f)  $\psi = 150^\circ$ (g)  $\psi = 180^\circ$ (h)  $\psi = 210^\circ$ (i)  $\psi = 240^\circ$ (j)  $\psi = 270^\circ$ (k)  $\psi = 300^\circ$ (l)  $\psi = 330^\circ$ 

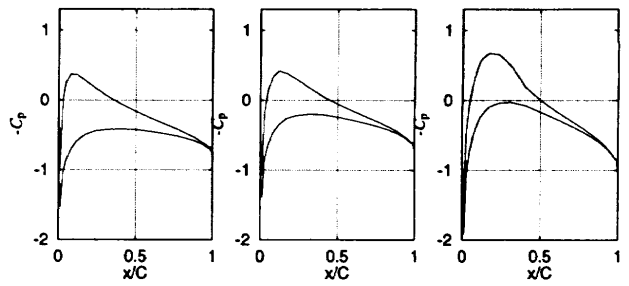
図 6: 各方位角での  $r/R = 0.8$  における  
圧力係数, ケース 2



(a)  $\psi = 0^\circ$

(b)  $\psi = 30^\circ$

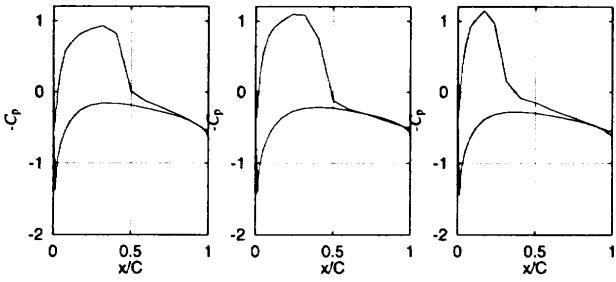
(c)  $\psi = 60^\circ$



(a)  $\psi = 0^\circ$

(b)  $\psi = 30^\circ$

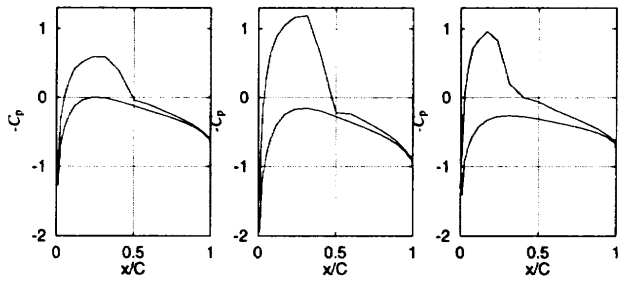
(c)  $\psi = 60^\circ$



(d)  $\psi = 90^\circ$

(e)  $\psi = 120^\circ$

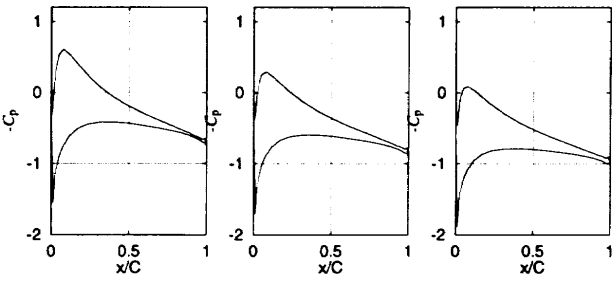
(f)  $\psi = 150^\circ$



(d)  $\psi = 90^\circ$

(e)  $\psi = 120^\circ$

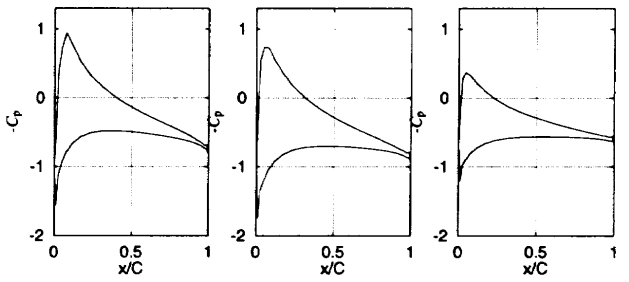
(f)  $\psi = 150^\circ$



(g)  $\psi = 180^\circ$

(h)  $\psi = 210^\circ$

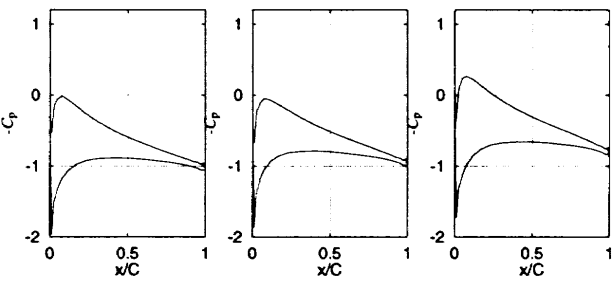
(i)  $\psi = 240^\circ$



(g)  $\psi = 180^\circ$

(h)  $\psi = 210^\circ$

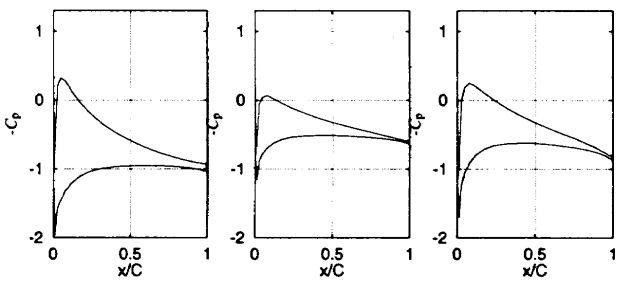
(i)  $\psi = 240^\circ$



(j)  $\psi = 270^\circ$

(k)  $\psi = 300^\circ$

(l)  $\psi = 330^\circ$



(j)  $\psi = 270^\circ$

(k)  $\psi = 300^\circ$

(l)  $\psi = 330^\circ$

図 7: 各方位角での  $r/R = 0.8$  における  
圧力係数, ケース 3

図 8: 各方位角での  $r/R = 0.8$  における  
圧力係数, ケース 4

たブレード揚力を表す。従って、傾きゼロの曲線に近いほど 1 回転あたりのブレード揚力変動は小さいことになる。実線が固定迎角の場合、点線がブレード運動を与えた場合

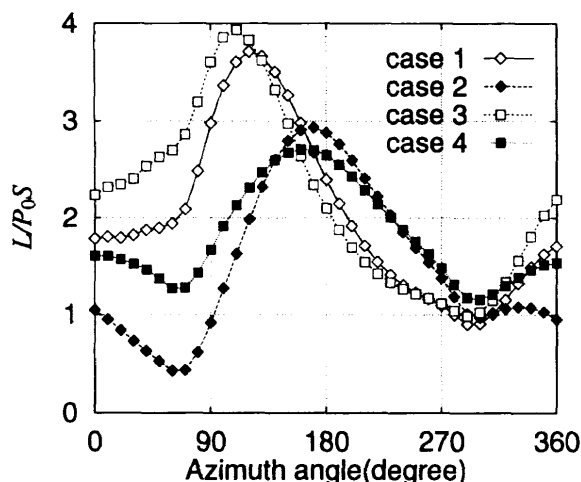


図 9: 1 回転あたりのブレード揚力変化

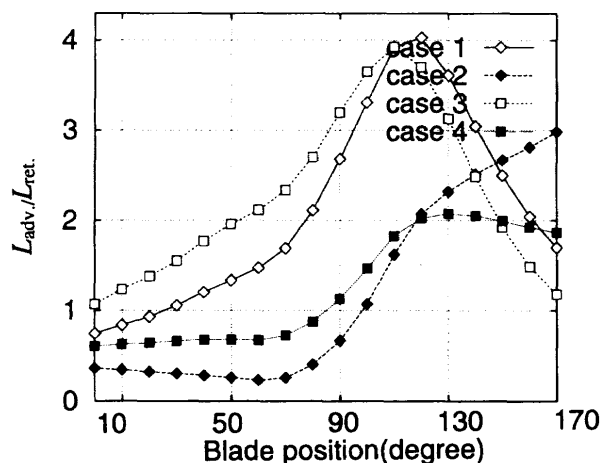


図 10: ブレード揚力比 (前進側ブレード / 後退側ブレード)

の結果である。全ての場合でトリムがとれていない事が分かるが、ケース 1, 3 の場合、ブレード揚力はほぼ正弦的に変化し  $\psi = 120^\circ$  付近で最大値となり、 $\psi = 300^\circ$  付近で最小値となっている。このことは、ブレードに対する相対速度が最大になる方位角 ( $\psi = 90^\circ$ )、最小になる方位角 ( $\psi = 270^\circ$ ) と揚力が最大および最小になる時のそれは一致せず、位相が遅れることを示している。ケース 2, 4 の場合、最大値をとる方位角はフェザリング運動の影響があるため ケース 1 よりわずかに遅れている。ケース 2 の場合は、方位角:  $\psi = 0^\circ \sim 90^\circ$  の範囲でブレード揚力が極端に減少しているが、これは、ピッチ角が小さ過ぎたためと思われる。しかしながら、ケース 4 の場合にはフラッピング運動の効果により、この傾向が弱くなっている。また、ブレード揚力の振幅は ケース 4 の場合が最小となっている。

図 10 は 2 枚のブレード間の揚力比を表している。横軸は前進側のブレード方位角、縦軸は後退側のブレード揚力と前進側のブレード揚力との比を表す。従って、この値が

1 になれば各々のブレードで発生する揚力は等しいことになる。図 9 と同様に実線が固定迎角の場合、点線がブレード運動を与えた場合を表す。ケース 1, 3 の場合はほぼすべての位置で 揚力比が 1 を越えており、これは前進側が後退側より大きな揚力を発生していることを意味する。即ち、ロータにはローリングモーメントが残っている事を示す。一方、ケース 2, 4 の場合は  $\psi = 90^\circ$  を境にして、前進側のブレードで発生する揚力と後退側のそれとが逆転していることがわかる。このことは、先程のケースと違って、ロータにはピッチングモーメントが残っている事を示している。また、揚力比の値の幅は固定迎角の場合が 0.75 ~ 4.0 であるのに対し、ブレード運動を与えた場合、特にフラッピング、フェザリング運動の両方を与えた場合は 0.6 ~ 2.0 であり、前進側で発生する揚力と後退側で発生する揚力の差が小さくなっている。

## 5 まとめ

ロータ・ブレード運動のフェザリング、フラッピング運動の効果について検討を行なった。これらの運動により前進側と後退側とで生ずる揚力の差が約 1/2 軽減されることが今回の例で示された。今回の計算ではあらかじめ決められたパラメータでブレード運動を周期的に固定したが、今後はフラッピング運動の方程式を解くことによりそれを変化させながら定常解を計算することが必要と思われる。

## 参考文献

- [1] Ahmad Jasim, and Duque Earl P. N. , "Helicopter Rotor Blade Computation in Unsteady Flows Using Moving Overset Grids", Journal of Aircraft, Vol.33, No.1, pp.54-60, 1996
- [2] Itoga, N. and Yoshizawa, Y. , "Euler Calculations of the Forward-flight Rotor Flowfields with Cyclic-pitch Variation", 第 33 回飛行機シンポジウム講演集, pp.357-360, 1995.
- [3] Itoga, N. and Yoshizawa, Y. , "Unsteady Numerical Calculations of Advancing Rotor Flowfields with Cyclic-pitch Variation", Sixth International Symposium on Computational Fluid Dynamics A Collection of Technical Papers, Vol.1 pp.485-490 Sep.4-8, 1995.

## ロータCFDコードの開発について

内山直樹\*, 中尾雅弘\*,  
藤井孝蔵\*\*, 大村 稔\*\*\*

On the Development of Rotor CFD codes  
by

Naoki Uchiyama, Masahiro Nakao,  
Kozo Fujii, Minoru Ohmura

## Abstract

In this paper the present status of the development of rotor CFD codes at MHI is presented. Currently, two Navier-Stokes codes have been developed and are used to predict the aerodynamics of unsteady three-dimensional rotor flowfield. The first code takes the transforming grid approach which considers the cyclic blade motion by an iterative re-gridding procedure applied to the whole single grid system. On the other hand, the latter code takes the overlapped grid approach. This approach makes use of background Cartesian grid and zonal grids that adapt each rotor blade in motion. Presently, computed results of each code have been validated against experimental data.

## 1. はじめに

ヘリコプタロータ・ブレードの高性能化を目指して、新たな設計技術が開発されつつある。その一つとしてCFD (Computational Fluid Dynamics) の適用が期待されている。特にNavier-Stokes / Euler 方程式の数値解析は失速や衝撃波生成等、高性能ブレード設計において課題となる流体現象が直接シミュレートでき、従来のポテンシャル流をもとにした揚力線理論やパネル法による解析よりも流れの詳細を推定できる能力を有する。

一方、国内外を問わずロータ周りの流れ場に対するNavier-Stokes / Euler 解析は固定翼機のそれに比べ遅れている現状がある。固定翼機分野では二次元翼型から全機形状に至るまで、主に定常流を対象として種々の解析が行われ、設計ツールとして活用されている。これに対し、ロータ周りの流れ場のNavier-Stokes / Euler 解析は研究開発レベルにあり

設計ツールとしての活用はこれからである。この原因として、非定常性と同時に三次元性が強いロータ周りの流れ場解析が必然的に大規模な計算となり、設計ツールとしての普遍性と効率の良さを兼ね備えた解析コードの実現が容易でないことが挙げられる。しかしながら、近年各国で高まりつつある先進ブレード形状の設計／開発においては、より精度の高いブレード周りの流れ場解析が要求され、Navier-Stokes / Euler 解析の必要性が増している。

本報告では、こうした情勢を受けて著者等がMHIにおいて開発しているヘリコプタロータ・ブレード周りの流れ場解析コードを紹介する。

## 2. ヘリコプタロータ・ブレード周りの流れ場

図1にヘリコプタロータ・ブレード周りの流れ場においてみられる特徴的な物理現象を示す。ヘリコプタの前進飛行時には、ロータ回転の方向性に起因してブレードの対気相対速度が非定常に変化する。高速飛行時には、対気相対速度が最大となるロータ方位角 $\psi=90^\circ$  近傍で翼端部において遷音速状態となり、非定常な衝撃波を生成すること

\* (株)三菱重工業 名古屋航空宇宙システム製作所

\*\* 宇宙科学研究所

\*\*\* (株)CTI

がある。一方、対気相対速度が小さくなる後退側 ( $180^\circ < \psi < 360^\circ$ ) のブレードにおいては、ピッチ角の増加によるダイナミック・ストールが起こる場合がある。また、ブレード端から生ずる強い翼端渦と後続ブレードとの干渉は、BVI (Blade - Vortex Interaction) として知られ、空力的問題のみならず騒音問題に直結する現象である。

### 3. ロータ流れ場解析モデル

一般に、ブレードはロータ方位角 $\psi$ に応じサイクリックに変化するピッチング運動及びフラッピング運動と、ロータ回転面内の自由度によるリード・ラグ運動を伴う (図2参照)。さらに、空気力によるブレードの弾性変形効果が考えられる。

ロータの流れ場解析においては、ブレードの運動を如何に考慮するかが技術的な要点となる。これに対する解析モデルとして次の段階が考えられる。

- (1) ブレードの回転のみを考慮し、サイクリック運動を無視したモデル。ホバリング計算のみ対応可能。
- (2) 前進飛行時に対応して、ピッチ角及びフラップ角に対するサイクリック変化を既知の関数形で与えるモデル。
- (3) トリム計算とCFDによる空力計算をカップリングさせることにより、ブレードのサイクリック運動を計算過程において決定するモデル。

一般に、上より順に解析の汎用性が増すと考えられる。段階(2)以降においては、各ブレードの位置変化を考慮する必要があるため、計算格子の時間的変化を扱う必要がある。当所における開発状況は

現在、段階(2)にあり、ブレードのサイクリック運動の決定は別途、CAMRADを用いたトリム解析により行われる。

### 4. ロータCFDコード

ロータCFDコードにおいてはブレードの運動を考慮した計算格子系の採用が必要となる。これには次の2種の方法が考えられる。

- (a) 移動変形格子法：単一格子系を用い、毎時間刻みごとにブレードの移動変形に応じた計算格子の生成を行う (図3参照)。この際、格子の変形に伴い計算要素体積、メトリクス等を再計算する必要がある。本手法ではブレードの剛体変形のみならず弾性変形も扱える利点があるが、一方、単一格子系であるためヘリコプタ胴体等の非回転部分を考慮することが困難である。
- (b) 複合格子法：複合格子系を用い、各ブレードを囲む個々の計算格子と全体の流れ場を捕える背景計算格子との間で、毎時間刻みごとに流れ場物理量を互いに補間する (図4参照)。本手法では物体要素毎に格子を生成するため、胴体の導入等の拡張性に優れている。

当所においては、上記2種の手法にもとづくロータCFDコードをそれぞれ開発している。以下に各コードの仕様を紹介し、またそれぞれに行った検証計算結果を示す。

#### 4. 1 移動変形格子法ロータCFDコード

##### 4. 1. 1 移動変形格子

本手法では、計算格子は回転軸まわりに回転しな

がらブレードの運動に合わせて変形する。前進飛行時の飛行速度は、回転する格子系に前進する方向から一様な流れを流入することにより模擬する。さらに前進飛行時のロータの傾きは、回転軸に対して一様流の方向を傾けることにより設定する。格子を変形する際、物体近傍の格子が集中したところでは格子の重なりなどの不具合が起こりやすい。この不具合を回避するため、ブレード近傍の格子はブレードの運動とともに変形させる一方、外側境界では不変として、その間を滑らかに結ぶように変形させている。図5にブレード近傍の格子の変形を、スパン位置  $r/R=0.8$  断面について示す。同図より、ブレードが前進側にある方位角  $\psi=90^\circ$  ではピッチ角が小さく、後退側  $\psi=270^\circ$  では逆に大きくなるようサイクリック運動が行われていることが確認できる。

#### 4. 1. 2 離散化手法

本解析コードにおいては、空間に固定された座標系で記述された三次元非定常Navier-Stokes/Euler方程式を基礎方程式とする。対流項の評価においてはRoeの風上差分法を用い、さらに原始変数に対するMUSCL法の適用により高次精度化を行っている。また、ブレードの運動に伴った非定常流れ場を解析するためには大きな時間刻みが採用できる陰的時間積分法の採用が必要となる。本解析コードにおいてはLU-ADI法[1]を適用している。

#### 4. 1. 3 解析結果

本解析コードを用い、NASA AMES研究所で行われたAH-1Gヘリコプタによる前進飛行試験[2]と同条件の解析を行い、ブレード表面上の圧力分布を両者で比較した。同機体のロータはOLSロータと称し、対称翼型を有する2枚の矩形ブレードから成

る。ブレードは  $-10^\circ$  の線形の捻りを有する。図6に計算格子の全体図を示す。計算格子点数は約90,000点である。飛行条件は前進速度82kt、翼端マッハ数0.65とした。図7はブレード表面上の圧力分布を表し、ブレード方位角による圧力変動が捕らえられている。図8にスパン位置75%での圧力分布を本解析結果と飛行試験データとで比較する。ブレード前進側 ( $\psi=90^\circ$ ) 及び後退側 ( $\psi=270^\circ$ ) ともに前縁付近での圧力に試験データとの相違がみられるが、傾向的には概ね良い一致がみられる。

### 4. 2 複合格子法ロータCFDコード

#### 4. 2. 1 複合格子系

本手法の計算格子系は、個々のブレードを囲みブレードと共に移動する物体境界適合格子（以下、ブレード格子）と、計算領域全体を覆う背景直交格子から構成される。ブレード格子はブレード方位角  $\psi$  に対する以下の一次の調和関数により、ピッチング及びフラッピング運動を行う。

$$\theta = \theta_0 - \theta_1 \cos \psi - \theta_2 \sin \psi$$

$$\beta = \beta_0 - \beta_1 \cos \psi - \beta_2 \sin \psi$$

ここで調和関数の各係数は一般に、予め各飛行条件に合わせて別途トリム計算より算出される。

#### 4. 2. 2 離散化手法

本解析コードにおいても、移動変形格子法コードと同様、空間に固定された座標系で記述された三次元非定常Navier-Stokes/Euler方程式を基礎方程式とする。本手法においては、ブレード格子と背景格子との間で、計算過程の中で逐次更新される物理量を互いに補間する必要がある。図9に示すようにブレード格子の境界点においては、これを囲む背景



格子よりその物理量を線形補間し、逆にブレード格子内部の格子点により囲まれる背景格子点は、ブレード格子点での値を用いて補間される。これにより、格子間の流れの連続性が達成される。本過程は解強制置換法 [3] を用いて実現される。本手法では必要箇所において解の強制置換を可能とする解強制置換項を右辺に有した以下の基礎方程式を扱う。

$$\partial_{\tau} Q + \partial_{\xi} E + \partial_{\eta} F + \partial_{\zeta} G - \frac{1}{Re} \partial_{\eta} S = \chi (Q_f - Q)$$

ここで、 $Q$  は保存変数、 $E$ ,  $F$ ,  $G$  はそれぞれ一般曲線座標 ( $\tau, \xi, \eta, \zeta$ ) 上での対流項流束を表し、 $S$  は薄層近似した粘性流束を表す。また、 $Re$  はレイノルズ数を表す。右辺に関し、保存変数  $Q$  を強制解  $Q_f$  に置換する必要がある格子点においては  $\chi$  に十分大きな値 ( $\chi=100,000$ ) を代入し、 $Q=Q_f$  が実用的な精度で満たされるようにする。また、解の強制置換を必要としない大部分の格子点においては  $\chi=0$  とする。また対流項の評価には MUSCL 法により高次精度化した Roe の風上差分法を用い、陰的時間積分法には LU-ADI 法を適用した。

#### 4. 2. 3 解析結果

本解析コードを用い、以下に示す 2 ケースの計算を行った。

##### 1) モデル・ロータのホバリング時の粘性計算

本ケースでは Caradonna 等 [4] による風洞試験と同条件の計算を行った。本モデル・ロータは、NACA0012 翼型を有する 2 枚の矩形ブレードから成る。ホバリング条件は翼端マッハ数が 0.794、ブレード・ピッチ角が  $12^\circ$ 、翼端レイノルズ数が  $3.55 \times 10^6$  である。図 10 (a), (b) にスパン位置 80% 及び 89% での圧力分布をそれぞれ本解析結果と風洞試験

データとで比較する。同図において、解析結果による衝撃波位置がやや下流にあるが、概ねにおいて試験データと良い一致を示している。

##### 2) AH-1G OLS ロータ前進飛行時の非粘性計算

移動変形格子法での計算ケースと同じ AH-1G OLS ロータの前進飛行解析を行った。計算格子数は背景格子が 295,245 点、2 つのブレード格子がそれぞれ 95,445 点とした。図 11 にスパン位置 91% での圧力分布を方位角  $\psi=90^\circ$ ,  $270^\circ$  について、本解析結果と試験データを比較する。両者は概ねにおいて良い一致を示している。

#### 5. まとめ

- (1) 移動変形格子及び複合格子を用いたロータ CFD コードをそれぞれ開発した。
- (2) それぞれの解析コードを用い、ブレードのサイクリック運動を予め既定した前進飛行時の流れ場解析を行なった。両手法において、ブレード表面上の非定常圧力分布に関し、飛行試験データと概ね良好な一致がみられ、解析手法の有効性が示された。
- (3) 今後は両手法の長所を生かし、ブレードの弾性変形の考慮やヘリコプタ胴体を導入した解析を目指す。

#### 6. 参考文献

- [1] Obayashi, S., Matsushima, K., Fujii, K. and Kuwahara, K., AIAA Paper 86-338, Jan., 1986.
- [2] Cross, J.L. and Watts, M.E., NASA RP-1179, Dec., 1988.
- [3] Fujii, K., J. Comp. Phys., Vol. 118, 1995.
- [4] Caradonna, F.X. and Tung, C., NASA TM-81232, Sep., 1981.

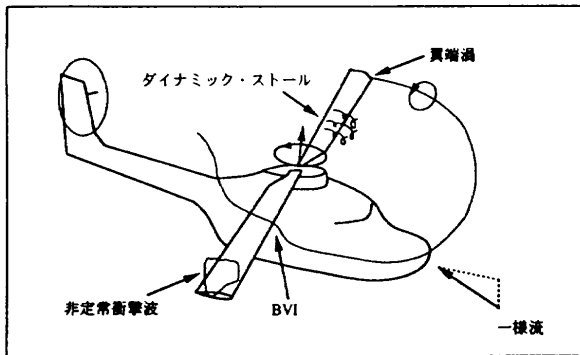


図1. ヘリコプタロータ・ブレード周りの流れ場

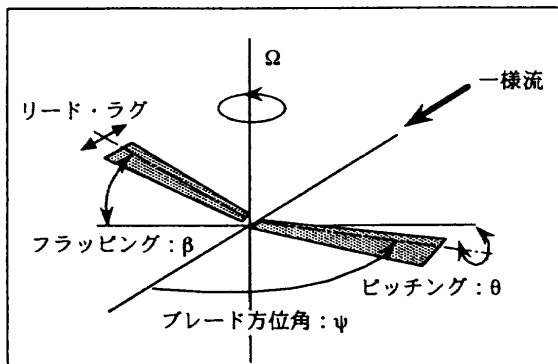


図2. ブレードの運動

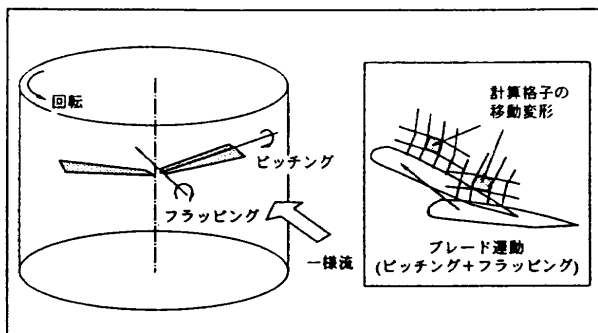


図3. 移動変形格子法

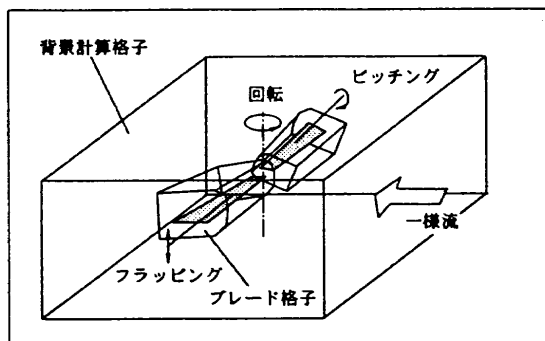


図4. 複合格子法

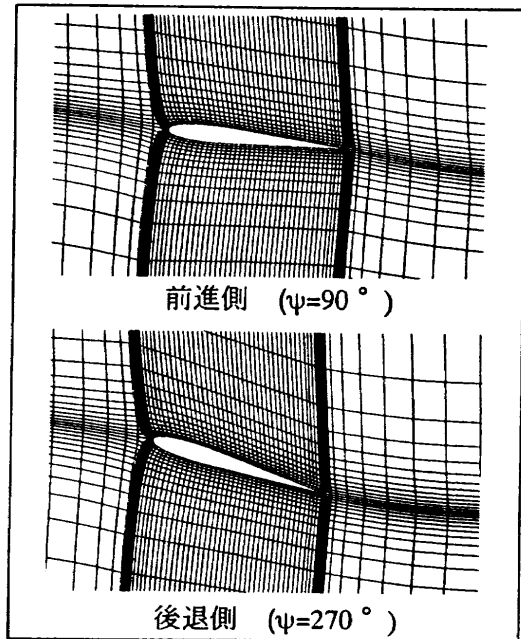


図5. 格子の変形 (移動変形格子法)

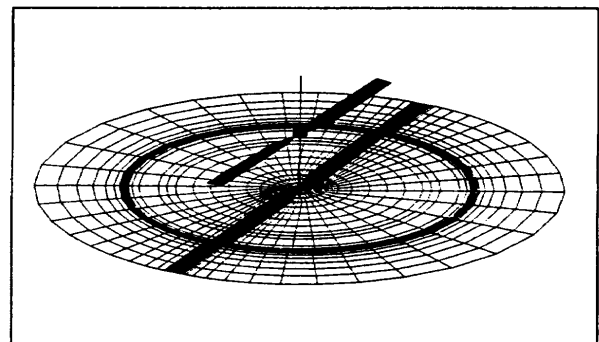


図6. 計算格子 (移動変形格子法)

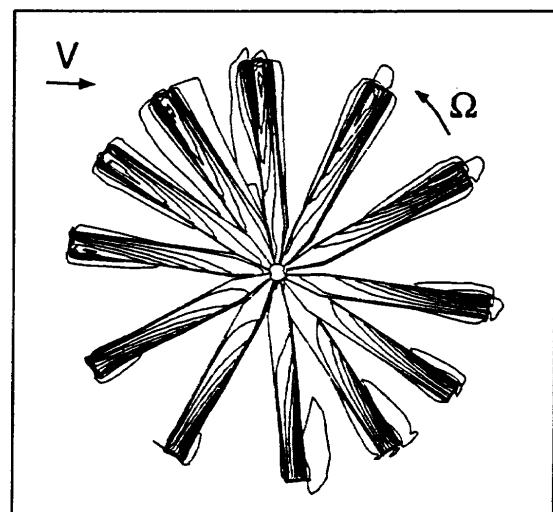


図7. 前進飛行時のブレード表面圧力 (移動変形格子法)

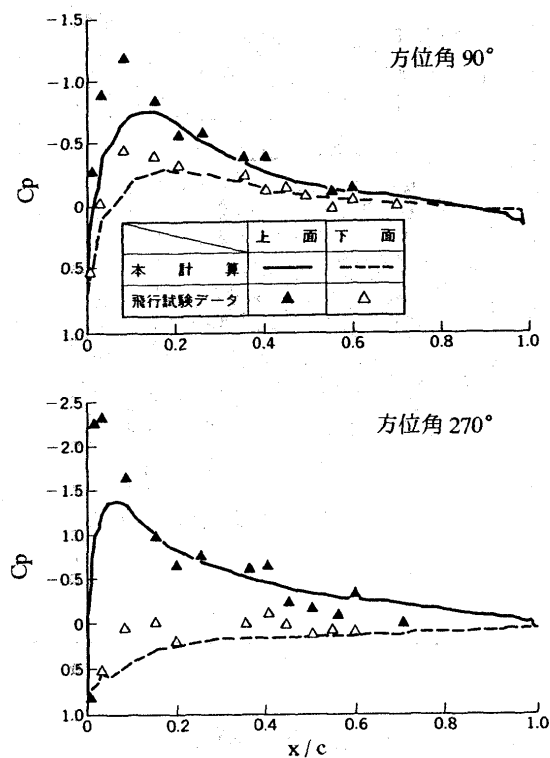


図 8. 前進飛行時圧力分布 (75%スパン)  
(移動変形格子法)

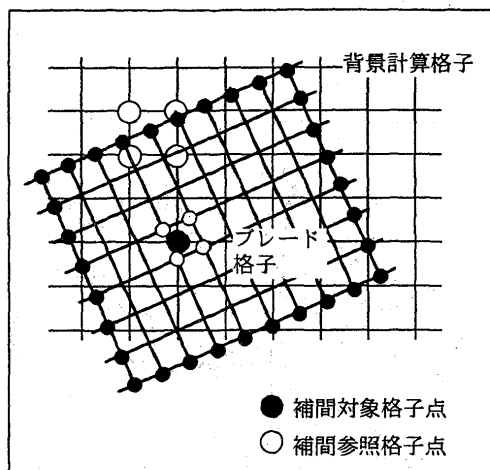


図 9. 複合格子間の物理量の補間  
(複合格子法)

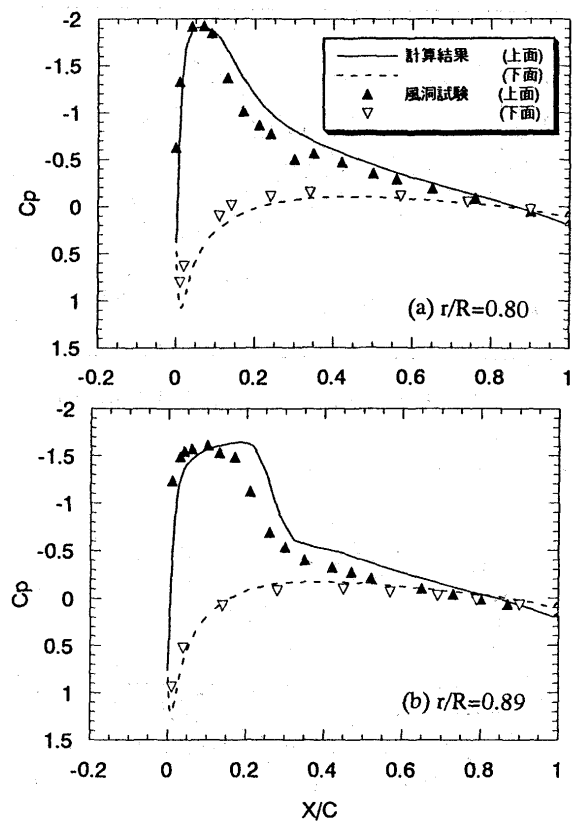


図 10. ホバリング時圧力分布  
(複合格子法)

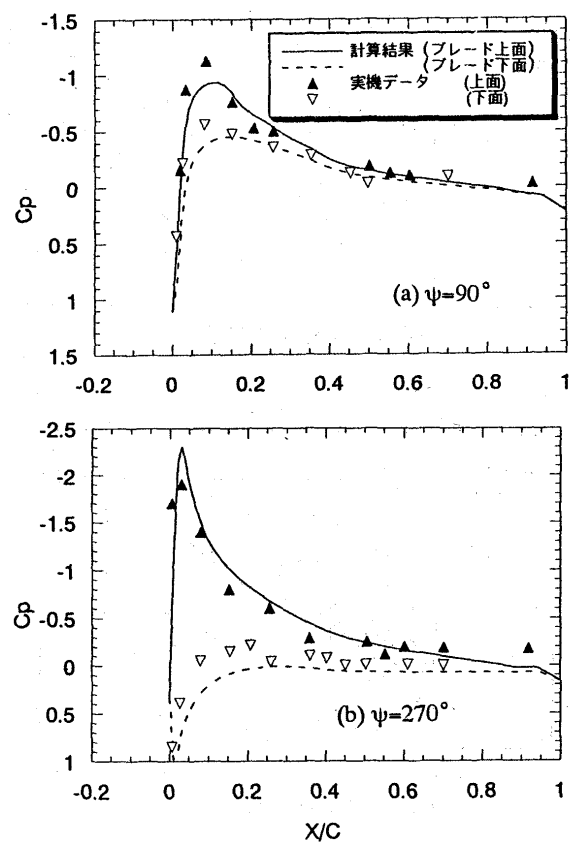


図 11. 前進飛行時圧力分布 (91%スパン)  
(複合格子法)

## 後退円柱上の境界層遷移の予測

野村聡幸<sup>\*1</sup>

## Prediction of Boundary-Layer Transition on a Swept Cylinder

by

Toshiyuki NOMURA

National Aerospace Laboratory

## ABSTRACT

A system for prediction of boundary-layer transition is developed. The system consists of three stages, which are the Navier-Stokes simulation, linear stability analysis and  $e^N$  method. The system is applied to the compressible boundary layer along the attachment line of an infinite swept cylinder. Two types of grids that have different resolutions are generated around the cylinder. The results obtained with these grids are compared at each stage to validate the system.

## 1. はじめに

次世代超音速輸送機の開発における最大の課題は、コンコルドで7程度の揚抗比を10近くに高めることであるが、それには抵抗の大幅な低減が必要である。層流制御技術が抵抗低減を実現する有力な手段と考えられているが、その技術の確立にあたっては、境界層遷移のメカニズムの解析と遷移開始位置の予測を行うツールが不可欠である。

境界層の微小擾乱に対する不安定性を数値的に解析して遷移を予測する手法として、線形安定解析と  $e^N$  法が組み合わせて用いられている。この手法により後退円柱の付着線境界層の遷移<sup>1)</sup>や実機の主翼前縁付近の境界層の遷移<sup>2)</sup>が予測されている。

本研究では、2次元翼または後退翼まわりの流れを計算する Navier-Stokes コード、境界層中の微小擾乱の空間増幅を計算する parabolized stability equations (PSE)コード、微小擾乱の空間増幅率を積分する  $e^N$  法コードからなる境界層遷移予測システムを開発した。そして、このシステムを超音速流中に置かれた後退円柱の付着線境界層に適用した。

## 2. 境界層遷移予測システム

Navier-Stokes シミュレーション、線形安定解析、 $e^N$  法、これら3つのステップを経て境界層の遷移開始位置を予測する。遷移予測システムのフローを図1に示す。このシステムは一般化曲線座標で定式化されており、2次元翼または後退翼に容易に適用できる。

## 2.1 Navier-Stokes シミュレーション

マッハ数 3.5、円柱直径を代表長さとするレイノ

ルズ数  $1.05 \times 10^6$  の主流中に置かれた後退角 60 度の無限円柱(図2)の周りに、壁面に垂直な方向の点数が異なる2つのC型格子(448×181と448×361)を Takanashi の方法<sup>3)</sup>に基づくコードで生成した。このC型格子をスパン方向の複数位置に配置することで Navier-Stokes シミュレーションに必要な3次元格子を構成した。

Navier-Stokes コードの支配方程式は保存型の薄層近似 Navier-Stokes 方程式である。

$$\frac{\partial \hat{Q}}{\partial \tau} + \frac{\partial \hat{E}}{\partial \xi} + \frac{\partial \hat{F}}{\partial \eta} + \frac{\partial \hat{G}}{\partial \zeta} = \frac{1}{Re} \frac{\partial \hat{F}_v}{\partial \eta}$$

この式を有限体積法で数値的に解く。非粘性流束は Chakravarthy-Osher の TVD スキーム<sup>4)</sup>で、粘性流束は Gauss の定理に基づく中心差分に相当する方法で計算する。時間進行には対角化 ADI 法<sup>5)</sup>をクーラン数一定のローカル・タイムステップとともに用いる。

## 2.2 線形安定解析

微小擾乱は次式で表される。

$$\tilde{q}(\xi, \eta, \zeta, \tau) = \tilde{q}(\xi, \eta) \exp \left[ i \left\{ \int_{\xi_0}^{\xi} \alpha(\xi) d\xi + \beta \zeta - \omega \tau \right\} \right]$$

ここで  $q = (u, v, p, T, w)^T$  である。この微小擾乱を薄層近似 Navier-Stokes 方程式に代入し、Navier-Stokes 方程式を線形化することで線形 PSE を得る。

$$D \hat{q} + A \frac{\partial \hat{q}}{\partial \xi} + B \frac{\partial \hat{q}}{\partial \eta} = V \frac{\partial^2 \hat{q}}{\partial \eta^2}$$

ここで  $D, A, B, V$  は  $5 \times 5$  行列である。 $\eta$  方向の微分は2次の中心差分で近似され、 $\xi$  方向の微分は1次の後退差分で近似される。

$\hat{q}$  が  $\eta$  のみの関数であると仮定し、壁面と主流中で境界条件  $\hat{q} = 0$  を与えると、PSE は  $5 \times 5$  ブロック

<sup>\*1</sup> 航空宇宙技術研究所

の3重対角行列となる。この行列は $\alpha$ を固有値とする固有値問題に変形され、Malikのグローバル法<sup>9)</sup>を適用することで $\alpha$ とそれに対応する固有ベクトルが求まる。

グローバル法で得られた初期擾乱をPSEの放物型の特性を利用して $\xi$ 方向に空間進行させ、各位置での $\alpha$ を求める。この空間進行法はBertolottiらの方法<sup>7)</sup>に基づく。

### 2.3 $e^N$ 法

PSEコードで計算された $\alpha$ の虚数部の符号を反転させたものが空間増幅率である。これを $\xi$ 方向に積分し、得られた値 $N$ に基づいて遷移開始位置を予測する。

## 3. 計算結果

上記の2種類の格子で計算された無限後退円柱の付着線境界層に遷移予測システムを適用し、各ステップで得られる結果を比較する。

### 3.1 速度分布と温度分布

図3と図4に各格子で得られた付着線境界層の速度分布と温度分布を示す。スパン方向の速度 $\bar{u}$ と温度 $\bar{T}$ はそれらの境界層端での値で無次元化されている。また、壁面からの距離 $Y$ は参考文献1の相似長さで無次元化されている。

スパン方向に周期境界条件を課しているために時間進行とともに境界層が厚くなる。両ケースで境界層を全く同じにするには収束までの実時間を揃える必要があったが、実際の収束の判定には残差の変化と物理量の分布の変化だけが参照された。このために両ケースで若干異なった境界層となった。

### 3.2 初期擾乱

付着線で壁面から円柱直径の10%の高さ(排除厚さの約70倍)までをPSEコードの計算領域とし、波数ベクトルがスパン方向と60度の傾きをなすT-S波のスパン方向の空間増幅率を求めた。各格子で得られた値を表1と表2に、Malikのグローバル法とGasterの関係式<sup>8)</sup>を用いて得られた値とともに示す。 $\alpha$ の実数部はスパン方向の波数、 $\alpha$ の虚数部の符号を反転させたものはスパン方向の空間増幅率、 $\beta$ はコード方向の波数、 $\omega$ は振動数であり、これらの値は排除厚さと境界層端での速度で無次元化されている。

表1で $\alpha$ の実数部は良く一致しているが、 $\alpha$ の虚数部は大きく異なっている。格子点数を倍にした表2でも $\alpha$ について全く同様の傾向が見られる。参考文献1によると「Malik & Gaster」の値の方が妥当であり、PSEコードに用いられた手法に何らかの間

題があると考えられる。PSEコードとMalikのグローバル法の最も大きな違いは微小擾乱の定義位置である。PSEコードはセル・センターで全ての擾乱を定義しているが、Malikのグローバル法はセル・センターで圧力の擾乱を、セル・フェイスで速度と温度の擾乱を定義している。PSEコードにもスタッガード・メッシュを採用し、再度Malikのグローバル法と比較することを考えている。

### 3.3 擾乱の空間進行

上記の斜めT-S波をPSEコードでスパン方向に空間進行させたときの $\alpha$ と $N$ を図5と図6に示す。スパン方向の1ステップの幅は円柱直径の1.27%であり、 $\alpha$ はこの幅で無次元化されている。

付着線境界層はスパン方向に変化しないので、T-S波の空間進行によって $\alpha$ が変化することはないはずである。しかし、図5で45ステップ、図6で110ステップしか $\alpha$ は保たれていない。特に図5の $\alpha$ の虚数部は著しく変化している。擾乱の空間進行は複素行列の反転により行われており、故にその複素行列が対角優位でないと安定した空間進行は行えない。複素行列の対角優位を増す工夫が必要である。また、格子点数を倍にすることで $\alpha$ の非物理的な変化はやや抑えられており、PSEコードの差分近似の精度を高めることでも同様の効果が得られると期待される。

## 4. まとめ

2次元翼または後退翼まわりの流れを計算するNavier-Stokesコード、境界層中の微小擾乱の空間増幅率を計算するPSEコード、微小擾乱の空間増幅率を積分する $e^N$ 法コードからなる境界層遷移予測システムを開発した。超音速流中に置かれた無限後退円柱のまわりに、壁面に垂直な方向の点数が異なる2つのC型格子を生成した。そして、各格子で得られた付着線境界層に遷移予測システムを適用し、ステップ毎に結果を比較した。

PSEコードで計算された斜めT-S波の $\alpha$ は格子点数によらずほぼ同じになるが、この値を従来の手法で計算された値と比較すると、 $\alpha$ の虚数部が2倍近い値になっている。PSEコードと従来の手法の最も大きな違いは微小擾乱の定義位置であり、PSEコードにも従来の手法と同様にスタッガード・メッシュを採用して、再度 $\alpha$ を比較する予定である。

斜めT-S波をPSEコードでスパン方向に空間進行させると、 $\alpha$ が非物理的な変化を起こす。空間進行は複素行列を反転することで行われているので、その複素行列が対角優位でないと安定した空間進行

は行えない。複素行列の対角優位を増す工夫が必要である。また、PSEコードの差分近似の精度を高めることでも空間進行の安定化が期待できる。

### 参考文献

- 1) Malik, M.R. and Beckwith, I.E., "Stability of a Supersonic Boundary Layer along a Swept Leading Edge," AGARD CP 438, pp. 3-1 to 3-9, 1988.
- 2) Woan, C.J., Gingrich, P.B. and George, M.W., "CFD Validation of a Supersonic Laminar Flow Control Concept," AIAA Paper 91-0188, January 1991.
- 3) Takanashi, S. and Takemoto, M., "A Method of Generating Structured-Grids for Complex Geometries and Its Application to the Navier-Stokes Simulation," CFD J., Vol. 2, No. 2, pp. 209-218, 1993.
- 4) Chakravarthy, S.R., "Development of Upwind

Schemes for the Euler Equations," NASA CR 4043, 1987.

- 5) Pulliam, T.H. and Chaussee, D.S., "A Diagonal Form of an Implicit Approximate-Factorization Algorithm," J. Comput. Phys., Vol. 39, pp. 347-363, 1981.
- 6) Malik, M.R., "Finite-Difference Solution of the Compressible Stability Eigenvalue Problem," NASA CR 3584, 1982.
- 7) Bertolotti, F.P., Herbert, Th. and Spalart, P.R., "Linear and Nonlinear Stability of the Blasius Boundary Layer," J. Fluid Mech., Vol. 242, pp. 441-474, 1992.
- 8) Gaster, M., "A Note on the Relation between Temporally-Increasing and Spatially-Increasing Disturbances in Hydrodynamic Stability," J. Fluid Mech., Vol. 14, pp. 222-224, 1962.

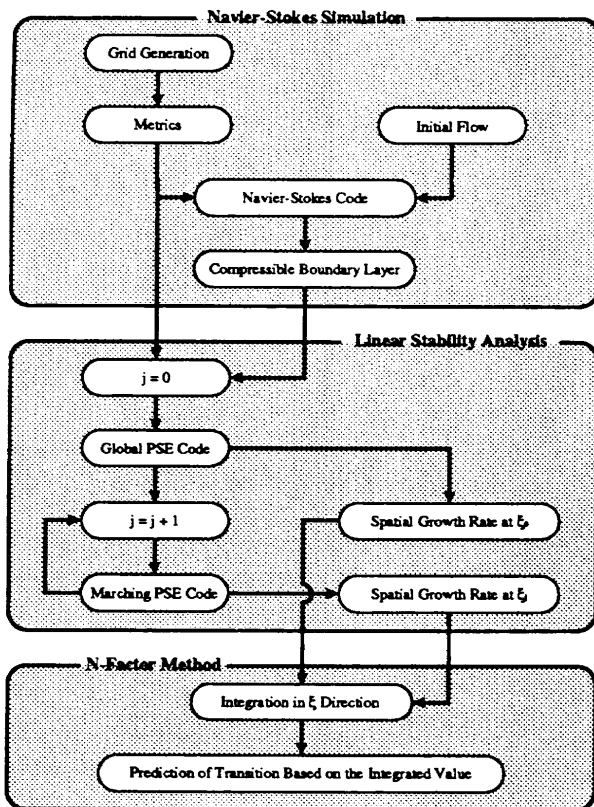


図1 境界層遷移予測システム

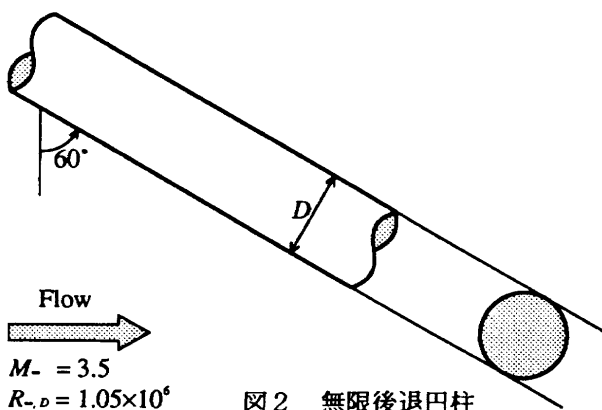


図2 無限後退円柱

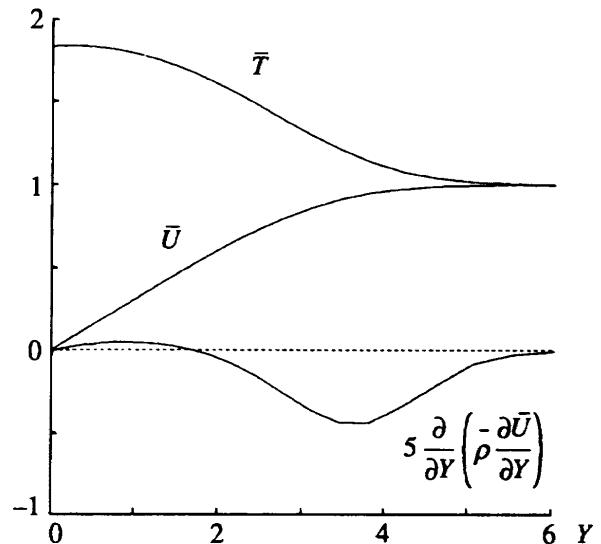


図3 速度分布と温度分布(448×181)

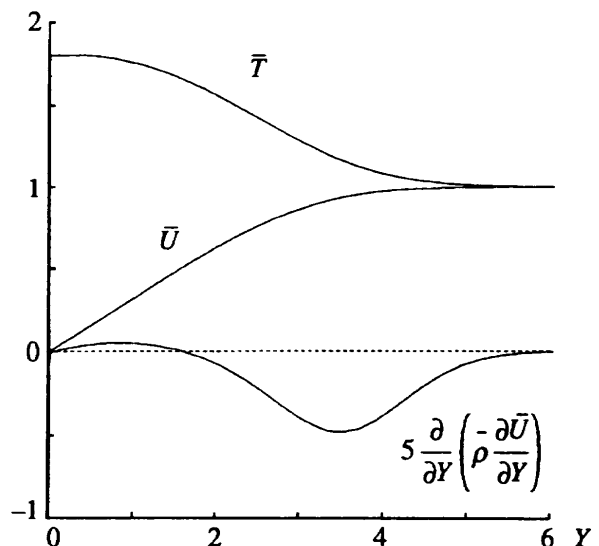


図4 速度分布と温度分布(448×361)

	$\alpha$	$\beta$	$\omega$
Malik & Gaster	$0.1150000 - 0.002458389i$	$0.115\sqrt{3}$	$0.06087775$
Global PSE	$0.1157745 - 0.004520954i$	$0.115\sqrt{3}$	$0.06087775$

表 1 斜めT-S波(448×181)

	$\alpha$	$\beta$	$\omega$
Malik & Gaster	$0.1150000 - 0.002365831i$	$0.115\sqrt{3}$	$0.06060185$
Global PSE	$0.1156229 - 0.004410961i$	$0.115\sqrt{3}$	$0.06060185$

表 2 斜めT-S波(448×361)

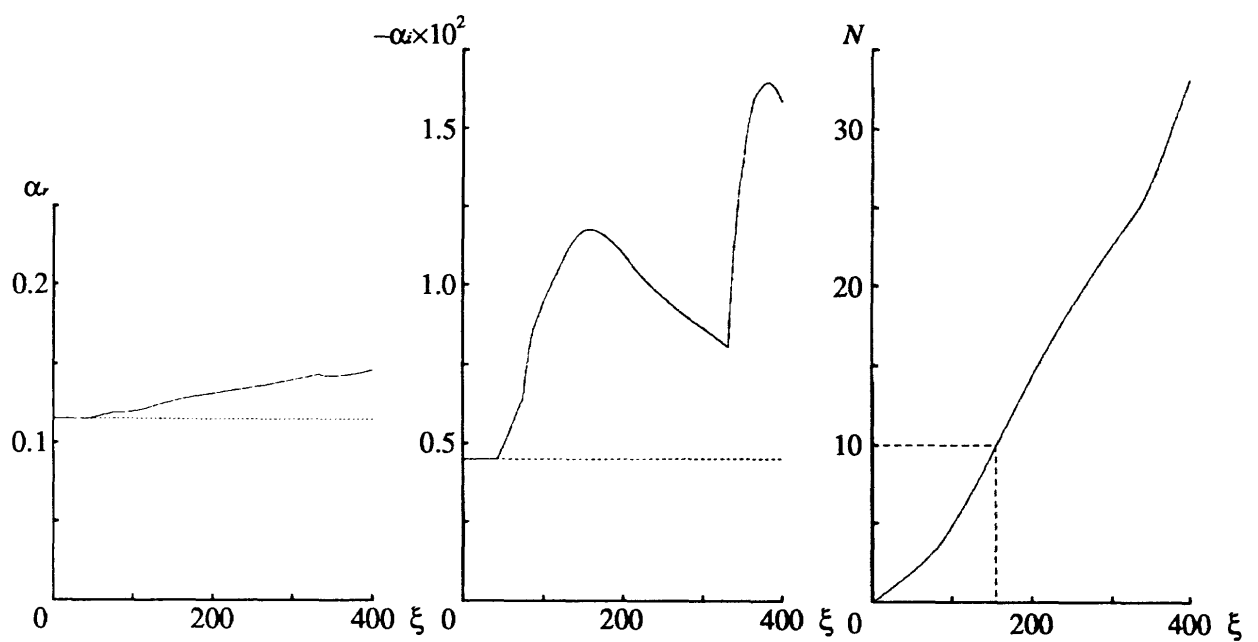


図 5 斜めT-S波の空間増幅(448×181)

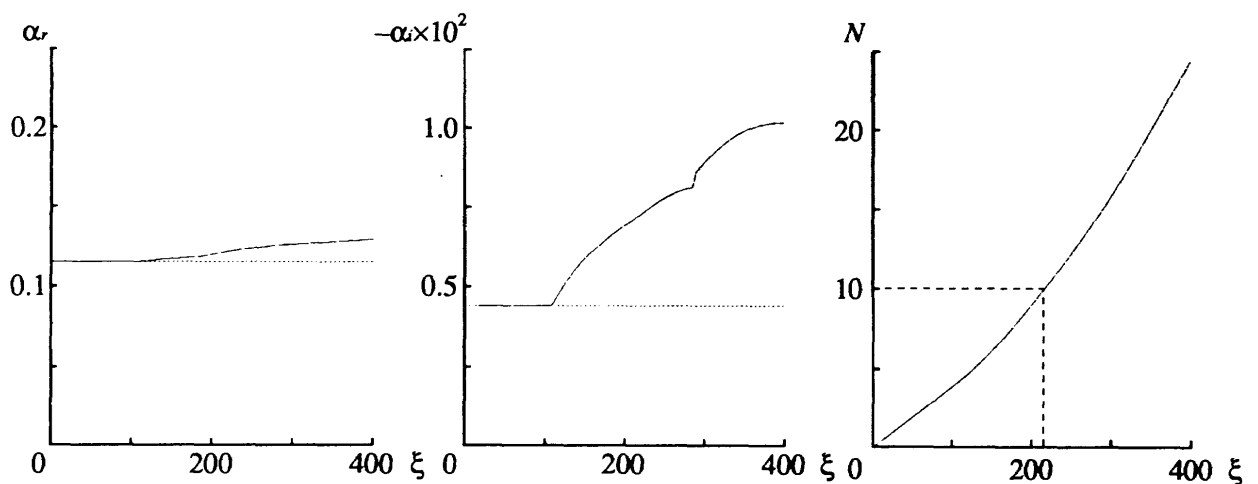


図 6 斜めT-S波の空間増幅(448×361)

## 圧縮性流体の乱流数値シミュレーションについて

小川 哲, 溝渕泰寛, 松尾裕一 (航技研 数理)

## On the Turbulence Numerical Simulation of Compressible Flows

Satoru Ogawa, Yasuhiro Mizobuchi and Yuichi Matsuo (NAL CSD)

## ABSTRACT

Numerical simulation is carried out to investigate the applicability of monotone numerical scheme in resolving the fine structure of turbulence of compressible fluids. Three-dimensional compressible Navier-Stokes equations are solved for the Taylor-Couette flows, and the characteristic feature of fully developed turbulence are examined. It is shown that the large numerical simulations using NAL NWT system give the fairly good results.

## 1. はじめに

乱流の根本的な解明は流体科学において残された最大の研究テーマであることはほとんど明らかである。航空宇宙関連技術のみならず地球環境等流体に関係したほとんどすべての分野において乱流の存在が流体解析を曖昧なものにしており、逆に乱流の問題を解決することは様々な分野における科学技術のブレークスルーとなると考えられる。

圧縮性流体における乱流の問題は航空宇宙機開発において最も重要な問題であるにもかかわらず、数値シミュレーションにおいては適当な乱流モデル、多くは非圧縮性流体に対するものの演繹、を付加することにより実験と適合する解を求めることに終始してきたきらいがある。圧縮性流体の測定が困難であったことにもよるが、近年数値計算関連の条件が整ってきた事、レーザー等による可視化技術の進歩[1]及びそれに基づく解析が可能となってきたこと、高性能な計算精度の要求等から圧縮性流体における乱流メカニズムの解明が計算及び実験の両面において盛んになってきている。

乱流のDNS計算は現在スペクトル法を用いた非圧縮乱流場の解析[2]が中心的である。圧縮性乱流においてもスペクトル法を適用した計算が行われるようになってきている[3]が、関数展開においては計算領域の形状に著しい制限が科せられることから極めて単純な問題に対してのみ解析されている。そこで、通常の差分法を用いて乱流モデルを使わずに乱流現象の殆どを解析できないか、その

ためにはどの程度の計算機があればよいかと考える。コルモゴロフスケール $\lambda = Re^{-3/4}$ を解像する事にこだわると殆ど絶望的であるが、近年最小渦までの解析を行なわなくても乱流のダイナミカルな運動を記述できるとの樂觀論を述べる研究者が増えてきている。Bolis[4]らはその理由として小さな渦へと移行する乱流エネルギーのカスケード過程においてコルモゴロフスケールへの移行が急速に行われること、運動エネルギーの殆どの部分を大きな渦が保有していること等4つの理由を上げている。他に様々な意見もあり、いずれにせよどの程度細かい格子を用いればよいのか、計算スキームにおいて空間及び時間方向に関しどの程度高精度なスキームを使えば良いのか等明確な方針は未だない。本研究の目的は通常の計算スキームにより乱流モデル無しの計算をおこなってどの程度の結果が出るか、それが意味のあるものになっているかを調べることである。

## 2. 数値計算法他

圧縮性乱流の数値計算における問題点は、圧縮性流体が衝撃波、接触不連続面等物理量の不連続を許すため振動無しに解くことを目差して計算スキームが発展していった経緯にもよる。基本的にリーマンの初期値問題に基礎をおくTVDスキーム等は数値粘性が強すぎ乱流のように極めて弱い擾乱から発展していく流れ場を解くのには不適合であると思われる。そこで近年は圧縮性の乱流シミュレーションにおいては高精度のコンパクトスキーム



等の方法がとられているが不連続が生じている場合はちゃんと解けていないのではないかと、信頼できる解を与えているのかの疑問がのこる。圧縮性流体の特徴は波動が基本的に音速に乗った格好で伝播することであり、粘性項をのぞけばその点における影響領域はかなり限定されるはずでいたずらに離れた点の値をもちいた高精度スキームを用い計算を行なうことの正当性が評価出来ない。解の不連続に対し振動をおさえ且つ乱流現象の様な微細な振動を捕らえる単純なスキームの開発が待ち望まれる。ここで用いる計算スキームは定常な圧縮性流れの数値計算においてある程度高い評価をすでに受けている3次精度のChakravarthy-Osher[5,6]スキームである。

### ・基礎方程式

解くべき方程式系は3次元Navier-Stokes方程式

$$\begin{aligned}\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) &= 0, \\ \frac{\partial \rho \mathbf{v}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v} \mathbf{v} + \mathbf{P}) &= 0, \\ \frac{\partial E}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{v} E + \mathbf{P} \cdot \mathbf{v} + \mathbf{q}) &= 0,\end{aligned}$$

ここで  $E$  は全エネルギー、 $\mathbf{P}$  は圧力テンソル、 $\mathbf{q}$  は熱流束ベクトルで以下のように表わされる。

$$\begin{aligned}E &= \rho e + \frac{1}{2} \rho \mathbf{v} \cdot \mathbf{v}, \mathbf{P} = p \delta + \frac{2}{3} \mu (\nabla \cdot \mathbf{v}) \delta - \mu (\nabla \mathbf{v} + \nabla \mathbf{v}^T), \\ \mathbf{q} &= \kappa \nabla T.\end{aligned}$$

### ・数値計算法

数値計算は物理量の保存をほぼ満たす有限体積法、Reimann Solver を基礎とする3次精度のTVDスキーム[6]を用いている。

$$F_{j+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} [F_j + F_{j+1} - T_{j+\frac{1}{2}} (\Lambda_{j+\frac{1}{2}}^+ \sigma_{j+\frac{1}{2}}'^+ - \Lambda_{j+\frac{1}{2}}^- \sigma_{j+\frac{1}{2}}'^-)]$$

$$\begin{aligned}\sigma_{j+\frac{1}{2}}'^+ &= \sigma_{j+\frac{1}{2}} \\ &- \phi \left[ \min \text{mod}(\sigma_{j-\frac{1}{2}}^+, C_1 \sigma_{j+\frac{1}{2}}^+) \right. \\ &\quad \left. + \min \text{mod}(\sigma_{j-\frac{1}{2}}^+, -C_2 \sigma_{j+\frac{1}{2}}^+) \right] \\ &- (1-\phi) \left[ \min \text{mod}(\sigma_{j+\frac{1}{2}}^+, C_1 \sigma_{j-\frac{1}{2}}^+) \right. \\ &\quad \left. + \min \text{mod}(\sigma_{j+\frac{1}{2}}^+, -C_2 \sigma_{j-\frac{1}{2}}^+) \right] \\ \sigma_{j+\frac{1}{2}}'^- &= \sigma_{j+\frac{1}{2}} \\ &- \phi (\sigma_{j+\frac{3}{2}}^-) - (1-\phi) (\sigma_{j+\frac{1}{2}}^-)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma_{j+\frac{1}{2}}^\pm &= \frac{\sigma_{j+\frac{1}{2}} \pm |\sigma_{j+\frac{1}{2}}|}{2}, \quad \sigma_{j+\frac{1}{2}} = T_{j+\frac{1}{2}}^{-1} \Delta_{j+\frac{1}{2}} Q, \\ \phi &= \frac{1}{3}, \quad C_1 = 3.0, \quad C_2 = 0.5\end{aligned}$$

より高精度のスキームを構成し解くことも可能であるが、現在その目安がなく使い慣れたもので試みる。

時間積分は4段階のRunge-Kuttaスキーム

$$u^{(m)} = u^{(0)} + \beta_m \Delta t f(u^{(m-1)}), \quad (m = 1, 2, 3, 4)$$

を用いている。時間精度に関しては現在明確な議論がなく、今後の重要な研究課題の一つである。

### ・並列計算

数値計算は航技研の数値風洞(NWT)、1.7Gf, 256MBのプロセッサを166台クロスバーで繋いだ計算機を用いて行っている。並列計算手法としては最も単純な計算領域を分割し各PEに割り当てる方法により計算を行っている。各計算ステップにおいてグローバル変数を介してPE境界の値の置換を行う。本計算においてはフラックスの計算に5点の値を用いることから、計算格子を境界において2点だぶらせて配置している。計算におけるメトリックは対称性から2次元配列しか用いていない。本計算は1PEあたり104\*101\*51の計算格子で16PEによる計算を行っている。

### ・数値計算

計算例としては対称性があり実験的再現性が高い二重円管内流れ(Taylor-Couette流[7])の数値計算を行い、計算の妥当性、乱流構造がつかまっているかどうかの吟味を行うことを目的としている。回転する円筒まわりのながれは層流から乱流への遷移問題を含め乱流研究において極めて興味深い問題であり、又工学的立場からも遠心分離機、軸受け等かなり興味ある問題の一つである。又乱流実験において、全体の場合として完全に発達した乱流的定常状態が実現される殆ど唯一の例であると思われる。計算結果の評価が明確になると考えこの問題を選択している。計算領域の概略を図1に示す。計算条件は2重円管の外径100cm、半径比0.8、気体は標準状態、内円管の回転速度はMach数0.6で計算を行っている。軸方向に100cmの計算領域を取り上下において周期境界条件を設定している。

図2は圧力分布を示したものである。表示上半径方向に拡大してあるが軸方向に細長い密度の低い部分が見られる。計算時間は約100時間でほぼ定常状態に達していると考えられる。図3及び4は半径方向及び周方向の密度揺らぎを示している。図5は周方向の速度の2点相関を示しておりほぼ妥当な計算結果になっていると考えられる。しかしながら本計算において計算格子が少なすぎ

て乱流の微細構造を捕らえるところまで行っていない。計算格子の解像度にあった擾乱が捕らえられているだけでその有効性に関する研究は今後の課題として残されている。

### 3. 結論及び今後の課題

圧縮性流体における乱流構造を調べるべく数値計算を行なった。圧縮性流れの数値シミュレーションで用いられる通常の方法を若干高精度化し航技研NWTを用いた2重円管内流れの数値計算を行い乱流が解析できるかどうか調べた。一応乱流的な圧力分布、密度分布等が計算されたようであるが計算格子間隔がコルモゴロフスケールと比較し大きくとりすぎていて乱流構造の大まかな部分を捕らえたにすぎないと思う。今後は、計算結果の統計的処理を更に行いエネルギースペクトル等から今回用いた計算格子でエネルギーカスケードをどこまで捕らえることができるか、又小さな渦が打ち切られたことによる影響がどの程度か調べ、より微細な構造と全体の大きな渦構造の関連について研究を進める予定である。計算を行えば何かがでてきてしまうことが問題で実験的研究を平行して行うことにより乱流構造の解明を総合的に行うことを予定している。

一般的な乱流研究における今後の課題をまとめてみた

#### 1) 差分スキームの精度の問題

圧縮性流体に於いては非圧縮流体と異なり影響領域が有限であり差分精度をどんどん上げて行くことには問題が残る。また時間積分の精度についても明確な議論がない。圧縮性流体のDNSを差分法で行なう際の最も重要な課題である。

2) 物理量の保存を保つため有限体積法等を用いて計算した場合、考えているセルにおいて応力テンソルの反対称部分 $\sigma^{[ij]}$ は零でない。すなわち角運動量保存は満たされていない。計算においてこれをどう処理すべきか? Eringen的[8]に角速度を新たな変数として処理するのも一案であるが、変数が3次元の場合6個増えることになり計算上得策でなく効率的な処理策が求められる。

3) 乱流現象は強い非線型現象の現れであり、それを認識する新しい言語を必要としていると考える。フラクタル的な発想もその一つであるが、データ整理以上の概念に結びつくものがなく、極めて複雑多様な形態を認識する発想が生み出されないといつまでも乱流研究が続くことになり、研究における充実感に乏しいことになりはし

ないか。

4) 工学的、理学的応用に寄与するのは乱流を統計的に巨視的量で表現した所謂乱流モデル等の開発を推し進めることであろう。現在の乱流モデルは一部を除いて流れの不安定性を押さえる程度の意味で決定版はない。統計的手法を用いた柘植理論[9]も有力な方法と考えられるが、現在の段階ではレイノルズ応力の決定に膨大な計算を必要とする等の問題があり今後の課題であろう。

5) 乱流の極微細構造に関していえばDahmらがレーザー、CCDおよび計算機を直結したシステムにより極遅い流れの3次元構造を測定した程度で実際そこで何が起こっているより詳細に調べる必要もあろう。

6) 乱流研究が21世紀の科学技術の最重要研究課題として一般的に理解されるよう抵抗低減技術、高効率燃焼技術等と直接結びつくような研究課題を積極的に推進していく必要があり、そのための計算シミュレーション技術の確立[10-12]が必要とされる。

### 参考文献

- [1]. Dahm, W.J.A, Southerland, K.B. and Buch, K.A., *Phys. Fluids* A3, 1115(1991).
- [2]. 山本稀義, ながれ 14, 353(1995). 日本物理学会誌 Vol.46, No.10, 827(1991). 他
- [3]. 松尾裕一, 第26回乱流シンポジウム論文集, 37(1994).
- [4]. Oran, E.S. and Boris, J.P., *Computer in Physics*, Vol. 7, No. 5, 523(1992).
- [5]. Chakravarty, S.R. and Osher, S., *Lectures in Applied Math.*, 22, 57(1985).
- [6]. Takakura, Y, Ogawa, S. and Ishiguro, T., *Int. J. Num. Meth. in Fluids*, Vol. 9, No. 8, 1011(1989).
- [7]. Marcus, P.S., *J. Fluid Mech.*, 146, 45(1984).
- [8]. Eringen, C., *Non-Linear Theory of Continuum Media*, (McGraw-Hill 1962).
- [9]. Tsuge, S., *Phys. Fluids*, Vol.27, 1370(1984).
- [10]. Choi, H. and Moin, P. *J. Computational Physics*, Vol. 113, 1(1994).
- [11]. Kasagi, N. and Shikazono, N., *Proc. Royal Soc. London A*, Vol.451, 25(1995).
- [12]. Mito, Y. and Kasagi, N., *Proc. 11th Turbulent Shear Flow*, Vol.1, 97(1997).

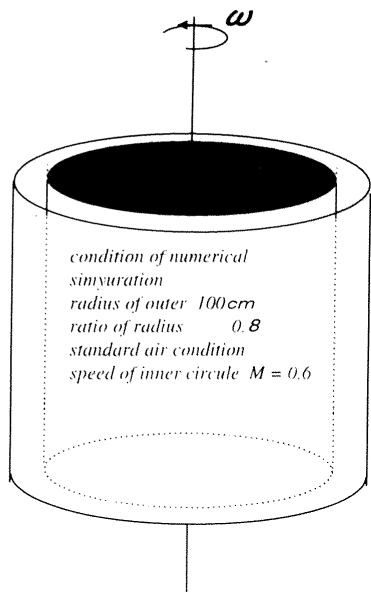


図 1 計算領域の概略

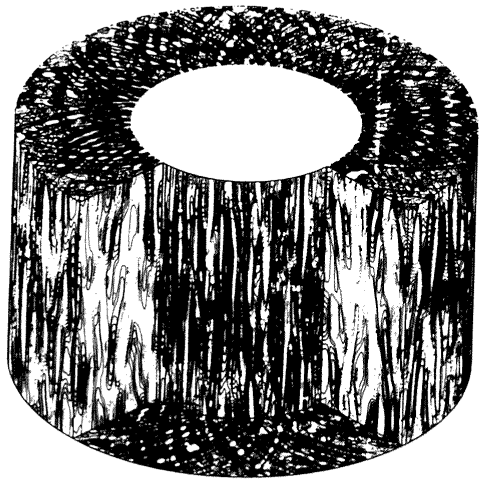


図 2 等圧力線の概略図

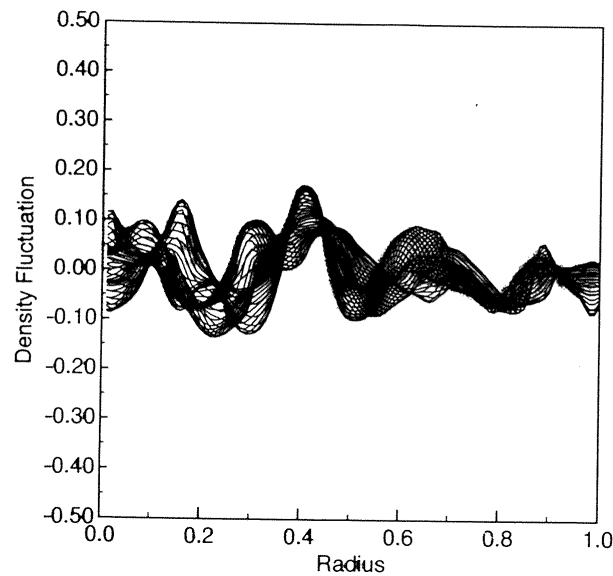


図 3 密度ゆらぎ (半径方向)

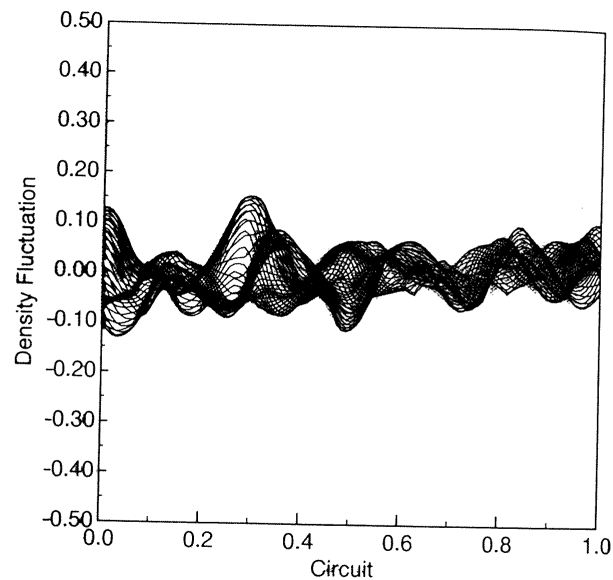
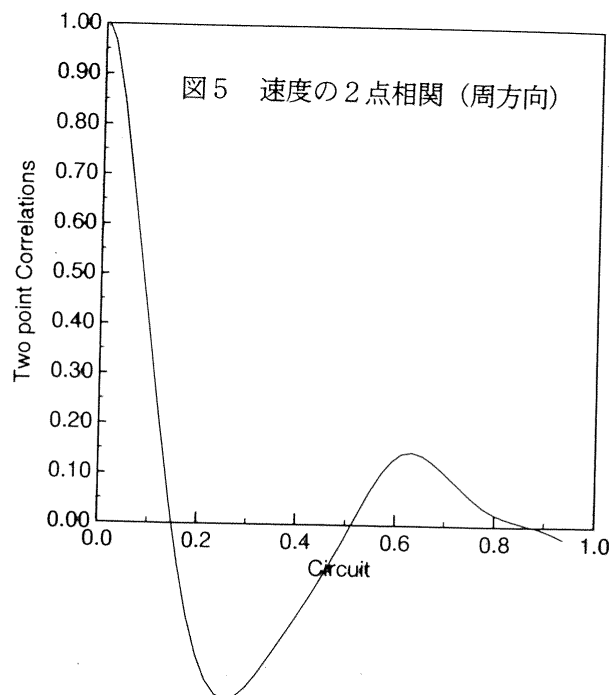


図 4 密度ゆらぎ (周方向)



# 直接法による圧縮性境界層の不安定性について

佐藤 公一<sup>\*1</sup>、前川 博<sup>\*2</sup>、山本 稀義<sup>\*3</sup>

Study of the instability of a compressible boundary-layers  
using a direct spectral method

by

Kouichi Satou<sup>\*1</sup>, Hiroshi Maekawa<sup>\*2</sup> and Kiyoshi Yamamoto<sup>\*3</sup>

## ABSTRACT

The effect of Mach number on the two-dimensional boundary layer has been investigated by means of linear stability theory. The viscous compressible linear disturbance equations are solved. The resultant disturbance equations are cast as a  $5 \times 5$  matrix eigenvalue problem. A direct spectral method using a Chebyshev series is employed to solve the eigenvalue problems of the boundary layer with adiabatic wall conditions. An Algebraic mapping function  $h(\zeta)$  over the interval  $(-1 \leq \zeta \leq 1)$ , where the physical domain  $0 \leq y \leq y_{max}$  is transformed to the computational domain  $-1 \leq \zeta \leq 1$ , is used because of robustness for the high Mach numbers instead of an exponential mapping. Results by the spectral method show a good agreement with the numerical results obtained from a shooting method developed by Mack. The direct spectral method can predict all of the unstable modes, whereas conventional shooting methods can only for a single mode at a time.

## 1 緒論

最近になり次世代超音速飛行機の開発に伴い、超音速境界層における層流乱流遷移機構や乱流構造の解明が再び注目を集めている。せん断流のなかで最も代表的であり、かつ遷移過程問題では重要な境界層の問題は古くから研究されているが、工学的に複雑な流れでは、実用の数値解法による計算結果は数値粘性や圧縮性乱流モデルの不備から実験結果との間により一致を得ていない。

21世紀初頭の就航を睨んだ次世代超音速輸送機の開発にとって境界層乱流遷移機構の解明と遷移点の予測問題の解決は一つのキーである。圧縮性境界層の遷移点の予測は境界層の線形安定性理論の計算により研究されている。中立安定曲線に及ぼすマッハ数の影響が議論されてきたが[1]、解法により結果が異なり[2]、固有値方程式が stiff であるため解法や計算精度に注意が必要である。安定性理論の解法である直接法とシューティング法とは相異なる長所と短所を持っており、それらの長所を生かすことが肝要である。

このような背景のもと、最も単純なせん断流である平板境界層における圧縮性の影響を受けた遷移機構の解明を目的として、本研究においてシューティン

グ法と相補的にスペクトル法を用いた直接法が境界層の安定解析に有効であることを導く。

## 2 計算方法

比熱比一定の粘性圧縮性方程式から線形攪乱方程式を導出する。線形攪乱方程式において表れる平均速度分布や温度分布を求めるため、従来の方法に従って流れ関数 $\psi$ を以下のように定義する。

$$\rho u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad \rho v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (1)$$

運動方程式に代入して Illingworth 変換

$$\eta = \sqrt{Re/x} \int_0^y \rho dy, \quad \psi = F(\eta) \sqrt{x/Re} \quad (2)$$

を用いると、運動方程式は以下の常微分方程式で表される。

$$(2CF'')' + FF'' = 0 \quad (3)$$

ただし、本研究では主流マッハ数が2程度の場合を対象としたため Chapman-Rubensin パラメーター  $C$  を一定と近似した。今後、高マッハ数の場合に対応するために  $C$  を一定と近似しないで計算する予定である。ただし、従来の定式化と異なる点は第一項の係数2であるが、相似変換式(2)において  $\sqrt{x}$  を  $\sqrt{2x}$  とする

<sup>\*1</sup> 電気通信大学大学院

<sup>\*2</sup> 電気通信大学

<sup>\*3</sup> 航空宇宙技術研究所

ことによって従来の形式と一致する。境界条件は粘着条件と一様主流条件である。

$$F(0) = F'(0) = 0, F'(\infty) = 1.0 \quad (4)$$

プラントル数を  $Pr = 1$  とするとエネルギー方程式が以下の関係式を満たす。

$$\frac{d^2 T}{du^2} = -M^2(\gamma - 1) \quad (5)$$

断熱壁条件と主流温度  $T$  を境界条件とした Crocco-Busemann の関係より温度分布を求める。プラントル数  $Pr = 1$  と仮定しない場合は、Chapman-Rubens パラメーターを含む温度分布に関する常微分方程式を式(3)と連立して求めることができる。

圧縮性流体における粘性攪乱方程式は以下の式で表される5行5列の行列  $A$  で表せられる固有方程式である[3]。行列  $A$  には平均量に微分と固有関数に関する一階および二階微分作用素が含まれる。

$$A \hat{d}_{3D} = \omega \hat{d}_{3D} \quad (6)$$

ここで、プラントル数  $Pr$  や定圧比熱  $C_p$  および比熱比  $\gamma$  は一定としている。熱伝導率は粘性係数と比例関係にあり、また粘性係数(平均量  $\bar{\mu}$ ) は温度に対して以下のように表されると仮定する。

$$\bar{\mu} = \bar{T}^{2/3} \quad (7)$$

そして、変動量  $\hat{\mu}$  は  $T$  に関する Taylor 展開の一次の項で近似し、熱伝導率や粘性係数が変動値であるとする。

行列  $A$  に含まれる一階および二階微分作用素をマッピングを用いたチェビシェフ級数によって表した。代数マッピング  $h(\zeta)$  は以下のように表される。

$$y = h(\zeta) = L \frac{1 + \zeta}{b - \zeta} \quad -1 \leq \zeta \leq 1 \quad (8)$$

ただし、 $b = 1 + 2L/y_{max}$ ,  $L = y_i y_{max} / (y_{max} - 2y_i)$  で  $y_i$  は  $\zeta = 0$  に対応し、計算領域は  $0 \leq y \leq y_{max}$  である。チェビシェフ級数を

$$f(\zeta) = \sum_{k=0}^N a_k T_k(\zeta) \quad (9)$$

と表すと、一階微分や二階微分作用素は以下のように表される。

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \left[ \frac{(b - \zeta)^2}{L(1 + b)} \right] \sum_{k=0}^N a_k^{(1)} T_k(\zeta) \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = & - \left[ \frac{2(b - \zeta)^3}{L^2(1 + b)^2} \right] \sum_{k=0}^N a_k^{(1)} T_k(\zeta) \\ & + \left[ \frac{(b - \zeta)^4}{L^2(1 + b)^2} \right] \sum_{k=0}^N a_k^{(2)} T_k(\zeta) \end{aligned} \quad (11)$$

係数  $a_k^{(1)}$ ,  $a_k^{(2)}$  および  $a_k$  は漸化式で与えられる。攪乱方程式に含まれる微分作用素  $D$ ,  $D^2$  は

$$(Df)_i = \sum_{j=0}^{N-1} c_{ij} f(\zeta_j) \quad (12)$$

$$(D^2 f)_i = \sum_{j=0}^{N-1} d_{ij} f(\zeta_j) \quad (13)$$

と与えられる。数値的に求められた固有値の中から固有値に対する固有関数が境界条件を満たしているものを固有値とした。

### 3 考察

波数 ( $\alpha = 0.179$ ) に対して固有値の分布を計算した。Mack[4](1976) によるシューティング法による計算と比較すると、より多くの固有値が求められていることが分かる。レイノルズ数は  $Re = 580, 1000, 2000, 5000$  および  $10000$  について計算されている。 $Re = 2000$  以上では安定な固有値のみ見出される。 $Re = 580, 1000$  では不安定な固有値はそれぞれ1つである。ただし、マッハ数は  $M = 0.01$  とした。Fig.1 は  $Re = 1000$  の場合の固有値を示す。不安定 ( $C_i$  が正) 固有値は他の固有値群と明確に区別される。また、複素速度点 (1.0) に固有値が集積している。安定な ( $C_i$  が負) 二次モードは Mack[4](1976) の結果より安定ではないことが分かる。

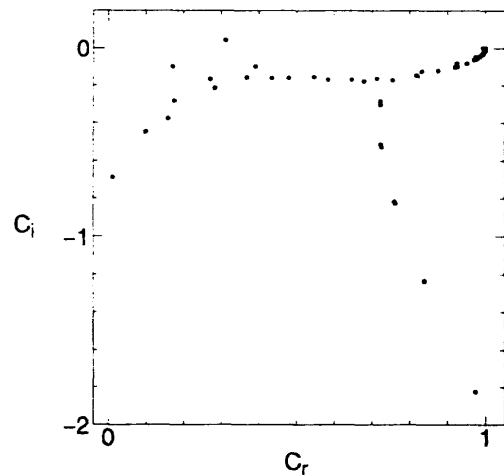


Fig.1 Distribution of eigenvalues of Blasius flow in  $c$  plane at  $\alpha=0.179, R=1000, M=0.01$

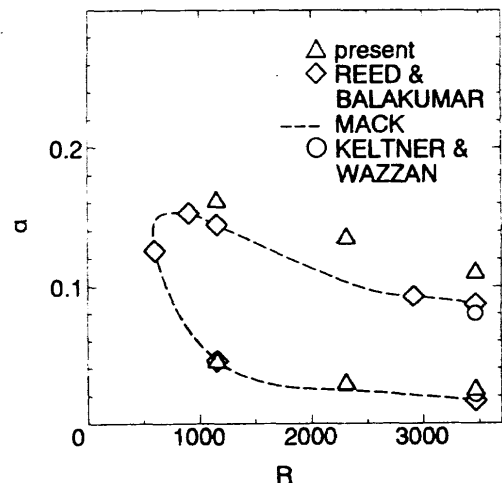


Fig.2 Neutral curve for the first mode of 2D disturbances. Adiabatic flat plate at  $M=2.2$ .

固有関数の結果からは、高マッハ数については、密度と温度が主流方向の速度の攪乱より大きい事がわかった。温度と密度の固有関数のピークはマッハ数  $M = 2.2$  ではまだ壁に近いものの  $M = 0.01$  の場合より外側に移動していることが確かめられた。また低マッハ数  $M = 0.01$  については攪乱が最大の位置などは従来の結果と同様な結果が得られた。

レイノルズ数を固定し、波数を変化させた時の固有値の最大値を求めた。また、これらを基に中立曲線 ( $M = 2.2$ ) を求めてみた。Fig.2 に示すように波数が低いところでの  $\omega_0$  の点は Reed[2](1990) (2点4次精度有限差分法), Mack[5](1984) (160点シューティング法), 及び Wazzan ら [6](1984) (5点有限差分法) と比較的よい一致が見られた。しかし彼らの結果が一致していない波数が高いところでの  $\omega_0$  の点は少し高い結果を得た。この理由としては、他の結果はプラントル数が  $Pr = 0.7$  または  $0.72$  であること [7] と攪乱方程式における解法やスキームの違いによると考えられる。彼等の結果が明らかな食い違いを示した高マッハ数における固有値は、彼等と独立な本研究の計算法によって今後明らかにしたい。

## 4 結論

直接法による解法の結果は固有値に対してはかなりよい一致が示された。低マッハ数の中立曲線に対してはシューティング法による計算とよい一致が示される。高マッハ数の中立曲線は Reed(1990), Mack(1984), 及び Wazzan ら (1984) と同じような傾向がある。固有関数に対しては壁面近くの微分の精度が要求されるが、マッハ数の影響によって温度/密度固有関数が支配的になりそのピークが壁から離れる傾向を示し、マッハ数  $M = 2.2$  まではおおむね良好な結果が得られた。今後、高マッハ数の場合についても Base Flow から計算し固有値・固有関数を求める予定である。最後に、本論文を作成するにあたり尾添靖通氏 (電通大学院) の協力を得た。ここに感謝の意を表したい。

## 参考文献

- [1] L. M. Mack, in Methods in Computational Physics, (Academic, New York, 1965) Vol. 4, 247-299.
- [2] H. L. Reed & P. Balakumar, Phys. Fluids A2 (1990) 1341-1349.
- [3] T. Kasahara & H. Maekawa, Proc. of CFD symposium, (1996) 118-119.
- [4] L. M. Mack, J. Fluid Mech. 73, (1976) 497-520
- [5] L. M. Mack, Phys. Fluids A2 (8) (1984) 342-347.

- [6] A. R. Wazzan, H. Taghavi & G. Keltner, Phys. Fluids A27(2), (1984) 331-341.
- [7] J. A. Masad & Y. H. Zurigat, NASA CR-19491 (1994).



## 低から中プラントル数流体の平行平板間乱流熱伝達の DNS

大坂 光一<sup>\*1</sup> 阿部 浩幸<sup>\*1</sup> 河村 洋<sup>\*2</sup> 山本 稀義<sup>\*3</sup>DNS of turbulent heat transfer in a channel  
with low to medium Prandtl number fluid

by

Kouichi OHSAKA<sup>\*1</sup>, Hiroyuki ABE<sup>\*1</sup>, Hiroshi KAWAMURA<sup>\*2</sup>  
and Kiyoshi YAMAMOTO<sup>\*3</sup>

## ABSTRACT

Recent advance in supercomputers enables us to perform the DNS of turbulence, which contributes remarkably to the investigation of the turbulence phenomena. DNS of the turbulent heat transfer for various Prandtl numbers ranging from 0.025 to 5 are performed to obtain statistical quantities such as turbulent heat flux, temperature variance and their budget terms. The data for the middle Prandtl number such as  $Pr = 0.2, 0.4$  are very difficult to be obtained experimentally. The Prandtl number of 5, which is equivalent to the water, is the highest value ever calculated for the turbulent heat transfer in the channel flow. The configuration is the fully developed channel flow with uniform heating from both walls. The finite-difference method (FDM) is employed in the numerical analysis, because FDM has an advantage to be applicable for complex geometry. The convection terms in the Navier-Stokes and energy equations are expressed by using the consistent scheme with the 2nd-order accuracy. The method was well examined in comparison with the spectral method. The molecular diffusive terms in both equations are discretized with the 2nd-order central scheme. The calculation has been enabled by means of a super computer "Numerical Wind Tunnel (NWT)" using about eight million mesh points and 1 GB main memory. The mean temperature profile agrees well with the Kader's correlation. The peak of the production term of the temperature variance becomes higher and moves closer to a wall as the Prandtl number increases. This is because the mean temperature gradient and turbulent heat flux increases with increasing Prandtl number. Budget of the wall-normal turbulent heat flux shows that the TPG (temperature-pressure gradient correlation) term is dominant for  $Pr = 5$  and  $0.4$ , while the dissipation term is dominant for  $Pr = 0.05$ . In the highest Prandtl number calculated ( $Pr = 5$ ), the molecular and turbulent diffusion terms play a significant role in the wall vicinity.

## 1. 緒言

近年の計算機の発達に伴い、今まで困難であった乱流熱伝達の DNS も行われるようになってきた。Kim-Moin (1989) は、スペクトル法により  $Re_\tau = 180$ ,  $Pr = 0.1, 0.71, 2$  の平行平板間乱流の DNS を行い、平均温度や乱流熱流束の分布を求めた。その後、Kasagi ら (1992) と Kasagi-Outsubo (1983) は、同様の手法により  $Re_\tau = 150$ ,  $Pr = 0.71, 0.025$  の DNS を行い、温度変動 (バリエーション) や乱流熱流束の輸送方程式の収支を求めた。また、近藤-河村 (1994) や河村ら (1996) は、差分法により  $Re_\tau = 180$ ,  $Pr = 0.05, 0.1, 0.71$  について同様の DNS を行なっている。このように、これまでの乱流熱伝達の DNS は、低プラントル数流体 (水銀,  $Pr = 0.025$ ) から中プラントル数 (空気,  $Pr = 0.71$ ) まで求められているものの、その中間の  $Pr$  数についての諸量は求められていない。また、水 ( $Pr = 5 \sim 7$ ) に関しては、より大きな格子数と計算量が必要なため、これまで計算は行われていなかった。

そこで本研究では、低から中プラントル数流体 ( $Pr = 0.05, 0.2, 0.4, 5.0$  等) までの平行平板間乱流 ( $Re_\tau = 180$ ) の DNS を行い、それぞれのプラントル数に対

して、スカラー関連統計量やその収支を求めることを目的とする。

## 2. 基礎方程式

代表速度及び温度をそれぞれチャネル半幅  $\delta$ 、摩擦速度  $u_\tau$ 、動粘性係数  $\nu$ 、摩擦温度  $T_\tau (= q_w / \rho c_p u_\tau)$  で無次元化すると、連続の式、Navier-Stokes 方程式及びエネルギー方程式は以下ようになる。

$$\frac{\partial u_i^+}{\partial x_i^+} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_i^+}{\partial t^+} + u_j^+ \frac{\partial u_i^+}{\partial x_j^+} = -\frac{\partial p^+}{\partial x_i^+} + \frac{1}{Re_\tau} \frac{\partial^2 u_i^+}{\partial x_j^{+2}} + \frac{dp^+}{dx_i^+} \delta_{ii} \quad (2)$$

$$\frac{\partial \theta^+}{\partial t^+} + u_j^+ \frac{\partial \theta^+}{\partial x_j^+} = \frac{1}{Re_\tau \cdot Pr} \frac{\partial^2 \theta^+}{\partial x_j^{+2}} + \frac{u_i^+}{U^+} \quad (3)$$

ここで  $U^+$  は断面内平均流速である。

境界条件は

$$y = 0, 2\delta : u^+ = 0, \theta^+ = 0 \quad (4)$$

となる。

また、十分発達した平行平板間乱流熱伝達に関する温度変動強度の輸送方程式の収支式や乱流熱流束

<sup>\*1</sup> 東京理科大学大学院 理工学研究科 機械工学専攻  
(〒278 千葉県野田市山崎 2641 電話(0471)24-1501)

<sup>\*2</sup> 東京理科大学 理工学部 機械工学科 教授

<sup>\*3</sup> 航空宇宙技術研究所



に関する収支式は、次のように表される。

温度変動強度の収支式

$$\frac{Dk_{\theta}^{+}}{Dt} = P_{\theta} + T_{\theta} + D_{\theta} - \varepsilon_{\theta} \quad (5)$$

生成項 (Production)

$$P_{\theta} = -\overline{\theta'^+ u_k'^+} \frac{\partial \theta'^+}{\partial x_k^+} \quad (6)$$

乱流拡散項 (Turbulent Diffusion)

$$T_{\theta} = -\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x_k^+} \overline{u_k'^+ \theta'^+{}^2} \quad (7)$$

分子拡散項 (Molecular Diffusion)

$$D_{\theta} = \frac{\kappa}{2} \frac{\partial^2 \overline{\theta'^+{}^2}}{\partial x_k^+{}^2} \quad (8)$$

散逸項 (Dissipation)

$$\varepsilon_{\theta} = \kappa \left( \frac{\partial \theta'^+}{\partial x_k^+} \right)^2 \quad (9)$$

乱流熱流束の収支式

$$\frac{Du_i'^+ \theta'^+}{Dt} = P_{\theta i} + T_{\theta i} + D_{\theta i} + \Pi_{\theta i} - \varepsilon_{\theta i} \quad (10)$$

生成項 (Production)

$$P_{\theta i} = -\overline{\theta'^+ u_k'^+} \frac{\partial u_i'^+}{\partial x_k^+} - \overline{u_i'^+ u_k'^+} \frac{\partial \theta'^+}{\partial x_k^+} \quad (11)$$

乱流拡散項 (Turbulent Diffusion)

$$T_{\theta i} = -\frac{\partial}{\partial x_k^+} \overline{\theta'^+ u_i'^+ u_k'^+} \quad (12)$$

分子拡散項 (Molecular Diffusion)

$$D_{\theta i} = \frac{\partial}{\partial x_k^+} \left( \kappa u_i'^+ \frac{\partial \theta'^+}{\partial x_k^+} + \nu \theta'^+ \frac{\partial u_i'^+}{\partial x_k^+} \right) \quad (13)$$

温度・圧力勾配相関項 (Temp.Press.-Grad.Corr.)

$$\Pi_{\theta i} = -\frac{1}{\rho} \overline{\theta'^+} \frac{\partial p^+}{\partial x_i^+} \quad (14)$$

散逸項 (Dissipation)

$$\varepsilon_{\theta i} = (\kappa + \nu) \left( \frac{\partial u_i'^+}{\partial x_k^+} \right) \left( \frac{\partial \theta'^+}{\partial x_k^+} \right) \quad (15)$$

### 3. 計算条件

計算領域は Fig. 1 に示すように、流れ方向を  $x_1(x)$ 、壁垂直方向を  $x_2(y)$ 、スパン方向を  $x_3(z)$  とし、Table 1 に示している条件で計算を行った。主流は、平均圧力勾配により駆動されており、流れ方向とスパン方向には周期境界を適用している。温度場の境界条件は、両壁面からの一様熱流束加熱とし、壁面上での温度変動はゼロとしている。

数値計算は航技研の並列計算機 NWT を用いて行なった。

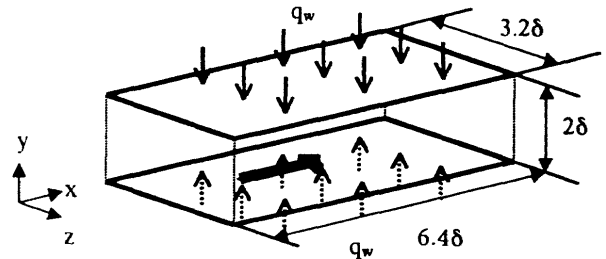


Fig.1 Configuration of DNS

Table 1 計算手法及び条件

レイノルズ数	$Re_{\tau} = 180$
Mesh	Staggered Mesh
カップリング	Fractional Step 法
時間進行法	2 次精度 Adams-Bashforth 法
対流項	2nd Central (consistent)
粘性項	2nd Central
境界条件	Periodic (x, z 方向) Non-slip (y 方向)
計算領域	$6.4 \delta \times 2 \delta \times 3.2 \delta$
格子数	$128 \times 66 \times 128$ ( $Pr \leq 1.5$ ) $256 \times 128 \times 256$ ( $Pr = 5.0$ )

### 4. 計算結果

Fig. 2 は、平均温度と  $y^+$  の関係を Kader の式と比較したものである。低プラントル数の場合を除いて、Kader の式とほぼ同等な値を示している。

Fig. 3 に壁垂直方向の乱流熱流束分布を示す。プラントル数の増大とともに、そのピーク値は増加し、その位置は壁によってきている。

つぎに、温度変動強度の輸送方程式の収支 ( $Pr = 0.05, 0.2, 0.4, 5.0$  の場合) を Fig.4~7 に示す。全体的にすべてのプラントル数において、流れの中央付近では生成項 (Production) と散逸項 (Dissipation) が支配的な項となっている。しかし、壁近傍では分

子拡散項 (Molecular Diffusion) と散逸項が支配的な項となっており、乱流エネルギーの収支と同じような傾向を示しているのが分かる。また、プラントル数が増加するに伴い、生成項のピーク値は増加し、壁方向に移動している。これは、プラントル数が増大すると、生成項中に現れている乱流熱流束及び平均温度勾配が壁近傍で増大することによるものである。プラントル数の値が 5.0 の場合に注目すると、主な傾向は通常流体と同一であるが、 $y^+$  が 5~8 付近にみられる乱流拡散項や分子拡散項の負のピーク値が散逸項の値と同程度までに達していることが特徴的である。

Fig. 8~11 に壁垂直方向の乱流熱流束に関する輸送方程式の収支 ( $Pr = 0.05, 0.2, 0.4, 5.0$  の場合) を示す。乱流熱流束消滅の支配的な項は中プラントル数流体では温度・圧力勾配相関項 (Temp.Press.-Grad.Corr., TPG)、低プラントル数流体では分子散逸項であるといわれているが、確かにプラントル数が増加するに伴い、両者の大小関係が入れ替わっている。また特にこのレイノルズ数 ( $Re_\tau = 180$ ) では、 $Pr = 0.2$  で両者がほぼ同等の寄与をしており、これ以下の流体が、低プラントル数流体としての特徴を有するといえる。

次に、計算から得られた高温・低温領域等の可視化図を示す。可視化領域は、Fig. 12 に示しているように全領域の 8 分の 1 である。

Fig. 13~16 に高温・低温領域と低圧領域の可視化図を示す。プラントル数が 0.05 では、高温・低温領域のストリークは短くて太い形状であるが、プラントル数が 0.2, 0.4, 5.0 へと増大するに伴い、流れ方向に細長い形状に変化することが分かる。

Fig. 17~20 に壁垂直方向の乱流熱流束の収支の可視化図を示す。白から黒へと順に低圧領域、温度・圧力勾配相関項、散逸項を示している。この可視化図からも、プラントル数が 0.05 の場合は確かに散逸項の寄与が大きいことが分かる。プラントル数を次第に増加させていくと、散逸項の寄与が減少し、0.4, 5.0 のときには温度・圧力勾配相関項の寄与が大きくなっている。

また、高温・低温領域と低圧領域の可視化図と壁垂直方向の乱流熱流束の収支の可視化図を比較すると高温・低温領域と温度・圧力勾配相関項、散逸項がほぼ同じ位置に発生していることも分かった。

## 5. 結言

いろいろなプラントル数に対して、スカラー関連統計量やその収支を求めた。

- ・プラントル数が 5.0 の場合について、新しい DNS データを得た。
- ・温度変動強度の輸送方程式の収支は、生成項と散逸項が全体のほぼ支配的な項となっており、プラントル数が大きくなるにつれてそれぞれのピーク値は壁に近づく。
- ・高プラントル数流体では、分子拡散項と乱流拡散項の寄与が壁近傍で大きくなる。

## 参考文献

- Kasagi et al, (1992), *Trans. ASME*, vol.114, p.598
- Kasagi-Outsubo, (1983), *Turbulent Shear Flows*, Springer, p.97
- 近藤・河村, (1994), 第 8 回数値流体力学シンポジウム論文集, p.273
- 鈴木・河村, (1994), 機論, No.60-578, p.3280
- 河村ら, (1996), 第 33 回日本伝熱シンポジウム講演論文集, p.15
- B. A. Kader, (1981), *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol.24, p.1541

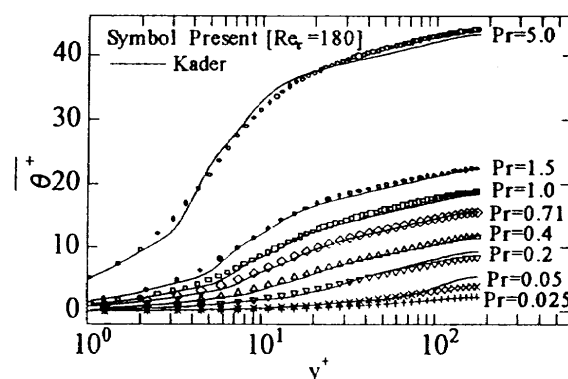


Fig. 2 Average temperature profile

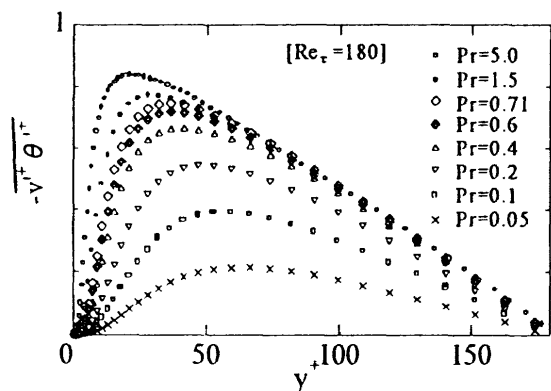


Fig. 3 Turbulent heat flux for various Prandtl numbers

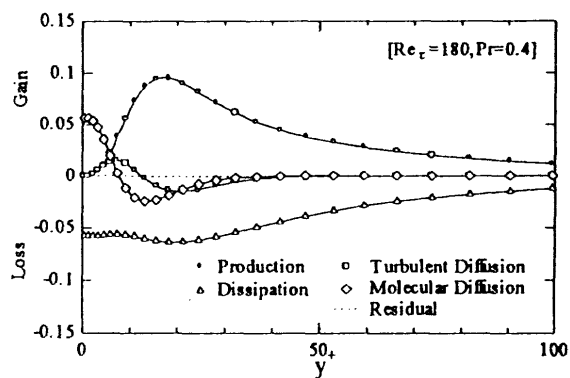


Fig. 6 Budget of temperature variance (Pr = 0.4)

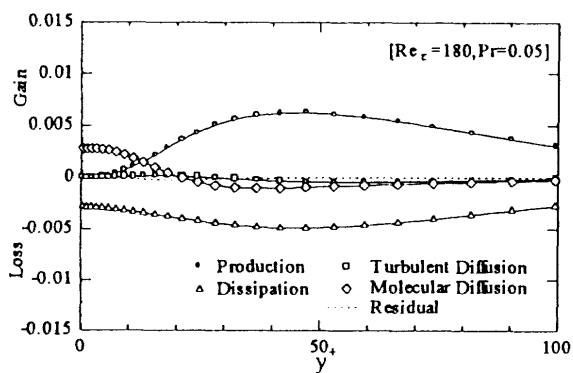


Fig. 4 Budget of temperature variance (Pr = 0.05)

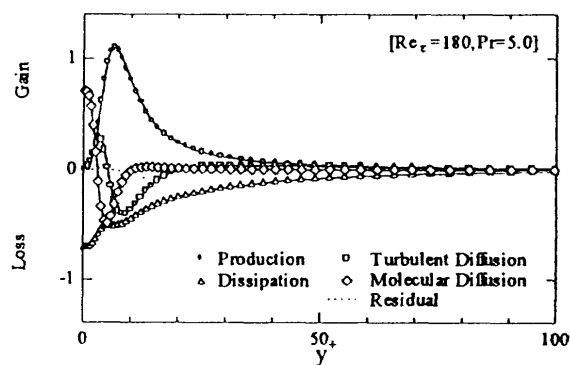


Fig. 7 Budget of temperature variance (Pr = 5.0)

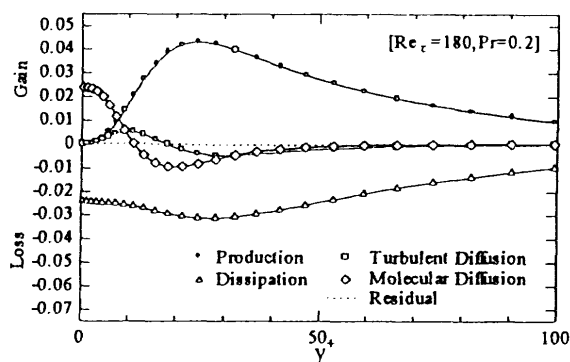


Fig. 5 Budget of temperature variance (Pr = 0.2)

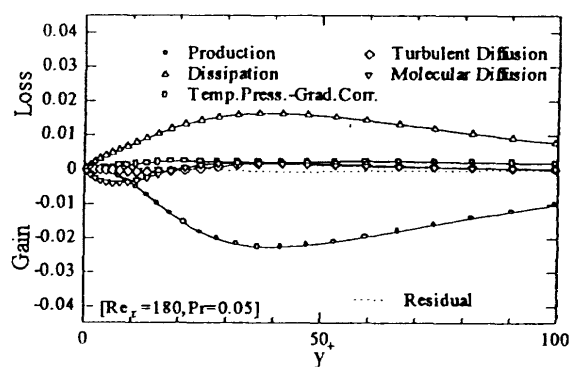


Fig. 8 Budget of wall-normal turbulent heat flux (Pr = 0.05)

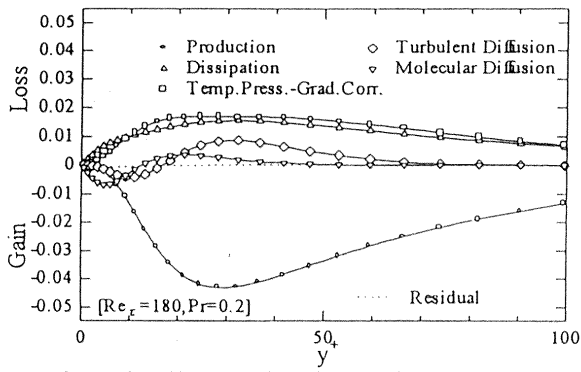
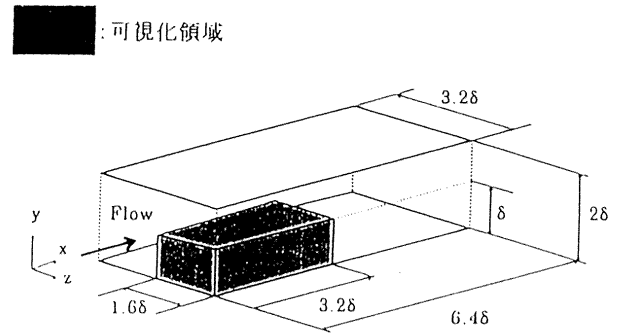
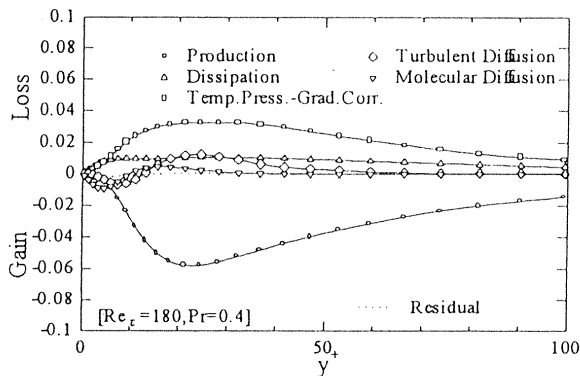
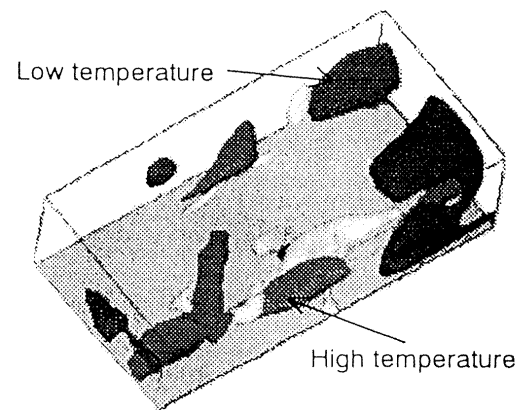
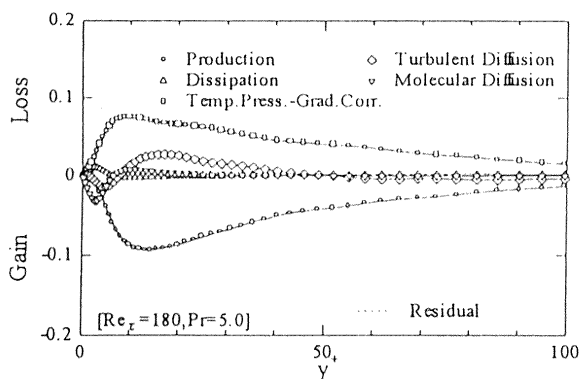
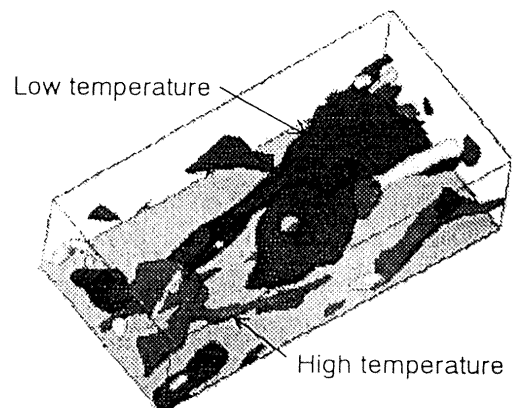
Fig. 9 Budget of wall-normal turbulent heat flux ( $Pr = 0.2$ )

Fig. 12 Visualized volume

Fig. 10 Budget of wall-normal turbulent heat flux ( $Pr = 0.4$ )Fig. 13 High and low temperature regions  
( $Pr = 0.05$ , white; low pressure)Fig. 11 Budget of wall-normal turbulent heat flux ( $Pr = 5.0$ )Fig. 14 High and low temperature regions  
( $Pr = 0.2$ , white; low pressure)

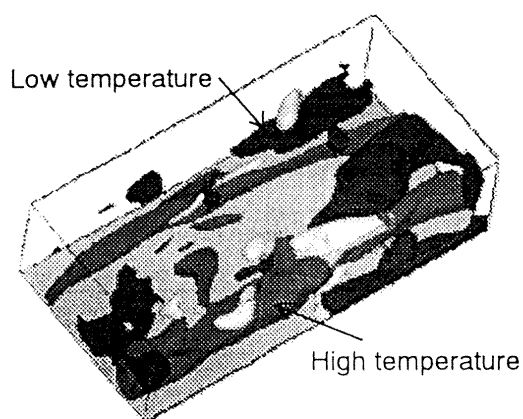


Fig. 15 High and low temperature regions  
( $Pr=0.4$ , white; low pressure)

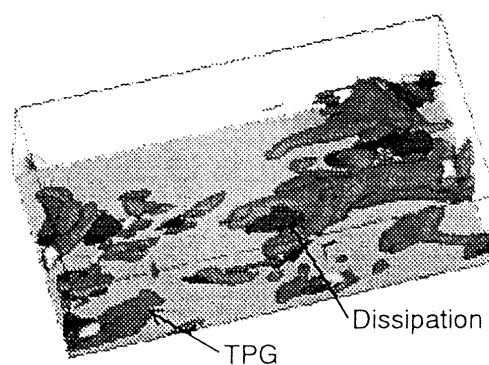


Fig. 18 TPG and dissipation terms of the wall-normal  
turbulent heat flux ( $Pr=0.2$ , white; low pressure)

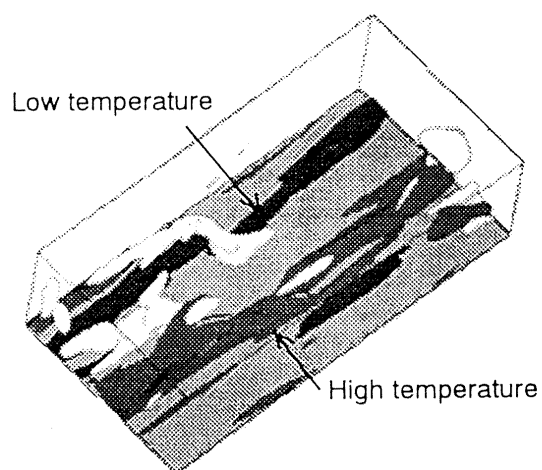


Fig. 16 High and low temperature regions  
( $Pr=5.0$ , white; low pressure)

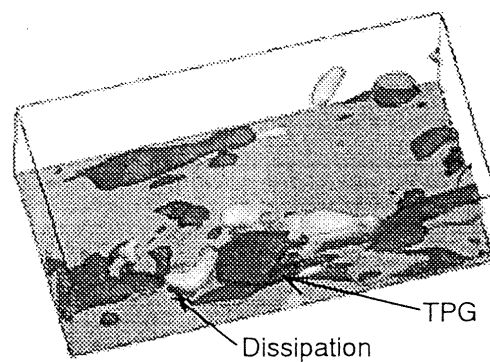


Fig. 19 TPG and dissipation terms of the wall-normal  
turbulent heat flux ( $Pr=0.4$ , white; low pressure)

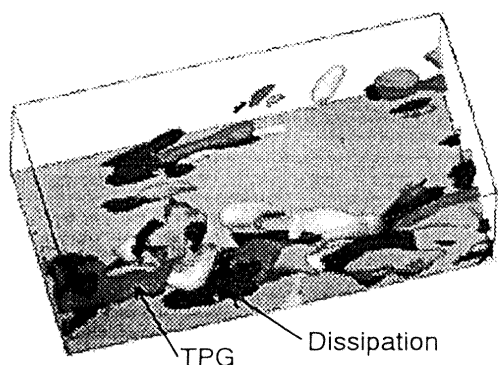


Fig. 17 TPG and dissipation terms of the wall-normal  
turbulent heat flux ( $Pr=0.05$ , white; low pressure)

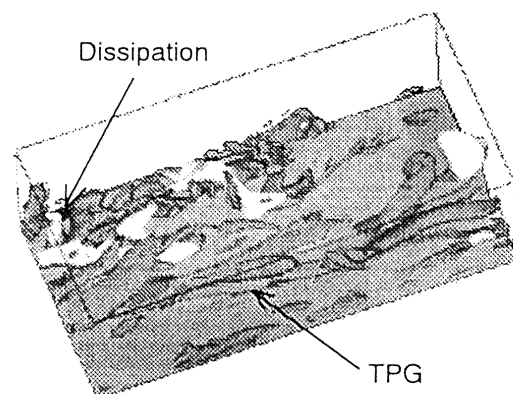


Fig. 20 TPG and dissipation terms of the wall-normal  
turbulent heat flux ( $Pr=5.0$ , white; low pressure)

## 翼平面形状の多目的最適化

山口 義博<sup>1</sup>、 大林 茂<sup>2</sup>、 中橋 和博<sup>3</sup>、 中村 孝<sup>4</sup>

## Wing Planform Design Using Multidisciplinary Optimization

Yoshihiro Yamaguchi, Shigeru Obayashi, Kazuhiro Nakahashi, Takashi Nakamura

## ABSTRACT

In this work, three objectives and two constraints are considered for wing planform optimization: aerodynamic performance, wing weight and fuel weight. Aerodynamic performance is evaluated by Computational Fluid Dynamics (CFD). Wing weight and fuel tank volume are estimated by empirical formulae. To simplify the problem, only the leading-edge sweep angle and two chord lengths at the midspan and wingtip are used as design variables. The leading edge of the wing is kept straight. Thus, a tapered wing with a trailing-edge kink will be designed. As an optimizer, Genetic Algorithm (GA) is employed here. Because GA can find a more global optimum, it is expected to perform better than the conventional gradient-based methods. Major drawback of GA is that it requires a large number of function evaluations. Thus, FLO-22 code based on the full potential equation is used because of its efficiency instead of Euler or Navier-Stokes solver. Evaluations of GA population are parallelized in Numerical Wing Tunnel (NWT) at National Aerospace Laboratory (NAL). Planform optimization problems are considered for typical subsonic and transonic aircraft. The design results show the feasibility of the present approach for the initial sizing with optimization.

## § 1 緒言

航空機設計は、試作機を作るまでに大きく3つの設計段階に分けられる[1]。初めに概念設計において、コストと性能との妥協点を探るべく、機体外形や装備等を決定する。次に基本設計で構造や制御等の各部分の設計や解析を行う。最後に詳細設計で先の2段階より詳細な設計と、生産設計による組み立て作業に対する決定を行う。本研究では、最も形状決定に大きな影響のある概念設計に注目した。概念設計では、概念スケッチで設計要求や将来の技術レベルを推定した技術的可能性により設計を行う。それをもとに初期サイジングで空力や重量の推定を行う。この推定には、安全性や開発コストなどの面から多くを経験的なデータに依存し、かつ経験的知識を必要とする。しかしながら、空力的（抵抗の減少等）、構造的（燃料タンク容量等）、構造力学的（重量、安全性等）、経済的（開発、管理コスト等）の多分野にわたり、かつそれぞれに関連しあう要求がある。そこで既存のデータに依存せず、経験的知識をそれほど必要としない形状設計法の開発が望まれる。そのため、航空機設計における最適化が行われつつある[2]。

航空機設計に取り入れられている最適化ツールの多くは、勾配法に基づいたものである。勾配法は最適化に伴う目的関数の繰り返し計算が少なく済むが、得られる解は初期値に依存し、探索領域において目的関数が微分可能かつ凸であることが示されないと、求められた最適解が大域最適解とはいえない[3]。

勾配法の欠点を解消する最適化ツールとして、近年注目されているのが遺伝的アルゴリズム(GA)である[4]。GAは生物の進化における遺伝的情報の子孫への伝達にヒントを得た方法である。GAにおいては、目的関数に対する勾配や分布についての情報を必要としないため、微分不可領域に対しても適用できるだけでなく、設計空間全体を多点並列探索するため、一般に局所解に陥りにくい。

GAに関する研究が盛んになると共に、様々な特色をもったGAが開発されている。その中で、多目的最適化を行なうために開発された多目的遺伝的アルゴリズム (Multi Objective GA: MOGA) [6]も、これまでの一般的なGAと共に適用、比較した。そのため本論文においては、先ほどまでに述べた一般的なGAを単純GA (simple GA: SGA)

として区別する。MOGAはパレート解を求める手法である。パレート解とは、幾つかの目的関数のなかでどれか1つでも他に劣っていない目的関数をもつような、解の集団のことである。つまり、MOGAで求める最適解は、これまでの最適化で重みをつけてスカラー化された目的関数の最適解を求める代わりに、各目的関数からなるベクトルの目的関数を最適化し、多次元空間における曲面を構成する解の集合を求めることになる。MOGAはGAの特徴である多点並列探索を有効に利用して、パレート解を同時に求める方法であり、勾配法では行えない方法である。

最適化アルゴリズムが最大(小)値を求めるためには、性能評価の繰り返し計算を必要とする。そのため1回毎の数値計算時間が短時間である必要があった。一方、近年におけるコンピュータの発達に伴い、これまで計算時間が膨大にかかった数値流体力学(CFD)が、最適化アルゴリズムに伴う繰り返し計算をするに耐える時間にまで短くなってきた。また同時に最適化の中に取り込める精度を得られるようになってきた。そのため、主翼形状に対しCFDを用いた最適化が、様々な目的をもって広く行われるようになってきている。

CFD計算は計算負荷が非常に大きい。特にEuler方程式やNavier-Stokes方程式による解法は、複雑な形状に対応しより良い精度を得られるが、計算負荷が非常に大きい。そこで本研究においては、空力解析は完全ポテンシャル方程式による解法(FLO-22)を用いた[5]。このため、計算負荷を軽くできると同時に、亜音速から遷音速まで広い空力条件での解析が行えるようにした。更に、GAが多点並列探索をするという特性を活かし、並列計算を行うことで計算効率を格段にあげた。この並列計算を行なうにあたっては、国立航空宇宙技術研究所の高性能並列計算機(NWT)を使用した。

以上をふまえて、本研究では抵抗と翼重量を減少させ、燃料重量を増大することを目的とした翼平面形状の概念設計を、SGAとMOGAを用いることで行なう。これにより設計者が各目的関数に対する深い知識がなくとも、大域的な最適解を求めることが出来るようになり、概念設計の自動設計化に寄与する事が出来ると思われる。

<sup>1</sup> 東北大学大学院<sup>2</sup> 東北大学工学部機械航空工学科<sup>3</sup> 東北大学工学部機械航空工学科<sup>4</sup> 航空宇宙技術研究所

## § 2. 最適化法

### 2. 1 GAの概要

遺伝的アルゴリズムとは1975年にJ.H.Hollandによって提案された最適化プログラムである[4]。このアルゴリズムは、自然界において何万年とかかって生じた生物の進化を模倣した方法である。適用分野における数学的背景や理論に対する深い知識や経験を必要としないため、工学的に適用するにあたっては非常に広い分野で、かつ様々な具体的手法で取り入れられている。また勾配法のように目的関数の勾配を求める必要がないため、目的関数が微分可能や凸関数でなければならないといったような制限なく適用できる。また、目的関数への制約条件の負荷も柔軟に対応することが出来る。ここでは先ず、基本的なGAの形である単純遺伝的アルゴリズム (simple GA: SGA) について説明する。

自然界における生物の進化過程では、ある世代の個体群で、その個体群の生活環境に対する適応度が高い個体が高い確率で生き残り、それらの個体による交叉や突然変異によって次の世代が形成される。その繰り返しにより、環境により適合した種が現存している。この世代間のつながりを介しているのが遺伝子であり、遺伝子の集合である染色体によって、各個体のマクロな特徴が異なっている。

GAはこの流れをアルゴリズムに取り入れている。図1に一連の操作を図示した。なお本研究では、Michalewiczの遺伝的プログラムを適用したため、GAで一般的に行われている設計変数の2進数コード化は行わず、実数値の設計変数をそのまま取り入れた。図1の流れを説明する。初めに、ランダムな組み合わせで設計変数を発生させ、個体集団を形成する。個体集団の数は多いほど設計領域を覆うことが出来るが、計算時間との兼ね合いがあるため適当にとる必要がある。次に設計変数で特徴づけられた各個体に対し、目的関数 (適応度) を計算することになる。例えば本研究においては空力的性能や構造的性能がそれにあたる。適応度に応じて個体を確率的に2つ選択し、各個体の設計変数の一部交換を行なう。これが交叉にあたる。新しくできた個体に対しある確率で設計変数に変化を与え突然変異とする。選択、交叉、突然変異を行なった個体数が決めた個体数になったら、それらを次の世代の個体群とする。この動作を決めた世代数、もしくは収束するまで行なう。

GAの一連の操作から分かるように、GAでは1世代中の個体数と世代数の積の数だけ目的関数を評価をするため、勾配法と比べ評価回数が多くなり、計算負荷が大きいという欠点がある。

### 2. 2 多目的遺伝的アルゴリズム (MOGA)

MOGAはGoldbergによるパレート解に対する最適化法が、1993年にFonsecaとFlemingにより拡張されたものである[6]。ここで挙げたパレート解とは、幾つかの目的関数のなかでどれか1つでも他に劣っていない解の集団のことである。これまでの多目的最適化では、何らかの形で単一目的のスカラー関数に変換した最適化を行っていた。しかし適用するスカラー関数により、各目的関数間の重みのバランスが偏る場合がある。一方、単一関数最適化の代わりに、これまでのGAの操作 (交叉、突然変異) を用いて、各目的関数に対するパレート解を求めることも可能である。この方法は、GAの特徴である多点並列探索を有効に利用しており、勾配法では行なえない方法である。

### 2. 3 パレート最適解

$k$  個の目的をもつ最小化問題において、 $X$  を実行可能解の集合として  $x^* \in X$  に対して、 $f_i(x) \leq f_i(x^*)$ ,  $i=1, \dots, k$  で、しかも、ある  $j$  について  $f_j(x) < f_j(x^*)$  となるような  $x \in X$  が存在しないとき、 $x^*$  をパレート最適解とよぶ。パレート最

適解は、他よりも劣っていない解という意味で非劣解、もしくは、他のどの解にも支配されない解という意味で非支配解ともよばれる。

### 2. 4 ランキング選択

多目的ランキングはランキング選択を多目的関数空間に拡張したものである。ランキング選択とはルーレット式選択とは異なり、適応度そのものを用いた選択をせず、適応度に応じ個体にランク  $i=1, 2, \dots, N$  をつけ、ランクにより選択圧を決定する。

多目的ランキング法を図2で説明する。図2においては原点に近いほど (目的関数  $f_1, f_2$  の値が小さいほど) 良い個体とする。目的方向に対し最前列に分布する個体がパレート解であり、そのランクを1とする。それ以外は、支配されている個体数を  $n$  としてランクを  $1+n$  とする。図2では、() 内の数字がランクである。

さらに、本研究では多目的ランキング選択にエリート保存選択を加え、世代数が早い段階でのパレート解が、交叉により消滅するのを防いだ。具体的にはランク1の個体全部を遺伝子に変化を与えず次世代に残した。

### 2. 5 シェアリング

MOGAではパレート最適解の多様性を保つ必要があるが、そのための操作として1987年にGoldbergとRichardsonにより提案されたシェアリング[6]を用いる。シェアリングとは比較的多くの点が集まっているところに対し相応に小さい重みをかけ、比較的分散しているところに対し相応に大きい重みをかけることにより、個体の分布に広がりを持たせる操作である。

## § 3. 構造解析

### 3. 1 主翼重量の概算

翼重量の概算においては、構造的な要素である曲げモーメントや、フラッター、荷重倍数等の影響も考慮した経験的かつ平均的な遷音速主翼重量の概算法を用いた[1]。図3に翼形状定義を示す。翼の重量の最適化は、高揚力装置やブレーキ等の装備がついていない翼の基本重量  $W_{Wbasic}$  に対して行なった。

$$W_{Wbasic} = const. \times k_{n0} k_{\lambda} k_{\epsilon} k_{uc} k_{st} \{k_b n_{ult} (W_{des} - 0.8W_w)\}^{0.55} \times b^{1.675} (t/c)^{-0.45} (\cos \Lambda_{1/2})^{-1.325} \quad (1)$$

ここで、 $k_{n0}$  は結合部等の重みペナルティ、 $k_{\lambda}$  はテーパー比による係数、 $k_{\epsilon}$  はナセルとエンジンによる曲げモーメントの係数、 $k_{uc}$  はエンジンの上積み、下積みによる補正值、 $k_{st}$  はフラッターへの補正值、 $k_b$  は翼取り付け状態による補正值、 $n_{ult}$  は最大荷重倍数、 $W_{des}$  は航空機設計重量、 $W_w$  は翼重量、 $b$  は翼幅、 $t/c$  は翼厚比、 $\Lambda$  はスweep角を示す。

### 3. 2 燃料タンク容量の概算

燃料タンク容量はkinkの無い翼に対し(2)式で与える。

$$V_f = 0.54 \frac{S^2}{b} (t/c)^{-1} \frac{1 + \lambda \sqrt{\tau} + \lambda^2 \tau}{(1 + \lambda)^2} \quad (2)$$

ここで、 $S$  は翼面積、 $\lambda$  はテーパー比、 $\tau$  は  $(t/c)_t / (t/c)_r$  である。この概算は非常に粗い計算であるが、計算負荷を小さく抑えられる。また、燃料は航空機一般に使用されているJP-3として燃料重量に換算した。

## § 4. 構造力学的制限

### 4. 1 構造モデル

取り扱った翼構造のモデルは、薄板とビームによる単一セルモデルとし、翼の剛性を計算を行った[2]。尚、このモデルによる重量の概算は行っていない。図4に示すように、

前桁と後桁の間を縦にリブが通っており上面及び下面には薄板で覆っている。

ストリンガー構造は、3つのパラメーター  $I_{ref}$ ,  $z_{crit}$ ,  $T_{ref}$  で特徴づけられる。パネル断面2次モーメント/単位翼弦長 =  $I_{ref} b_s^2 t_s$ 、最大応力位置 =  $z_{crit} b_s$ 、有効板厚/実際の板厚 =  $T_{ref}$ 。これらの値は、表面板厚はストリンガー間隔より十分小さい事を仮定することで一定値とすることが出来る。

リブは翼桁の間にある棒であり、箱構造の翼弦長方向についている。これら、リブとストリンガーと表面板により囲まれた箱の剛性を計算する。

#### 4. 2 構造力学的制限

翼構造は先ず曲げと圧力に耐えるように設計される。曲げ応力  $P$  は翼の曲げモーメントより求められる。

$$P = \frac{M_{bend} z_{crit}}{I} SF \cdot T_{ref} \cdot t_s \quad (3)$$

ここで  $z_{crit}$  は断面の中心から表面までの最大縦方向距離である。 $SF$  は荷重安全係数で 1.5 とする。設計表面圧力  $p_a$  は翼全体への平均揚力に基づいた値で、(4)式で概算される。

$$p_a = K_{p_a} n_{crit} (W_{A/C} / S) SF \quad (4)$$

ここで、 $(W_{A/C} / S)$  は 1-g での翼荷重。 $n_{crit}$  は荷重倍数。 $K_{p_a}$  は解析や経験値から得た補正値である。また、有効板厚は前桁と後桁を含めた周囲の構造的な要素を含めた厚さである。これらの設計荷重から、図 5 に示すような 4 つのケースで必要板厚を求め、設計板厚を超えた場合にペナルティを加えた。

### § 5. 亜音速翼の平面形状最適化

#### 5. 1 GA について

GA と MOGA の 2 つ方法により形状最適化を行なった。共に、世代数は 50 世代、個体数は 100 個体とした。SGA での突然変異率は 5 % の一様突然変異率、MOGA では 10 % から始まり、50 世代目に 0 % となる非一様突然変異率とした。MOGA において初めの突然変異率が高いのは、なるべく広い範囲のパレート解を得るためであり、ある程度収束するにつれ、解を安定させるために率を低くなるようにした。

#### 5. 2 評価方法

空気力学的な評価として Span efficiency Factor(SEF)を計算し亜音速中における誘導抵抗を最小化することを基本とした。SEF は(5)式に示すような CL、CD、アスペクト比の関数であり、SEF が最大となるときに誘導抵抗が最小となる。

$$SEF = \frac{C_L^2}{\pi C_D AR} \quad (5)$$

構造評価としては翼重量を低減、燃料タンク容量を増加させるようにした。SGA においては、これらの目的関数をスカラー化し一つの目的関数にまとめる必要がある。そこで次の 3 ケースについて行なった。3 ケースとも目的関数  $f$  が最大となるようにした。

a. 空力のみ最適化

$$f = SEF \quad (6)$$

b. 空力と翼重量の最適化

$$f = SEF \ln \left( 1 + \frac{1}{W_w} \right) \quad (7)$$

c. 空力、翼重量と燃料タンク容量の最適化

$$f = SEF \ln \left( 1 + \frac{W_f}{W_w} \right) \quad (8)$$

尚、(8)式は航続距離を計算するブレーゲの公式を参考として構築した。MOGA では SEF、翼重量、燃料重量の 3 目的関数のパレート解を求めた。

#### 5. 3 計算モデル

本研究ではビーチエアクラフト社のボナンザ A 36 の諸元をもとに、亜音速流中における巡航飛行状態での翼平面形状最適化を行った。諸元の一部を挙げる。乗員は最大 6 名、全長 27.6 ft、全幅 33.6 ft、最大離陸重量 3650 lb、燃料総量 80 US gal である。

翼型は詳細なデータが無かったため本研究では NACA0012 を用いた。また最適化は簡略した翼平面形状で行い、設計変数は図 6 のようにスイープ角とコード長 (2 カ所) の計 3 カ所とした。

#### 5. 4 空力計算

空力解析は FLO-22 による解法を用いて行なった。計算条件は、マッハ数を  $M = 0.3$ 、格子数を  $120 \times 20 \times 20$  とした。

#### 5. 5 SGA による結果

今回モデルとして用いたボナンザ A36 の簡略化した翼平面形状を図 7 (a) に、case 1~3 で最適化された翼平面形状を図 7 の (b), (c), (d) に示す。また、それぞれの形状における性能を図 8 に示す。図 8 では A36 を基準として、外側方向が良い性能を表す。図 8 から分かるように、空力性能にはほとんど差はないが、空力のみ最適化したケースが最も良い空力性能をもっている。空力と翼重量を最適化したケースでは、翼重量は最も大きくなっており、期待通りの解が得られたといえる。全てを最適化したケースでは、燃料重量は最も大きくなっているが、その分翼重量が犠牲になり、総合的な意味で最適化されているとは言い難い。このように、SGA では目的関数ごとの重みにより、収束した解が必ずしも総合的に最適解とは言い難い場合が生じる。つまり、設計者の構築するスカラー化された目的関数が重要なカギ握ることになる。

#### 5. 6 MOGA による最適化

得られた 3 次元目的関数空間の解分布を図 9 に示す。図は  $x-y$  平面と  $z$  軸が交わる点が目的方向であり、目的方向に向かってパレート面が出来ているのが分かる。図 10 (a)~(c) では 2 目的関数平面に写影した分布を示す。どの図も原点方向が目的方向となる。(a) では SEF と翼重量との間の分布を、(b) では SEF と燃料重量との間の分布を示しているが、共にパレートフロントが不鮮明である。しかし、翼重量と燃料重量との間の分布を示す (c) 図において鮮明なパレートフロントがみられる。この MOGA のケースでは、3 世代目で全個体がパレート解となり収束してしまった。このことから、MOGA に適用する目的関数分布がある程度複雑さをもっていないと、MOGA の適用価値が低くなってしまいう可能性がある。

最後に MOGA により、SGA で求められた最適形状が含まれるかを確認する。図 11 に MOGA において、各目的関数で最も性能の良い個体形状を示す。ここで、直接比較できるのは空力最適形状だけである。ほぼ似た形状が生成されたが、空力性能は 4 % ほど落ちた。これは MOGA が初期収束したことによると思われる。MOGA がより高いパフォーマンスを持つためには、初期個体の分布、シェアリングによる広い領域への個体分布の保持、エリート保存選択を含む選択方法への工夫が必要である。

### § 6. 亜音速翼の平面形状最適化

亜音速領域における翼平面形状最適化を行なった。翼重量の概算は亜音速旅客機に対する計算であるため、より実



機に近い値となる。また、亜音速翼の最適化では行なわなかった構造力学的な制約を加えて、より実的な最適化を試みた。

### 6. 1 GAについて

MOGAにより形状最適化をした。世代数は50世代、個体数は100個体で、収束するのに十分であると判断した数である。突然変異率は10%から始まり、50世代目に0%となる非一様突然変異率とした。

### 6. 2 評価方法

3つの評価関数、すなわち抗力の最小化と翼重量の最小化、及び燃料重量の最大化によるパレート解を求めた。さらに制限として揚力 $L$ が設計機体重量 $W$ 未満の時。つまり荷重倍数

$$n = \frac{L}{W} < 1 \quad (9)$$

のときと、構造力学的な評価により、必要板厚が設計板厚を超えたときに、MOGAにおけるランクを10下げるようにした。

### 6. 3 計算モデル

中型の遷音速旅客機をモデルとした。目安としてはB737-400である。その諸元を簡単に示す。

全長 119.7ft、翼端長 94.9ft、最大離陸重量 138,500lb、座席数 156人、最大巡航速度 0.82M

必要板厚を計算するにあたっては、遷音速旅客機の外板に一般的に使用されているアルミ合金の7075合金で特性を計算した。翼型は遷音速翼であるW14[7]を参考とした翼を用いた。翼幅とねじりは固定し、スweep角と翼弦長を設計変数とした。尚、ねじり下げはkinkの位置で翼根から2度、翼端では更に0.5度とした。設計変数は亜音速翼と同じスweep角とコード長2カ所の、計3つである。

### 6. 4 空力計算

FLO-22による計算条件は、マッハ数 $M=0.8$ 、格子数 $120 \times 20 \times 20$ とした。

### 6. 5 結果と考察

得られた目的関数空間の解分布を図12に示す。(a)~(c)は初期分布、(d)~(f)は収束後の分布を2目的関数毎に示す。全て原点が目的方向となる。

(a)、(d)は抵抗と燃料の平面への分布である。収束後は初期分布の右側半分に分布している。これは板厚と揚力の制限により、翼面積が少ない個体が消滅したものと思われる。そのため右側半分の個体が、より原点方向に集まってきている。

(b)、(e)は抵抗と翼重量の平面への分布である。この分布も制限により左側半分の個体は消滅しているが、この2次元断面ではパレートフロントが得にくい分布を示している。

(c)、(f)は翼重量と燃料重量の分布である。この断面では初期分布から、ほぼパレートフロントに沿った分布を示していることが分かる。収束後は鮮明なパレートフロントが形成されている。また、パレートフロントの広い領域に分布しており、シェアリングとエリート保存選択が有効に働いていることが分かる。

3次元空間の分布を図13に示す。 $x-y$ 平面と $z$ 軸が交わる点が目的方向である。図より目的方向へ向かってパレート面が形成されていることが分かる。図14に、図13のパレート面上の個体形状の幾つかを示す。(a)~(c)は各目的関数で最良の個体形状を、(d)はパレート面のほぼ中央にある個体形状である。実際の設計でどの形状を選択する

かは、設計者の判断にゆだねられることになる。各形状の性能を図15に示す。図では形状(d)の性能を1として外側方向が良い性能を表す。

図16では、世代ごとのパレート解の数の収束履歴を示す。世代ごとにパレート解の数が増えており、20世代目にはほぼ収束していることが分かる。

## § 7. 結言

本研究では、空力や構造を考慮した連成問題における最適化を多目的最適化として定式化し、遺伝的アルゴリズムを用いた翼平面形状の多目的最適化を行なった。これまで一般的に用いられた勾配法のように各目的関数に対する深い知識を必要とせず、かつ空力評価で起こりやすい多峰性目的関数空間においても大域解を求められる。

空力、構造、装備(燃料タンク)を考慮した3つの目的関数と、荷重倍数、構造力学を考慮した2つの制限からなる、より実的な翼平面形状の最適化が行なえた。

最も計算負荷が大きいCFD計算にポテンシャル方程式による解法を用いた。さらにGAが多點並列探索であることを活かし、並列計算機を使用することで、世代ごとの計算時間を大幅に減らした。

多目的関数最適化におけるSGAとMOGAの比較を行なった。SGAではスカラー化する目的関数により、各目的関数間の重みが変わるため、重みの決定が良い形状を得るためのカギとなる。MOGAではパレート解の中から設計者が希望する、バランスを取れた最適解を選択することが出来る。そのためにはより広い空間でのパレート解を得ることが重要であり、そのための操作に工夫が必要となる。MOGAはGAが多點並列探索であることを有効に生かした方法であるといえる。

## § 8. 参考文献

- [1]Torenbeek, E., "Synthesis of Subsonic Airplane Design," Delft University Press, Kluwer Academic Publishers, 1982.
- [2]Wakayama, S., "Lifting Surface Design Using Multidisciplinary Optimization," Ph.D. Dissertation, Stanford Univ., Dept. of Aeronautics and Astronautics, Stanford, CA, Dec. 1994.
- [3]Obayashi, S., and Takanashi, S., "Genetic Optimization of Target Pressure Distributions for Inverse Design Methods," AIAA Journal, vol. 34, no. 5, pp. 881-886, 1996.
- [4]L. デービス 編, 嘉数侑昇ら訳, "遺伝的アルゴリズムハンドブック," 森北出版株式会社, 1992.
- [5]Jamson, A., "Iterative Solution of Transonic Flow over Airfoils and Wings, Including Flows at Mach 1," Communications on Pure and Applied Mathematics, Vol. XXVII, pp. 283-309, 1974.
- [6]北野宏明 編著, "遺伝的アルゴリズム②," 産業図書, 1995.
- [7]Fuji, K., and Obayashi, S., "Navier-Stokes Simulations of Transonic Flows over a Practical Wing Configuration," AIAA Journal, Vol. 25, No. 3, PP. 369-370. March, 1987.

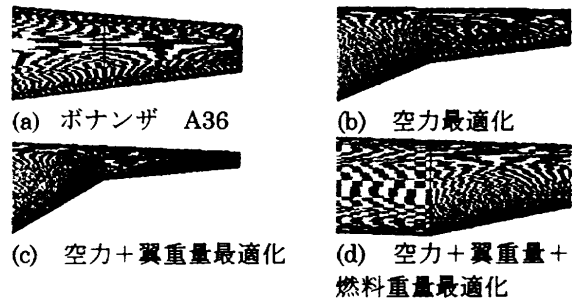
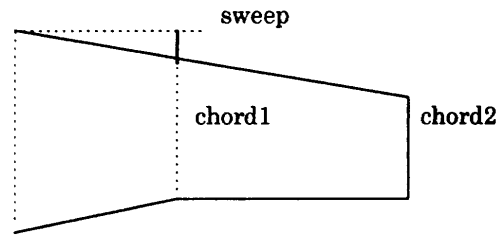
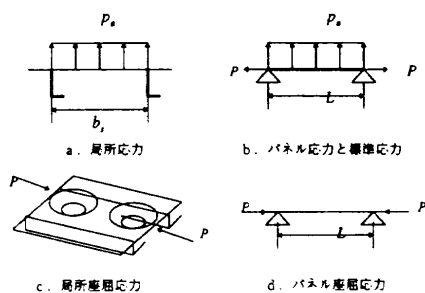
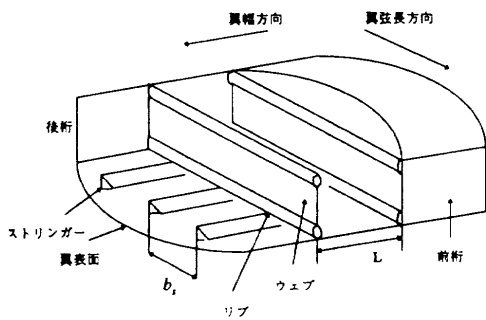
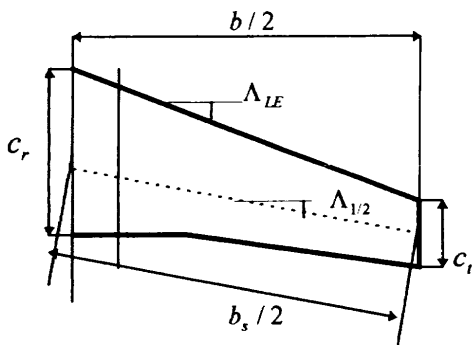
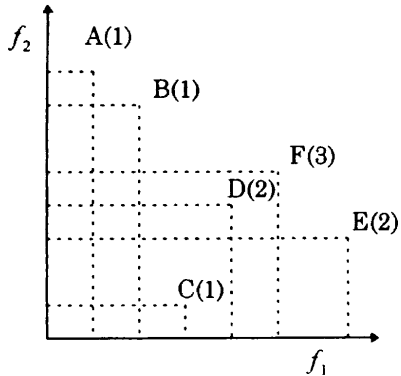
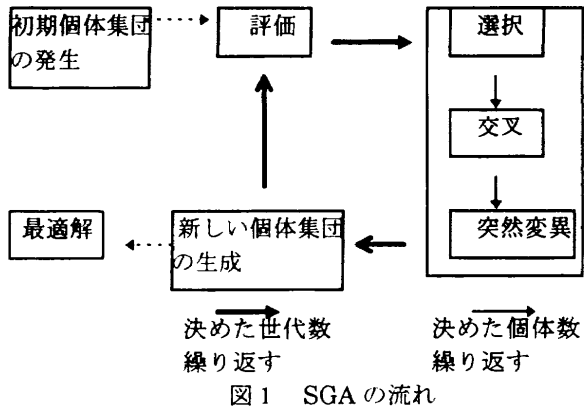


図7 SGAで最適化された翼平面形状

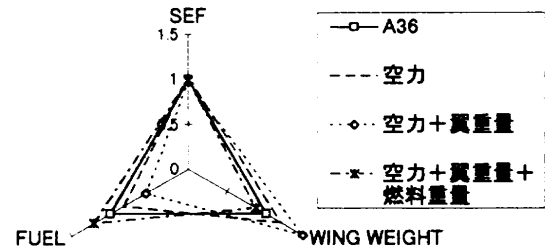


図8 各翼平面形状の性能

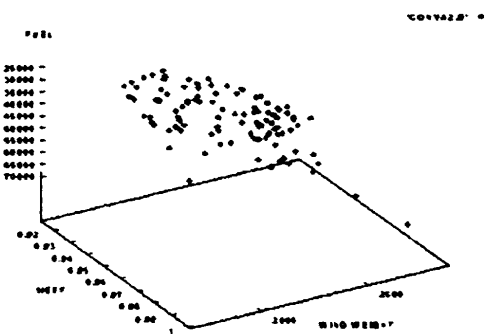
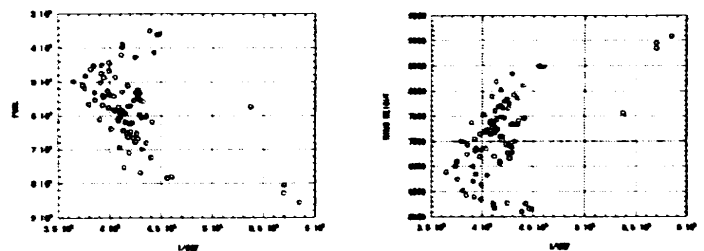
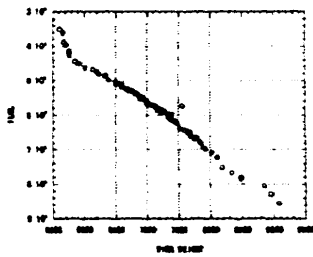


図9 3次元目的関数空間での個体分布



(a)SEF と翼重量の平面での分布 (b)SEF と燃料重量の平面での分布

図10 2次元断面での個体分布



(c) 翼重量と燃料重量の平面での分布

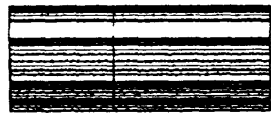
図10 2次元断面での個体分布 (続き)



(a) 空力性能が最良の形状

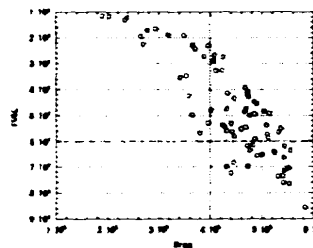


(b) 翼重量が最良の形状

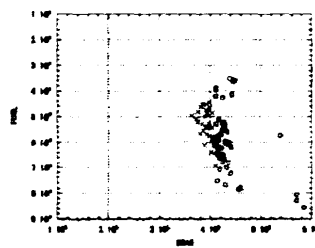


(c) 燃料重量が最良の形状

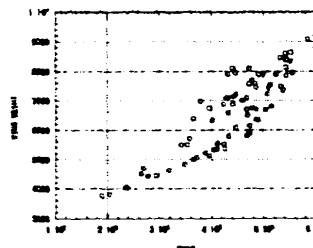
図11 パレート解中の翼平面形状



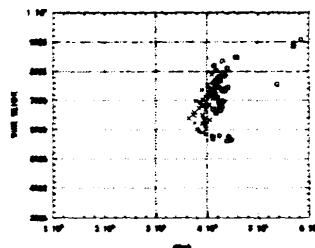
(a) 抵抗と燃料重量の平面での初期分布



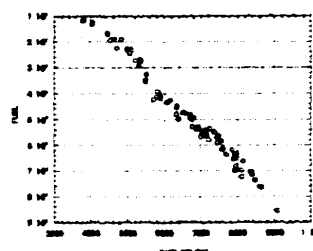
(d) 抵抗と燃料重量の平面での収束後の分布



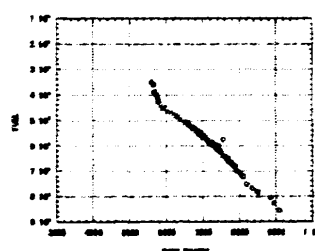
(b) 抵抗と翼重量の平面での初期分布



(e) 抵抗と翼重量の平面での収束後の分布



(c) 翼重量と燃料重量の平面での初期分布



(f) 翼重量と燃料重量の平面での収束後の分布

図12 2次元平面断面での個体分布

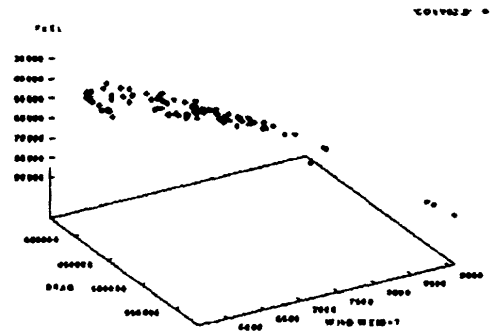
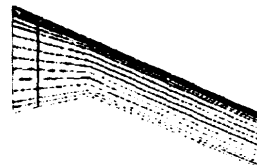
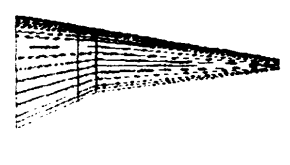


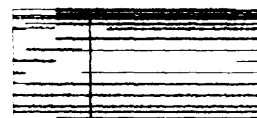
図13 3次元目的関数空間での個体分布



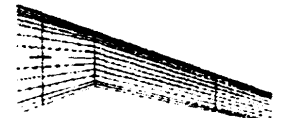
(a) 空力性能が最良の形状



(b) 翼重量が最良の形状



(c) 燃料重量が最良の形状



(d) パレート面中央の形状

図14 パレート解中の翼平面形状

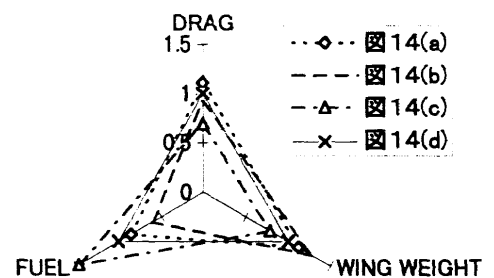


図15 各翼平面形状の性能

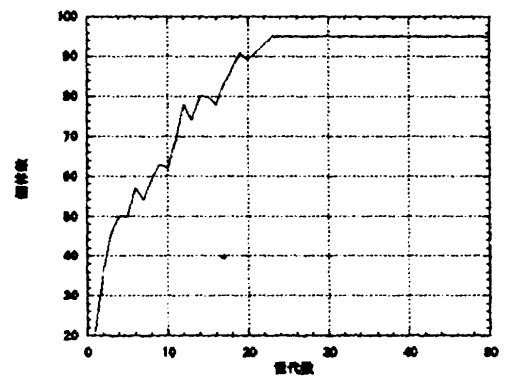


図16 パレート解の数の収束履歴

## 三次元遷音速翼の空力最適化

大山 聖<sup>1</sup>、大林 茂<sup>2</sup>、中橋 和博<sup>2</sup>、中村 孝<sup>3</sup>

## Aerodynamic Optimization of Three-dimensional Transonic Wing

By

Akira Oyama<sup>1</sup>, Shigeru Obayashi<sup>2</sup>, Kazuhiro Nakahashi<sup>2</sup> and Takashi Nakamura<sup>3</sup>

## Abstract

A Genetic Algorithm (GA) has been applied to optimize a transonic wing shape for generic transport aircraft. The extended Joukowski transformation as well as NACA five-digit series is used as airfoil definition of a wing to design a transonic wing geometry which maintains enough wing thickness to stand the bending moment due to the lift distribution. A three-dimensional compressible Navier-Stokes (N-S) solver is used to evaluate aerodynamic performance. The N-S evaluation is parallelized on Numerical Wind Tunnel (NWT) at National Aerospace Laboratory in Japan, a parallel vector machine with 166 processing elements. Designed wings show a tradeoff between an increase of the airfoil thickness driven by a structural constraint and a reduction of the wave drag produced by a shock wave. Further investigations are necessary for the airfoil definitions as well as the GA operators.

## 1 はじめに

設計プロセスの自動化は、航空機産業等にとって開発コストの大幅な低減や開発期間の短縮を実現することができるため、現在もっとも注目を集めている研究分野の一つである。設計の自動化は数値流体力学 (CFD) コードを数値最適化法と組み合わせる用いられる。

勾配法 (GM) は古くから知られている最適化アルゴリズムであり、局所的な勾配を用いて最適解を探索するアルゴリズムである。この方法は局所探索においては優れているが、最適化の目的関数の分布が複雑な場合、大域的最適解を見つけることは難しい。一般的に、実際の応用に用いられる目的関数の分布は単純である保証はなく、GM は現実的な複雑な制約付き最適化問題を扱うことが難しい。これらの理由から、GM は現実の問題にはあまり適していない。

遺伝的アルゴリズム (GA) は新しい最適化アルゴリズムであり、近年空力最適化問題へも応用されるようになってきた [1-2]。GA は自然淘汰のメカニズムを模倣し、複数の設計候補からなる集団を評価、選択、交叉、突然変異のオペレータを用いて進化させて最適解を得る。GM と違い、局所勾配を用いず、多点探索を行うので、大域的な最適解を得ることができる。また、設計変数が増えても勾配法ほどは計算時間が増加しない。これらの理由から GA は現実の応用問題に適した最適化アルゴリズムであるといえる。

空力最適化には CFD コードを用いて空力評価が行われる。CFD コードには様々なものがあるが、Navier-Stokes (N-S) コードは粘性や圧縮性の影響を考慮し、正確に空力評価することができるため、一番望ましい計算方法である。しかしながら、N-S 計算は計算時間を多く必要とするため、GA を使った最適化を行おうとすると最新のスーパーコンピュータを用いても莫大な計算時間が必要になる。よって、これまでの最適化は2次元問題に限られてきた。

しかしながら、文献 [3] において、1) N-S コードに多重格子法を適用して計算時間を短縮する、2) 航空宇宙技術研究所の数値風洞 (NWT) を用い並列計算する、3) 翼形状の表現に本質的な変数のみを設計変数とする、の三つにより従来は困難とされてきた N-S 計算を用いた亜音速三次元空力形状最適化が初めて行われた。得られた最適翼は既存の設計

方針や実験結果と一致し、GA を用いた3次元翼の空力最適化の有効性が確かめられた。

本研究ではそれを遷音速翼形状最適化に発展させる。遷音速翼の最適化においては、衝撃波による造波抵抗の影響が大きいので、翼型の定義には NACA 翼型のほかに、拡張されたジュコフスキー変換を用いた。NACA 翼型を用いた場合には翼幅方向の翼厚及びねじり角の分布のみを、拡張されたジュコフスキー変換を用いた場合には翼型を定義する5つのパラメータの翼幅方向分布及びねじり角分布を設計変数にとる。文献 [3] と同様に、翼の空力評価は NWT を用いて並列に計算を行った。

## 2 NACA 翼型を用いた遷音速翼の最適化

## 2.1 翼形状表現方法

翼型が与えられた時、スパン方向の最大翼厚分布及びねじり角分布は3次元翼の性能を決定する上で重要な要素である。よって NACA 翼型を用いて、最大翼厚比およびねじり角の翼幅方向分布で翼形状を表現することとする。普通 GA では遺伝子は二進数であることが多いが、ここでは最大翼厚比は 0.05 から 0.20、ねじり角は -5 から 10 度の実数とした。最大翼厚比およびねじり角の翼幅方向分布はそれぞれ 8 つの制御点を二次の B-Spline で結ぶことにより決定される。また、最大翼厚比やねじり角が翼幅方向にうねる翼は実用的ではないため、設計変数が翼根から翼端にかけて単調に減少するように、遺伝子の並べ替えを行っている。三次元翼の各翼型断面は NACA の 5 桁翼型で与えられ、キャンバーラインを示す前 3 桁は 230 に固定している。後 2 桁は最大翼厚比を示しており、これは各個体の遺伝子によって決定される。翼の平面形は [3] と同様に典型的な輸送用飛行機の翼平面形を用いた。 [4]

## 2.2 遺伝的アルゴリズム

遺伝的アルゴリズム (GA) では、設計変数は有限長のデータ配列としてコード化される。これらの遺伝子は一つの個体 (設計候補) を表現し、それが集まって集団を形成する。

GA における進化は評価、選択、交叉、突然変異の4つのオペレータから構成される [5]。図 1 に GA のフローチャートを示す。評価モジュールでは、集団の中のそれぞれの個体の適応度を評価する。本研

<sup>1</sup> 東北大学工学研究科大学院<sup>2</sup> 東北大学工学研究科航空宇宙工学専攻<sup>3</sup> 航空宇宙技術研究所

究では、翼揚抗比を目的関数とし、適応度はランキン法によって決定した。設計候補の空力評価には[3]で用いたのと同様のN-S解法を用いた。

遷音速領域で現実的な翼厚を持つ翼を得るために構造制限を加える。翼と翼幅方向の揚力分布をそれぞれ片持ち張りとし集中荷重に単純化した。翼幅方向の揚力分布からモーメント分布を求め、そこから翼の応力分布を計算し、それがA I合金材 2024-T351の許容応力をこえるとペナルティをかした。

選択には stochastic universal sampling を用いている。交叉には、実数配列の一樣交叉と進化方向オペレータ[6]の二つの違うオペレータを用い、それぞれ次の世代の個体の半数を生成するのに使用した。一樣交叉のそれぞれの遺伝子交換の確率は40%とした。

進化方向オペレータは親子の関係から進化の方向を推定して進化が促進するように次の世代を生成する交叉オペレータである。従来のGAは収束が最適値に近づくにつれ遅くなってしまいう傾向があるが、進化方向オペレータは計算時間を増加させずにGAの収束を改善する事ができると報告されている。[9]

突然変異は10パーセントの確率で発生するようにし、翼厚については $\pm 0.01$ 以内、ねじり角については $\pm 1$ 以内、翼幅方向の位置については $\pm 0.3$ 以内の変化が遺伝子に加えられるようにした。

## 2.3 結果

### 2.3.1 空力形状最適化

まず始めに構造制限を考慮しないで遷音速翼の最適化を行った。自由流マッハ数0.76、迎角 $0^\circ$ 、レイノルズ数(翼根の翼弦長基準) $10^7$ とした。

その時の収束履歴を図2に示す。集団は15世代で最適解に収束した。1世代当たりNWTで80分の計算時間を必要とした。得られた翼の翼平面形といくつかの翼断面形状を図3に示す。

図4は翼幅方向の最大翼厚分布である。翼厚比0.05は解探索空間の下限であり、衝撃波の発生を抑えるために翼根を除いて翼厚はできる限り小さくなったことがわかる。

図5に翼幅方向ねじり角分布を示す。誘導抵抗を最小にするためにねじり下げが行われている。実験により、ねじり下げが5度を超えると誘導抵抗が急増することが知られているが[7]、最適化された翼はこの条件を満足している。

翼幅方向揚力分布を図6に示す。実線が放物曲線、丸点が最適化された翼の揚力分布である。理論的に、構造的な制限を加えた場合は揚力が放物型の分布のとき誘導抵抗が最小となる事が知られている[8]。ここでは構造制限は加えられていないが、翼厚の解探索領域の下限值が曲げモーメントによる揚力分布制限と同じような働きをしたのであろう。それゆえ得られた最適翼の揚力分布は放物型になっており、誘導抵抗が最小化されるように翼の最適化がなされたことが分かる。

図7に翼上面の等圧線図を示す。キंकの外側の翼前縁付近に弱い衝撃波が見られるが、流れの剥離は発生していない。

以上のことから、このアルゴリズムの有効性が確かめられた。

### 2.3.2 構造制限による影響

次に、構造制限を加えて空力最適化を行う。このときの収束履歴を図8に示す。最適解は50世代で

得られた。得られた翼形状は図9に示す。図10は翼厚分布である。最大の翼厚はキंकのところで必要とされ、得られた翼厚分布はこれを満たしている。さらに、翼端部分では翼厚比は解探索領域の下限(0.05)となり、構造制限を満たす範囲内で最小の翼厚を得たことがわかる。図11はねじり角分布である。

図12に翼幅方向揚力分布と放物曲線を示す。得られた翼の揚力分布は放物型にはならなかった。これは放物型分布を得るためには翼中央付近での揚力が大きくなる必要があるが、それは大きな造波抵抗を引き起こしてしまうためであろう。図13は得られた翼上面の等圧線図である。この図からわかるように翼中央に強い衝撃波が見られる。

これらの結果により、構造強度の増加と造波抵抗の減少は相反するものであったことがわかる。これはNACA5桁シリーズが亜音速用に開発された翼型であるため、ここで用いた翼型の定義方法では曲げモーメントに耐えうる翼厚をもった翼は強い衝撃波を生じてしまうためである。それでもGAは構造制限のもとで最適の翼を見つけたものと思われる。

構造制限のもとで遷音速翼の最適化を行うためにはスーパークリティカル翼型を用いる必要がある。しかしながら、スーパークリティカル翼型を用いると、翼の最適化と同時に翼型の最適化も行わなければならない、設計変数の数が一桁多くなってしまふ。したがって、少ない設計変数で任意の翼形状を表現できる翼型の表現方法が必要とされる。したがって、次のセクションでは拡張されたジュコフスキー変換を用いて最適化を行った。

## 3 拡張されたジュコフスキー変換を用いた遷音速翼の最適化

### 3.1 翼形状表現方法

ここでは、翼型の表現に拡張されたジュコフスキー変換[8]が用いられた。これは以下の式を用いて2回の連続した座標変換を行うことにより、複素平面上の単位円 $Z_0$ を様々な形状の翼型 $Z$ に変換するものである。

$$Z_0 = re^{i\theta} + Z_c \quad (1)$$

$$Z_1 = Z_0 - \varepsilon / (Z_0 - \Delta) \quad (2)$$

$$Z = Z_1 + 1/Z_1 \quad (3)$$

ここで、 $Z_c$ ,  $Z_0$ ,  $Z_1$ ,  $Z$ ,  $\varepsilon$ は複素数であり、 $\Delta$ ,  $r$ ,  $\theta$ は実数である。 $r$ は $Z_0$ が複素平面の原点を通るように決定されるため、この変換は $Z_c$ ,  $\varepsilon$ ,  $\Delta$ によってのみ定義される。本研究では、単位円 $Z_0$ の中心 $(x_c, y_c)$ 、翼型の後縁に変換される点 $(x_1, y_1)$ 、および、実軸方向の移動量 $\Delta$ が設計変数に選ばれた。 $x_c$ ,  $x_1$ ,  $\Delta$ は翼厚に関係し、 $y_c$ と $y_1$ はキャンバー線に関係していることが知られている。複素数 $\varepsilon$ は $(x_0, y_0)$ によって与えられる。

この5つのパラメータとねじり下げの翼幅方向分布は制御点 $(y_i, J_i)$   $i=1, \dots, 5$ と $(y_\alpha, \alpha)$ をスプライン近似する事によって表現する。ここで、 $y$ ,  $J_i$ ,  $\alpha$ はそれぞれ翼幅方向の位置、拡張されたジュコフスキー変換パラメータ、ねじり角である。これにより翼形状は34個の変数で表される。これらの設計変数の上限及び下限を表1に示す。

Design Variable	Lower-bound	Upper-bound
$J_1(x_c)$	-0.1	0
$J_2(y_c)$	0	0.1
$J_3(x_t)$	1	1.05
$J_4(y_t)$	-0.05	0.05
$J_5(\Delta)$	0	0.8
$y_J$	0	1.88
$\alpha$	-5 deg.	10 deg.
$Y_\alpha$	0	1.88

Table 1 Boundaries of design variables  
(root chord = 1)

初期集団をランダムに生成すると、ほとんどの個体が構造制限を満たさないため、初期収束を起こしてしまう。よって本研究では、以下の手順で初期集団を生成した。1) 予備集団をランダムに形成する。2) その集団を構造制限を満たす10個の設計候補を得るために進化させる。3) 初期集団はそれらの10の個体とそれらの設計変数に表1に示された探索領域に対して $\pm 10\%$ の変化を加えた個体群から形成する。

### 3.2 結果

自由流マッハ数 0.8、迎角  $0^\circ$ 、レイノルズ数  $10^7$  の条件で最適化を行った。自由流マッハ数は 0.04 だけ上げられた。集団サイズは 50 とした。図 14 に収束履歴を示す。得られた翼はリアローディングタイプになっており、揚抗比は 19.56 に向上した。

図 15 に翼上面の圧力分布を示す。図 13 と比較すると、等圧線は平行ではなくなっているが、衝撃波は弱くなっている。揚力分布は放物型にならなかったが(図 16)、これは初期収束によるためであろう。

図 17 の翼厚分布から、得られた翼が厚い翼厚を持っている事がわかる。このことから初期収束を起こしていることが明らかである。現在の方法では、最適翼厚を得るためには、三つのジュコフスキーパラメータが同時に最適化されなければならないが、これらの組み合わせを交叉オペレータが壊してしまっているのであろう。今後、翼型定義の方法と同様、GA オペレータの改善も必要であろう。

### 4 結論

Navier-Stokes 解法を用いた GA による遷音速 3 次元翼の最適化が行われた。NWT を用いて翼の空力評価を並列に行うことにより 1 世代あたりの計算時間は NWT で 80 分となり最適化に必要な計算時間はほぼ 2 日間となった。

始めに NACA 翼型を用いた遷音速翼の最適化を構造制限を考慮せずに行った。得られた翼は最適解となり、本研究の最適化法の有効性が確かめられた。

次に構造制限が翼厚分布に対して考慮された。このとき、構造強度の増加と造波抵抗の減少についてトレードオフが見られた。構造最適化及び空力最適化を考慮した多目的最適化法は今後の課題である。

最後に拡張されたジュコフスキー変換を翼型の定義に用いた。より高いマッハ数であるにもかかわらず揚抗比は向上した。しかしながら、得られたか冒は大域的な最適解とは考えられず、初期収束をしていると思われる。大域解を得るためには初期集団

の生成方法や交叉の方法等のさらなる研究が必要であろう。また、より最適設計に適した翼型の定義も今後の課題である。

### 参考文献

- [1] Obayashi, S. and Tsukahara, T., "Comparison of Optimization Algorithms for Aerodynamic Shape Design," AIAA Paper 96-2394, 1996.
- [2] Yamamoto, K. and Inoue, O., "Applications of Genetic Algorithm to Aerodynamic Shape Optimization," AIAA Paper 95-1650, 1995.
- [3] Obayashi S. and Oyama, A., "Three-Dimensional Aerodynamic Optimization with Genetic Algorithm," the Second ECCOMAS Conference on Computational Fluid Dynamics, Paris, September, 1996.
- [4] Jacobs, P. F., "Experimental Trim Drag Values and Flow-Field Measurements on a Wide-Body Transport Model with Conventional and Supercritical Wings," NASA TP 2071, 1982.
- [5] Goldberg, D. E., *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*, Addison-Wesley Publishing Company, Inc., Reading, 1989.
- [6] Yamamoto, K. and Inoue, O., "New Evolutionary Direction Operator for Genetic Algorithm," *AIAA Journal*, Vol. 33, No. 10, pp. 1990-1992, Oct. 1995.
- [7] Torenbeek, E., *Synthesis of Subsonic Airplane Design*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1982.
- [8] Jones, R.T., *Wing Theory*, Princeton University Press, 1990.

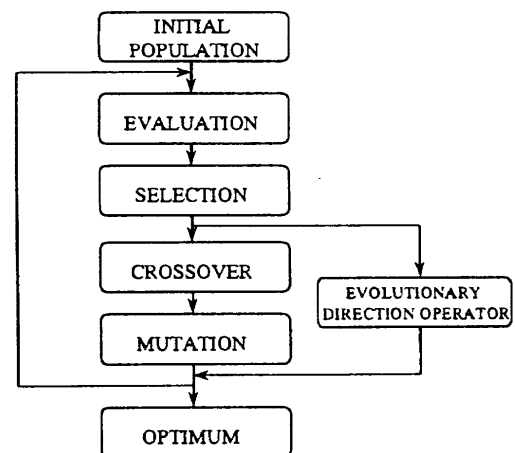


Figure 1 Flowchart of GA

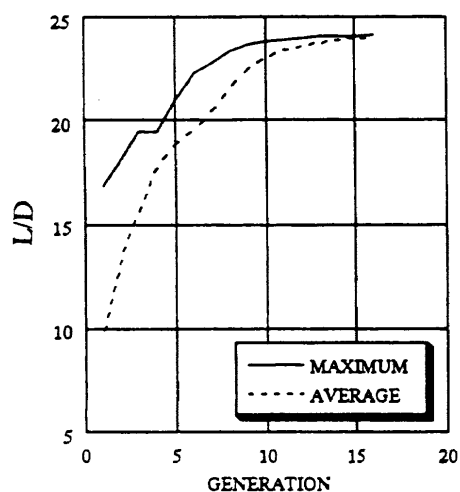


Figure 2 Optimization history

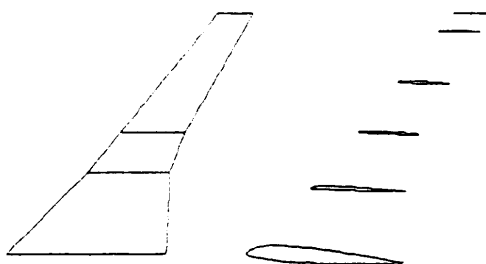


Figure 3 Optimum wing design

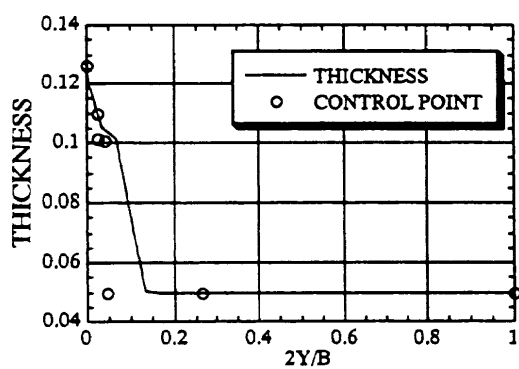


Figure 4 Spanwise thickness distribution

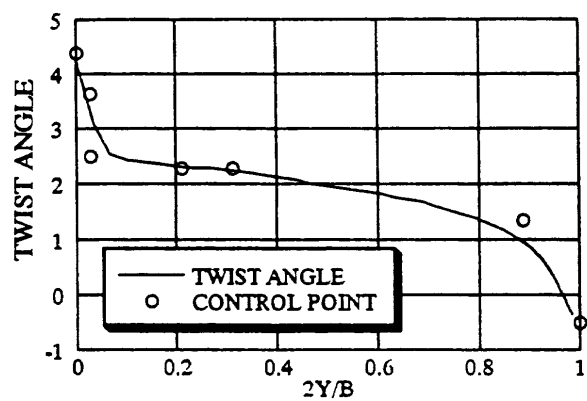


Figure 5 Spanwise twist angle distribution

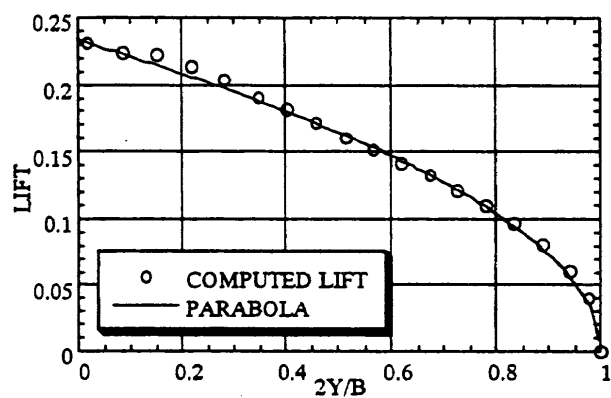


Figure 6 Spanwise lift distribution

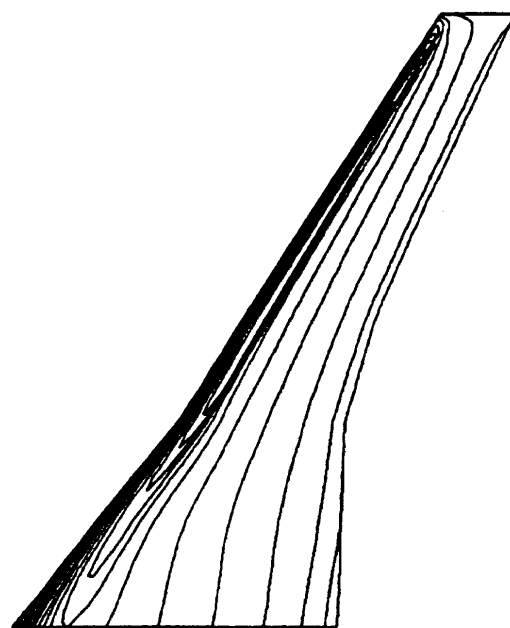


Figure 7 Pressure contours on the upper surface

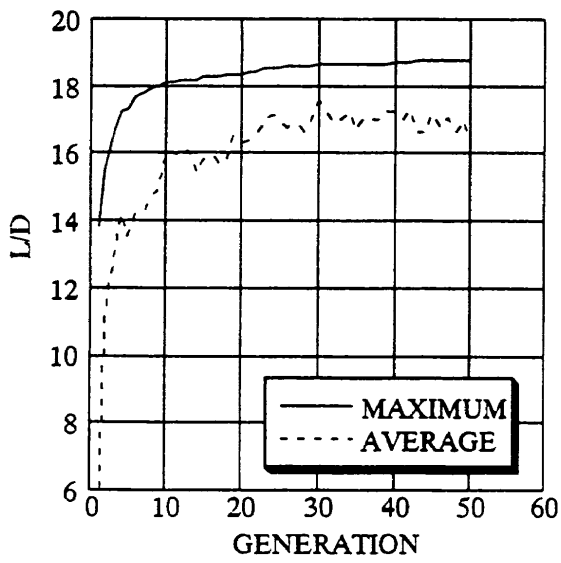


Figure 8 Optimization history

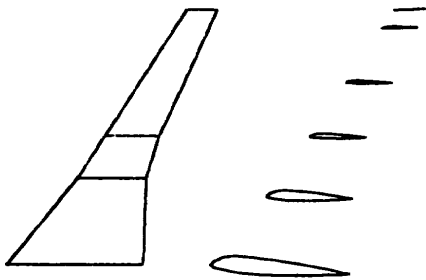


Figure 9 Optimum wing design

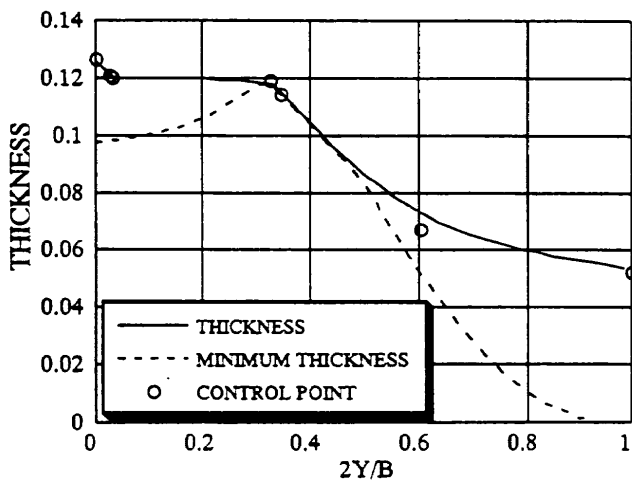


Figure 10 Spanwise thickness distribution

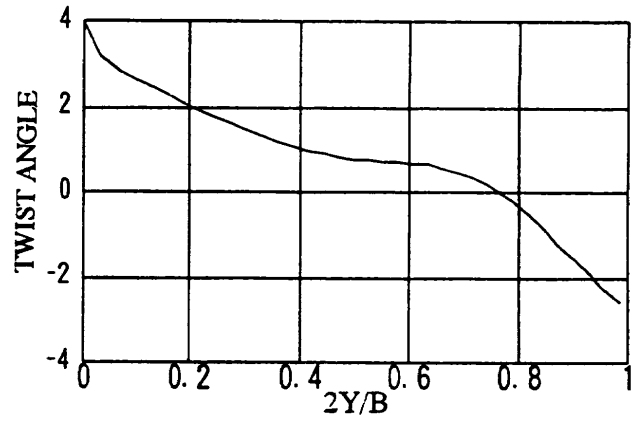


Figure 11 Spanwise twist angle distribution

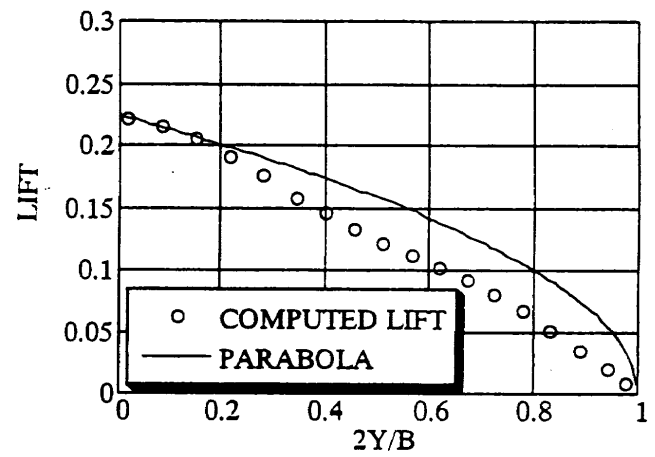


Figure 12 Spanwise lift distribution

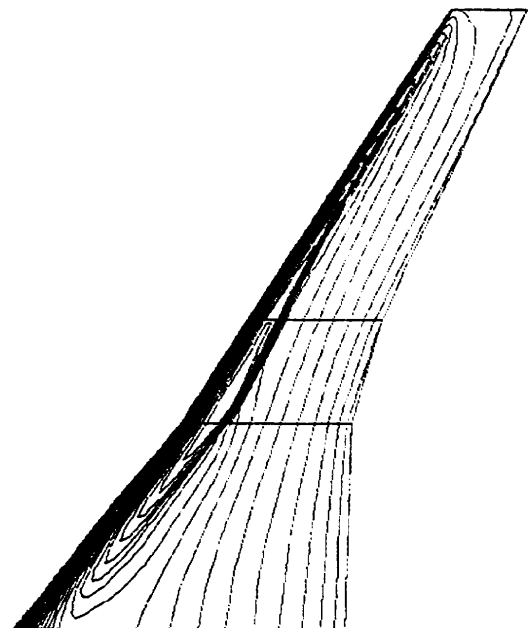


Figure 13 Pressure contours on the upper surface



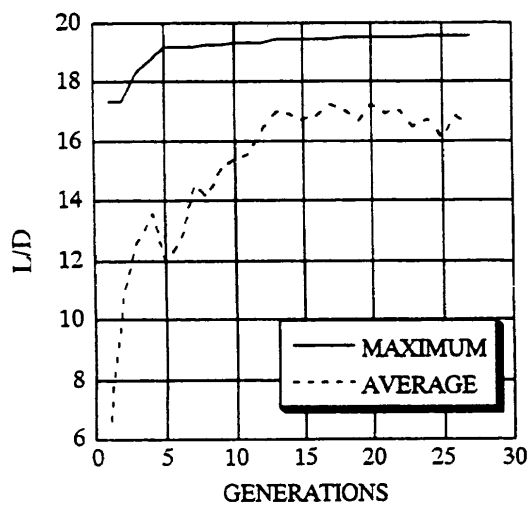


Figure 14 Optimization history

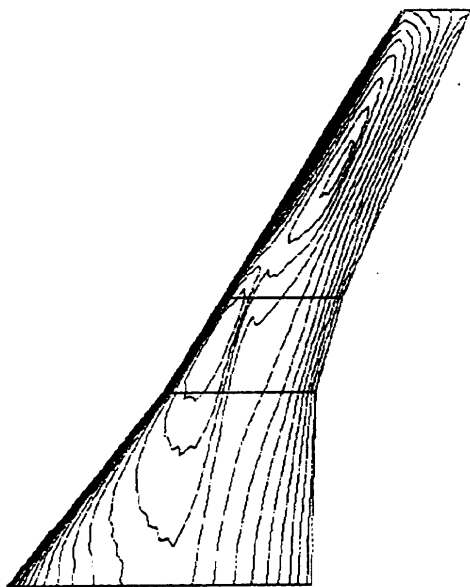


Figure 15 Pressure contours on the upper surface

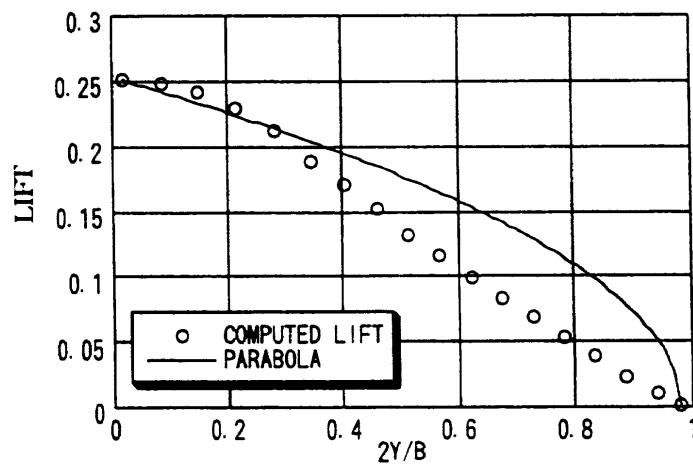


Figure 16 Spanwise lift distribution

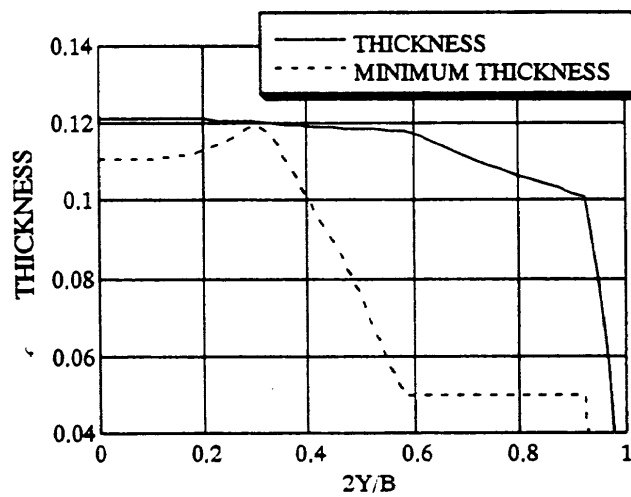


Figure 17 Spanwise thickness distribution

## 多目的遺伝的アルゴリズムによる翼列翼型設計

塚原 孝則<sup>\*1</sup>、大林 茂<sup>\*2</sup>、中橋 和博<sup>\*3</sup>、中村 孝<sup>\*4</sup>

## Cascade Airfoil Design by Multiobjective Genetic Algorithms

by

Takanori TSUKAHARA<sup>\*1</sup>, Shigeru OBAYASHI<sup>\*2</sup>, Kazuhiro NAKAHASHI<sup>\*3</sup>

and

Takashi NAKAMURA<sup>\*4</sup>

## ABSTRACT

Multiobjective Genetic Algorithms based on Fonseca-Fleming's Pareto-based ranking and fitness sharing techniques have been applied to aerodynamic shape optimization of compressor cascade airfoil design. Unlike the single objective optimization, the solution to multiobjective optimization (MO) is not a single point, but a family of points known as the Pareto-optimal set. By maintaining a population of solutions, Genetic Algorithm(GA) can search for many Pareto-optimal solutions in parallel. Airfoil performance is evaluated by a Navier-Stokes code. Evaluation of GA population is parallelized on Numerical Wind Tunnel (NWT), a parallel vector machine, located at National Aerospace Laboratory. The present MO seeks high pressure rise, high turning angle and low total pressure loss at a low Mach number. Consequently, all of GA population became Pareto-solutions, and some of these solutions showed high pressure rise, high turning angle and low total pressure loss. The performance of the resulting airfoils is compared with that of the existing Controlled Diffusion Airfoil (CDA).

## § 1. はじめに

今年 1997 年は、英国の Sir F. Whittle のジェットエンジンが初めて自立運転に成功してから 60 年目にあたる年である[1]。その間にたゆまない性能向上への努力が継続的に続けられてきた。また、騒音や排気を低減させる技術も進歩し、環境に優しいエンジンとしても発展を遂げている。エンジン発達の重要な鍵の一つといえるのが圧縮機である。というのは、圧縮機がエンジンの圧縮比や流量を支配するため、エンジンの特性に絶対的な影響を及ぼし、また制御するのに最も難しいエンジン要素の一つだからである。そこで、本研究では圧縮機の翼列翼型の空力形状最適化を行う。

翼列翼型の空力設計のほとんどは逆設計法に基づいている[2]。逆設計法とは、予め与えられた圧力分布から形状を求める方法である。適切に圧力分布を設定できる知識を持つ設計者にとっては非常に有効な方法である。しかしながら、圧力分布を設定することは一般に難しい問題である。設定された圧力分布によっ

ては物理的に不可能な形状にもなりうる。さらに、形状の制約条件を課すことも困難である。従って、ここでは形状を直接変化させることによって与えられた空力的な目的関数を最大あるいは最小にする順設計法を採用する。

エンジン設計においては、産業用および航空用を問わず低燃費化が一つの要求項目となっている。低燃費化を図るには熱サイクルの効率を増すことよりも、全体圧縮比および要素効率を高めることが必要とされる。さらに、航空用では軽量化も重要である。従って、より少ない段数で、効率よく圧縮比を高くすることが望まれる。つまり、圧縮機の設計では小さい損失で高い圧縮比を得ることが目的となる。圧縮機は流れの方向を変え、流速を減速させることにより静圧を上昇（圧縮）させるが、減速の程度が大きいと境界層の発達や剥離が起これ、損失が大きくなってしまふ。従って、お互いの性能ができるかぎり良くなるような妥協点を求める必要がある。このときの設計は本質的に多

\* 1 東北大学大学院

\* 2 東北大学工学部機械航空工学科

\* 3 東北大学工学部機械航空工学科

\* 4 航空宇宙技術研究所 数理解析部

目的最適化問題となる。

多目的最適化 (Multiobjective Optimization, MO) は単目的最適化と異なり、ベクトル化された評価関数を最適化し、得られた解は単一ではなくパレート最適解 [3] として知られる解の集合となる。それぞれの解は、「少なくともある 1 つの状態を悪化させない限り、他の状態を改良する余地はない。」という意味で最適となっている。つまり、ある 1 つの状態を改良すると少なくとも他の 1 つの状態が悪くなってしまうことを表している。従って、このパレート最適性の概念を適用することによりお互いの妥協点が集合として得られる。最終的な解は、得られた集合の中から設計者の主観的な判断のもとで選ばれる。

ここでは、遺伝的アルゴリズム (Genetic Algorithm, GA) を用いてパレート最適解を求める。GA は生物進化に見られる過程 (染色体の選択や交叉および突然変異) をヒントにして J. Holland により提案されたアルゴリズムである [4]。設計変数を遺伝子として、初期設計の個体集団をランダムに生成し、各個体の目的関数に対する適応度 (評価関数) を評価する。適応度の良い個体ほど親として選択される確率が高くなるように親を選択する。そして、交叉 (遺伝子の入れ換え) および突然変異 (遺伝子のランダムな変化) で子孫を生成する。GA オペレータ (評価・選択・交叉・突然変異) により、世代を繰り返すことで最適解を探索する (図 1)。

このように、GA は個体集団を用いた多点探索を行っているので、解集団を保持することにより同時に多くのパレート最適解を探索することができる。多目的最適化問題に適用した遺伝的アルゴリズム (Multiple Objective Genetic Algorithm, MOGA) として、Fonseca と Fleming により提案されたパレートのランキング法 [5] を用いる方法を採用する。

GA を用いて空力最適化問題を解いた場合、得られた解が本当に最適解に近いものかどうかを調べる方法がないことが多い。そこで、GA による最適化が成功したかどうか判断するために、既存の圧縮機翼列翼型である拡散制御翼 (Controlled Diffusion Airfoil, CDA) (図 2) の逆問題を解いて手法の検証を行う。CDA は臨界マッハ数を越える流入条件に対し、超音速から亜音速へ衝撃波を伴わずに減速し、境界層が剥離しないようなマッハ数分布が与えられ、これを満足するように逆解法により得られた翼型である。従って、損失が小さく抑えられることになる。

翼型の性能を評価するのに、全圧損失を精度よく求めることが重要である。従って、ここでは Navier-Stokes コードを用いる。今は二次元問題を考えているが、Navier-Stokes コードを GA に用いると莫大な計算時間を要する。そこで、航空宇宙技術研究所の並列計算機 NWT を用いて MOGA の評価を並列化し、全個体を同

時に評価して計算時間の短縮を図る。

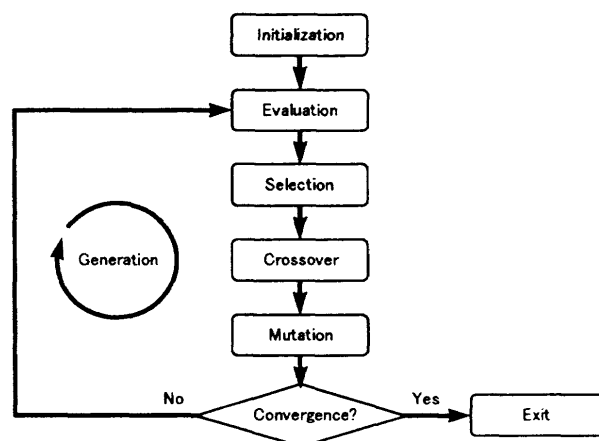


図 1 遺伝的アルゴリズムの概略

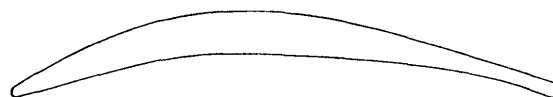


図 2 CDA

## § 2. 多目的遺伝的アルゴリズム(MOGA)

### ①コーディング

GA では、初めに設計変数を遺伝子の形に変換しなければならない (コード化)。通常、2 進数を用いたビットストリングでコード化される。しかし、実数を 2 進数に変換すると、精度が粗い、変化する量のスケールを GA オペレータで制御するのが困難であるなどの問題が生じる。そこで、ここでは設計変数の実数型データをそのまま用いて遺伝子を表現する。

求める翼型は、翼厚分布 (対称翼型) と反り分布 (キャンバー線) で定義される (図 3)。まず、対称翼型の上下面上に 14 点、キャンバー線上に 7 点の制御点をそれぞれ分布させる。このとき、対称翼型では最大翼厚を決める制御点、キャンバー線では最大キャンバーとなる制御点をはじめに決定し、形成された対称翼型やキャンバー線が交差しないような制約のもとで残りの制御点は順次その間に位置するように決める。これらの制御点の座標  $(x, y)$  を設計変数とする。ただし、前縁・後縁の座標はそれぞれ  $(0, 0)$ ,  $(1, 0)$  に固定する。また、対称翼型では上面の制御点が決まれば下面の制御点も自動的に決まる。さらに、後縁点上の制御点  $(x$  座標 1 に固定) は CDA のように後縁に厚みのある翼型も表現できるようにするために設けた。結局、全 21 個の設計変数となる。

対称翼型とキャンバー線は、制御点を三次 B-spline 関数によって決定する。B-spline 曲線は制御点を通ら

ないので、指定した翼弦長と最大翼厚となるように修正を施している。

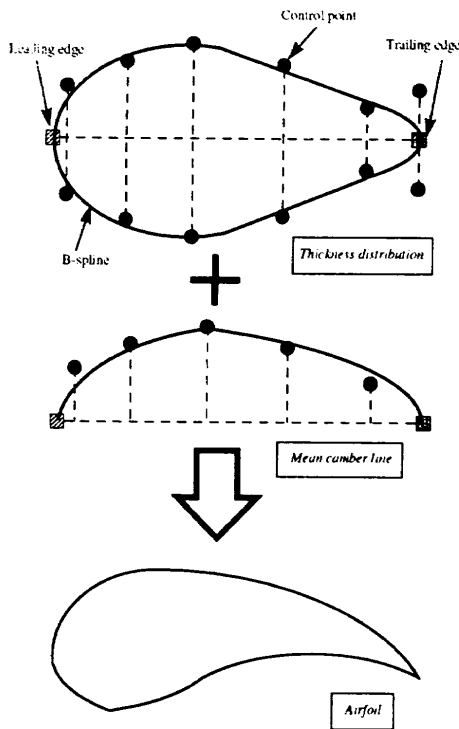


図3 翼型の定義

## ②性能評価

翼列翼型の性能評価は Navier-Stokes 方程式を用いて行い、翼間流路の H 型格子(201×65)が使われる。流入条件等は以下のように設定する。

- ・流入マッハ数： $M_1 = 0.25$
- ・流入角： $\beta_1 = 40.0$  [deg.]
- ・入口全圧： $P_{t1} = 1.043 \times 10^5$  [Pa]
- ・入口全温： $T_{t1} = 294$  [K]
- ・レイノルズ数： $Re = 0.70 \times 10^6$
- ・翼列ピッチ： $s/c = 0.5988$
- ・食い違い角： $\gamma = 14.4$  [deg.]

これらの条件は文献[6]を参考にしたものであり、CDA に対して Off-design の条件である。

GA を用いた最適化では、他の最適化手法に比べて計算時間が多いという問題がある。全計算時間のうちほとんどの部分を占めるのが空力評価である。従って、より短時間で評価するために並列計算機 NWT を用いた個体評価の並列化処理を行う。ここでは、個体数 64、最大世代数 80 とするので、64 台の PE を利用する。これにより、並列化する前と比較して計算時間は約 1/64 となり、大幅に時間を短縮できる。

## ③交叉

全ての遺伝子を対象にして、2つの親から互いに対応する遺伝子を 50%の確率で交換する方法を採る。つまり、制御点の座標を遺伝子としているので x 座標どうし、y 座標どうしをそれぞれ独立に交換する。

## ④突然変異

全ての遺伝子に対して突然変異が起こる可能性を調べ、発生した場合にはその遺伝子に擾乱を加える。加える擾乱は、x 座標では -0.2~+0.2 の範囲、y 座標では -0.02~+0.02 の範囲の量をランダムに決める。突然変異が起こる確率(突然変異率)は 1 世代目で 20%、100 世代目で 1% になるように線形的に小さくなるように設定する。

## ⑤パレートランキング

GA では個体集団を用いた探索が進められるので、ある程度評価の良い個体を同時に保ちつつ探索が可能であり、パレート最適集合を同時に求めることができる。このために世代内のパレート最適な個体を選択するように拡張されたランキング法がある。まず、次のように定義する。

[定義]

集団中に  $\mathbf{x}_i = (x_i, y_i)$ ,  $\mathbf{x}_j = (x_j, y_j)$  が存在し、また最大化すべき評価関数の組を  $\mathbf{F} = (F_1, F_2)$  としたとき、

1. 以下の式を満たすとき、 $\mathbf{x}_i$  は  $\mathbf{x}_j$  に支配されている ( $\mathbf{x}_j$  の劣解) という。

$$F_1(\mathbf{x}_i) \leq F_1(\mathbf{x}_j) \text{ かつ } F_2(\mathbf{x}_i) \leq F_2(\mathbf{x}_j), \\ \mathbf{F}(\mathbf{x}_i) \neq \mathbf{F}(\mathbf{x}_j)$$

2. 上の式を満たす  $\mathbf{x}_j$  が存在しないとき、 $\mathbf{x}_i$  は  $\mathbf{x}_j$  に支配されない ( $\mathbf{x}_j$  の非劣解) という。

つまり、評価関数空間の実行可能領域内にある非劣解の集合がパレート最適となる。

個体  $\mathbf{x}_i$ 、世代  $t$  において、 $p_i'$  個の個体で  $\mathbf{x}_i$  が支配されているとき、個体  $\mathbf{x}_i$  のランクは

$$\text{rank}(\mathbf{x}_i, t) = 1 + p_i' \quad (1)$$

で決定する。非劣解は全てランク 1 である。例えば、図4で示されているような各個体のパレートランキングが決まる。

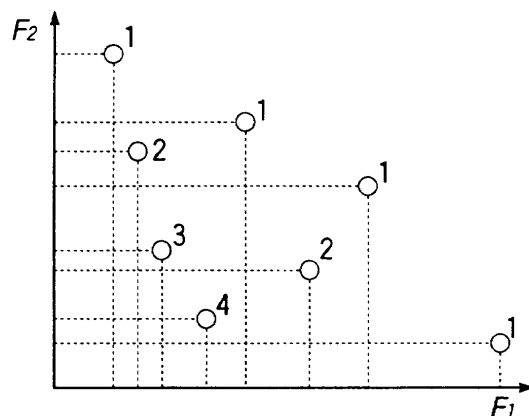


図4 パレートランキング法

## ⑥シェアリング

MOGA を解くためには解がパレート最適であるのと同時に、パレート最適解がパレート集合中に一様に分布していることが望ましい。つまり、解の多様性を保つことが重要である。しかし、確率的な選択を行うことによりある特定の評価の良い個体のみが選ばれるような偏りが生ずることがある(遺伝的浮動)[4]。遺伝的浮動を避けるために多くの点が集中している部分での適応度を意図的に下げ、孤立している点の適応度を大きくすることにより適応度を修正する操作が必要になる。これをシェアリングという。シェアリング後修正された  $F(x_i)$  を  $F'(x_i)$  とすると、

$$F'(x_i) = \frac{F(x_i)}{\sum_j s(d(x_i, x_j))} \quad (2)$$

ここで、 $s$  はシェアリング関数といい、解がどの程度同じ場所に集中しているかという度合いを決める。例えば、次のようなシェアリング関数が挙げられる。

$$s(d) = \begin{cases} 1 - \left( \frac{d}{\sigma_{share}} \right)^\alpha & d < \sigma_{share} \\ 0 & d \geq \sigma_{share} \end{cases} \quad (3)$$

$d = d(x_i, x_j)$  は個体  $x_i, x_j$  間の距離を表す。ここでは、設計変数のユークリッド距離を測定する。また、この方法には新しいGAのシェアリングパラメータが導入される。ニッチサイズ  $\sigma_{share}$  とべき指数  $\alpha$  である。ニッチサイズ  $\sigma_{share}$  は、個体集団の類似個体の中で互いにどの程度近くにいるときに評価を下げるかを見積もる定数で、各適応度の個別の最大値と最小値を利用する方法[5]で決定する。べき指数  $\alpha$  はニッチカウントを強めるために0.25とした。

本研究では、各ランク内の個体評価をスケールリングするため、ニッチカウントをランクに反映させ、Michalewicz が提案した非線形の確率分布[7]

$$P_i = c \cdot (1 - c)^{i-1} \quad (4)$$

により決まった選択確率に基づいて評価関数を再定義する。ここで、 $i$  は個体のランク、 $c$  はランク  $i$  が選択される確率を表し、 $c=0.075$  とした。

## ⑦ベスト $N$ 選択

この方法は次世代での個体集団を形成するときに、現世代における  $N$  個の親と  $N$  個の子孫を合わせて  $2N$  個の中で、親と子孫との区別なく評価の最も良い個体から順に  $N$  個選ぶという方法である[8]。従って、世代を繰り返す間に形成されたパレート解がそのまま維持できる。

## §3. 結果

### ①CDAの逆設計

ここでは、GAの最適解の探索能力および翼型の表現定義の妥当性を確認するためにCDAの圧力分布を

利用して逆問題を解く。ただし、この問題ではGAの選択法として単一目的用のルーレット式選択を用いている。

はじめに、CDAを用いた翼列内の流れ場を解き、CDAの  $C_p$  分布を求め、これを目標  $C_p$  とする。もし逆問題が解けたとすれば、得られた翼型形状はCDAになるはずである。従って、逆解法によりCDAに近い形状が求まることは、GAによる最適化が成功したことを意味する。目標  $C_p$  分布とGAにより形成された翼型に対する  $C_p$  分布との差が作る面積を最小にする形で最適化による逆解法が定式化される。

逆設計結果を図5に示す。これは、80世代で最終的に得られた翼型とその  $C_p$  分布である。約64世代から適応度の上昇が見られなかったため80世代でGAを終了させた。前縁付近でわずかな  $C_p$  分布の差が見られるが、逆設計で得られた翼型形状はCDAと非常によく一致しているといえる。従って、GAにより逆問題を解くことは可能であり、最適解の探索能力が確認され、翼型の表現方法も適切であることが示された。

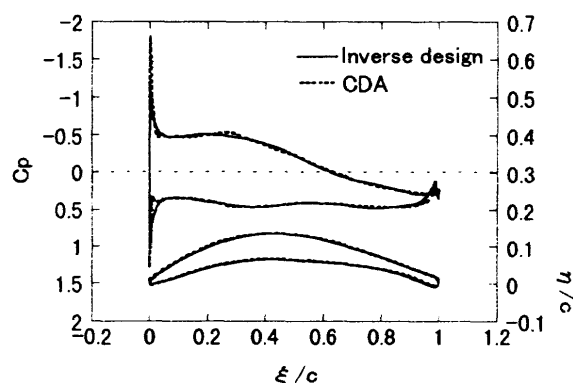


図5 CDAの逆設計

### ②翼列翼型の最適化

圧縮機の設計は、より高い圧縮比およびより低い全圧損失の実現を目的とする。ここでのMOでは、さらに転向角の最大化も考慮に入れる。転向角は従来の設計において重要な設計指針になっている。一般に、転向角が大きくなると、圧縮比も同時に大きくなる。しかし、転向角の増大に伴い境界層剥離による全圧損失が増大するので、転向角の増え方にも限界がある。そこで、圧縮比・全圧損失・転向角の3つを考慮したMOを解く。

[定式化]

1. 圧縮比  $P_2/P_1 \rightarrow$  最大化  
(制約条件: 速度比  $V_2/V_1 \geq 0.72$ )
2. 全圧損失係数  $\omega \rightarrow$  最小化
3. 転向角  $\Delta\beta \rightarrow$  最大化

全ての項目に適用される制約条件は、

1. 最大翼厚比  $t/c=(t/c)_{CDA}$  ( $=0.07$ )
2. 翼型面積  $S \geq S_{CDA}$  ( $=0.047c^2$ )

ここで、 $P_1$ 、 $P_2$ 、 $V_1$ 、 $V_2$ はそれぞれ入口静圧、出口静圧、入口速度、出口速度を示す。1.での制約条件は De Haller の方法[9]といい、減速の程度を制限して逆圧力勾配による境界層剥離を伴った性能低下を防ぐ。

図6に80世代目のパレート最適解の分布を示す。各軸は評価関数の最大値と最小値を用いて線形的にスケリングされており、値が1に近いほどその項目の評価が良いことを表す。図から、パレートの集団は2つのグループに分けることができる。圧縮比がより大きい集団と転向角がより大きい集団である。一般に転向角が増加すると圧縮比も増加するが、転向角がある地点を越えると圧縮比は減少してしまう。これは、圧縮比-転向角の図から分かる。さらに、全圧損失係数-転向角の図より、低損失を実現するには転向角を小さく抑える必要があり、両者の性能を上げるのは非常に難しい問題である。

図7に各性能によるパレート最適解の翼型形状の変化を示す。圧縮比が増すにつれて前縁・後縁が鋭くなる傾向にある。また、転向角が増加すると後縁に向かって大きいキャンバーを持つようになり、一方、損失が減少するにつれて後縁付近のキャンバーはほとんど零となっている。このことから損失-転向角の両者の性能を良くするのは容易でないといえる。

得られたパレート最適解の中から最終的に最適解を1つ決定しなければならない。これは、意志決定主体である人間であり、その方法論が必要となる。しかしながら、ここでは特にそのような方法は取り入れず、パレート最適解の中で比較的圧縮性能がよく、効率的な翼型形状を選んだ。この形状と  $C_p$  分布を図8に示す。ここでは、この翼型を MOGA 翼型と呼ぶことにする。MOGA 翼型は圧縮比を増すように比較的鋭い前縁と、CDA のように損失を減らすように鈍い後縁を持つ。

最後に、得られたパレート最適解の中で、各項目において最も良い解と MOGA 翼型、さらに CDA それぞれの性能値を表1に示す。図9は表1に対応する性能値をグラフ化した。各項目は原点から離れるほど良い性能を表す。圧縮比が大きい翼型では全ての項目において CDA より良い性能を示した。MOGA 翼型は圧縮比・損失では CDA より勝っているが、転向角では若干低い値となった。

#### §4. 結論

新しい多目的遺伝的アルゴリズムを圧縮機の翼列翼型の空力形状最適化に適用した。Fonseca-Fleming のパレートランキングとシェアリングに基づき、他の解より劣らない解の集合、つまりパレート最適解を得る

ことができた。各翼型性能は Navier-Stokes コードで評価され、並列計算機 NWT で並列処理された。また、CDA の逆設計を通して GA の最適解の探索能力が確認された。

ここで考えた多目的最適化問題は、高圧縮比・低全圧損失・高転向角を目標とした。得られたパレート最適解の中に、3つの設計目標全てにおいて CDA よりも勝る翼型が得られた。これは、パレート最適解の中で圧縮比が最も大きい場合の翼型である。また、高転向角と低損失を同時に実現するのは非常に難しい問題であることがパレート解から明らかとなった。

#### 参考文献

- [1] 石澤和彦, “航空用ガスタービンエンジンの新技術,” 第34回飛行機シンポジウム講演集, 鳥取, pp. 269-272, (1996).
- [2] U. K. Singh, “A Design Time Marching for the Generation of Blade in a Cascade,” ASME Paper 86-GT-167, (1986).
- [3] H. Tamaki, H. Kita and S. Kobayashi, “Multi-objective optimization by Genetic Algorithms: a review,” Proceedings of 1996 IEEE International Conference on Evolutionary Computation, pp. 517-522, (1996).
- [4] D. E. Goldberg, *Genetic Algorithms in Search, Optimization & Machine Learning*, Addison-Wesley Publishing Company, Inc., Reading, (1989).
- [5] C. M. Fonseca and P. J. Fleming, “Genetic Algorithms for multiobjective optimization: formulation, discussion and generalization,” Proceedings of the 5<sup>th</sup> International Conference on Genetic Algorithms, Morgan Kaufmann Publishers, Inc., San Mateo, pp.416-423, (1993).
- [6] Y. Elazar and R. P. Shreeve, “Viscous Flows in a Controlled Diffusion Compressor Cascade with Increasing Incidence,” *Journal of Turbomachinery*, Vol. 112, pp. 256-266, April, (1990).
- [7] Z. Michalewicz, *Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs*, 2<sup>nd</sup> extended edition, Springer-Verlag, Berlin, (1994).
- [8] S. Tsutsumi and Y. Fujimoto, “Forking Genetic Algorithms with blocking and shrinking modes (fGA),” Proceedings of the 5<sup>th</sup> International Conference on Genetic Algorithms, Morgan Kaufmann Publisher, Inc., San Mateo, pp.206-213, (1993).
- [9] W. W. Bathie, *Fundamentals of Gas Turbines*, 2<sup>nd</sup> Ed., John Wiley & Sons, New York, p. 258 (1996).

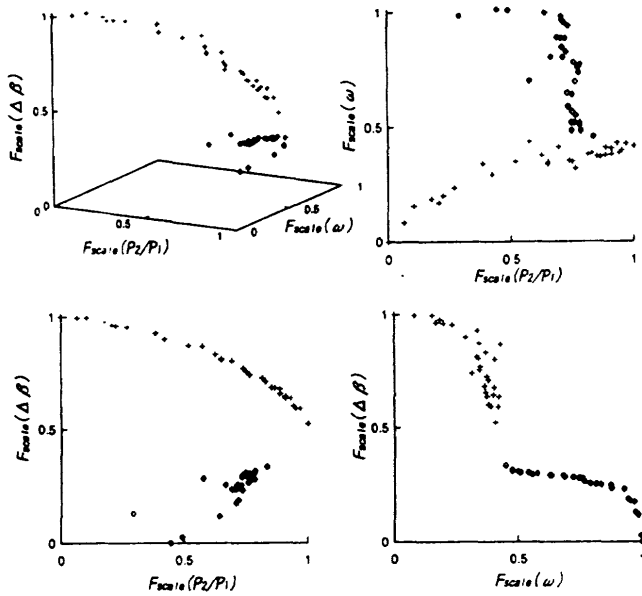


図6 スケーリングされた評価関数空間における  
パレート面（三次元立体図と各射影図）

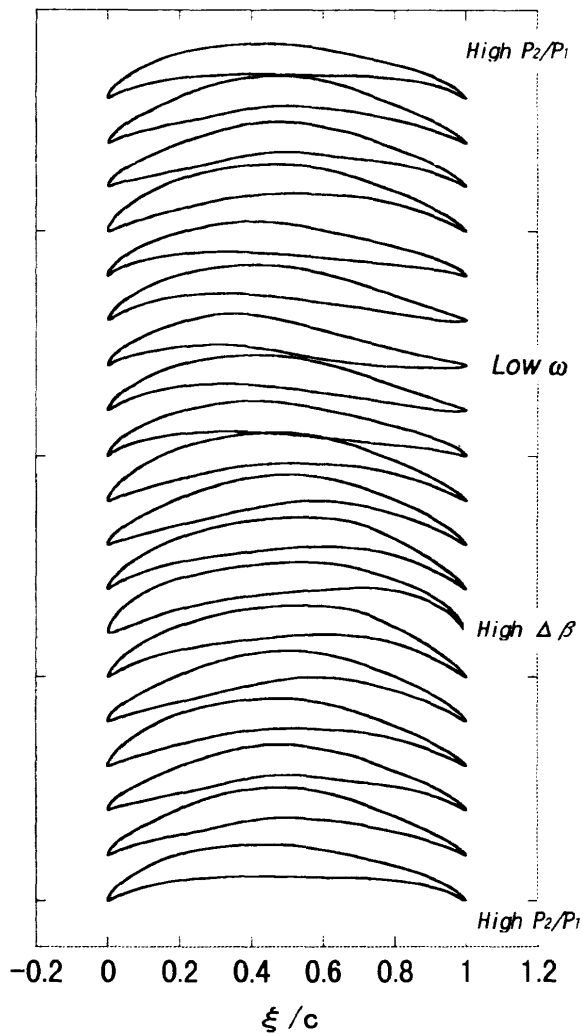


図7 翼型形状の変化

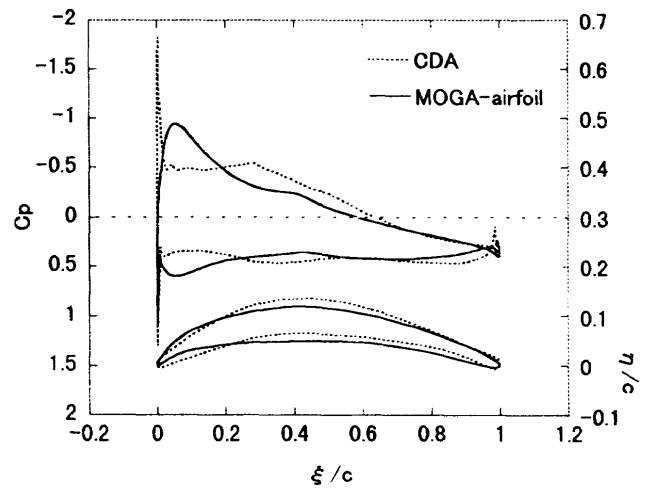


図8 CDA と MOGA 翼型の形状  
および  $C_p$  分布の比較

表1 CDA と MOGA の最適翼型との性能比較

CASE	$P_2/P_1$	$\omega$	$\Delta\beta$ (deg.)
CDA	1.0171	0.0320	38.6
High $P_2/P_1$	1.0179	0.0266	41.0
Low $\omega$	1.0164	0.0189	29.4
High $\Delta\beta$	1.0152	0.0337	51.6
MOGA-airfoil	1.0173	0.0222	35.7

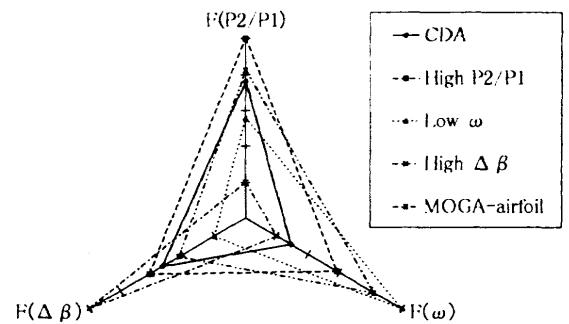


図9 CDA と比較した性能値のレーダー線図

# Navier-Stokes/Eulerコードと有限要素構造解析コードとの 連成による空力弾性計算法

大西 亮一<sup>\*1</sup>、木村 俊哉<sup>\*1</sup>、太田 高志<sup>\*1</sup>、郭 智宏<sup>\*2</sup>

## A Method for Aeroelastic Calculations using Navier-Stokes/Euler Equations Coupled with Finite-Element Structures.

by

Ryoichi ONISHI<sup>\*1</sup>, Toshiya KIMURA<sup>\*1</sup>, Takashi OHTA<sup>\*1</sup> and Zhihong GUO<sup>\*2</sup>

<sup>\*1</sup> Center for Promotion of Computational Science and Technology / Japan Atomic Energy Research Institute

<sup>\*2</sup> Materials Fabrication Laboratory / The Institute of Physical and Chemical Research

### ABSTRACT

This article introduces our ongoing research on aeroelastic analysis using Navier-Stokes equations loosely coupled with finite-element structures. A computational fluid dynamics code with moving grid capability, a grid system which can conform to the structural movements, a Finite-Element-Method-based structural dynamics code, and a program for exchanging displacements and pressures between the two processes of fluid and structure have been newly developed. The system is planned to be applied to a flow analysis with structural deformations. The both codes are simultaneously executed using Multiple Program Multiple Data parallelism, while each code is executed on Single Program Multiple Data process. Although current efforts are focused on aircraft applications, the approach may be useful for other engineering problems which concern with interactions among multiple disciplines.

#### 1. はじめに

CFD(Computational Fluid Dynamics)は、複雑形状への適用性や解の精度向上に於いて一つの水準に達し、実用的な設計ツールとしての地位を確立しつつある。今日、より柔軟な格子生成技術の開発や、乱流を組み込んだ高度な計算モデルの適用などが図られ、更に洗練度を上げる努力がなされている。また、一方で構造力学や制御計算などの他分野と組み合わせ、実用性を高める研究も試みられている。特に流体力学と構造力学の結合は航空分野以外にも広い応用が考えられ、計算機性能の向上に伴って増々盛んに取り組まれる分野と思われる。

流体と構造の連成計算には両方の式を一つの方程式系として解く手法<sup>1</sup>と、夫々の計算結果を交換しながら個別に解き進む手法<sup>2</sup>がある。前者は流体側にも剛性を想定して扱うため、全体の剛性マトリックス計算が難しく3次元複雑形状のものを高精度で解く事は難しい。後者では、夫々に対し専用に開発されたコードを使用する為、コード間でのインタフェースが必要になるが、複雑な形状に対しても精度の高い計算を行う事が出来る。この様なシミュレータの例では、有限差分法流体力学コードと有限要素法構造力学コードを結合し、次世代超音速旅客機の空力弾性計算に適用したもの<sup>3</sup>、流体と構造の双方に有限要素法コードを用いて、爆発衝撃波によるシェルターやトラックの破壊解析を行ったもの<sup>4,5</sup>、同じく有限要素法コード同志を結合し、自動車のエアバッグ膨張解析を行ったもの<sup>6</sup>、などがある。

この様に、大型数値コード同志の結合による連成計算を行う場合、高性能計算機を使ってもなお、多大な処理時間を要する。この為、並列計算機を使用し精度の高い連成計算を効率的に行う研究を、科学技術庁航空宇宙技術研究所と進めている<sup>7,8</sup>。

本研究で扱う空力弾性では機体質量の慣性、後流渦などの流れ場の変動、衝撃波の生成や移動、による効果を考慮している。これらは遷音速域に於いて著しく変化し、機体にかかる荷重や釣り合い(trim)を大きく変える為、安全性の点からしばしば重要な問題とされる。この様な状態を高い精度で解析する事を目的とし、現在移動格子での流れ場計算を行う非定常圧縮性流体力学計算コード、直接解法により精度良く弾性変形計算を行う構造力学計算コード、流体格子と構造要素を結合した連成計算用格子生成プログラム、及び流体と構造間でのデータ交換プログラムをIBM SP2(48 CPU)上で統合している最中である。以下に方式と開発状況を示す。

#### 2. 支配方程式

式(1)と(2)は、それぞれNavier-Stokes(NS)式と構造運動方程式で、互いの解を交換しながら両式を解き進む事で連成計算を行う。

$$\frac{\partial \hat{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \hat{E}}{\partial \xi} + \frac{\partial \hat{F}}{\partial \eta} + \frac{\partial \hat{G}}{\partial \zeta} - \frac{\partial \hat{E}_v}{\partial \xi} - \frac{\partial \hat{F}_v}{\partial \eta} - \frac{\partial \hat{G}_v}{\partial \zeta} = 0 \quad (1)$$

$$[M] \{\ddot{u}\} + [C] \{\dot{u}\} + [K] \{u\} = \{f\} \quad (2)$$

<sup>\*1</sup> 日本原子力研究所 計算科学技術推進センター

<sup>\*2</sup> 理化学研究所 素形材工学研究室



式(1)に於いて $(\xi, \eta, \zeta)$ は一般座標系を、 $Q, E, F, G$ は流束ベクトルでその一般座標表現をハット記号により、それぞれ示している。NS式には変形する物体での計算を行う為に metrics に時間項を考慮し、移動格子での計算を可能としている<sup>7</sup>。また、式(2)に於いて $[M]$ は質量マトリックスを、 $[C]$ は減衰マトリックスを、 $[K]$ は剛性マトリックスを示し、 $\{u\}$ 及び $\{f\}$ は節点変位と外力のベクトルをそれぞれ示している。式(1)により流れ場の圧力を得これを荷重に変換後、式(2)の右辺外力に与え変形計算を行う。この結果を用いて流れ場の格子形状を変え、式(1)を再度計算する。以上のプロセスを繰り返す事により構造変形を伴う流れ場の計算を動的に進めていく。数値計算の為に式(1)を有限差分法で、式(2)を有限要素法で空間離散化を行う。

### 3. 流体と構造の並列計算

本方式では流体と構造の二つの数値計算を繰り返す為、計算時間が大きくなるという問題がある。これを可能な限り低減する為に両コードの実行を並列的に行う方式を考案している。更に、各々のコードも領域分割により並列化し、計算時間の短縮を図っている。図3.1はこの様な処理の流れを示し、航空機の寸法や材質データ、流体コードと構造コード、連成計算用の格子生成プログラム、構造変形や空力荷重をコード間で交換する為のプログラム、などを並列計算機上に統合した概念である。両コードはMPMD(Multiple Program Multiple Data)で同時実行され、更に各々のコード自体もSPMD(Single Program Multiple Data)で並列化される。この様な二段構えの並列化により計算時間を短縮する。これらの処理は現在並列計算機上で統合化の段階にあるが、実行同期化と並列処理の負荷分散を図る上で、次の方式が考えられる。両コードは同一時刻の計算結果を交換しながら処理を進めるが、数値計算上の時間刻みは異なっているため処理の同期を図る必要がある。時間刻みは音速、固体中の弾性波速度、流体格子のセルや要素のサイズにより求められ、このうち小さい方に合わせ毎回交換を行う方法と、計算結果にある程度のずれが生じるまでは交換を行わず、個別に計算を進める方法が考えられる。厳密な連成解を求める場合は前者が適切であるが、多少の精度低下を許せば後者の方法でデータの交換回数を減らす方が計算時間短縮の点で有利と思われる。また、両方のコードでは実行回数、格子の変形やデータ交換に要する処理量などが異なる為、各々のプロセスに割り当てるCPU数を計算量に合わせて配分しロードバランスを保つ工夫が必要である。この様な並列処理の実現にはMPI(Message Passing Interface)ライブラリを使用している。

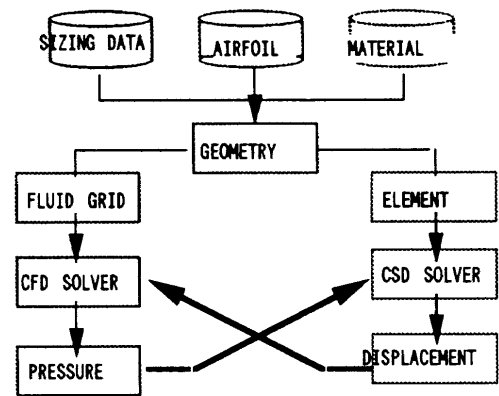


図3.1 並列処理による連成計算の流れ

## 4. 流体と構造の結合

### 4. 1 流体格子と構造要素の生成

流体力学計算用の差分格子と構造力学計算用の有限要素を結合し、両者の間でデータ交換が可能な格子データを同一の形状モデルを元に生成する。例として図4.1から4.5に寸法データ読み込み、形状データ生成、有限要素分割、構造解析入力データの生成、有限要素と流体格子の接続リスト作成、の一連過程を示す。寸法データは翼スパン、基本翼型、前縁後退角、翼弦長、リブや桁の配置、などを定義する。図4.1は超音速旅客機の主翼の定義例を示し、これより生成された主翼形状を図4.2に示している。形状データは、また、要素と流体格子の生成に使用され、この例として図4.3に722個の四辺形シェル要素で分割した有限要素データを示し、更にこれより生成される構造力学計算の為の入力データと流体格子を図4.4及び4.5にそれぞれ示している。入力データには材質、拘束条件、荷重、要素構成、及び節点座標が定義されている。流体格子は翼弦方向にC型、スパン方向にH型で、スプラインのメッシュを持つ。前縁、後縁、後流領域、及び翼表面にて格子の集中性を制御する。図4.5は流体格子と構造要素が重なった状態を示しており、次節に示す方式により格子と要素の間で圧力や変位などの交換を行う。

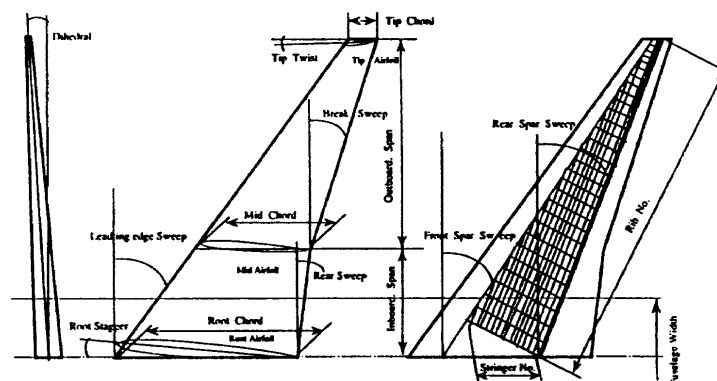


図4.1 主翼寸法の定義

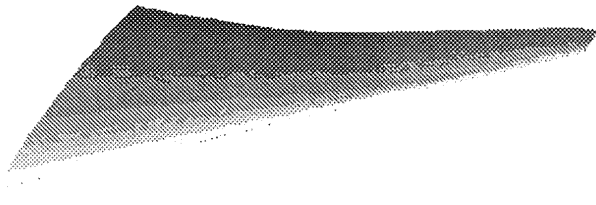


図4.2 主翼形状データの生成

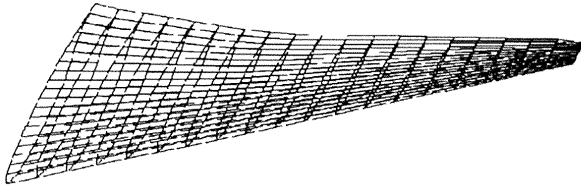


図4.3 主翼有限要素モデルの生成

```

STRUCTURE test
PROP1 al2014t6 10.0000 5.0000 5.0000
CONST 1 111111
CONST 2 000000
CONST 3 111110
LOAD 1 .0000 .0000 10.0000
LOAD 2 .0000 .0000 10.0000
QUAD 1 1 40 41 2
QUAD 2 2 41 42 3
QUAD
:
GRID 1 .0000 55.0000 .0000 1 1
GRID 40 5.5263 58.8696 .5808 1 1
GRID 41 5.5263 61.5162 2.8313 1 1
GRID 2 .0000 57.8368 2.4041 1 1
:

```

図4.4 構造力学コードへの入力データの生成

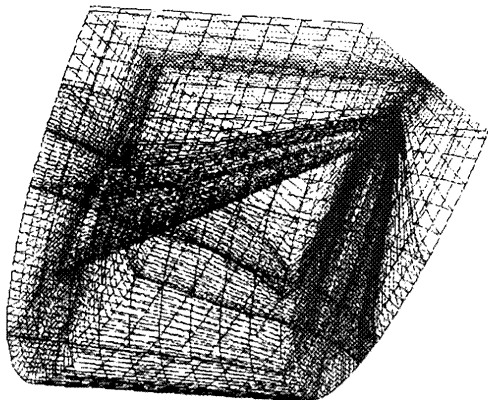


図4.5 流体格子と構造要素の結合

#### 4. 2 流体-構造間でのデータ交換

流体と構造の相互作用を取り込む為、構造変形量を元に流体格子の変形量を求め、表面格子上的圧力を元に構造物の要素節点にかかる荷重を求める処理を行っている。データ交換に際し、表面格子点と要素節点の配置が一致してい

れば特別な処理を行わずに交換可能であるが、ここでは格子と節点は一致していない為に後述の補間処理が必要になる。これは両者の密度が異なる為であり、流体格子の間隔は物体表面付近では境界層計算の為に密に取るが、構造は空力に影響する全体的な曲げや振じりを計算する事が目的である為、要素分割を粗くしている。また、一般に流体と構造では、格子や要素のクラスタリング(clustering)が違う為、両者は一致しないものとする方が適切と考える。このような補間処理にはガラーキン(Galerkin)法により形状関数を用いて圧力と変位の補間を行う方法が提唱されている<sup>9</sup>。これは流体圧力による構造荷重と構造変形による流体エネルギーが、補間の過程で保存される事を保証している。しかし、数値積分や逆行行列計算が必要で、計算コストに比して精度上のメリットがどれ程あるか検証されている最中でもある。従って、ここでは処理時間の低減に重点を置き、荷重の保存のみを考慮した手法を採用している。図4.6は圧力と節点荷重のモーメント釣り合いを計算し節点荷重を得る方式を、図4.7は幾何学補間により節点変位を表面格子の移動量に変換する方式を、それぞれ示している。中間格子点の移動処理はGrid perturbation methodと呼ばれ<sup>10</sup>、表面格子移動量を線形補間する事により行っている。

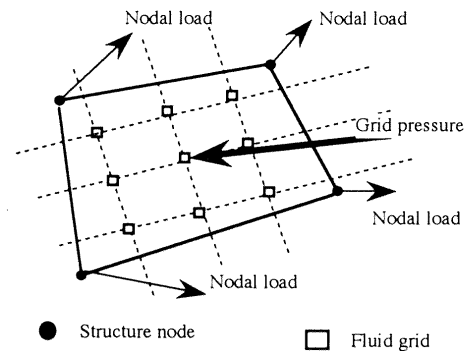


図4.6 表面圧力と構造荷重の変換

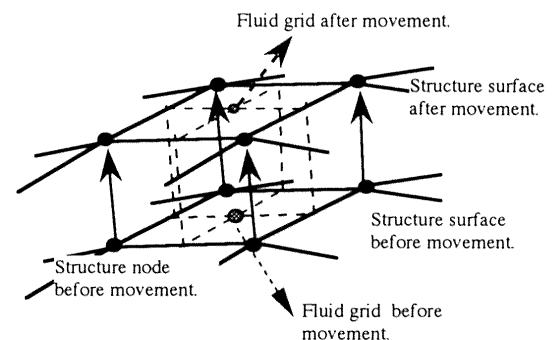


図4.7 流体側表面格子の移動計算

## 5. 空気力学

空力計算の為に、変形物体での計算が可能な3次元非定常圧縮性流体コードを開発した。これはReynolds Averaged Navier-Stokes式を基礎式とし、移動格子上的の計算機能を持っている。現時点では連成計算の方式確立を優先し流れ場の詳細な解析を目的としない為、層流計算のみで乱流モデルの組み込みなどは行っていない。空間離散化は有限差分法により行い、数値解法には衝撃波を精度良く捕える為TVDスキーム<sup>11</sup>を採用している。時間離散化は4次精度Runge-Kutta法により陽的に行っている。また、領域分割法により並列化を行い処理時間の低減を図っている。プログラムはFORTRAN77により書かれ、MPIライブラリを用いて並列処理での領域間通信を行っている。図5.1は一樣流中での定常状態の計算例であり、密度分布を示している。

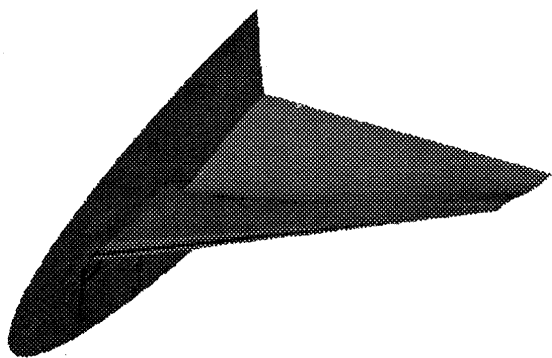


図5.1 主翼周りの流れ場計算の例

## 6. 構造力学

構造力学計算では空間離散化を有限要素法により、時間離散化を多段法(Multi-Step Method)の中心差分による直接時間積分により解いている。式(3)から(5)までに加速度と速度を求め、これを式(2)の運動方程式に代入して離散化する過程を示している。

$$\{\dot{u}\}_n = \frac{1}{2\Delta t} (\{u\}_{n+1} - \{u\}_{n-1}) \quad (3)$$

$$\{\ddot{u}\}_n = \frac{1}{\Delta t^2} (\{u\}_{n+1} - 2\{u\}_n + \{u\}_{n-1}) \quad (4)$$

$$\left( \frac{[M]}{\Delta t^2} + \frac{[C]}{2\Delta t} \right) \{u\}_{n+1} = \{f\}_n - [K] \{u\}_n + \frac{2[M]}{\Delta t^2} \{u\}_n - \left( \frac{[M]}{\Delta t^2} - \frac{[C]}{2\Delta t} \right) \{u\}_{n-1} \quad (5)$$

式(5)の計算では計算時間短縮を図る為、全体剛性マトリックス[K]を直接求めず[K]{u}を内力{σ}に置き換え計算している<sup>12</sup>。有限要素法構造解析計算では計算時間短縮の為、しばしばモード法が適用されるが、複雑構造の高次モード計算では精度が悪くなる。ここでは、全機形態での計算を

精度良く行う事を想定し、直接時間積分により解いている。これによる計算時間の増大は、前述の解法を適用する事によって抑えている。有限要素モデルは機体外板に20自由度の四節点縮退シェル要素を用いて構築している(図4.3)。このような低次要素を用いると精度の高い対角マトリックスが得られる。ここで、低次要素に特有のHourglass変形モードを抑制するため仮想変応力場法を用いて数値積分を行っている。この計算法は計算時間が若干増加するという欠点があるが、安定な解を得ることが出来る利点がある。また、将来、比較的厚い板厚を持つ内部構造材のモデル化も考慮し、ソリッド要素も使用可としている。

## 7. 結論及び課題

航空機の空力構造連成解析の為にシミュレータをCFD及びCS D(Computational Structural Dynamics)コードの結合により実現する方式を示した。本システムは、用途として初期設計段階で飛行性能などの推算を行いながらCFDをベースとした最適化を行う作業に資する事とし、パラメトリックに定義された機体データを基礎データとしている。本方式では、専用に開発された既存のコードを使用出来る為、流体と構造の双方を高精度に解きながら連成計算を行う事が出来る。構造コードは弾性計算に限定したが、厳密解を高速に求める方式を実現した。本システムでは、複数の大型数値計算コードの実行に大きな処理時間を要するという問題があるが、高性能並列計算機を使い同時実行を行う事で、処理時間の低減を図る案を示した。これは、流体構造以外に一般の結合計算を行う場合にも有効な方式と思われる。今後の課題は、全てのプログラムモジュールを並列計算機上に統合し、全機形態での計算を行う事を目標としている。

## 謝辞

本研究を進めるに当たり、航空宇宙技術研究所数理解析部 岩宮 敏幸室長からは参考資料などの提供などを受けた。また、構造解析コードの開発に際し、大阪工業大学 仲町 英治先生の下で開発された動的陽解法有限要素プログラム ITAS Dynamicを基礎とする事を了承頂いた。両氏に対し、ここに改めて感謝の意を表する。

## 参考文献

1. Felker, F.F., "Direct Solution of Two-Dimensional Navier-Stokes Equations for Static Aeroelasticity Problems," AIAA J., 31, No. 1, 1993
2. MacMurdy, D.E., Guruswamy, G.P. and Kapania, R.K., "Static Aeroelastic Analysis of Wings using Euler/Navier-Stokes Equations Coupled with Improved Wing-Box Finite-

- Element Structures," AIAA-94-1587-CP, 1994
3. Byun, C. and Guruswamy, G.P., "Wing-Body Aeroelasticity using Finite-Difference Fluid/Finite-Element Structural Equations on Parallel Computers," AIAA-94-1487-CP, 1994
  4. Lohner, R., Yang, C., Cebal, J., Baum, J.D., Luo, H., Pelessone, D. and Charman, C., "Fluid-Structure Interaction Using a Loose Coupling Algorithm and Adaptive Unstructured Grids," AIAA-95-2259, 1995
  5. Baum, J.D., Luo, H., Lohner, R., Yang, C., Pelessone, D. and Charman, C., "A Coupled Fluid/Structure Modeling of Shock Interaction with a Truck," AIAA-96-0795, 34th Aerospace Sciences Meeting & Exhibit, Reno NV, Jan. 15-18, 1996
  6. Mestreau, E. and Lohner, R., "Airbag Simulation Using Fluid/Structure Coupling," AIAA-96-0798, 34th Aerospace Sciences Meeting & Exhibit, Reno NV, Jan. 15-18, 1996
  7. 大西亮一, 太田高志, 木村俊哉, 並列処理による多原理統合型CFDシミュレーションの概念設計, JAERI-Data/Code 96-031, 日本原子力研究所, 1996
  8. Onishi, R., Kimura, T., Ohta, T. and Guo, Z., "Development of Parallel Computing Environment for Aircraft Aero-Structural Coupled Analysis," Preprints Parallel CFD 97, CLRC Daresbury Lab., Manchester, England, May 19-21, 1997
  9. Cebal, J.R. and Lohner, R., "Conservative Load Projection and Tracking for Fluid-Structure Problems," AIAA-96-0797, 34th Aerospace Sciences Meeting & Exhibit, Reno NV, Jan. 15-18, 1996
  10. Coen, P.G., Sobieski, J. S. and S.M. Dollyhigh, "Preliminary Results from the High Speed Airframe Integration Research Project," AIAA-92-1004, Aerospace Design Conference, Feb. 3-6, Irvine, CA, 1992
  11. Chakravarthy, S.R. and Osher, S., "A New Class of High Accuracy TVD Schemes for hyperbolic Conservation Laws," AIAA paper 85-033, 1985
  12. Hallquist, J.O., "Theoretical Manual for DYNA3D," Lawrence Livermore National Lab., UCID-19401, March, 1983.



# Thin Body Treatment on Unstructured, Cartesian Grid

by

Paulus R. LAHUR, School of Engineering, Nagoya University  
Yoshiaki NAKAMURA, Dept. of Aerospace Eng., Nagoya University

## ABSTRACT

Cartesian grid does not follow the contour of body, as in commonly used, body-fitted schemes. This grid makes grid generation easy and reduces generation time cycle when handling complex body geometry such as complete aircraft configuration. These are the main advantages over body-fitted schemes. However, in a simple Cartesian grid generation, when the body dimension is less than cell size (thin body), the separate fluid regions in the cell are mistakenly considered as one fluid region (multiple-flow-region problem), which produces erroneous result. In this paper a new cell cutting procedure is proposed, in which the cell is automatically split into separate sub-cells. In sharp edge of body similar treatment is also performed to eliminate truncation of the edge in a simple cell cutting procedure. The results show that the cell splitting algorithm proposed here is effective in preventing the errors while keeping the number of cells reasonably low.

## 1. INTRODUCTION

Grid generation plays a crucial part in computational fluid dynamics as it has direct influence on the capability to accurately simulate physical phenomena of a flow. This is a major consideration in selecting grid. However, other factors also influence grid selection; one of the biggest is cost efficiency, which demands that the flow simulation process be not only accurate, but also fast and cheap to implement and utilize. As industries such as aircraft maker become more and more competitive, CFD is expected to play a more involved role in the design process to reduce cost and development cycle time, which creates a strong demand to incorporate CFD into current design cycle. This puts more stringent requirements in conventional CFD discipline, namely : fast turn-around time and ease of use [1].

There are three major approaches in grid generation. The first one is structured, body-fitted method such as C-grid. Although it yields the most accurate solution, generating grid around complex body is very difficult and requires a lot of man-hour and expertise.

The second grid generation : unstructured, body fitted grid such as tetrahedral grid, offers a remedy to this problem. It can handle complicated body shape, but to obtain a grid with acceptable quality a lot of man-hour and expertise is still required.

The third type of grid is Cartesian grid. The grid is non-body-fitted, so that it can intersect the body surface. No need to conform to the body shape means it can handle complicated body automatically and in a short period of time. It has been shown that this method can treat very complicated body such as a full body of aircraft with very little user intervention and short generation time. Codes using this method have been employed by NASA (SPLITFLOW) [2] and Boeing (TRANAIR) [3], which find their applications in preliminary design stage.

Due to its early stage in development, many weaknesses still exist in Cartesian grid generation, such as thin body problem. Currently only a few studies have been made to treat these problems. Thus the objective of the present research is to identify the pros and cons of Cartesian grid generation and propose some improvements.

The first problem is referred to as multiple-flow-region problem, or loosely known as thin body problem. This situation arises when the thickness of body is less than cell dimension, as in the region near supersonic wing tip. Although more than one flow regions can exist inside the cell containing the thin body, conventional Cartesian grid generation discerns only one fluid region. This will produce erroneous result. The simplest remedy is to repeatedly refine the particular cell until the problem vanishes. However this will increase the number of very small cells, which is inefficient use of computational resources. Here a new cell-cutting method is proposed, which splits the problem cell.

The second problem arises when an infinitely sharp edge of body such as the leading edge of supersonic wing is present. In a simple Cartesian grid generation, the edge is truncated. As a result, it behaves as if it were blunt, and hence it is called false-blunt-body problem. Repeated cell refinement can also reduce the problem at the expense of computational resources. A cell splitting procedure similar to the case of thin body is proposed to eliminate this problem.

As a study case, a thin double wedge was employed. The results are evaluated by comparing with theoretical values.

## 2. METHODS

### 2.1. INPUT

The current grid generation code accepts body surface data as a collection of triangular panels. The parameters to be set by user in this grid generation are the size of computational domain and the maximum level of grid refinement.

### 2.2. GRID REFINEMENT

First, a uniform and coarse grid is generated in the computational domain according to a simple Cartesian coordinate. The grid is then repeatedly refined based on the distance to body surface, so that the cells on body surface become the finest, and those in far field the coarsest (Fig.1).

As a measure of cell size, the ratio of the double wedge chord,  $C$  to the smallest cell side length,  $L_{min}$  is used :  $C/L_{min}$ .

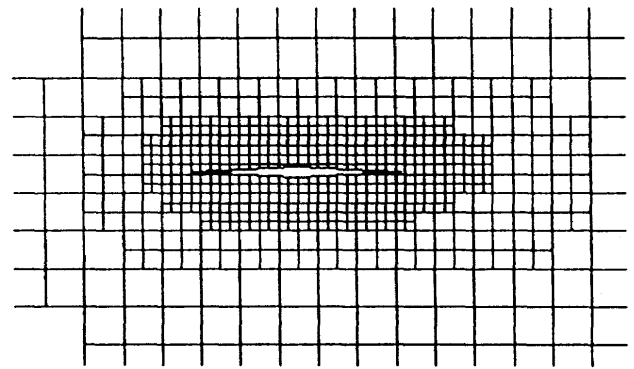


Fig.1 Grid refinement based on distance from body surface

### 2.3. CELL CUTTING

In a simple cutting scheme, a body is intersected with the faces of a cell, and the flux area of the face, or the part exposed to fluid is calculated. In this method, the procedure can not decide whether a cell contains thin body or not. To overcome this, the cell cutting procedure has been modified as follows :

- Consider each face of a cell.
- Find intersection between edge of face and body surface, which results in pair(s) of points. Each pair of points indicate one body surface (Fig.2).

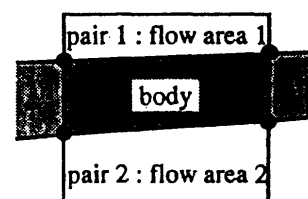


Fig.2 Intersection between cell face and body surface

- Calculate (each) flux face area.
- Repeat the above for all six faces.
- Connect the pair of intersections to form loop(s). Each loop represents one body surface (Fig.3).
- Calculate (each) body surface area and normal vector.
- Calculate (each) fluid volume.

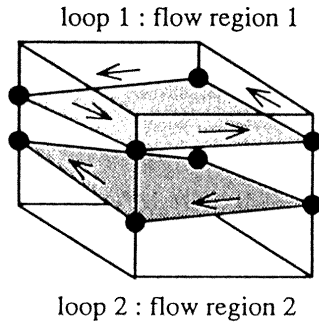


Fig.3 Loop(s) connecting all intersection points.

#### 2.4. SHARP EDGE TREATMENT

Sharp edge is defined as abrupt change in adjacent body normal vectors (more than 90 deg). When a sharp edge is detected in a cell, the cell is split along the edge, using a procedure similar to that of thin body splitting. A splitting panel in front of the edge is added in order to fully split the cell. At the flow computation stage, the sub-cells are then re-merged. See Fig. 4.

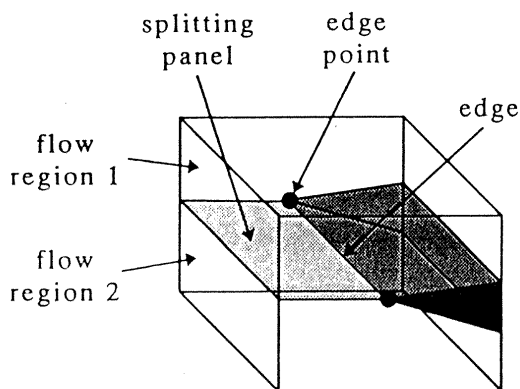


Fig.4 Splitting of a cell containing sharp edge

#### 2.5. FLOW SOLVER

The flow solver is based on finite-volume Euler scheme. The numerical flux is calculated using Hanel's flux vector splitting scheme, which is first order in spatial accuracy. The solution is advanced in time using a three-step Runge-Kutta scheme, and local time-stepping is also employed to accelerate convergence.

#### 2.6. TEST CASE : DOUBLE WEDGE

As a test case, a double wedge with thickness-to-chord ratio of 5% is used. The flow is supersonic throughout the flow field

( $M_\infty = 3.0$ ) with zero angle of attack. Chord-to-grid ratio ( $C/L_{min}$ ) is 64.0, which corresponds to grid cell with level 4 of refinement. The tests are performed with 2 different types of grid. In the first grid the edge point of the wedge is located at the cell center, whereas in the second one the edge point is off the cell center (see Figs. 5 and 9). Cells with volume less than 30% of a smallest uncut cell are merged with the biggest neighboring cells in order to save time. The CFL number is set at 0.3.

### 3. RESULTS

The first set of results shows the pressure distribution along the wedge's surface for the case when the edge point of the wedge is at the cell center.

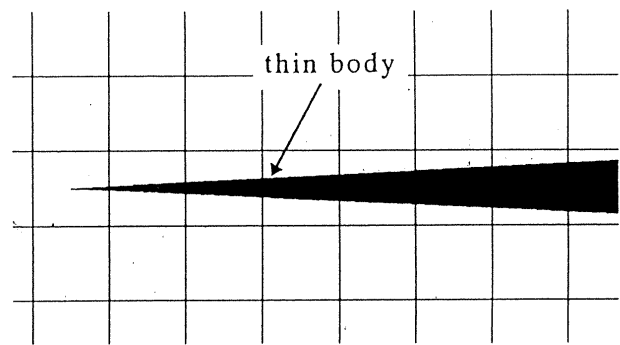


Fig.5 Grid around double wedge with refinement level 4 ( $C/L_{min} = 64$ ), where edge point is at the cell center.

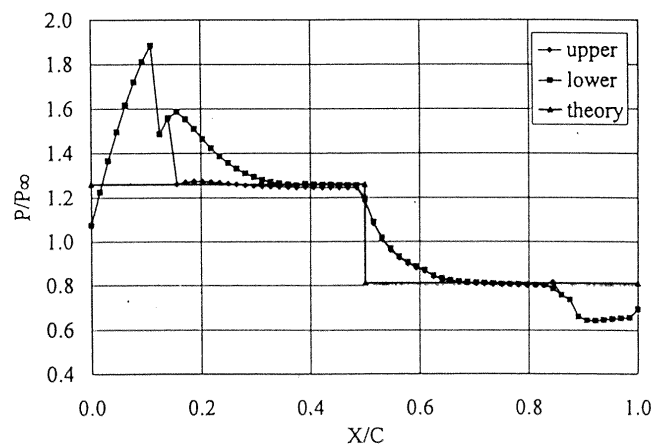


Fig.6 Pressure distribution along double wedge on simple Cartesian grid at  $C/L_{min}=64$ , where edge point is at the cell center.



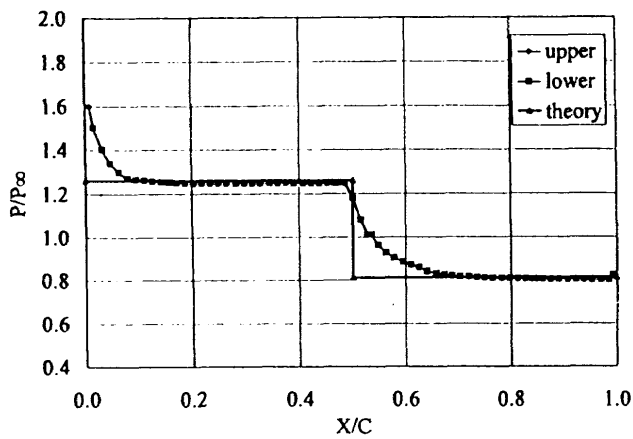


Fig.7 Pressure distribution along double wedge with thin body treatment at  $C/L_{min}=64$ , where edge point is at the cell center.

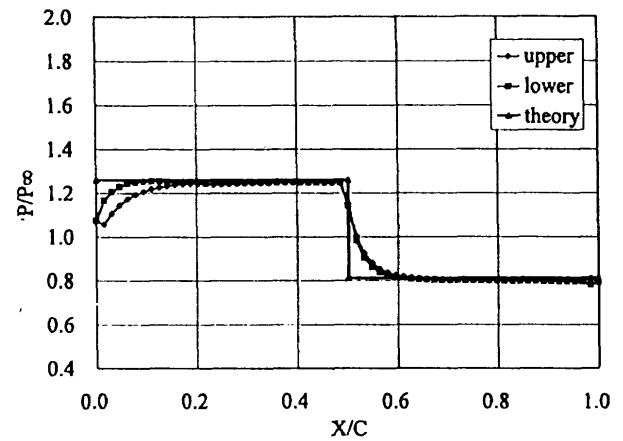


Fig.10 Pressure distribution along double wedge on simple Cartesian grid at  $C/L_{min}=64$ , where edge point is off the cell center.

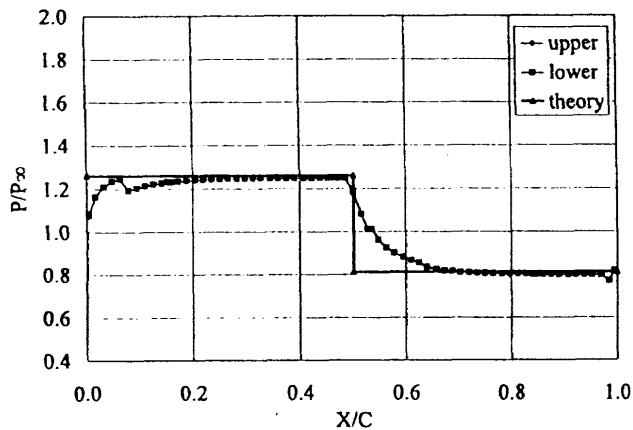


Fig.8 Pressure distribution along double wedge with sharp edge treatment at  $C/L_{min}=64$ , where edge point is at the cell center.

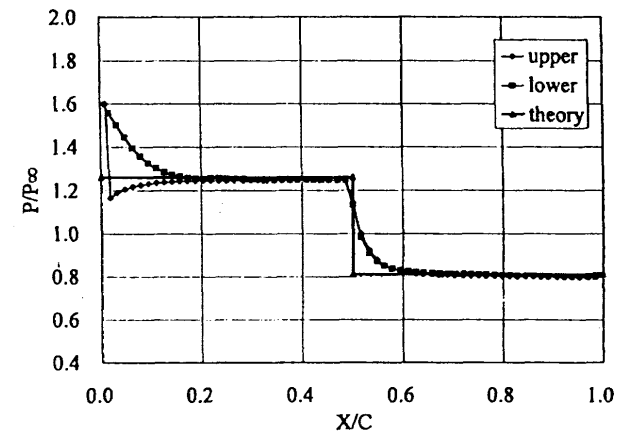


Fig.11 Pressure distribution along double wedge with thin body treatment at  $C/L_{min}=64$ , where edge point is off the cell center.

The second set of results shows the pressure distribution when the edge point is off the cell center.

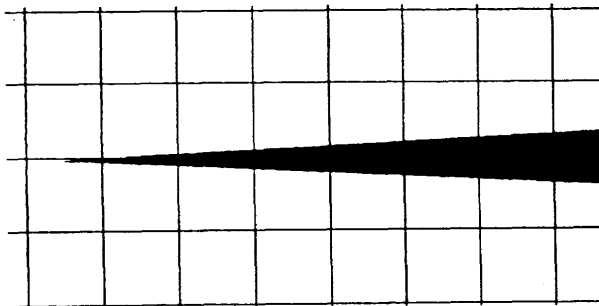


Fig.9 Grid around double wedge with refinement level 4 at  $C/L_{min} = 64$ , where edge point is off the cell center.

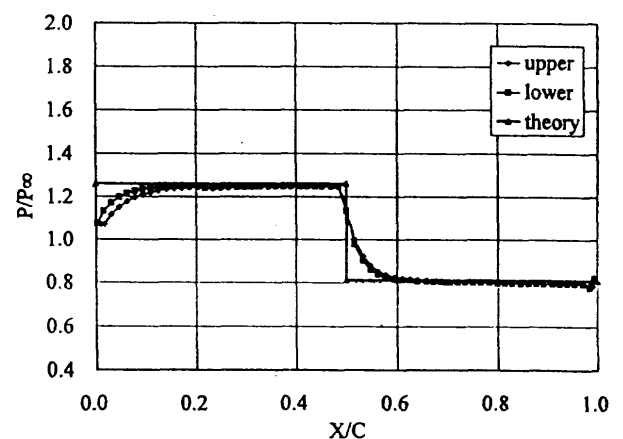


Fig.12 Pressure distribution along double wedge with sharp edge treatment at  $C/L_{min}=64$ , where edge point is off the cell center.

The aerodynamics coefficients  $C_L$  and  $C_D$  for the improved Cartesian grid are presented in tables 1 and 2, which are compared with theoretical values.

$C_L$	position of edge point	
	center	off-center
thin body	3.2E-5	3.8E-3
sharp edge	2.2E-5	3.9E-4

Table 1  $C_L$  for double wedge with refinement level 4. Theoretical value is 0.0.

$C_D$ (error)	position of edge point	
	center	off-center
thin body	3.4E-3 (5%)	3.5E-3 (1%)
sharp edge	3.1E-3 (13%)	3.2E-3 (9%)

Table 2  $C_D$  for double wedge with refinement level 4. Theoretical value is 3.6E-3.

The grids used in the calculation have approximately 17,000 cells. It takes 30 seconds of CPU time to generate the simple Cartesian grid and one minute for the grid with the cell splitting method on a NEC EWS 4800/360MP workstation. The flow solver advances 700 computational steps in 20 minutes of CPU time to reduce the maximum numerical residual by 5 orders of magnitude. On average, the present code takes 0.1 ms per cell per computational step.

In order to generate grid and solve the flow mentioned above, user does not have to input anything other than the dimension of computational domain, the highest level of grid refinement and flow conditions.

#### 4. DISCUSSION

It is evident in Fig. 6 that in the region where body thickness is less than that of cells a simple Cartesian Grid can produce grossly inaccurate flow solution. Note that the edge point at the cell center, as shown in Fig. 5 is the worst position as far as the thin body problem is concerned. In this position, a great portion of the body have the thin body problem. In contrast, when the position of the edge point is off the cell center (Fig. 9), the solution is much more accurate (Fig. 10), since only a few cells

experience the problem. This also indicates that a simple Cartesian Grid generation is sensitive to relative position of the body.

Splitting the cells containing thin body greatly increases the accuracy of the solutions, as can be seen from the comparison between Figs. 6 and 7. This suggests that the simple Cartesian grid generation will have to use a much more refined grid in order to obtain comparable accuracy.

In Figs. 7 and 11 it can be seen that the pressure at the leading edge point jumps beyond the theoretical value as if there were a stagnation point there (false-blunt-body effect). This is due to the truncation of sharp leading edge. The leading edge becomes blunt, and hence the pressure rises up in the stagnation region. The shape of the sharp edge should be preserved in order to prevent this from happening. When the cells that contain a sharp leading edge are split, the pressure jump disappears. See Figs. 8 and 12. Note that the solutions also become less sensitive to relative position of the body.

$C_L$  values in Table 1 can be viewed as a measure of symmetry. As expected, when the edge point is at the cell center, relative position of the body to the grid is symmetrical, which gives symmetrical solution, and hence almost no lift is produced. On the other hand, when the edge is off the cell center, the symmetry is lost. This shows that the non-body-fitted approach is sensitive to relative position of geometry. It is also noted that the sharp edge splitting method reduces the sensitivity up to one order of magnitude.

From Table 2 it can be seen that  $C_D$  values of this particular configuration has error up to 13%, which is quite large. This is primarily the effect of inaccuracy of the flow solver algorithm, which is only one order accurate, in expansion region halfway of the body. The excess pressure in this region provides a 'push forward', which reduces the drag. When there is a pressure jump at the leading edge point due to sharp edge truncation, a 'push backward' is produced and compensates for the 'push forward'. This explains the 'higher accuracy' of the cases with no split of cells containing sharp leading edge.

In Fig. 8, a pressure drop is observed in the region where the solution should be smooth. This can be explained as the effect of approximating the solution at body surface. In the current code, flow solution is assumed to be constant everywhere inside a cell (cell-centered method). A much better approximation is expected when the flow solution is assumed to reside at the centroid of a cell, and the values everywhere else are obtained by means of interpolation (or extrapolation in the case of body surface).

An increase in time to generate grid using this new method is observed, although it is still quite fast to generate tens of thousands of cells in the order of minutes.

The simplicity of use is unchanged. As in the simple Cartesian Grid generation, the process is automatic and free from user intervention.

## 5. CONCLUDING REMARKS

It has been shown that the cell splitting method described above is an effective means to treat thin body with sharp edge such as supersonic wing. Splitting a cell that contains thin body yields a physically more accurate solution using relatively fewer number of cells.

Although the time needed to generate the grid is longer than that of simple Cartesian grid generation, it is still quite fast (in the order of minutes for tens of thousands of cells).

The grid generation method outlined above is automatic and relatively free of user intervention.

Non-body-fitted approach outlined in this paper still has its weakness. Most noticeable is the sensitivity of the grid to relative position of the body and inaccurate approximation of values at body surface. These will be the next targets of this research.

## REFERENCES

- [1] D. Ives, R. Miller, W. Siddons, K. VanDyke, *Grid Generation - A View from The Trenches*, NASA CP3291, Surface Modeling, Grid Generations, and Related Issues in Computational Fluid Dynamics (CFD) Solutions, May 1995.
- [2] D.B. Finley, S.L. Karman Jr., *Euler Technology Assessment for Preliminary Aircraft Design - Compressibility Predictions by Employing The Cartesian Unstructured Grid SPLITFLOW Code*, NASA CR4710, March 1996.
- [3] S.S. Samant et al. *TRANAIR : A Computer Code for Transonic Analysis of Arbitrary Configurations*, AIAA Paper 87-0034, January 1987.
- [4] A. Ochi, *Numerical Calculation of Flow around SST by Use of Unstructured Grid*, Master Thesis, Dept. of Aerospace Eng., Nagoya University, 1996 (in Japanese).

## 非構造格子を用いた3次元の複雑形状流路の流れと熱伝達の数値解析

大北洋治、児玉秀和、山脇栄道 (IHI)

吉田豊明、野崎理、山根敬 (航技研)

谷口伸行 (東大)

Numerical Simulation of Flow and Heat Transfer in 3D Complicated Geometries Using Unstructured Grids  
by

Yoji Ohkita, Hidekazu Kodama, Shigemichi Yamawaki (IHI)

Toyoaki, Yoshida, Osamu Nozaki, Takashi Yamane (NAL)

Nobuyuki Taniguchi (Tokyo Univ.)

## Abstract

A 3-D Navier-Stokes CFD code using unstructured grid has been developed for the purpose of design tool. Accuracy, robustness, efficiency, applicability to wide range of flow speeds and convenient grid generation have been emphasized. Two test cases are presented: a square-sectioned U-bends and a serpentine passage. It is demonstrated that the present code satisfactorily predicts the flow and heat transfer in the bend with moderate curvature. It is also indicated that the current code shows poor agreement with experiments in the bend with strong curvature because the model for the boundary layer is too simple.

## 1 まえき

航空エンジンにおける数値流体解析には、実機の複雑形状を効率よく解析すること、また遅い流れと高速流が混在するような流れ場においても安定して収束するような計算手法が望まれる。また、精度ももとより、安定性、計算の高速性も要求される。

複雑形状の流体解析では非構造格子法が、伝統的な構造格子法よりも有利である場合がある。それは複雑形状において、より格子生成が効率的に行えること、局所的に格子密度を上げて精度を向上できること等の特徴を非構造格子法が有するからである。非構造格子の潜在能力を完全に理解するためにはまだ多くの研究が必要ではあるが、これまでも多くの外部流の計算及び、いくつかの内部流の計算について適用され発展してきた。<sup>1, 2, 5</sup>

非構造格子を複雑形状内部流へ適用した研究の多く（例えば、Dawes<sup>4</sup>のタービン内部冷却通路の流れと熱伝達解析）が、圧縮性の影響が卓越する高速流の解析用に開発された密度基礎法を用いている。しかし、この方法はマッハ数が0に近い領域では非常に計算効率が悪くなるので、特殊な前処理法などを必要とする。これに対して、圧力基礎法はこうした速度域による制約を受けないメリットがある。<sup>11</sup>

本研究で開発した数値解析手法は、複雑流路の解析を行うために非構造格子を用いていること、遅い流れから衝撃波を伴うような高速流まで統一的に扱うことのできる圧力基礎法を適用しているところに最大の特徴がある。空間離散化には、安定性を損なうことなく高精度を維持する風上スキームが用いられている。本コードをU字管、サーペンタイン管の流れに適用し、速度、熱伝達率を計測値及び他解析結果と比較し、検証した。

## 2 記号

a	管路幅 (サーペンタイン管)
b	管路高さ (サーペンタイン管)
D	管路幅 (U字管)
de	水力直径
L	管路長 (サーペンタイン管)
Nu	ヌセルト数
Rc	平均曲がり半径 (U字管)
ri	曲がり内径 (U字管)
ro	曲がり外径 (U字管)
W	流れ方向速度成分 (U字管)

$W_B$	流れ方向平均速度 (U字管)
$X, Y$	U字管局所座標系 (図3)
$Z$	流れ方向座標 (サーペンタイン管)
$x, y, z$	U字管座標系 (図2)
$\theta$	曲がり角度 (U字管)

## 3 数値解析手法

基礎式は定常3次元レイノルズ平均ナビエーストークス方程式であり、これを圧力修正法により解く。圧力修正法を用いる際には格子配置として、スタガード格子と集中格子の2種類が考えられる。本コードにおいては、非構造格子系での計算容量を抑えるために、同じ格子点において全ての物理量が定義される後者の方法を採用した。集中格子を用いる際に生じる圧力振動の問題に対しては、Rhie等の推奨する手法<sup>10</sup>を非構造格子用に応用した。

乱流モデルには2方程式 $k-\varepsilon$ モデルを用いた。乱流境界層を粘性底層、遷移層、乱流層の全領域にわたって正確に解像するためには多数の格子点が必要である。しかし、こうした緻密な格子は計算時間を増大させる。そこで本コードではLaunder等の壁関数<sup>15</sup>を適用した。また壁付近の温度境界層についてはKays等の推奨する壁関数<sup>9</sup>を用いた。壁関数は主に構造格子を対象として開発されたものだが、非構造格子への拡張性は既に実証されている。<sup>6</sup>

本コードでは全領域で4面体要素を用いる非構造格子法を採用した。これにより、任意の形状に対して非常に柔軟かつ効率的に格子生成を行うことができる。図1に非構造格子系における空間離散化の方法を簡単のため2次元的に示す。実線で示されるのが要素境界であり、要素の各頂点（格子点）において全ての物理量が定義、計算される。各要素の重心点と要素辺の中点を順々に結ぶことにより破線で示されるような検査体積を各格子点の周りに生成する。基礎式はこの検査体積において、有限体積法により離散化される。検査体積の各検査面においては流れ拡散流束を評価する必要があるが、このうち対流頂の離散化には精度と安定性が同時に要求される。本コードではLinear Profile Skew(LPS)スキームとPhysical Advection Correction(PAC)項<sup>12</sup>とを組み合わせ用い、非構造格子において2次精度と安定性を実現させた。LPSスキームは風上点を定義する上で局所的な速度ベクトルを用いるため、非構造格子のように格子線と流れ方向が合っていない場合にも数値粘性の影響を最小限に抑えることができる。一方2次精度を得るためにPAC項により流れ方向の物理量勾配が評価される。この項の特徴は安定性が高く、かつ数値粘性の

影響が小さいことである。さらに、解析者がなんら付加的パラメータを定義する必要がなく、どのような流れ場に対しても普遍的に適用できる利点もある。他の拡散項、生成項は2次中心差分的に評価した。

## 4 結果と考察

### 4.1 U字管

本コードを図2に示すような正方形断面のU字管の流れと熱伝達の実験結果<sup>8</sup>と比較し、検証する。図3には断面内局所座標系を示す。平均曲がり半径と水力直径との比は3.357である。実験は、断面水力直径と管路入口平均流速によるレイノルズ数56000の条件で行われた。曲がり開始位置までの助走直線距離は72de（そのうち最初の15deは断熱、後の57deは加熱）である。壁面加熱条件は、等熱流束加熱である。

解析に用いた計算格子を図4に示す。全格子点数は11590である。壁からの第1格子点位置は $y^+$ が20以上50以下になるよう配置された。本ケースは基本的に非圧縮性流であるため、境界条件も非圧縮的に設定した。入口境界は曲がり開始位置（ $\theta=0^\circ$ ）の2de上流とした。入口境界で速度分布、温度分布、乱流量を与えた。これら諸量の分布は正方形断面の直管における発達乱流の解析結果から得た。出口境界は、曲がり終了位置（ $\theta=180^\circ$ ）から3de下流とし、速度、温度、乱流量の流れ方向の勾配0とした。壁では実験と同様に等熱流束加熱条件とした。また、計算容量を節約するため、計算はU字管の半分の形状だけを対象とし、中心面において対称条件を課した。

図5に曲がりの各位置における対称面上の流れ方向速度成分の流路横断方向分布を計測値と比較して示す。代数応力モデル(ASM)を用いた他解析結果<sup>8</sup>も比較のために図中に示している。

まず実験結果から得られる流れの特徴をいくつか説明する。曲がり開始位置においては最大速度位置が内周側へずれているが、これは曲がりの影響により外周で減速し内周で加速することによる。しかし $\theta=90^\circ$ から $180^\circ$ の範囲で断面内に生じる支配的二次流れの影響により、最大速度位置が外周側へ移動する。また $\theta=90^\circ$ においては、 $Y=0.6$ 付近に局所的な速度欠損が生じている。

数値解析結果では、全体的な速度分布および最大速度位置の移動の様子は計測値と良く一致している。またASMモデルによる他解析結果は $\theta=90^\circ$ における速度欠損を捉えているのに対し、本コードは予測できていない。この速度欠損は、支配的二次流れ場さらに付加的ないくつかの渦が形成されたことにより、流れ方向速度場が擾乱を受けて現れたものと考えられる。Choi等<sup>3</sup>が指摘するように、壁関数の代わりに境界層をより高精度に解像する手法を用いることにより、こうした複雑な流れ場に対する予測精度が向上すると考えられる。

図6に曲がりの各位置における内周、底面、外周壁のヌセルト数分布の計算結果を計測結果と比較して示す。応力方程式モデル(DSM)を用いた他解析結果<sup>7</sup>も比較のために図中に示している。計測結果を観察すると、 $\theta=90^\circ$ より下流側において曲がりの影響が顕著に現れている。即ち、内周壁では曲がり開始位置に比べて熱伝達率が低下し、逆に外周壁では増加している。

本コードはこれらの傾向およびヌセルト数の定量的レベルともに良く予測している。また、高精度な乱流モデル(DSM)を用いた他解析と比較しても遜色の無い精度が得られていることがわかる。これは、支配的二次流れが熱伝達に及ぼす影響に比べ、付加的な渦の影響が小さいことによるものと考えられる。

### 4.2 サーペンタイン管

2つめの検証は図7に示すようなサーペンタイン管内の流れと熱伝達<sup>13</sup>の実験との比較である。管路断面は縦横比1:2の矩形である。また、曲がり開始位置までの助走直線距離は48.5de（そのうち最初の38.5deは断熱、10deは加熱）である。対向する一対の側壁は管入口において流れ方向に向かった観測者の視点に基づきright壁、left壁とそれぞれ呼ぶ。もう1対の壁はtop壁、bottom壁と呼ぶ。実験は、断面水力直径と管路入口平均流速によるレイノルズ数20000の条件で行われた。壁面助走部を含む全領域で、等熱流束加熱条件により加熱された。図8に壁温計測位置を

示す。

図9に計算格子を示す。全格子点数は15717である。壁からの第1格子点位置は $y^+$ が20以上50以下になるよう配置された。本ケースも前のケースと同様に非圧縮的な境界条件設定がなされた。入口境界は加熱開始位置（第1曲がり開始位置の10de上流）とした。入口において速度、温度ともに一様を与えた（2次速度成分は0）。また入口乱流量は、乱れエネルギーを主流運動エネルギーの4%、乱れの長さスケールを管路断面水力直径の1%として定義した。この条件により計算を行ったところ、曲がり部の入口までに流れがほぼ十分に発達し、実験と同条件とみなせることを確認した。出口境界は第2曲がり終了位置の10de下流とし、速度、温度、乱流量の流れ方向の勾配0とした。壁では等熱流束加熱条件とした。計算は管の半分の形状だけを対象とし、中心面において対称条件を課した。

図10にtop壁、left壁、right壁の流れ方向ヌセルト数分布の計算結果を計測値および他解析結果と比較して示す。この他解析は構造格子法を用いており、その他の数値解析手法（圧力修正法、壁関数、 $k-\epsilon$ モデル）は本コードと同じである<sup>14</sup>。両解析において格子点数、格子点配置は等価である。

まず実験結果から得られる流れの特徴をいくつか説明する。第1直線部においてはヌセルト数レベルは管断面においてどの壁位置でもほぼ同じである。第1、第2曲がり部においては全ての壁位置においてヌセルト数が上昇する。特に外周壁（第1曲がり部のleft壁、第2曲がり部のright壁）での上昇が顕著である。第2、第3直線部の流れは上流の曲がり部で形成された二次流れの影響を受けてそれぞれの入口付近では壁の位置によってヌセルト数レベルに違いがある（第2直線部入口ではleft壁が高く、第3直線部入口ではright壁が高い）が、下流では一致する。

双方の解析とも、top壁位置においては計測値の傾向をとらえているが、曲がり部でのヌセルト数レベルは低めに予測されている。これは、曲がり部における強い渦による壁面付近の剪断を正確に捉えられていないことによると考えられる。外周壁においても同様の理由によりヌセルト数は低めに予測されている。一方内周壁（第1曲がり部のright壁、第2曲がり部のleft壁）においては計測値で前述した渦の効果によりヌセルト数が増加しているのに対して、解析では大きな剥離が生じることにより著しくそのレベルが減少している。双方の解析とも同様の傾向を示していることから、こうした特徴は非構造格子を用いたことに起因するものではない。恐らく、強い剪断流場では不適切とされる壁関数を双方のコードとも用いていることによると考えられる。

## 4 結論

非構造格子を用いた数値解析法を開発した。非構造格子は構造格子に比べて、複雑形状において格子を効率的に作成する上でより有利である。また、本コードは圧力修正法を用いており圧縮性流への拡張が容易である。本コードをU字管、サーペンタイン管に適用し、流れと熱伝達を計測値及び他解析結果と比較し、検証した。

U字管の解析では、速度分布の全体的傾向、定量的計測値と良く一致した。付加的な渦による局所的な速度欠損を捉えることができなかった。これは、壁近傍のモデリングが壁関数により単純化されていることに起因すると思われる。しかし、熱伝達率分布は他の高精度な乱流モデルを用いた解析結果と比べて遜色ない程度まで正確に予測されることがわかり、U字管のような比較的緩慢な曲率を有する曲がり管では、現在の手法でも熱伝達率の予測精度が良いことが明らかになった。

サーペンタイン管の解析では、急激な曲がり部における強い渦、およびそれによる壁面付近の剪断を正確にとらえることができないために、計測値との一致は良くなかった。従ってこうした流れ場では、壁関数に代わって境界層をより高精度に解像するような手法の導入が必要であるとの知見を得た。

## 5 参考文献

- [1] Barth, T.J., 1991, "Numerical Aspects of Computing Viscous High Reynolds Number Flows on Unstructured Meshes", AIAA Paper 91-0721

- [2] Braaten, M.E. and Connell, S.D., 1996, "Three-Dimensional Unstructured Adaptive Multigrid Scheme for the Navier-Stokes Equations", *AIAA Journal*, Vol. 34, No. 2, pp.281-290
- [3] Choi, Y.D. et al., 1989, "Numerical Computation of Turbulent Flow in a Square-Sectioned 180 Deg Bend", *ASME Journal of Fluids Engineering*, Vol.111, pp.59-68
- [4] Dawes, W.N., 1992, "The Solution-Adaptive Numerical Simulation of the 3D Viscous Flow in the Serpentine Coolant Passage of a Radial Inflow Turbine Blade", *ASME Paper 92-GT-193*
- [5] Dawes, W.N., 1996, "The Generation of 3D, Stretched, Viscous Unstructured Meshes For Arbitrary Domains", *ASME Paper 96-GT-55*
- [6] Holmes, D.G. and Connell, S.D., 1989, "Solution of the 2D Navier-Stokes Equations on Unstructured Adaptive Grids", *AIAA Paper 89-1932-CP*
- [7] Iacovides, H., 1995, "Internal Convection Heat Transfer and Cooling, A Computational Approach", *vonKarman Institute for Fluid Dynamics Lecture Series*, 1995-05
- [8] Johnson, R.W., and Launder, B.E., 1985, "Local Heat Transfer Behavior in Turbulent Flow Around a 180 deg Bend of Square Cross Section", *ASME Paper 85-GT-68*
- [9] Kays, W.M., and Crawford, M.E., 1980, "Convective Heat and Mass Transfer", McGraw-Hill, New York
- [10] Rhie, C.M., and Chow, W.L., 1983, "Numerical Study of the Turbulent Flow Past an Airfoil with Trailing Edge Separation", *AIAA Journal*, Vol.21, No.11, pp.1525-1532
- [11] Rhie, C.M., 1986, "A Pressure Based Navier-Stokes Solver Using the Multigrid Method", *AIAA Paper 86-0207*
- [12] Thomas, M.E. et al., 1989, "The Development of an Efficient Turbomachinery CFD Analysis Procedure", *AIAA Paper 89-2394*
- [13] Takamura, J., 1991, "Heat Transfer in Serpentine Cooling Passages of Gas Turbine Rotating Blades", Bachelor thesis, Department of Mechanical Engineering, Tokyo University of Agriculture and Technology
- [14] Suzuki, T. et al., 1996, "Flow Behavior around stayvanes and guidevanes of a francis turbine", *Journal of Fluid Engineering*, Vol.118, No.1, pp.110-115
- [15] Prakash, C. and Patankar, S.V., 1985, "A Control Volume -Based Finite-Element Method for Solving the Navier-Stokes Equations Using Equal-Order Velocity-Pressure Interpolation", *Numerical Heat Transfer*, vol.8, pp.259-280
- [16] Launder, B.E., and Spalding, D.B., 1974, "The Numerical Computation of Turbulent Flows", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol.3, pp.269-289



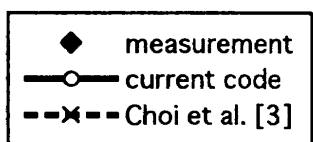
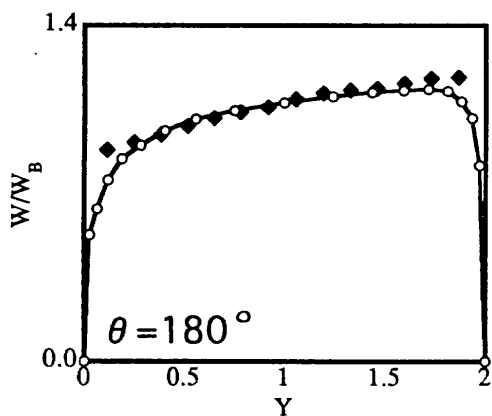
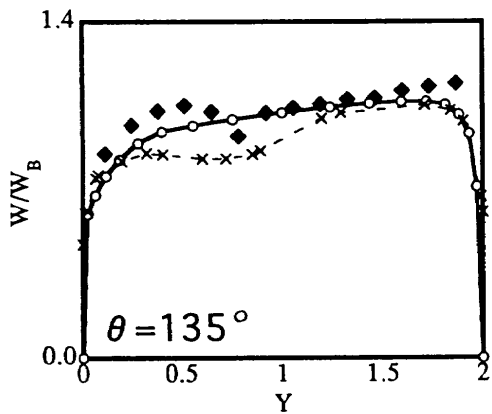
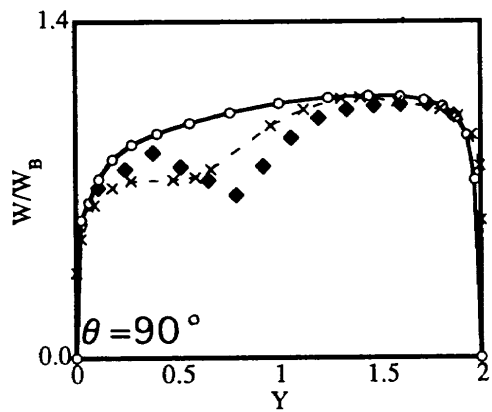
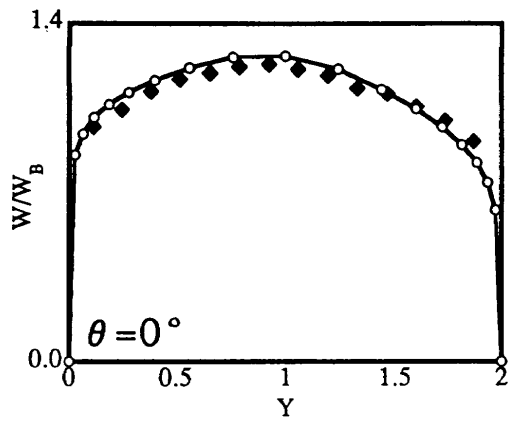


図5 速度分布

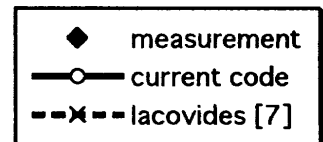
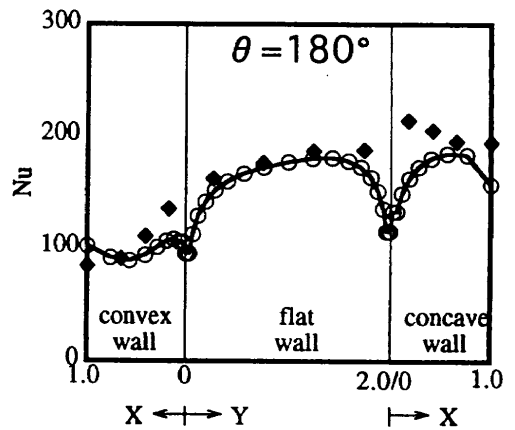
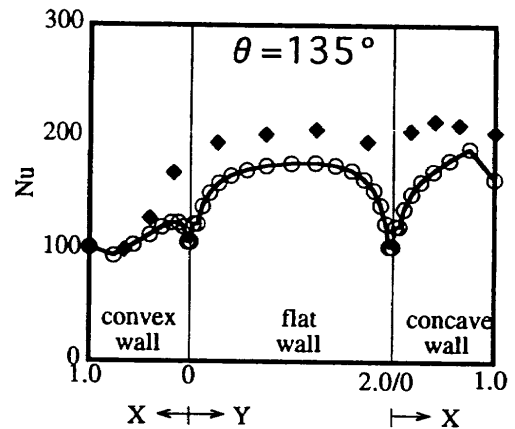
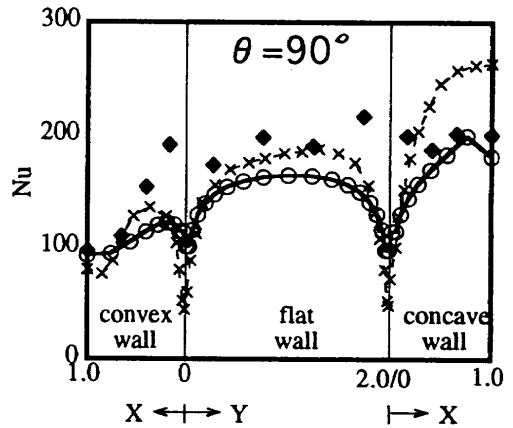
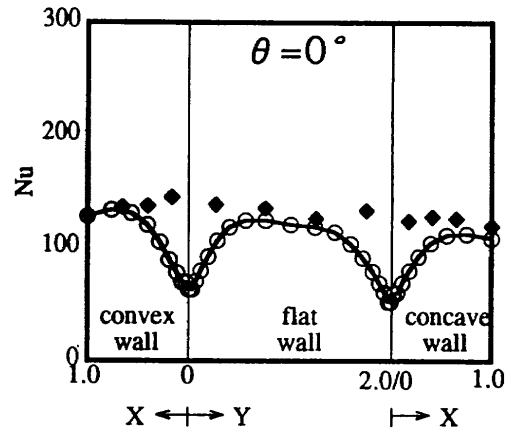


図6 ヌセルト数分布



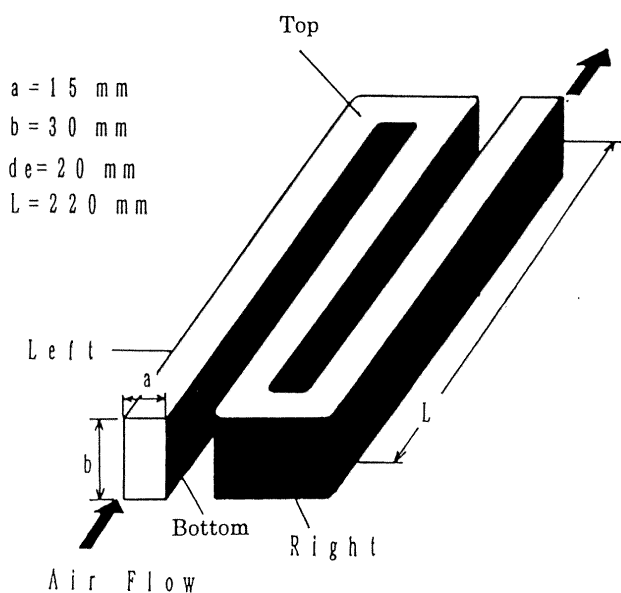
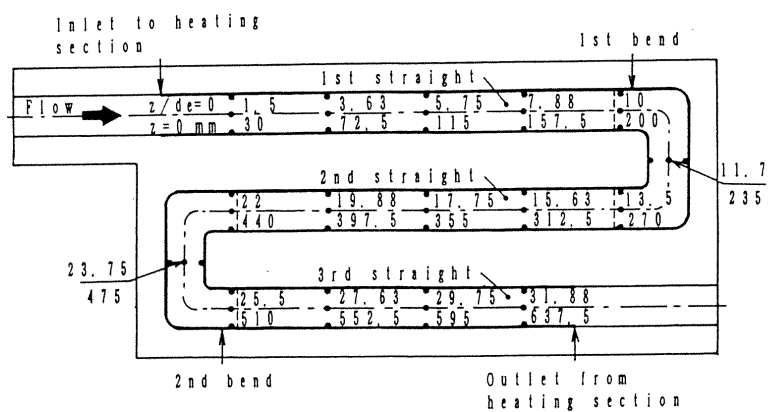


図7 サーペントイン管  
 (Takamura 等<sup>13)</sup>)



## 斜め衝撃波・弓状衝撃波干渉の三次元流れ構造

## Three-dimensional Flow Structure of the Oblique- and Bow-Shock Wave Interaction

宮路幸二, 藤井孝藏 (宇宙科学研究所)

Koji MIYAJI and Kozo FUJII (ISAS)

Three-dimensional interactions of an oblique- and a bow-shock wave at hypersonic speeds are numerically simulated. Unstructured-solution adaptive grids are used to capture shock waves with high resolution. Two oblique-shock conditions are given and the results are compared with a two-dimensional type IV flow. The first case shows cylindrical shock surfaces where a type IV appears in the cross sections containing the axis of the cylinder. The second case shows completely three-dimensional shock structures where different type of the interaction appears at each spanwise-station. In both cases, the heat flux increases due to the impingement of the supersonic jet although the increments are much smaller than that of the two-dimensional type IV.

## 1. はじめに

極超音速で飛行する航空機まわりの流れにおける最重要課題の1つは空力加熱の問題である。機体前方に生ずる単一の衝撃波では、衝撃波のために物体前方での静温が上昇することがその要因であるが、物体前方で複数の衝撃波が干渉する場合には干渉のない場合と比較して10倍以上の空力加熱率に達することが知られている。また衝撃波干渉問題では、熱の問題と並んで、空間内での衝撃波の様々な干渉形態も興味ある問題である。この分野における先駆的な研究としてはEdney<sup>[1]</sup>による一連の実験が挙げられる。そこで彼は衝撃波の干渉形態をtype I からtype VIの6つに分類している。こうして分類された干渉パターンは2次元的なものであるのに対して、実問題における干渉は3次元である。Edney, その後Keys<sup>[2]</sup>らによって3次元干渉の実験も行われているが、解析及び数値計算の困難さからその後ほとんど研究がなされてきていない。著者らも2次元的な干渉について報告してきた<sup>[3]</sup>が、本研究ではその最終的な目標である3次元干渉を扱った。数値計算によって干渉形態、熱をとともに精度よく捉えるために、解適合非構造格子を用いる。同手法は2次元干渉問題でその有効性が示されており、ここでも高解像度な結果が得られることが期待される。そして計算結果から、空間内での流れ構造の把握、2次元干渉との流れ場の比較を行い、空力加熱率、およびそれを引き起こす原因について調べる。

## 2. 計算対象

3次元干渉の問題設定に関しては様々な流れが考えられる。ここでは2次元干渉の流れからの自然な拡張を考え、またいくつかの実験結果が利用できることから、図1に示すような状況を考える。入射衝撃波は平面斜め衝撃波である。図1(a)は2次元的な干渉を示す。図1(b), (c)の3次元干渉では図1(a)と比較して円柱の軸方向に誘起される速度を持つことが特徴である。これらの3次元干渉は実際の超音速機周りでは、機首からの衝撃波と主翼前面の衝撃波が干渉する場合と考えられる。流れの条件は文献[2]の実験に合わせた。一様流マッハ数は5.94, レイ

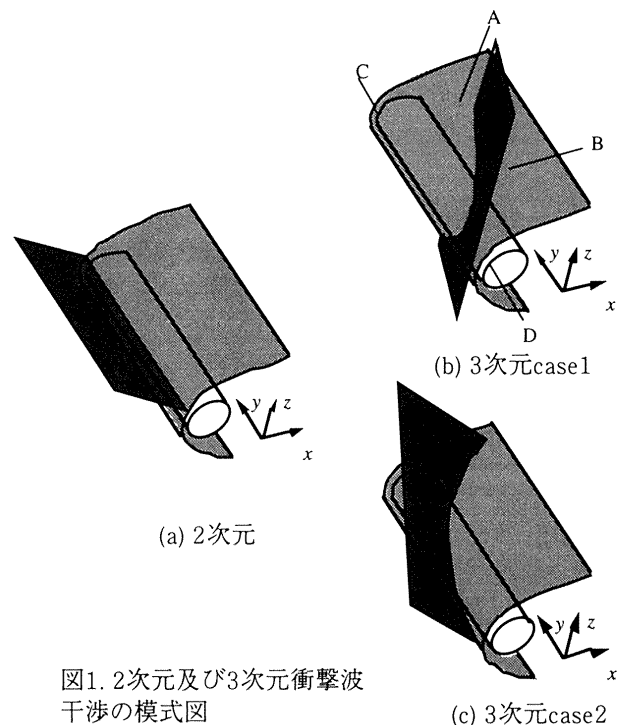


図1. 2次元及び3次元衝撃波干渉の模式図

ノルズ数は円柱直径を基準長として  $2 \times 10^5$ , 一様流総温は471K, 壁面温度は394Kである。図1(b)では斜め入射衝撃波はx-y平面に垂直で一様流に対しての28.2°の角度を持つ。これをcase1とする。case1は図1(a)において入射衝撃波を主流に平行な軸周りに90°回転したものと見なせる。図1(c), case2はそれらの中間の状態, 45°回転したものである。実験を想定すると、円柱前面から見た斜め衝撃波発生用の楔との相対位置は図2のようになる。

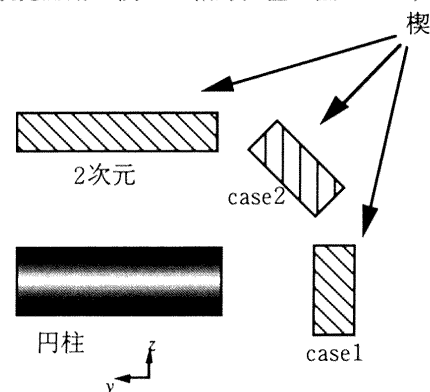


図2. 円柱及び楔相対位置

### 3. 数値計算法

支配方程式には3次元圧縮性Navier-Stokes方程式を用い、数値計算には解適合非構造格子法を用いた。乱流モデルは用いていない。計算格子のセル形状は4面体のみである。空間の離散化はcell-vertex有限体積法によって行い、時間積分には単純な2段階陽解法を用いた。

#### 3.1 データ構造

edgeベースのデータ構造を用いる。すなわち、計算格子が一定ならば、一度control volume (CV) 体積、CV境界の面積ベクトル等を求めておけば、edgeに関連づけられた値のみで物理量の勾配、流束が計算され、ソルバーは格子cellの形状に関する情報を必要としない。実際には解適合を行うためにcellに関するいくつかのデータ構造が必要となり、格子が変化する度にそれらは参照される。

解適合を行わない場合、必要となる最小のデータ構造は、edgeから両端のnodeへのポインター、及び、4面体cellから6つのedgeへのポインターである。メモリの節約のためにcellを構成するnodeへのポインターは持たず、その情報が必要ときはcell→edge、edge→nodeという段階を経る。cell→nodeはCV体積を求めるときに参照されるだけなので、計算時間の増加は大きくない。以上のデータ構造に加えて、境界条件の設定のために、境界上の面を構成する3点へのポインターが必要となる。

解適合を行う場合、必要となるデータ構造は解適合の手法によって大きく異なる。後述するbisectionアルゴリズムではcellから4つのfaceへのポインター、cellから親cell及び子cellへのポインター、faceから子face、及びfaceを2分割するedgeへのポインター、更にedgeから子edgeへのポインターが必要になる。cell→face以外のものは一時的に必要なだけなので、格子が変化するにより再計算が必要になるものの記憶領域と重ねることができる。最終的に、1nodeあたりの記憶容量はすべて総合して280wordになる。

#### 3.2 非粘性流束

非粘性流束は次式のRoeのflux-difference splittingを用いる。

$$\tilde{F}_{ij} = \frac{1}{2} [F(Q^{in}) + F(Q^{out}) - R_{ave} |\Lambda_{ave}| R_{ave}^{-1} (Q^{out} - Q^{in})]$$

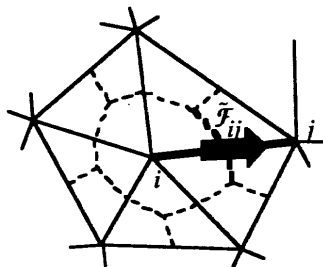


図3. control volume

Gaussの発散定理によりCV内でのprimitive変数の勾配を求め、線形分布を仮定する事により空間2次精度化する。またVenkatakrishnanのlimiter<sup>[4]</sup>を用いる。

#### 3.3 粘性流束

粘性流束も有限体積的に取り扱う。4面体セル内の速度勾配をGaussの発散定理によって求め、セル内で勾配一定として粘性項を求める。すると着目するnode*i*の粘性項は*i*を共有するcellについての和の形となるが、これを[5][6]に倣ってedgeについての和に変形すると、粘性項は以下ようになる。

$$\oint_{\partial \Omega} \tau_v \cdot dS \rightarrow$$

$$\oint_{\partial \Omega} [\nabla(\mu u)]^T \cdot dS \Big|_{at i} = \sum_j \begin{bmatrix} \alpha_{xx} & \alpha_{xy} & \alpha_{xz} \\ \alpha_{yx} & \alpha_{yy} & \alpha_{yz} \\ \alpha_{zx} & \alpha_{zy} & \alpha_{zz} \end{bmatrix}_{for ij} \frac{\mu_i + \mu_j}{2} (u_i - u_j)$$

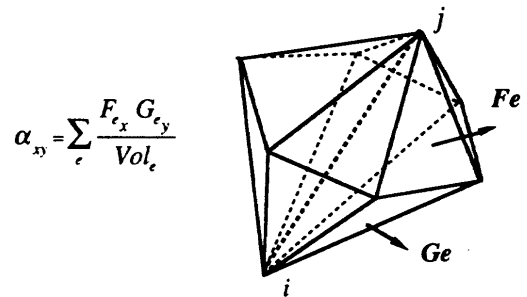


図4. edge *ij* を共有するcell

ここで $Fe_x$ などは図4に示した*ij*に対して外側の面の法線ベクトルの成分であり、法線ベクトルの大きさはその面積に等しい。また $Vol_e$ はセル*e*の体積である。上式はGalerkin FEMの定式化から導かれるものに等しい<sup>[5]</sup>。これらedgeの持つ係数を予め計算して記憶しておけば、粘性流束もedgeに関するループで計算される。なお、上式の行列は対称なので必要とする記憶容量は3次元で6word/edge=42word/nodeである。

#### 3.4 解適合格子法

流れの状態をモニターする評価関数として、各nodeで、密度の二階微分を規格化した以下の値を計算する。

$$E_i = \max_j \left( \frac{|\nabla w_j - \nabla w_i|}{|\nabla w_j| + |\nabla w_i| + \epsilon |w_i| d^{-1}} \right)$$

評価関数の値が、 $Tr (=0.4)$ よりも大きく、かつそのnodeを含むcellの最小辺の長さが指定した値よりも大きければ、それらのcellすべてを分割する。cellは最大辺の midpointで2分割する(bisectionアルゴリズム<sup>[7][8]</sup>)。分割は1回目の分割によって生じた"hang point"がなくなるまで繰り返される。また評価関数の値が $Tc (=0.15)$ よりも小さく、かつ、nodeの削除がそのnodeを共有するcellよりも外側に影響を及ぼさないような場合のみnodeを削除し、対のcellを統合して元のcellへ戻る。なお、初期格子点は削除されない。

#### 3.5 境界条件

ここでの境界条件は、初期条件固定、超音速流出、粘性等温壁の3種類である。超音速流出ではある時刻での物理量を境界上で面積積分したものを、流出する流束と

して与える。粘性等温壁では速度0を陽に与える。また壁を通しての質量の出入りはないので、密度は内部点と同じ手順のみで正しく求められていると考え、密度と設定した温度から状態方程式を用いて圧力を決める。

#### 4. 計算結果

3次元計算との比較のために、図5(a)-(e)に2次元のtype IVの計算結果を示す。条件は[9]の実験に合わせて、マッハ数6、衝撃波角 $22.67^\circ$ 、レイノルズ数450,000、一様流総温728K、壁温278Kとした。図5(a)は計算格子、(b)はマッハ数の等高線、(c)は音速線、(d)は速度ベクトルである。type IVの特徴は、1つの分枝を共有する上下1組の $\lambda$ 衝撃波が存在すること、各々の3重点から滑り線が生じて、それに囲まれた領域が物体前部の亜音速領域に流れ込むジェットを形成するという点である。ジェットは最終的に物体に入射し、jet bow shockを形成する。図5(e)にあるようにjet bow shockのために、熱流束のピークは干渉のない場合の10倍以上に達する。

以下に3次元干渉の結果を示す。まず図6(a)-(c)に初期計算格子を示す。円柱のスパン方向の境界面での境界条件の設定の困難をさけるために有限スパンの円柱周りの流れを考える。初期格子点数は約124,000、セル数は708,600である。最終的な格子点数はcase1, case2ともに約120万点、cellの数は約700万となった。

図7(a)に流入境界の密度の面塗り、図7(b)に物体面上、流出境界、水平面( $z=0$ )及び10%スパン断面内における密度の面塗りを示す。干渉の結果複雑な3次元流れになっており、干渉無しでは存在しなかった衝撃波面が見られる。図8(a)-(d)に2次元干渉の場合と同様に円柱の軸に垂直な断面内でのマッハ数等高線の様子を示す。各断面で衝撃波と円柱の間に新たな不連続が見られる。この不連続が、円柱に沿った軸方向の流れと、弓状衝撃波背後の流れを隔てる滑り線であることが以下に示される。図9は円柱の中心軸を含む断面内での等高線である。衝撃波の形状は各断面で類似している。そこで水平面に着目して、図10(a)-(c)に水平面でのマッハ数等高線、音速線、及び速度ベクトルを示す。これらの図で上下1組の $\lambda$ 衝撃波が存在すること、そして各々の3重点から滑り線が生じて亜音速領域に流れ込むジェットを形成するという特徴を備えていることから、type IVであると言える。図10(a)の下方の(円柱面に近い方の) $\lambda$ 衝撃波の3重点付近はかなり微細な構造で、格子を細分化して初めて捉えられるものである。以上より得られた衝撃波面の模式図を図11に示す。水平断面内でのtype IVが後方まで保たれ、円筒状の衝撃波面が形成されることになる。

図12(a), (b)に円柱表面上の密度等高線、及び図12(a)中の実線に沿った熱流束分布を示す。熱流束は干渉のない場合の淀み点熱流束値で無次元化してある。ジェットが円柱表面に衝突する位置( $y/L=0.33$ )で熱流束が増大している。物体に衝突後、ジェットは円柱の軸方向に流れていき、小規模な剥離を生ずる。 $y/L=0.67$ の熱流束分

布の極小値はこの剥離によるものである。ここで示した熱流束の増加量は、2次元のtype IVと比較するとかなり低いものとなっている。これはジェットが浅い角度で表面に入射するために図5(b)に見られる強いjet bow shockが形成されないからである。しかし実験<sup>[9]</sup>では干渉のない場合の2倍程度には達すると報告されている。この不一致の原因については明らかになっていない。原因の一つとして、層流を仮定していることが考えられる。また[10][11]では、歪んだ3角形格子(2次元)に対して、図3に示したCV (median dual)を用いた場合の精度の低下が議論されているが、ここでも歪んだの格子を用いているので同様の影響があるものと思われる。他の原因としては、ここで設定した壁温(394K<sup>[12]</sup>)は他<sup>[9][12]</sup>と比較して高温になっている。壁温が明示されていない文献もあり、比較の数は多くないが、設定温度、さらには等温壁条件自身の妥当性も考える必要がある。

次に対応する実験結果はないが、case2について考える。case1では流れは水平面に関して対称な流れであるのに対し、case2では完全に3次元な流れ場となる。2節で述べたように、入射衝撃波はcase1のものを主流に平行な軸周りに $45^\circ$ 回転したものであり、その他の条件はすべてcase1と同じである。図13に密度分布を示し、流れの概略を見る。水平断面内ではcase1と類似しているが、円柱表面、及び流出境界の様子は異なっている。空間内での衝撃波構造を見るために円柱の中心軸に垂直な断面内のマッハ数の等高線を図14に示す。図14中、断面1, 2では1つの3重点が存在し、衝撃波直後では滑り線の上下で超音速、亜音速に分かれている。これはtype IIとtype IIIの中間の状態であることから、type II<sup>[43]</sup>であると言える。断面3では滑り先上側の超音速流が物体に入射して生じた反射衝撃波が透過衝撃波と干渉しており、type IIIとなっている。さらに断面4では2次元のtype IVと同様の流れになっている。

次にいくつかの水平断面内での様子を図15に示す。図15中、断面2( $z=0.0$ )ではcase1と同様のtype IV干渉となっている。すなわちcase2では、円柱の軸に垂直な断面内でも、水平断面内でもtype IVとなっていることがわかる。断面が上へと移動するに従って、マッハシステムが長くなり、3重点からの滑り線と他の衝撃波が干渉することなく下流へ流れていく。以上の結果から得られる衝撃波面の模式図を図16に示す。円柱の中央付近ではどちらの断面内でもtype IVとなることが分かる。最後にcase2の表面上密度分布を図17(a)に示し、図中の実線に沿った熱流束分布を図17(b)に示す。この場合もジェット入射位置で熱流束のピークが見られ、その入射角がcase1の場合よりも大きなために、熱流束値もより大きくなっているが、やはり2次元干渉のものよりもはるかに小さい。

#### 5. まとめ

解適合非構造格子を用いて3次元衝撃波干渉流れの解析を行った。得られた結果から以下のことが言える。

・衝撃波の3次元干渉形態を詳細に解析するためには解適合は不可欠である。

・本計算の計算機メモリ最大使用量は約1.5GBであった。従って数GBのメモリを用いれば、干渉形態の違いを判別できるだけの解像度で3次元衝撃波干渉を捉えることが出来る。

・3次元干渉のcase1の平面入射衝撃波は、円柱中心軸を含み一様流に平行な面に垂直である。この場合にはtype IVを回転した円筒状の衝撃波面が生ずる。case2の入射衝撃波は、一様流に平行な軸周りにcase1のものを45°回転したものである。この場合、円柱の軸に平行な断面内ではcase1と類似しているが、垂直な断面内では断面の位置によって異なる干渉のタイプが見られる。

・3次元干渉においてもジェットが衝突する位置で熱流束は最大になるが、浅い角度で表面に入射するために熱流束の増加は2次元のtypeIVよりも小さい。

・熱流束の定量的な評価には更に検討を要する。

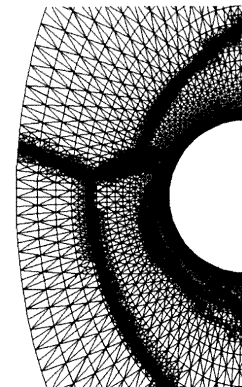
#### 参考文献

- [1] Edney, B. E., "Anomalous Heat Transfer and Pressure Distributions on Blunt Bodies at Hypersonic Speeds in the Presence of an Impinging Shock," FFA Rept. 115, Feb., 1968.
- [2] Keyes, J. W. and Hains, F. D., "Analytical and Experimental Studies of Shock Interference Heating in Hypersonic Flows," NASA TND-7139, May, 1973.
- [3] 宮路, 藤井 "二次元鈍頭物体前方における極超音速衝撃波干渉" 第28回流体力学講演会講演集, 1997.
- [4] Venkatakrishnan, V., "Convergence to Steady State Solutions of the Euler Equations on Unstructured Grids with Limiters," Journal of Computational Physics, Vol 118, pp. 120-130, 1995.
- [5] Barth, T. J., "Numerical Aspects of Computing Viscous High Reynolds Number Flows on Unstructured Meshes," AIAA 91-072, Jan. 1991.
- [6] Mavriplis, D. J., "A Three Dimensional Multigrid Reynolds-Averaged Navier-Stokes Solver for Unstructured Meshes," ICASE Report No. 94-29, May 1994.
- [7] Sharov, D. and Fujii, K., "Three-Dimensional Adaptive Bisection of Unstructured Grids for Transient Compressible Flow Computations," AIAA-95-1708-CP, June, 1995.
- [8] Miyaji, K. and Fujii, K., "Simulation of Unsteady Shock Wave Reflections Using Adaptive Unstructured Grids," 15th International Conference on Numerical Methods in Fluid Dynamics, June, 1996.
- [9] Borovoi, V. Y., Chinilov, A. Y., Gusev, V. N., Struminskaya, I. V., Delery, J. and Chanets, B., "Interference Between a Cylindrical Bow Shock and a Plane Oblique Shock," AIAA Paper 96-2046, June, 1996.
- [10] Barth, T. J., "An unstructured Mesh Newton Solver for

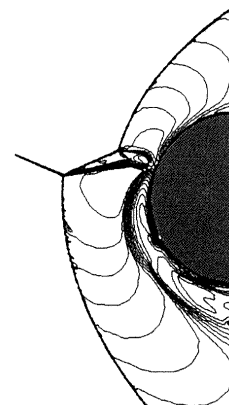
Compressible Fluid Flow and Its Parallel Implementation," AIAA Paper 95-0221, Jan, 1995.

[11] Haselbacher, A. C., McGuirk, J. J. and Page, G. J., "Finite-Volume Discretisation Aspects for Viscous Flows on Mixed Unstructured Grids," AIAA-97-1946-CP, June-Jul., 1997.

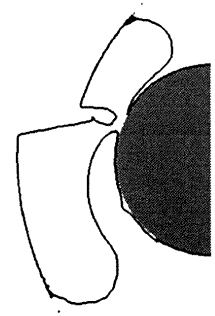
[12] Wieting, A. R. and Holden, M. S., "Experimental Study on Shock Wave Interference Heating on a Cylindrical Leading Edge at Mach 6 and 8," AIAA Journal Vol. 27, 1989.



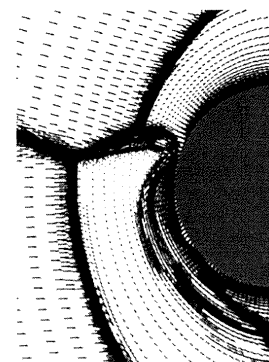
(a) 計算格子



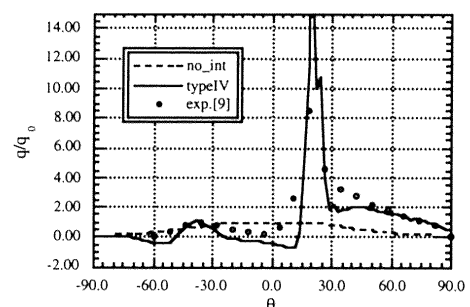
(b) マッハ数等高線



(c) 音速線



(d) 速度ベクトル



(e) 表面上熱流束分布

図5. 2次元のtypeIV干渉

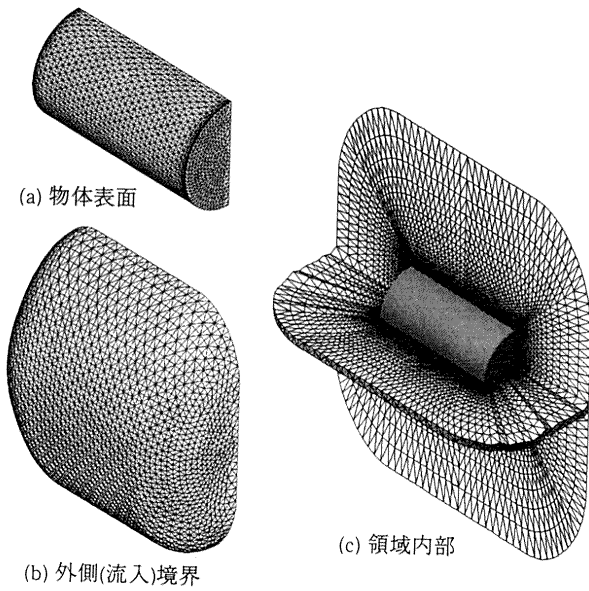


図6. 初期計算格子

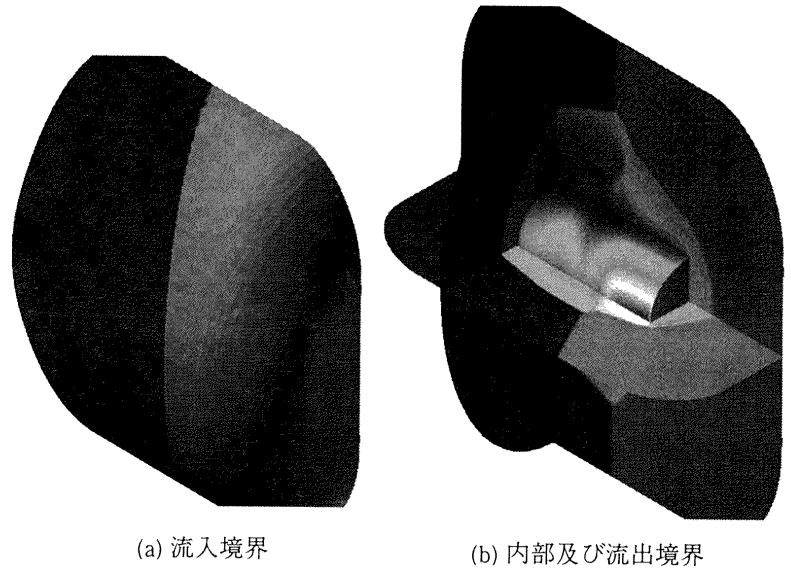


図7. 密度等高線 (case1)

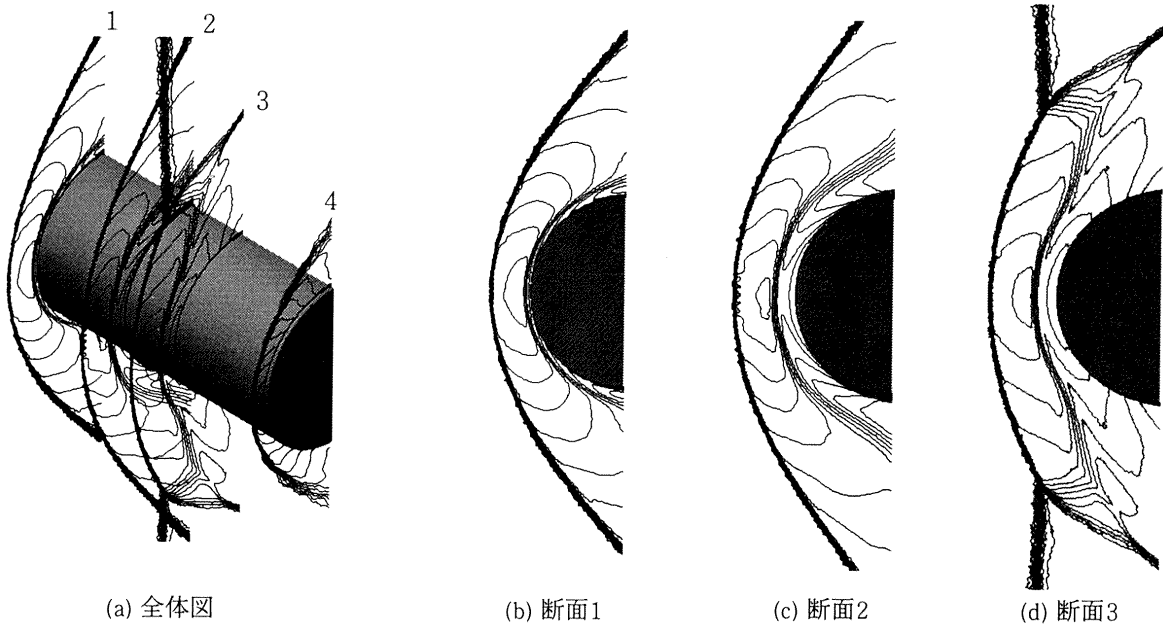


図8. y一定断面内のマッハ数等高線

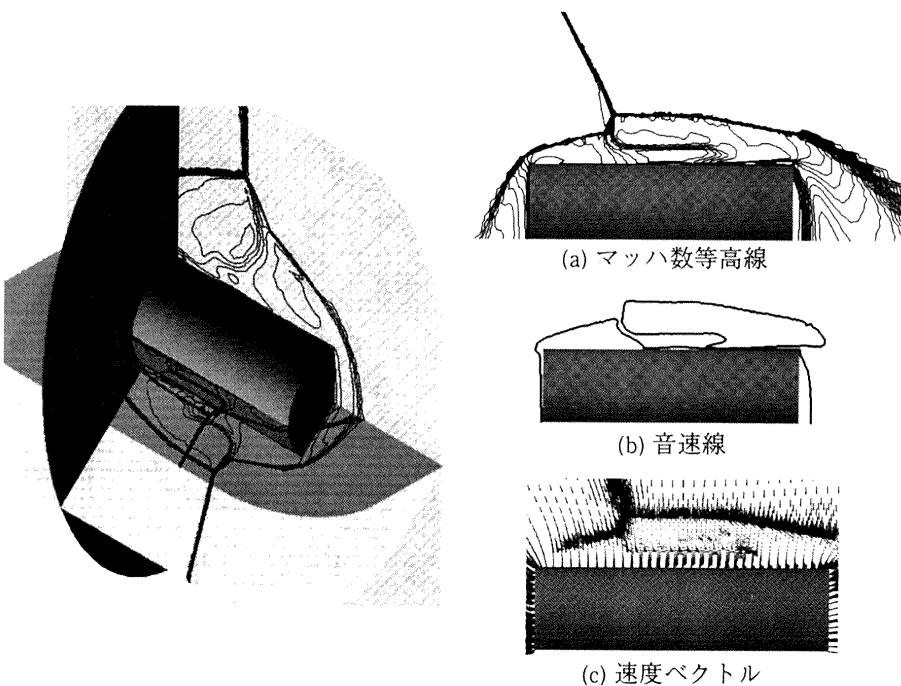


図9. 中心軸を含む断面内のマッハ数等高線

図10. 水平断面内の流れ

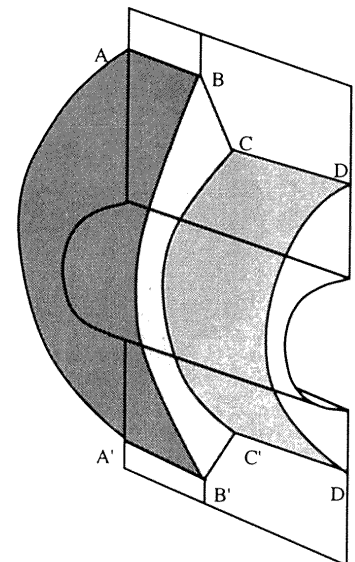
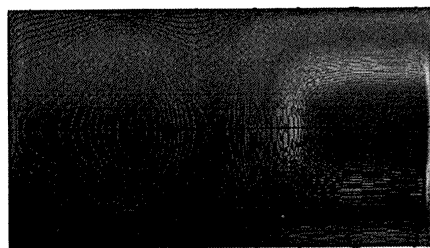
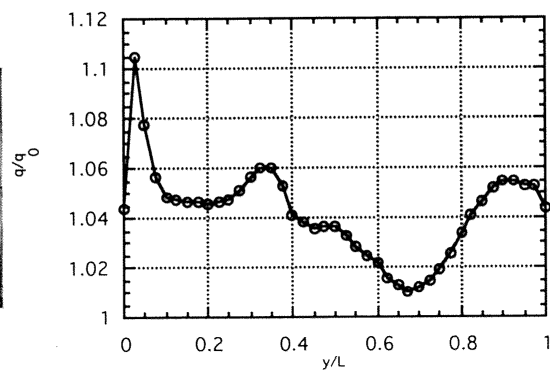


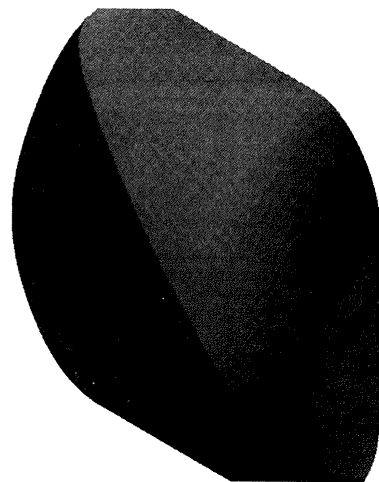
図11. 衝撃波面の模式図 (case1)



(a) 密度分布



(b) 熱流束分布



(a) 流入境界

図12. 表面上の密度分布及び熱流束分布

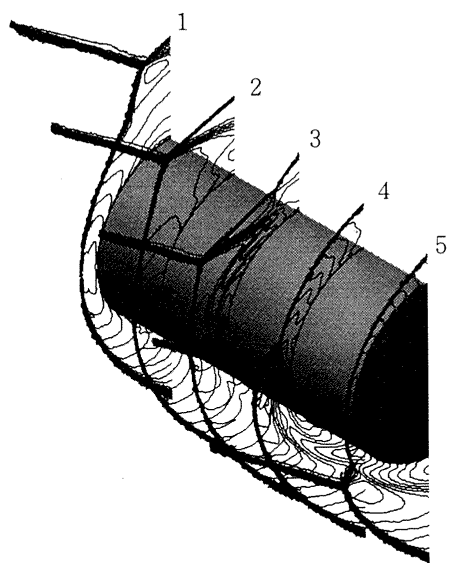


図14. y一定断面内のマッハ数等高線

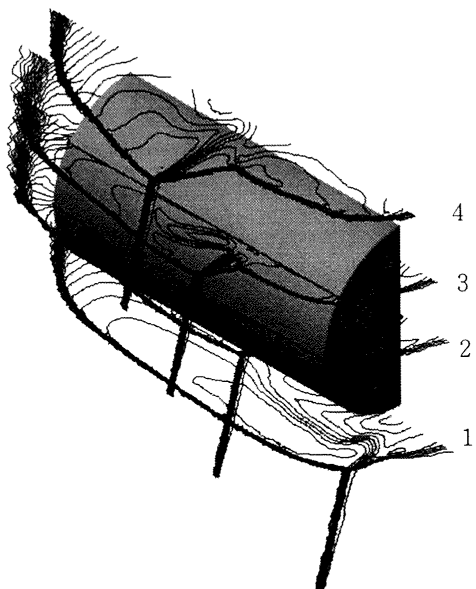
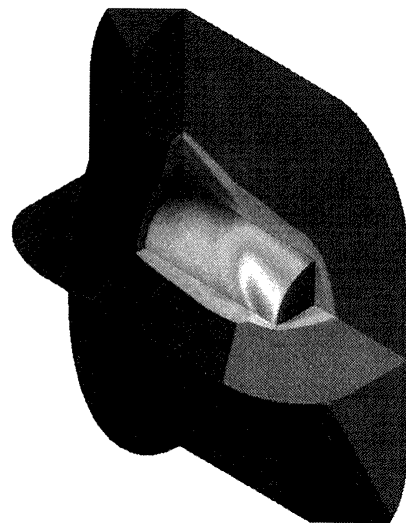


図15. z一定断面内のマッハ数等高線



(b) 内部及び流出境界

図13. 密度分布

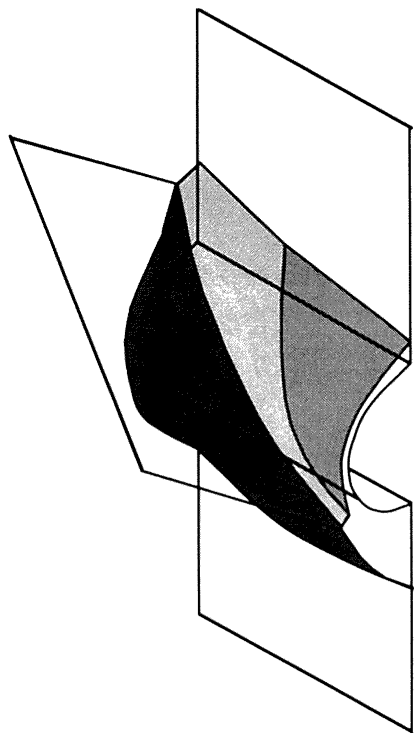
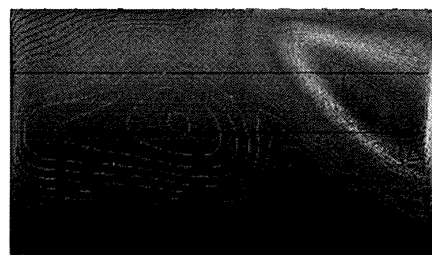
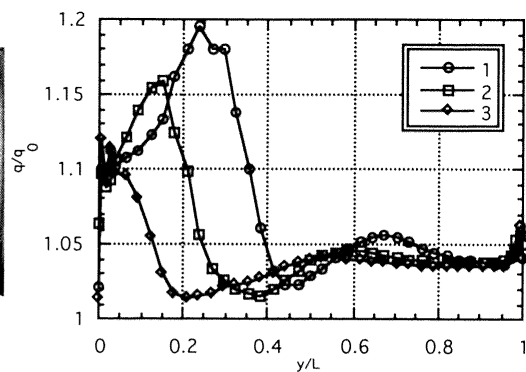


図16. 衝撃波面の模式図 (case2)



(a) 密度分布



(b) 熱流束分布

図17. 表面上密度分布及び熱流束分布

# 非定常超音速円形ジェットの数値解析

石井隆次（京都大学） 由比政年（金沢大学）

Numerical Simulation of Unsteady Supersonic Circular Jet

by

Ryuji Ishii (Kyoto University) and Masatoshi Yui (Kanazawa University)

## ABSTRACT

Time evolution of unsteady supersonic circular jet is investigated numerically by using a TVD finite difference scheme for the Euler equations. It is shown that the supersonic jet injected into an ambient air is unstable and rapidly evolves into turbulent field. The Kelvin-Helmholtz instability along slip lines downstream of the triple points of shocks is responsible for generation of the second vortices which are convected along the outer boundary of the first vortex. The numerical results are compared with the experiments and a good agreement is obtained between them.

## INTRODUCTION

Unsteady supersonic jets have been used in many research fields and also realized in many practical applications. For example, at the lift-off of a rocket, supersonic jets are exhausted from nozzles just after the ignition. At the operation of an air bag for a car driver, an unsteady supersonic jet is used. Furthermore it has been recognized that pulsed supersonic jets provide effective means to control the chemical energy release in variety of combustion system—as utilized in advanced concepts for internal combustion engines.<sup>1)</sup> In light of such a situation it is crucially important to investigate characteristics of unsteady flow behavior of supersonic jets.

The early stage of a jet evolution is well known as a diffraction phenomenon of shock wave around a corner, which has been investigated for long time by many researchers.<sup>2)</sup> Somewhat later, the second shocks are generated in the flow field and connected to each other at the jet axis to form a single shock with an arc shape.<sup>3), 4)</sup> In the middle stage, a shock cell structure is constructed and a slip surface is generated downstream of the triple point of the shock waves. This surface is very Kelvin-Helmholtz unstable and is responsible

for generation of the second vortices. In the later stage, a quasi-steady jet is constructed near the open end and initiates its self-sustained oscillation and a special kind of instability called "screech" occurs.<sup>5), 6)</sup>

In the present paper, an unsteady supersonic circular jet is treated numerically. Focus is placed on the jet evolution in the middle and later stages. The Kelvin-Helmholtz instability and generation of the second vortices are investigated in detail. The origin of asymmetric behavior of the jet is also investigated. It will be made clear that the Kelvin-Helmholtz instability along the slip surface plays a very important role in the jet instability and its asymmetric behavior. The numerical results are compared with experiments and a good agreement is obtained between them.

## NUMERICAL ANALYSIS

Numerical simulations were performed on a supercomputer Fujitsu VP-2600 at the Data Processing Center of Kyoto University. Euler equations for an axially symmetric flow were solved by a finite-difference TVD scheme.<sup>7)</sup> The mesh number is  $400 \times 400$  and there are 40 meshes in the nozzle exit plane. The jet conditions at the nozzle exit are  $M_1=1.02$ ,  $p_1/p_\infty$



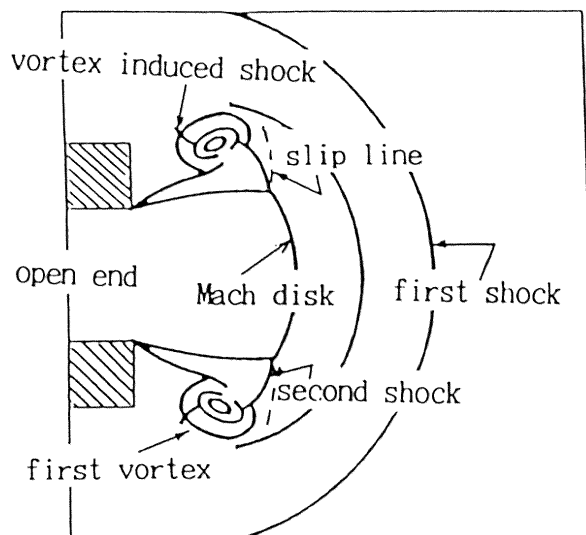
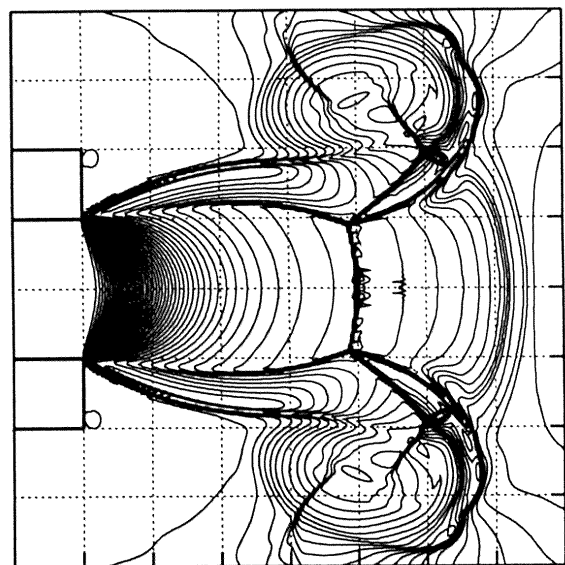


Fig.1 Flow characteristics of unsteady supersonic circular jet.



0 1 2 3 4 5 6 7 8

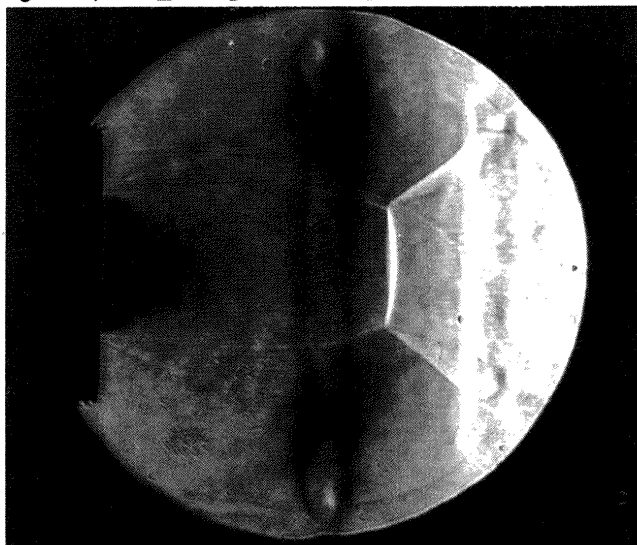


Fig.2 Density contours of unsteady jet at  $t = 224 \mu\text{sec}$  and the corresponding schlieren photograph.

$= 5.0$ ,  $\rho_j / \rho_\infty = 2.8$ , where  $M$ ,  $p$  and  $\rho$  are the Mach number, the gas pressure and the gas density and the subscripts  $j$  and  $\infty$  denote the jet and ambient gas conditions, respectively.

Flow characteristics of an unsteady supersonic jet are shown in Fig. 1. A sample of density contours is shown in Fig. 2, where the corresponding schlieren photograph is also shown for comparison. Numerical results can well explain the time evolution of the jet. The experiments and the numerical results are compared more in detail in Fig. 3, where the distances are measured from the nozzle exit plane to the first shock (main shock), the second shock, the third shock (vortex induced shock), the Mach disk and the first vortex, respectively. The agreement between them is very well. Only the difference between the numerical and the experimental results exists in the location of the second vortices. This disagreement will come from the fact that the effect of gas viscosity cannot be neglected for the behavior of the second vortices. However, qualitatively, both results agree very well.

The Kelvin-Helmholtz roll-up is simulated as shown in Fig. 4 and the corresponding schlieren photographs are shown in Fig. 5. The outer part of the second shock splits into two parts. One is the reflected shock and another is the shock in the first vortex which propagates upstream through the first vortex. At this stage, strong pressure waves are produced by interactions between the vortices and also between the vortex and the shock. Some part of these pressure waves propagate upstream and stimulate the very unstable jet boundary to produce disturbances of the shock cell structure.

At least numerically or theoretically, it will be reasonable to expect that the stable flow field cannot be obtained. Experimentally it is confirmed that a quasi-steady under-expanded supersonic jet experiences a self-sustained oscillation and propagates a very strong sound wave named "screech". In this respect, the present numerical results will be at least qualitatively consistent.

Finally it has to be emphasized that experimentally the flow field of an unsteady supersonic circular jet is strictly not axially symmetric. The first ringed vortex is unstable and just after its generation it begins to

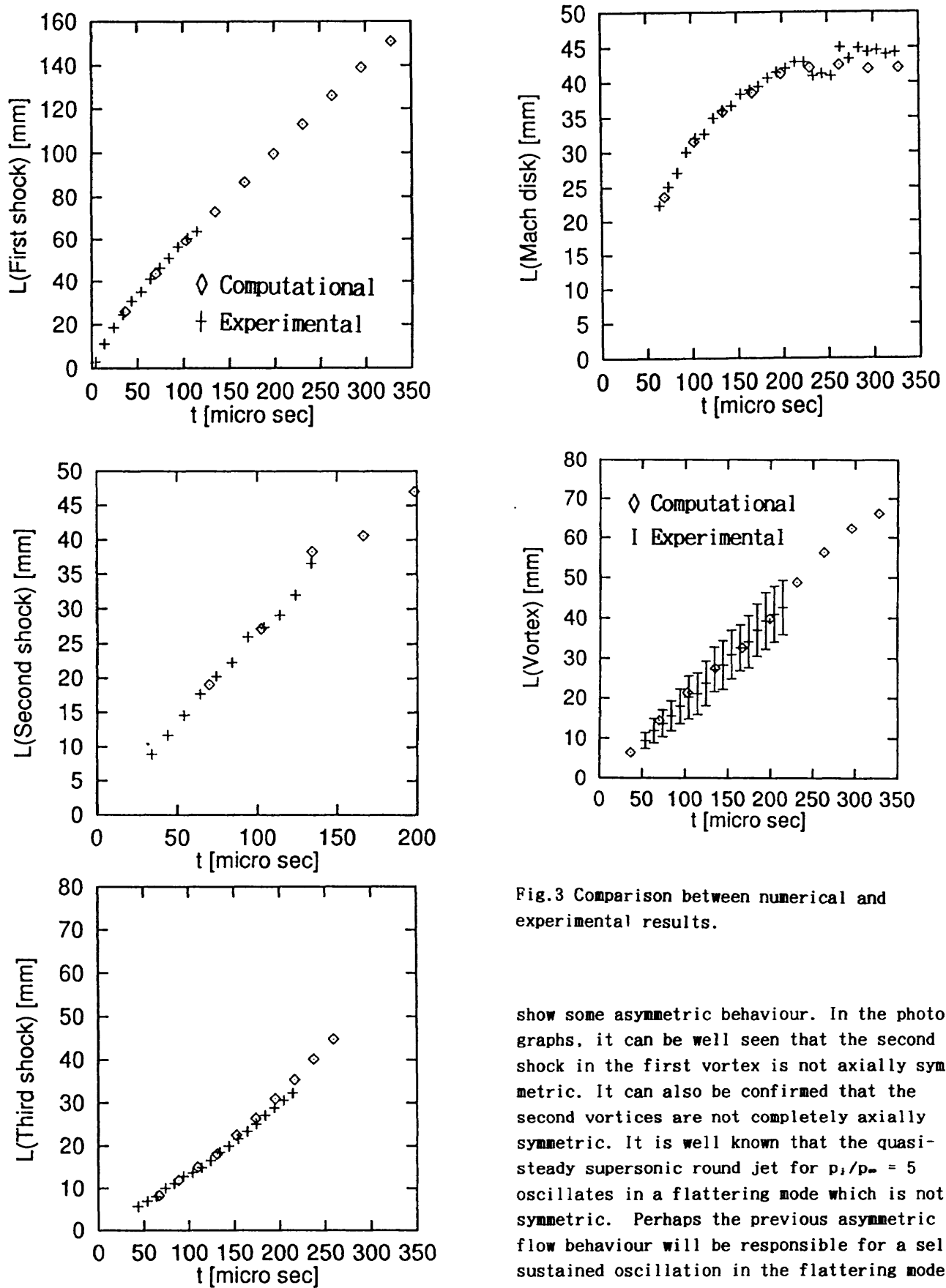


Fig.3 Comparison between numerical and experimental results.

show some asymmetric behaviour. In the photographs, it can be well seen that the second shock in the first vortex is not axially symmetric. It can also be confirmed that the second vortices are not completely axially symmetric. It is well known that the quasi-steady supersonic round jet for  $p_1/p_\infty = 5$  oscillates in a fluttering mode which is not symmetric. Perhaps the previous asymmetric flow behaviour will be responsible for a self-sustained oscillation in the fluttering mode of the quasi-steady jet.

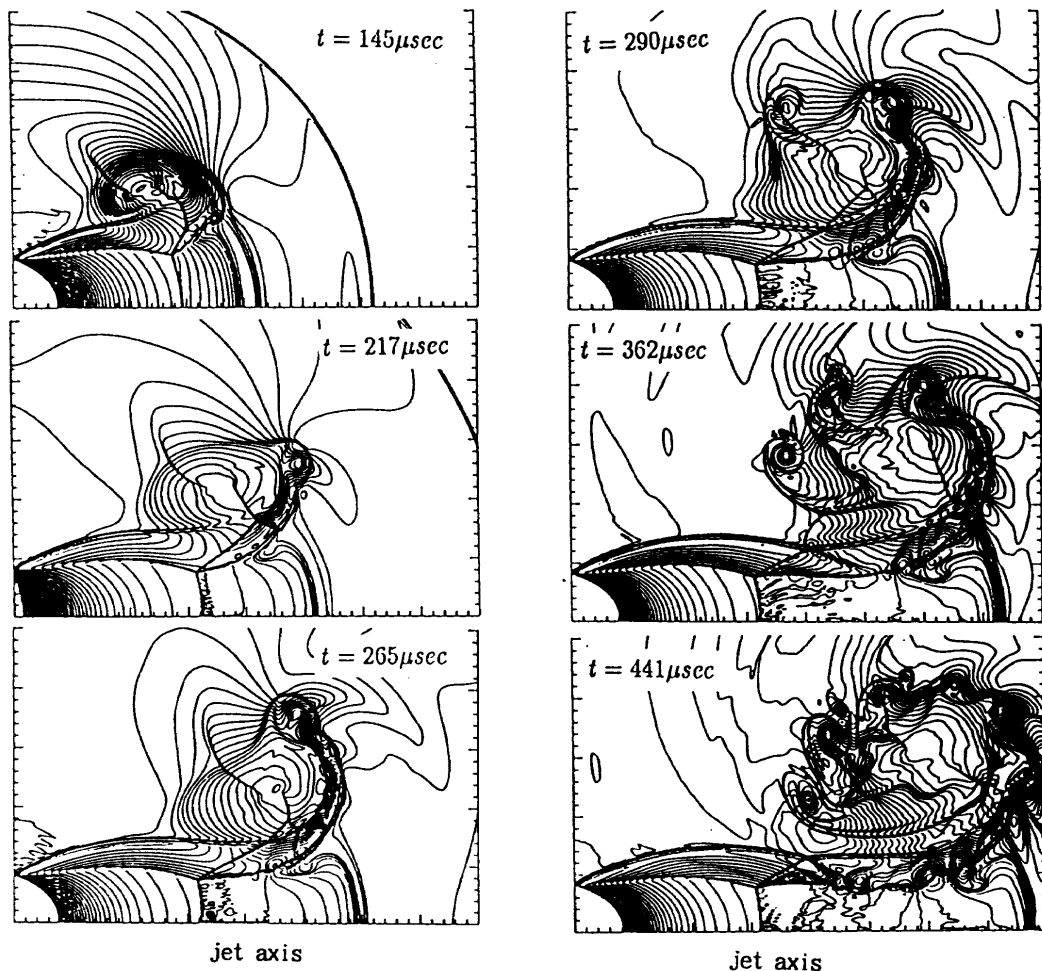


Fig.4 Numerical simulation of Kelvin-Helmholtz roll-up.

#### CONCLUSIONS

An unsteady supersonic circular jet was investigated numerically. The experiments demonstrate that a supersonic jet injected into an ambient air is unstable and rapidly evolve into turbulent field, which is quite consistent with the present results. In this transition, the Kelvin-Helmholtz instability along the slip lines downstream of the triple points of the shock-cell plays a very important role, which suggests that the presence of the shock-cell structure in the supersonic jet is responsible for enhanced instability of the flow field and effective mixing of the gas. The experiments and the numerical simulations agreed very well at least in the early and middle stages of the jet evolution.

#### REFERENCES

1. Oppenheim, A.K. and Maxon, J.A., 1991; Thermodynamics of Combustion in an Enclosure, Dynamics of Heterogeneous Combustion and Re-

action Systems, Edited by A.L.Kuhl, J.-C.Leyer, A.A. Borisov and W.A. Sirignano, Progress in Astronautics and Aeronautics Series, 152, AIAA, New York, pp.365-382.

2. Skews, B.W., 1966; The shape of a diffraction of shock wave, J. Fluid Mech., vol.29, part 2, pp.297-304.

3. Takayama, K. and Sekiguchi, H., 1981; Formation and Diffraction of Spherical Shock Waves in a Shock Tube, Rep. Inst. High Speed Mech., Tohoku Univ., 43, pp. 89-119.

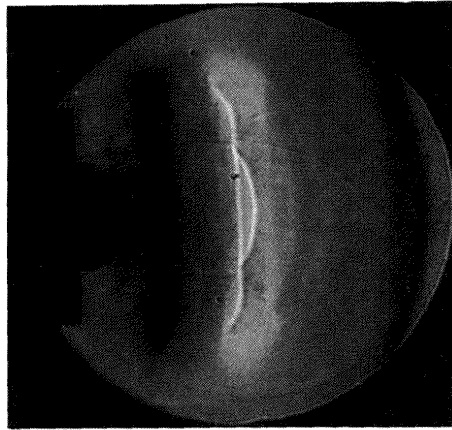
4. Abe, A. and Takayama, K., 1990; Numerical Simulation and Density measurement of a Shock Wave Discharge from the Open End of a Shock Tube, JSME International Journal, Series II, vol. 33, No.2, pp.41-56.

5. Umeda, Y., Maeda, H. and Ishii, R., 1991; Discrete tones generated by the impingement of a high-speed jet on a circular cylinder, Phys. Fluids, Vol.30, No.8, pp. 2380-2388.

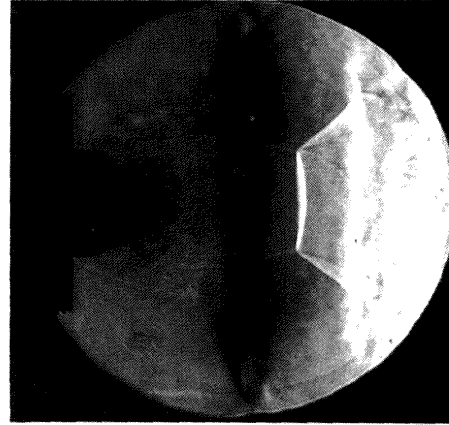
6. Powell, A., Umeda, Y. and Ishii, R., 1992; Observation of the oscillation modes of

circular choked jets, J Acoust. Soc. Am. 92, pp.2823-2836.

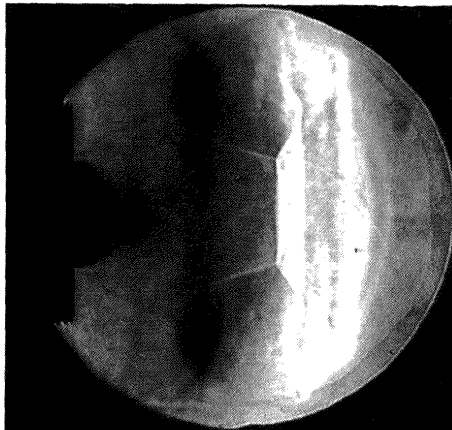
7. Chakravarthy, S.R., and Osher, S., 1985; A New Class of High Accuracy TVD Schemes for Hyperbolic Conservation Laws, AIAA Paper 85-0363.



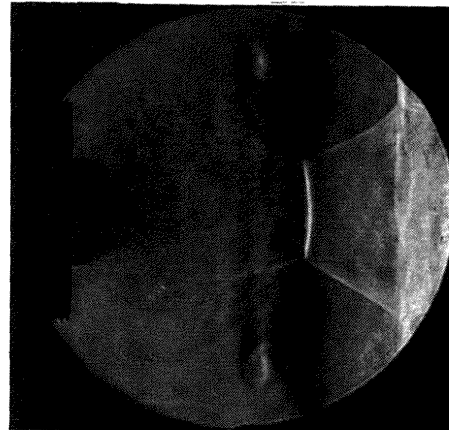
$t = 114 \mu \text{ sec}$



$t = 214 \mu \text{ sec}$



$t = 164 \mu \text{ sec}$



$t = 264 \mu \text{ sec}$

Fig.5 Schlieren photographs of second vortices.



## 二次流れをともしう管内流熱伝達のアナロジー

石垣 博<sup>\*1</sup>

## Analogy of Convective Heat Transfer between Developing Laminar Secondary Flows in Pipes

by

Hiroshi ISHIGAKI<sup>1</sup>

National Aerospace Laboratory, Kakuda Research Center.

## ABSTRACT

Analogy of convective heat transfer between developing laminar flows in curved pipes and orthogonally rotating pipes is described through similarity arguments and numerical computation. Governing parameters and a dimensionless axial distance are properly used for the respective flows. When the second parameter is large in each flow, it is shown that the temperature profiles and the Nusselt numbers of the two flows are approximately similar for the same values of the governing parameter, Prandtl number and the dimensionless axial distance.

## 1. 緒 言

遠心力あるいはコリオリの力が作用する管内流の熱伝達は多くの工業機器、たとえば熱交換器や回転機械の冷却系などに関連して重要である。断面内に体積力が作用する管内流は一般に二次流れを有し、複雑な三次元流動になる。管入口から完全に発達するまでの助走区間において、このような流れと熱伝達がどのような発達特性をもつかを調べることは基礎的、実用的に重要な課題である。

著者は管の曲率による遠心力、管の回転による遠心力とコリオリの力、管の加熱（冷却）による浮力などの体積力が作用する管内流の流動伝熱特性を体系的、統一的に記述すべく、系統的な研究を進めている。そのなかにあつて、静止曲管と直交回転直管の二つの管内流のあいだに成立するアナロジー（定量的相似性）は一つの中核的な部分をなすものである。著者はこれら二つの流れの完全発達流について層流<sup>(1)-(3)</sup>、乱流<sup>(4),(5)</sup>ともにアナロジーが成立し、特性数の同じ値に対して二つの流れの管摩擦係数やヌッセルト数が一致することを示した。さらに層流助走区間の流れでは軸方向無次元距離を導き、この無次元距離を用いて二つの流れの発達特性も相似になることを示した<sup>(6)</sup>。本報告はこれらの研究結果をふまえながら、層流助走区間における熱伝達のアナロジーとその発達特性を明らかにしたものである。

標記二つの助走区間熱伝達に関する既存の研究はすべて個別に行われ、両者の関連を論じた研究は見あたらない。速度場と温度場が同時に発達する曲円

管内助走流の熱伝達はPatankar, Pratap & Spalding<sup>(7)</sup>により、直交回転円管内助走流の同様の問題はSkidadaressis & Spalding<sup>(8)</sup>により数値的に解析されている。なお既存の文献については曲管流の熱伝達についてのNandakumar & Masliyah<sup>(9)</sup>、回転管流の熱伝達についてのYang, Fann & Kim<sup>(10)</sup>のレビューがあるので、これらを参照して頂きたい。

これら二つの管内流の速度場、温度場をあつかった文献を見ると、助走流に関する計算あるいは実験の結果は、横軸に $z/d$ （または曲管の場合には管の曲り角 $\phi$ ）をとって表示されている。しかし $z/d$ は流れの相似性とは無関係であるので、このような変数で一般的な特性を表示することは不可能である。またこれら管内流の熱伝達はプラントル数 $Pr$ により著しく影響をうけるが、 $Pr$ の効果を体系的に論じた研究は見あたらない。

これまでの著者の研究を総合すれば標記二つの層流については次のことがいえる。(1) 曲管流はディーン数 $K_{LC}$ と曲率パラメータ $\lambda$ 、直交回転管内流は無次元数 $K_{LR}$ とロスビー数 $Ro$ の各2つの特性数により支配される。(2)  $\lambda$ と $Ro$ がともに大きければこれらの影響は無視でき、このときに両者のアナロジーが成立する<sup>(1),(2)</sup>。(3) 助走区間では軸方向無次元距離 $Z_C$ と $Z_R$ をそれぞれ用いれば二つの流れのアナロジーが記述でき、 $Z_C = Z_R$ の位置で $K_{LC} = K_{LR}$ の流れ構造や摩擦係数は大略一致する<sup>(6)</sup>。(4) 完全発達流の熱伝達はさらに $Pr$ により大きく異なり、 $Pr \ll 1$ では温度場におよぼす二次流れの影響は無視でき、逆に $Pr \gg 1$ では二次流れの影響が著しい<sup>(3)</sup>。

本報告では標記二つの助走流熱伝達のあいだにも

\*1 航空宇宙技術研究所角田宇宙推進技術研究センター

アナロジーが成立することを示し、 $Pr$ により温度場の発達の様相がどのようになるかを明らかにする。熱的境界条件は軸方向熱流束一定、周方向壁温一定とし、速度場と温度場は同時に発達するものとする。入口速度分布は一樣流入の場合を主として示すが、放物流入の場合の温度場の発達の様子をして一樣流入の場合と比較する。なお速度場の結果については簡単に述べるので、詳しくは文献(6)を参照していただきたい。

## 2. 主な記号

$K_L$	: $K_{LC}, K_{LR}$ の総称
$K_{LC}$	: 曲管の層流特性数 (ディーン数) $= Re \sqrt{\lambda}$
$K_{LR}$	: 直交回転管の層流特性数 $= Re \sqrt{Ro}$
$Nu_H$	: 周平均ヌッセルト数 $= q_w d / [(T_w - T_b)k]$
$Pr$	: プラントル数 $= \nu / \alpha$
$q_w$	: 壁熱流束
$R$	: 曲管の曲率半径
$Re$	: レイノルズ数 $= u_m d / \nu$
$Ro$	: ロスビー数 $= u_m / \Omega d$
$T_w$	: 壁面温度
$T_b$	: 混合平均温度
$u_m$	: 管内平均流速
$Z$	: $Z_C, Z_R$ の総称
$Z_C$	: 曲管の軸方向無次元距離 $= R\phi / (d\sqrt{\lambda})$
$Z_R$	: 直交回転管の軸方向無次元距離 $= z / (d\sqrt{Ro})$
$\lambda$	: 曲管の曲率パラメータ $= R' / d$
$\Omega$	: 直交回転管の回転角速度

## 3. 基礎方程式と数値解法

図1に示すように曲管に固定して円環座標  $(r, \theta, \phi)$  をとり、速度成分を  $(u, v, w)$  とする。ここで  $\lambda$  が十分に大きい ( $\lambda \gtrsim 8$ ) と仮定すれば、管軸距離  $z = R\phi$  として方程式系は円筒座標  $(r, \theta, z)$  に帰着する。また直交回転管についても図2に示すように直管に固定して円筒座標  $(r, \theta, z)$  をとる。流れは定常、非圧縮性層流であり、物性値は一定とする。管壁は軸方向に熱流束一定、周方向に温度一定で加熱されているものとする。

文献(6)の解析と同様に、管内の流れは放物形の流れであると仮定する。流れの方程式が放物化できる条件は一方 (軸方向) に支配的な流れ (主流) が存在し、その方向に流れのはく離がなく拡散が無視できること、および圧力が主流方向と断面方向、すなわち  $\bar{p}$  と  $p$  に分離できること、である。この仮定の検討は文献(6)を見ていただきたいが、結局放物化の条件は  $\lambda, Ro \gg 1$  に帰着し、これはアナロジーが成立する条件に合致する。

このとき、たとえば曲管内の流れは次のような連続式と放物化 Navier-Stokes 式により記述される。

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (ru) + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad \dots \dots \dots (1)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} + w \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{v^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{u^2 \cos \theta}{R}$$

$$+ \nu \left( \nabla^2 u - \frac{u}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v}{\partial \theta} \right) \quad \dots \dots \dots (2)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} + w \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{uv}{r} = -\frac{1}{\rho r} \frac{\partial p}{\partial \theta} - \frac{u^2 \sin \theta}{R} + \nu \left( \nabla^2 v - \frac{v}{r^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial u}{\partial \theta} \right) \quad \dots \dots \dots (3)$$

$$u \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \nabla^2 w \quad \dots \dots \dots (4)$$

ここに  $\rho$  は密度、 $\nu$  は動粘性係数である。直交回転管の式については文献(6)を参照していただきたい。エネルギー式は二つの流れに対して共通に次式で与えられる。

$$u \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta} + w \frac{\partial T}{\partial z} = \alpha \nabla^2 T \quad \dots \dots \dots (5)$$

ここで  $\alpha$  は温度拡散率、ラプラシアン  $\nabla^2$  は

$$\nabla^2 = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}$$

である。

はじめ  $x$  軸についての対称性は仮定せず、全断面についての予備計算を行ったが、計算結果はすべて  $x$  軸について対称性を示した。そこで本計算では対称性を仮定し、半断面について計算した。したがって境界条件は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} r = d/2 : u = v = w = 0, T = T_w, \\ \theta = 0, \pi : \frac{\partial u}{\partial \theta} = v = \frac{\partial w}{\partial \theta} = \frac{\partial T}{\partial \theta} = 0 \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots (6)$$

数値計算プログラムは Patankar の著書<sup>(11)</sup>を参考にして作成したもので、著者の一連の研究に用いているものである。有限体積法、スタガード格子、ベキ乗スキーム、SIMPLE 法によっている。格子点は  $r$  方向 42、周方向 37 点とり、 $\theta$  方向はほぼ等間隔、 $r$  方向は壁近傍で密な不等間隔 (壁と隣接格子点との距離は  $0.005 \times$  管半径で、壁からの距離  $0.1 \times$  管半径のあいだに 9 格子点入っている) にとった。Z 方向の刻み  $\Delta z$  は管入口で  $\Delta Z = 0.001$  として  $Z = 1$  に至るまで各ステップごとに 1% ずつ増加させ、 $Z > 1$  では一定とした。管の入口から  $Z = 15$  までの総ステップ数は約 1,500 になる。

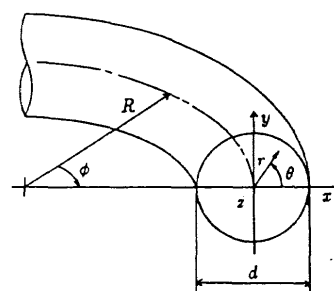


Fig.1 Configuration of curved pipe flow

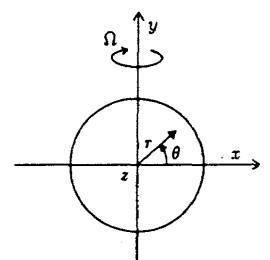


Fig.2 Configuration of an orthogonally rotating pipe flow

#### 4. 相似性の考察

これらの流れでは管断面内に発生する二次流れが熱伝達を増加させるが、増加の程度は $Pr$ によって大きく異なる。著者は文献(3)で完全発達温度場の $Pr$ 依存性を相似性の議論により考察し、その推論を計算結果により検証した。本報でも計算結果を示すまでに、助走区間の温度場の相似性を簡単に述べる。

著者の相似理論で用いている無次元変換は、軸方向代表速度 $w_m$ 、断面内の代表速度を $U_s$ として、一般的に次のように表される。

$$\left. \begin{aligned} \tilde{u} &= \frac{u}{U_s}, & \tilde{v} &= \frac{v}{U_s}, & \tilde{w} &= \frac{w}{w_m} \\ \tilde{T} &= \frac{T - T_e}{T_s - T_e}, & \tilde{r} &= \frac{r}{d}, & \tilde{z} &= \frac{z}{Z_s} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

ここに $T_e$ は入口温度であり、管壁熱流束が軸方向に一定のときの代表温度は $T_s = q_w d / k$ 、曲管と回転管についての断面内代表速度 $U_s$ は $w_m / \sqrt{\lambda}$ と $w_m / \sqrt{Ro}$ 、軸方向代表長さ $Z_s$ は $d\sqrt{\lambda}$ と $d\sqrt{Ro}$ である<sup>(6)</sup>。これらを用いてエネルギー式(5)を無次元化すれば、次のようになる。

$$Pr \left( \tilde{u} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{r}} + \tilde{v} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{\theta}} + \tilde{w} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{z}} \right) = \frac{1}{K_L} \tilde{\nabla}^2 \tilde{T} \dots\dots\dots (8)$$

ここに

$$\tilde{\nabla}^2 = \frac{1}{\tilde{r}} \frac{\partial}{\partial \tilde{r}} \left( \tilde{r} \frac{\partial}{\partial \tilde{r}} \right) + \frac{1}{\tilde{r}^2} \frac{\partial^2}{\partial \tilde{\theta}^2}$$

である。速度場の無次元式は文献(6)を見て頂きたい。なお $\tilde{\nabla}^2$ で省略した $\partial^2 / \partial \tilde{z}^2$ を式(7)から評価すればわかるように、放物流れの近似が妥当性をもつ条件は $\lambda$ あるいは $Ro \gg 1$ である<sup>(6)</sup>。この条件は二つの流れで $\lambda$ あるいは $Ro$ の影響が省略できる条件、すなわちアナロジーが成立する条件に合致する。

$K_L$ は曲管流においては $K_{LC}$ 、直交回転管流においては $K_{LR}$ をあらわし、 $U_s$ を代表速度とするそれぞれの流れの断面内レイノルズ数に相当するから、 $K_L$ が小のときは粘性流、 $K_L$ が大のときは境界層流になる。また $\tilde{z} = Z$ は曲管流では $Z_C$ 、直交回転管流では $Z_R$ をあらわし、式(7)の $Z_s$ は断面内の流れが $U_s$ の速度で長さ $d$ を移動する時間内に軸方向に速度 $w_m$ で到達する距離を意味している<sup>(6)</sup>。なおこれまでの無次

元化、たとえば速度スケールに $v/d$ を用いるなどの方式では(8)に相当する無次元式に $K_L$ が全く現れない(たとえばKalb-Seader<sup>(12)</sup>など)。しかし温度場が $K_L$ により支配されることは明白だから、このような無次元化は物理的に正当なものとはいえない。

式(8)から強制対流温度場は $Pr$ によって著しく異なることがわかる。すなわち(i)  $Pr \ll 1$ のときは左辺は非常に小さくなるので、温度場は二次流れの影響をうけない。(ii)  $Pr \approx 1$ のときは式(8)は軸速度場の式と相似になるので、温度場は軸速度場に相似になる。(iii)  $Pr \gg 1$ のときは左辺が非常に大きくなるので、二次流れの影響が支配的になり、コア内の温度分布は発達領域の二次流れ線に相似なパターンに漸近する。

#### 5. 温度場の発達

ここでは二つの流れの温度場が各 $Pr$ についてどのような変化をしながら完全発達温度場に漸近するか、また $K_{LC} = K_{LR} = K_L$ の二つの流れの温度パターンが $Z_C = Z_R = Z$ となる各位置でどの程度の定量的相似性を示すかを見る。

$K_L$ が比較的小さい場合の例として、 $K_L = 100$ 、一様流入条件での無次元温度 $(T_w - T)/(T_w - T_b)$ の等高線を4種の $Pr (= 0.01, 0.7, 7, 100)$ について図3(b)-(e)に

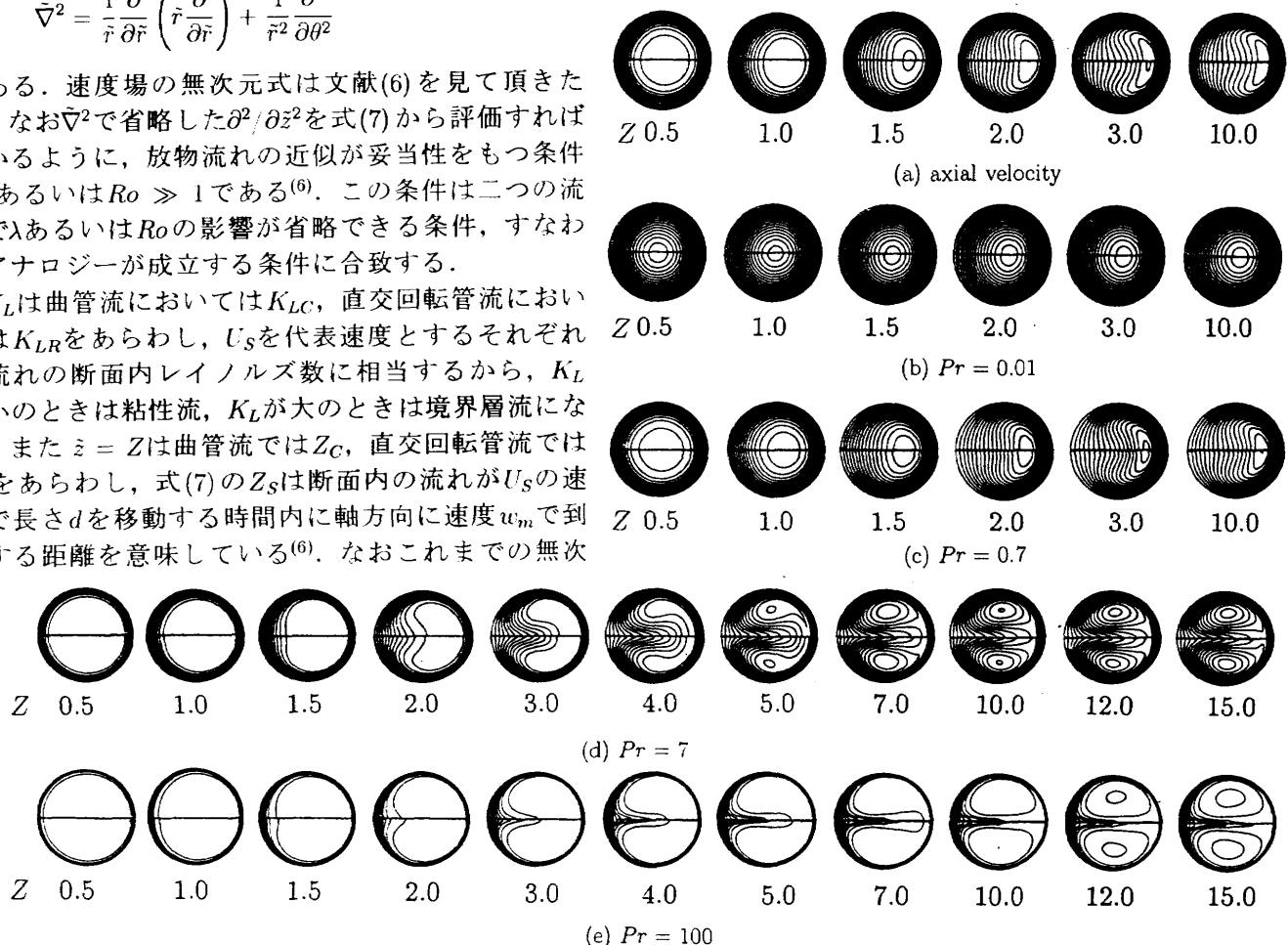


Fig.3 Development of contours for uniform entry flow of  $K_L = 100$ ,  $\lambda = 20$ ,  $Ro = 50$ : (a) dimensionless axial velocity  $w/w_m$ , (b)-(e) dimensionless temperature  $(T_w - T)/(T_w - T_b)$ . Upper half shows curved pipe flow and lower half shows rotating pipe flow.



示す。図の上半分が曲管流( $\lambda = 20$ )、下半分が直交回転管流( $Ro = 50$ )の計算結果である。図3(a)は軸速度  $w/w_m$  の等高線であり、当然のことに  $Pr$  に無関係である。管入口部では壁に沿って粘性層が同心円状にまず発達し、次に二次流れが強くなって非粘性コア部は右側の壁に向かって移動しながら消滅する。

最初にこの軸速度と図3(c)の  $Pr = 0.7$  の温度等高線を比較すると、両者は相似性を保ちながら発達していることがわかる。図3(b)の  $Pr = 0.01$  の場合は温度場はほとんど二次流れの影響を受けず、管入口の近傍で急速に完全発達状態になって、以後最大値の位置がわずかに右側に移動するだけで、ほとんど変化しない。これは式(9)で左辺第1項をゼロとした熱伝導式の解に相当する。これとは逆に図3(d), (e)の  $Pr = 7, 100$  では、左側( $\theta = 180^\circ$ )から  $x$  軸に沿って右側( $\theta = 0^\circ$ )に熱を輸送する二次流れが渦運動へと発達していく様子が温度をトレーサとして明瞭に察知できる。図3(b)-(e)のいずれの  $Pr$  においても、等温線の上下半部は各軸方向位置においてたがいにほぼ相似であり、温度場のアナロジーが成立していることがわかる。

つぎに一樣流入の  $K_L = 500$  のときの等温線を図4に示す。 $K_L$  が大きいこの場合の断面内流れは境界層的な性格をもつ。図4(a)の軸速度を見ると、流入部近くでの粘性層の発達は壁近傍に局限され、図3(a)の

ように粘性層が同心円状に非粘性コアを直接侵蝕することはない。非粘性コアは左側の逆旋み点から侵入する低速流体により侵蝕され、やがて消滅する。

$K_L = 500$  の温度場も定性的には  $K_L = 100$  の場合と同じような発達をする。 $Pr = 0.01$  の場合には熱伝導が大きいため管入口近くですぐに発達しきった状態になり、後は二次流れの影響により最大値の位置がわずかに右側にずれる。 $Pr = 0.7$  では温度場は軸速度場と相似に発達する。 $Pr = 7, 100$  では二次流れの流線におくれをともなつて追従するように温度場が発達する。

温度場におよぼす流入条件の影響を見るために、図5に流体が直管完全発達流の放物分布をもって流入する場合の温度場の変化を図5に示す。流体に作用する体積力の大きさが局所的に異なるために二次流れ、したがって軸速度は助走区間ではげしく変化し、 $Pr = 0.7$  の温度場もこれと相似に激しく変化する。 $Pr = 0.01$  では温度場は速度場からほとんど独立だから、図4と同じになる。 $Pr = 7, 100$  では等温線は複雑な軸方向速度場を反映しながら完全発達領域の二次流線パターンに漸近する。

## 6. 熱伝達の発達特性

実用的に特に重要な  $Pr = 0.7$  (空気) と  $7$  (水) について、一樣流入の場合のヌッセルト数の発達を示し、

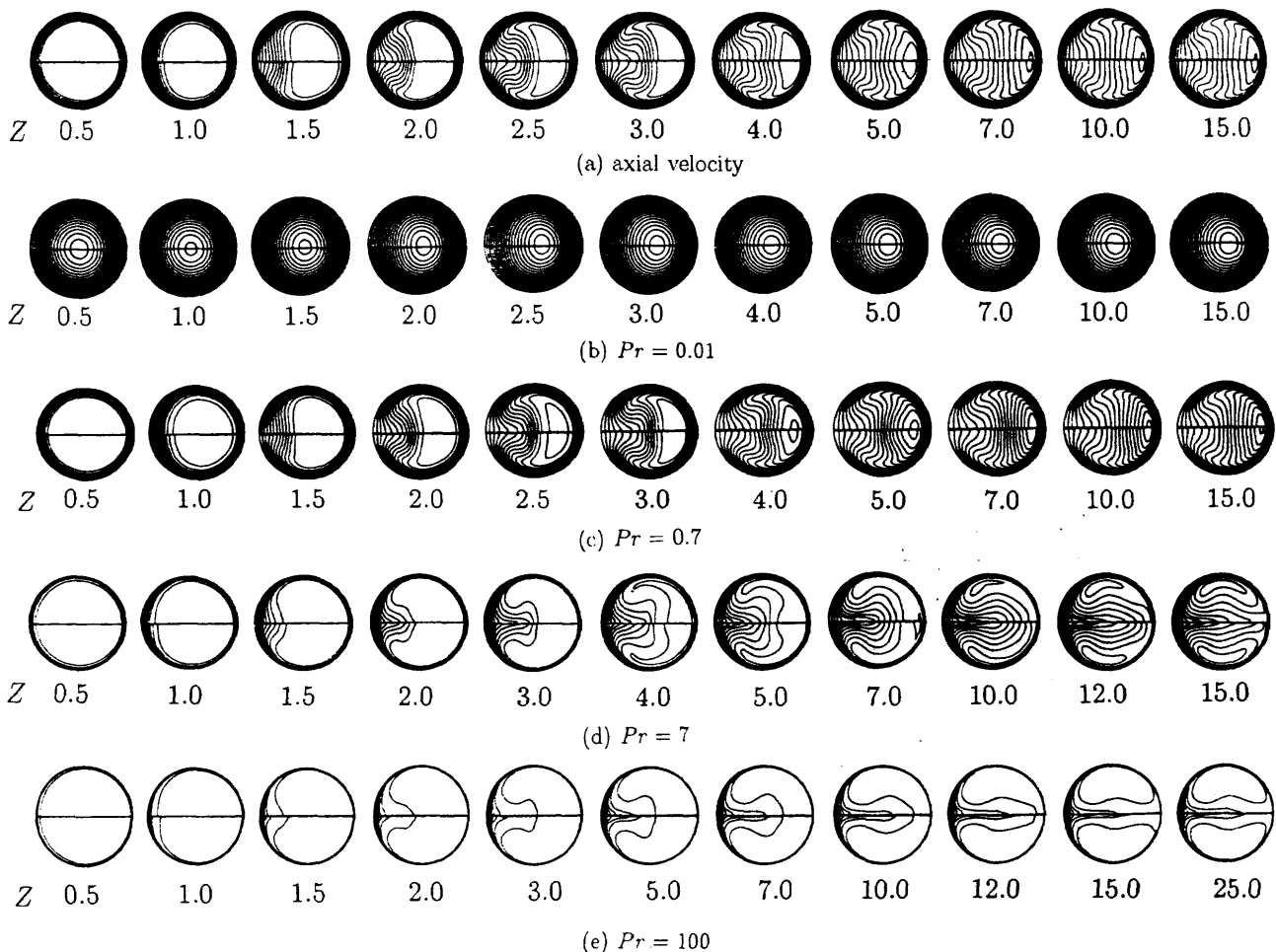


Fig.4 Development of contours for uniform entry flow of  $K_L = 500$ ,  $\lambda = 20$ ,  $Ro = 50$ : (a) dimensionless axial velocity  $w/w_m$ , (b)-(e) dimensionless temperature  $(T_w - T)/(T_w - T_b)$ . Upper half shows curved pipe flow and lower half shows rotating pipe flow.

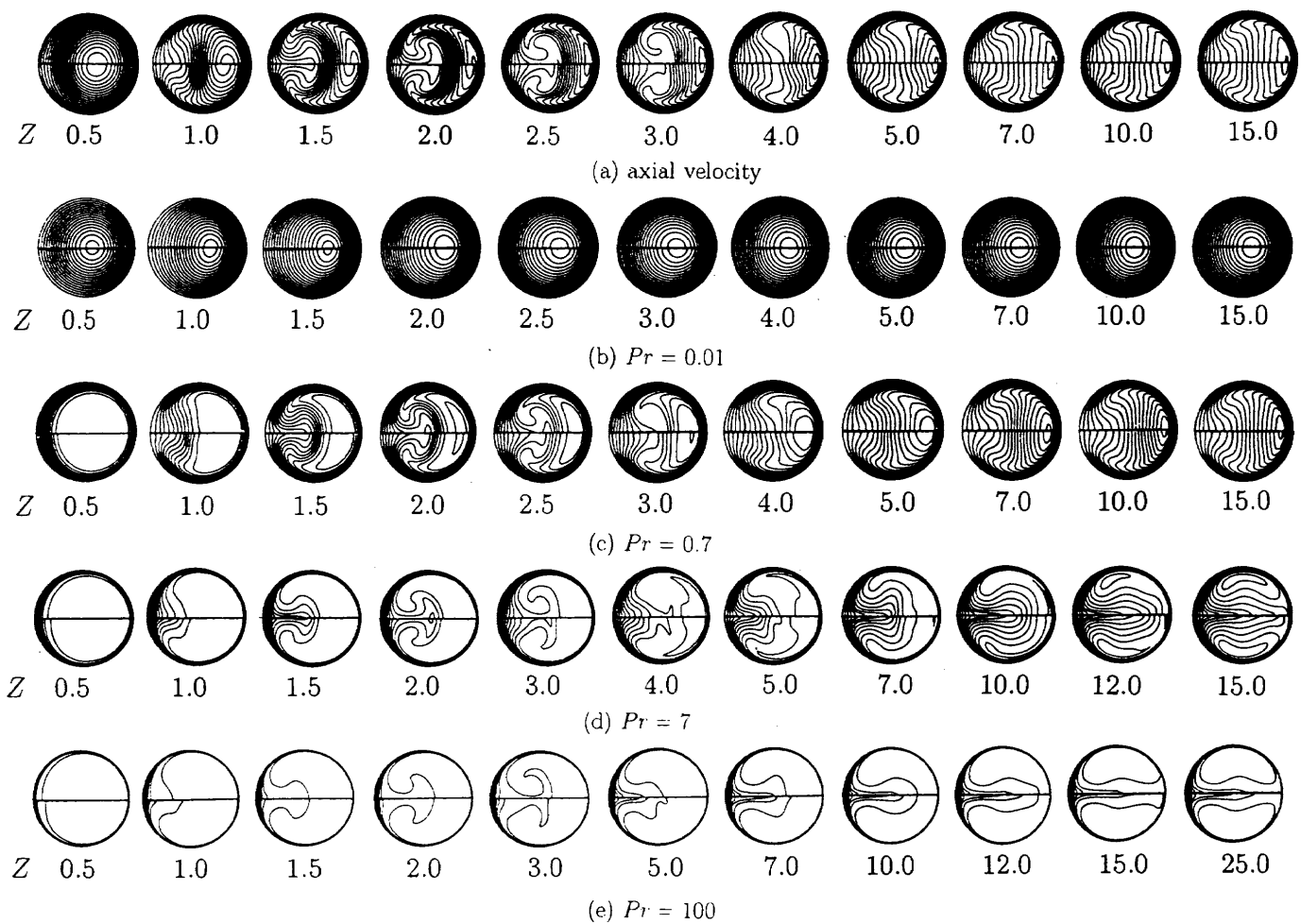


Fig.5 Development of contours for parabolic entry flow of  $K_L = 500$ ,  $\lambda = 20$ ,  $Ro = 50$ : (a) dimensionless axial velocity  $w/w_m$ , (b)-(e) dimensionless temperature  $(T_w - T)/(T_w - T_b)$ . Upper half shows curved pipe flow and lower half shows rotating pipe flow.

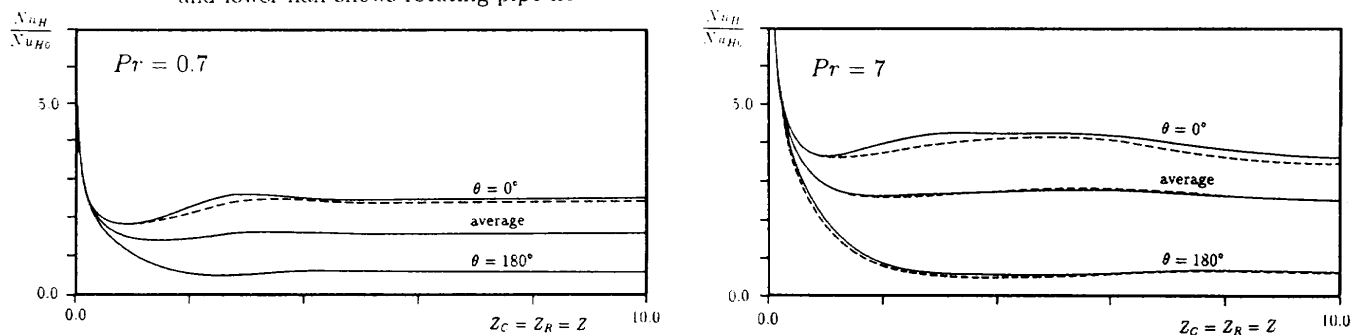


Fig.6 Axial variation of average and local Nusselt number of uniform entry flow for  $K_L = 100$ ,  $\lambda = 20$ ,  $Ro = 50$ .  
 — : curved pipe flow, - - - : rotating pipe flow.

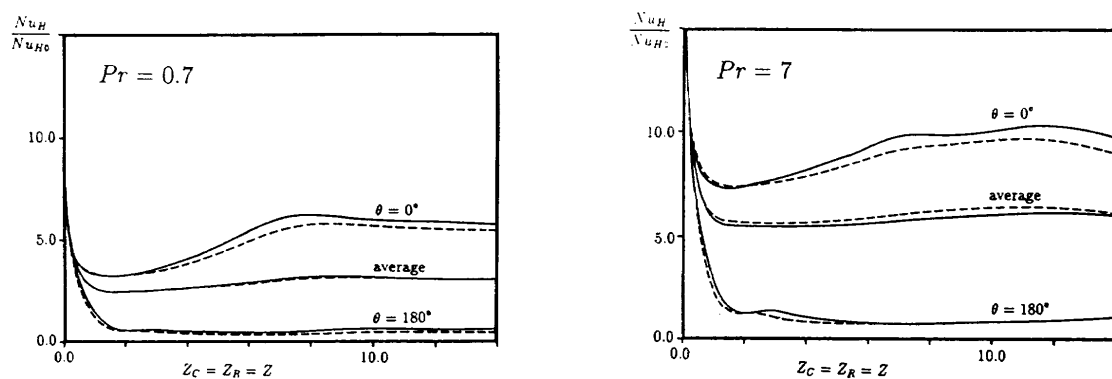


Fig.7 Axial variation of average and local Nusselt number of uniform entry flow for  $K_L = 500$ ,  $\lambda = 20$ ,  $Ro = 50$ .  
 — : curved pipe flow, - - - : rotating pipe flow.

二つの流れの熱伝達が定量的にどの程度の一致度を示すかを見る。図6は $K_L = 100$ の場合の周平均ヌッセルト数と $\theta = 0^\circ$ と $180^\circ$ の局所ヌッセルト数を静止直管の値 $Nu_{H0} = 48/11$ で無次元化して示したもので、二次流れによる増加の度合がわかる。実線は曲管、破線は回転管の計算結果である。管入口近傍( $Z < 0.5$ )では熱伝導層が静止直管と同じく同心円状に発達するので、局所ヌッセルト数は一様に減少するが、二次流れの発生・発達にともない、局所ヌッセルト数は $\theta = 0^\circ$ の二次流れ淀み点では大きく、 $\theta = 180^\circ$ の逆淀み点では静止直管よりも小さくなる。二つの流れのヌッセルト数は特に $\theta = 0^\circ$ の局所値では若干のちがいを示しているが、平均値はほとんど一致している。図7は $K_L = 500$ の場合の計算結果であるが、この場合も同様の結果を示している。 $Pr$ が大きくなると二つの流れの平均ヌッセルト数にも若干の差異が生じる。

## 7. 結言

遠心力が作用する曲円管とコリオリの力が作用する直交回転円管内の流れのアナロジーについての著者の研究の一環として、本報では助走区間の層流熱伝達の発達を相似性の考察と数値計算結果により論じた。得られた主な結果を要約すれば、次のようになる。

- (1) 前報での力学的相似性の研究成果をふまえて熱的相似性を議論し、その結果にもとづいて $\lambda$ と $Ro$ がともに大きいときに $K_{LC} = K_{LR}$ かつ $Pr$ が等しければ $Z_C = Z_R$ の位置で二つの流れの温度場がほとんど同一の挙動を示すことを $Pr = 0.01, 0.7, 7, 100$ についての無次元温度パターンの計算結果により示した。

- (2)  $Pr = 0.7$ と7の平均および局所ヌッセルト数が下流方向にどのように変化するかを $K_L = 100$ と500について示し、二つの流れの値が各軸方向無次元位置で近似的に一致することを示した。
- (3) これらの熱伝達特性におよぼす $Pr$ の影響を速度場、温度場の構造と関係づけながら明らかにした。すなわち (i)  $Pr \ll 1$ のときは二次流れの影響が無視できて静止直管の温度場に類似すること、(ii)  $Pr \approx 1$ の場合は軸速度場と相似に温度場が発達すること、(iii)  $Pr \gg 1$ の場合は二次流れの影響を強くうけながら発達し、二次流れのパターンに漸近すること、などを示した。

## 引用文献

- (1) 石垣博, 機論, **58**-550, B(1992), 1661-1667.
- (2) Ishigaki, H., J. Fluid Mech., **268**(1994), 133-145.
- (3) 石垣博, 機論, **61**-585, B(1995), 1782-1789.
- (4) 石垣博, 機論, **60**-576, B(1994), 2736-2741.
- (5) Ishigaki, H., J. Fluid Mech. **307**(1996), 1-10.
- (6) 石垣博, 機論, **59**-561, B(1993), 1486-1493.
- (7) Patankar, S. V., Pratap, V. S. and Spalding, D. B., J. Fluid Mech. **62**(1974), 539-551.
- (8) Skiadaressis, D. and Spalding, D. B., Imperial College Heat Transfer Report, HTS/77/3 (1997), 1.
- (9) Nandakumar, K. and Masliyah, J. H., Advances in transport processes, 4 (1986), 49-112, John Wiley, & Sons.
- (10) Yang, W. J., Fann, S. and Kim, J. H., Apple. Mech. Rev. **47** (1994), 367-396.
- (11) Patankar, S. V., Numerical Heat Transfer and Fluid Flow. (1980). 113-137. Hemisphere.
- (12) Kalb, C. E. and Seader, J. D., Int. J. Heat Mass T., **15** (1972), 801-817.

# 保存則 (スカラー及び系) の差分近似の高精度化について

相曾 秀昭 (AISO, Hideaki) \*

In this article we discuss mathematical methods to analyze the accuracy of difference approximations for conservation laws. In analysis of difference approximation for conservation law, the most important problem from mathematical viewpoint is the convergence to entropy solution. On the other hand, if we are interested in practical computation, we need mathematical tool to analyze the accuracy (or quality) of numerical solution. But we do not yet have mathematical theory good enough to analyze the accuracy. Here we propose a few mathematical methods for this purpose and have some discussion on them.

## はじめに

### 双曲型保存則の初期値問題

$$\begin{cases} u_t + f(u)_x = 0, & -\infty < x < \infty, t > 0 \\ u(x, 0) = u_0(x), & -\infty < x < \infty \end{cases} \quad (1)$$

の差分近似の高精度化を論じる。

この初期値問題に於いては、初期値が十分に滑らかであっても時間進行と共に滑らかな解の存在が不可能になる場合がある事はよく知られている。解の不連続を許容する為了解の概念を拡張して弱解を考えれば、弱解は一意でなく物理的な見地からは妥当でない解をも含む事もよく知られる。そこで、通常は弱解のうちエントロピー条件を満たすもの(エントロピー解)を解として考える。これは物理的に見ても妥当な一意解であると理解される。

スカラー保存則の場合、エントロピー解の存在と一意性は1950年代後半に Oleinik の結果等で既に示された事柄であり、Oleinik の証明に於いて Lax-Friedrichs の差分近似が解の構成に用いられた事もよく知られている。これは定性的な観点からは Lax-Friedrichs の差分近似が“正しい”差分近似である事を示す結果であり、差分の刻みを十分に小さくすれば Lax-Friedrichs の差分近似でも十分に精密な数値解が得られる事も示している。しかし、数値解析の観点から保存則の差分近似を考察すればスカラー保存則の場合でも以上の結果では不十分であり、その後も多くの解析が行われてきている。数値計算を考慮した解析で問題となるのは次の様な点である。

1. 保存則を計算する差分スキームでは数値的な安定性(これは弱解への収束とほぼ同値である)を確保する為に数値粘性が必須であるが、一方で数値粘性は数値解に於ける衝撃波、膨張波の端、接触不連続等を鈍らせる作用があり、実用的な数値計算では数値的な安定性を保ちつつ数値粘性をできるだけ小さくする必要がある。
2. 差分による近似解が弱解に収束しても、その弱解がエントロピー条件を満たさない(物理的に意味がない)ものである事がある。上の問題意識から数値粘性を考え

る場合には近似解がエントロピー解に収束する事にも考慮しなければならない。

3. ところが経験的には「エントロピー解への収束さえ保証されれば数値粘性は小さい程良い」というのも数値解の質の観点からは正しくない。質の良い数値解を得るための差分近似を定めるためには、「エントロピー解への収束」という定性的な議論のみでは不十分であり数値解の質を評価できる何らかの基準が必要である。

航空宇宙技術研究所に於いても Euler 方程式の差分近似の改良を目的として数値粘性とエントロピー解への収束について研究を行ってきた。その結果として、スカラー保存則の場合、1次精度の差分近似について、エントロピー解に収束する為の数値粘性の範囲を一般的に定め[1]、かつ、その結果を Harten の修正流束による記法を用いて2次精度の差分近似にまで拡張した。[3] この拡張された結果はエントロピー解に収束2次精度の差分近似の大半を包含すると思われるが、数値解の質を議論する為には未だ不十分である。そこで、本稿に於いては、今までに得られた結果を別の観点から見直して新たな解釈を与えると共に、今後進める研究の方向性についての議論を行いたい。

## 1. 差分近似の数値粘性とエントロピー解への収束

スカラー保存則の場合について理論的に得られている結果をまとめておく。

まずスカラー保存則の初期値問題

$$\begin{cases} u_t + f(u)_x = 0, & -\infty < x < \infty, t > 0 \\ u(x, 0) = u_0(x), & -\infty < x < \infty \end{cases} \quad (2)$$

の解について簡単に論じる。前提として解は有界変動関数のカテゴリーで考える。この前提は物理現象を視野に入れて保存則を考える場合には妥当なものである。

問題(2)に滑らかな解  $u = u(x, t)$  の存在を仮定した場合、この解は  $x-t$  平面内で  $\frac{dx}{dt} = f(u(x, t))$  で定められる各特性曲線(実は直線となる)に沿って一定の値を有することが知られるが、滑らかな初期値に対しても一般的には特性曲線同士の交差が生じてしまい、滑らかな大域解の存在が

\* 航空宇宙技術研究所数理解析部, Computational Sciences Division, National Aerospace Laboratory JAPAN, (E-mail: aiso@nal.go.jp)

否定される。そこで次の条件を満たすことで定義される弱解  $u = u(x, t)$  が導入される。

$$\int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty \{u(x, t)\phi_t(x, t) + f(u(x, t))\phi_x(x, t)\} dx dt + \int_{-\infty}^\infty u_0(x)\phi(x, 0) dx = 0 \quad (3)$$

ここで、 $\phi$  は  $|x|, t$  が十分大である部分では 0 である滑らかな任意の関数である。この弱解の定義は、物理学での「任意有限体積に於ける物理量の保存の原理」に由来しているとも言える。しかし弱解は一意でないので、更にエントロピー条件という付加的な条件を課す事で解が一意に定まるようにしている。この解はエントロピー解と呼ばれる。(エントロピー解の存在と一意性は Oleinik[10] で示された。) エントロピー条件にはいくつかの同値な定義があるが、ここでは弱解  $u = u(x, t)$  が、 $F' = U'f'$  を満たし  $U$  が凸である任意の関数対  $(U, F)$  (エントロピー対と呼ばれる) に対し次のエントロピー不等式

$$U(u)_t + F(u)_x \leq 0 \quad (4)$$

を満たす事で定義する。 $U(u), F(u)$  は全域で滑らかであるとは限らないので不等式 (4) の意味は distribution の意味で、即ち弱解の場合と似て不等式

$$\int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty \{U(u(x, t))\phi_t(x, t) + F(u(x, t))\phi_x(x, t)\} \geq 0 \quad (5)$$

(但し、 $\phi$  は十分大なる  $|x|, t$  と  $x$ -軸  $t = 0$  上では 0 である滑らかな非負関数) を満たすことで定義される。

以上の事情の喩えを流体力学に求めれば、物理量保存の原理 (衝撃波等の不連続に於いては Rankine-Hugoniot 条件によって表される) のみによれば物理的には存在しない筈の亜音速から超音速に加速する衝撃波 (逆衝撃波) も許容され、熱力学の法則がエントロピーの見地からこうした逆衝撃波を排除している事実が挙げられよう。

さて保存則の差分近似の収束を数学的に考える場合、次の 2 つの事が重要である。

1. 差分近似が適当な意味での数値的な安定性を有し、差分格子を無限に細かくしたときに差分近似解が弱解に収束すること。
2. 差分近似解が収束した弱解がエントロピー解にもなっていること。この性質はエントロピー条件適合性と呼ばれる。

また数学的な解析では、差分近似を粘性型

$$u_i^{n+1} = u_i^n - \frac{\lambda}{2} \{f(u_{i+1}^n) - f(u_{i-1}^n)\} + \frac{\lambda}{2} \left\{ a_{i+\frac{1}{2}}^n (u_{i+1}^n - u_i^n) - a_{i-\frac{1}{2}}^n (u_i^n - u_{i-1}^n) \right\} \quad (6)$$

$i, n \in Z, n \geq 0$

で記述して各数値粘性係数  $a_{i+\frac{1}{2}}^n$  で表される数値粘性と差分近似の性質との関係を考察することが主に行われてきた。 $(u_i^n, \lambda)$  等の意味については後述の差分近似 (7) と同様

先ず 1 の弱解への収束については、差分近似が有限体積的にも解釈できることから、適当な数値的な安定性によって

弱解への収束が保証されると考えるのは自然な事で、実際、スカラー保存則については、LeRoux[9] により差分近似が全変動減少性を有すれば弱解への収束が保証される事と全変動減少 (厳密には非増加) の為の条件の数値粘性による簡潔な記述が示されている。(Harten[6, 7] も参照) 2 のエントロピー条件適合性は先にも述べたように、エントロピー条件が保存の原理とは別の条件であることもあり、全変動減少性などの数値的な安定性のみからは導くことができない。そこで、差分近似の方程式から何等か別の方法でエントロピー不等式 (4) に相当する差分近似解 (数値解) に関する不等式を導く必要がある。この不等式を数値エントロピー不等式と呼ぶ。スカラー保存則の場合、Crandall と Majda[5] や Osher と Tadmor[11] 等で議論されてきたが、[1] によって 1 次精度の場合を包括的に扱う結果が得られた。[11, 1] ではエントロピー条件に適合するための条件が数値粘性で記述されている。[1] はその後 2 次精度の差分近似も含む結果 [3] に拡張された。この拡張された結果は、高精度化の一つの方法として Harten により提唱された流束修正 (flux modification) 法の記述を利用して記される。これを次に定理として記す。

スカラー保存則の初期値問題 (2) を近似する次の差分近似を考える。

$$u_i^{n+1} = u_i^n - \frac{\lambda}{2} \{f(u_{i+1}^n) + \phi_{i+1}^n - f(u_{i-1}^n) - \phi_{i-1}^n\} + \frac{\lambda}{2} \left\{ \tilde{a}_{i+\frac{1}{2}}^n (u_{i+1}^n - u_i^n) - \tilde{a}_{i-\frac{1}{2}}^n (u_i^n - u_{i-1}^n) \right\} \quad (7)$$

$i, n \in Z, n \geq 0.$

ここで、 $u_i^n$  は格子点  $(i\Delta x, n\Delta t)$  での解  $u = u(x, t)$  の近似値であり、 $\lambda = \frac{\Delta t}{\Delta x}$  は一般的な CFL 条件

$$\lambda \sup |f'| \leq 1 \quad (8)$$

を満たす様に固定される。また、各  $\phi_i^n$  は

$$|\phi_i^n| \leq M \cdot \min \{|u_i^n - u_{i-1}^n|, |u_{i+1}^n - u_i^n|\}, i, n \in Z, n \geq 0 \quad (9)$$

( $M$  は適当な正数) を満たすものとする。(7) の記述で  $\phi_i^n, a_{i+\frac{1}{2}}^n$  を用いるのは高精度差分近似の構成を容易にする為に数値粘性を分割したとも言え、実際、

$$a_{i+\frac{1}{2}}^n (u_{i+1}^n - u_i^n) = \tilde{a}_{i+\frac{1}{2}}^n (u_{i+1}^n - u_i^n) - \frac{\phi_i^n + \phi_{i+1}^n}{2} \quad (10)$$

を仮定すれば、(6) と (7) は同値である。

収束は  $\Delta \rightarrow (0, 0)$  のときに各  $\Delta = (\Delta x, \Delta t)$  に対応して

$$u_\Delta(x, t) = u_i^n, \text{ if } \begin{cases} (i - \frac{1}{2})\Delta x < x < (i + \frac{1}{2})\Delta x \\ n\Delta t \leq t < (n + 1)\Delta t \end{cases} \quad (11)$$

で定められる階段関数  $u_\Delta$  の  $L_{loc}^1$  位相での収束により議論される。また、差分近似の初期値は次の意味で元の問題の初期値に適合していなければならない。

$$\Delta \rightarrow (0, 0) \text{ のとき } u_\Delta(\cdot, 0) \rightarrow u_0(L_{loc}^1 \text{ の位相で}) \quad (12)$$

このとき、次の定理が成立する。

**定理 1** 次の条件 (A) 及び (B) が満たされれば、差分近似 (7) は初期値問題 (2) はエントロピー解に収束する。

(A) 各流束修正 $\phi_i^n$ は0と次に定める値 $\bar{\phi}_i^n$ の間にある(両端の0と $\bar{\phi}_i^n$ も含む)事。

$$\bar{\phi}_i^n = \min\text{mod}(\psi_{i-\frac{1}{2}}^n, \psi_{i+\frac{1}{2}}^n). \quad (13)$$

但し、各 $\psi_{i+\frac{1}{2}}^n$ は $q_{i+\frac{1}{2}}^n = \frac{f(u_{i+1}^n) - f(u_i^n)}{u_{i+1}^n - u_i^n}$ から

$$\psi_{i+\frac{1}{2}}^n = \frac{1}{2}q_{i+\frac{1}{2}}^n(1 - q_{i+\frac{1}{2}}^n)(u_{i+1}^n - u_i^n) \quad (14)$$

によって定め、関数  $\min\text{mod}$  は次による。

$$\min\text{mod}(x, y) = \frac{1}{2}(\text{sgn } x + \text{sgn } y) \cdot \min\{|x|, |y|\}. \quad (15)$$

(B) 各係数 $\bar{a}_{i+\frac{1}{2}}^n$ は次を満たすこと。

$$\max\left\{\frac{\bar{f}_{i+1}^n - \bar{f}_i^n}{u_{i+1}^n - u_i^n}, \frac{\epsilon}{\lambda}\right\} \leq \bar{a}_{i+\frac{1}{2}}^n \leq \frac{1}{\lambda} \quad (16)$$

但し、 $\epsilon$ は1より小さい任意正数、また $\bar{f}_i^n = f(u_i^n) + \phi_i^n$ 。

この結果は実用計算に使用される Harten の2次精度 TVD 差分スキームや van Leer の MUSCL スキームも含むという一般性もあり、(7)の形の差分近似ではほぼ best-possible な結果であるとも考えられる。

## 2. 高精度差分近似の意味

数値解の観点から差分近似を見ればその数値解の質を表わすものは精度(真の解からの誤差の小ささ)保存則の差分近似の場合に精度を論じる枠組について未だ明快とは言えない部分がある。

差分近似の式と元の保存則とを Taylor 展開を通して比較しその打ち切り誤差項の次数の高低で差分近似の精度を考察する方法は、定義が簡潔なことからしばしば用いられている。解が滑らかな部分ではこの方法は十分な妥当性を持つので、解に不連続を含む保存則の差分近似に於いては不連続の部分の考察から巧妙に除外する工夫をすることで精度の物差しとして用いられてきた。実際、多くの差分近似の高精度化はこの原理に基づいて開発されてきた。いわゆる flux limiter の考え方はこの観点からは「滑らかな部分での精度の次数をできるだけ落とさずに不連続部分を精度の考察から除外する為の仕組み」という意味もある。

しかし、非線型性によって引き起こされる保存則特有の現象は衝撃波、膨張波、接触等何らかの意味で滑らかさを失っているものである事、また多くの場合にそれらが数値計算における我々の興味の対象であり且つ数値計算の困難さを引き起こしている事を考えると、Taylor 展開の打ち切り誤差の次数だけでは精度向上の為の考察にはまだ不十分ではないかと考えられる。

そこで、本稿では精度の解析に有用であろうと期待される方法として次の2つを提案する。

### 1. 差分近似の時間発展を3つの段階に分割して考察

差分近似による時間進行を、1) 空間的離散データの前処理、2) 時間発展、3) 再び空間的離散データを得るための後処理、の3つの作用素に分割して考える方法。

### 2. 元の保存則と差分近似の近似の仲立ちとなる様な新たな保存則を想定してみる。

各差分近似について、元の保存則からよりもより直接的に導き得るような別の新しい保存則を考え、その新しい保存則と元の保存則の時間発展の誤差を比較する方法。この新しい保存則は差分近似を得る一歩手前の第1近似という様な意味である。即ち、元の保存則 = (近似)  $\Rightarrow$  新しい保存則 = (近似)  $\Rightarrow$  差分近似、として近似を2つの段階に分けることで解析を行いやすくする。

これらの方法はどちらも、元の保存則による(空間的に連続に分布したデータの)連続的な時間発展と差分近似による(空間的にも離散的に与えられているデータの)離散的な時間発展の2つの時間発展のメカニズムの差異を直接比較することで、差分近似の誤差の低減法を考えようとするものである。

## 3. 差分近似の時間発展の分割による考察

まず、スカラーの場合を考える。便宜上、差分の格子は空間方向時間方向各々均一でそれぞれ $\Delta x, \Delta t$ であるととし、 $\Delta = (\Delta x, \Delta t)$ と記す。差分化された各時刻 $t = n\Delta t$ での差分近似 $\{u_i^n\}_{i \in \mathbb{Z}}$ を階段関数

$$u^n(x) = u_i^n, (i - \frac{1}{2})\Delta x \leq x \leq (i + \frac{1}{2})\Delta x \quad (17)$$

と同一視すれば、差分近似は階段関数から階段関数への作用素

$$S_\Delta : u^n \mapsto u^{n+1} \quad (18)$$

と考えることができる。基本的に $S_\Delta$ は元の保存則の定める $\Delta t$ の時間発展を近似しているものであるが、各階段関数 $u^n$ が $u(\cdot, n\Delta t)$ の近似でもある事を考慮して $S_\Delta$ を次の様に分解する。

$$S_\Delta = R_\Delta \cdot S(\Delta t) \cdot P_\Delta \quad (19)$$

ここで、 $P_\Delta$ 及び $R_{\Delta t}$ は各々階段関数から有界変動関数、有界変動関数から階段関数への作用素であり、 $S(\cdot)$ は元の保存則の生成する非線型半群である。差分近似がエントロピー解に収束するためには任意の $T > 0$ で

$$\Delta \longrightarrow (0, 0) \text{ のとき } (S_{\Delta t})^{\lfloor T/\Delta t \rfloor} \longrightarrow S(T) \quad (20)$$

となることが要求される。(作用素の収束の意味の詳しい説明については省略。)

つまり $S(\Delta t)$ は元の保存則に支配される $\Delta t$ の時間発展(時間進行による変化)を表わしている。しかし、 $S(\Delta t)$ なる時間発展を階段関数 $u^n$ に直接施した場合、 $u(\cdot, n\Delta t)$ を $u^n$ (又は $\{u_i^n\}_{i \in \mathbb{Z}}$ )で近似したことによる誤差をそのまま時間発展でも引き継いでしまうので、何等かの形で $u^n$ を $u(\cdot, n\Delta t)$ に再び近づけて誤差を低減しようとするのが $P_\Delta$ の意味である。 $R_\Delta$ は $S(\Delta t)$ による時間発展の結果を再び離散的なデータ $\{u_i^{n+1}\}_{i \in \mathbb{Z}}$ に集約する作用素で通常は各有限体積 $((i - \frac{1}{2})\Delta x, (i + \frac{1}{2})\Delta x)$ での値を平均化するものになっている。

差分近似による $n\Delta t$ の時間発展 $(S_\Delta)^n$ が

$$\begin{aligned} (S_\Delta)^n &= (R_\Delta \cdot S(\Delta t) \cdot P_\Delta) \\ &= (R_\Delta \cdot S(\Delta t) \cdot (P_\Delta \cdot R_\Delta \cdot S(\Delta t)))^{n-1} \cdot P_\Delta \end{aligned} \quad (21)$$

と変形されることから、

$$R_{\Delta} \cdot P_{\Delta} = 1 \quad (22)$$

即ち、

$$P_{\Delta} = (R_{\Delta})^{-1} \quad (23)$$

となるのが理想である。しかし実際の差分近似では作用素  $R_{\Delta}$  を施す前の関数の状況が陽的に明らかな場合は殆どないので、階段関数  $u^n$  から  $R_{\Delta}$  の作用する前の状況を推測するのが  $P_{\Delta}$  を構成するときの基本的な思考である。但し、あまりに特殊な場合にのみ合わせた極端な  $P_{\Delta}$  では一般的にはエントロピー条件への適合性を失ってしまうこともある訳で、エントロピー条件への適合性を失わない  $P_{\Delta}$  はどのような範囲内にあるのかと言うこととその  $P_{\Delta}$  がどの程度誤差の低減に効果があるのかというのが問題となる。

いくつかの実例を考察する。

#### 1. Godunov の差分近似

$P_{\Delta} = 1$  (1 は恒等写像を表わす) の場合、得られる差分近似は Godunov の差分近似となる。これは Godunov の差分近似の定義そのものである。この差分近似はエントロピー解に収束することが知られているが、この事実は  $R_{\Delta}$  が各有限体積の平均化であって  $P_{\Delta}$  が 1 に近い範囲の写像であれば、 $S_{\Delta} = R_{\Delta} \cdot S(\Delta t) \cdot P_{\Delta}$  が定める差分近似のエントロピー解への収束が期待できることを示す。また、 $R_{\Delta}$  による各有限体積の平均化による情報の散逸を 1 以外の  $P_{\Delta}$  を用いて補償しない事が Godunov の差分近似の誤差の原因と解釈できることも示している。

#### 2. van Leer の差分近似 MUSCL

van Leer は [8] で保存則の差分近似の高精度化について論じ、MUSCL (Monotone Upwind Scheme for Conservation Laws) なる差分近似を提案している。これは上で述べた Godunov 差分近似の高精度化を図る為に  $P_{\Delta}$  により (17) の定める階段関数  $u^n$  を各有限区間  $((i - \frac{1}{2})\Delta x, (i + \frac{1}{2})\Delta x)$  毎に適当な傾きを有する 1 次関数で定められる関数に取替えるものである。更に一般的には、 $P_{\Delta}: u^n \rightarrow \tilde{u}^n$  となる  $\tilde{u}^n$  を

$$\frac{1}{\Delta x} \int_{(i-\frac{1}{2})\Delta x}^{(i+\frac{1}{2})\Delta x} \tilde{u}^n(x) dx = \frac{1}{\Delta x} \int_{(i-\frac{1}{2})\Delta x}^{(i+\frac{1}{2})\Delta x} u^n(x) dx = u_i^n \quad (24)$$

(即ち、各有限体積での物理量保存) の条件を満たす様に選ぶという考え方があり、これを分布再構成と呼ぶ。各有限体積では 1 次関数となっている  $\tilde{u}$  で分布再構成する場合には次が成り立つ。[2, 4]

各有限体積 (区間)  $((i - \frac{1}{2})\Delta x, (i + \frac{1}{2})\Delta x)$  上で 1 次関数

$$u = p_i^n(x - i\Delta x) + u_i^n \quad (25)$$

となる分布再構成を行う場合、各 1 次関数の傾き  $p_i^n$  が 0 と

$$\bar{p}_i^n \min \left( \frac{u_i^n - u_{i-1}^n}{\Delta x}, \frac{u_{i+1}^n - u_i^n}{\Delta x} \right) \quad (26)$$

の間 (両端も含む) にあるならば、エントロピー解への収束は保証される。 $p_i^n = \bar{p}_i^n$  とした場合が van Leer の提唱した MUSCL である。

#### 3. PPM (Piecewise Parabolic Method) 等

前述の分布再構成を 1 次関数でなく 2 次関数を用いて行い、さらに精度の向上を図るのが PPM 等の方法である。しかし、容易に想像できる様に、高次関数による内挿を単純に行えば、 $P_{\Delta}$  が全変動減少の性質を失う事で  $S_{\Delta} = R_{\Delta} \cdot S(\Delta t) \cdot P_{\Delta}$  も数値的な安定性を失う可能性がある。このため、種々の工夫 (limiter 等) がなされており、その内いくつかのものについては得られる差分近似のエントロピー解への収束を示すことができる。このカテゴリーでエントロピー解への収束を保証できる  $P_{\Delta}$  の条件の一般的な記述が得られれば、差分近似の高精度化にかなり貢献すると思われる。

また、 $P_{\Delta}$  が全変動減少の性質を失っても  $S_{\Delta}$  が数値的な安定性を損なうとは限らない。この事実は数値計算に於いて極値を高精度に把握する方法を開発する場合の手がかりになり得る。

系の場合への拡張について考えると、理論的な証明は困難であるが、形式的に差分近似を構成する事は可能である。即ち、 $P_{\Delta}$  は各有限体積内での各物理量の分布を、平均化  $R_{\Delta}$  が施される前の状態に近づける為の作用素であると解されるので、系の場合においてもスカラーの場合と同様にできることが多い訳である。系の場合の特有な問題としては、

1. 各有限体積内で各物理量の分布を想定したときに場合によっては物理的に有り得ない場合 (例えば密度や圧力が負になる) を作り出しかねないので注意が必要なこと、
2. 及び階段関数が初期関数の場合には Riemann 問題の利用で初期値問題が解けるのに比べ階段関数に  $P_{\Delta}$  の作用した後では一般初期値問題になってしまうので、この一般初期値問題を解くための巧い近似解法が必要なこと

があげられる。

#### 4. 新たな保存則を想定する方法による考察

前章の方法では、元の保存則と差分近似の時間発展の差を直接に測る訳には行かず、 $P_{\Delta}$  と  $R_{\Delta}$  の 2 つの作用素を通して測る形になっていた。より、直接的な方法で差分近似と元の保存則との時間発展の誤差を考察しようというのがこの方法である。

次の様な例を考察してみる。初期値問題 (2) について Lax-Friedrichs の差分近似、Enquist-Osher の差分近似、Murmman-Roe の差分近似は粘性型差分近似 (6) に於いて各数値粘性係数  $a_{i+\frac{1}{2}}^n$  を次の様に定めることで得られる。

##### 1. Lax-Friedrichs の差分近似

$$a_{i+\frac{1}{2}}^n = a^{LF} \equiv \frac{1}{\lambda} \quad (27)$$

## 2. Engquist-Osher の差分近似

$$a_{i+\frac{1}{2}}^{EO} = a^{EO}(u_i^n, u_{i+1}^n) \equiv \int_0^1 |f'(u_i^n + (u_{i+1}^n - u_i^n)\theta)| d\theta \quad (28)$$

## 3. Murmann-Roe の差分近似

$$a_{i+\frac{1}{2}}^{MR} = a^{MR}(u_i^n, u_{i+1}^n) \equiv \left| \int_0^1 f'(u_i^n + (u_{i+1}^n - u_i^n)\theta) d\theta \right| \quad (29)$$

今、差分近似のデータ  $\{u_i^n\}_{i \in \mathbb{Z}}$  が単調増大、即ち、 $\dots < u_{i-1}^n < u_i^n < u_{i+1}^n < u_{i+2}^n < \dots$  であるとする。この  $\{u_i^n\}_{i \in \mathbb{Z}}$  から時間を 1 段階進めた  $\{u_i^{n+1}\}_{i \in \mathbb{Z}}$  を差分近似で得ようとするとき、Lax-Friedrichs の差分近似と Murmann-Roe の差分近似は  $f(u_i^n), i \in \mathbb{Z}$  の値によってのみ決定し  $u = u_i^n, i \in \mathbb{Z}$  以外で  $f(u)$  がどのような値を取るかには関係しない。要するに、各  $u = u_i^n$  に対し  $g(u) = f(u_i^n)$  を満たすような関数  $g$  を流束関数として得られる保存則  $u_t + g(u)_x = 0$  で  $u_t + f(u)_x = 0$  を置き換えても差分近似は変わらない訳である。Engquist-Osher の差分近似については、各  $a_{i+\frac{1}{2}}^{EO}$  は  $u_i^n$  と  $u_{i+1}^n$  の間の  $f$  の様子にも依存するが、それでも  $f$  が  $u_i^n$  と  $u_{i+1}^n$  の間で単調であるならばその部分を  $g(u_i^n) = f(u_i^n), g(u_{i+1}^n) = f(u_{i+1}^n)$  を満たす  $u_i^n$  と  $u_{i+1}^n$  の間で単調な関数  $g$  で置き換えても差分近似は変化しないで行った状況が観察できる。

逆に考えれば Lax-Friedrichs の差分近似、Engquist-Osher の差分近似、Murmann-Roe の差分近似はそれぞれどのような流束関数  $g$  の場合を最も自然な意味で (又は最も妥当な意味で) 近似しているのかという問題が生じる。これは、例にあげた 3 種の差分近似に限るものではなくそれぞれの差分近似について考え得る問題である。

この問題に部分的に解答を与える形になったものが [1, 11] で証明に利用された、修正流束関数 (modified flux function) であり、次の様に説明される。

ある差分近似の各数値粘性係数  $a_{i+\frac{1}{2}}^n$  が  $a^{MR}(u_i^n, u_{i+1}^n) \leq a_{i+\frac{1}{2}}^n \leq a^{LF}$  を満たす場合、

$$\bar{f}_{i+\frac{1}{2}}^n = \frac{1}{2} \{f(u_i^n) + f(u_{i+1}^n)\} - \frac{1}{2} a_{i+\frac{1}{2}}^n (u_{i+1}^n - u_i^n) \quad (30)$$

として  $u_i^n$  と  $u_{i+1}^n$  の  $u$  に対し  $f(u)$  を

$$g_{i+\frac{1}{2}}^n(u) = \begin{cases} \max \left\{ -\frac{1}{\lambda}(u - u_i^n) + f(u_i^n), \bar{f}_{i+\frac{1}{2}}^n, \right. \\ \quad \left. \frac{1}{\lambda}(u - u_{i+1}^n) + f(u_{i+1}^n), \right\} & \text{if } u_i^n < u_{i+1}^n \\ \min \left\{ -\frac{1}{\lambda}(u - u_i^n) + f(u_i^n), \bar{f}_{i+\frac{1}{2}}^n, \right. \\ \quad \left. \frac{1}{\lambda}(u - u_{i+1}^n) + f(u_{i+1}^n), \right\} & \text{if } u_{i+1}^n < u_i^n \end{cases} \quad (31)$$

で定められる  $g_{i+\frac{1}{2}}^n(u)$  に取り替える。この  $g_{i+\frac{1}{2}}^n$  を流束とする保存則について Godunov の差分近似での数値粘性係数を考えればその数値粘性係数は元の  $a_{i+\frac{1}{2}}^n$  に一致する。

即ち、差分近似解の差異を差分近似を得るためのアルゴリズムに帰着させるのではなく、アルゴリズムを統一した (Godunov の差分近似のアルゴリズム) 上で局所的な流束関数

の差異に帰着させる為の考え方が修正流束関数である。実際、この概念は非常に有効で、[1] においてはある差分近似の修正流束関数  $g_{i+\frac{1}{2}}^n$  と元の保存則の流束関数  $f$  を比較したり、異なる差分近似の修正流速関数どうしを比較することで差分近似の弱解への収束やエントロピー条件適合性を解析する事が可能になったのである。

そこでこの修正流速関数の概念を一般化すると次の様になる。

保存則の初期値問題 (2) を近似する差分近似があるとき、(局所的には異なる流束関数を考えても同じ差分近似が得られるのであるから) その差分近似がどのような流束関数を持つ保存則の差分近似として最も自然に構成され得るかを選び、その流速関数を  $\tilde{f} = \tilde{f}(u; x, t)$  と記す。

次に 2 つの保存則

$$u_t + f(u)_x = 0$$

と

$$u_t + \tilde{f}(u; x, t)_x = 0$$

を比較する。

ただ、上の書き方ではまだ曖昧であり、理論的な枠組みとなるためには次の 2 つのことをはっきりさせねばならない。

1. 差分近似が近似する保存則 (一般には偏微分方程式) の中から、「最も自然」なものをどのように定義するか。
2. 2 つの保存則を比較するときどのような方法を用いればよいか。(例えば、単に  $f$  と  $\tilde{f}$  を関数として比較する、又は流束が  $f$  及び  $\tilde{f}$  である 2 つの保存則の時間発展を表す非線型半群の比較を行う、等の方法が考えられる。)

[1] で用いられた修正流速関数の方法では、1 については保存則の Godunov 差分近似が対象とする差分近似と一致すればその保存則が最も自然なものであると考え、2 については単純に  $f$  と  $\tilde{f}$  を比較している。ただ、Godunov の差分近似は発想は非常に自然であるもののその精度は十分とは言えない。この状況が修正流速関数を用いた解析にも表れている。もう少し詳しく言えば、エントロピー解への収束が最も自然な形で保証される (= 性質の良い) Godunov 差分近似を基準とした事でエントロピー解への収束に関する定性的な解析には役立ったが、精度には今一つの問題がある Godunov 差分近似が基準では精度についての解析 (定量的な色彩が濃い) には不十分なのである。

そこで、現在次の様な考え方を取り入れて研究を進めている。

1. ある差分近似があるとき、それによる時刻  $t = n\Delta t$  から時刻  $t = (n+1)\Delta t$  への時間発展  $\{u_i^n\}_{i \in \mathbb{Z}} \rightarrow \{u_i^{n+1}\}_{i \in \mathbb{Z}}$  を階段関数から階段関数への作用素  $u^n \rightarrow u^{n+1}$  と考える。(各  $u^n$  は (17) で定義される階段関数である。) 次に、初期値問題

$$\begin{cases} u_t + \tilde{f}(u; x, t)_x = 0, & -\infty < x < \infty, t > 0 \\ u(x, 0) = u^0(x) \end{cases} \quad (32)$$



$(u^0(x))$  は通常の初期関数  $u_0(x)$  ではなく、差分の初期値  $\{u_i^0\}_{i \in \mathbb{Z}}$  から (17) により定まる階段関数である事に注意) の解  $w = w(x, t)$  が各  $n \geq 0$  について  $w(x, n\Delta t) = u^n(x)$  を満たす様な流速関数  $\hat{f}$  を構成する。

2. 各  $(x, t)$  に於いて元の流速関数  $f$  と 1 で定めた流速関数  $\hat{f}$  を比較する。

次に例を示す。Murmman-Roe の差分近似で初期値  $\{u_i^0\}_{i \in \mathbb{Z}}$  が単調非減少、即ち  $\dots < u_{-1}^0 < u_0^0 < u_1^0 < u_2^0 < \dots$  であれば、各  $n > 1$  についてもデータ  $\{u_i^n\}_{i \in \mathbb{Z}}$  は単調非増加である。このとき、 $\hat{f}(u; x, t)$  を (31) の  $g_{i+\frac{1}{2}}^n$  を用いて  $t \in [\Delta t, (n+1)\Delta t), n \in \mathbb{Z}, n \geq 0$  に対し、

$$\hat{f}(u; x, t) = g_{i+\frac{1}{2}}^n(u), u^n \leq u \leq u_{i+1}^n$$

及び

$$\hat{f}(u; x, t) = f(u) \text{ (上で定まらない } u \text{ の場合)}$$

で定めれば、初期値問題 (32) は 1 に記された条件を満たす。

この方法では、差分近似を階段関数から階段関数への作用素と見做し保存則  $u_t + \hat{f}(u; x, t)_x = 0$  による時間発展のみでその作用素を記述している。つまり、Godunov の差分近似を階段関数から階段関数への作用素と見る場合には先ず階段関数から  $\Delta t$  の時間発展を行いその後に各有限体積で平均化して階段関数を得ているのだが、ここではその平均化の過程も流速関数  $\hat{f}$  に組み込んでしまっている。そのため、 $\hat{f}$  は差分近似の本質を非常に良く表していると考えてよい。

現在、最終的な結果を得る段階には達していないが、かなり広い範囲の差分近似に対してそれに対応する  $\hat{f}$  を構成し得ることが分かった。例えば、定理 1 の任意の差分近似に対応する  $\hat{f}$  が構成できる。また、場合が限定されているが (例えばデータが単調な場合)、質の良い数値解を得る差分近似に対応する  $\hat{f}$  ほど  $f$  に近くなる傾向がはっきりと観察されることが分かってきた。この事実は、Taylor 展開の打切誤差の次数では測ることのできない衝撃波、膨張波の端、接触不連続の近辺でも有効である。今後の課題として、データが複雑な場合にも対応できる解析法の研究、及び  $\hat{f}$  と  $f$  の差を定量化する最適な方法の開発の為の研究を現在進めているところである。

## 5. まとめ

以上の考察から、作用素半群等の発展方程式としての概念が差分近似の収束といった単に定性的な議論のみに役立つわけではなく、差分近似の精度を論じる場合にも適用できることが分かってきた。

数学的な概念や理論が定性的な側面から発達するのは極めて自然な事ではあるが、数値数学ではそれらを定量的な結果に結びつける事が重要であり、結果が厳密に表現できない場合にはある程度の知見といった感じのものを応用計算に対して提供することも重要であろう。今後、今までに述べた方針で研究を進めることにより、非線型の場合に特有の滑らかでない現象に対する数値計算法の評価を明確にしたいと考えている。

## 参考文献

- 1) H. Aiso. Admissibility of difference approximation for scalar conservation laws. *Hiroshima Math. J.*, Vol. 23, No. 1, pp. 15-61, 1993.
- 2) H. Aiso. Higher Order-Accurate Difference Approximation for Scalar Conservation Laws and the Consistency with Entropy Condition. *Collection of Technical Papers, 6th International Symposium on Computational Fluid Dynamics*, 7-12, 1995.
- 3) H. Aiso. A General Class of Higher Order-Accurate Difference Approximations for Scalar Conservation Laws Converging to the Entropy Solution. *Computational Fluid Dynamics '96 (Proceedings of Third ECCOMAS Computational Fluid Dynamics Conference.)*, 937-943, 1996.
- 4) H. Aiso. Highly accurate difference approximations for scalar conservation law which are obtained by reconstruction within each cell. (スカラー保存則の差分近似の高精度化の為の分布再構成法について). MHD 数値モデルによる核融合計算と最適設計, 統計数理研究所共同研究リポート 85, 39-48, 1996.
- 5) M. Crandall and A. Majda. Monotone difference approximations for scalar conservation laws. *Math. Comp.*, Vol. 34, pp. 1-21, 1980.
- 6) A. Harten. High resolution schemes for hyperbolic conservation laws. *J. Comput. Phys.*, Vol. 49, pp. 357-393, 1983.
- 7) A. Harten. On a class of high resolution total-variation-stable finite-difference schemes. *SIAM J. Numer. Anal.*, Vol. 21, No. 1, pp. 1-23, 1984.
- 8) B. van Leer. Towards the ultimate conservative difference scheme V. A second order sequel to Godunov's method. *J. Comput. Phys.*, Vol. 32, pp. 101-136, 1979.
- 9) A. Y. LeRoux. A numerical conception of entropy for quasi-linear equations. *Math. Comp.*, Vol. 31, pp. 848-872, 1977.
- 10) O. Oleinik. Discontinuous solutions of nonlinear differential equations. *Uspekhi Mat. Nauk. (N.S.)*, Vol. 12, pp. 3-73, 1957. English transl. in *Amer. Math. Soc. Transl., Ser. 2*, vol. 26, 95-172.
- 11) S. Osher and E. Tadmor. On the convergence of difference approximations to scalar conservation laws. *Math. Comp.*, Vol. 50, pp. 19-51, 1988.

## オブジェクト指向による並列流体力学計算プログラムの設計

太田 高志\* (原研)

## An Object-Oriented Design for Parallel Computational Fluid Dynamics

by

Takashi OHTA\*

## ABSTRACT

We propose an object-oriented approach for writing parallel CFD codes. According to the design, a numerical scheme for CFD and parallelization procedures are placed in different classes. This separation benefits greatly in writing a parallel code since both parts can be developed independently. The differences of various parallel environments such as message passing libraries are absorbed by setting an interface class. As the result of the design, one can write a numerical code without worrying much about parallelization. At the same time, a parallelization procedures can be written without knowing well about a numerical scheme. The design assures a high portability of a code on various parallel machines. We design classes and write a code for solving two-dimensional Euler equations, by using the domain decomposition technique. The performance on IBM RS6000/SP shows that this approach brings a good parallel efficiency.

## 1. はじめに

ハードウェアの進歩とソフトウェアによる並列環境の整備が進む中で、並列計算機の使用は大規模な数値計算に対する有力な候補となってきた。しかしながら、並列計算のためのプログラムを書く作業は未だ簡単なものとはいえないのが現状である。例えばメッセージパッシングライブラリを利用した場合、並列に関するデータ分割、領域管理、データ転送などの細かい並列処理に関する作業のプログラムを全て自分で書く必要はない。自動並列コンパイラを使用したとしても、プログラムのどの部分をどのように並列化するか、同期をどこでとるか、などの指示をプログラム中に行うことが、良い並列効率を得るためには殆ど不可欠である。コンパイラが並列実行部分を見つけやすくするように並列化を意識した書き換えが必要な場合もある。また、並列言語とういものがいくつか提案されているが、それらはH P Fを除いてあまり広くに認知されていない状況である。H P Fでは、データの分割法を指定することによって並列化がなされるようになっているが、特定のデータ構造に適したものであり、そうでないものについてはH P Fに適したようにデータの预处理が必要となる。

このように、計算プログラムの並列化というものを考えたときに、計算手法の知識に加えて並列計算の知識というものが不可欠となってくる。しかも、以上のように並列実行のための環境が計算機の構成も含めて多様な現状では、自分が使用する並列環境についての特定の知識も要求される。また、それに加えて並列実行のためのプログラムを書く作業を考えると、単に計算を高性能の計算機で動かしたいという目的の場合には、並列計算は非常に面倒なものになってしまう。一方、並列計算に詳しい者が既存のコードを並列化する場合、今度は数値手法やそのプログラムの詳細を知っていないと、どこを、または何を並列化すべきかということが分からない。

これらのことは、数値手法と並列化の処理が一つのプログラムの中で入り込んでいるために、両者が密接に関わるようにして書かれてしまうのが大きな原因であるように思われる。従って、それらが別々の部分として構成出来れば、多くの並列プログラムを書く際の問題の解決が期待される。ここではオブジェクト指向により、並列化の処理と数値手法部分を、それぞれデータのクラスとソルバーのクラスとして分離する設計を提案する。これにより、他の一方が与えられたときに、それぞれが互いの詳しい知識なし

に書くことが可能となる。例えば、データのクラスがライブラリのようにして提供された場合、それを用いて並列のプログラムを非並列の場合と同じように書くことが出来る。また、いろいろなレベルでのクラス化によるプログラムの各部分の再利用性の向上はもちろん、抽象インターフェースによる異なる並列環境の違いを吸収するような設計から、可搬性の向上も達成されるようになる。本稿では、そのような設計の指針を提案、説明するのに加えて、この設計を流体の数値計算に適用した例を紹介する。

## 2. 並列数値流体計算プログラムの分析

設計にあたって、典型的な並列化した流体計算のコードにおいて、データと処理の関係を検討する。流体の数値計算において用いられるデータは計算格子、流れ場の変数などである。プログラム内ではそれらのデータに働きかけて計算などを実行していく。流体の計算の場合であればオイラーやナビエ・ストークスなどの各方程式の解法のための各処理が流れ場変数などを用いて計算を行うのがそれに当たる。ところで、並列プログラムの場合には、それに加えて並列化のための各処理とそのための情報が存在する。領域分割法を例にとると、全体の領域の分割とそれらの関係の管理、プロセス間のデータの送受信と同期などがあり、これらも同様にデータに作用している。しかしながら、データとその振る舞いから成るというクラスの構造を考えたとき、プログラム全体を一つの大きなクラスとして捉えてしまうと、クラスの内部においては計算手法と並列化が混在するという状況は変化しない。

ところで、各処理とデータとの関係をさらに分析すると次のようなことが言えるだろう。すなわち、計算手法がデータに働きかけると言っても、それはデータの内容である変数を参照したり、値を変えたりすることを意味する。それに対し、並列化のための各処理、例えば領域分割は、そのような変数に働きかけるものではなく、データの構造を操作していると認識出来る(図1)。このように考えると、計算手法と変数としてのデータ、並列化処理とデータの構造、という二つのデータとその振る舞いの記述という組み合わせに分けて考えることが出来る。もしそれらが分離出来たとすると、例えば計算手法と変数の組み合わせでは、並列ということを含くくせず従来の非並列のように各処理をプログラムとして書くこととなり、並列化処理とデータの構造という組では、計算手法の詳細に立ち入らずに、並列化をデータ構造のみを対象として考えることが出来るようになる。従って、これらを別のク

ラスとして設計することが出来れば、数値手法と並列化の処理を分離することとなる。以下、この指針に沿って具体的なクラスの設計を考えていく。

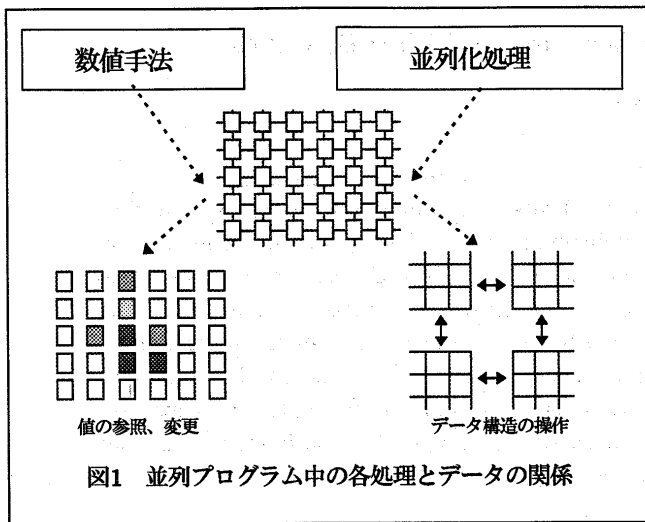


図1 並列プログラム中の各処理とデータの関係

### 3. クラスの設計指針

前節で行った解析に基づいて、「計算手法—変数」、「並列化処理—データ構造」を異なるクラスとして設計することを考える。この指針に忠実に沿うようにすると、データを、その変数と構造とに分けるように構成しなくてはならない。例えば、構造格子における計算を考えたとき、データは一般に多次元配列という形で実現されており、その変数と構造は非常に密接な形で結びついている。非構造格子では、格子構造から変数へとポインタで結ぶようになっており、その意味では分離は可能であるが、プログラム中でデータにアクセスする際にはデータ構造を利用することとなり、それらを完全に異なるクラスとして分離してしまうのは効率の点で得策とは言えないだろう。このような観点から計算手法と並列化処理の異なるクラスとしての実現は、データや各処理へ適切なアクセス制御を設定することにより機能的に達成する。

図2に示すのはそのような仕組みを達成するためのクラス設計である。処理については計算手法と並列化について異なる2つのクラスに別れるように配置されるが、データについては一つのクラスにまとめられている。ここでは、それらを計算手法のクラスとデータのクラスと呼ぶことにする。データのクラスは計算に必要な変数類と、並列化に関する情報、処理を保持する。計算手法のクラスは、流体計算の場合は差分法や有限要素法などの計算手法を持ち、それらが作用するデータとしてデータのクラスをその内部に持っている。ただし、計算手法がアクセス出来るのはデータクラスの中の変数類のみであり、並列化に関連したものはアクセスが禁止される。従って、

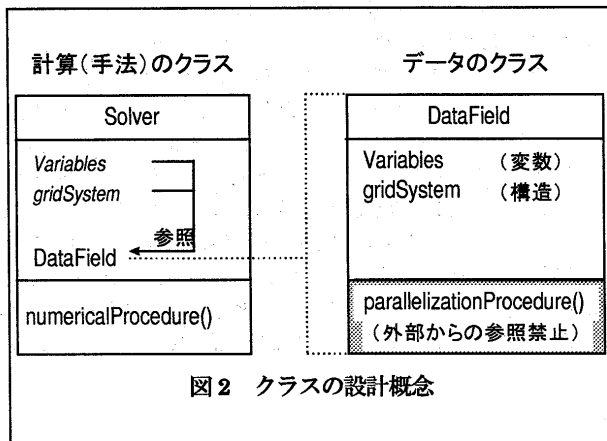


図2 クラスの設計概念

計算手法のクラスから見れば、データのクラスはただの変数の集まりのように見えることになる。このような設計により、並列化は全てデータクラス内部で行われるために、計算手法のクラス内のメソッドとして計算プログラムを書く際には、並列化を考慮することなく非並列のプログラムと同じように書くことが出来る。一方、データクラス内部では、並列化のための処理を開発する際には、その中で特定の手法によるものは変数の種類(圧縮性、非圧縮性など)くらいであり、並列化の処理は、データの構造や、その上での変数の配置操作などのみを対象として行うことが出来る。このことは同じデータ構造を用いる異なる計算問題に対して、並列化を手法とほぼ独立して行えることを意味する。

### 4. データ処理の統一的な抽象化

前節で提示した設計指針により、計算手法と並列化処理の分離が実現され、計算手法が非並列と同じように書けると述べた。ところで、非並列のように書くためには、以上の指針に加えてデータ(クラス)の設計に注意を払わなければならない。すなわち、数値手法から見たデータの形式が、並列の場合と非並列の場合で同一になっている必要がある。例えば、一般に非並列の場合に計算に必要なデータは、計算領域である格子座標値と、それに関連した初期条件、境界条件などである。それに対し、並列化した場合の一並列プロセスにおける計算に要求されるデータは、上記のデータ類に加えて並列化に付随して必要となるデータの位置関係やデータ転送のための情報などが加わってくる。このようにデータの形式が異なっていると、そのための処理が必要となるため、それを扱う数値手法部分を同じように書くということが出来なくなる。図3は並列の各プロセス内で行われる処理が扱うデータに対応するために、非並列の場合と違った部分が必要になっていることを表している。並列のプログラムを非並列と同じように書けるようにするためには、データの形式(構成)とそれを扱う計算側の処理を、並列、非並列で共通になるような、データの構成を設定しなくては行けない。

ところで、流体などの数値計算の並列化で起こる操作というものを考えてみると、それらは殆ど並列に実行されているプロセス間でのデータのやりとり、すなわち、データの配置を操作する処理と捉えることが出来る。ここで、物理的な境界条件を適用するという処理を、ある条件による値を指定された位置のデータに配置する操作と考えると、両者は、「条件によりある値のある場所のデータに配置する処理」と統一的な観念で抽象化出来る。すなわち、データ転送は他のプロセス中にあるデータを、境界条件は条件で定められた値を、ある領域のデータに与える操作、と考えることが出来る。これに沿ってデータの形式と、それを処理する計算の各処理を構成し直した様子を図4に示す。ここでは、データとそれを扱う処理を統一的な枠組

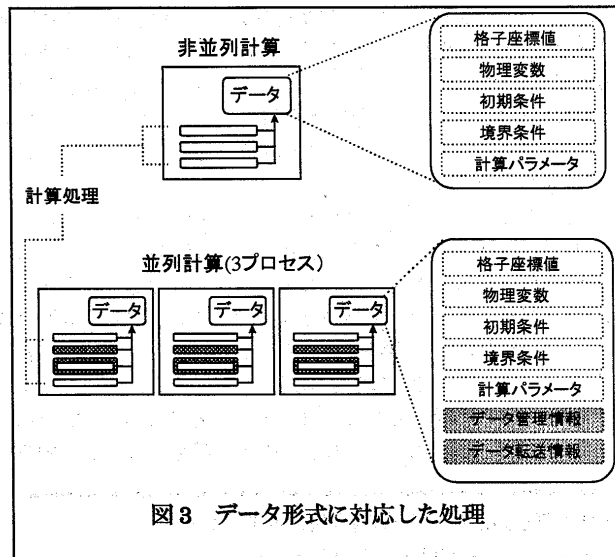


図3 データ形式に対応した処理

みで捉えるような設計により、同一のプログラムが並列、非並列の各並列プロセスとして、そのまま用いられることを示している。両者の違いはこの取り扱いの中では、配置するデータ源の種類が違ってくることだけである。

このことは、同一の計算手法のクラスに、非並列のデータを与えればそのまま非並列の計算が実行出来るということである。従って、プログラムを非並列、並列と別々に開発したり、非並列に書いたものを後から並列化するなどの面倒なしに、一つのものが両方の環境で動作する。

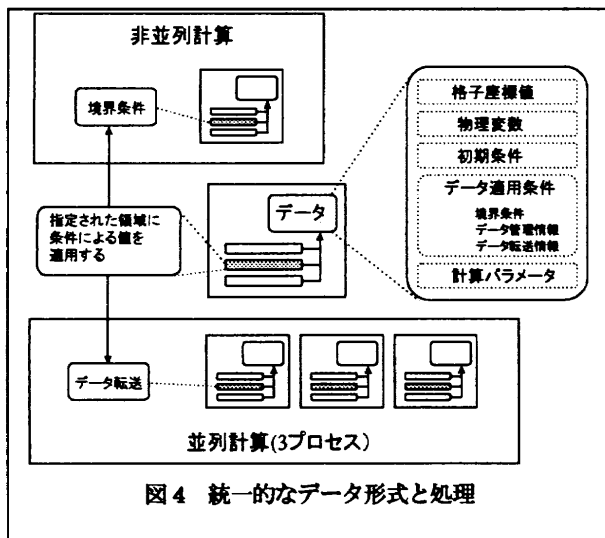


図4 統一的なデータ形式と処理

## 5. 領域分割法による並列化

ここでは、最も代表的な並列化手法の一つである領域分割法に、以上で示してきた設計を対応させて考えてみたい。

並列化の処理としては領域を分割する何らかの手法が必要である。この処理はデータクラスの内部で格子データを対象に行われることになる。構造格子では分割は各次元方向に均等に分割すれば良いだけであるので非常に単純なものとなるが、非構造格子の場合も、何らかの分割手法が設定されれば同様に扱うことが出来る。

前節で述べたデータの操作としては、物理的な境界条件と、領域分割から生じる境界領域の隣接領域とのデータ転送がある。境界条件と隣接領域とのデータ転送は、いずれも境界のデータに操作するものであり、前節で述べたような統一的な扱いを考えると、まとめて境界条件と考えることが出来るだろう。そのようにしたとき、データとしては各分割領域のそれぞれの境界に対して、どのような処理が適用されるかという情報を持つようにする。ここではこれを「境界条件」と呼ぶことにする。そのような情報をあつかう側の処理は、条件に従って物理的な条件を適用するか、データ転送を行う指示をするかを行うようにすればよい。従って境界条件として与える情報に、データ転送が含まれるかそうでないかで並列、非並列の計算が行われるようになる。

領域分割における境界条件の構成について、構造格子を例にとり図示したのが図5である。非並列では全領域の各境界に対して、それぞれ物理的な境界条件が左図のように与えられている。この領域を2×2に分割することを想定する。分割後の2番の領域に注目すると、四つある境界の内、二つは全体領域に与えられた物理条件がそのまま適用されるが、他の二つは隣接境界とのデータ転送が条件として与えられる(図5右)。他の分割領域においてもそれぞれ同様にして条件が設定されることになる。非並列の計算では、一つの計算プロセスが、全体領域とその付随する物理境界条件に対して計算を実行する。並列の計算では、非並列のときと同じ、この例では四つ

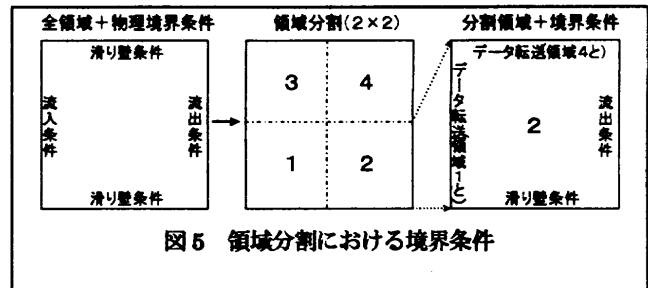


図5 領域分割における境界条件

の計算プロセスが、それぞれの分割領域とそれに対応するデータ転送を含んだ境界条件によって、それぞれ計算を進めていく。

このような形式によって全体を構成すると、並列化に付随して必要となる、全体領域に照らし合わせたデータ管理などは必要がなくなる。何故ならば、データ転送に必要な情報は対するプロセスと、その中のどの境界と転送を行うかというものだけだからである。特に構造格子系の場合には、どの境界かという情報も必要がない。相手のプロセスが決定されたところで、対する境界も決まるからである。

結局、領域分割法による並列計算の、この設計指針への対応は、データ転送と物理条件をまとめて境界条件として扱い、領域分割や境界条件から実行されるデータ転送の処理はデータクラス内部に置くということで達成される。

## 6. 並列入出力

一つのプロセスが、データの入力を行い他の並列プロセスに配布したり、他から収集してデータの出力をするという方法は並列計算では良く採用される方法である。この方法では、一つのプロセスが一旦全てのデータを確保しなくてはならないため、分散メモリ型の計算機では一つのプロセッサに付随するメモリのサイズによって計算サイズの上限が設定されてしまう。これでは巨大な計算を実行することが出来ない。また、入出力のところで他のプロセッサが待たなければならず、特に大きなデータでは読み書き、転送に時間がかかるため、並列効率が低下する。従って個々の並列プロセスが自分のところで必要なデータのみを読み書きするような並列入出力を行いたい。しかしながら、これを行うために分割した入力データを一つ一つ用意するのは、格子番号の対応などの並列化に付随した面倒な部分を陽的に行わなければならない。

ここで解消したい問題を整理すると以下ようになる。

1. 分割データをあらかじめ用意する面倒
2. 一つのプロセッサが入出力を担当することによる非効率
3. 一つのプロセッサが入出力を担当することによるメモリの上限

このうち1の問題については、一つのプロセスが入出力を担当する方法で解決されるのであるが、それでは2,3の問題が残る。そこで、ここでは以下の方法を採用する。各並列プロセスがそれぞれ全領域分のデータにアクセスし、自分のところで必要となるデータを同時に抽出する。ここで、初期条件や境界条件についてはデータの分割条件によって、各分割領域に適合するような情報の再構成を行わなければならない。これは例えば図4で示したような条件の変更を行うことである。これにより1については解決し、データの用意において並列を意識せずに行うことが出来る。

2と3の問題に対しては以下のような処理を考える。すなわち、データ分割に際してはデータの構造だけが必要であるので、構造部分のデータのみ全領域分を読み込んで、分割処理を行う。その後、その情報に従って必要な領域のみの他のデータを自分のところに読み込む。この方法によって、2については、全てのデータを全領域分読み書きすることと、データ転送についての時間を節約することが出来る。また、3については全領域分の情報を確保するのをデータ構

造の情報だけにすることによって軽減する。

この指針に沿うと、例えば構造格子の領域分割の場合、データ構造としては格子のサイズだけが必要な情報である。従って、始めに各並列プロセスで格子サイズだけ読み込み、それから分割情報を構成し、個々のプロセスの領域のみの格子座標値や流れ場変数値などを読み込めばよい。非構造格子系の場合も同様にデータ構造のみから分割処理を行い、後から座標データなどを読み込むようにすればよい。

出力では、それぞれのプロセスが自分の担当分の計算結果を出力すれば良い。その結果を用いて継続計算するにはそれらの分割されたデータをそのまま並列入力する。

このような方法で、非常に大きなサイズの計算を多数のプロセスで行う際の入出力の時間を圧縮することが可能となる。

## 7. 異なる並列環境への対応

始めにも触れたように、並列の実行環境はハードウェアの違いも含めて多種多様なのが現状である。例えばメッセージパッシングライブラリをとって見ても、MPI<sup>[3]</sup>、PVM<sup>[4]</sup>、PARMACS、P4など様々なものが存在している。MPIが標準となってきたのはいいものの、使用する環境に併せてプログラムをいちいち書き直すということは往々にして起こりうることである。この書き直しの作業は、例えば並列の処理が計算手法に入り込むように書かれている場合、殆どプログラムの全域に渡って、各ライブラリの関わる場所を書き直すということが行われることになる。このような書き方は、既存のコードを並列化したときに顕著である。ここで提案する設計は、並列処理部を計算手法部から分離することにより、そのような場合の書き直しをプログラム全域ではなくまとまった一部に限定することを可能とする。また、その部分に抽象的なインターフェースを設定することにより、特定の並列環境に対する実装を切り離してプログラムを書くことを可能とする。この仕組みにより、同一のプログラムを、特定の並列環境に対する実装部分のみをモジュールのように取り替えるだけで異なる様々な並列環境に対応させることが出来るようになる。

抽象的なインターフェースの設定について以下に説明する。並列処理に関わる各処理は、並列ライブラリなどの特定の環境に依存し、それに合わせて書かなければならない。しかしながら、このようにすると異なる環境上で実行するためには、いわゆる移植作業として環境に依存する部分を書き直さなければならない。並列処理の部分を分離するように設計したとしても、移植を行いたいプログラムの一つ一つについて、特定の環境に関わる部分を書き換えなくてはならない。ところで、並列化処理を分離した上に、特定の環境に依存する部分をさらにクラスとして分離し、モジュールのようにその部分のみを交換することが出来ればそのような作業は非常に楽になる。また、複数のプログラムの移植作業を一つ一つ行う必要が無くなる。様々な環境に対するそのようなモジュールをあらかじめ用意しておくことで一つのプログラムをそれらの環境で実行することが非常に簡単に行えるようになる。そのような仕組みをここでは図6のようにして実現する。並列の各環境を利用するためのクラスを設定し、その中で特定の環境に依存しないように、インターフェースを設定する。この図ではParallelInterfaceというクラス内で設定されている。プログラムはこれらのインタフェースを用いて書くようにして、特定の環境を直接呼ばないようにする。各インターフェースの実装はそれぞれの環境に対応したクラス(InterfaceMPI、InterfacePVM)などの内部のみで行う。例えば配列を送信するのにあたり、MPI\_Sendやpvm\_sendなどを直接用いて書くのではなく、sendArrayというメソッドを用いることにする。例えばC++<sup>[2]</sup>を例にとると、sendArrayの利用は次のように書くことが出来る。

```
ParallelProc {
    ParallelInterface *pi;
    pi = new InterfaceMPI();
```

```
    pi->sendArray(array);
}
```

このリストにおいては、並列環境としてMPIを利用する例になっており、そのためインターフェースとしてInterfaceMPIというクラスが与えられている。他の環境に対応する場合はここで定義するクラスを変更するだけである。実際のsendArrayの定義は次のように書かれる。

```
InterfaceMPI::sendArray(.....) {
    .....
    MPI_Send(.....);
}
```

また、PVMに対しては、

```
InterfacePVM::sendArray(.....) {
    .....
    pvm_init_send(.....);
    pvm_pkfloat(.....);
    pvm_send(.....);
}
```

のようになり、他の環境についてもsendArrayのような、設定された抽象インターフェースの動作を満たすように、それぞれに対応したクラスの内部で書いていけばよい。このように、プログラムの本体では並列処理を抽象インターフェースのみ用いて書いておき、それとリンクさせる実態の部分を各並列環境に変更することで、本体のプログラムは全く変更することなくそれぞれの環境へと対応させることが出来るのである。

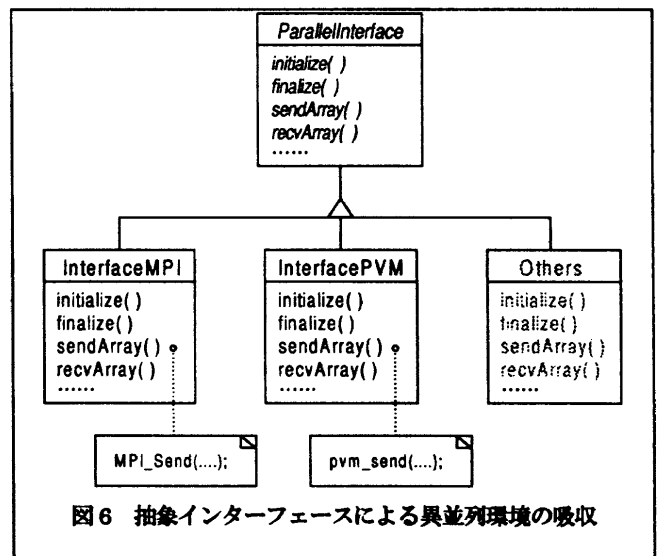


図6 抽象インターフェースによる異並列環境の吸収

## 8. 適用例と性能評価

ここではこの設計を2次元オイラー方程式の解法に実際に適用した。数値解法は構造格子による有限体積法によっている。数値流速を求めるにはMUSCL法とRoeのRiemannソルバーを利用した<sup>[7]</sup>。並列化は領域分割により行い、並列ライブラリとしてMPIを使用している。プログラミング言語はC++を用いている。

クラスの構成を図7に示す。SolverCFDとFlowFieldというクラスが上位に設定されている。これらは図3の計算手法、データのクラスにそれぞれ相当する。データのクラスは物理変数や格子、各種条件や並列処理に関するものを持っている。計算手法の

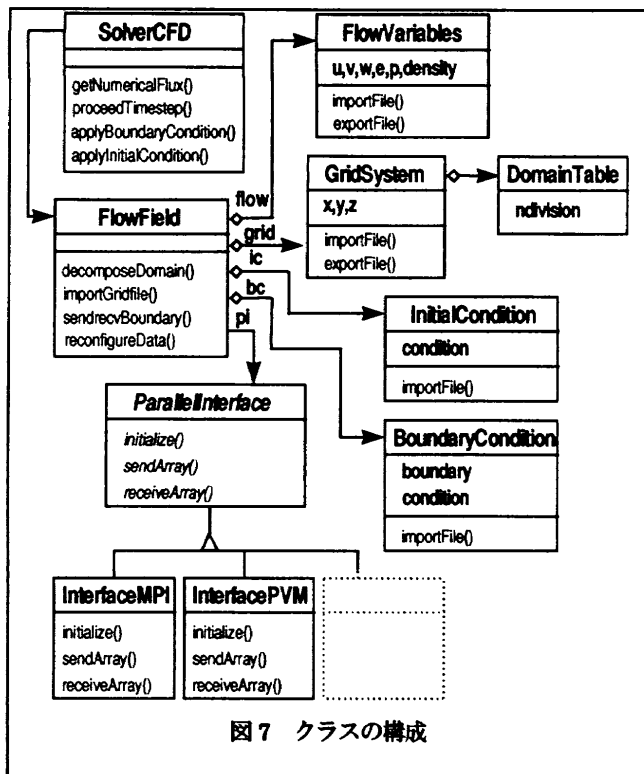


図7 クラスの構成

クラスはそのデータクラスをメンバとして持つ形になるが、アクセス許可の設定により、データクラスの中の計算に必要な変数類しか使用することが出来なくなっている。領域分割の処理は格子のクラスに対してデータクラスの内部で行われる。

これらのクラスを利用したプログラムは次のように書かれる。

まず、非並列の計算を行う場合を示す。

```
FlowField<double> field;

field.importGridFile("sample");
field.importInitCond("sample");
field.importBoundCond("sample");

SolverCFD<double> solver(field);

solver.applyInitialCondition();
solver.proceedTimestep(dt, nloop);
```

最初にデータのクラスのオブジェクトを生成し、格子や条件のデータを読み込む。計算手法のオブジェクトに渡されるときには、データクラスのインスタンスは領域と条件を備えたものになっているわけである。その後、非並列であるのでそのままそのデータに対して計算を進めていく。

並列計算の場合は、並列に実行されるもののプロセスにおける実行プログラムが、全く同じクラス類を用いて以下のように書かれる。

```
InterfaceMPI impi;
FlowField<double> field(impi);

field.decompose(ndiv1, ndiv2);
field.importGridFile("sample");
field.importInitCond("sample");
field.importBoundCond("sample");

SolverCFD<double> solver(field);

solver.applyInitialCondition();
solver.proceedTimestep(dt, nloop);
```

ここで、下線が引かれている部分のみが非並列のときと異なっている

部分である。すなわち、特定の並列環境へのインターフェースの設定(ここではMPI)、そのインターフェースのデータクラスへの引き渡し、そして領域分割の指定である。領域分割の指定を行うことで、各並列プロセスは入力データ類の必要な部分のみを読み込む。従って、計算のクラスにデータクラスのインスタンスが渡されるときには、今度は各プロセスそれぞれの情報のみを含んだものとなっている。しかしながら、それらのデータの形式は非並列の場合と統一化されたものとなっているために、計算クラスに関する指定は全く同一となっている。

ところで、計算手法クラス内の各メソッドはデータクラスの各変数を用いて以下のように書くことが出来る。

```
for (calculation loop) {
    grid(i,j).x
    grid(i,j).y

    flow(i,j).u = .....;
    flow(i,j).v = .....;

    applyBoundaryCondition();
}
```

格子や物理変数は、ここではC++における参照変数の設定により直接上で書いたような形で使用することが出来る。また、ローカルな番号付けなどを考慮する必要なく、各メソッドは非並列のプログラムのように書くことが出来る。

このように構成したプログラムにより、IBM RS6000/SP (48ノード)で実行性能を評価した。ノード数による速度向上率を図8に示す。計算は二種類の異なるサイズの格子で行われた。400x300(格子点12万)と、600x500(格子点30万)である。両者とも48ノードに至るまで、ほぼ線型に速度が向上している。格子点数が大きい方が若干効率が悪くなっている。良い並列効率を達成した理由は次のように考えられる。まず、並列に実行されるプロセスが最終的には計算手法のクラスとなっており、大きな粒度での並列化が達成されていること。また従来の書き方であれば、一般にデータ転送と物理的な境界条件は異なるサブルーチンとして実装され、逐次的に実行される。ところで、各分割領域によってそれが持っている物理的条件が対応する境界の数とデータ転送が対応する境界の数は同一ではない。従って、一方の処理を行っている間に、その処理が適用される境界が少ないプロセスはそこで待たなければならない。ここでの取り扱い、物理的条件とデータ転送を全て境界条件として同じメソッドの中で処理するために、そのような待ち時間が軽減されるだろう。

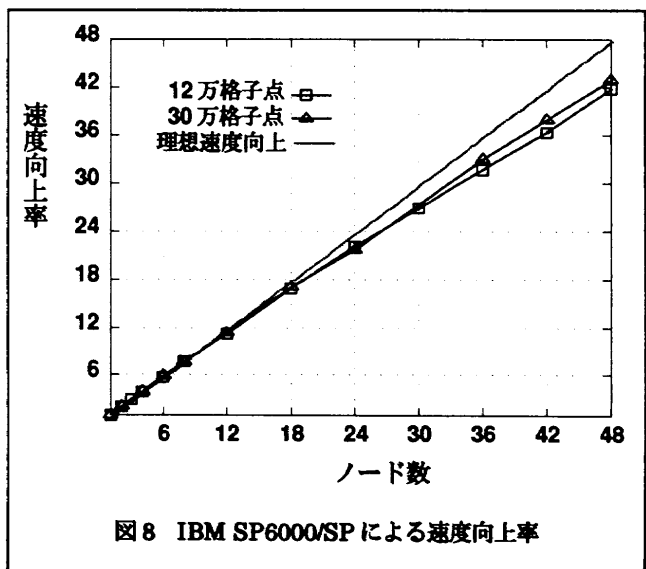


図8 IBM SP6000/SPによる速度向上率

## 9. 考察

並列計算のためのプログラミングの困難と、汎用性や再利用性を改善するよう考慮したプログラムの設計を、オブジェクト指向によるアプローチによって提案した。オブジェクト指向を並列計算に利用するというアプローチはいくつかの方法が考えられる。最もよく考えられるのはオブジェクト指向言語による並列ライブラリなどの拡張である。オブジェクト指向における多義性などを利用してライブラリ関数の呼び出しをより便利なものにした、並列のアルゴリズムをクラス化したりするものである。また、計算モデルをオブジェクト指向で設計し、それを並列化するためのサポートとしてオブジェクトの転送などの仕組みを作るような方法も存在する。前者は並列の環境に対して、後者は計算モデル自体に対してのオブジェクト指向の適用であると考えられる。前者ではそれらを通常の並列ライブラリと同様に自分のプログラム内で利用することによって並列計算プログラムを書かなくてはならない。後者は、対象となる元のプログラムがオブジェクト指向により書かれているということで、それらを並列化するという作業を行うということについては変わらない。それらに対してここで提案するのは、並列の計算というものの全体をオブジェクト指向的な設計により構成しようとする試みである。

計算手法とデータのクラス設計と、並列、非並列での統一的なデータと処理体系を導入することによって、計算手法と並列化処理のプログラムをほぼ独立に書けるようにした。これによりそれぞれのクラスの中では他方を意識せずに、すなわち計算手法部分では並列化を考慮することなく、また並列化処理では各手法のアルゴリズムを熟知する必要なしに、プログラムを書ける。

この設計によるプログラムの計算例は、この手法が良い並列効率をもたらすことを示した。その理由としてこの設計が貢献していると言ったが、もちろんそこで述べたような要因は、このようなプログラムの設計をしなくても実現出来るであろう。また、絶対的な計算速度の観点から見ると、一般にオブジェクト指向によるプログラムは、その仕組みによるオーバーヘッドなどから、そうでないものより遅いと言われている。このように考えると、従来の書き方で高い並列効率となるようなプログラムを書いた方が有効なように思われる。しかしながら、従来の書き方で一つ一つのプログラムについて、それぞれの手法に合わせて高い並列効率のプログラムを書くのは非常な労力を要する。また、個々の応用例に対して、一つ一つ最適なプログラムを書かなければならないだろう。この設計ではそれらの労力を軽減しながら、良い並列効率が設計の上から達成されるようになっていく。もしさほどの労力を払わずにある程度の効率を持ったプログラムが書けるのであれば、それは大きな利点となるのではないだろうか。また本報告の例のような効率が達成されるのであれば、大規模の計算を非常に多数のノードによる計算を行う場合に、さほど並列効率に労力をはらわずに書かれたプログラムをしのぐ可能性もあるだろう。この手法は、しかしながら高い計算性能を達成するのが目的ではなく、並列プログラムを計算手法を書くのも、並列処理を書くのもより簡単にすること、またプログラムの汎用性、再利用性を高めたいということが目的であった。その意味で、従来の手法との絶対的な計算速度は重要ではないのであるが、上記の考察はそのような点に対しての可能性を示唆したものである。

この手法で主張しているプログラミングの簡単さや再利用性などの利点は、各データ構造や諸問題に対応するクラスがライブラリとして提供されたときよりよく実現される。例えば、構造格子や非構造格子のデータクラスが提供されていれば、それらを利用して計算コードを書くだけでそのプログラムを並列実行させることが出来るようになる。また、同じデータ構造を利用するプログラムについて、それぞれに格子や並列化の処理を書かなくとも、手法の部分だけ作成すればいいという利点もある。ところで、ここで提案したのはある特定のライ

ブラリや手法ではなく、並列プログラムを書く際の設計の方針といったものである。従って、本論文での計算例ではC++が用いられたが、他の言語、例えばFORTRAN90やJAVAなどによっても同様の設計を行うことが出来ると考えている。

ライブラリを用意するにあたっては、以下のようなバリエーションに対応したクラスの構築が考えられる。

1. 物理問題(圧縮性、非圧縮性、実在気体、電磁流体 ...)
2. データ構造(構造格子、非構造格子、粒子系 ...)
3. 計算手法(差分法、有限体積法、有限要素法 ...)
4. 並列化手法(領域分割法 ...)
5. プログラム言語(C++, FORTRAN90, JAVA ...)

これらの多様性の個々について一からクラスを書かなくてはならないわけではなく、それぞれ対応する部分を差し替えるような形で構成出来るものである。例えば構造格子上の圧縮性流体と非圧縮性流体のデータクラスについては流体変数が異なるだけでよい。従って、流体変数のクラスを変更するだけでそれぞれに対するクラスが用意出来る。データクラスのみではなく、それぞれ代表的な計算手法のクラスを用意しておけば、他の手法はそれらのクラスを継承し、異なるアルゴリズムの部分オーバーライドすることで、新しい手法に対するプログラムを用意出来るだろう。

この設計がもたらすもう一つの利点は、同じコードを並列、非並列両方の環境で使用出来ることである。並列計算というのは専用の特殊な環境(並列計算機)が必要であるため、その為のプログラムもそれらを利用しなければ行えなかった。しかしながら、大型の並列計算機の多人数で使用するバッチジョブの環境は、アルゴリズムの開発、プログラムのデバッグなどの作業に向いているとはいえない。ここでの設計方針によることで、並列、非並列によらず同じプログラムを使用出来るため、例えば計算アルゴリズムの開発や検証などを、そのような用途により適したパーソナルコンピュータのような個人的かつインタラクティブな環境で行い、完成したコードをそのまま並列計算機で実行させて大規模な計算を行う、という作業の流れをとることが可能となる。

本論分で計算例として行ったのは構造格子の領域分割という簡単なものであった。今後、三次元や非構造格子などに対する、この設計の適用性、有効性を検証する必要があるだろう。また、実行も並列計算機一機種のみであり、汎用性の証明のため多機種での実行を行っていく予定である。

## 参考文献

1. T. Ohta, "An Object-Oriented Programming Paradigm for Parallel Computational Fluid Dynamics on Memory Distributed Parallel Computers", Parallel CFD '97, 1997
2. B. Stroustrup, "The C++ Programming Language", Addison-Wesley, 1991
3. W. Gropp, et. al., "Using MPP", The MIT Press, 1994
4. A. Geist, et. al., "PVM", The MIT Press, 1994
5. E. Gamma, et. al., "Design Patterns", Addison-Wesley, 1995
6. G. V. Wilson and P. Lu (ed.), "Parallel Programming Using C++", The MIT Press, 1996
7. C. Hirsh, "Numerical Computation of Internal and External Flows", John Wiley & Sons, 1988



# DNS コードの並列ベクトル化とその性能評価

山崎裕之<sup>\*1</sup>、吉田正廣<sup>\*1</sup>、岩宮敏幸<sup>\*1</sup>

Grégory Coussement<sup>\*2</sup>, Bruno Troff<sup>\*2</sup>, Juliette Ryan<sup>\*2</sup>, Paul Sagaut<sup>\*2</sup>

Parallelization and Vectorization of DNS Code and Performance Evaluation

by

Hiroyuki Yamazaki<sup>\*1</sup>, Masahiro Yoshida<sup>\*1</sup>, Toshiyuki Iwamiya<sup>\*1</sup>,

Grégory Coussement<sup>\*2</sup>, Bruno Troff<sup>\*2</sup>, Juliette Ryan<sup>\*2</sup>, Paul Sagaut<sup>\*2</sup>

## ABSTRACT

We parallelized a DNS solver based on the Navier-Stokes equations in two ways: one uses PVM message passing library and the other NWT-Fortran compiler directives. Employing both 1- and 2-dimensional partitioning methods we analyzed the performance of the program on NAL vector parallel computer "NWT", and applied vector tuning and parallel tuning to it to be suitable for NWT. Then we made a performance model of the program to estimate the consuming time of the program. Comparing the estimation time derived from the model and the actual time consumed, we evaluated applicability of the performance model and obtained a good agreement. This work was done in the collaboration between ONERA and NAL. The program treated in this work is called "PEGASE" developed by ONERA.

### 1.はじめに

本研究の目的は、ベクトル性能、並列性能の評価のためのモデルを作り、これに基づいて処理時間の推定値を求め、実測値と比較、検討することである。本研究は航技研とフランスの航空宇宙研究所である ONERA との共同研究の一環として行われており、ONERA が開発した PEGASE という乱流の直接シミュレーションプログラムを対象としている。ベクトル処理性能、並列処理性能を推定するために PEGASE の処理時間を推定する評価モデルを作った。また、航技研に設置されている並列ベクトル計算機「数値風洞(NWT)」上での実効性能を向上させるためにプログラムの改造、改良を行った。これらから推定性能と実測性能の比較、検討を行った。

### 2.方程式、境界条件、計算領域

「PEGASE」は、非定常非圧縮3次元ナビエ・ストークス方程式

$$\nabla \cdot \vec{v} = 0$$

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \nabla(\vec{v} \otimes \vec{v}) = -\nabla p + \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 \vec{v}$$

に基づき乱流の直接シミュレーションを行うプログラムで、

$$-\nabla^2 p = \nabla \left( \nabla(\vec{v} \otimes \vec{v}) + \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} - \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 \vec{v} \right)$$

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \nabla(\vec{v} \otimes \vec{v}) = -\nabla p + \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 \vec{v}$$

と変形して pressure poisson 解法の形に直して解くものである。図1にプログラム処理の流れを示す。

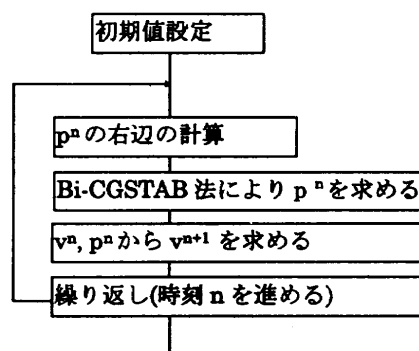


図1 原 PEGASE プログラムの動作

まず、初期速度場 ( $v_0$ ) を与える (初期圧力場 ( $p_0$ ) は 0)。時刻  $n$  の速度場 ( $v_n$ ) から時刻  $n$  の圧力

\*1 航空宇宙技術研究所

\*2 ONERA(Office National d'Etudes et de Recherches Aérospatiales)



場 ( $P_n$ ) を求める。 $v_n$  と  $P_n$  から時刻  $n+1$  での速度場 ( $v_{n+1}$ ) を求める。圧力場を求める時の1次方程式の解法には「Bi-CGSTAB 法」を用いている。Bi-CGSTAB の反復計算の中では、

- PE 内の全点を対象とした内積計算 (1 時刻進める計算の中に 5 回)
- 各点毎に独立な演算 (隣接点の値を参照しない)
- 2 階差分から得られる 1 次方程式を解く (1 時刻進める計算の中に 2 回)

の計算が含まれている。

今回評価の対象とした乱流場は 2 次元無限チャンネル流で、境界条件は上下の壁面で固体壁条件、その他は周期境界条件である。上下方向を  $z$ -軸に、残りを  $x, y$ -軸とする。プログラム上ではそれぞれ、 $K$ -方向 (上下方向)、 $I, J$ -方向 (その他の方向) とした。

計算領域は 1 個の直方体でこれを等分割した。処理性能の計測では計算領域の大きさを、全体の問題規模を固定して使用するプロセッサ (PE) 台数の増加に伴う処理性能の速度向上を見る「スピードアップケース」では  $127 \times 63 \times 256$ 、1PE が担当する問題規模を固定して PE 台数の増加に伴う処理性能の加速性を見る「スケーラビリティケース」では 1PE での問題規模が  $70 \times 42 \times 85$ 、となるようにした。

### 3. 並列化

並列プログラムとしては、メッセージパッシングライブラリ (PVM) を用いて並列化したプログラムと数値風洞の並列処理記述言語である NWT-FORTRAN の並列化指示行を用いて並列化したプログラムの 2 種類を作成した。



図 2 計算領域の分割方法と境界条件

計算領域の分割法としては、NWT-FORTRAN を用いた並列化では  $K$  方向への 1 次元分割を、PVM を

用いた並列化では同じ 1 次元分割と  $I, K$  方向への 2 次元分割を用いた (図 2)。並列化後の PEGASE の処理の流れを図 3 に示す。

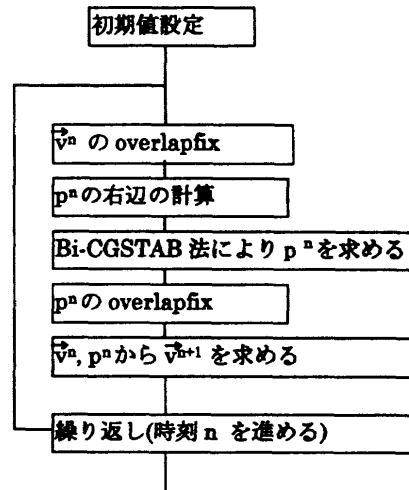


図 3 並列化後の PEGASE の処理の流れ

ここで、 $v_n$ 、 $P_n$  の「overlapfix」は計算領域の分割に起因する隣接 PE 間での境界データの相互転送を表す (NWT-FORTRAN ではこれを「overlapfix」というコンパイラ指示行により実現する)。1 次元分割の場合には、周期境界条件の方向には計算領域を分割しないので、これに起因するデータ転送は生じない。しかし、2 次元分割では 1 つの周期境界方向も分割されているため、その方向にも隣接 PE 間での通信が必要となる (端を分担している 2 つの PE も計算領域の周期性から「隣接」していると理解するか、並列計算機のアーキテクチャによっては積極的に「隣接していない」と理解するか、は別の問題である)。Bi-CGSTAB 計算の中でも、2 階差分から得られる 1 次方程式を解く際に、1 時刻進行の中で 2 回の overlapfix に起因するデータ転送が生じる。この他に Bi-CGSTAB 計算の中で内積計算に関連したグローバル処理に依るデータ通信が発生する。

### 4. ベクトルおよび並列チューニング

今回対象とした PEGASE プログラムは、もともとベクトル計算機に適したコードではなかったため、NWTでの性能評価をするためにベクトルおよび並列チューニングを行った。

#### 4.1 ベクトルチューニング

ベクトルチューニングの例として、NWTのハードウェアが持っている「マスク演算処理機構」による例を示す。2次元分割法のプログラムはPE台数をK-方向、I-方向と交互に増やすようになっている。このためスピードアップケースでは、I方向にベクトル処理するDOループのベクトル長がPE台数の増加と共に短くなり(表1)、ベクトル処理性能が低下する。そこでマスク演算機構を利用して、引き続きIとJのDOループを1つのループとしてコンパイラが認識できるようにすればベクトル長を長くすることができ、ベクトル処理性能が改善される(図4)。

表1 マスクベクトル化採用の有無によるベクトル長の相違 全体の大きさ  $70 \times 42 \times 85$  (\*:17または18)

マスク化	1PE	2PE	4PE	8PE	16PE
なし	70	70	35	35	17/18*
あり	2940	2940	1470	1470	714/756

2次元分割、スピードアップケース  
全体の大きさ  $70 \times 42 \times 85$

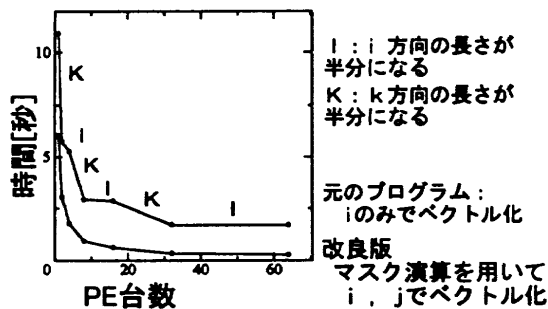


図4 マスクベクトル化による性能向上

#### 4.2 並列チューニング

次に並列チューニングの例として、内積計算を示す。内積計算の並列化では、それぞれのPEが自身の内部にあるデータに関する内積計算をした後、それぞれのPEで得られた結果を集めて足しあわせるというグローバル処理が必要となる。原プログラムでは、それぞれのPEが自分の持っている結果を順次隣におくるという動作で全体和を求めているため、PEの台数に比例した時間がかかっていた。これを2進

木方法に改めた(図5)。これにより、台数が2の巾のときは  $\log_2 PE$  の台数分の時間で済むことになる(図6)。

原プログラムと並列ベクトルチューニング版との結果を図7、8に示す。

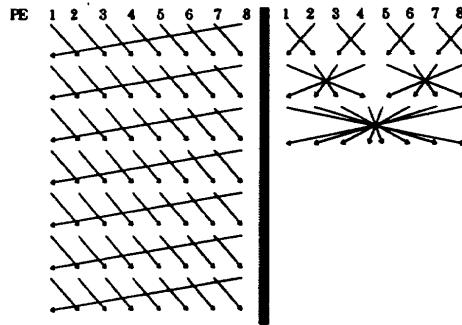


図5 通信方法の改善

(左:元のプログラム、右:2進木方法)

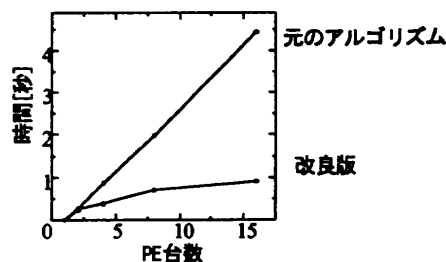


図6 グローバル通信時間の改善(一回あたり)

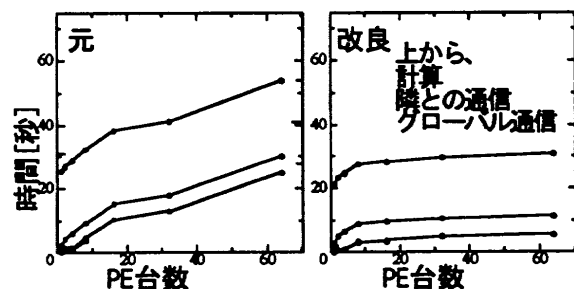


図7 プログラム全体の性能向上(PVM、2次元分割、スケーラビリティケース、1PEの大きさ  $70 \times 42 \times 85$ )

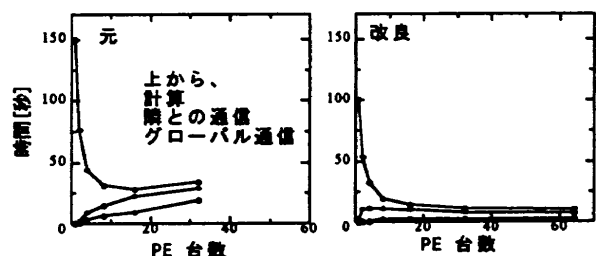


図8 プログラム全体の性能向上(PVM、2次元分割、スピードアップケース、全体の大きさ  $127 \times 63 \times 256$ )

## 5. 性能評価

プログラムの性能評価のために、プログラムを計算時間の大部分をしめるベクトル処理部分と通信部分に分ける。それぞれ別個に所要時間の評価モデルを作り、そのモデルに基づいて所要時間を推定し実測時間と比較検討する。

### 5.1 ベクトル性能評価

```
DO i=1,N
  S(i)=R(i)-(m1 * P(i))
ENDDO
```

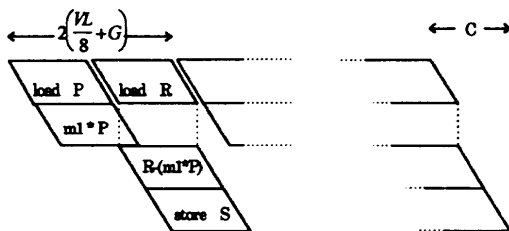


図 9 ベクトル計算とその動作

ベクトル処理性能の評価の例として図 9 のループを考える。この例では、P をベクトルレジスタにロードし、P と定数  $m_1$  の乗算を行い、この間に R をロードし（大抵のベクトル計算機ではロード/ストアと乗算、加減算が並列処理可能）、R と乗算結果の減算を行い、演算結果をメモリにストアする。NWT の場合、その推定処理時間  $T_E$  は第 1 次近似では以下の式で表される。

$$T_E = \left[ 2 \times \left( \left( \frac{VL}{8} + G \right) \times \left\lfloor \frac{N}{VL} \right\rfloor + \frac{\text{mod}(N, VL)}{8} \right) + C \right] \times \tau$$

ここで、乗数の 2 はベクトル命令の数、VL はベクトルレジスタ長、乗数 8 は 1 つの演算パイプラインの多重度、G はベクトル命令発行間隔のクロック数、N は実ベクトル長、C は立ち上がり/立ち下がり、 $\tau$  はクロックサイクル時間である。ここで G 以外はプログラムで与えることが可能な量なので、これらを変化させて実測することにより G の値の推定ができる。得られた結果は  $G=2.7$  クロックである。Bi-CGSTAB の計算部分は 3 つに分けられるが、ここで得られた G の値を用いて他の計算部分についても推定した結果を表 2、表 3 に示す。計算領域を 1 次元分割した並列化プログラムでは、並列処理記述に用い

た言語—NWT-Fortran と PVM—に関係せず、計算部分のコードは基本的に同じものであるため推定値は同じである。2 階差分の処理部分の実測値が推定値よりも小さくなっているが、これはコンパイラの最適化でレジスタの再利用が行われているためと思われる。また並列化記述言語による違いもコンパイラに起因するものと思われる。

表 2 推定値と実測値の比較 (NWT-FORTRAN、PVM 1 次元、 $N_p$  は PE 内の格子点数)

	推定値	NWT-Fortran	PVM 1 次元
2 階差分	14.85 $N_p$	12.61 $N_p$	13.17 $N_p$
各点ごとの計算	10.81 $N_p$	10.95 $N_p$	10.97 $N_p$
内積	12.02 $N_p$	12.66 $N_p$	12.75 $N_p$

表 3 推定値と実測値 (PVM 2 次元)

	推定値	PVM 2 次元
2 階差分	17.10 $N_p$	19.90 $N_p$
各点ごとの計算	10.81 $N_p$	11.44 $N_p$
内積	12.02 $N_p$	13.28 $N_p$

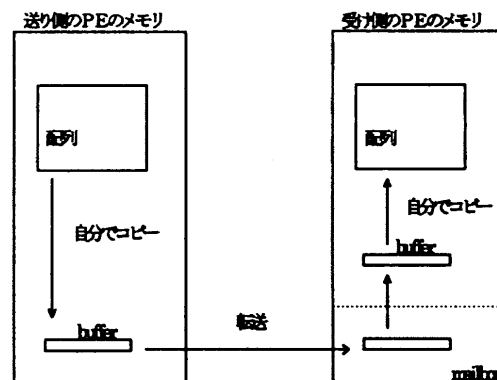


図 10 PVM ライブラリを用いた通信の内部動作

### 5.2 通信時間の評価

PVM を使った通信動作を図 10 に示す。1 回のデータの送受信を行うためには、まず配列から送りたいデータを取り出し、1 次元の作業配列に転送する。これは送信データが連続アドレスになっていないためである。1 次元配列に転送したデータを SEND サブルーチンで送信する。データはまず相手のメモリのメールボックスと呼ばれる領域に格納さ

れる。受信側が RECEIVE サブルーチン呼び出すとそのパラメータに指定された作業配列にコピーされる。そのあと、受信側は自分で必要な配列領域にデータをコピーする。これは送信側のときと同様、受信側の処理プログラムがデータを連続アドレスで処理しない時のためである。

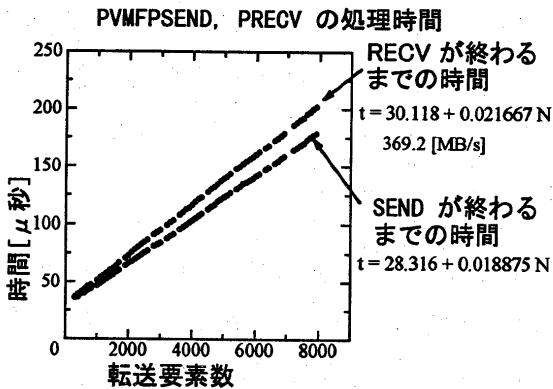


図 11 PVM 通信の要素数と通信時間

通信時間は、送受信 PE が行う送受信配列と作業配列間のコピーに要する時間、(レイテンシ+転送データ量に比例した転送時間)で表される PE 間でのデータ転送時間—SEND サブルーチンの実行時間—、受信側 PE が行うメールボックスと作業配列間のコピー—RECEIVE サブルーチンの実行時間—の和になる。NWTの場合、コピー時間はバンク競合、バス競合によりメモリを連続アドレスでアクセスするかどうかで処理性能が変わり、連続でないときは性能が落ちる。SEND、RECEIVE サブルーチンを使って、それぞれのサブルーチンの処理に要する時間を測定し、その近似式を得た(図 11)。2次元分割した場合の overlapfix 操作を PVM の SEND、RECEIVE を使って行った場合の動作を図 12 に示す。上半分は I-方向へのデータ転送、下半分が K-方向へのデータ転送である。図 12 からわかるように I-方向のデータ転送では PE 内コピー時間が大きくなっている。この時には送受信されるデータが 3次元配列の2次元目と3次元目で指定される境界面の要素となる。このため、ストライド付きのロード/ストアになるため処理性能が落ち、長いコピー時間となる。K-方向のデータ転送では、1次元目と2次元目で指定される境界面の要素が転送されるため、連続アドレスデー

タのロード/ストアとなり、処理性能の低下は見られない。

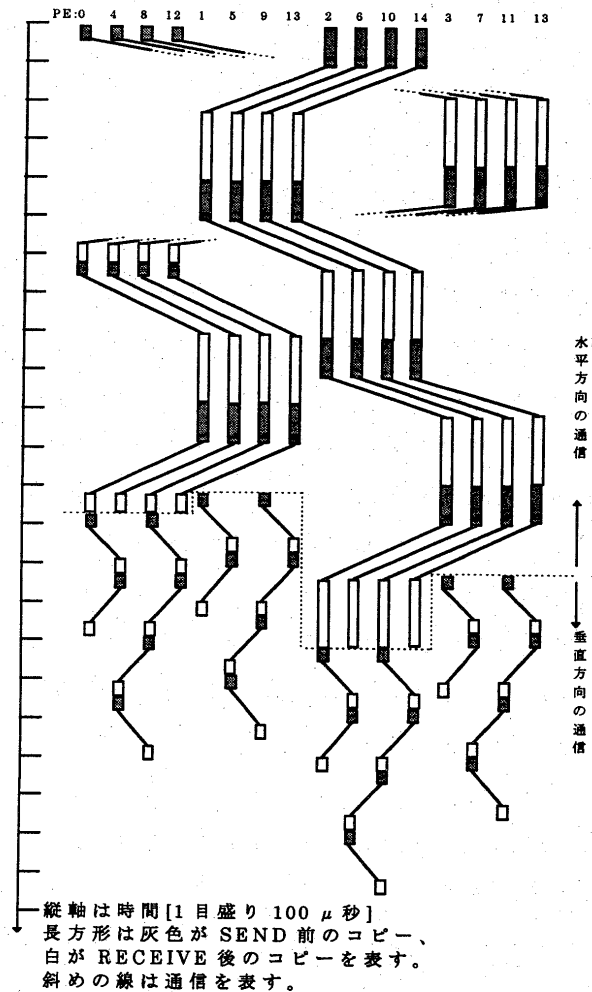


図 12 通信の動作(縦軸は時間[100 μ秒]、斜め線は通信、長方形は PE 内コピー時間)

このような通信動作を考慮して最も時間のかかるパスを持つ PE の通信時間の実測値と、モデルに基づく推定値とを比較したものが図 13 である。

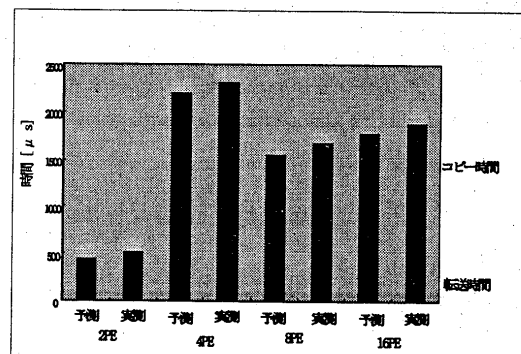


図 13 PVM 2次元分割の1回あたりの通信時間(スピードアップケース 127 × 63 × 256)

この場合の転送時間の増減は次のように説明される。まず 2 PE から 4 PE へ PE が増加すると転送時間も増えるのは、I-方向への転送が発生しコピー性能が大幅に落ちることと、転送相手、転送量が増えるためである。8 PE へ PE が増加すると転送時間が減るのは、I-方向の転送量が半分になって処理性能の悪いストライド付きコピーの所要時間および転送時間が減少するためである。16PE の時にまた転送時間が増加するのは、K-方向の転送回数が増加するためである。また転送時間については比較的良く推定されているのに対し、コピー時間は差が大きくなっている。特に連続アドレスのコピーのときに推定時間に比べて実測時間が長くなっている。これはループ制御などのスカラー命令の実行等のオーバーヘッドが相対的に大きくなって今回のベクトル性能推定の範囲ではカバーされていないためと考えられる。図 14、図 15 にプログラム全体に対する実行時間の推定値と実測値を示す。

表 4 PVM2 次元の overlapfix 1 回あたりの通信の要素数と相手の数

	2PE	4PE	8PE	16PE
要素数	8001	12096	8064	6048
通信の相手の数	1	3	4	4

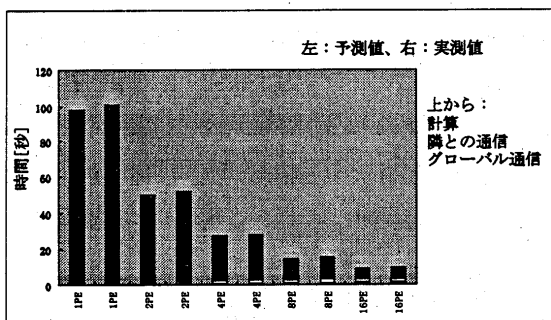


図 14 プログラム全体に対する推定時間と実測時間 (スピードアップケース、PVM 1 次元、全体の大きさ  $127 \times 63 \times 256$ )

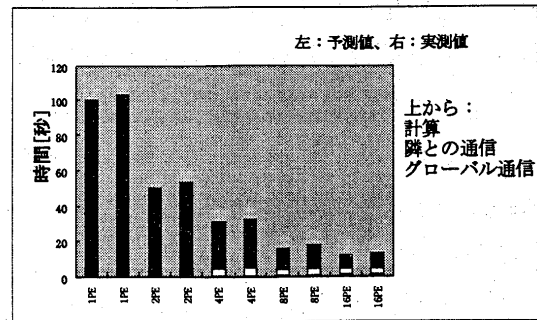


図 15 プログラム全体に対する推定時間と実測時間 (スピードアップケース、PVM2 次元、全体の大きさ  $127 \times 63 \times 256$ )

## 6.まとめと今後の課題

PEGASE プログラムに対して、プログラムの性能上の問題点を解析し、ベクトルチューニング、並列チューニングを行い、性能を向上させた。

ベクトル計算と通信にかかる時間のモデルを作り、実測値と推定値を比較しモデルの評価を行った。この結果ベクトル長が長い時には本モデルでの推定が有効である事が分かった。ベクトル長が短い時にはスカラ処理などベクトル演算にとってのオーバーヘッドをより良く推定することが必要である。通信時間については今回作ったモデルが有効である。今後は PEGASE 以外のアプリケーションにおける計算パターンに対してもモデルを適用し推定対象の範囲を拡大すると共にその精度を高めていきたい。

## 参考文献

1. G.Coussement, B.Troff, J.Ryan, 山崎裕之、吉田正廣、岩宮敏幸 “High Performance Computing for Turbulence Simulation in Computational Fluid Dynamics”, HPC Asia '97
2. G.Coussement, B.Troff, J.Ryan, P.Sagaut, 山崎裕之、吉田正廣、岩宮敏幸 “DNS Code Implementation on High Performance Computers”, AFOSR International Conference, Louisiana Univ.
3. 中村孝、吉田正廣、山崎裕之 “行列積における並列処理性能の評価”、第 14 回航空機計算空気力学シンポジウム

# 並列計算の特性と評価

## Performance Evaluation and Characterization of Parallel Programings

中村孝\*、吉田正廣\*、山崎裕之\*  
Takashi Nakamura\*, Masahiro Yoshida\*, Hiroyuki Yamazaki\*

### ABSTRACT

We had already reported about parallel performance with CFD programs on the NWT and the PARAGON installed National Aerospace Laboratory.

In this paper, we analyze the characteristics of Laplace equation solver programs, number of operations, amount of memory and sequence of operations. And also we analyze the effective performance of execution, memory access latency and network bandwidth of these parallel computers.

We report the suitability of parallel programs and parallel computers with their characteristics of operations and network communications.

### 1. はじめに

筆者らはこれまでに、CFDアプリケーションプログラムおよびそのカーネルを用いて、航技研に設置されている数値風洞(NWT)、パラゴン上での並列化を行い、転送性能や演算性能、並列化効率など、プログラムおよび計算機の性能評価を行ってきた<sup>1),2)</sup>。

本報告では、ソフトウェア(プログラム: 解法、並列化)およびハードウェア(計算機、ネットワーク)のそれぞれの特徴を抽出することにより、対象とするプログラムと計算機の適合性について考察する。

ソフトウェアの解析には、CFDプログラムで特徴的に現われるラプラス方程式を例にとり、そのプログラムの構成や解法の違いによる特性、離散化や並列化の手法の違いによる特徴を解析する。

ハードウェアとしてはNWTおよびPARAGONを対象とし、その演算性能、メモリアクセス性能、データ転送性能等並列計算機の特徴を解析する。

以上の結果を用いて、ソフトウェアとハードウェア—プログラムと計算機—の適合性について論ずる。

### 2. 方程式

ここではCFDプログラムでよく現われ、また議論を理解しやすいものとするために、二次元ラプラス方程式

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad (1)$$

を用いる。計算領域は等間隔直角構造格子

とし、2次精度の差分法

$$(\phi_{i+1,j} - 2\phi_{i,j} + \phi_{i-1,j}) / \Delta x^2 + (\phi_{i,j+1} - 2\phi_{i,j} + \phi_{i,j-1}) / \Delta y^2 = 0 \quad (2)$$

により離散化する。

### 3. 数値解法と並列化

ラプラス方程式の陰的反復数値解法にはいくつかがあるが、本報告ではヤコビ法とADI法の二つを採用した。

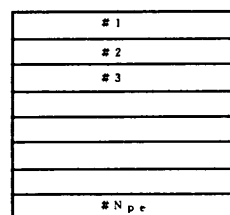
#### (1) ヤコビ法

ヤコビ法の計算手順は、

$$\phi_{i,j}^{n+1} = ((\phi_{i+1,j}^n + \phi_{i-1,j}^n) / \Delta x^2 + (\phi_{i,j+1}^n + \phi_{i,j-1}^n) / \Delta y^2) * \Delta x^2 * \Delta y^2 / 2 \quad (3)$$

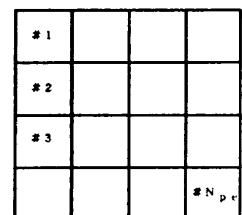
と表される。この解法では全ての次元方向に並列性があり、ベクトル化、並列化が容易である。しかし、他の方法に比べて収束速度が遅いという短所がある。式からもわかるように、 $n+1$ ステップのデータを計

一次元分割



演算量:  $N^2 / N_{pe} \times F$   
転送量:  $N \times 2$   
( $N_{pe}$ に無依存)

二次元分割



演算量:  $N^2 / N_{pe} \times F$   
転送量:  $N / \sqrt{N_{pe}} \times 4$

ただし一辺をNとする正方形領域

図1 ヤコビ法における領域分割

\* 航空宇宙技術研究所(National Aerospace Laboratory)

算するには  $n$  ステップでの上下左右方向のデータ ( $\phi_{i\pm 1, j\pm 1}$ ) を必要とする。

ヤコビ法の並列化は領域の1次元分割、2次元分割の2通りについて行った。図1の左側に示す1次元分割の場合、各プロセッサ (PE) は  $N$  個のデータを上下に隣接する PE に転送する必要がある。従ってこの場合の転送量は、 $N$  (データ数)  $\times 2$  (転送の相手方の数) となり、並列計算に使用する PE 数には依存しない。

右側の図で示される二次元分割の場合の転送量は  $N/\sqrt{N_{pe}}$  (データ数)  $\times 4$  (転送の相手方の数) と表される。この場合には使用する PE 数の増加に応じて、1 台の PE が転送すべき転送量は減少する。

## (2) ADI 法

次に、

$$\begin{aligned} & (-\phi_{i+1,j}^{n+1} + (2+a)\phi_{i,j}^{n+1} - \phi_{i-1,j}^{n+1}) / \Delta x^2 \\ & = (\phi_{i,j+1}^n - (2-a)\phi_{i,j}^n + \phi_{i,j-1}^n) / \Delta y^2 \\ & (-\phi_{i,j+1}^{n+2} + (2+a)\phi_{i,j}^{n+2} - \phi_{i,j-1}^{n+2}) / \Delta y^2 \\ & = (\phi_{i+1,j}^{n+1} - (2-a)\phi_{i,j}^{n+1} + \phi_{i-1,j}^{n+1}) / \Delta x^2 \quad (4) \end{aligned}$$

で表される ADI 法は収束速度がヤコビ法に比べて速いものの、常にどれか1方向の次元に逐次性があり、この方向にはベクトル化、並列化は不可能である。残りの方向に対しては並列性があるが、2次元の場合、ベクトル化と並列化の双方を一つの方向で同時に行わなければならない。このため、NWTなどのベクトル型の並列計算機ではベクトル長の低下すなわち性能の低下は免れない。

$n+1$  ステップの計算には  $i$  方向に依存性があり  $i$  方向の全てのデータを必要とし、 $n$  ステップの  $j$  方向の  $j \pm 1$  のデータを必要とする。 $n+2$  ステップでは  $j$  方向に依存性があり、 $j$  方向の全てのデータを必要とし、 $n+1$  ステップの  $i \pm 1$  のデータを必要とする。

ADI 法に対しては次に述べる二通りの方法で並列化を行う。一つは領域を一次的に分割し、 $n \rightarrow n+1 \rightarrow n+2$  というステップ毎に、すなわち依存方向が異なる度に配列の転置を行う方法、もう一つは領域を2次的に分割し、各領域を PE に循環的に割り当てることにより、全ての PE で同時に実行開始を可能とする循環ウェーブ

フロント法である。

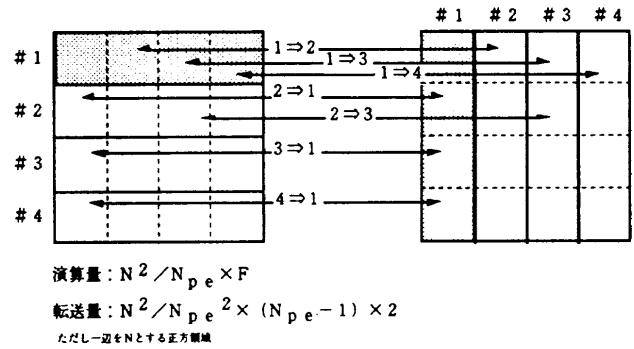


図2 転置型法

転置型の ADI 法では図2に示すように、各 PE に割り当てられた領域をさらに  $N_{pe}$  個のブロックに分け、その内の  $(N_{pe} - 1)$  個のブロックをそれぞれ別の PE に転送する必要がある。この場合、一つの PE が他の一つの PE に送る必要があるデータ量は  $N^2 / N_{pe}^2$  となる。これだけのデータ量を  $(N_{pe} - 1)$  台の PE に対して転送する必要がある。

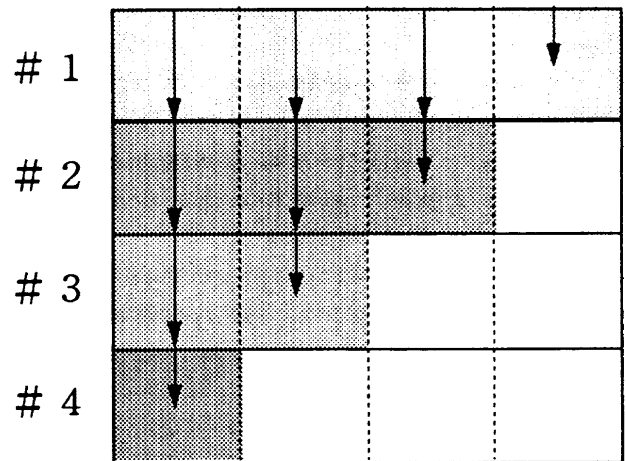


図3 ウェーブフロント法

通常ウェーブフロント法では、分割されていない、PE 内に閉じている方向について逐次性のあるループはそれぞれ並列に実効可能である。これは転置型と同様である。分割した方向に逐次性のある場合は、演算可能な PE から逐次実行開始し、転送を行いながら演算を進める。

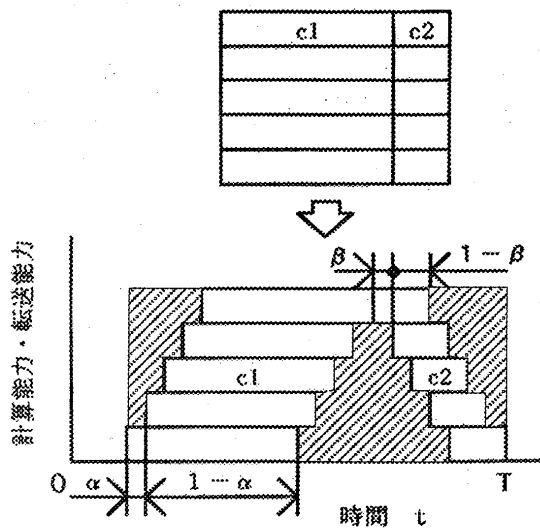


図4 ウェーブフロント法の効率

図3に通常のウェーブフロント法による演算の進め方を示す。図に示すように、前進代入過程では、一番目のPE（#1-PE）が初めのブロックを計算し、境界に達した時点で#2-PEにデータを渡し、#1-PE自身は次のブロックの計算を開始する。こうして計算が#4-PEまで到達した時点で#1-PEがまだ演算を行っていれば並列性はこの時点で100%になる。後退代入はこの逆になる。この場合の並列効率を図4に示す。この方法は格子点数および格子点当たりの演算数が十分多い場合にその並列性能を発揮できるが、今回のラプラス方程式のような2次元で比較的演算数が少ない場合は並列効果は期待できない<sup>3)</sup>。図中で $\alpha$ は前進代入における総時間内の転送時間を、 $\beta$ は後退代入時の総時間内の転倒時間である。図4でハッチングを施した部分がオーバーヘッドとなる。

これに対し、循環的ウェーブフロント法<sup>4)</sup>は、領域を2次元的に分割し、それぞれのブロックを図5に示すように循環的にPEに割り当てるものである。こうすることにより、全てのPEが同時に実行開始可能と共、依存方向が変化しても転置型のようにデータの配置替えをすることなく並列実行可能となる。しかし、どちらの方向に計算する場合でも、両方向ともに領域が分割されて異なったPEに割り当てられているため、データ転送が必要となる。

ベクトル長に関してはADI法ではいずれの場合も同様である。

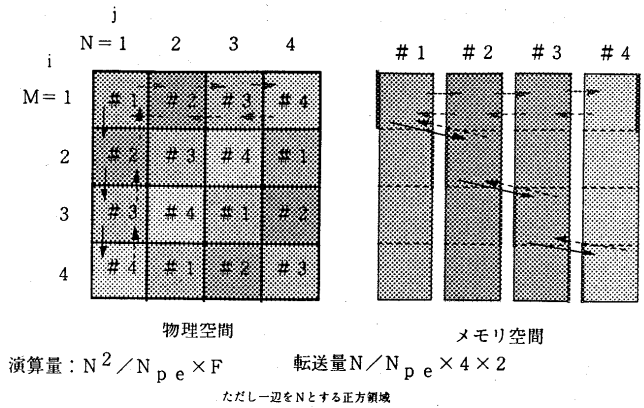


図5 循環的ウェーブフロント法のPE割付と転送量

ウェーブフロント法と転置型では格子点当たりの演算数は等しいが、転送量が異なる。ウェーブフロント法は転送先となる隣接PEは4で、1方向1回当たりのデータ転送量は $N/N_{pe} \times 4 \times 2$ を4方向となる。

#### 4. プログラムの解析

次にそれぞれのプログラムの使用している配列の数、加算、乗算、除算等の数と順序、ベクトル長、ループ内の演算量等のプログラムの詳細な解析を行う。また並列プログラムの場合は、並列実行開始/終了、データ転送、同期、その他並列化のためのオーバーヘッドなどを解析する。さらに、ベクトル化率、並列化率などもプログラムの特徴付けとなる。データ転送では、ハードウェアのアーキテクチャに応じて転送先までの距離が相違するかしないか、相手先が1対1、1対多、多対多、などの転送パターンに応じた類別も必要となる。

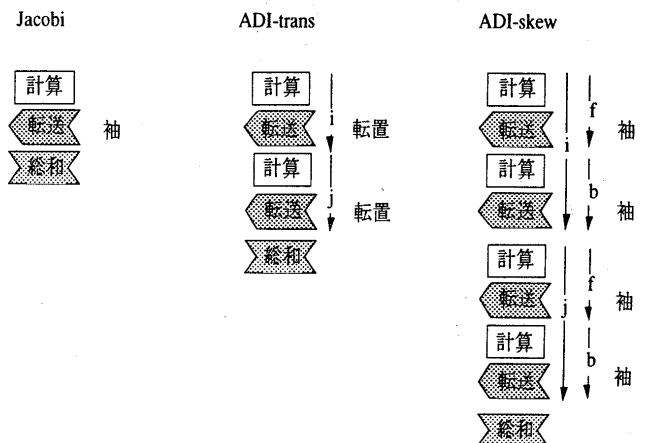


図6 プログラムフローチャート



図 6 にそれぞれの解法での転送パターンを示す。袖転送では 1 対 1、転置は多対多の転送を表す。

さらに、並列化の方法—データパラレルに基づく NWT-Fortran のコンパイラディレクティブによる並列化とメッセージパッシングライブラリによる並列化—によっても転送性能の性質が異なる。これらの違いは、呼び出されるライブラリの性能、機能の違いによる。

図 7 に並列処理性能に影響を及ぼすソフトウェア側、ハードウェア側の特徴量示す。

ソフトウェア  
 Npe: p e 台数  
 N: 格子数 (一辺が N の正方領域)  
 L: 転送データ量  
 F: 格子点当たりの演算量  
 p: 転送パターン  
 e: 並列化率  
 v: ベクトル化率  
 c: 収束性

ハードウェア  
 E: 実効演算性能  
 M: 実効転送性能 (転送パターンに依存)  
 Tm: 転送遅延時間

図 7 特徴量

一次元分割  

$$\text{演算数} = N^2 / N_{pe} \times F$$

$$\text{転送量} = N / \sqrt{N_{pe}} \times 2$$
 隣接転送、袖転送 (1 対 1)

二次元分割  

$$\text{演算数} = N^2 / N_{pe} \times F$$

$$\text{転送量} = N / \sqrt{N_{pe}} \times 4$$
 隣接転送、袖転送 (1 対 1)

図 8 ヤコビ法

図 8 にヤコビ法の特徴量を、図 9 に ADI 法の特徴量を示す。また図 10 ではそれぞれの特徴を模式的に表す。

#### 転置型

$$\text{演算数} = N^2 / N_{pe} \times F$$

$$\text{転送量} = N^2 / N_{pe}^2 \times (N_{pe} - 1) \times 2 + N \times 4$$

転置転送 (多対多)、袖転送 (1 対 1)

#### 循環ウエーブフロント法

$$\text{演算数} = N^2 / N_{pe} \times F$$

$$\text{転送量} = N / N_{pe} \times (2 + 1) \times (N_{pe} - 1) \times 2 + N \times 4$$

隣接転送、袖転送 (1 対 1)

図 9 ADI 法

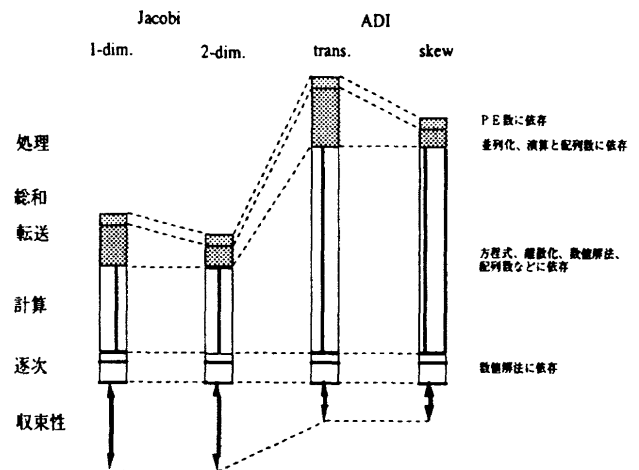


図 10 各解法による演算：転送の模式図

## 5. 計算機の解析

計算機は、実効演算性能、同時に実行可能な演算種類、実効メモリアクセス速度、スカラ／ベクトル機による違い、さらに並列機では、ネットワーク構成、実効転送遅れ、実効転送速度などにより特徴付けられる<sup>5)</sup>。

またデータ通信機構をハードウェアでどう実現しているかによる違いもある。すなわち、CPUで転送を制御しているかまたは独立なハードウェアを持っているかなどにより、転送性能が異なる。

ここでは、1 対 1 の転送性能および多対多の転送性能を計測する。1 対 1 は隣接転送や袖転送を、多対多は転置転送の場合を代表する。次に演算器の性能を計測するために、格子点数を変化させて非並列型プログラムの処理性能を計測する。

## 6. 適合性評価

プログラムと計算機の特徴が解析されれば、対象とするプログラムが計算機上でどのような性能を発揮するか、の適合性を推定することが可能になる。さらには、推定した性能が実測により発揮されない場合は、チューニング余地があることを示唆する場合も考えられる。

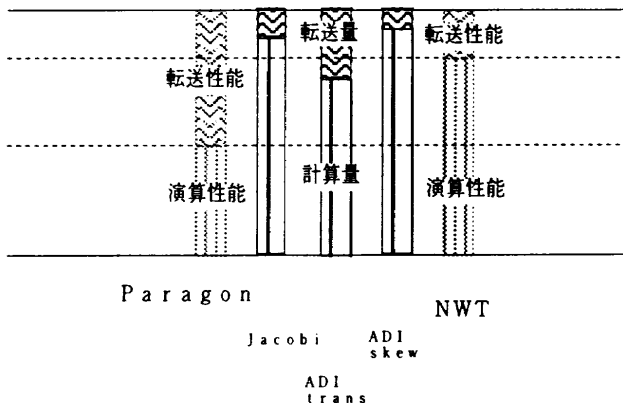


図 1.1 適合性の模式図

適合性の評価には、図 1.1 に示すようにそれぞれ計算機の持つ性能特性を無次元化する。またプログラムの持つ特徴も無次元化し、図 1.2 に示すようにそれらの比をとって表す。

$$\frac{\frac{N^2/N_{pe} \times F}{N^2/N_{pe} \times F + L}}{\frac{E}{E + M}} \quad \left. \begin{array}{l} < 1 \text{ 演算性能過多} \\ & \text{転送性能過少} \\ & = 1 \text{ 適} \\ & > 1 \text{ 演算性能過少} \\ & \text{転送性能過多} \end{array} \right\}$$

図 1.2 正規化した適合性

ここでは台数効果はスケールアップの場合のみを考える。この場合の演算数と転送量の比を表 1 に示す。表 1 で、ヤコビ法の格子点当たりの演算数は 12、ADI 法でのそれは 40 であり、全体の演算量と転送量に占める演算量の割合を下段に示す。これは図 1.2 での左辺の分子を表す。

表 1 演算と転送の比

Npe	N	Jacobi(12)		ADI(40)	
		1-dim.	2-dim.	trans.	skew
4	2,000	32,000	80,000	12,064,000	136,000
		0.997	0.993	0.768	0.997
16	4,000	64,000	80,000	15,128,000	308,000
		0.995	0.993	0.726	0.992
64	8,000	128,000	80,000	16,006,000	634,000
		0.989	0.993	0.714	0.984

表 2 にハードウェアの演算性能と転送性能の比を示す。表で、Ex は逐次版のプログラムのプログラムの主ループ部分の実効性能で表した演算性能である。単位は MFLOPS である。1:1, all:all は転送パターンの区別と転送性能を表している。単位は MB/s である。ratio は総時間に対する演算時間の比を表す。

表 2 ハードウェア演算と転送性能比

	Ex(Jac)	1:1	ratio	Ex(ADI)	all:all	ratio
NWT	1206	400	0.751	277	400	0.409
PARAGON	16	40	0.286	(16)	1.1	0.936

表 3 適合性

		Jac-1	Jac-2	ADI-tr	ADI-skew
NWT	4	1.33	1.32	1.88	2.44
	16	1.32	1.32	1.77	2.43
	64	1.32	1.32	1.75	2.41
PARAGON	4	3.49	3.48	0.82	1.07
	16	3.48	3.48	0.78	1.06
	64	3.46	3.48	0.76	1.05
	256	3.43	3.48	0.76	1.04

次に、表 3 に表 1 のプログラムの特徴と表 2 の計算機の適合性を表す比を示す。この比で、1 に近いほど適合性が高いことを示す。図 1.2 に示すように、適合性の値が 1 より大きい場合は、プログラムの性質からみて演算性能がデータ転送に比べて高す

ざることを示す。逆に値が1より低い場合は、演算性能が貧弱であることを示す。表3から、ヤコビ法、ADI転置法では1次元分割、2次元分割ともPARAGONよりはNWTの方が適しており、逆に、ADI循環ウェーブフロント法ではNWTよりPARAGONの方が適合性が高いと言える。

さらにこれらを実時間で表すと図13のようになる。当然ではあるが、適合性が高いことと実際に処理時間が短いこととは無関係である。この図からスケールアップに対してはいずれの計算機も高い台数効果を発揮していることがわかる。

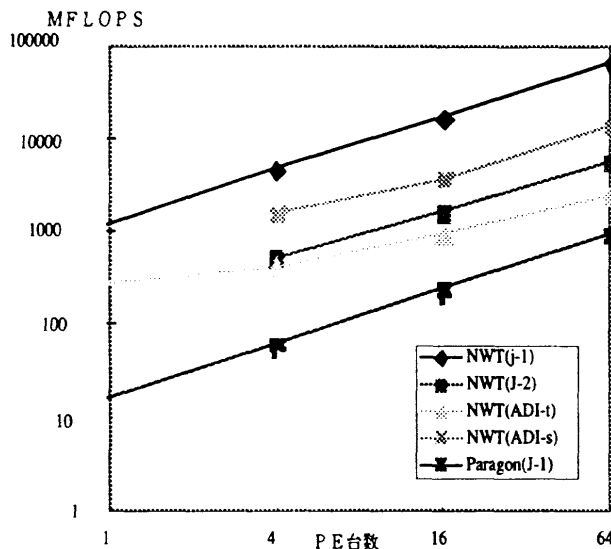


図13 実測性能

## 7. おわりに

この解析をさらに詳しく発展させることにより、CFDプログラムの詳細な評価や、モンテカルロ法の様な、データ転送パターンがこれまでの解析と異なるようなプログラムにも適用可能になる。また、新たにプログラムを開発する際には、実測や実シミュレーションを行う前に、あらかじめフローチャートにより実測やシミュレーションを行う前に適合性についての評価、実機による性能予測が可能になる。

ここで用いたプログラムはそのまま並列化における例題プログラムとして利用可能であると共に、MPIなどのメッセージパッシングライブラリの利用が可能な並列計算機上ではそのまま再利用することにより、他の計算機の上での特性を調べることも可能である。

推定部分の実測による確認、ここに取り上げた以外の解法や計算機についても適合性を調べ、一般性を引き出すこと、が今後の課題である。

## 参考文献

- [1] 中村孝、吉田正廣：非圧縮NSコードによるNWTの性能評価。第12回航空機計算空気力学シンポジウム講演論文集、1994年12月、航技研SP27
- [2] 中村孝、吉田正廣、山崎裕之：行列積における並列処理性能の評価。第14回航空機計算空気力学シンポジウム講演論文集、1997年1月、航技研SP34
- [3] 藤田直行、納富昭、上野潤一郎：NWTにおける3次元ADI並列計算法の性能比較。第14回航空機計算空気力学シンポジウム講演論文集、1997年1月、航技研SP34
- [4] Van der Wijngaart, R. F. : Efficient Implementation of a 3-dimensional ADI Method on the iPSC/860. Supercomputing '93, Portland, OR, November 1993, IEEE Press
- [5] 山崎裕之、吉田正廣、岩宮敏幸、Gregory Coussement, Bruno Troff, Juliette Ryan, Paul Sagaut : DNSコードの並列ベクトル化とその性能評価。第15回航空機計算空気力学シンポジウム論文集、to Appear

# 新しい遷音速翼型設計法

小林 修、谷 泰寛\*<sup>1</sup>、天野 完一、平原 誠\*<sup>2</sup>

## A New Transonic Airfoil Design Method

by

Osamu Kobayashi, Yasuhiro Tani\*<sup>1</sup>, Kanichi Amano, Makoto Hirahara\*<sup>2</sup>

### ABSTRACT

A new airfoil design method was developed to improve the performance at transonic high lift condition. The main concept of the method is based on the relation between pressure difference across the shock wave and criteria for boundary-layer separation, and an inverse method is also incorporated to realize the designed pressure distribution. An airfoil was designed using this method for transonic transport wing to realize the transonic high lift performance. In this report the application of new airfoil designed here using new transonic method to 3-D wing design was conducted.

#### 1. はじめに

遷音速輸送機の主翼設計にあたっては、バフエット限界を高く設定することが可能になり、巡航 $C_L$ を高く設定することが可能となれば、抵抗及び重量の低減につながるものと期待されている。

本研究では、遷音速域において衝撃波により引き起こされる境界層剥離限界を拡大し、高 $Cl$ 域での飛行を可能にすることを目的とした翼型設計法の開発を行った。本設計法では、遷音速域において翼上面に発生する衝撃波強さとそれに起因する境界層剥離の関係に着目して圧力分布を設計し、逆解法を用いて形状の実現を図っている。

本手法を用いて、遷音速輸送機の主翼形状設計への適用を試みたので、その結果についても報告する。

#### 2. 遷音速高 $Cl$ 翼型設計手法

##### 2.1 設計コンセプト

##### (1) 従来の翼型設計法との違い

従来の設計では、巡航点を設計点として翼型設計を行った後、オフデザイン点での性能を検討し、必要に応じて巡航点での設計に修正を加えるという方法がとられている。これに対し、本設計法では、境界層の剥離限界点を設計点として翼型設計を行った後、巡航点での性能を確認するという手順をとっている。設計マッハ数でみれば、従来の方法が巡航マッハ数で設定するのに対して、新しい方法では $M_{DD}$ で設定することになる。

この設計点の狙いは、確保したい $M_{DD}$ に対応する設計マッハ数で、剥離を生じず、かつ高 $Cl$ を得られるような圧力分布を設計することによって、境界層の剥離限界を拡大しつつ高 $Cl$ を実現することにある。また、オフデザイン点における性能確認に関しては、従来の方法が巡航点における設計と修正を繰り返す必要があるのに対し、今回の方法は、境界層の剥離に対して厳しい条件で設計し、ゆるい巡航条件で性能確認をするため修正の繰り返しが少なく済むことが期待される。

以上の設計点とオフデザイン点の関係を図1に示す。

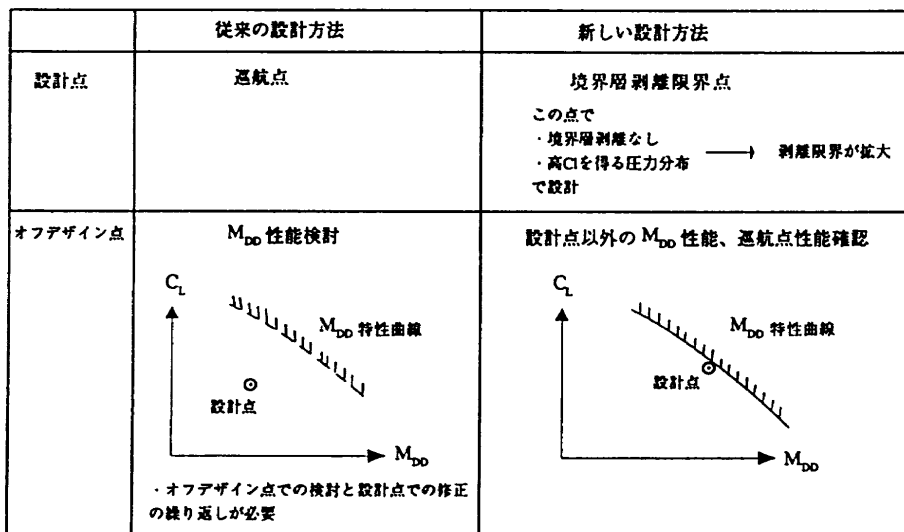


図1 設計コンセプト

\*<sup>1</sup>富士重工業株式会社 Fuji Heavy Industries LTD.

\*<sup>2</sup>日本航空機開発協会 Japan Aircraft Development Corporation

## (2) 境界層剥離限界 Cunningham's Criteria

剥離を生じず、かつ、高CIを得られるような圧力分布を設計するために、以下に示すような、翼面上境界層が剥離を生じないという衝撃波強さに関する Cunningham's Criteria を採用した。

この Criteria を採用したのは、圧縮性の影響による抵抗増加が始まっているが、未だ衝撃波後方での流れの剥離による抵抗増加は始まっていない状態を  $M_{DD}$  開始直前と理解して、この点を本設計手法では設計点とすることによるためである。

### 衝撃波強さに関する Cunningham's Criteria

参考文献 [1] において、衝撃波により引き起こされる境界層の剥離現象について、数種類の翼型及び条件のもとで実施された風洞試験結果がまとめられている。その結果によると、境界層剥離限界における衝撃波強さは、図 2 に示す以下のパラメータ

- $\delta_{tec}$  : 後縁でのキャンパーラインの勾配
- $c/R$  : 上面クレスト位置での曲率 ( $c$  で無次元化)
- $\langle Cp \rangle$  : 衝撃波での  $C_p$  変化量

を用いて整理すると、

$$\langle Cp \rangle^* = \langle Cp \rangle / [c/R + \delta_{tec}]^{2/3} = 0.88$$

となることが示されている。

したがって、目標となる  $M_{DD}$  点において、衝撃波前後の圧力差及び翼型形状がこの条件を満たすように設計することにより、それ以下のマッハ数、CI の条件においては、衝撃波による境界層剥離が生じないこととなる。その結果、設計マッハ数を  $M_{DD}$  として確保することが可能になると考えられる。

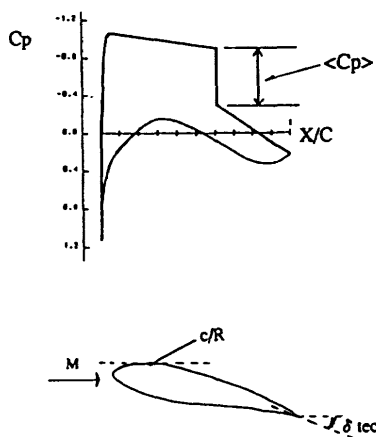


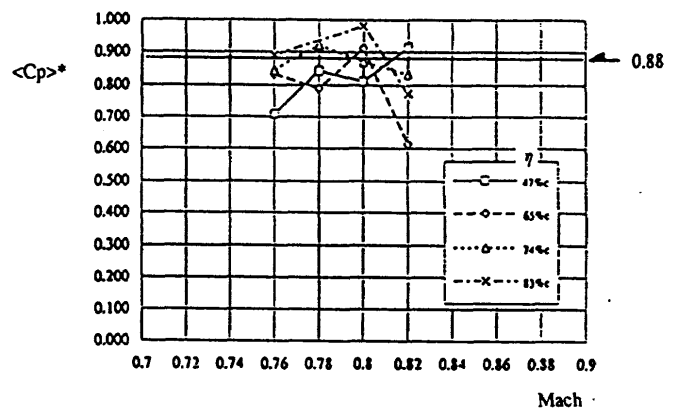
図 2 衝撃波強さに関する Cunningham's Criteria

### Cunningham's Criteria の風洞試験による確認

本 Criteria を実験的に確認するために、風洞試験を実施した。供試体としては YSX 試験研究の中で検討された翼の 1 つである YSX 候補翼翼型形状を用い、FHI 高速風洞においてマッハ数 0.6~0.86、迎角 -2~10deg の条件の下で表面圧力分布の非定常計測を行った。

主翼スパン方向 4 断面で測定された  $C_p$  分布結果を基に、

翼型の geometry 効果を含む衝撃波強さ  $\langle Cp \rangle^*$  を計算すると、図 3 に示すように、ほぼ 0.88 付近に存在する結果が得られた。これより、本 Criteria が翼型設計に適用可能であることが実験的にも確認されたといえる。



修正衝撃波強さ  $\langle Cp \rangle^*$  のマッハ数変化

図 3 風洞試験結果

## 2.2 設計の流れ

翼型設計は、以下に示すように、設計圧力分布を設定し、遷音速翼型逆解法によりそれを実現するような翼型形状を得る手法を用いる。

翼型設計の流れを図 4 に示す。

### (1) 設計圧力分布の設定

翼上面の衝撃波位置をパラメータとし、衝撃波の強さには Cunningham's Criteria を適用し、翼面上の各領域における圧力分布パターン（衝撃波上流の圧力分布形状、衝撃波下流の圧力回復形状、翼下面の圧力分布形状など）を組み合わせることで設計圧力分布の設定を行う。（圧力分布の設定に関しては 3.2 項に詳述する。）

### (2) 遷音速翼型逆解法

以下の基礎方程式に基づく順逆交互反復法である遷音速翼型逆解法により、翼型設計を行う。

- ・非粘性圧縮完全ポテンシャル方程式
- ・Nash-Macdonald の乱流境界層方程式

ただし、Cunningham's Criteria には翼型の geometry 効果（翼型後縁でのキャンパーラインの勾配  $\delta_{tec}$ 、翼上面クレスト位置での曲率  $c/R$ ）が含まれるため、この設計段階において本 Criteria を満たすためのイタレーション計算を行う。

得られた翼型に対しては、後縁の厚みが実用的なものであるか、また衝撃波位置で境界層剥離が生じていないか等のチェックを行い、実用性に欠ける場合には、パラメータである衝撃波の存在位置を設定し直して、再設計を行う。

なお、本設計で利用される境界層計算手法は、境界層積分方程式を基礎方程式としており、境界層の剥離状態の判定は次式で表わされる剥離パラメータSEPによって行われる。

$$SEP = -\Theta / u_e \cdot du_e / ds$$

$\Theta$  : 運動量厚

$u_e$  : 境界層のedgeにおける速度

$s$  : 翼表面に沿った距離

そこで、翼型設計においては、この剥離パラメータSEPを用い、参考文献 [1] の実験データと照らし合わせて後縁剥離の有無を判定する。

### (3) 翼型性能解析

(2) で設計された翼型に対して、遷音速翼型逆解法と同一の基礎方程式に基づく翼型解析計算手法 (Garabedian-Kornコード) を用いて  $M_{DD}$  性能に関する解析を行い、設計目標である高  $Cl$  性能が実現されたか否かの確認を行う。

また、オフデザイン点である巡航点における性能 (圧力分布、抵抗値) の確認を行う。

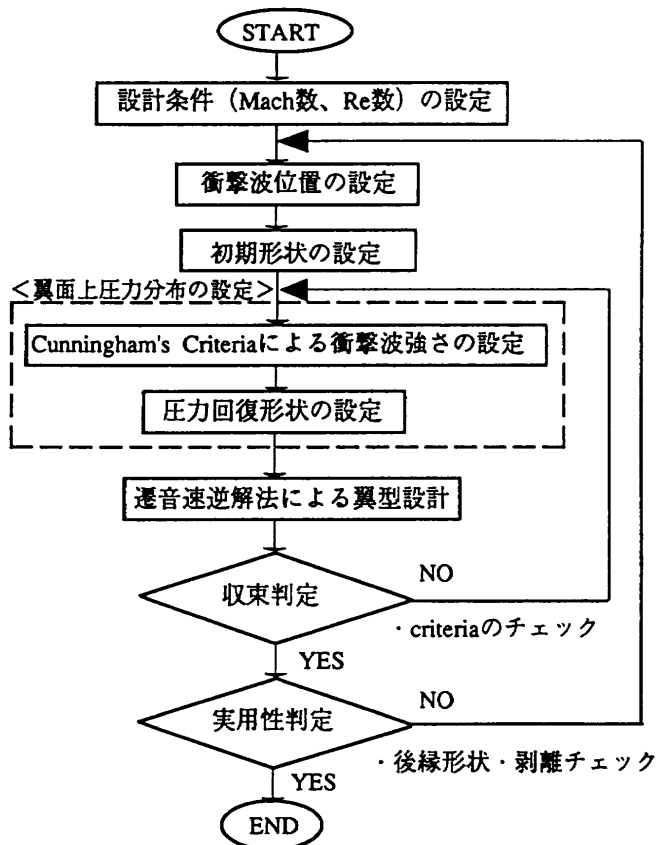


図4 翼型設計の流れ

### 3. 遷音速高 $C_L$ 翼型設計

前項で述べた設計手順にしたがって、2次元翼型の設計を行なった。

#### 3.1 翼型設計条件

##### (1) 設計断面

設計断面位置は、図5に示すように、YSX候補翼の主翼平面形と巡航  $C_L=0.5$  を基に楕円型の揚力分布を仮定した場合の最大  $Cl$  をとるスパン位置  $\eta=0.74$  とし、40%  $c$  弦長線 (後退角  $24.4^\circ$ ) に直角な断面を設計断面と設定した。

##### (2) 設計目標

設計目標は、比較の対象としてYSX候補翼の本翼型設計位置に対応する断面を考えて、YSX候補翼と同等の  $t/c$  ・巡航状態における抵抗値及び  $M_{DD}$  性能を保ちつつ、YSX候補翼の巡航  $C_L=0.5$  を上回る  $Cl$  を持つ翼型を設計することを目標とする。

##### (3) 設計点

本手法における翼型設計は、境界層の剥離限界で行うので、設計マッハ数がほぼ  $M_{DD}$  と設定できる。そこで、YSX候補翼と同程度の  $M_{DD}$  性能を保つために、設計マッハ数は、YSX候補翼の  $M_{DD}$  点を2次元換算した値に設定した。

また、揚力係数としては、YSX候補翼の巡航  $C_L=0.5$  及び平面形で楕円近似した場合の最大  $Cl$  を2次元換算した値を上回ることを設計目標とする。すなわち、従来の設計手法により設計された翼型と比較して、本設計手法を用いた場合に高い性能 (高  $C_L$ ) を得ることを目標とする。

以上をまとめると、翼型設計条件は以下になる。

マッハ数	: $M = 0.73$
レイノルズ数	: $Re = 10 \text{ million}$
目標揚力係数	: $Cl = 0.814$ 以上
翼厚比	: $10.8\%$

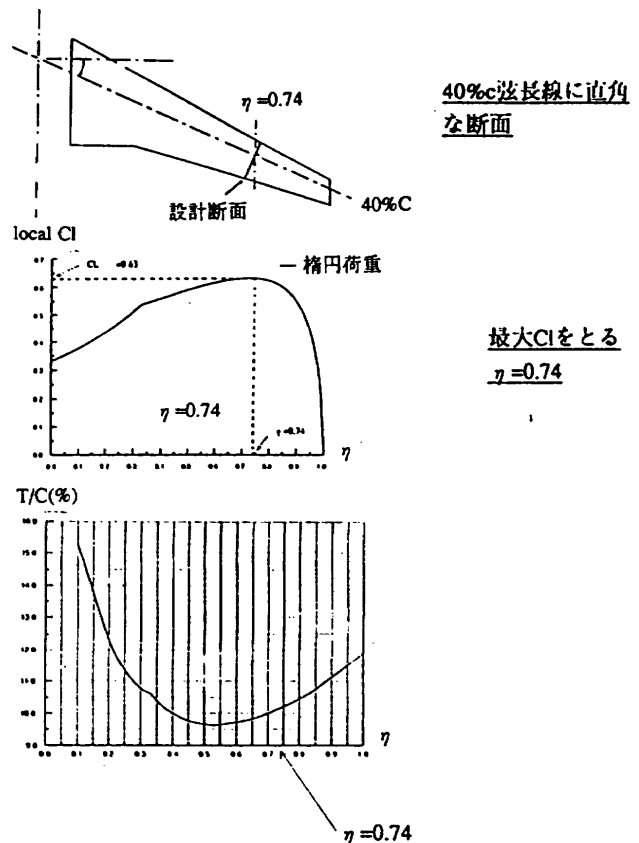


図5 翼型設計条件

### 3.2 圧力分布の設計

圧力分布の設定にあたっては、衝撃波強さはCunningham's Criteriaが適用されるが、それ以外については、様々な圧力分布形状の設定が考えられる。

まず、衝撃波下流の圧力回復領域には、以下に示す、“Stratford型”（参考文献[2]）の他、“直線型”、“上に凸型”の3タイプを設定した（図6）。

#### Stratford型の圧力回復

参考文献[2]に示されるStratford圧力回復においては、境界層剥離を生じさせない限界の圧力分布は以下の式で表される。

$$C_p(\sigma/\sigma_0) = 0.49 \{ (Re\sigma_0)^{1/5} [(\sigma/\sigma_0)^{1/5} - 1] \}^{1/3}, \quad C_p \leq 4/7$$

$$C_p(\sigma/\sigma_0) = 1 - a/[(\sigma/\sigma_0) + b]^{1/2}, \quad C_p \geq 4/7$$

ここで

- $C_p$  : 圧力係数  $(= (p - p_0) / (1/2 \rho v_0^2))$   
 $p$  : 静圧  
 $p_0$  : constant pressure 域の静圧  
 $\rho$  : 密度  
 $v_0$  : constant pressure 域の速度  
 $\sigma$  : 圧力回復域における位置  
 $\sigma_0$  : constant pressure 域の長さ  
 $Re\sigma_0$  : レイノルズ数  $(= v_0 \sigma_0 / \nu)$   
 $\nu$  : 動粘性係数  
 $a, b$  :  $C_p = 4/7$  において上の2つの関係式の  $C_p$  及び  $dC_p/d\sigma$  が一致するように決まる定数

この圧力分布を、設計  $M_{DD}$  点において、衝撃波下流～後縁位置に適用すると、後縁付近での境界層剥離が抑えられた圧力分布が実現されると考えられる。

#### 直線型の圧力回復

$$C_p = (C_{p_{TE}} - C_{p_2}) / (1.0 - X_s)(X - X_s) + C_{p_2}$$

#### 上に凸型の圧力回復

$$C_p = AX_s^3 + BX_s^2 + CX_s + D$$

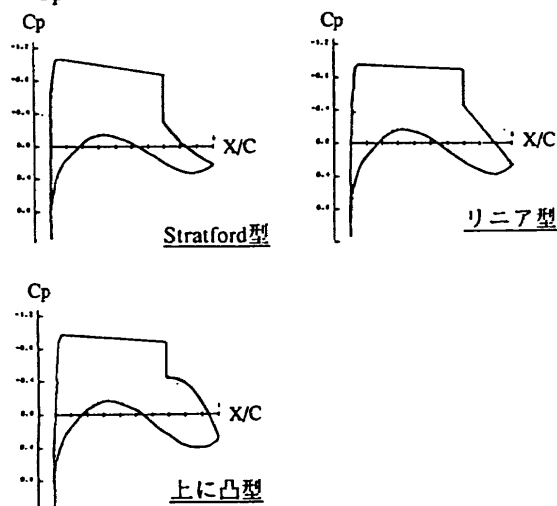


図6 衝撃波下流の圧力分布設定

また、これ以外の翼面上領域における圧力分布としては、衝撃波上流の分布として、ルーフトップ型、ピーキー型、下面の分布として、リアローディング型などが考えられる。

これらの組み合わせのうち、高CI特性を実現するために必要な圧力分布の組み合わせとして、図7に示すような5種類のタイプ（以下タイプA～Eと呼ぶ）の圧力分布を設定し、翼型の設計を行った。

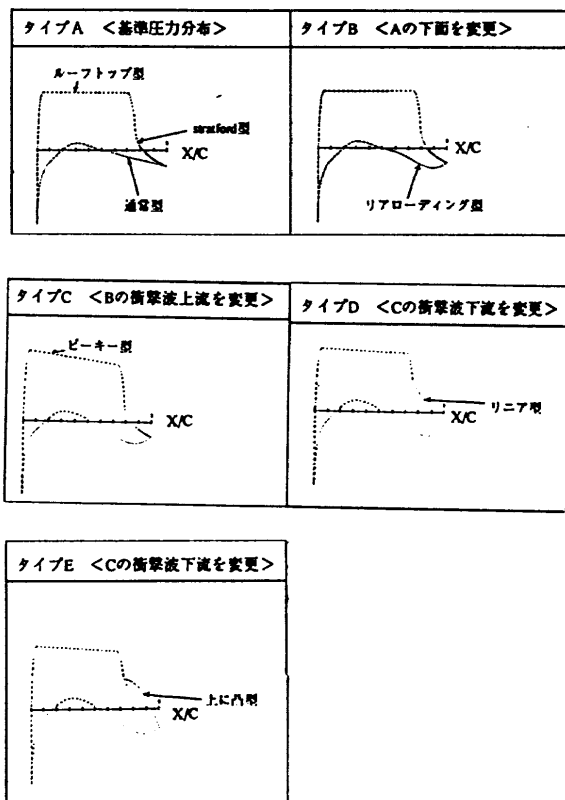


図7 設計圧力分布

### 3.3 設計結果

#### (1) 翼型及び性能評価

前項で設定した各タイプの圧力分布に対して、設計された翼型とその性能評価を図8に示す。

タイプAとタイプBの圧力分布の特徴としては、衝撃波上流は双方ともルーフトップ型だが、タイプBの場合には、下面がリアローディング型になっている点が異なる。各圧力分布に対し、それぞれ  $X_s/C = 0.76, 0.79$  の衝撃波位置で実用的翼型が得られるが、CIはいずれも目標値0.814には達していないことがわかる。

タイプC～タイプEの圧力分布の特徴としては、衝撃波上流はピーキー型、下面分布はリアローディング型であるが、圧力回復形状が異なっている。各圧力分布に対し、 $X_s/C = 0.78, 0.76, 0.73$  の衝撃波位置で実用的翼型が得られるが、これらのタイプでは目標値0.814を上回る揚力係数が得られていることがわかる。なかでも、タイプCにおいて、CI最大となる翼型が設計された。

	タイプA	タイプB	タイプC	タイプD	タイプE
設計圧力分布					
翼型					
Cl	0.7208 (目標値に不足)	0.7782 (目標値に不足)	0.840	0.829	0.824
評価	×	×	○	○	○

図8 翼型設計結果

(2)  $M_{DD}$  性能

上記のうち、目標Clが得られたタイプC～タイプEの翼型を対象として、図9に $M_{DD}$ 性能の比較を示す。

図中に合わせて示したYSX候補翼型に比較して、 $M_{DD}$ 限界が高Cl域側に拡大したことがわかる。また、3タイプとも特に高Cl域では、Cunningham's Criteriaによる設計効果が現われていること、3タイプのなかでは、タイプC (Stratford型) の翼型が最も広い $M_{DD}$ 限界をもつことがわかる。

## (3) 巡航点での性能確認

次にオフデザイン点として、巡航点における性能の確認を行う。タイプC～タイプEの翼型について、巡航圧力分布、抵抗値Cd及び、低速性能を考慮しCpの前縁ピーク値等の検討を行った。

その結果を図10に示すが、いずれも性能的に問題はなく、境界層剥離限界点を設計点とする設計手法により、巡航状態においても妥当な圧力分布/性能が得られた。

また、今回の設計では、従来の設計法で行われているような設計点とオフデザイン点での設計修正の繰り返し

は、特に必要とはならず、設計コンセプトが正しいことが確認された。さらに、この新しい設計手法が広範囲に成立することの確認が求められる。

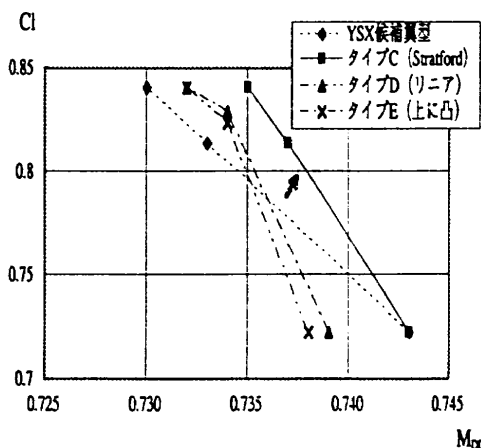
## 4. 3次元主翼設計

前項で設計されたタイプCの遷音速高Cl翼型を基本翼型として3次元展開し、遷音速高 $C_L$ 翼の設計を行った。設計にあたっては、3次元翼解析ツールとして3次元ポテンシャル流解析プログラムであるFLO22を使用した。

## 4.1 設計条件と設計手順

設計条件としては、翼型設計時に使用した設計条件を3次元に換算して、以下のように設定した。

- ・主翼平面形、上反角、スパン方向の翼厚比分布はYSX候補翼と同一
- ・設計マッハ数  $M=0.803$  (翼型設計 $M=0.73$ を3次元換算)
- ・設計揚力係数  $C_L=0.507$  (翼型設計 $Cl=0.840$ を3次元換算)

図9  $M_{DD}$  性能の比較

	タイプC	タイプD	タイプE
巡航圧力分布 ( $M=0.71$ )			
Cd	$Cl=0.840$ で、0.0106 (YSX候補翼以下)	$Cl=0.829$ で、0.0100 (YSX候補翼以下)	$Cl=0.824$ で、0.0099 (YSX候補翼以下)
Cppeak	-1.19 (YSX候補翼以下)	-1.07 (YSX候補翼以下)	-1.09 (YSX候補翼以下)
評価	○	○	○

図10 巡航点における性能



また、主翼設計の流れを図11に示す。

3次元翼の設計にあたっては、主翼各断面が2次元高CL翼型で得られた特性を保っていることが必要である。そのため、翼根位置から翼端位置までの複数の断面において、設計した翼型と同タイプの圧力分布形状となるように断面形状を設計する。(今回は、 $\eta=0.1$ (翼根付近)、 $\eta=0.33$ (キंक付近)、 $\eta=0.94$ (翼端付近)の3断面に対して行った。)

次に、この翼型分布に対してねじり分布を調整することにより、翼幅方向の荷重分布を設定する。

以上により設計された翼に対して性能解析を行い、高 $C_L$ 特性の実現性について検討を行った。

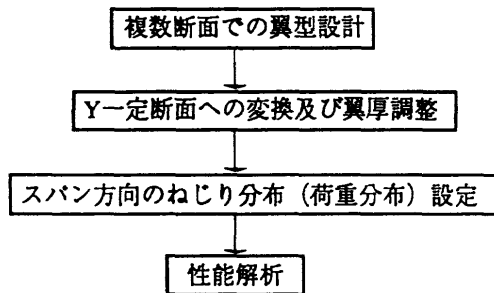


図11 主翼設計手順

#### 4.2 設計結果

##### (1) 主翼設計結果

揚力分布のパターンとして、誘導抵抗最小を目指した楕円型の分布をもつ主翼(以下、'設計主翼1'と呼ぶ。)、並びに、YSX候補翼と同様に翼幅方向中央部の揚力を抑えた形の分布をもつ主翼(以下、'設計主翼2'と呼ぶ。)の2タイプの主翼について設計を行った。

各翼に対するねじり分布、揚力分布、及び3次元圧力分布を図12に示す。3次元圧力分布としては、高 $C_L$ 特性を有する翼型の特性を失わないような形状が得られていることがわかる。

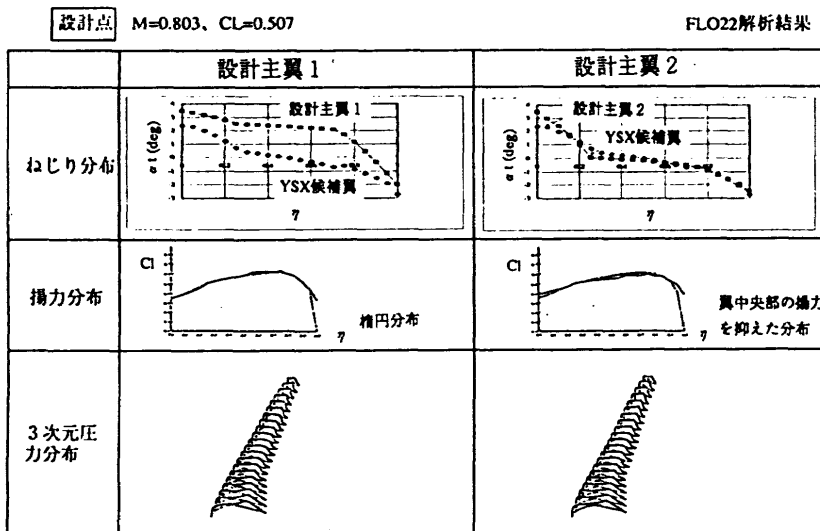


図12 3次元翼設計結果

##### (2) 性能評価

(1)で得られた2つの主翼に対する $M_{DD}$ 性能の比較を図13に示す。設計主翼1、設計主翼2ともに、YSX候補翼の巡航点に対する $M_{DD}$ 限界は劣るが、 $C_L$ 限界までの余裕は増加していることがわかる。

また、拡大した $M_{DD}$ 限界に対応して、巡航 $C_D$ をYSX候補翼の巡航 $C_L(=0.50)$ における $C_D$ と同程度( $C_D=0.0130$ )に保ちつつ、各翼に対して巡航点を設定した。その結果、設計主翼1の場合には、 $C_L=0.537$ 、設計主翼2の場合には、 $C_L=0.541$ となり、境界層剥離限界の拡大による高 $C_L$ 翼設計の観点からみると、高 $C_L$ 特性が実現されていることがわかる。

#### 5. まとめ

- ・本研究において、巡航点を設計点とする従来の翼型設計法とは異なり、境界層剥離限界点を設計点とする新しい翼型設計法の開発を行った。
- ・本設計法を用い、境界層剥離限界衝撃波強さにCunningham's Criteria、衝撃波下流の圧力回復領域にStratford型、リニア型、上に凸型の圧力形状を用いたときの設定を行うことにより、従来の設計法のように設計点とオフデザイン点での検討を繰り返す必要なく、 $M_{DD}$ 限界を高めた、高 $C_L$ 特性を有する翼型が得られた。

#### 6. 参考文献

- [1] Cunningham, A. M. Jr. ; and Spragle, G. S. : "Constant-Shock-Jump  $C_p$  for Shock-Induced Trailing-Edge Separation," NASA Contractor Report 4090
- [2] Liebeck, R. H. : "A Class of Airfoils Designed for High Lift in Incompressible Flow," J. Aircraft, Vol.10, No.10, 1973.

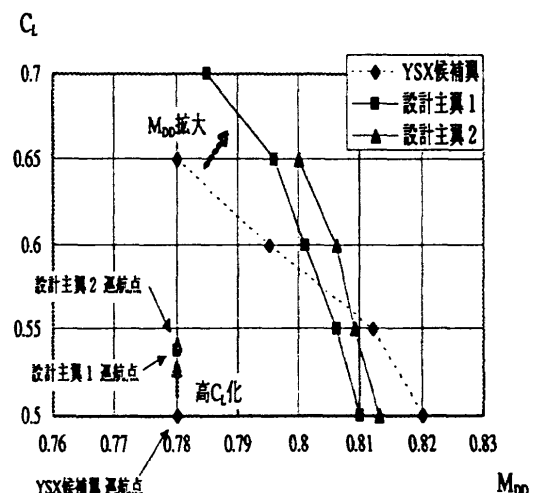


図13  $M_{DD}$ 性能の比較

# 翼型まわりの粘性流の数値計算について

松野謙一<sup>1</sup>、中川雄策<sup>1</sup>、廣瀬隆司<sup>1</sup>、柳原淳<sup>1</sup>、里深信行<sup>1</sup>

Approaches to Efficient Numerical Computations for Flow around an Airfoil

by

K.Matsuno<sup>1</sup>, Y. Nakagawa<sup>1</sup>, T.Hirose<sup>1</sup>, J.Yanagihara<sup>1</sup>, and N.Satofuka<sup>1</sup>

## Abstract

This paper describes four results of CFD approaches on the analysis of flow around an airfoil: a new upwind formulation for hyperbolic grid generation, the Euler/Navier-Stokes zonal-hybrid approach for efficient transonic airfoil computation, and MAC computation of a multi-element airfoil flow. The first result is the new formulation on hyperbolic grid generation method. We introduce the upwind formulation with the MUSCL-type high-order interpolation technique for the hyperbolic grid generation. It is shown that the method can generate a grid of excellent orthogonality and robustness without any user-specified dumping parameters. The favorable effect of the grid orthogonality on the convergence rate of the iterative method is demonstrated using numerical computations of transonic airfoil flows as the second result. To save cpu time, the Euler/Navier-Stokes zonal hybrid method is used. In the present approach, the minimum region where the flow has to be treated as viscous flow is investigated. The final approach is the computation of incompressible flow around the multi-element airfoil. The MAC method described in general curvilinear coordinates is applied with special treatment of solid boundary condition.

## 1. 緒言

翼型周りの二次元流れに関する数値計算は、現在まで様々な方法が試みられてきた。現在では、付着流はもとより剥離があっても局所に限られる場合には、広いレイノルズ数の範囲で、実験結果と非常に良く合う結果が得られ、設計ツールとして使えるようになってきている。大きな剥離流に関しては、乱流モデルの問題があり未解決と言っても良いであろう。この問題を除けば、現在では如何に効率よく計算を行うか、また、如何に計算精度を上げるかが、二次元翼型流れ計算の改良および発展の主目的といっても過言ではなからう。

本論文においては、翼型まわりの二次元流に対する数値計算について、我々の最近のアプローチの中から4つを取り上げ概説する。まず、数値計算に必要な構造格子生成法について、直交格子を効率よく生成する方法として、新しい双曲型格子生成法を述べる。次に、生成された格子の直交性が、スキームの収束性および計算精度にどのように影響するのかを、数値実験により検証した結果について述べる。また、計算の効率化の面から、流れの領域を粘性の強い領域と、非粘性と見なせる領域とに分け、それぞれにナビエ・ストークス方程式およびオイラー方程式を適用することにより計算の効率化を図ったゾナルハイブリッド法による計算についての結果を述べる。一方、二次元複雑形状に関する計算例として、高揚力装置まわりの流れの計算を試みる。本稿では、一般座標表示のMAC法を用いた非圧縮性流れの数値計算を行う。

## 2. 双曲型格子形成法<sup>1)</sup>

翼型まわりの流れ場に代表される外部流は、一般に、計算の遠方外側境界はその位置を厳密に指定する必要がな

く、計算がカバーする大まかな領域の大きさが満足されていれば十分な場合が殆どである。このような領域に格子を形成する場合、格子網の直交性を陽に指定した方程式に基づき、翼型表面格子を初期格子として外側遠方境界に向かって前進的に格子を生成するタイプの双曲型格子形成法が、効率と格子直交性において優れている。ここでは、格子形成のための方程式が、準線形の波動方程式と同様の双曲型偏微分方程式で表わされていることに着目し、移流項に、係数行列の固有値の符号に対応した風上型の差分を適用し、安定の為の散逸項を陽に指定する必要のないいわゆるパラメータフリーの双曲型格子形成法を提案し、いくつかの格子形成例を示す。特に、minmod リミターを併用した MUSCL 型の内捜法を風上差分に適用することにより、直交性に非常に優れた格子を形成することが可能となった。

### 2. 1 双曲型格子形成方程式

いま、 $\mathbf{r} = (x, y)^T$  を格子点の位置ベクトル、 $\xi$  および  $\eta$  を物体適合一般曲線座標系とすると、位置ベクトルの偏微分  $\mathbf{r}_\xi$  および  $\mathbf{r}_\eta$  は、それぞれその点における  $\xi$  および  $\eta$  方向の接線ベクトルを表わす。本稿では、格子点  $\mathbf{r}_{i,j} = (x_{i,j}, y_{i,j})$  を決定する条件として格子線の直交条件と格子幅に対応する格子セル面積を指定する。いま、 $\eta(j)$ -方向をマーチングの方向とすると、 $\xi$ - $\eta$  格子線の直交条件と、格子セル面積を指定する式は次のように表わされる。

$$\mathbf{r}_\xi \cdot \mathbf{r}_\eta = 0, \quad |\mathbf{r}_\xi \times \mathbf{r}_\eta| = A \quad (1)$$

式(1)に $\nu$ を反復添え字としてニュートン型の線形化を施すと次式を得る。

$$P\mathbf{r}_\eta^{\nu+1} + Q\mathbf{r}_\xi^{\nu+1} = \mathbf{g} \quad (2)$$

ここに、 $\mathbf{g}$  は  $\eta$  方向の格子幅を制御するパラメータ  $A$  を含んだ項であり、 $P$  および  $Q$  は格子点において評価されるメトリクスを含む  $2 \times 2$  の正方行列である。いま、 $|P^{-1}| \neq 0$

<sup>1</sup> 京都工芸繊維大学工学部機械システム工学科  
606 京都市左京区松ヶ崎御所海道町

であるから上式は次のように書き換えられる。

$$\mathbf{r}_\eta^{\nu+1} + \tilde{\mathbf{Q}}\mathbf{r}_\xi^{\nu+1} = P^{-1}\mathbf{g} \quad (3)$$

ここで  $\tilde{\mathbf{Q}} = P^{-1}\mathbf{Q}$  であり、対称行列であることが証明されるので、 $\eta$ -方向のマーチングに関して双曲型である。また、 $\tilde{\mathbf{Q}}$  は、相異なる2つの固有値をもち、それらは、それぞれ

$$\pm \sqrt{\frac{|\mathbf{r}_\eta|^2}{|\mathbf{r}_\xi|^2}} \quad (4)$$

である。

式 (3) に対し、 $\eta$ -微分に対しては後退差分を適用する。一方、 $\xi$ -方向微分に対しては固有値の符号に対応して、風上型の差分を適用すると人工散逸項が不要で、安定かつロバストな格子形成法が構成できる。ただし、一次精度風上差分近似は、単調性が保証されるものの、打ち切り誤差による散逸性が大きく結果として直交性に欠けた格子が形成される可能性が多い。ここでは、格子に滑らかさが欠ける(振動する)、あるいは、特性線のぶつかりによる不連続解に対応する(格子線が交叉する)領域にのみ一次精度に自動的に変わるように MUSCL 型の高次精度風上差分に minmod-リミターを組み合わせた方法を用いて離散近似する。いま、 $\tilde{\mathbf{Q}}$  を正および負の固有値のみしか持たない行列の和に分解し、

$$\tilde{\mathbf{Q}} = \tilde{\mathbf{Q}}^+ + \tilde{\mathbf{Q}}^- \quad (5)$$

それぞれに対し風上型差分を適用すると式 (3) は、次のようになる。いま、 $\delta\mathbf{r} = \mathbf{r}^{\nu+1} - \mathbf{r}^\nu$  とすると、

$$(I + \tilde{\mathbf{Q}}^+\nabla_\xi + \tilde{\mathbf{Q}}^-\Delta_\xi)^\nu \delta\mathbf{r}_{i,j} \quad (6)$$

$$= P^{-1}\mathbf{g} - (\tilde{\mathbf{Q}}^+\mathbf{r}_\xi^- + \tilde{\mathbf{Q}}^-\mathbf{r}_\xi^+)^\nu \quad (7)$$

ここに、左辺側の  $\nabla_\xi$  および  $\Delta_\xi$  はそれぞれ一次精度の風上差分演算子であり、こうすることにより代数方程式が三項方程式となるようにする。一方、右辺側は MUSCL 型の高次精度風上差分を適用する。上式の右辺の括弧内の各項は、

$$\tilde{\mathbf{Q}}^+\mathbf{r}_\xi^- = \tilde{\mathbf{Q}}^+ \left( \mathbf{r}_{i+1/2,j+1}^- - \mathbf{r}_{i-1/2,j+1}^- \right), \quad (8)$$

$$\tilde{\mathbf{Q}}^-\mathbf{r}_\xi^+ = \tilde{\mathbf{Q}}^- \left( \mathbf{r}_{i+1/2,j+1}^+ - \mathbf{r}_{i-1/2,j+1}^+ \right), \quad (9)$$

ただし、

$$\mathbf{r}_{i+1/2}^+ = \mathbf{r}_{i+1} - \frac{1}{4} \left[ (1+\kappa)\overline{\nabla\mathbf{r}_{i+1}} + (1-\kappa)\overline{\Delta\mathbf{r}_{i+1}} \right],$$

$$\mathbf{r}_{i+1/2}^- = \mathbf{r}_i + \frac{1}{4} \left[ (1-\kappa)\overline{\nabla\mathbf{r}_i} + (1+\kappa)\overline{\Delta\mathbf{r}_i} \right],$$

$$\overline{\nabla\mathbf{r}_i} = \min\text{mod}(\nabla\mathbf{r}_i, b\Delta\mathbf{r}_i),$$

$$\overline{\Delta\mathbf{r}_i} = \min\text{mod}(\Delta\mathbf{r}_i, b\nabla\mathbf{r}_i),$$

$$\nabla\mathbf{r}_i = \mathbf{r}_i - \mathbf{r}_{i-1}, \quad \Delta\mathbf{r}_i = \mathbf{r}_{i+1} - \mathbf{r}_i, \quad b = \frac{3-\kappa}{1-\kappa}$$

と表わされる。なお、係数行列はすべて  $(\cdot)_{i,j+1}^{\nu=0}$  において評価されるものとする。また、右辺側風上差分の精度は3次 ( $\kappa = 1/3$ ) とする。

## 2.2 格子形成例

まず、式 (7) に高次風上型差分を適用した効果について一次精度の場合と高次精度の場合の比較を翼型まわりの格

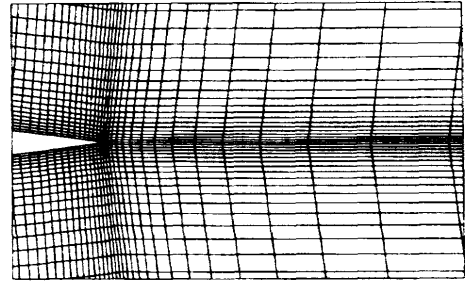


Figure 1: First-order upwind scheme.

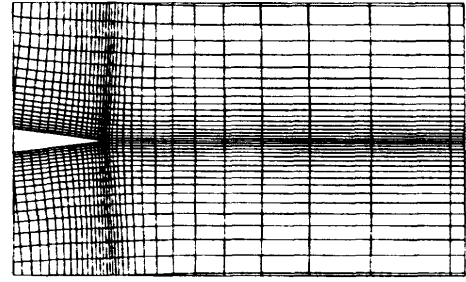


Figure 2: High-order upwind scheme.

子のウェーク部分について図1および2に示す。図に見られるように、一次精度風上差分の場合にはその大きすぎる散逸効果のため格子間隔は等間隔になるように働きその結果として格子の直交性が崩れていく。次に、複雑形状の場合の格子生成例として、スポイラ付きの翼型についての格子形成例を、スポイラ付近の拡大部分を図3に示す。

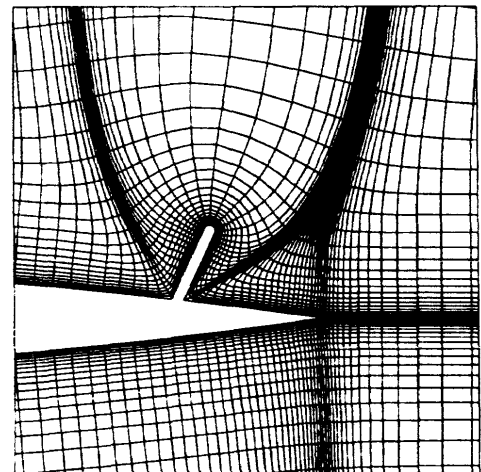
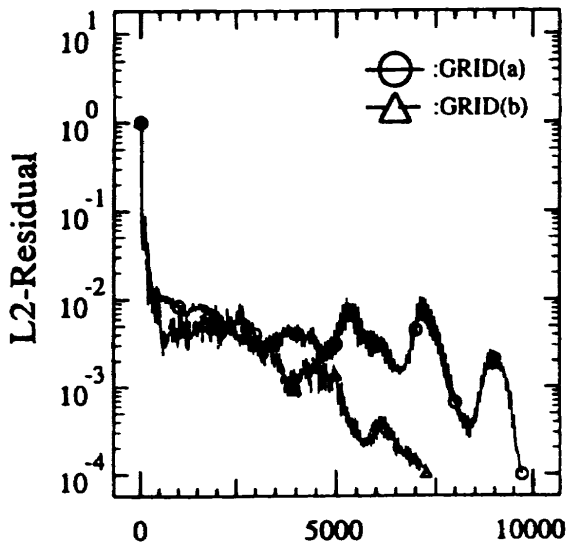


Figure 3: Grid around airfoil with spoiler.

## 3. 格子直交性と収束性<sup>2)</sup>

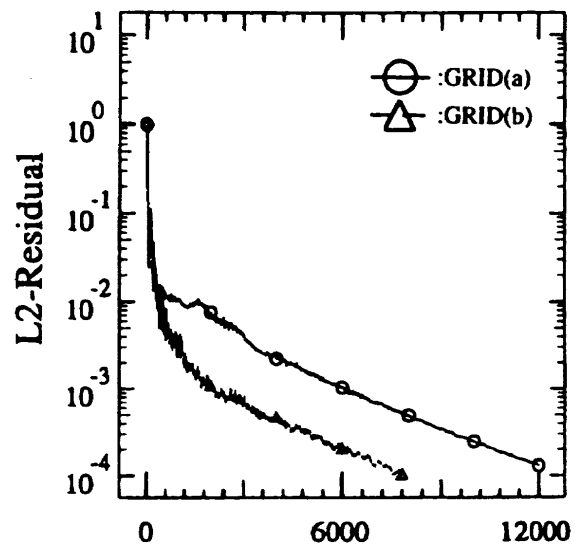
特にADI型の反復法を適用した場合、格子の直交性が反復計算の収束性に大きな影響を持つといわれている。ここではそのことを、上記の双曲型格子形成法で形成された直交性に優れた格子 (GRID(a):以下、直交格子と呼ぶ) と、楕円型格子形成法で形成した直交性に劣る格子



Number of Time Step

a) RRK

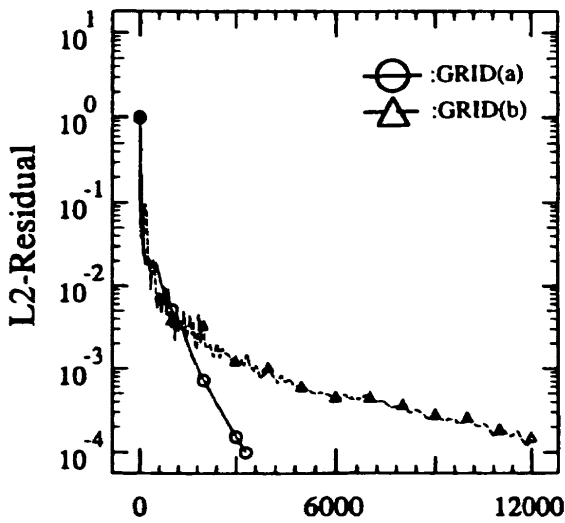
(GRID(a):CFL=1.2,GRID(b):CFL=1.2)



Number of Time Step

b) RRK + AVE

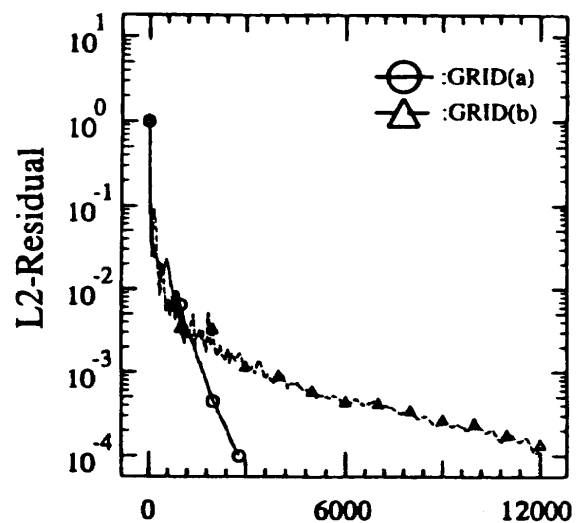
(GRID(a):CFL=1.0,GRID(b):CFL=1.0)



Number of Time Step

c) IAF

(GRID(a):CFL=3,GRID(b):CFL=0.5)



Number of Time Step

d) DIAF

(GRID(a):CFL=3,GRID(b):CFL=0.5)

Figure 6: Comparison of convergency history

(GRID(b):以下、非直交格子と呼ぶ)の2種類の格子を用い、NACA0012 翼型まわりの遷音速流を対象に、数値実験によって検証する。

計算領域は、翼弦長の20倍の大きさにとりその領域を覆うようにC型格子のトポロジーで、遠方境界の位置(前方、後方、上下方向夫々 $20C$ ,  $C$ :翼弦長)および形状、総格子点数( $240 \times 60$ )、翼型表面上の格子数(181)、最小格子幅( $3.3 \times 10^{-6}$ )等が、両格子で同一となるように形成した。なお、前述の双曲型格子形成法では、遠方境界の位置を陽に厳密に指定できないので、格子幅を制御するセル面積  $A$  の分布を試行錯誤により決定して、遠方境界位置がほぼ指定した位置にくるようにした。図4および5に翼型付近の夫々の格子の拡大図を示す。また、格子線の交差

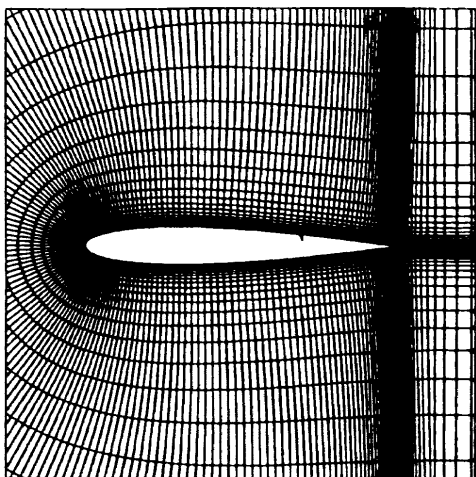


Figure 4: 直交格子 GRID(a)

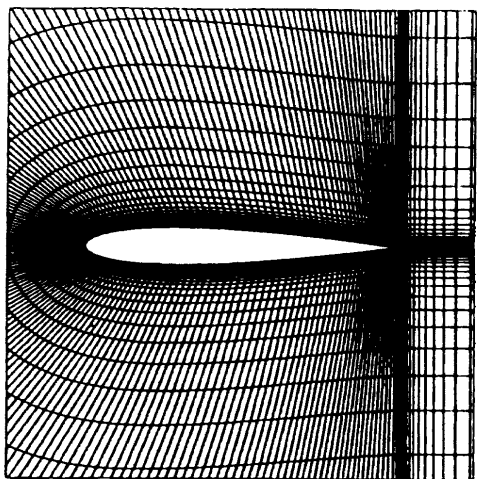


Figure 5: 非直交格子 GRID(b)

角度の平均値について、翼表面格子点および全体について夫々の平均値を表1に示す。

流れの計算条件は、一様流マッハ数 0.7、翼弦長基準レイノルズ数  $9.0 \times 10^6$ 、迎角  $1.49^\circ$ 、乱流遷移位置 5% 翼弦位置固定である。計算モデルは Baldwin-Lomax 乱流モデルを用いた、渦粘性表示の保存形完全ナビエ・ストークス方程式である。この方程式を、時間依存で定常解を求め、

陽的および陰的時間積分法夫々について、定常解への収束状況を比較した。空間方向の計算スキームは、流速の評価に、Roe の流束差分離法に minmod リミターを組み合わせた MUSCL 法による高精度化したものである。時間積分には陽解法として (a) 有理ルンゲ・クッタ法 (以下 RRK と略記)、(b) 有理ルンゲ・クッタ法に陰的残差平均法を併用 (以下 RRK+AVE と略記)、ADI 型の陰解法として (c) 近似因子分解法 (以下 IAF と略記)、(d) 対角化近似因子分解法 (以下 DIAF と略記) の4種類を用いた。ここでは純粋に収束履歴だけに着目し計算コストは考えないで比較する。結果を図6に示す。ただ一つだけの例ではあるが、ADI 型の陰解法では、直交格子のほうが最大クーラン数を大きく取ることができその分、収束性が良いことが図より読み取れる。

Table 1: 格子線の交差角度

	$\bar{\theta}$ (翼面上)	$\bar{\theta}$ (全領域)
直交格子	89.9°	89.1°
非直交格子	82.3°	81.2°

#### 4. 粘性・非粘性ゾーナルハイブリッド計算<sup>3)</sup>

遷音速翼型まわりの流れ場は、(フルポテンシャル+境界層)のアプローチでさえもかなりの精度で流れ場を計算することが可能である。流域をゾーンに分け、翼面近くはナビエ・ストークス計算をし、離れた領域はオイラー計算を行ういわゆるゾーナル計算は80年代中頃盛んに試みられた。ここでは再びこのアプローチに着目し、より効率の良い計算法を確立することを目的にしている。領域を粘性の強い領域と、非粘性近似できる領域の境界をどのようにして評価するかは、様々な基準が考えられる。ここでは、粘性・非粘性の領域分割を定量的に行う方法について、領域のエントロピー分布や渦度分布等に着目し、粘性・非粘性領域の分割とその影響を評価し、それを基に、ゾーナルハイブリッド計算を行った。

基礎方程式は、保存形表示オイラー/ナビエ・ストークス方程式である。

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} = \frac{1}{Re} \left\{ \frac{\partial E_v}{\partial x} + \frac{\partial F_v}{\partial y} \right\}. \quad (10)$$

翼表面近傍の粘性作用の無視できない領域は、ナビエ・ストークス領域として式(10)を省略しないで用いる。一方、それ以外の領域は、粘性の無視しうる領域であるとして、式(10)の右辺側を零と置いたオイラー方程式を用いる。式(10)に対する数値解法は、セル節点中心有限体積法である。非粘性流束の評価は Roe の近似リーマンソルバーに基づく流束差分離法を、粘性流束の評価はガラーキン型の離散化を適用し、それぞれ行った。時間積分はルンゲ・クッタ型の陽解法を用いた。

対象とした流れは、テスト計算によく用いられる RAE2822 翼型まわりの遷音速流である。計算条件は、一様流マッハ数 0.73、迎角  $\alpha = 2.64^\circ$ 、レイノルズ数  $Re_\infty = 6.5 \times 10^6$  である。計算格子は、ナビエ・ストークス用の格子を遠方境界を翼弦長の20倍にとって楕円型格子生成法によって生成しそれをもとに粘性・非粘性領域に分ける。両領域の接続部は格子点を共有するので内捜等の手続きは必要とし

ない。

まず全領域をナビエ・ストークス流として解き、それを基準解として遠方境界より翼に向かってオイラー/ナビエ・ストークス領域境界線を近づけていき、基準解との誤差を調べ、もっとも小さく取れる領域を持って領域分岐とする。なお、この操作は、格子ナンバー単位で行った。まず、格子系は図5に見られるようなC型のトポロジーを持つので、翼より放射状に出ている $\eta$ 方向格子インデックス $\eta_j$ について基準解とゾーナルハイブリッド解との誤差を調べた。結果を図7に示す。図横軸の距離 (Distance) は、翼面からの平均距離を表わす。図より 0.05 翼弦長迄を粘

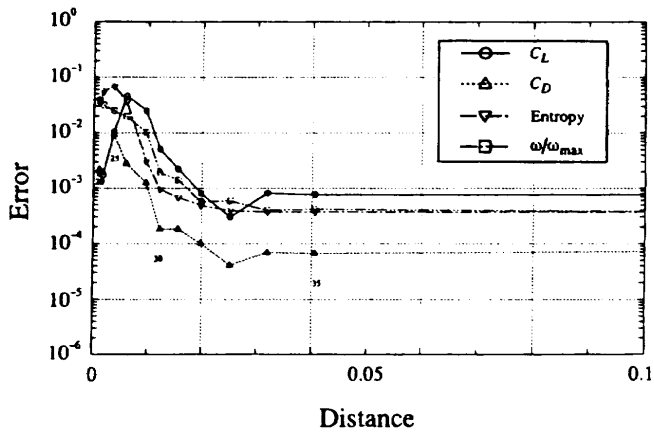


Figure 7: Difference between full NS and Euler/NS-hybrid solutions

性領域とすれば良いことがわかる。図8にその 0.05 翼弦長の領域分割境界を点線で示し、同時にその時のエントロピー等高線図を示す。同様の操作を伴流領域 ( $\xi_i$  方向) につ

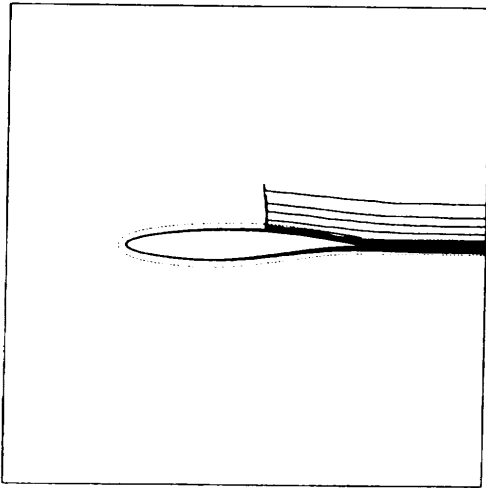


Figure 8: Euler/NS zonal boundary and entropy contours.

いても基準解との差を調べ最終的なゾーナル境界を決定した。図9に最終的なゾーナル境界を破線で示し、基準解 (実線) とゾーナルハイブリッド解 (一点鎖線) との比較を圧力の等高線図で示す。また、翼面上の圧力係数分布の実験値も含めた比較を図10に示す。以上の結果から、粘性領域は5%翼弦長程度の近傍までとれば十分であることがわかる。本論文では15%の計算時間の短縮が得られた。な

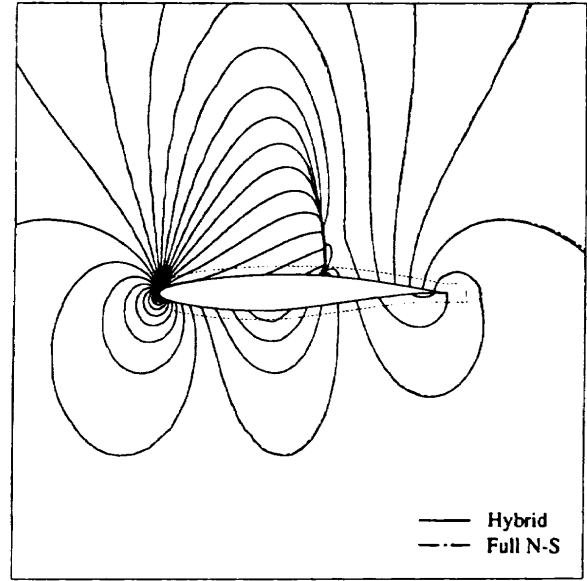


Figure 9: Euler/NS zonal boundary and comparison of the full NS and Euler/NS hybrid solutions

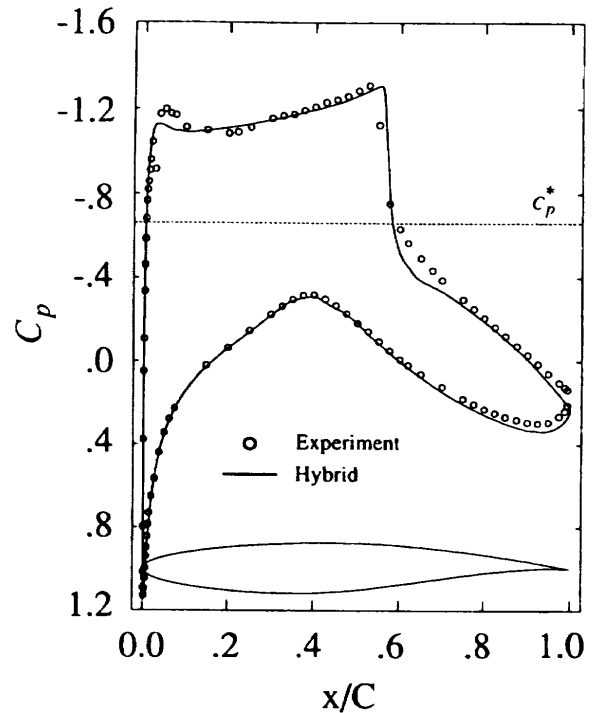


Figure 10: Comparison of  $C_p$  distributions.

お、オイラー領域の格子点を更に間引くことによって更なる計算時間の短縮が可能である。本報告ではナビエ・ストークスの格子をそのまま使っているのでもだ、無駄が多い。

#### 5. 多要素翼型まわりの非圧縮流計算<sup>4)</sup>

離着陸時における流れは基本的に非圧縮性流れであり、その数値シミュレーションは上述の遷音速流とは異なる計算上の困難さがある。多重連結のトポロジーを持つ多要素翼型まわりの流れをとく場合、基礎変数（速度および圧力）を未知数に選ぶのが後処理その他に直接的で都合が良い。非圧縮性流体の方程式の解法としては MAC 法がよく用いられる。基礎変数表示の MAC を一般座標に拡張する場合、反変速度についてスタaggerド格子を用いて定式化を行う。この場合、物体上の境界条件の扱いが厄介で、文献にも詳しく記述されていない。通常、物体内部に仮想格子を設けて境界条件を課しているようである。この場合物体の曲率半径や、物体近傍の格子線の曲率によっては、うまくいかないケースが生じることを経験している。ここでは、仮想格子を用いなくて片側差分を適用して境界条件を取り扱った。

ここで用いた非圧縮性流れの基礎方程式は、反変速度

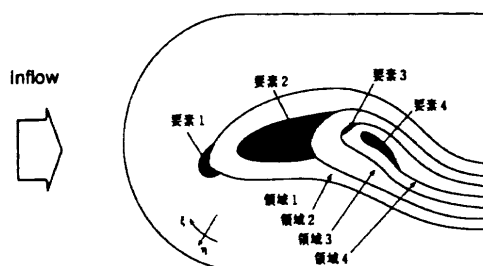


Figure 11: Mesh topology

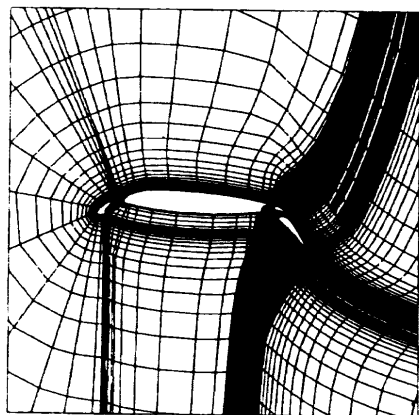


Figure 12: Grid for four-element airfoil

および圧力を従属変数として一般座標系で記述された連続の式とナビエ・ストークス方程式である。計算アルゴリズムは、通常の MAC 法による取り扱いを計算面で適用したものである。空間微分項の離散化には 2 次精度中心差分、時間積分には前進オイラー法を適用する。また、ポアソン方程式の解法には逐次過緩和法を適用した。

ここでは 4 要素の多要素翼まわりの粘性流に付いて計算を行った。なお、格子は図 11 に示すような C 字型の格子を適用した。翼型付近の格子を図 12 に示す。

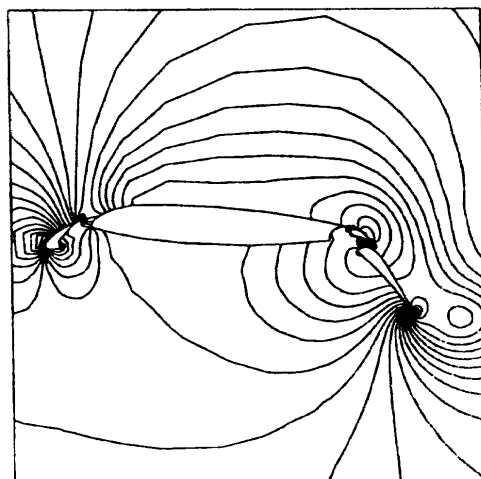


Figure 13: Pressure contours around multi-element airfoil,  $Re=100$ .

#### 6. 結語

二次元翼型まわり流れ場の数値計算に付いて、最近の我々のいくつかの試みを述べた。双曲型格子形成法については、3 次元への拡張もすでに行っている<sup>5)</sup>。その他、詳細は関連の文献に当たられたい。

#### 参考文献

- (1) 広瀬、松野、里深、日本機械学会関西支部第 71 期総会講演前刷集および機論投稿中
- (2) 広瀬、松野、里深、日本機械学会関西支部第 72 期総会講演前刷集および広瀬、京都工芸繊維大学平成 8 年度修士論文
- (3) 中川、松野、里深、投稿準備中
- (4) 柳原、松野、里深、日本機械学会関西支部第 72 期総会講演前刷集および柳原、京都工芸繊維大学平成 8 年度修士論文
- (5) 松野、平成 8 年度科研費総合研究「惑星探査への気体力学の先端的応用」シンポジウム前刷り集 および Journal 投稿中

## 二次元完全流体中のクッタの条件をみたす翼まわり流れの有限要素計算

横松 大作 (電気通信大学 電気通信学部 研究生) 牛島 照夫 (電気通信大学 電気通信学部 情報工学科)

Finite element computation on the flow around a wing satisfying the Kutta condition

by

Daisaku YOKOMATSU and Teruo USHIJIMA

Department of Computer Science and Information Mathematics

Faculty of Electro-Communications

The University of Electro-Communications

### ABSTRACT

As for the problem considered in the paper, the solution method has been well established within the framework of function theory. The method is easily applicable to the case in which we have the conformal mapping which transform the whole exterior domain of the unit disc onto that of the wing profile to be considered. In some cases, however, it seems to be a heavy numerical task to have an approximate conformal mapping with accuracy to be expected. In this work, we demonstrate that the finite element method can be applied to determine the flow around a wing satisfying the Kutta condition (or the Joukowski assumption) at its trailing edge. Main restriction on the shape of the wing,  $C$ , is the following:

*Near the trailing edge point  $P$  of the wing, the upper surface and the lower surface coincide with two straight lines intersecting at  $P$  with an angle of positive degree.*

To show the effectiveness of our method, our numerical result for NACA23012 wing is reported in the latter half of this paper.

### はじめに

本論文で考察する問題は、関数論の枠組みの中でその解法がつとによく整備されている。その解法は、単位円の外部全体を考察している翼形の外部全体に写像する等角写像が既知であれば容易に適用できるものである。しかし幾つかの場合には、あらかじめ設定した精度をみたすように等角写像を構成することは数値的に重みのある仕事になると思われる。

この論文ではクッタの条件またはジュコフスキーの仮定を後縁においてみたす翼まわりの流れを決定することに有限要素法を用いることができることを示す。

翼形  $C$  に対する主要な制限は以下のようなものである：

翼の後縁  $P$  の近くでは翼上面と翼下面は正の角度を持って  $P$  で交わる二直線と一致している。

$\psi_u$  と  $\psi_c$  をそれぞれ、翼形  $C$  の外部領域全体で調和であって  $C$  で値 0 をとるものとする。さらに、 $\psi = \psi_u$  に対しては  $\psi_0 = y$  として、また、 $\psi = \psi_c$  に対しては  $\psi_0 = \log r$  として、 $\limsup_{r \rightarrow \infty} |\psi - \psi_0|$  が有限なものであるとする。ここで、平面の標準的な直交座標系  $(x, y)$  を用い、 $r = \sqrt{x^2 + y^2}$  である。 $\psi(\gamma) = \psi_u + \gamma \psi_c$  とおく。しかるべき  $\gamma$  の値においてクッタの条件が速度場  $\mathbf{u}(\gamma) = \left( \frac{\partial \psi(\gamma)}{\partial y}, -\frac{\partial \psi(\gamma)}{\partial x} \right)$  に対してみたされる。

この論文では、この道すじが有限要素計算を通してよく実現されることを示す。我々の方法には二つの困難な点がある。第一の困難は、無限の外部領域で定義されている本来の問題をいかにして有限領域で定義される問題に帰着されるかにある。第二の困難は、クッタの条件を速度場  $\mathbf{u}(\gamma)$  が  $P$  においてみたすように  $\gamma$  の適切な値を決定することが可能となるように、流れ関数  $\psi(\gamma)$  の後縁における特異性の取り扱いを如何にするか

にある。

上述の二つの困難は、翼形にふさわしく設定された内部領域を導入し、その内部領域において導入される二つの人工境界における人工境界条件を用いることによって、同時に克服される。これらの境界条件はいわゆるスチュクロフ作用素の概念によって導出される。粗く言ってこの作用素は調和関数の（境界の一部での）境界値を（そこにおける）外向き法線導関数に対応させるものである。この観点では、この論文は馮康他 ([2],[3],[4]) による自然境界帰着手法を標題の問題に適用するべく変形したものと言える。

我々の方法の有効性を示すために、NACA23012 翼形に対して実施した数値計算の結果を本論文の後半で報告する。

### 1. 一様流中におかれた循環を伴う物体まわり流れ

平面内の物体を  $\mathcal{O}$  とする。ここでは、物体  $\mathcal{O}$  は、有界な単連結領域であるものに限る。その境界を  $C$ 、その外部領域を  $\Omega$  とする：

$$C = \partial\Omega, \quad \Omega = \mathbf{R}^2 - (\mathcal{O} \cup C).$$

物体  $\mathcal{O}$  の内部に基準座標の原点をおくことにする。原点を中心とする半径  $a$  の円板の内部を  $D_a$  とする。半径  $a$  は十分に大きく、物体  $\mathcal{O}$  は円板  $D_a$  の真の内部に含まれるものとする。円板  $D_a$  の境界である半径  $a$  の円周を  $\Gamma_a$  とする。円板  $D_a$  と領域  $\Omega$  の共通部分を  $\Omega_i$  と表わし、内部領域と呼ぶ。閉円板  $D_a \cup \Gamma_a$  の補集合を  $\Omega_e$  と表わし外部領域と呼ぶ：

$$\begin{aligned} D_a &= \{(x, y) : x^2 + y^2 < a^2\}, \\ (0, 0) &\in \mathcal{O} \subset \mathcal{O} \cup C \subset D_a, \\ \Omega_i &= \Omega \cap D_a, \quad \Omega_e = \mathbf{R}^2 - (D_a \cup \Gamma_a). \end{aligned}$$



外部領域 $\Omega_e$ におけるラプラス方程式に付随するスケクロフ作用素を $\Lambda$ とする。粗く言って $\Lambda$ は次の境界値問題 $(E_e)$ における境界データ $\varphi$ を解 $u$ の外向き法線導関数 $\frac{\partial u}{\partial n}$ に対応させる線形写像である：

$$(E_e) \quad \begin{cases} -\Delta u = 0 & \text{in } \Omega_e, \\ u = \varphi & \text{on } \Gamma_a, \\ \sup_{\Omega_e} |u| < \infty. \end{cases}$$

ここで、標準的な極座標を用いれば、 $\frac{\partial u}{\partial n} = -\frac{\partial u}{\partial r}$ である。

さて、無限遠での流れ場 $\mathbf{u}_0$ は二次元完全流体であることから、非圧縮であり、流れ関数 $\psi_0$ を用いて

$$(U_0) \quad \mathbf{u}_0 = \left( \frac{\partial \psi_0}{\partial y}, -\frac{\partial \psi_0}{\partial x} \right)$$

と表されるものとしてよい。二次元完全流体であることから、非回転であり、無限遠の近くで $\psi_0$ は調和である。簡単のために、 $\psi_0$ は $\Omega$ 全体で調和である場合を取り扱う：

$$(\Psi_0) \quad -\Delta \psi_0 = 0 \quad \text{in } \Omega.$$

無限遠で流れ場 $\mathbf{u}_0$ に漸近する物体まわり流れ $\mathbf{u}$ の流れ関数を $\psi$ とする。流れ関数 $\psi$ を求める問題は次のように定式化される。

$$(\mathcal{E}) \quad \begin{cases} -\Delta \psi = 0 & \text{in } \Omega, \\ \psi = 0 & \text{on } C, \\ \sup_{r>a} |\psi - \psi_0| < \infty. \end{cases}$$

境界値問題 $(\mathcal{E})$ は内部領域 $\Omega_i$ における弱形式問題 $(\pi)$ に写すことができる。そのために関数空間 $V$ とその上の双一次形式 $a(u, v)$ と $b(u, v)$ を次のように導入する：

$$\begin{aligned} V &= \{v \in H^1(\Omega_i) : v|_C = 0\}, \\ a(u, v) &= \int_{\Omega_i} \text{grad } u \text{ grad } v \, d\Omega, \\ b(u, v) &= \int_{\Gamma_a} \Lambda^{1/2} \gamma_a u \Lambda^{1/2} \gamma_a v \, d\Gamma. \end{aligned}$$

ここで、 $\gamma_a$ は $V$ から $L^2(\Gamma_a)$ の中へのトレース作用素である。

**定理1** 境界値問題 $(\mathcal{E})$ の古典的な解 $\psi$ は次の弱形式問題 $(\pi)$ の解である：

$$(\pi) \quad \begin{cases} a(\psi, v) + b(\psi, v) = f(v), \quad v \in V, \\ \psi \in V. \end{cases}$$

ここで

$$f(v) = b(\psi_0, v) + \int_{\Gamma_a} \frac{\partial \psi_0}{\partial r} v \, d\Gamma$$

である。

□

境界値問題 $(\mathcal{E})$ において、 $\psi_0 = y$ としたときの解 $\psi$ を $\psi_u$ 、 $\psi_0 = \log r$ としたときの解 $\psi$ を $\psi_c$ とおく。実パラメタ $\gamma$ に対して

$$\psi(\gamma) = \psi_u + \gamma \psi_c$$

とおく。

## 2. 後縁が定角である翼におけるクッタの条件

考える翼形 $\Omega$ は、後縁の点 $P$ の近くで $P$ において交わる二直線がはさむ図形と一致するものとする。簡単のために $\Omega$ の境界 $C$ は点 $P$ を除いては十分に滑らかなものとする。翼形 $\Omega$ の $P$ における外角を $\alpha$ とする。正数 $\rho$ を十分小さくにとって、点 $P$ を中心とする半径 $\rho$ の開円板 $\Delta_\rho$ が、 $D_a$ の完全内部に含まれるようにとる。円板 $\Delta_\rho$ と $\Omega_i$ の共通部分を $\Omega_s$ とする。必要ならさらに $\rho$ を小さくにとって $\Omega_s$ が、点 $P$ を中心とする半径 $\rho$ の扇形であるものとする。

さて、第1節で定めた流れ関数 $\psi(\gamma)$ をある固定した $\gamma$ に対して $\psi$ と表わす。このとき特異領域 $\Omega_s$ では、

$$(\mathcal{E}_s) \quad \begin{cases} -\Delta \psi = 0 & \text{in } \Omega_s, \\ \psi = 0 & \text{on } C \cap \partial \Omega_s, \\ \psi \in H^1(\Omega_s) \end{cases}$$

が成立している。変数分離法により $(\mathcal{E}_s)$ をみたす $\psi$ は次の形に表現できる。

$$(\Psi) \quad \psi = \sum_{n=1}^{\infty} \Psi_n \left( \frac{r}{\rho} \right)^{An} S_n(\theta), \quad A = \frac{\pi}{\alpha}.$$

ここで

$$\Psi_n \in \mathbf{R}, \quad S_n(\theta) = \sqrt{\frac{2}{\rho\alpha}} \sin(nA\theta), \quad n = 1, 2, \dots$$

である。

特異領域 $\Omega_s$ の境界の円弧部分を $C_\rho$ とし、 $L^2(C_\rho)$ の内積を $(\varphi, \psi)_\rho$ とする

$$\begin{aligned} (\varphi, \psi)_\rho &= \int_{C_\rho} \varphi \psi \, d\Gamma \\ &= \rho \int_0^\alpha \varphi(\rho \cos \theta, \rho \sin \theta) \psi(\rho \cos \theta, \rho \sin \theta) \, d\theta. \end{aligned}$$

このとき

$$(\Psi_n) \quad \Psi_n = (\psi, S_n)_\rho, \quad n = 1, 2, \dots$$

である。ここでは、破壊力学の用語にならって $\Psi_1$ を流れ関数 $\psi$ の後縁 $P$ における応力拡大係数と呼ぶことにする。

特異領域 $\Omega_s$ においては流れ場 $\mathbf{u}$ は

$$\begin{aligned} (U) \quad \mathbf{u} &= \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \mathbf{e}_r - \frac{\partial \psi}{\partial r} \mathbf{e}_\theta \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} (nA) \Psi_n \frac{1}{r} \left( \frac{r}{\rho} \right)^{An} \times \\ &\quad \{C_n(\theta) \mathbf{e}_r - S_n(\theta) \mathbf{e}_\theta\} \end{aligned}$$

と表示される。ここで、

$$C_n(\theta) = \sqrt{\frac{2}{\rho\alpha}} \cos(nA\theta), \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

である。

流れ関数 $\psi$ は $H^1(\Omega_s)$ の元であるとしているから、表示 $(\Psi)$ と $(U)$ における無限級数の収束の意味を確定することができる。

さて、翼の後縁を考えているので、 $\pi < \alpha < 2\pi$ とする。すなわち、条件

$$(A) \quad \frac{1}{2} < A < 1$$

を要請する。クッタの条件あるいはジューコフスキーの仮定は次のように表現される：

(KJ) 後縁 $P$ において流速が有限にとどまる。

流れ場の表現 $(U)$ を用いることによって次の定理を得る。

**定理2** 後縁が条件(A)をみたす定角の頂点である場合の翼を考える。この翼のまわりの流れ場 $u$ が流れ関数 $\psi$ を持つとする。このとき流れ場 $u$ が後縁 $P$ においてクッタの条件あるいはジューコフスキーの仮定(KJ)をみたすためには、流れ関数 $\psi$ の応力拡大係数 $\Psi_1$ が0であることが必要十分な条件である。さらに、後縁 $P$ が正の定角の頂点であるとき、すなわち、 $\frac{1}{2} < A < 1$ であるときは、クッタの条件をみたす流れは後縁において流速が0になる。

□

さて、さきに定めた $\psi_u$ と $\psi_c$ の応力拡大係数をそれぞれ $U_1$ と $C_1$ とする。 $\psi = \psi(\gamma)$ の応力拡大係数 $\Psi_1$ は

$$\Psi_1 = U_1 + \gamma C_1$$

である。したがって、流れ関数 $\psi(\gamma)$ がクッタの条件(KJ)をみたすための必要十分条件は、正規化された循環量 $\gamma$ が

$$(\gamma) \quad \gamma = -\frac{U_1}{C_1}$$

として定まることである。

**3. クッタの条件の有限要素計算における取りあつかい**  
まず特異領域 $\Omega_s$ におけるラプラス方程式に付随する(ディリクレ型)スチェクロフ作用素を $M$ とする。粗く言って $M$ は次の境界値問題 $(E_s)$ における円弧境界 $C_\rho$ における境界データ $\varphi$ を、そこでの解 $u$ の外向き法線導関数 $\frac{\partial u}{\partial n}$ に対応させる線形写像である：

$$(E_s) \quad \begin{cases} -\Delta u = 0 & \text{in } \Omega_s, \\ u = 0 & \text{on } \partial\Omega_s - C_\rho, \\ u = \varphi & \text{on } C_\rho, \\ \varphi \in H^1(\Omega_s). \end{cases}$$

さて、 $\Omega_r$ 上の関数の空間 $V_r$ を次のように設定する：

$$V_r = \{v \in H^1(\Omega_r), v = 0 \text{ on } C_r\}.$$

ここで $C_r = C \cup \partial\Omega_r$ である。

空間 $V_r$ におけるディリクレ内積 $a_r(u, v)$ と、境界双一次形式 $c(u, v)$ を次のようにおく。

$$a_r(u, v) = \int_{\Omega_r} \text{grad } u \text{ grad } v \, d\Omega,$$

$$c(u, v) = \int_{C_\rho} M^{1/2} \gamma_\rho u M^{1/2} \gamma_\rho v \, d\Gamma.$$

ここで $\gamma_\rho$ は $V_r$ から $L^2(C_\rho)$ へのトレース作用素である。

双一次形式 $c(u, v)$ は $S_n(\theta)$ 達を用いて次のように表示される：

$$c(u, v) = \sum_{n=1}^{\infty} \mu_n(\gamma_\rho u, S_n)_\rho(\gamma_\rho v, S_n)_\rho,$$

$$\mu_n = \frac{An}{\rho}, \quad n = 1, 2, \dots.$$

**定理3** 定理1における弱形式問題 $(\pi)$ は次の弱形式問題 $(\pi_r)$ と同等である：

$$(\pi_r) \quad \begin{cases} a_r(\psi, v) + b(\psi, v) + c(\psi, v) \\ = f(v), \quad v \in V_r, \\ \psi \in V_r. \end{cases}$$

□

次いで計算可能な有限要素近似問題を設定するために双一次形式 $b^L(u, v)$ ,  $c^N(u, v)$ を導入する。 $b^L(u, v)$ は、 $b(u, v)$ を無限級数表示したときの最初の $2L$ 項までの有限和で構成されるものである。同様に $c^N(u, v)$ は、 $c(u, v)$ の無限級数表示を第 $N$ 項までで打ち切ったものとする。

関数空間 $V_r$ の有限次元部分空間 $V_h$ を固定する。次の近似問題 $(\pi_h)$ が得られる：

$$(\pi_h) \quad \begin{cases} a_r(\psi_h, v_h) + b^{L_h}(\psi_h, v_h) + c^{N_h}(\psi_h, v_h) \\ = f(v_h), \quad v_h \in V_h, \\ \psi_h \in V_h. \end{cases}$$

ここで打ち切り項数 $L_h$ と $N_h$ は $V_h$ に応じて適切に選ばれるものとしている。

かくして $\psi_u$ と $\psi_c$ を近似する $\psi_{uh}$ と $\psi_{ch}$ が得られる。第3節の式 $(\Psi_1)$ を用いることによって応力拡大係数 $U_1$ と $C_1$ の近似値 $U_1^h$ と $C_1^h$ が得られ、式 $(\gamma)$ を用いてクッタの条件をみたす正規化された循環量 $\gamma$ の近似値

$$(\gamma_h) \quad \gamma_h = -\frac{U_1^h}{C_1^h}$$

が定められる。

例えば、 $V_h$ は区分一次連続要素にズラマルの曲要素([5])で境界近傍を修正したものとし、打ち切り項数 $L_h$ と $N_h$ を $h$ の逆数に比例するように決める等の気配りをして近似問題の族 $\{(\pi_h) : 0 < h \leq \bar{h}\}$ を作ることとする。正のパラメタ $h$ は $\Omega_r$ の三角形分割の代表的長さに対応させている。これまで我々が調べてきた他の事

例にならって解析を進めると、この近似問題の族の解から得られる $\gamma_h$ に対しては

$$(\epsilon_h) \quad \gamma_h = \gamma + O(h)$$

となる事前誤差評価が可能である。

#### 4. 計算結果のまとめ

計算に用いる翼型として NACA23012 を用いることにした。まず、NACA23012 の取り扱いについて述べ、次いで実際の有限要素数値計算の結果を示す。

NACA23012 はその翼型の定義に従って、翼弦上の位置を表すパラメータ  $s$  に対して翼の上面  $(x_u(s), y_u(s))$ 、翼の下面  $(x_l(s), y_l(s))$  が定められる ([1])。なお、翼弦長は 1 に正規化されている。

後縁の点を  $P = (x_c(1), y_c(1)) = (1, 0)$  とする。数値計算にあたっては翼の後縁は定角であるとしている。ところが、NACA23012 の定義から翼の上面と下面は後縁の点  $P$  において交わってはいない。実際、

$$\begin{aligned} P_u &= (x_u(1), y_u(1)) \\ &= (1 + \epsilon_u, 0 + \delta_u), \\ \epsilon_u &= 0.0003, \delta_u = 0.0012597 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_l &= (x_l(1), y_l(1)) \\ &= (1 - \epsilon_l, 0 - \delta_l), \\ \epsilon_l &= 0.000028, \delta_l = 0.0012597 \end{aligned}$$

であって、線分  $P_u P_l$  の長さは最大翼幅の 2 % 程度である。

ここでは、次に述べるような手順により翼の後縁部を修正した。まず、翼上面の点  $(x_u(s), y_u(s))$  での接線の傾きと、点  $(x_u(s), y_u(s))$  と点  $(1, 0)$  を結ぶ直線の傾きの差を  $s$  を動かして調べ、この差が最小となる  $s_0$  を求める。次にこの  $s_0$  よりも大きい  $s$  では翼上面は点  $(x_u(s_0), y_u(s_0))$  と点  $(1, 0)$  を結ぶ線分であるとする。数値計算の結果  $s_0 = 0.86$  であった。翼下面に対しても同様にして調べたところ同じ結果を得た。後縁の周囲を特異領域として点  $(1, 0)$  を中心とする半径  $\rho$  の扇形で定める必要があるが、点  $(1, 0)$  と点  $(x_u(s_0), y_u(s_0))$  の距離を半径とした。また、前縁については定義による半径をもつ円で丸みをつけるのであるが、簡単のためここではその手続きは省略した。

有限要素計算を行うために領域  $\Omega_r$  を区分一次の三角形要素で分割した。要素を細分して  $\gamma_h$  の収束を調べるために各要素の各辺の中点を細分点とし、これらを結んで一個の要素を四個の要素に細分する要素分割を順次作成した。一回の細分で要素数はもとの四倍となり、要素長さ  $h$  は約  $1/2$  となる。細分を行うときに境界付近ではその形状をよく近似するために、次のような便宜的な方法をとることとした。境界上に二つの頂点  $A, B$  がある三角形要素の細分は、まず境界上に二つの頂点をもつ辺  $AB$  の中点  $P$  を求める。次にこの中点  $P$  を通る垂線と境界との交点  $P'$  を求め、これを細分点と

する。他の辺では辺の中点を細分点とする。以上で細分点が決まるのでこれらの点から要素の細分を行う。

実際の計算の領域としては  $\Gamma_a$  の半径を 5 とし、翼は相似拡大を行って翼弦長が約 4 となるようにした。最大厚みは約 0.48 である。後縁の位置は点  $(2, 0)$  である。また、後縁付近の特異領域は中心を点  $(2, 0)$ 、半径  $\rho$  を約 0.565、角度  $\alpha$  を約 344.3 度とする扇形である。領域  $\Omega_r$  を前に述べた方法で順次要素の細分を行って、 $(\pi_r)$  を離散化した問題を解いた。

要素の初期分割は節点数 57、要素数 82 の分割 (図 1) として順次細分を行った。3 回細分を繰り返したときの要素分割 (最密分割) は節点数 2752、要素数 5248 (図 2) である。

翼の  $x$  軸に平行な流れに対する迎え角  $\beta$  を 0, 5, 10, 15, 30 度とした場合の数値解から求めた正規化された循環量  $\gamma_h$  から  $h$  と  $|\gamma_h - \gamma_{h/2}|$  の収束の次数を表 1 に示した。収束の次数は最小自乗法で求め、 $\beta = 0$  のときを除いて約 1.7 - 1.8 乗との結果を得た。迎え角を固定して  $h$  に対する  $|\gamma_h - \gamma_{h/2}|$  の収束の様子を図 3 に示した。次に、迎え角をつけない場合の  $x$  軸に平行な一様流の流れ関数  $\psi_{uh}$  を図 4 に、翼まわりの循環流の流れ関数  $\psi_{ch}$  を図 5 に示した。さらに、クッタの条件をみたす翼まわり流れの流れ関数  $\psi_{uh} + \gamma_h \psi_{ch}$  とその翼面上の圧力係数  $C_p$  の分布を、迎え角をつけない場合、迎え角 5 度、迎え角 10 度の場合についてそれぞれ図示した (図 6 - 図 11)。翼面上の圧力係数分布はベルヌーイの定理から求めることができる。境界  $C_r$  に属する翼面での  $C_p$  は流れ関数の値から速度を求めることによって、後縁付近の  $\partial\Omega_s$  に属する翼面での  $C_p$  は数値計算結果から  $\Omega_s$  での流れ場の表示 ( $U$ ) を利用して速度を求めることによって、それぞれ導出している。なお、図 4 以下の結果は最密分割を用いて有限要素計算を実行した場合の計算結果である。

#### 参考文献

- [1] I. Abott and A. Von Doenhoff: Theory of wing sections, Dover, 1959.
- [2] K. Feng, Finite element method and natural boundary reduction, Proceedings of the International Congress of Mathematicians, Warszawa, 1983, 1439-1453.
- [3] H. Han and X. Wu, Approximation of infinite boundary condition and its application to finite element methods, Journal of Computational Mathematics, 3(1985), 179-192.
- [4] D. Yu, Coupling canonical boundary element method with FEM to solve harmonic problem over cracked domain, Journal of Computational Mathematics, 1(1983), 195-202.
- [5] M. Zlamal, Curved elements in the finite element method. I, SIAM J. Numer. Anal., 10(1973), 229-240.

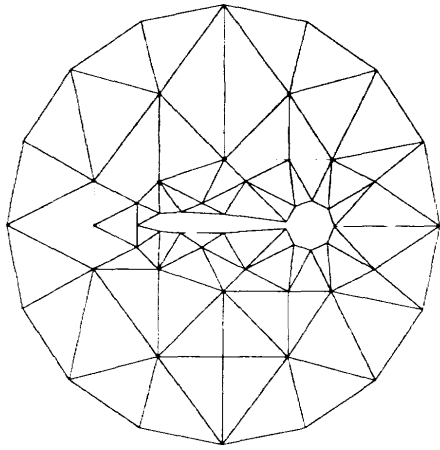


図1 要素の初期分割 (57 節点、82 要素)

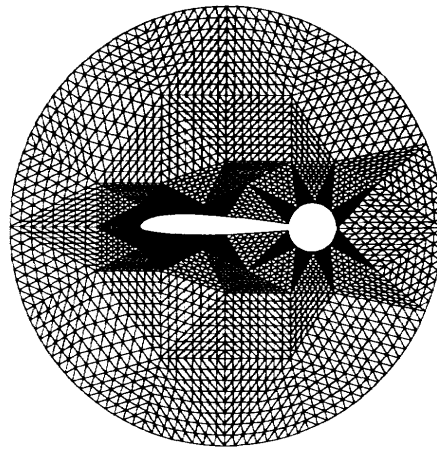


図2 要素の最密分割 (2752 節点、5248 要素)

表1 迎え角 $\beta$ 毎の最密分割のときの $\gamma_h$ の値と  
 $|\gamma_h - \gamma_{h/2}|$  の収束の次数

$\beta$ (度)	$\gamma_h$	次数
0	0.045060714815	0.591454
5	0.23731060245	1.823981
10	0.42775441311	1.769889
15	0.61494275440	1.752961
30	1.1429174615	1.736108

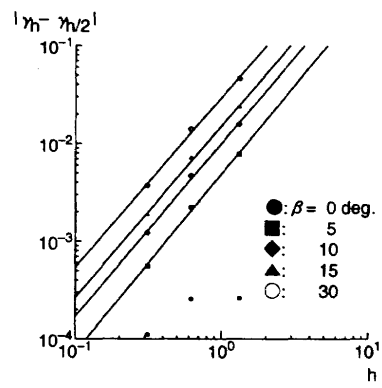


図3 迎え角 $\beta$ を変えたときの $h$ に対する  
 $|\gamma_h - \gamma_{h/2}|$  の収束

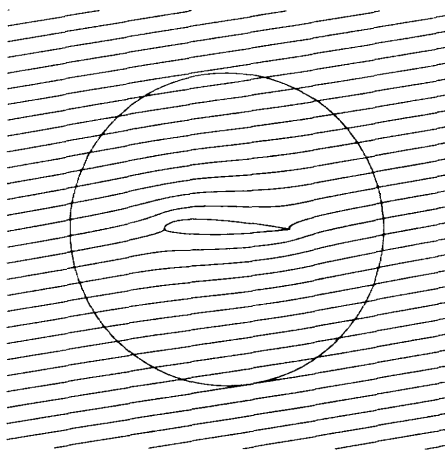


図4  $x$  軸に平行な一様流の流れ関数  
(迎え角なし、最密分割)

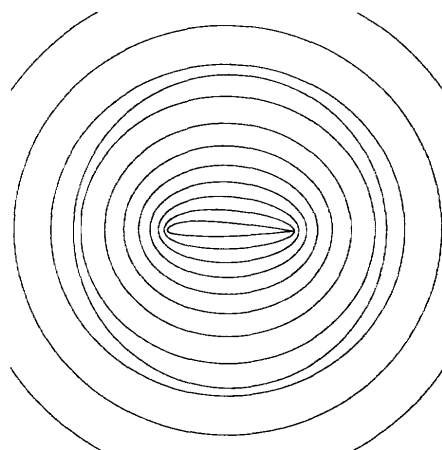


図5 翼まわりの循環流の流れ関数 (最密分割)

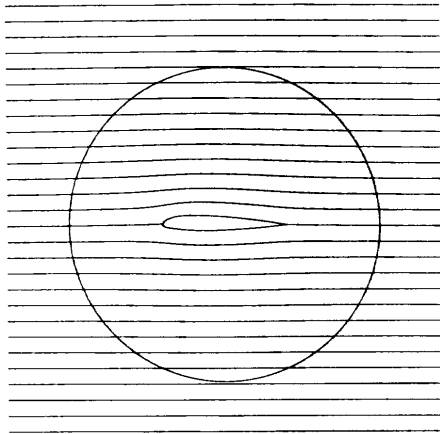


図6 クッタの条件をみたす翼まわり流れ  
(流れ関数、迎え角なし、最密分割)

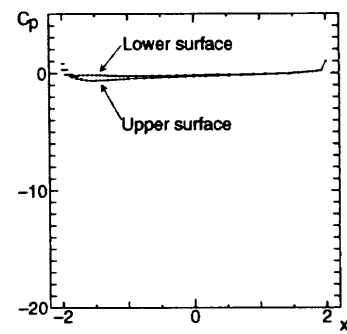


図7 翼面上の圧力係数分布  
(迎え角なし、最密分割)

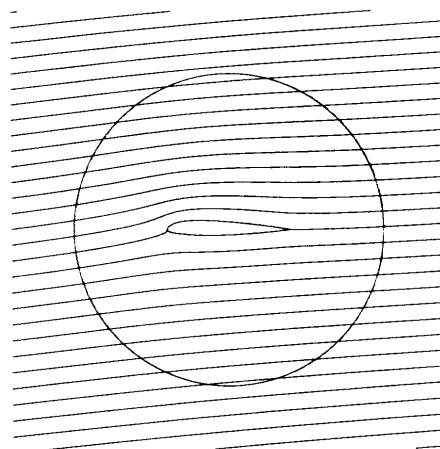


図8 クッタの条件をみたす翼まわり流れ  
(流れ関数、迎え角5度、最密分割)

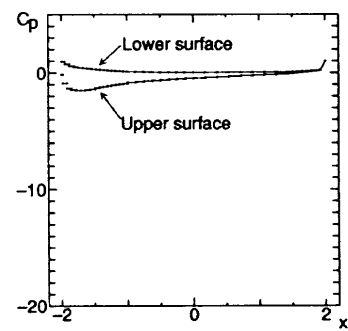


図9 翼面上の圧力係数分布  
(迎え角5度、最密分割)

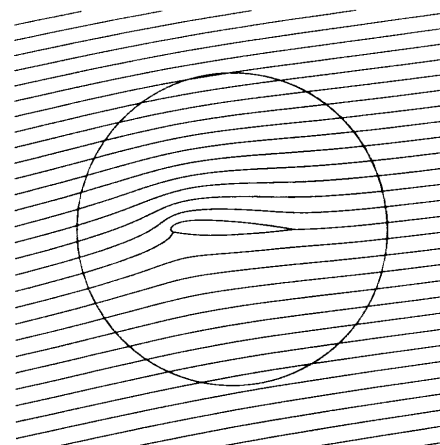


図10 クッタの条件をみたす翼まわり流れ  
(流れ関数、迎え角10度、最密分割)

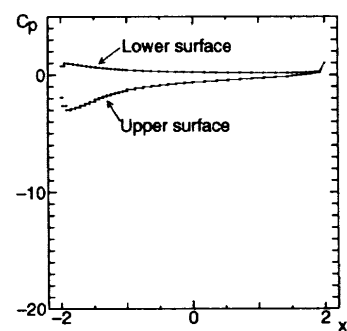


図11 翼面上の圧力係数分布  
(迎え角10度、最密分割)

## 第15回航空機計算空気力学シンポジウム運営委員会委員

	氏 名	(所属部)
委員長	佐々木 誠	(原動機部)
委 員	◎ 山本 行光	(空気力学部)
	山本 稀義	(空力性能部)
	中道 二郎	(構造力学部)
	◎ 江尻 宏	(構造力学部)
	牧田 光正	(熱流体力学部)
	福田 正大	(数理解析部)
	廣瀬 直喜	(数理解析部)
	小川 哲	(数理解析部)
	岩宮 敏幸	(数理解析部)
	齊藤 茂	(空力性能部)
	山本 一臣	(原動機部) (平成9年4月まで)
	西澤 敏雄	(熱流体部) (平成9年5月から)
	舞田 正孝	(宇宙研究グループ)
	◎ 末松 俊二	(宇宙研究グループ)
	田村 洋	(ロケット推進研究部)
	石垣 博	(ラムジェット推進研究部)
	伊藤 勝宏	(ラムジェット推進研究部)

[◎印：幹事]

---

## 航空宇宙技術研究所資料37号

平成10年2月発行

発行所 科学技術庁航空宇宙技術研究所  
東京都調布市深大寺東町7-44-1  
電話(0422)47-5911 ㊦182-8522  
印刷所 株式会社実業公報社  
東京都千代田区九段北1-7-8

---

©禁無断複写転載

本書(誌)からの複写、転載を希望される場合は、企画室  
調査普及係にご連絡ください。

